T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

6. SINIF MATEMATİK DERS KİTABI KESİRLER KONUSUNUN MATEMATİĞİN ÜÇ DÜNYASI ÇERÇEVESİNDE İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Fatma Burcu TANIR
0009-0000-6975-2671

BURSA - 2025

T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

6. SINIF MATEMATİK DERS KİTABI KESİRLER KONUSUNUN MATEMATİĞİN ÜÇ DÜNYASI ÇERÇEVESİNDE İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Fatma Burcu TANIR
0009-0000-6975-2671

Danışman
Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

BURSA - 2025

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim.

Fatma Burcu TANIR

26/02/2025

TEZ YAZIM KILAVUZUNA UYGUNLUK ONAYI

"6.Sınıf Matematik Ders Kitabı Kesirler Konusunun Matematiğin Üç Dünyası Çerçevesinde İncelenmesi" adlı yüksek lisans tezi Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanmıştır.

Tezi Hazırlayan	Danışman
Fatma Burcu TANIR	Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı Başkanı
Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ

JÜRİ ONAY SAYFASI

Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı'nda 802252022 numara ile kayıtlı Fatma Burcu TANIR'ın hazırladığı "6.Sınıf Matematik Ders Kitabı Kesirler Konusu Örnek Soruları ve Konu Anlatımının Matematiğin Üç Dünyası Teorik Çerçevesinde İncelenmesi" konulu Yüksek Lisans çalışması ile ilgili tez savunma sınavı, 04/02/2025 Salı günü 10:00-11:00 saatleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin **başarılı** olduğuna **oy birliği** ile karar verilmiştir.

Sınav Komisyon Başkanı
Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN
Bursa Uludağ Üniversitesi
WoS ResearcherID: W-2281-2017
Scopus Author ID: 58136910000
ORCID: 0000-0002-1860-852X

Üye
Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ
Bursa Uludağ Üniversitesi
WoS ResearcherID: A-1802-2016
Scopus Author ID: 6506973222
ORCID: 0000-0001-8619-8334

Üye
Prof. Dr. Recai AKKAYA
Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi
WoS ResearcherID:
Scopus Author ID: 26657841000
ORCID: 0000-0001-5369-7612

ÖN SÖZ

Benim için uzun bir yolculuk olan yüksek lisans eğitimim ve tez yazım dönemimde beni her zaman yüreklendiren, yapabileceğime olan inancıyla beni destekleyen ve hem öğretmenim hem meslekdaşım hem de bir büyüğüm olarak bana sabırla rehberlik eden, çok sevdiğim kıymetli danışman hocam Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN'a sonsuz teşekkürler.

Eğitim sürecim boyunca kendilerinden ders aldığım, değerli bilgilerinden faydalandığım tüm hocalarıma, anlayışı hoşgörüsü ve değerli görüşleri ile eğitimimi tamamlama destek olan sayın Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ hocama, tezime kıymetli önerileri ve görüşleri ile katkı sağlayan sayın jüri üyesi hocam Prof. Dr. Recai AKKAYA'ya çok teşekkür edrim.

Tez çalışmam sırasında bana desteklerini esirgemeyen arkadaşlarım, meslekdaşlarım ve idarecilerime de teşekkürü borç bilirim.

Son olarak hayattaki en büyük şansım içinde büyüdüğüm aileme, sevgili annem Gülcan BULAN, babam Mehmet BULAN, kardeşim Burak Can BULAN, meslek seçimimdeki etkisi büyük anneannem Zineti Can ve bana yeni bir aile olan, desteğini her zaman hissettiğim yol arkadaşım sevgili eşim Erdem TANIR'a teşekkürlerimle…

Varlığıyla çevrelenmekten dolayı hem çok şanslı hem de çok güçlü hissettiğim herkese sonsuz teşekkürler.

Fatma Burcu TANIR

ÖZET

Yazar Adı ve Soyadı	Fatma Burcu TANIR
Üniversite	Bursa Uludağ Üniversitesi
Enstitü	Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Ana Bilim Dalı	Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı
Bilim Dalı	Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Tezin Niteliği	Yüksek Lisans Tezi
Sayfa Sayısı	XII + 72
Mezuniyet Tarihi	04/02/2025
Tez Danışmanı	Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

6. SINIF MATEMATİK DERS KİTABI KESİRLER KONUSUNUN MATEMATİĞİN ÜÇ DÜNYASI ÇERÇEVESİNDE İNCELENMESİ

Bu araştırmada 2022-2023 Eğitim Öğretim yılında Millî Eğitim Bakanlığınca onaylanıp devlet okullarında okutulmuş olan 6. sınıf matematik ders kitabı kesirler konusunun matematiğin üç dünyası kavramsal çerçevesi kapsamında incelenmesi amaçlanmıştır. Matematiğin üç dünyası, David Tall tarafından geliştirilen, bireylerin düşünme süreçlerini kavramsal somut dünya, nesnel süreçsel sembolik dünya ve aksiyomatik formal dünya olmak üzere üç boyutta inceleyen bir kavramsal çerçevedir. Bu bağlamda araştırmanın veri kaynağı olan ders kitabının kesirler konusu 'Konu anlatım cümleleri', 'Örnek sorular', 'Etkinlik yönergeleri' ve 'Uygulama değerlendirme soruları' olmak üzere 4 ana başlık altında toplanmış ve başlıklar içerisindeki her bir cümle matematiğin üç dünyası kavramsal çerçevesi kapsamında incelenmiştir. Çalışma bir doküman analizi olup veriler betimsel analiz tekniği ile analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda incelenen ifadelerden 2'sinin kavramsal somut dünya, 35'inin nesnel süreçsel sembolik dünya ve 7'sinin aksiyomatik formal dünya düzeyinde yer aldığı, 85'inin nesnel süreçsel sembolik dünya ve aksiyomatik formal dünya düzeylerini beraber temsil ederken 12'sinin de her üç dünya düzeyini birden temsil ettiği belirlenmiş, kavramsal somut dünya ile nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerini aynı anda ve kavramsal somut dünya ile aksiyomatik formal dünya düzeylerini aynı anda temsil eden hiçbir ifade olmadığı görülmüştür. Elde edilen sonuçlara göre mevcut konu anlatımı ve örnek soruların temsil ettikleri dünya düzeyi yoğunluklarının farklı olmasından yola çıkarak ders kitabı hazırlık süreçlerinde daha dengeli bir dağılım yapılmasının faydalı olacağı önerisinde bulunulmuştur.

Anahtar Sözcükler: ders kitabı, kesirler, matematiğin üç dünyası, matematiksel dil

ABSTRACT

Name and Surname	Fatma Burcu TANIR
University	Bursa Uludag University
Institution	Institute of Educational Sciences
Field	Department of Mathematics and Science Education
Branch	Mathematics Education
Degree Awarded	Master
Page Number	XII + 72
Degree Date	04 / 02 / 2025
Supervisor	Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

EXAMINATION OF THE FRACTIONS SECTION OF THE 6TH GRADE MATHEMATICS TEXTBOOK WITHIN THE THEORETICAL FRAMEWORK OF THE THREE WORLDS OF MATHEMATICS

This study aims to examine the topic of fractions in the 6th-grade mathematics textbook, which was approved by the Ministry of National Education and used in public schools during the 2022-2023 academic year, within the conceptual framework of the three worlds of mathematics. Developed by David Tall, the three worlds of mathematics is a conceptual framework that analyzes individuals' thinking processes in three dimensions: the conceptual-embodied world, the proceptual-symbolic world, and the axiomatic-formal world. In this context, the fractions topic in the textbook, which serves as the data source for the study, was categorized under four main sections: explanatory sentences in the subject narration, example problems, activity instructions, and application and evaluation questions. Each sentence within these sections was analyzed based on the three worlds of mathematics framework. The study is a document analysis, and the data were analyzed using the descriptive analysis technique. As a result of the study, it was determined that 2 statements belonged to the conceptual-embodied world, 35 statements were classified under the proceptual-symbolic world, and 7 statements fell under the axiomatic-formal world. Additionally, 85 statements represented both the proceptual-symbolic world and the axiomatic-formal world, while 12 statements covered all three worlds simultaneously. It was observed that no statements represented both the conceptual-embodied world and the proceptual-symbolic world at the same time, nor both the conceptual-embodied world and the axiomatic-formal world together. Based on these findings, it was concluded that the distribution of world levels in the subject narration and example problems varied. Therefore, it is recommended that a more balanced distribution be ensured in future textbook development processes to improve conceptual understanding.

Keywords: Fractions, Mathematical language, Textbook, Three worlds of mathematics

İÇİNDEKİLER

Sayfa

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK ..... **i**
TEZ YAZIM KILAVUZUNA UYGUNLUK ONAYI ..... **ii**
JÜRİ ONAY SAYFASI ..... **iii**
ÖN SÖZ ..... **iv**
ÖZET ..... **v**
ABSTRACT ..... **vi**
İÇİNDEKİLER ..... **vii**
TABLOLAR LİSTESİ ..... **ix**
ŞEKİLLER LİSTESİ ..... **x**
KISALTMALAR LİSTESİ ..... **xiii**
1. BÖLÜM GİRİŞ **1**
1.1. Problem Durumu 2
1.2. Araştırmanın Amacı 4
1.3. Araştırmanın Önemi 5
1.4. Varsayımlar 6
1.5. Sınırlılıklar 7
1.6. Tanımlar 7
2. BÖLÜM KAVRAMSAL ÇERÇEVE **8**
2.1. Matematik Öğretimi 8
2.2. Matematiğin Üç Dünyası 9
2.2.1. Kavramsal Somut Dünya 10
2.2.2. Nesnel Süreçsel Sembolik Dünya 10
2.2.3. Aksiyomatik Formal Dünya 11
2.3. Altıncı Sınıf Kesirler Öğretim Programı 11
2.4. Matematik Eğitiminde Ders Kitaplarının Yeri ve Önemi 12
2.5. İlgili Araştırmalar 13
2.5.1. Yurt İçinde Yapılan Çalışmalar 13
2.5.2. Yurt Dışında Yapılan Çalışmalar 19
3. BÖLÜM YÖNTEM **22**
3.1. Araştırmanın Modeli 22
3.2. Veri Kaynağı 22

3.3. Verilerin Toplanma ve Analiz Süreci 22
3.4. Geçerlilik ve Güvenirlik 23
4. BÖLÜM BULGULAR VE YORUM 25
4.1. Konu Anlatım Cümlelerine Ait Bulgular 25
4.2. Örnek Sorulara Ait Bulgular 35
4.3. Etkinlik Yönergelerine Ait Bulgular 44
4.4. Uygulama ve Değerlendirme Sorularına Ait Bulgular 53
5. BÖLÜM SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER 65
5.1. Sonuçlar ve Tartışma 65
5.2. Öneriler 67
KAYNAKÇA 69
ÖZ GEÇMİŞ 74

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo *Sayfa*

Tablo 1 Konu anlatım cümlelerinin matematiğin üç dünyası kavramsal çerçevesine göre dağılım 25

Tablo 2 Örnek soru cümlelerinin matematiğin üç dünyası kavramsal çerçevesine göre dağılımı 35

Tablo 3 Etkinlik yönergelerine ait cümlelerin matematiğin üç dünyası kavramsal çerçevesine göre dağılımı 45

Tablo 4 Uygulama ve değerlendirme soru cümlelerinin matematiğin üç dünyası kavramsal çerçevesine göre dağılımı 53

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil *Sayfa*

Şekil 1 Milli Eğitim Bakanlığı matematik dersi genel amaçları ... 3

Şekil 2 Matematiğin üç dünyası aracılığıyla bilişsel gelişim ... 10

Şekil 3 Milli Eğitim Bakanlığı 6.sınıf kesirler konusu kazanımları ... 12

Şekil 4 Kesirleri karşılaştırma örneklendirmesi ... 26

Şekil 5 Kesirlerde büyüklük küçüklük kuralları ... 27

Şekil 6 Kesirleri karşılaştırma kuralları ... 27

Şekil 7 Kesirlerde toplama işlemi örneklendirmesi ... 28

Şekil 8 Paydaları eşit kesirleri toplama işlemi kuralı ... 28

Şekil 9 Paydaları eşit olmayan kesirleri toplama işlemi kuralı ... 28

Şekil 10 Tam sayılı kesirleri toplama işlemi kuralı ... 29

Şekil 11 Kesirlerle çıkarma işlemi örneklendirmesi ... 29

Şekil 12 Paydaları eşit olan ve olmayan kesirlerde çıkarma işlemi kuralları ... 30

Şekil 13 Bir doğal sayı ile bir kesri çarpma işlemi örneklendirmesi ... 30

Şekil 14 Bir doğal sayı ile bir kesri çarpma işlemi kuralları ... 31

Şekil 15 Bir doğal sayı ile tam sayılı kesri ve 1'den büyük doğal sayıyı çarpma işlemi kuralları ... 31

Şekil 16 İki kesrin çarpma işlemi örneklendirmesi ... 32

Şekil 17 İki kesrin çarpma işlemi kuralı ... 32

Şekil 18 Tam sayılı kesirlerde çarpma işlemi kuralı ve sadeleştirme ... 32

Şekil 19 Bir doğal sayı ile birim kesri birbirine bölme işlemi örneklendirmesi ... 33

Şekil 20 Bir doğal sayı ile bir kesri birbirine bölme işlemi örneklendirmesi ... 33

Şekil 21 Kesirlerde bölme işlemi kuralları ... 34

Şekil 22 Kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin etme örneklendirmesi ... 34

Şekil 23 Kesirlerde sıralama 1. Ve 10. örnek sorular ... 36

Şekil 24 Kesirlerde toplama işlemi 3.örnek soru ... 37

Şekil 25 Kesirlerde çıkarma işlemi 2,3 ve 4.örnek sorular ... 38

Şekil 26 Kesirlerde çarpma işlemi 4. Ve 5. Örnek sorular ... 39

Şekil 27 İki kesrin çarpma işlemi 5. Ve 6. Örnek sorular 40
Şekil 28 Bir doğal sayı ile birim kesri birbirine bölme işlemi 1,2 ve 5. Örnek sorular 41
Şekil 29 Bir doğal sayı ile bir kesri birbirine bölme işlemi 2. Ve 4.örnek sorular 42
Şekil 30 İki kesrin bölme işlemi 2. Ve 3.örnek sorular 42
Şekil 31 Kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin etme 2. Ve 3.örnek sorular 43
Şekil 32 Problem çözme aşamaları örnek problemi 44
Şekil 33 Kesirleri karşılaştırma ve sayı doğrusunda gösterme etkinlik yönergesi-1 46
Şekil 34 Kesirleri karşılaştırma ve sayı doğrusunda gösterme etkinlik yönergesi-2 46
Şekil 35 Kesirleri karşılaştırma ve sayı doğrusunda gösterme etkinlik yönergesi-3 47
Şekil 36 Kesirlerde toplama işlemi etkinlik yönergesi 48
Şekil 37 Kesirlerde çıkarma işlemi etkinlik yönergesi 48
Şekil 38 Bir doğal sayı ile bir kesri çarpma işlemi etkinlik yönergesi 49
Şekil 39 İki kesrin çarpma işlemi etkinlik yönergesi 49
Şekil 40 Bir doğal sayı ile birim kesri birbirine bölme işlemi etkinlik yönergesi 50
Şekil 41 Bir doğal sayı ile bir kesri bölme işlemi etkinlik yönergesi 51
Şekil 42 İki kesrin bölme işlemi etkinlik yönergesi 51
Şekil 43 Kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin etme etkinlik yönergesi-1 52
Şekil 44 Kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin etme etkinlik yönergesi-2 52
Şekil 45 Kesirleri karşılaştırma ve sıralama konusu öğrendiklerimizi uygulayalım soruları 54
Şekil 46 Kesirlerde toplama işlemi konusu öğrendiklerimizi uygulayalım soruları 55
Şekil 47 Kesirlerde çıkarma işlemi konusu öğrendiklerimizi uygulayalım soruları 56
Şekil 48 Bir doğal sayı ile bir kesri çarpma işlemi konusu öğrendiklerimizi uygulayalım soruları 57
Şekil 49 İki kesrin çarpma işlemi konusu öğrendiklerimizi uygulayalım soruları 57
Şekil 50 Bir doğal sayı ile birim kesri birbirine bölme işlemi konusu öğrendiklerimizi uygulayalım soruları 58
Şekil 51 Bir doğal sayı ile bir kesri bölme işlemi konusu öğrendiklerimizi uygulayalım soruları 59
Şekil 52 İki kesrin bölme işlemi konusu öğrendiklerimizi uygulayalım soruları 59
Şekil 53 Kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin etme konusu öğrendiklerimizi uygulayalım soruları 60
Şekil 54 Problemler 61
Şekil 55 Çoktan seçmeli ünite değerlendirme soruları 62
Şekil 56 Doğru yanlış ve boşluk doldurma içeren ünite değerlendirme soruları 62

Şekil 57 Tahmin içeren ünite değerlendirme soruları 63
Şekil 58 Açık uçlu ünite değerlendirme soruları 63
Şekil 59 Eşleştirme içeren ünite değerlendirme soruları 64

KISALTMALAR LİSTESİ

AFD	: Aksiyomatik Formal Dünya
KSD	: Kavramsal Somut Dünya
MEB	: Millî Eğitim Bakanlığı
NCTM	: National Coucil of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Kongresi)
NSSD	: Nesnel Süreçsel Sembolik Dünya
TDK	: Türk Dil Kurumu

1. BÖLÜM
GİRİŞ

Bireyin etrafında algıladığı nesne, durum, olay veya işlemleri birer kural çerçevesinde ifade edebilmesini sağlayan bir araç olan matematiğin, farkında olarak veya olmayarak edinilen ve sahip olunan bir bilişsel yeterlilik olduğu söylenebilir. Tarihsel süreç içerisinde matematiği Harezmi'nin bir sistematik düşünme biçimi (Seçer, 2021), Pisagor'un doğadaki her şeyi açıklayıp ispatlayan bir araç (Arslantaş İlter, 2020), Cahit Arf'in ezberleyerek değil sabırla keşfederek anlaşılacak bir sanat (TÜBİTAK ULAKBİM, 2024) olarak ele aldığı görülür.

Matematiğin tanımı faklı kaynaklarda farklı biçimlerde yapılmış ve hayatımızdaki yeri ve önemi vurgulanmıştır. Bayar'a (2021) göre matematik bireylere akıl yürütme alışkanlıkları ve mantıksal muhakeme yetisi kazandırıp kişisel becerilerine yön vermesi açısından oldukça önemli olmakla beraber, kişinin kendi öğrenme süreçleri içerisinde edindiği alışkanlıkların özümsenmesinde de önemli rol oynar. Gün'e (2021) göre ise matematik bir zihinsel biliş sürecidir ve anlama, tanıma, kavrama, akıl yürütme, anımsama gibi işlevleri aracılığıyla bireyin evreni ve kendisini anlamlandırma biçimi olarak ortaya çıkar. Altun (2006) ise matematik bilmenin problem çözme ve anlamlandırılma sürecindeki beceriler olduğunu söyler. Genel çerçeveden bakıldığında matematiğin birey için önemi ve gerekliliği, hayatı anlamlandırma aracı olarak vurgulanmıştır. Bu bağlamda tanıma, matematiksel düşünme, muhakeme, analiz gibi süreçlerin önem kazandığı söylenebilir.

Gerçek yaşam problemleri üzerinde matematiksel bilgi sayesinde yapılan çıkarım ve uygulamaların yaşamla iç içe olması sebebiyle matematik, insanların hayatı boyunca kullandığı beceri ve yöntemleri bünyesinde barındırır (Kösece, 2020). Bu beceri ve yöntemler matematiksel düşünme sayesinde gelişir, matematiksel dil sayesinde aktarılır ve böylece matematiksel dil kavramlar yoluyla düşünmeyi düzenleyerek bilişsel gelişim için bir araç halini alır (Akarsu Yakar, 2019). Matematiksel dil formüller, simgeler, işlemler gibi araçlar bütününden oluşur ve kavramlar arası ilişkilerin incelenmesine olanak sağlar (İçel, 2011).

Matematiği anlamak ve aktarmak için yararlanılan araçlarından biri olan okulların, matematiğin sistematik bir biçimde kategorize edilip basitten zora, somuttan soyuta gibi düzenlenerek aktarılmasına olanak tanıması sebebiyle, bu araçlar arasında en geniş yere sahip olduğu söylenebilir. Okullar matematiği belirli bir program çerçevesinde konu içerik ve kazanımlarına uygun hedefler doğrultusunda öğrencilere aktarır. Bu aktarımda kullanılan araçlardan bir diğeri olan ders kitapları bakanlık tarafından belirlenmekte ve okullarda

kullanılmaktadır. Ders kitaplarında kullanılan dilin de bir aktarım aracı görevi gördüğü için öğretim sürecinde doğrudan etkili olduğu söylenebilir.

Bu çalışmada 2022-2023 Eğitim Öğretim yılında okutulan 6.sınıf matematik ders kitabı kesirler konusunda kullanılan dilin içeriğine odaklanılacaktır.

Bu bölümde araştırmanın problem durumu, amacı, önemi, varsayımları ve sınırlılıkları üzerinde durulmuş ayrıca tanımlar ve kısaltmalara ait açıklamalar verilmiştir.

1.1. Problem Durumu

En genel ifadeyle bireyde istendik davranış değişikliği oluşturma süreci olarak tanımlanan eğitim (Ertürk, 1988; Akt: Seçer, 2021), doğumdan ölüme kadar devam eder. Bu süreç içerisinde bireyler gerçek yaşam durumları veya bilimsel öğrenim kazanımları karşısında bir davranış sergileyerek deneyim kazanırlar. Bu deneyimler sayesinde edinilen beceriler bütününe eğitim denebilir.

Eğitim, kapsamı açısından çok geniş bir kavramdır. Öyle ki Farabi eğitim için sağlam bir bedende, konuşma nezaketine uygun davranan, yüksek kavrayışlı, adil olabilen ve yeme içme gibi dünyevi maddi zevklerinde aşırılıkları bulunmayan bireylerin yetiştirilmesi ifadesini kullanmıştır (Tüzel vd., 2007, s. 4). Günlük yaşam içerisinde edinilmesi gereken görgü kurallarından, hayatı devam ettirmeyi sağlayan yaşam becerilerine, okullarda öğrenilen kültür derslerinden, bilim ve teknolojide ilerlemeye yol açan icatların yapılmasına kadar sayılabilecek tüm alanlarda eğitimin varlığı ve önemi göze çarpar. Toplumların öncelikleri arasında sayılabilecek doğru bilgiye ulaşmak, onu anlamak, yorumlamak ve yeni bilgiler üretmek, eğitim aracılığıyla edinilen problem çözme becerisine bir örnek teşkil eder. Günümüz eğitim sistemi de öğrencilere bilgiyi anlamlandırmayı öğretmeye yönelmiştir (Kösece, 2020). Bu bağlamda eğitim sistemi kapsamında yer alan öğretim programları önem kazanmaktadır. Öğretim programları, öğrencilerin ulaşmaları gereken bilgi ve beceri düzeylerini belirten öğrenme hedeflerini ortaya koyan ders programlarının bütünüdür (meb.müfredat, omu.edu.tr).

Öğretim programları okullarda derslerin sistemli bir şekilde işlenmesi ve öğrencilere beceri kazandırma hedeflerinin yerine getirilebilmesi için bir rehber görevi görmektedir. Ders kitapları bu rehberlik esnasında en çok yararlanılan kaynaklardan biri olmakla beraber, öğrencilerin direkt faydalanabildiği araçlardır. Bu sebeple ders kitapları, içerdikleri dil ve anlatım özellikleri bakımından da önem arz etmektedir. Çalıkoğlu Bali (2003), dil ile öğrenmenin ayrı düşünülemeyeceğini, bu yüzden matematik öğretimi ve dil araştırmalarının yapılması gerektiğini ifade etmiştir. Bu çalışma kapsamında matematik öğretim programı içerisindeki hedeflere ulaşma aracı olan ders kitaplarında kullanılan dilin önemi üzerinde

durulmuş ve öğrenme süreçleri üzerindeki etkileri matematiğin üç dünyası teorik çerçevesine göre incelenmiştir.

David Tall tarafından geliştirilmiş bir kavramsal çerçeve olan matematiğin üç dünyası, kullanılan dil üzerinden bireylerin zihinsel yapılarını gruplara ayırır. Tanıma, tekrarlama ve dil olarak gruplanan bu zihinsel yapılar sıralı biçimde gerçekleşmekle beraber doğrusal olmak zorunda değildir (Akarsu Yakar, 2019). Okullarda uygulanan eğitim öğretim programları içerisindeki matematik dersleri esnasında öğrencilerin içinde bulundukları zihinsel süreçleri gözlemleyebilmek, bireylere veya öğrenci grubuna uygun bir öğretim planlanabilmesine olanak sağlaması sebebiyle oldukça önemlidir. Millî Eğitim Bakanlığınca 2018 yılında yayınlanan Matematik Dersi Öğretim Müfredatında ortaokulu bitirmiş olan bireylerde sahip olması beklenen yetkinlikler arasında yer alan matematiksel yetkinlik mantıksal ve uzamsal düşünme ile formül grafik gibi sunumların matematiksel modlarını çeşitli seviyelerde kullanabilme becerileri ve istekleri şeklinde ifade edilmiş ve matematik dersi genel amaçları aşağıda belirtildiği şekilde sıralanmıştır.

Şekil 1

Milli Eğitim Bakanlığı matematik dersi genel amaçları

1. Matematiksel okuryazarlık becerilerini geliştirebilecek ve etkin bir şekilde kullanabilecektir.

2. Matematiksel kavramları anlayabilecek, bu kavramları günlük hayatta kullanabilecektir.

3. Problem çözme sürecinde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini rahatlıkla ifade edebilecek, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerindeki eksiklikleri veya boşlukları görebilecektir.

4. Matematiksel düşüncelerini mantıklı bir şekilde açıklamak ve paylaşmak için matematiksel terminolojiyi ve dili doğru kullanabilecektir.

5. Matematiğin anlam ve dilini kullanarak insan ile nesneler arasındaki ilişkileri ve nesnelerin birbirleriyle ilişkilerini anlamlandırabilecektir.

6. Üstbilişsel bilgi ve becerilerini geliştirebilecek, kendi öğrenme süreçlerini bilinçli biçimde yönetebilecektir.

7. Tahmin etme ve zihinden işlem yapma becerilerini etkin bir şekilde kullanabilecektir.

8. Kavramları farklı temsil biçimleri ile ifade edebilecektir.

9. Matematiği öğrenmede deneyimleriyle matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirerek matematiksel problemlere öz güvenli bir yaklaşım geliştirecektir.

10. Sistemli, dikkatli, sabırlı ve sorumlu olma özelliklerini geliştirebilecektir.

11. Araştırma yapma, bilgi üretme ve kullanma becerilerini geliştirebilecektir.

12. Matematiğin sanat ve estetikle ilişkisini fark edebilecektir.

13. Matematiğin insanlığın ortak bir değeri olduğunun bilincinde olarak matematiğe değer verecektir (MEB, 2018).

Araştırmanın veri kaynağı olan 6.sınıf matematik ders kitabının müfredat doğrultusunda içerdiği tüm konular arasında kesirler konusu en geniş yere sahiptir. Bu özelliği itibariyle 6.sınıf matematik öğretim hedefleri kapsamında kesirler konusunun büyük bir öneme sahip olduğu söylenebilir. Bu anlamda ders kazanımlarının işlenişi esnasında kullanılan dilin iyi analiz edilip matematiğin üç dünyası teorik çerçevesine göre kategorize edilmesinin hedeflere ulaşmada fayda sağlayacağı düşünülmektedir.

Çalışmada 6.sınıf kesirler konusu kazanımlarının öğretimi esnasında kullanılan ifadelerin, matematiğin üç dünyası teorik çerçevesi kapsamında ait oldukları süreçler tespit edilerek, okullardaki öğretim programlarının özel amaçlarına uyumlanması için önerilerde bulunulması hedeflenmiştir.

Kesirler konusu, içerisinde hem modellemeler hem işlemler hem de problem çözme ve tahmin konularını barındırır. Bu anlamda kesirler konusunun farklı öğrenme stillerindeki ve farklı seviyelerdeki her öğrenci için öğrenilebilir ve uygulanabilir bir kısmının var olduğunu söyleyebiliriz. Doğan (2018), NCTM ((National Council of Teachers of Mathematics, 2000)'nin kesir kavramının her düzeydeki öğrenci tarafından anlaşılabilmesi için soyut düşüncelerin somut kavramlar ile desteklenmesi gerektiği tavsiyesinde bulunduğunu aktarmıştır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Türk Dil Kurumu'nun dil kavramı için ifade ettiği tanımlardan bazıları mesleklere özgü bir söz dağarcığı olması veya bireyler arasında anlaşmayı uzlaşmayı sağlayan sesli ve görsel işretlerden oluşan bir sistem biçimindedir (Türk Dil Kurumu [TDK], 2020). Bu tanımlardan yola çıkarak matematiksel dil için sembol, şekil ve işlemlerle desteklenen sözlü ve yazılı bir sistemdir denebilir. Çalıkoğlu Bali (2003) de matematiksel dili matematiksel kavram, işlem ve sembollerin bir arada kullanıldığı kurallar bütünü şeklinde tanımlamıştır. İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve NCTM'de öne çıkarılan kavramsal ve işlemsel bilgilerin bir arada kullanılmasının öneminin, özellikle kesirler gibi karmaşık konuların öğretiminde dikkate alınması gerektiği vurgulanmıştır (Gevrek, 2024).

Bu çalışmada 6.sınıf ders kitabı kapsamında kesirler konusu bölümündeki konu anlatımları, örnek sorular, etkinlik yönergeleri ve uygulama değerlendirme sorularında kullanılan dilin incelenip matematiğin üç dünyası kavramsal çerçevesine göre hangi dünyaları temsil ettiğinin belirlenmesi amaçlanmıştır.

Bu bağlamda aşağıda belirtilen araştırma problemine ve alt sorularına cevap aranacaktır.

Araştırma Problemi:

Bu çalışmanın problem cümlesi aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir.

“Matematiğin üç dünyası teorik çerçevesi açısından 6.sınıf matematik ders kitabı 2.ünite kesirler konusunun içeriği nasıldır?”

Araştırma Alt Soruları:

1) Matematiğin üç dünyası teorik çerçevesi açısında 6.sınıf matematik ders kitabı kesirler konusunda yer alan konu anlatımı cümlelerinin içeriği nasıldır?
2) Matematiğin üç dünyası teorik çerçevesi açısından 6.sınıf matematik ders kitabı kesirler konusunda yer alan örnek soruların içeriği nasıldır?
3) Matematiğin üç dünyası teorik çerçevesi açısından 6.sınıf matematik ders kitabı kesirler konusunda yer alan etkinlik yönergelerinin içeriği nasıldır?
4) Matematiğin üç dünyası teorik çerçevesi açısından 6.sınıf matematik ders kitabı kesirler konusunda yer alan uygulama ve değerlendirme sorularının içeriği nasıldır?

1.3. Araştırmanın Önemi

Matematiğin anlatılması ve anlaşılmasının en önemli etkenlerinden biri kullanılan dildir. Matematik öğretiminde kullanılan araçlardaki konu anlatımı ve örneklendirme esnasında kullanılan dil, öğrencilerin anlam düzeylerine hitap etmekte ve dolayısıyla öğrenmeyi birincil aşamadan etkilemektedir. Ders kitapları öğretmenlere sınıf ortamında yapılan eğitim öğretim sırasında rehber olması, MEB’in müfredat içeriğini nasıl düzenlediği hakkında bilgi vermesi, öğrencilerin okul dışında da konu tekrarı veya soru çözümü yapabilmelerine olanak sağlaması, öğrencilerin öğrenme süreçlerine destek olmaya çalışan veliler için ise birer kaynak teşkil etmesi açısında öğretim süreçlerinin en önemli araçlarından biridir. Bu bağlamda ders kitaplarında kullanılan dilin matematik öğretiminde ve matematiksel düşünme süreçleri üzerinde yaratacağı etkiyi araştırmak önem arz etmektedir. Ayrıca Öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini yansıtmada önemli bir araç olan olan matematiksel dili doğru kullanmalarının gerekliliği de göz önüne alındığında onlara rehberlik eden kitapların incelenmesinin önemi daha da artmış olur.

Matematiksel ifadeler düşünme süreçleri ve öğrencilerdeki öğrenme düzeyi hakkında bilgi verirler. Ders kitaplarını konu anlatımı ve soru çözümü yapan birer öğretmen olarak ele aldığımızda kitapların içindeki cümleler birer matematiksel süreç ifadesine dönüşür ve hangi düşünme süreci kapsamında anlatım yapıldığı incelenebilir.

Piaget, dili çocuğun bilişsel gelişim sırasında edindiği simgesel yetenek olarak ifade etmektedir. Eğilmez (2010) e göre dili kullanabilme becerisi bilişsel gelişimin üst düzeylere ulaşabilmesi için bir ön koşuldur. Bu bağlamda ders kitaplarında uygun dil kullanımının öğrencilerin bilişsel gelişimi açısından da önemli olduğu söylenebilir.

Literatüre bakıldığında ders kitabı incelemesi yapılmış birçok çalışma olmasına rağmen Türkiye'de yapılan lisansüstü çalışmalarda matematiğin üç dünyası kavramsal çerçevesine göre kitap inceleme örneğine rastlanmamaktadır. Bu sebeple matematiksel düşünme süreçleri kapsamında ders kitabındaki konu anlatımı ve örnek sorularının incelenmesinin önemli olduğu, ortaokul öğrencilerinin somut düşünmeden soyut düşünmeye geçiş dönemi içinde olmalarından dolayı da matematiğin üç dünyası kavramsal çerçevesinin ilköğretim ders kitapları kapsamında temsil ettiği düzeylerin araştırılmasının literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Yurt içi ve yurt dışı literatürde hem kesirler konusu ile alakalı çalışmaların hem de ders kitabı incelemesi yapılmış olan çalışmaların yoğunluğu göze çarpmaktadır. Buradan yola çıkarak kesirler konusunun matematik öğretimi içerisinde ne denli önemli bir noktada olduğunu, ayrıca ders kitaplarının da son derece önemli öğretim materyalleri olarak araştırmaya değer görüldüklerini söyleyebiliriz. Tüm bunlar göz önüne alındığında bu çalışma hem kesirler konusunu hem ders kitabı inceleme hem de matematiğin üç dünyası teorik çerçevesini bir arada bulundurması sebebiyle, matematik ders kitabı inceleme çalışmaları arasında matematiğin üç dünyası teorik çerçevesi kapsamında yazılmış ilk çalışma olmakta ve bu da çalışmanın özgün değerini oluşturmaktadır.

Çalışmanın sonunda keşfedilecek mevcut durum ve ona bağlı yapılacak önerilerin, öğrencilerin kesirleri anlamlı öğrenmeleri ve istenilen başarıyı yakalamaları açısından etkili bir materyal olarak görülen ders kitaplarının uygun niteliklerde hazırlanmasına katkı sunması bağlamında önem arz edeceği düşünülmektedir.

1.4. Varsayımlar

6. sınıf matematik ders kitabı kesirler konusu konu anlatımı ve örnek sorularının matematiğin üç dünyası teorik çerçevesinde incelendiği bu çalışmada ders kitabındaki cümlelerin Türkçe dil bilgisi kurallarına uygun yazıldığı ve anlam kargaşasından uzak ifadeler kullanılarak yalın ve anlaşılır bir anlatım içerdiği varsayılmıştır.

1.5. Sınırlılıklar

Bu çalışma MEB tarafından 2022-2023 eğitim öğretim yılında okutulması için ortaokul ve imam hatip ortaokullarına gönderilen Koza Yayıncılığa ait 6. sınıf matematik ders kitabının 2.ünitesinde yer alan "Kesirlerle İşlemler" konusunda yer alan tanımlar ve örnek sorular ile sınırlandırılmıştır.

1.6. Tanımlar

Eğitim: Bireyde davranış değişikliği oluşturma sürecidir (Fidan, 2012)

Öğretim: Öğrenmeyi kolaylaştıracak etkinlikleri düzenleme, gereçleri sağlama ve kılavuzluk etme işi (Türk Dil Kurumu [TDK], 2020).

Öğretim Programı: Bir okulu bitirmek veya bir alanda uzmanlaşmak için okunması gereken ders ve konuları kapsayan plan, ders programı, müfredat, müfredat programı (Türk Dil Kurumu [TDK], 2020).

Kazanım: Öğretim süreci içerisinde planlanmış yaşantılarla öğrencide görülmesi beklenen bilgi, beceri, tutum ve değerlerdir (MEB, 2006).

Kesir: Bir birimin bölündüğü eşit parçalardan birini veya birkaçını anlatan sayı (Türk Dil Kurumu (TDK), 2020).

2. BÖLÜM
KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde matematik öğretimi ve matematik öğretiminde kullanılan dilin önemi üzerinde durulmuş, matematiğin üç dünyası kavramsal çerçevesi ile ilgili bilgiler verilmiş, kesirler konusu ve altıncı sınıf kesirler öğretim programı ile eğitim öğretimde ders kitaplarının yeri ve önemi incelenmiş ve ilgili çalışmalara yer verilmiştir.

2.1. Matematik Öğretimi

İnsanlık tarihi boyunca var olmuş bir disiplin olan matematik geçmişten günümüze gelişerek süregelmiştir ve hala daha gelişimini sürdürmektedir. Başlangıcının Mısır'da arazi ölçümleri yapmak amacıyla olduğu farklı kaynaklarda yazılan matematik tarihte günlük ihtiyaçlara ve sorunlara çözüm üretmek amacıyla kullanılmıştır (Akran, 2022). Baykul (2020) da matematiği gerçek yaşamda karşılaşılan problemlerin çözümünde başvurulan sayma, hesaplama ve ölçmeye dayalı, çeşitli sembolleri kullanan bir dil ve yardımcı olarak ifade etmektedir. Bu anlamda matematiğin varlığının fark edilmesi ve sorun gidermeye yardımcı olması amacıyla uygulanmış olmasının onun önemini ve faydasını ortaya koyduğu söylenebilir.

Matematik ne denli anlaşılır ve kullanılırsa günlük yaşamın da o denli kolaylaşacağı göz önüne alındığında matematiğin bir sisteme dökülmesinin ve bu sistem çerçevesinde öğrenimi ve öğretiminin yapılmasının gerekliliğinin de anlaşılır olacağı söylenebilir. Öyle ki Altun (2010) matematik öğretiminin amacını kişiye günlük hayatta ihtiyacı olan bilgi ve beceri ile beraber problem çözme becerisi ve olayları problem çözme yaklaşımı içinde ele alan bir düşünme biçimi kazandırmak olduğu şeklinde ifade etmiştir. Son yıllarda okullarda okutulan matematik ders kitapları üzerine yapılan araştırmalarda da günlük yaşam ile ilişkilendirilen problem, örnek ve konu anlatım cümlelerinin artırılarak yeterli düzeye ulaşması gerektiği sonucu ortaya çıkmıştır (Özdiner, 2021).

Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM) matematiksel niteliklere sahip olan bireylerin yaşamlarında daha iyi noktalarda olduklarını, bu yüzden matematiğin bütün bireyler tarafından anlaşılır olması, matematik öğretiminin etkili ve kalıcı bir şekilde yapılıp öğrencilerin bu anlamda desteklenmesi gerektiğini ifade etmektedir. Millî Eğitim Bakanlığının (2018) amaçları arasında da öğrencilerin bireysel farklılıklarından dolayı farklı öğrenme stillerinin ön planda tutulması gerektiği vurgulanmıştır.

Belirlenen hedefler doğrultusunda yapılacak öğretimin niteliğinin, içerdiği farklılıklarla zenginleşeceği söylenebilir. Bu farklılıklar aynı zamanda matematiğin üç dünyası kapsamında farklı dünyalara ait ifadeleri de içereceğinden farklı düzeylerdeki öğrencilerin öğrenmelerine

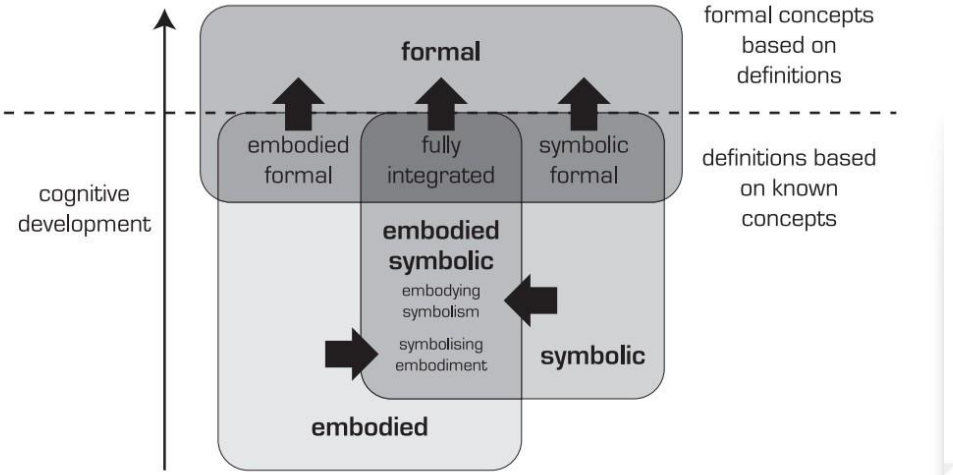
de olumlu yönde etki edecektir. Öğretim sürecinde öğretmen rolünde kabul edebileceğimiz ders kitaplarının, öğrencilerin karşısında birer anlatıcı olarak düşünülebileceği, o yüzden de bu hususlara dikkat edilerek hazırlanmış olmasının önemli olduğunu söylenebilir. Kitaplarda bulunan tüm anlatım ve örneklendirme cümleleri birer sözel ifade içermektedir. Öğrencilerden beklenen sözel ifadeleri anlayıp analiz edip çözüme ulaşma aşamalarının gerçekleşebilmesi için kullanılan sözel ifadelerin en doğru ve anlaşılır biçimde olması önemlidir. Kitaplardan yararlanarak yapılacak öğretimde kullanılan matematik dilinin, kavramları öğrenme ve problem çözmedeki önemi düşünüldüğünde bu aracın öğrencilerin sözel ifadeleri sembolik ifadelere çevirebilmelerine ve matematik öğrenimi sürecine katkı sağlayacağı görülmektedir (Akarsu Yakar, 2019).

2.2. Matematiğin Üç Dünyası

Bireylerin somut dünyadan sembolik dünyaya geçişteki düşünme süreçlerini inceleyen matematiğin üç dünyası kavramsal çerçevesi David Tall (2007) tarafından geliştirilmiştir. David Tall matematiksel düşüncenin, genlerimizde doğumdan önce var olan yetenekler üzerine kurulduğunu ve yeni durumların bireyin daha önce karşılaştığı deneyimlere dayanarak yeni bilgiler inşa edilmesine olanak tanıdığını ifade eder (Powell, 2015). Tall bireyin sahip olduğu zihinsel yapıları, doğduğumuzda sahip olunanları set-before (deneyim öncesi), deneyimler üzerinde inşaa edilenleri met-before (deneyim sonrası) olarak isimlendirerek, iki gruba ayırmıştır (Tall 2013). Tall set-before zihinsel yapıları renkleri ve desenleri tanımak, nesneleri takip etmek ve eylemleri tekrarlamak, birlik ikilik gibi nesnelerin farkına varmak ve düşünme şeklimizi geliştirmek için dili kullanmak şeklinde örneklendirerek onların matematiksel düşünme süreçleri için ön hazırlıklar olduğunu ifade etmiştir (Tall, 2008). Met-before zihinsel yapıları ise tanıma, tekrarlama ve dil olarak üç gruba ayrılmıştır. Matematiğin üç dünyası met-before zihinsel yapılar içerisindedir. Kavramsal somut dünya tanıma, nesnel süreçsel sembolik dünya tekrarlama ve aksiyomatik formal dünya dil olarak kısaca söylenebilir. David Tall bu üç dünyanın birbirine bağlı olduğunu ve tam ve sıralı bir biçimde gerçekleşeceğini ifade etmekle beraber, düşünmenin doğrusal biçimde ilerlemek zorunda olmadığını ve üç düşünme dünyası arasında hareket edilebileceğini de söyler (Tall, 2008). Pirie ve Kieren de öğrencilerin hiçbir zaman aynı yere aynı şekilde dönmediğini, her zaman farklı bir şey öğrenmiş olduklarını ifade ederek bu döngünün matematiği anlama yolunun tek yönlü olmayan doğasını ortaya çıkardığını ifade eder (Pirie ve Kieren, 1994; Akt Powell, 2015).

Şekil 2

Matematiğin üç dünyası aracılığıyla bilişsel gelişim (Tall, 2008, s.8)



2.2.1. Kavramsal Somut Dünya

Kavramsal somut dünya en başta gerçek dünyada görülüp hissedilen fakat sonra zihinde hayal edilen dünyadır. Nesnelerin özelliklerinin algılanmasına ve üzerinde düşünülmesine dayanır (Tall, 2008). Bu dünyada bireyin kendi algıları ve düşünceleri ile sahip olduğu görsel uzamsal imgelerin önemli olduğu vurgulanır. Böylece kavramsal somut dünya düzeyindeki bir birey zihnindeki kavramı tasvir edip ismini söyleyebilir ve onu sınıflandırabilir (Akarsu Yakar, 2019). Fiziksel deneyim ve sezgisel kavramlara dayanan bu dünyada çocuklar temel matematiksel kavramları, nesneleri gözlemleyerek ve onlarla etkileşim kurarak öğrenir. Bir çocuğun elinde tuttuğu elmalarla toplamayı öğrenmesi bu dünya düzeyinde bir eylemdir (Tall, 2004). Örneğin “çember” şeklindeki bir görüntünün “yuvarlak” olarak söylenmesi de yine kavramsal somut dünya düzeyinde yer alır.

2.2.2. Nesnel Süreçsel Sembolik Dünya

Nesnel süreçsel sembolik dünya semboller ve işlemler dünyasıdır. İşlemler için kullanılan semboller bu dünyada düşünme süreçlerinin oluşumuna yol açar ve düşünce kavramlarına geçişi sağlar (Tall, 2004). Eylemle birlikte kavram oluşumu da gerçekleşmeye başlar ve böylece somut dünyadan sembolik dünyaya geçiş süreci olarak kabul edilir (Akarsu Yakar, 2019). Tall bu dünyada düşünme sürecini hem bir işlem hem de o işlem sonucundaki matematiksel ifadeler anlamındaki “procept" kavramıyla açıklar. “5+3” işleminin düşünülmesi ve sonucundaki 8 değerinin bulunması bu duruma bir örnektir (Tall, 2004). Sonuç olarak “+”

sembolü önceleri sadece bir görsel sembol iken daha sonra işlem yapma haline ve toplama kavramının varlığına dönüşür.

2.2.3. Aksiyomatik Formal Dünya

Aksiyomatik formal dünyada yeni kavramların oluşumu ve tanımlanması söz konusudur. Birey bu kavramlara ait mantıklı özellikler türetebilir ve resmi kanıt yoluyla yeni bir teorem dizisi oluşturabilir (Tall, 2004). Bireyin zihninde var olan matematiksel yapılara dayalı olarak oluşturduğu özgün tanımlamaların yer aldığı bu dünya mantıksal muhakeme yoluyla bir ispat sürecini içerir (Akarsu Yakar, 2019). Bu dünyada öğrenciler sadece işlemler yapmaz, matematiksel argümanların doğruluğunu kanıtlamak için mantıksal çıkarımlarda da bulunurlar (Tall, 2004). Örneğin problem çözme sırasında en yakın sonucu tahmin edebilmek için bireyin geliştirdiği yöntemler aksiyomatik formal dünya düzeyinde yer alır.

2.3. Altıncı Sınıf Kesirler Öğretim Programı

İlköğretim matematik programı içerisinde kesirler konusu 1. sınıftan itibaren kazanımlara dahil edilmiştir. Kesir kavramının ve içerdiği anlamların öğretilmesi amacıyla her sene basitten karmaşığa, somuttan soyuta doğru ilerleyen bir düzenleme içerisinde sınıf seviyelerine göre kazanımlar oluşturulmuştur. Bu kazanımlar incelendiğinde 1. sınıfta bütün ve yarım kavramlarının, 2. sınıfta bütün ve yarıma ek olarak çeyrek kavramının, 3. sınıfta birim kesir ve basit kesirlerin, 4. sınıfta yine önceki bilgilerin üzerine eklenecek şekilde basit bileşik ve tam sayılı kesirler, birim kesirleri karşılaştırma sıralama, bir çokluğun basit kesir kadarını belirleme, kesirlerle toplama çıkarma ve 5. sınıfta da tam sayılı kesirler ile bileşik kesirleri birbirine dönüştürme, bir doğal sayı ile bileşik kesri karşılaştırabilme, denk kesirler, sırlama, bütünden parçaya ve parçadan bütüne hesaplamalarını yapabilme ile toplama çıkarma işlemlerini yapabilme kazanımlarının öğretilmesinin beklendiği görülmektedir (MEB, 2018).

Kesirler konusu özelinde 6.sınıf seviyesine gelindiğinde öğrencilerin temel biçimde kesir kavramını bildikleri, toplama çıkarma ve sadeleştirme genişletme işlemleri ile problem çözümü yapabiliyor oldukları kabul edilmektedir. Varsayılan bu hazır bulunuşluk düzeyi üzerine öğrencilerin 6. sınıf seviyesinde edinmesi beklenen kazanımlar aşağıda sıralanmıştır:

Şekil 3

Milli Eğitim Bakanlığı 6.sınıf kesirler konusu kazanımları

- Kesirleri karşılaştırır, sıralar ve sayı doğrusunda gösterir.
- Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar.
- Bir doğal sayı ile bir kesrin çarpma işlemini yapar ve anlamlandırır.
- İki kesrin çarpma işlemini yapar ve anlamlandırır.
- Bir doğal sayıyı bir kesre ve bir kesri bir doğal sayıya böler, bu işlemi anlamlandırır.
- İki kesrin bölme işlemini yapar ve anlamlandırır.
- Kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin eder.
- Kesirlerle işlem yapmayı gerektiren problemleri çözer.
- Bölme işlemi ile kesir kavramını ilişkilendirir (MEB, 2018).

Matematik öğrenimi önceki bilgilerin üzerine yenilerinin inşa edilmesi ve eski ve yeni bilgi arasındaki ilişki bağını kurabilmek üzerine gerçekleşmektedir (Doğan, 2018). Kesir konusunun hem ilkokul hem de ortaokul programlarındaki sıralılığı ve yoğunluğu dikkate alındığında, öğrencilerin ileriki sınıf seviyelerindeki kazanımları da daha kolay bir biçimde öğrenebilmeleri açısından 6. sınıf kesirler programının mevcut kazanımların hepsini derlemiş durumda olması sebebiyle önemli bir yere sahip olduğu söylenebilir.

2.4. Matematik Eğitiminde Ders Kitaplarının Yeri ve Önemi

Eğitimin en önemli araçlarından biri olan ders kitapları, öğretim programı kapsamındaki bilgileri planlı bir biçimde açıklayan ve öğrencilere dersin hedefleri doğrultusunda yön veren bir rehberdir (Khalidova & Tapan-Broutin, 2017). Öğrenciler, bilgileri bir bütün halinde bulabildikleri, konularla ilgili anlatım, örnek ve formüllerin derlendiği kitapları birer yardımcı olarak sıklıkla kullanmaktadır. Burada amaç konu için ön hazırlık, konuyu sıfırdan çalışma veya okulda işlenmiş olan konuyu daha sonra kendi başına tekrar etme olabilmekle beraber hepsinin temelinde ortak olarak konuyu kavrayabilmektir. Öğrencilerin zihninde gerçekleşen kavrama durumunu Skemp (1978) ilişkisel kavrayış ve araçsal kavrayış olarak iki gruba ayırmıştır. Araçsal kavrayışta öğrencinin bir kuralın sebeplerini bilmeden ezberlemesi söz konusu iken ilişkisel kavrayışta öğrenci işlemi neden yaptığını bilir ve genelden yola çıkarak yeni özel kurallar türetebilir (Yazgan, 2007).

Ders kitaplarında yer alan ifadelerin öğrencilerin konuyu kavramalarına yardımcı olduğu düşünülmektedir. Bu noktada, ders kitabını bir öğretici rolünde kabul eden bu çalışma için kitapların içerdiği dilin önemi ortaya çıkmaktadır. Yazgan (2007) çalışmasında kavrayış çeşitlerinin avantaj ve dezavantajlarını incelemiş, araçsal kavrayışın zamandan tasarruf sağlarken kalıcı öğrenme oluşturma noktasında geride kalabildiğini, ilişkisel kavrayışın da uzun zaman ve emek gerektirmesine rağmen kalıcı öğrenmede daha etkili olduğunu ifade etmiştir.

Bir başka çalışmada Gray ve Tall (1994) öğrencilerin düşünme biçimlerini prosedürel düşünme ve proseptüel düşünme olarak ikiye ayırmıştır. Prosedürel düşünme sayılar ve sembollerle işlem yapabilme, proseptüel düşünme ise sembolleri kullanarak yeni çıkarımlar yapabilme anlamlarına gelmektedir. Daha yetenekli öğrenciler genellikle proseptüel düşünme gerçekleştirirken, daha az yetenekli öğrenciler prosedürel düşünme gerçekleştirmekte ve bu farklılık ileriki zamanlarda öğrenciler arasındaki ayrımın büyümesine sebep olmaktadır (Gray & Tall, 1994).

Matematiğin üç dünyası teorik çerçevesi kapsamındaki dünyalara ait ifadeler kavrayış ve düşünme biçimleri ile karşılaştırılacak olursa nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyindeki ifadelerin daha çok araçsal kavrayış ve prosedürel düşünme biçimi ile, aksiyomatik formal dünya düzeyindeki ifadelerin de daha çok ilişkisel kavrayış ve proseptüel düşünme biçimi ile örtüştüğü söylenebilir.

2.5. İlgili Araştırmalar

Bu bölümde, araştırma ile alakalı yurt içi ve yurt dışında araştırmacıların yapmış olduğu matematik ders kitabı inceleme, kesirler ve matematiğin üç dünyası konularını içeren çalışmalara yer verilmiştir.

2.5.1. Yurt İçinde Yapılan Çalışmalar

Ders kitabı;

Turan (2019), “6. Sınıf matematik ders kitabının öğretmen ve öğrenci görüşleri doğrultusunda değerlendirilmesi” adlı yüksek lisans çalışmasında ders kitabındaki içerikler ile alıştırma ve değerlendirme çalışmalarının yeterlilik düzeyleri üzerinde çalışmış, mevcut kaynağı görsel ve biçimsel tasarım açısından öğretmen ve öğrenci görüşlerini dikkate alarak incelemiştir. Veri toplama aracı olarak kullanılan 2 farklı anket 112 ortaokul matematik öğretmeni ve 179 altıncı sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Araştırmanın sonucunda içeriğin öğretmenlerin büyük çoğunluğu tarafından öğretim programına uygun kazanımlardan oluştuğunun söylendiği, görsel ve biçimsel olarak ise öğrencinin gelişim düzeyiyle ve içerikle

uyumlu olduğu görüşünün ortaya çıktığı tespit edilmiştir. Mevcut ders kitabında alıştırmaların sayısının yetersiz olması ile beraber, her seviyedeki öğrencinin gelişimine destek vermediği ve gelişimsel farklılıkları ile kavram yanılgılarını dikkate almadığı sonucu ortaya çıkmıştır.

Yüksel (2010), "İlköğretim 6. sınıf matematik ders kitaplarının öğretmen ve öğrenci görüşleri doğrultusunda değerlendirilmesi" adlı yüksek lisans çalışmasında hazırlamış olduğu öğretmen ve öğrenci anket formunu Adana ilindeki 20 ilköğretim okulunda 49 matematik öğretmeni ve 535 öğrenciye uygulamıştır. Araştırmanın sonucunda öğretmen ve öğrencilerin kitap ve yardımcı materyallerinin teknik tasarım ve düzenleme konusunda yeterli görüşlere sahip olduklarını düşündükleri fakat içerik, dil ve anlatım ve ölçme değerlendirme gibi özellikler açısından bu iki grubun da kısmen yetersiz görüşlere sahip oldukları, matematik ders kitabını kısmen yeterli bulmadıkları, ayrıca matematik ders kitabının daha kaliteli baskı ve cilde daha renkli ve eğlenceli hale getirilmesinin yanı sıra kitapta geniş konu anlatımlarının ter almasının bireysel çalışmalara olanak vereceği için örnek ve alıştırmaya daha fazla yer veren bir kitap olmasını istedikleri tespit edilmiştir.

Kocaoğlu Er (2016), "İlköğretim matematik öğretmenlerinin 5. ve 6. sınıf matematik ders kitaplarına ilişkin görüşleri" adlı yüksek lisans çalışmasını ders kitapları ile 2013 yılından itibaren kademeli olarak kaldırılan öğrenci çalışma kitapları ve öğretmen kılavuz kitaplarıyla ilgili görüşlerinin belirlenmesi amacıyla Yozgat ilinde bulunan ilköğretim okullarında görev yapan toplam 48 matematik öğretmeni üzerinde gerçekleştirilmiştir. Çalışmaya katılan öğretmenlere görüşme formu uygulanmış, uygulama sonucunda elde edilen veriler betimsel analiz yaklaşımı ile incelenmiş ve her soru için kategoriler oluşturulmuştur. Araştırmanın sonucunda, öğretmenlerin büyük çoğunluğu tarafından, ders kitaplarının konu anlatımı ve soru bakımından yetersiz olduğunu düşündükleri, bu yüzden öğretmenlerin ders kitapları dışında yardımcı kaynaklardan veya kendi hazırladıkları notlardan yararlandıkları bulgusuna ulaşılmış, öğretmenlerin büyük çoğunluğunun özellikle alıştırma yapma ve ödevlendirme açısından öğrenci çalışma kitaplarının gerekli olduğu görüşünü savundukları belirlenmiştir.

Özdiner (2021), "İlkokul ve ortaokul matematik ders kitaplarındaki etkinliklerin matematiksel ilişkilendirme becerisi açısından incelenmesi" adlı yüksek lisans çalışmasında 2018-2019 eğitim ve öğretim yılında kullanılan sekiz tane ilkokul ve ortaokul matematik ders kitabındaki etkinlikleri inceleme amacıyla doküman analizi yöntemi kullanmıştır. Etkinlikler, gerçek hayatla ilişkilendirme, farklı disiplinlerle ilişkilendirme, ilişkilendirilmiş etkinliklerde kullanılan bağlam türleri ve ilişkilendirilmiş etkinliklerin problem olma durumu kategorileri çerçevesinde incelenmiştir. İncelenen 8 ders kitabında toplamda 254 etkinliğe yer verildiği, bunların %48'inde gerçek hayatla ilişkilendirme yapıldığı, %52'sinde ise yapılmadığı

görülmüştür. Tüm ders kitaplarında etkinliklerin sadece 4 tanesinde farklı disiplinlerle ilişkilendirme yapıldığı, bağlam açısından bakıldığında ise, kitaplarda 34 farklı bağlama yer verildiği ve en sık kullanılan bağlam türünün 'okul gereçleri' olduğu ortaya konmuştur. Ders kitaplarında var olan etkinliklerden gerçek hayat ve farklı disiplinle ilişkilendirilmiş etkinliklerin çok azının problem durumu oluşturduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Kılıçoğlu (2020), Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisinde yayınlanan "Ortaokul Matematik Ders Kitabı Etkinliklerinde Soyutlama Becerisinin İncelenmesi" adlı makalesinde Millî Eğitim Bakanlığı'nca önerilen ve Hatay'da kullanımı tercih edilen ders kitaplarını çalışma grubu olarak kullanmış ve toplamda 157 etkinlik incelemiştir. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden doküman incelemesi kullanılmış ve elde edilen dokümanlara betimsel analiz uygulanmıştır. Çalışmada 6. sınıf etkinliklerinin (%31) soyutlama becerisini diğer sınıfların etkinliklerine nazaran daha iyi temsil ettiği, diğer öğrenme alanlarına kıyasla ise geometri ve ölçmede soyutlama becerisini ortaya çıkarmaya yönelik eylemlerine daha çok yer verildiği fakat müfredatın önerdiği ve problem çözme, ispat yapma, ilişkilendirme gibi matematiğin etkili yapılandırılması için gerekli olan soyutlama becerisinin, ders kitaplarında yeteri kadar yer bulmadığı sonuçlarına ulaşılmıştır.

Işık (2010), "İlköğretim 4., 5. ve 6. sınıf matematik ders kitaplarının problem kurma etkinliği bakımından incelenmesi" adlı yüksek lisans çalışmasında eğitim programları ve ders kitaplarında problem kurma stratejilerine ne kadar yer verildiğini tespit etmeyi amaçlamıştır. Araştırma tarama modeline dayalı, belgesel tarama yolu ile yapılandırılmış nitel bir araştırma olup araştırmanın çalışma grubu ilköğretim matematik 4,5 ve 6.sınıf ders kitaplarıdır. Araştırmanın sonucunda problem kurma stratejisinin ders kitaplarında henüz istenilen yaygınlığa ulaşamadığı ancak daha önceki ders kitaplarına oranla daha fazla yer verildiği tespit edilmiştir.

Bayar (2021), "Ortaokul 5.sınıf matematik ders kitabı ile yaygın olarak tercih edilen alternatif ders kitabının karşılaştırmalı analizi" adlı yüksek lisans çalışmasında okulda okutulan matematik ders kitabı ile alternatif ders kitabında bulunan soruları karşılaştırarak benzerlik ve farklılıklarını ortaya koymayı amaçlamış ve ele aldığı soruları sayılarına, türlerine, işlemsellik-kavramsallık durumlarına ve yenilenmiş Bloom taksonomisine göre analiz etmiştir. Doküman incelemesi yöntemi ile hazırlanan çalışmanın veri kaynağı her iki ders kitabındaki soruların tümüdür.

Literatürde kitap incelemelerinin yanı sıra bu çalışma kesirler konusu üzerinden yapıldığından kesirler ile ilgili çalışmalara da yer verilmiştir.

Kesirler;

Yazgan (2007), "10-11 yaş grubundaki öğrencilerin kesirleri kavramaları üzerine deneysel bir çalışma" adlı doktora çalışmasında eşit dağıtım ve paylaştırma durumlarını, problem çözmeyi, grup ve sınıf tartışmalarını esas alan bir deneysel öğrenme ortamının 4 ve 5. sınıf öğrencilerinin kesir kavramını kazanımları üzerindeki etkisini incelemiştir. Çalışmada deney grubu olarak seçilen bir ilköğretim okulunda 16 ders saati süreyle öğretim yapılmış ve sonuçlar kontrol grubu olarak seçilen başka bir ilköğretim okulundan elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Her iki gruba, grupları denkleştirmek ve başarı düzeylerine göre alt gruplara ayırmak amacıyla Genel Matematiksel Başarı Testi (GMBT), öğretimin etkisini ölçmek amacıyla Kesir Kavrayış Ön Testi (KKÖT) ve Kesir Kavrayış Son Testi (KKST) uygulanmış, deney grubundaki öğrenciler öğretime devam ederken, kontrol grubundaki öğrenciler öğretmen merkezli sunumun ve bireysel ödevli çalışmalarının ağırlıkta olduğu geleneksel öğretime devam etmişlerdir. Çalışmanın nicel sonuçlarına göre öğretimin sonunda deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilerinkinden daha güçlü ve ilişkisel bir kavrayış kazandıkları, öğretimin etkisinin öğrencilerin başarı düzeylerine ve cinsiyetlerine göre farklılaşmadığı bilgisine ulaşılmıştır. Çalışmanın nitel sonuçlara göre ise, deney grubundaki öğrencilerin özellikle temel kavramların (birim kesir, kesirlerin denkliği, kesirleri karşılaştırma ve sıralama vs.) anlamlarının kazanımı ve problemleri görselleştirme açısından kontrol grubundakilere göre daha ileri bir düzeye ulaştıklarını görülmüştür.

Doğan (2018), "Sınıf öğretmenlerinin kesrin anlamlarına yönelik bilgileri ve kesirlerin öğretiminde kullandıkları modeller" adlı doktora çalışmasında karma yöntemin eşzamanlı üçgenleme deseni kullanmıştır. Bunun için nicel veri aracı olarak başarı ölçme testi geliştirilip kullanılmış ve nitel veri aracı olarak yarı yapılandırılmış görüşme formu geliştirilip sınıf içi gözlem yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın nicel veriler için çalışma grubu 1.sınıftan 4.sınıfa kadar en az bir kez sınıf öğretmeni olarak görev yapmış ve aktif çalışmaya devam eden 266 sınıf öğretmeninden, nitel veriler için çalışma grubu ise gönüllülük esasına göre görüşmeyi kabul eden 14 sınıf öğretmeninden oluşturulmuştur. Nicel verilerin analizinde istatistiksel veri analizi paket programı (SPSS 21) kullanılırken, nitel verilerin analizinde ise içerik analizi yapılmıştır. Araştırma sonucunda çalışmaya katılan sınıf öğretmenlerinin kesrin genel anlamına yönelik başarı ortalaması yüz üzerinden 60,2 puan olarak bulunmuştur. Sınıf öğretmenlerinin kesrin beş alt anlamına yönelik olarak başarı testinden aldıkları puanların ortalamaları incelendiğinde kesrin işlemci anlamına ait ortalama puanın %80, parça-bütün (%68), ölçü (%54), bölme (%51) ve oran (%48) olduğu tespit edilmiştir. Sınıf öğretmenlerinin kesrin alt anlamlarına göre kullandıkları modellerin incelenmesi sonucunda, kesir modellerinin gösterim

şekillerinin değişkenlik gösterdiği, en çok modellenen kesrin alt anlamının parça bütün anlamı olduğu ve genel olarak en çok kullanılan modelleme türünün ise alan modeli olduğu tespit edilmiştir.

Macit (2019), "6. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki imajlarının kavram yanılgıları ve başarıları ile ilişkisinin incelenmesi" adlı çalışmasını karma yöntem desenlerinden yakınsayan paralel desene uygun olarak tasarlamıştır. Araştırmanın evreni 2018-2019 eğitim-öğretim yılında, Malatya ilinde Millî Eğitim Bakanlığı'na bağlı ortaokulların 6. sınıflarında öğrenim görmekte olan 633 öğrenciden oluşmaktadır. Araştırma verileri "Kesir Kavram İmajı Anketi", "Üç Aşamalı Kesir Kavram Yanılgısı Testi" ve "Kesir Başarı Testi" kullanılarak elde edilmiştir. Araştırma sonucunda 6. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki kavram yanılgısı puanlarının ve başarı puanlarının sahip oldukları kavram imajlarına göre anlamlı bir şekilde farklılaştığı, parça-bütün kavram imajına sahip olan öğrencilerin diğer öğrencilere göre daha başarılı oldukları ve daha az sayıda kavram yanılgısına sahip oldukları, öğrencilerin en çok sahip oldukları kavram imajlarının sırasıyla, bölüm, parça-bütün ve pay-payda kavram imajları olduğu ve diğer kavram imajlarına sahip olan öğrenci sayısının bu üç kavram imajına göre oldukça düşük olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin en çok sahip oldukları kavram yanılgılarının sırasıyla "Referans alınan bütün ne olursa olsun referans alınan aynı kesirlerin belirttikleri miktarın aynı olduğunun düşünülmesi.", "Kesirlerde çarpma işleminin tam sayılarda olduğu gibi her zaman sayının değerini büyütmesi gerektiğinin düşünülmesi.", "Bileşik kesirleri parça-bütün şeklinde gösterirken, bütünü pay kadar parçaya bölme." yanılgıları olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Ceylan (2024), "Öğretmenlerin, öğrencilerin ve ebeveynlerin matematiksel ifadeleri okuma biçimlerinin incelenmes: Kesirler örneği" adlı çalışmasında ortaokul matematik öğretmenleri, diğer branş öğretmenleri, 7.sınıf öğrencileri ve ebeveynlerin matematiksel ifadeleri okuma biçimlerini incelemeyi amaçlamış ve niteliklere araştırma yöntemi desenlerini bütüncül çoklu durum çalışması deseni kullanmıştır. Her kategoriden yirmi beşer katılımcı ile görüşülen çalışmada katılımcılara kesir ile kesirlerde çarpma bölme işlemleri ile alakalı üç ana soru ve üçer alt soru yöneltilerek matematiksel ifadeleri okuma biçimleri, farklı okuma biçimleri ve ifadelerin anlaşılmasına yönelik okuma biçimleri belirlenmiştir. İçerik analizi yöntemi ve betimsel istatistikten yararlanılan çalışmada katılımcıların sunduğu alıntılara yer verilerek bulgular elde edilmiştir. Çalışmanın sonucunda matematiksel ifadelerin okunmasında işlemsel literal okuma biçiminin ön plana çıktığı, katılımcıların çoğunun farklı okuma biçimleri üretmekte zorlandıkları, kavramsal düzeyde okuma yapan katılımcı sayısının çok az olduğu, matematik öğretmenleri ile diğer katılımcıların okuma biçimleri arasında önemli bir farklılık

olmadığı bulgularına ulaşılmış ve öğretmen, öğrenci ve ebeveynlerin matematik okumalarının kavramsal olarak gelişmesi için ders kitapları ve öğretim materyallerine kavramsal okumanın entegre edilmesi önerisinde bulunulmuştur.

Gevrek (2024), "7.sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgileri ile kesirler konusuna yönelik öz yeterliklerinin incelenmesi" adlı çalışmasında ilişkisel tarama modeli kullanmış ve öğrencilerin kesirler öz yeterlik algıları ile kavramsal işlemsel bilgileri matematik başarı ortalaması değişkenine göre karşılaştırıp her üç kavram arasındaki ilişki durumunu ele almıştır. Araştırmanın verileri Adana ilindeki üç devlet okulunda öğrenim gören 396 7.sınıf öğrencisine uygulanan "Kesirler öz yeterlik algısı ölçeği" ile "Kesirlerde kavramsal ve işlemsel bilgi testleri"nden elde edilmiş, bulguların sonucunda matematik başarısı daha yüksek olan öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgileri ile öz yeterlik algılarının daha yüksek olduğu , öğrencilerin kavramsal bilgi, işlemsel bilgi ve öz yeterlik algıları arasında pozitif yönde bir anlamlı ilişki bulunduğu, kavramsal bilgi ile işlemsel bilgi arasında güçlü düzeyde, kavramsal ve işlemsel bilgi ile öz yeterlik algısı arasında ise orta düzeyde pozitif yönde bir ilişki olduğu tespit edilmiştir.

Matematiğin üç dünyası;

Akarsu Yakar (2019), "Ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme süreçlerinin ve matematiksel dil becerilerinin matematiğin üç dünyası kavramsal çerçevesi açısından incelenmesi" adlı çalışmasında farklı cebirsel düşünme ve geometrik düşünme düzeylerine sahip öğrencilerin düşünme boyutlarını ve dil becerilerini incelemiştir. 2017-2018 yıllarında Kocaeli ilinde gerçekleştirilen çalışma karma desenle tasarlanmış ve 6,7,8.sınıf düzeylerini kapsamıştır. Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini belirlemek amacıyla geliştirilen 27 soruluk Cebirsel Düşünme Düzey Belirleme Testi testi, cebirsel düşünmenin ilk üç düzeyine yönelik hazırlanmıştır. Tez çalışmasında geometrik düşünmenin ilk üç düzeyi temel alındığı ifade edilmiştir. Çalışmada geometrik düşünmenin ilk üç düzeyi temel alınmakla beraber, öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek amacıyla Alyeşil (2005) tarafından geliştirilen ve geometrik düşünmenin ilk dört düzeyine yönelik olan Geometrik Düşünme Düzeyleri Ölçeği de kullanılmıştır. Bu iki test 2808 öğrenciye uygulanmış, daha sonra amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenen 6,7 ve 8.sınıf düzeylerinden farklı cebirsel ve geometrik düşünme düzeylerine sahip 23 öğrencinin her biriyle ayrı olarak üç ayrı oturumda yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Birinci oturumda cebir öğrenme alanına yönelik sorular sorularak öğrencilerin KİSS (Kavramsal işlemsel sembolik süreç) kavramına dair bilgi yapıları ve sembolik ifade oluşturma süreçleri, ikinci oturumda geometri öğrenme alanına yönelik sorular sorularak öğrencilerin üçgen kavramına dair bilgi yapıları incelenmiş ve üçüncü

oturumda üçgen eşitsizliği ve Pisagor Bağıntısını gerçek yaşam durumu içerisinde oluşturmaları beklenmiştir. Sonuç olarak ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme ve geometrik düşünme düzeylerinin büyük çoğunlukla birinci düzeylerde yer aldığı, matematiksel düşünme süreci geliştirmede ise cebirsel ve geometrik düşünme düzeylerinin birlikte etkili olduğu belirlenmiştir. Öğretim programları dahilinde bulundukları sınıf düzeyine ait olmayan kazanımların yer aldığı sorularda 6. sınıf ve 7. sınıf öğrencilerinin aksiyomatik formal dünya boyutunda düşünme süreci geliştirdikleri ve 6. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme süreçlerinin kavramları oluştururken daha özgün olduğu görülmüştür. Ortaokul öğrencilerinin matematiksel dil becerilerinin çoğunlukla kavramsal somut dünya boyutu ile sınırlandığı, cebirsel düşünme düzeyi arttıkça sembolik ifade oluşturma becerisinin de arttığı, ancak öğrencilerin yazılı dil kullanımında hatalar yapıp görsel dil becerilerinde yetersiz kaldıkları tespit edilmiştir.

2.5.2. Yurt Dışında Yapılan Çalışmalar

Ders kitabı;

Haggarty, L. ve Pepin, B. (2002) yazdıkları “Matematik Ders Kitapları ile İngilizce, Fransızca ve Almanca Sınıflarında Kullanımlarının İncelenmesi: Kim Neyi Öğrenme Fırsatına Sahiptir?” adlı makalede İngiltere, Fransa ve Almanya’daki ders kitaplarını ve bunların sınıflardaki kullanımlarını incelemişlerdir. Üç ülkede de çok kullanılan ders kitaplarının ve bu kitapların ‘açı’ya yaklaşımının incelendiği çalışma öğretmenlerle yapılan görüşmeler ve gözlemler ile yürütülmüştür. Araştırmanın sonucunda farklı ülkelerdeki öğrencilere matematiği öğrenmeleri için farklı fırsatlar verilmiş olduğu ve bunun ders kitabı ile öğretmen etkisi sebebiyle ortaya çıktığı görülmüştür. Ayrıca araştırmada İngiltere’deki öğrencilerin ders kitabına erişim endişesi yaşadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Fujita, T. ve Jones, K. (2014) “Japonya'daki okul matematik ders kitaplarında geometride akıl yürütme ve ispatlama” adlı makalede Japonya’da 8. Sınıf öğrencilerine okutulan bir matematik ders kitabının geometri bölümlerinin bir analizini yapmışlar, öğrencileri varsayımlar oluşturmaya teşvik eden etkinlikler ile ispatların öğrencilerin akıl yürütme ve kanıtlama anlayışları üzerindeki güçlü ve zayıf yönlerini incelemişlerdir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin matematiksel ispatın gerekliliği ve genelliğini tam olarak anlayamazken (zayıf yön) üçgenler ile alakalı ispatları yapabildikleri (güçlü yön) tespit edilmiştir.

Kesirler;

Stelzer, Vernucci, Aydmune, Valle, Andres ve Introzzi (2023) "İlkokulun son yılında matematik başarısı. Genel bilişsel becerilerle boylamsal ilişki ve önceki matematik bilgisi" adlı çalışmalarında öğrencilerin matematik bilgilerinin ve genel bilişsel yeteneklerinin genel matematik başarısı üzerindeki değerini analiz etmeyi amaçlamışlarıdır. Çalışmaya ilkokul son sınıfta okuyan (11yaş) 75 öğrenci katılmıştır. Hiyerarşik regresyon analizi yapılan çalışmada bilgiyi bölme ve kesir oluşturma yeteneğinin, matematik başarısına etkisinin %41 olduğu ve bu iki durumun önemli yordayıcılar olarak işlev gördüğü, kesir bilgisinin ise önemli bir yordayıcı olmadığı sonucu ortaya çıkmıştır.

Pomantow, Pulukadang ve Domu (2023) "Kesir Sayım İşlemleriyle Hikâye Problemlerini Çözmede Öğrenci Hataları; 7. Sınıf Öğrencileri Üzerine Analiz" adlı makalelerinde *öğrencilerin soru çözmek için uyguladıkları Newman prosedürüne göre hatalarını betimlemeyi amaçlamışlardır.* 7. sınıfta okuyan 15 öğrenci ile yapılan çalışmada veri toplama aracı olarak testler ve görüşmeler uygulanmıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin kesir problemleri çözmede en sık yaptıkları hatanın %58 ile işlem beceri ve kodlama hatası olduğu, sonra %51,66 ile dönüştürme hatası, %41,66 ile anlama hatası ve en az olarak ta %25 ile okuma hatası olduğu ortaya çıkmıştır. Öğrenci hatalarının nedenleri arasında doğru okuyamama, kesirleri anlayamama, hesaplama sürecinde hata yapma, yanlış bilgi veya cevap yazma, formül veya kullanılacak adımları belirleyememe gibi sebepler olduğu da tespit edilmiştir.

Gabriel, F.C., Coché, F., Szucs, D., Carette, V., Rey, B., & Content, A. (2013) "Çocukların kesirleri öğrenmedeki zorluklarına ilişkin bileşensel bir bakış" adlı çalışmalarında kesirlerle ilgili bilgileri kavramsal ve prosedürel olarak ayırmış ve kesir bilgisinin ana bileşenlerini değerlendirebilmek adına bir test tasarlamışlardır. Test, Belçika Fransız Topluluğundan dördüncü, beşinci ve altıncı sınıf öğrencilerine uygulanmış ve sonucunda farklı sınıf seviyelerindeki öğrenciler arasında büyük farklılıklar olduğu saptanmıştır. Öğrenciler parça-bütün kavramı kısmında başarı göstermiş fakat sayılar ve işlemler kısmında zorlanmışlardır.

Csikos, Csaba; Szitanyi, Judit; Kelemen, Rita, (2012) "Çocukların matematiksel kelime problemlerini çözme becerilerini geliştirmede çizim kullanmanın etkileri: Üçüncü sınıf seviyesinde Macar öğrencilerle bir tasarım deneyi" adlı çalışmalarında öğrenciler için geliştirilen bir tasarım deneyinin matematik kelime problemleri alanındaki etkilerini incelemişlerdir. Çalışma, matematiksel modellemede görsel temsillerden yararlanarak öğrencilerin sözlü problem çözme becerilerini geliştirmeyi amaçlamış ve üçüncü sınıf

öğrencilerinden oluşan beş deney, altı kontrol grubu ile yürütülmüştür. Hazırlanan problemler 20 ders saati süreyle öğrencilere uygulanmıştır. Deney grubu öğretmenlerine kelime problemlerine iliştirilmiş farklı türde görseller içeren ders planları verilmiş ve öğrencilerden her görev için çizimler yapmaları istenmiştir. Daha sonra öğretmen liderliğinde gerçekleştirilen tartışma ile sözlü problem çözmede görsel temsillerin rolünün etkileri incelenmiştir. Çalışmanın sonucunda deney grubu öğrencilerinin matematiğe ilişkin inançlarında anlamlı değişimler olduğu saptanmış, aritmetik beceri ve kelime problemi testi istatistiklerine göre matematiksel kelime problemlerini çözmede görsel temsilleri öğrenmenin ve uygulanabilirliğinin önemli olduğu ortaya çıkmıştır.

Matematiğin üç dünyası;

Matematiğin üç dünyası teorik çerçevesini içeren çalışmalar tanıma, tekrarlama ve dil süreçleri ile bağdaşacağı düşünülen çalışmalar ışığında incelenmiş ve aşağıda sunulmuştur.

Aizikovitsh ve Amit (2010) “Eleştirel düşünme becerilerinin matematik yoluyla öğretimine yönelik bir aşılama yaklaşımının değerlendirilmesi” adlı makalede Güney Afrika’da bir okulda (ki 15 ve 16 yaş grubundaki) 8.sınıfta okuyan düşük düzeydeki öğrencilere Gerçekçi Matematik Eğitimi teorisi aracılığıyla yardımcı olmak amacıyla bir çalışma yürütmüşlerdir. Günlük yaşam durumlarındaki istatistiklere odaklanan bir öğrenme ünitesinin işlendiği 30 saatlik program sürecinde öğrenci ürünleri, ön ve son testler, kişisel görüşmeler ve sınıf diyalog transkripsiyonları verileri toplanarak öğrencilerin soru sorma, alternatif arama ve şüphe duyma gibi eleştirel düşünme becerileri değerlendirilmiştir. Çalışmaya 71 öğrenci katılmış, dersler verilen metin, küçük gruplarda açık sınıf tartışması, öğretmen tarafından yönetilen tartışma ve eleştirel düşünme becerileri ile matematiksel bilgi sıralaması biçiminde işlenmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin kavramsal düşünme becerisi geliştirdikleri, gerçeği aradıkları, açık fikirli ve özgüvenli oldukları gözlemlenmiştir.

3. BÖLÜM
YÖNTEM

Bu bölümde, araştırmanın modeli, veri kaynağı, verilerin toplanma süreci ile verilerin incelenmesi ve değerlendirilmesine yer verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada nitel araştırma yöntemi kapsamında doküman incelemesi deseni kullanılmıştır. Doküman incelemesi, bir çalışma için ilgili belgeleri toplayıp belirli bir sisteme göre kodlayıp inceleme işlemidir (Çepni, 2014: 114). Doküman analizi farklı araştırma yöntemlerinin destekleyicisi olarak nicel ve nitel araştırmalarda kullanılabilen hem veri toplama hem de analiz süreçlerini tanımlayan bir yaklaşımdır (Bayar, 2021). Bu bağlamda doküman analizi yönteminin elverişli olduğu uygun görülmüştür.

3.2. Veri Kaynağı

Araştırmanın veri kaynağı seçiminde, çalışmanın amacına bağlı olarak bilgi açısından zengin durumların seçilerek derinlemesine araştırma yapılmasına olanak sağlayan (Karaaslan, 2019) amaçsal (amaçlı) örnekleme yöntemi tercih edilmiştir. Araştırmanın veri kaynağını Millî Eğitim Bakanlığı tarafından onaylanmış ve 2022-2023 eğitim öğretim yılında okutulmuş olan Koza yayıncılığa ait 6.sınıf matematik ders kitabının kesirler ünitesinde bulunan konu anlatım cümleleri, örnek sorular, etkinlik yönergeleri ve uygulama değerlendirme soruları oluşturmaktadır.

3.3. Verilerin Toplanma ve Analiz Süreci

Bu araştırmada veri analiz tekniği olarak doküman inceleme tekniği kullanılmıştır. Araştırmadaki veri analiz yöntemlerinin kavramsal temelini David Tall tarafından geliştirilen matematiğin üç dünyası kavramsal çerçevesi oluşturmaktadır. Bu kavramsal çerçeve kavramsal somut dünya (tanıma), nesnel süreçsel sembolik dünya (tekrarlama) ve aksiyomatik formal dünya (dil) olarak üç boyuttan oluşmaktadır. Bu çalışmada 6.sınıf matematik ders kitabı kesirler konusu içinde yer alan konu anlatım cümleleri, örnek sorular, etkinlik yönergeleri ve uygulama değerlendirme soruları bu üç boyut çerçevesinde betimsel analiz yöntemiyle incelenmiştir.

İlgili ders kitabının kesirler konusu, çalışmanın alt problemlerine ait kısımlar ayrı ayrı incelenerek, her bir cümle için matematiğin üç dünyası teorik çerçevesinde temsil ettiği dünya veya dünyaların neler olduğu belirlenmiştir. Verilerin sınıflandırılmasında Kavramsal somut dünya düzeyine ait olduğu düşünülen kısımlarda sezgisel keşif ifadeleri, nesnel süreçsel

sembolik dünya düzeyine ait olduğu düşünülen kısımlarda sadece işlemler ve çizili modellerin tanınması, aksiyomatik formal dünya düzeyine ait olduğu düşünülen kısımlarda ise model çizimi, muhakeme, çözüm yolu geliştirme ve çıkarım yapma ifadelerinin olması kriterleri kullanılmıştır.

Örneğin, konu anlatım cümleleri kesirleri karşılaştırma ve sayı doğrusunda gösterme örneklendirmesinde, verilen üç adet farklı miktarlarda doluluğa sahip kavanoz görselinin incelenmesi ve en az ile en çok dolu olanın söylenmesinin istenmesi, sadece görsel azlık çokluk sezgisine dayandığı düşünülerek kavramsal somut dünya düzeyinde kabul edilmiştir. Yine konu anlatım cümleleri içerisinde yer alan "Paydaları eşit kesirler toplanırken payların toplamı, toplamın payına, eşit payda da toplamın paydasına yazılır." ifadesi sadece kural uygulama işlemi içerdiği için nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde yer almış, kesirlerle bölme konu anlatım cümlesi olan "Bir doğal sayı 1'den küçük bir kesre (basit kesre) bölündüğünde sonuç bu doğal sayıdan büyük olur." ifadesi de bir muhakeme ve çıkarım içermesi sebebiyle aksiyomatik formal dünya düzeyinde kabul edilmiştir.

Farklı dünyalara ait belirlenen bu kriterlerden birkaçının var olduğu durumlarda iki veya üç dünya düzeyinin temsil edildiği söylenmiştir. Örneğin etkinlik yönergeleri içerisinde yer alan kareli kağıt üzerine 5/10 ve 5/15 kesirlerinin modellerinin çizilmesi, bu kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerinin sonuçlarının tahmin edilip gerçek sonuçlarla karşılaştırılması etkinliği işlem ve model çizimi içererek nesnel süreçsel sembolik dünya, tahmin içererek te aksiyomatik formal dünya düzeyi kriterlerini sağlamış ve her iki dünya düzeyinde birden yer almıştır. Kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin etme örneklendirmesinde yer alan farklı doluluk oranlarına sahip üç bardaktaki meyve suyu miktarlarının sıfıra yarıma veya bütüne yakınlığının söylenmesinin istenmesi, şekle bakarak söylenebileceği için kavramsal somut dünya düzeyinde, bu bardaklardaki meyve suyu miktarlarının toplamının hangi kesirle ifade edilebileceğinin söylenmesinin istenmesi, hem tahmin gerektirerek aksiyomatik formal dünya hem de işlem gerektirerek nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinde kriterleri içermiş ve her üç dünya düzeyinde birden yer almıştır.

3.4. Geçerlilik ve Güvenirlik

Geçerlilik en genel ifadeyle inandırıcılık ve aktarılabilirlik olarak tanımlanmaktadır (Arslan, 2022; Tutar, 2022). Güvenirlik ise bir ölçme aracındaki tutarlılık, kararlılık, ölçme aracının aynı koşullar altında benzer sonuçlar verme yeteneği anlamına gelir (Çepni, 2010).

Bu tanımlamalar ışığında 6.sınıf ders kitabı kesirler konusunda yürütülen araştırmada yapılan incelemeler sırasında verilerin nasıl toplandığı, hangi kriterlere göre kategorize edildiği ve matematiğin üç dünyası çerçevesinde hangi dünyaları temsil ettikleri ayrıntılı biçimde açıklanarak geçerlilik ve güvenirlik sağlanmaya çalışılmıştır.

4. BÖLÜM
BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde, araştırma sürecinde toplanmış olan verilerin, yöntem bölümünde belirtilen yöntem ve teknikler kullanılarak yapılan analizleri sonucunda elde edilen nitel ve nicel bulgularına yer verilmiştir. 6.sınıf matematik ders kitabındaki kesirler konusunda 4 ayrı başlık altında gruplandırılmış ve analizler bu gruplamalar içerisinde yapılmıştır. Öncelikle konu anlatım cümleleri incelenmiş, cümlelerdeki ifadelerin matematiğin üç dünyası kavramsal çerçevesine göre hangi düzeyleri temsil ettiği belirlenmiştir. Daha sonra sırasıyla örnek sorulara ait cümleler, etkinlik yönergelerine ait cümleler ve en son da uygulama değerlendirme sorularına ait cümleler incelenip her biri için ayrı ayrı grafikler oluşturulmuştur.

4.1. Konu Anlatım Cümlelerine Ait Bulgular

Araştırmanın alt problemlerinden ilki olan "Matematiğin üç dünyası teorik çerçevesi açısında 6.sınıf matematik ders kitabı kesirler konusunda yer alan konu anlatımı cümlelerinin içeriği nasıldır?" sorusuna cevap bulmak amacıyla incelenen konu anlatım cümlelerinin içeriğine ait grafik aşağıda belirtilmiştir.

Tablo 1

Konu anlatım cümlelerinin matematiğin üç dünyası kavramsal çerçevesine göre dağılım

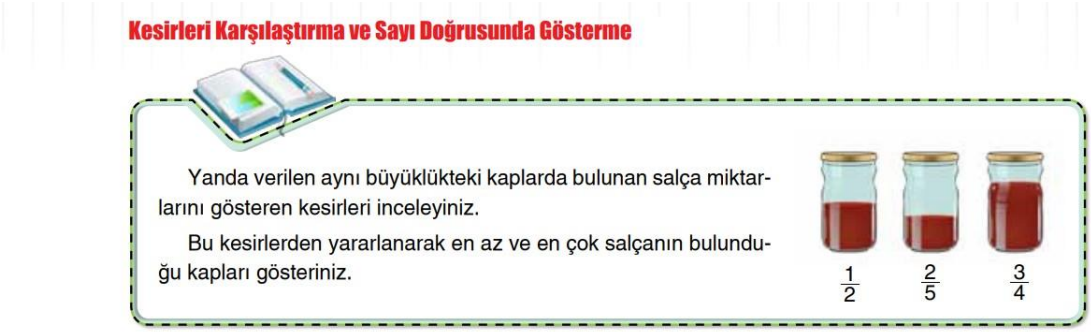
Dünyalar	**frekans**	**Yüzde**
Kavramsal somut dünya (KSD)	1	4
Nesnel süreçsel sembolik dünya (NSSD)	5	20
Aksiyomatik formal dünya (AFD)	4	16
KSD ile NSSD	0	0
KSD ile AFD	0	0
NSSD ile AFD	13	52
KSD, NSSD, AFD	2	8
Toplam	**25**	**100**

2022-2023 Eğitim Öğretim yılında okutulan 6.sınıf matematik ders kitabında kesirler konusuna ait toplamda 9 adet giriş çerçeve içi örneklendirme cümlesi ve 16 adet kural cümle bulunmaktadır. Yukarıdaki konu anlatım cümlelerinin matematiğin üç dünyası kavramsal çerçevesine göre dağılımını gösteren grafikte giriş çerçeve içi örneklendirme cümleleri de konu anlatım cümlelerinin içerisinde ele alınmış ve grafik bu 25 cümleye ait istatistiklere dayanarak oluşturulmuştur. Grafiğe göre konu anlatım cümlelerinin %52 oran ile 13 adedinin nesnel süreçsel sembolik dünya ve aksiyomatik formal dünya düzeylerinin her ikisine birden ait olan ifadelerden oluştuğu tespit edilmiştir. Bunu %20'lik oran ile sadece nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyine ait olan cümleleri içeren ifadelerin ve %16'lık bir oran ile de sadece aksiyomatik formal dünya düzeyine ait olan cümlelerin takip ettiği belirlenmiştir. Konu anlatım ve çerçeve içi örneklendirme cümlelerinin %8'inin her üç dünya düzeyini de aynı anda içerdiği ve %4 oran ile sadece bir tanesinin de kavramsal somut dünya düzeyinde yer aldığı bulunmuştur. Konu anlatım cümleleri ile çerçeve içi örneklendirme cümlelerinin incelenmesinde kavramsal somut dünya ile nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerini aynı anda içeren veya kavramsal somut dünya ile aksiyomatik formal dünya düzeylerini aynı anda içeren herhangi bir ifadeye rastlanmamıştır.

Matematik ders kitabı kesirler konusunda ilk giriş çerçeve içi örneklendirme cümlesi olan (Sayfa 67) aşağıdaki resimli ifade, kavanozları görsel olarak sunduğu ve temsil ettikleri miktarları kesir olarak da belirterek sadece azlık çokluk kavramına ilişkin soru sorduğu için kavramsal somut dünya düzeyini temsil ettiği görülmüştür.

Şekil 4

Kesirleri karşılaştırma örneklendirmesi

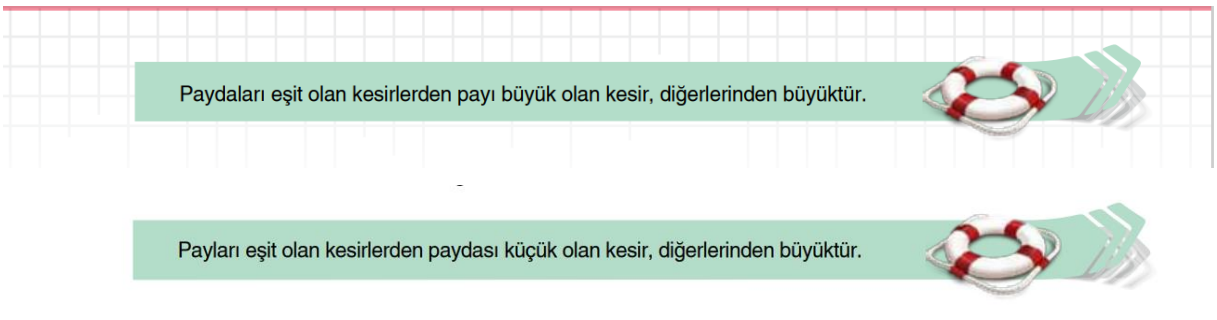


Konu anlatımının ilk cümleleri olan ve kesirlerde sıralamanın kurallarını belirten "Paydaları eşit olan kesirlerden payı büyük olan kesir, diğerlerinden büyüktür." (s. 67) "Payları eşit olan kesirlerden paydası küçük olan kesir, diğerlerinden büyüktür." (s. 67) cümleleri sadece büyüklük küçüklük ifadeleri içerdiği ve sayıların büyüklük küçüklüğünün ilkokul matematik

derslerindeki kazanımlarda yer alarak öğrencilerin öğrenmiş olduğu varsayıldığı için nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde olduğu kabul edilmiştir.

Şekil 5

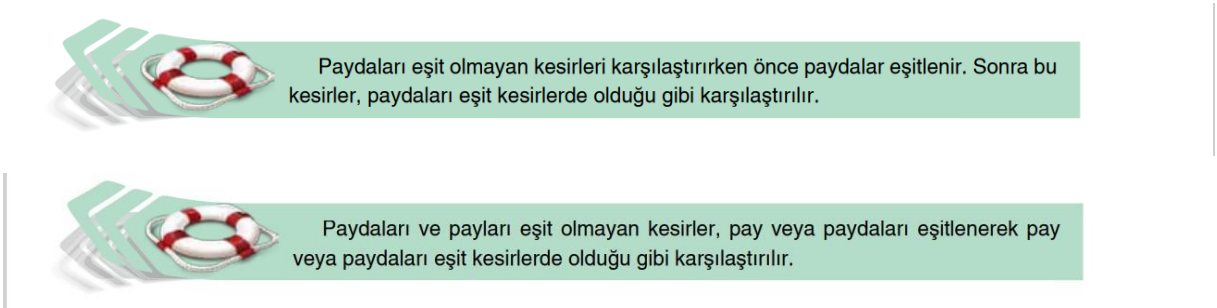
Kesirlerde büyüklük küçüklük kuralları



Ders kitabının 68.sayfasında yer alan pay veya paydaları eşit olmayan kesirlerin karşılaştırılmasına ait konu anlatım cümleleri karşılaştırma yapmadan önce pay veya payda eşitleme yapılıp sonra sıralama yapılması gerektiği kurallarını belirttiği için hem payda eşitlemeye karar verme içererek aksiyomatik formal dünya düzeyini hem de sıralamanın kurallarını uygulama içererek nesnel süresel sembolik dünya düzeylerini temsil ettiği saptanmıştır.

Şekil 6

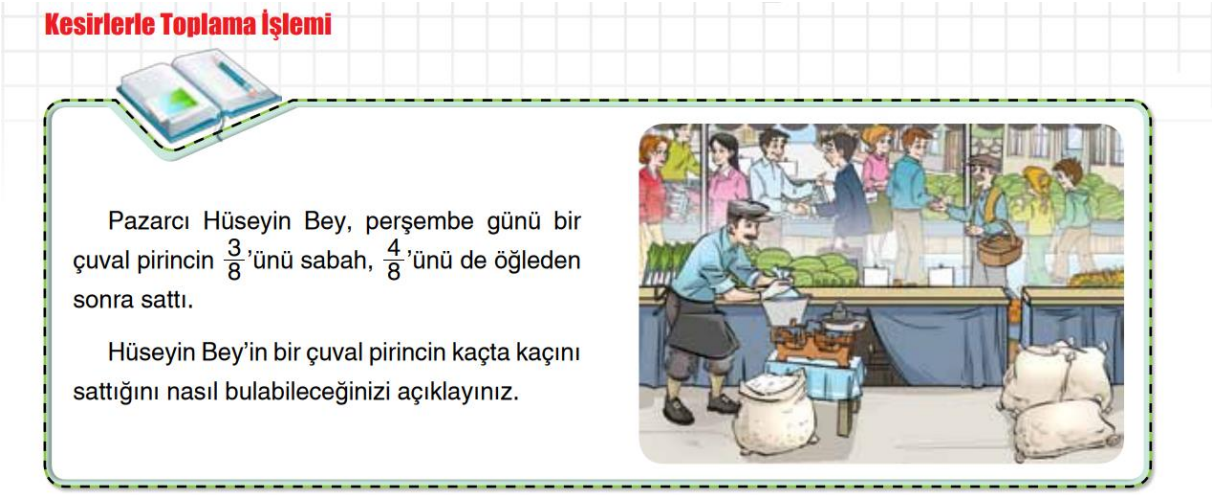
Kesirleri karşılaştırma kuralları



Kesirlerle toplama işleminin çerçeve içi örneklendirmesinde (sayfa 72), bir miktar pirincin satılan miktarlarının kesirlerle ifade edilip toplamı hakkında fikir yürütülmesi istediği için hem nesnel süreçsel sembolik dünya hem de aksiyomatik formal dünya düzeyini temsil ettiği görülmüştür.

Şekil 7

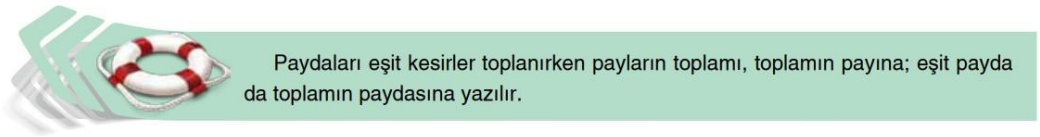
Kesirlerde toplama işlemi örneklendirmesi



Toplama işlemine ait kural cümlelerin ilki olan "Paydaları eşit kesirler toplanırken payların toplamı, toplamın payına; eşit payda da toplamın paydasına yazılır." cümlesinin (Sayfa 72) pay, payda ve toplama ifadelerini içerdiği ve bu bilgilere dayanarak kuralı oluşturduğu için nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyini temsil ettiği açığa çıkmaktadır.

Şekil 8

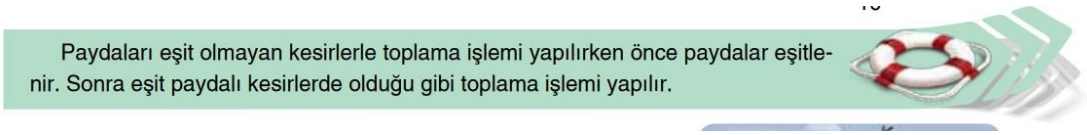
Paydaları eşit kesirleri toplama işlemi kuralı



Kesirlerle toplama işleminin kuralları arasındaki sayfa 73'te yer alan paydaları eşit olmayan kesirlerle toplamaya ait kural cümle öncül olarak payda eşitleme ifadesini içermesi sebebiyle aksiyomatik formal dünya düzeyini, daha sonra toplamanın kurallarını uygulamayı gerektirmesi sebebiyle de nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinde olduğu kabul edilmiştir.

Şekil 9

Paydaları eşit olmayan kesirleri toplama işlemi kuralı

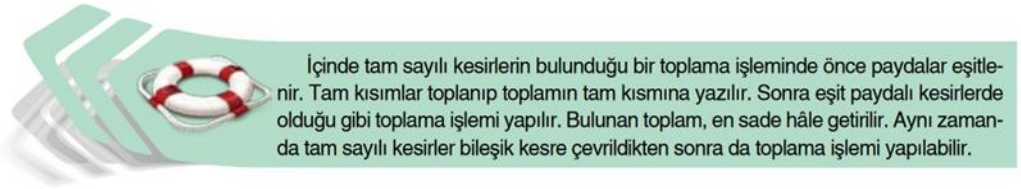


Yine toplama işlemi bölümü konu anlatımına ait "İçinde tam sayılı kesirlerin bulunduğu bir toplama işleminde önce paydalar eşitlenir. Tam kısımlar toplanıp toplamın tam kısmına yazılır. Sonra eşit paydalı kesirlerde olduğu gibi toplama işlemi yapılır. Bulunan toplam, en

sade hale getirilir. Aynı zamanda tam sayılı kesirler bileşik kesre çevrildikten sonra da toplama işlemi yapılabilir" cümlesi (Sayfa 74) içerdiği önceki bilgilere ait tekrar cümleleri (..eşit paydalı kesirlerde olduğu gibi..) sebebiyle nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyine, sadeleştirme ve tam sayılı kesri bileşik kesre çevirme yöntemlerini içermesi sebebiyle de aksiyomatik formal dünya düzeyine ait ifadeler barındırarak her iki dünya düzeyini de temsil etmiş olarak kabul edilmiştir.

Şekil 10

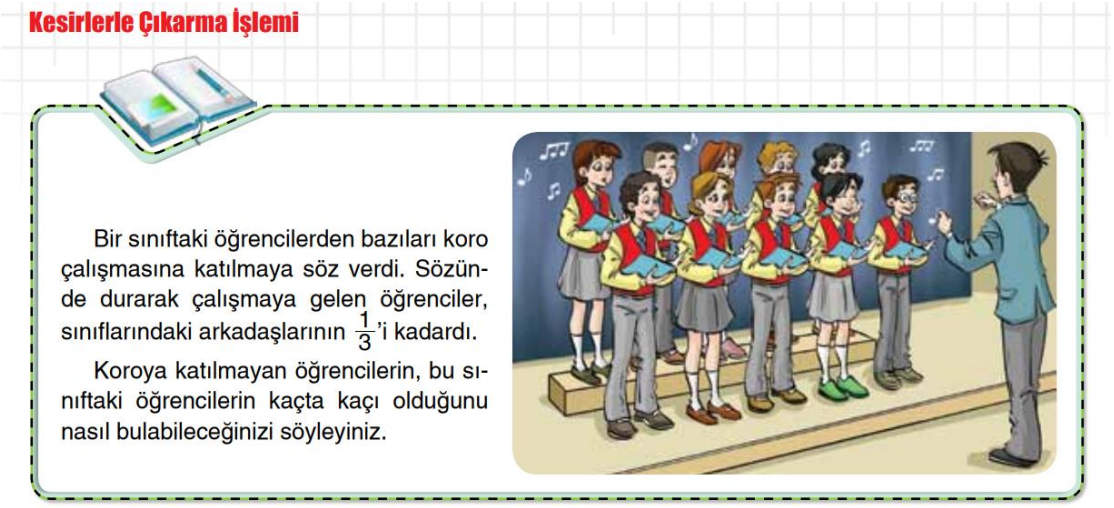
Tam sayılı kesirleri toplama işlemi kuralı



Kesirlerle çıkarma işlemi çerçeve içi örneklendirmesinde (sayfa 75) çizilen şekil gerçek sayılara uygun çizilmediğinden, istenen çıkarma işlemini keşfetme ve sonuca ulaşma gerektirmekte ve bu sebeple aksiyomatik formal dünya düzeyinde yer aldığı kabul edilmiştir.

Şekil 11

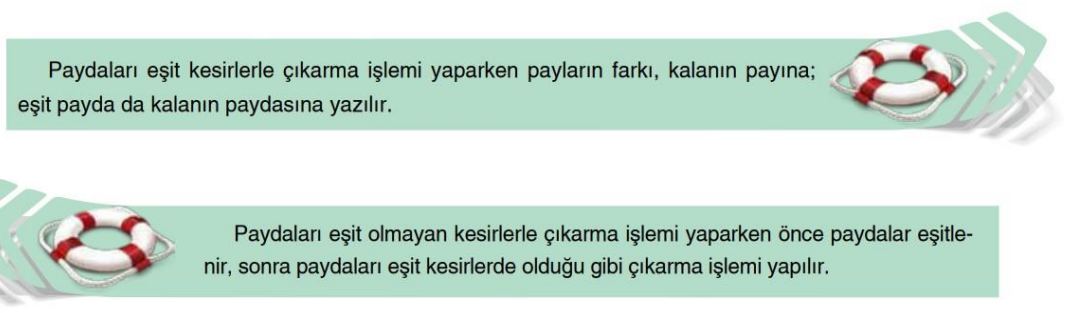
Kesirlerle çıkarma işlemi örneklendirmesi



Çıkarma işlemi konu anlatımının sayfa 75'te yer alan ilk cümlesinin sadece pay, payda, çıkarma ifadeleri ile kural uygulama içerdiği için nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde olduğu, sayfa 76'da yer alan paydaları eşit olmayan kesirlere ait çıkarma işlemi yapmanın kuralını belirten cümlenin öncül olarak payda eşitleme gerektirip daha sonra çıkarma işlemine ait kuralları uygulamayı ifade etmesi sebebiyle hem aksiyomatik formal dünya düzeyini hem de nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinin her ikisinde de olduğu dikkati çekmektedir.

Şekil 12

Paydaları eşit olan ve olmayan kesirlerde çıkarma işlemi kuralları



Kesirlerle çarpma işlemine ait 2 adet (sayfa 78 ve 81'de) çerçeve içi örneklendirme vardır ve bunlardan ilki (sayfa 78) bir doğal sayı ile bir kesri çarpma işlemine yöneliktir. Verilen çerçeve içi durumun, somut bir pasta örneği üzerinden hiç kesir bilgisi içermeden sonuca ulaşmayı hedeflemesi ve muhakeme gerektirmesi sebebiyle aksiyomatik formal dünya düzeyinde yer aldığı kabul edilmiştir.

Şekil 13

Bir doğal sayı ile bir kesri çarpma işlemi örneklendirmesi

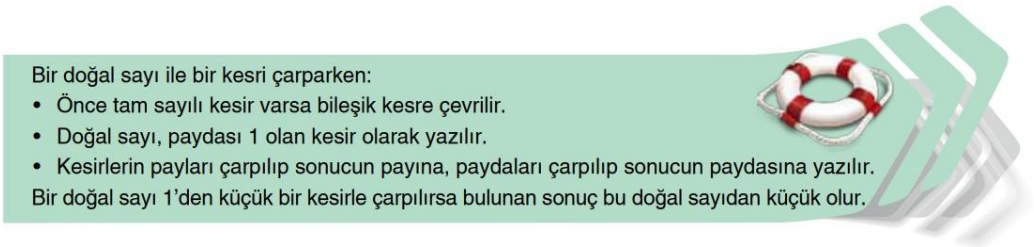


Bir doğal sayı ile bir kesri çarpma işlemi kural cümlelerine ait kutucukta yer alan (Sayfa 79) ifadelerden ilk ikisinin ön koşul durumunda olduğu ve öncelik olarak fark edilip düzenleme yapmayı gerektirdiği için aksiyomatik formal dünya düzeyini, üçüncü ifadenin ise sadece çarpma işlemini uygulamayı içerdiği için nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyini temsil

etmekte olduğu, kutucuğun en sonunda yer alan 1'den küçük sayı ile çarpma durumunda karşılaşılacak sonuca ait ifadenin bir çıkarım anlamında ele alınmış olması sebebiyle aksiyomatik formal dünya düzeyini temsil ettiği görülmüştür.

Şekil 14

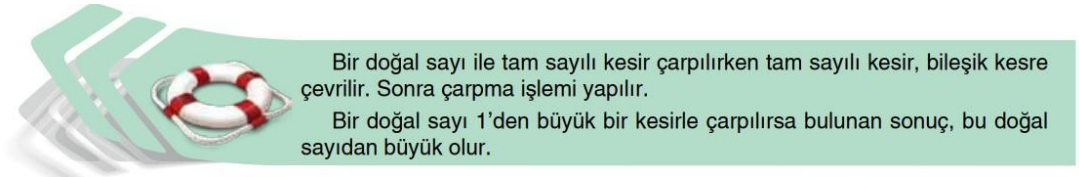
Bir doğal sayı ile bir kesri çarpma işlemi kuralları



Sayfa 80'de bulunan ve bir tam sayılı kesir ile doğal sayıyı çarpmanın kuralını ifade eden cümlelerden ilkinde önceki öğrenilen tam sayılı kesri bileşik kesre çevirme kuralının uygulanmasının gerekliliğini fark etmenin aksiyomatik formal dünya düzeyinde, bunu uygulayabilmenin nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyini olduğu, ikincisinde 1'den büyük doğal sayı ile çarpma durumunda karşılaşılacak sonuca ait bir çıkarım yapılmış olmasının da aksiyomatik formal düzeyinde olduğu kabul edilmiştir.

Şekil 15

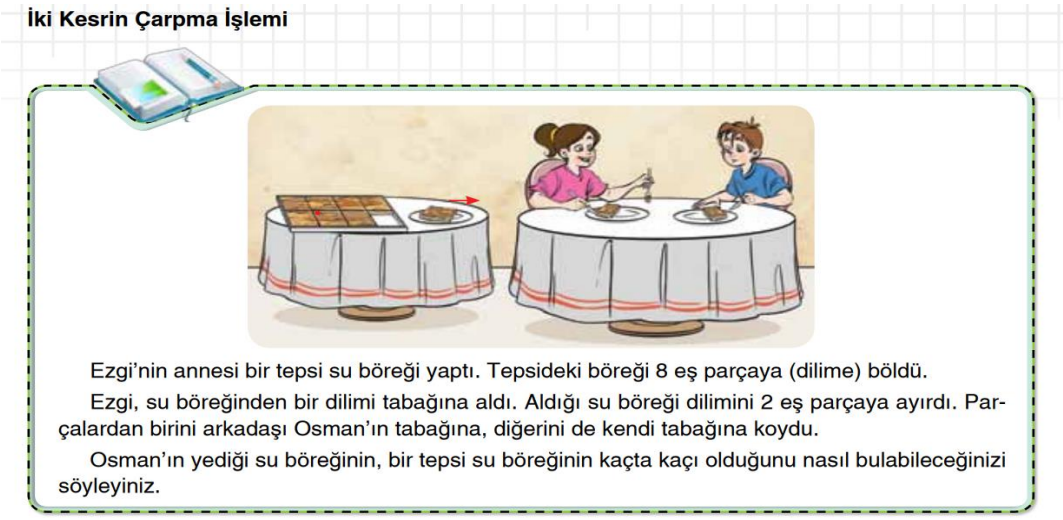
Bir doğal sayı ile tam sayılı kesri ve 1'den büyük doğal sayıyı çarpma işlemi kuralları



Çarpma işlemindeki ikinci çerçeve içi örneklendirme (sayfa 81) iki kesrin çarpma işlemine yöneliktir. Burada verilen örnek için çizilmiş olan resimdeki bir tepsi börek, ifade edilen sayılara ve kesirlere uygun olacak biçimde çizilmiş, bu sebeple istenen sonuca hem çizim ile hem de gerekli işlemlerin keşfi ile ulaşılabileceği düşünülerek verilen örneklendirmenin nesnel süreçsel sembolik dünya ile aksiyomatik formal dünya düzeylerinin her ikisine de dahil olduğu kabul edilmiştir.

Şekil 16

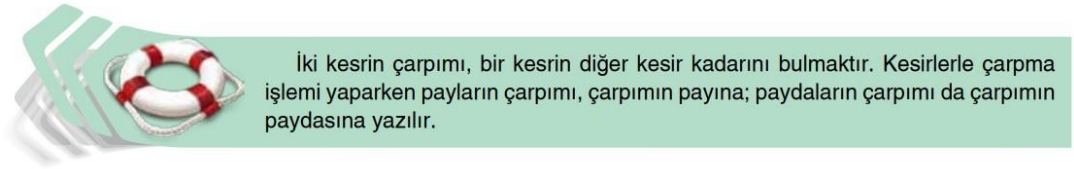
İki kesrin çarpma işlemi örneklendirmesi



İki kesrin çarpımına ait sayfa 82'de yer alan kural cümlenin sadece tanım yapmış olması ve pay, payda kavramları ile çarpma işlemi içermesi sebebiyle nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde olduğu kabul edilmiştir.

Şekil 17

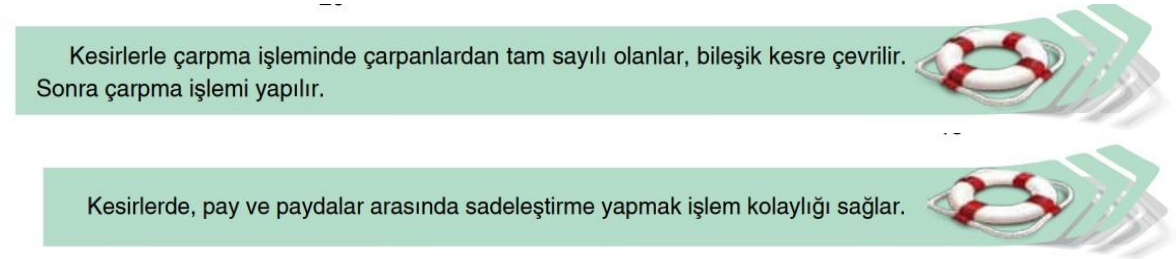
İki kesrin çarpma işlemi kuralı



Kesirlerle çarpma işlemlerine ait sayfa 83'te yer alan son iki kural cümleden ilkinin tam sayılı kesirleri bileşik kesre çevirme ön koşulunu fark edip uygulamayı gerektirdiği için hem aksiyomatik formal dünya düzeyini hem de nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyini temsil ederken, ikinci cümlenin işlem kolaylığı ile ilgili bir farkındalık (keşif) içermesi sebebiyle aksiyomatik formal dünya düzeyini temsil ettiği kabul edilmiştir.

Şekil 18

Tam sayılı kesirlerde çarpma işlemi kuralı ve sadeleştirme



Kesirlerde bölme işlemine ait kitapta verilmiş olan iki çerçeve içi örneklendirme bölümünden ilki (sayfa 84) bir doğal sayı ile birim kesri birbirine bölme işlemini içerir. Örneklendirme içerisinde istenen 4 simidin kaç tane yarım simit içerdiği, şekil üzerinden çizimle bulunabileceği için kavramsal somut dünya, muhakeme edip işlemle de bulunabileceği için nesnel süreçsel sembolik dünya ile aksiyomatik formal dünya düzeylerinin her üçüne de ait olduğu saptanmıştır. Yarım simidin yarısının ne kadar edeceği ise şekil üzerinden çizilebilse bile elde edilen sonucun keşfedilmesi gerekliliği düşünüldüğünde nesnel süreçsel sembolik dünya ve aksiyomatik formal dünya düzeylerine ait olmaktadır.

Şekil 19

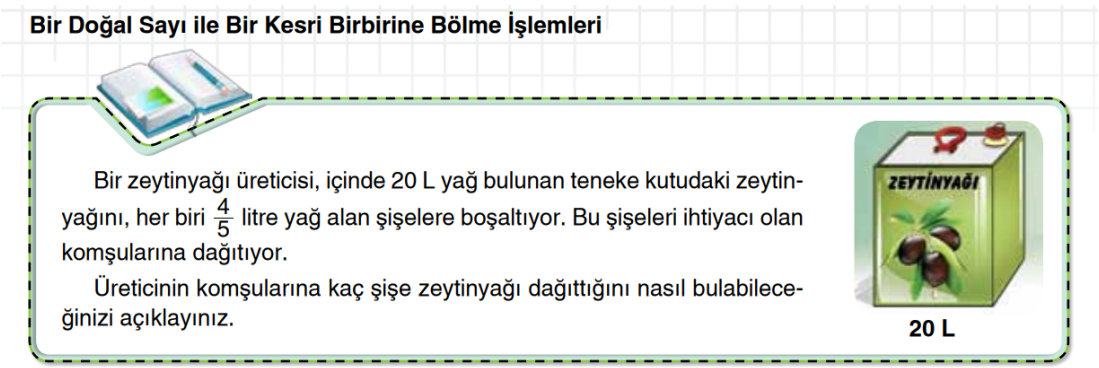
Bir doğal sayı ile birim kesri birbirine bölme işlemi örneklendirmesi



Sayfa 88'de yer alan kesirlerle bölme işleminin ikinci çerçeve içi örneklendirmesi bir doğal sayı ile bir kesri birbirine bölme işlemlerini içerir. Gerekli işlemin keşfedilip uygulanması süreçleri sebebiyle verilen örneklendirmenin nesnel süreçsel sembolik dünya ile aksiyomatik formal dünya düzeylerinin ikisine ait olduğu dikkati çekmektedir.

Şekil 20

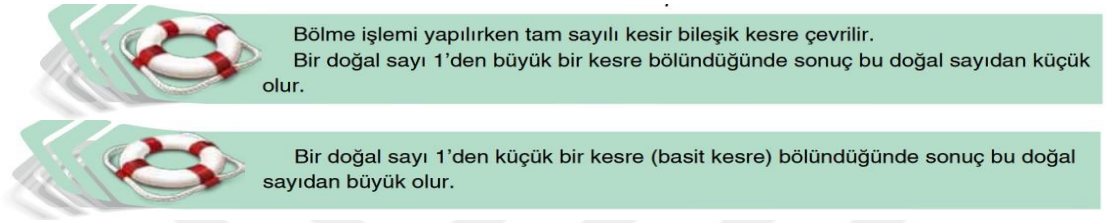
Bir doğal sayı ile bir kesri birbirine bölme işlemi örneklendirmesi



Kesirlerde bölme işlemine ait sayfa 88'de iki adet kural kutucuğu bulunmaktadır. Bu kutucuklardan üsttekinde yer alan cümlelerden ilkinin sadece tam sayılı kesri bileşik kesre çevirme gerekliliğini belirterek nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyini, ikincisi ve alttaki kutucukta bulunan üçüncüsünün 1'den büyük kesre bölünmesi ve 1'den küçük kesre bölünmesi durumlarında karşılaşılacak sonuçlar hakkında çıkarım yaparak aksiyomatik formal dünya düzeylerini temsil ettikleri kabul edilmiştir.

Şekil 21

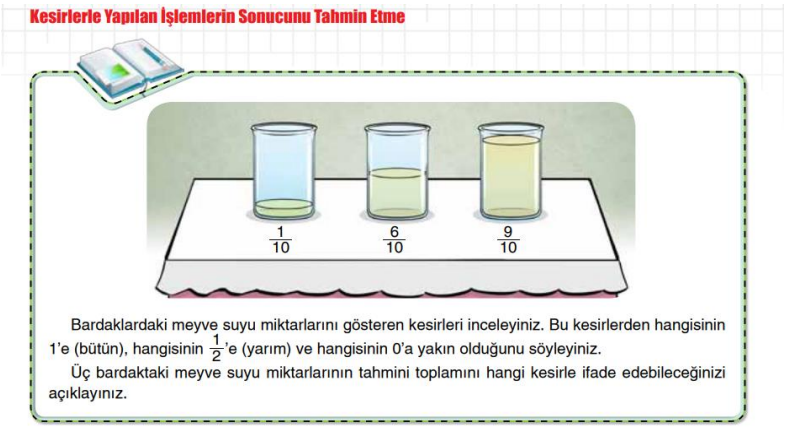
Kesirlerde bölme işlemi kuralları



Kesirlerle yapılan işlemlerin sonuçlarını tahmin etme konu başlığı altında yer alan son çerçeve içi örneklendirmede üç farklı bardaktaki su miktarlarının sıfıra, yarıma veya bütüne yakınlığı ile ilgili tahmin yürütülmesi beklenmektedir. Verilen kesirlere ait şekiller gerçek miktarları yansıtacak biçimde yapıldığından sadece şekillere bakarak sıfıra yarıma veya bütüne yakınlık hakkında yorum yapılabileceği için kavramsal somut dünyayı, fakat şekillere değil de kesirlere bakarak ve fikir yürüterek de tahmin yapılabileceği için aksiyomatik formal dünyayı temsil edeceği düşünülmüştür. Üç bardaktaki toplam su miktarının tahmin edilebilmesinin, hem yöntem geliştirme gerektirerek aksiyomatik formal dünya düzeyine hem de işlem gerektirerek nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyine ait olduğu düşünülmüş ve bu sebeple verilen çerçeve içi örneklendirmenin her üç dünya düzeyini de temsil ettiği kabul edilmiştir.

Şekil 22

Kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin etme örneklendirmesi



4.2. Örnek Sorulara Ait Bulgular

Araştırmanın alt problemlerinden ikincisi olan "Matematiğin üç dünyası teorik çerçevesi açısında 6.sınıf matematik ders kitabı kesirler konusunda yer alan örnek soruların içeriği nasıldır?" sorusuna cevap bulmak amacıyla incelenen örnek sorulara ait grafik aşağıda belirtilmiştir.

Tablo 2

Örnek soru cümlelerinin matematiğin üç dünyası kavramsal çerçevesine göre dağılımı

Dünyalar	**frekans**	**yüzde**
Kavramsal somut dünya (KSD)	0	0
Nesnel süreçsel sembolik dünya (NSSD)	10	19,23
Aksiyomatik formal dünya (AFD)	0	0
KSD ile NSSD	0	0
KSD ile AFD	0	0
NSSD ile AFD	38	73,06
KSD, NSSD, AFD	4	7,69
Toplam	**52**	**100**

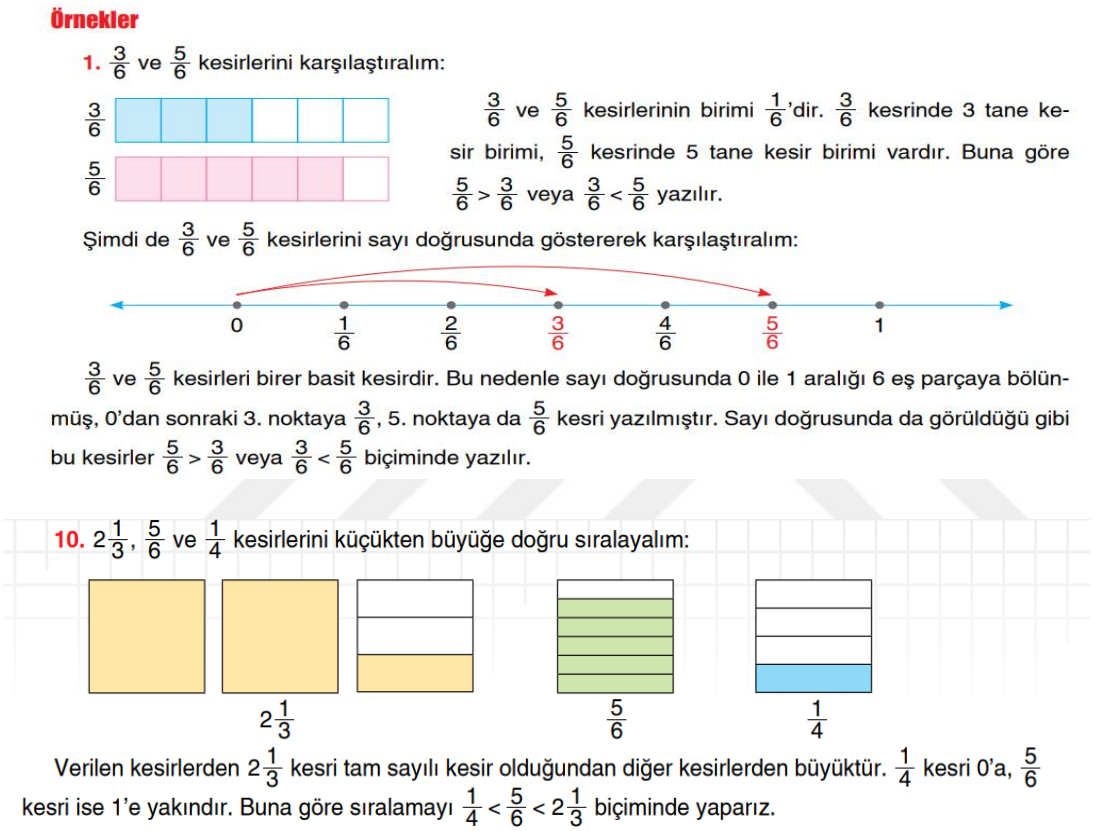
2022-2023 Eğitim Öğretim yılında okutulan 6.sınıf matematik ders kitabında kesirler konusunu kapsamında toplamda 52 adet örnek soru bulunmaktadır. Verilen örnek soruların tamamı çözümlüdür. Yukarıda grafik 52 adet çözümlü örnek soru incelenerek oluşturulmuştur. Grafiğe göre örnek sorular içerisinde %73,06 ile en yüksek oranda nesnel süreçsel sembolik dünya ile aksiyomatik formal dünya düzeylerinin ikisinde aynı anda yer alan sorular bulunduğu görülmüştür. Örnek soruların %19,23'ünün sadece nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde yer aldığı ve %7,69'unun da her üç dünya düzeyini aynı anda temsil ettikleri sonucuna ulaşılmıştır. Yapılan incelemeler sonucunda çözümlü örnek sorular içerisinde sadece kavramsal somut dünya, sadece aksiyomatik formal dünya, aynı anda kavramsal somut dünya ile nesnel süreçsel somut dünya ve aynı anda kavramsal somut dünya ile aksiyomatik formal dünya düzeylerini temsil eden herhangi bir örneğe rastlanmamıştır.

Kesirleri karşılaştırma ve sayı doğrusunda gösterme konu başlığı içerisindeki 10 adet çözümlü sorunun tamamı verilen kesirlerin karşılaştırılıp sıralanmasını beklemekte olup, bunlardan ilk 6'sının sırlamasında model çizimi, kesirlerin sayı doğrusundaki yerlerini belirleme veya payda eşitleyerek kurallara uygun karar verme durumları olduğu için ilk 6

sorunun nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde yer aldığı, son 4 tanesinde ise sıralama yaparken kesirlerin sıfıra, yarıma ve bütüne yakınlıklarının tespit edilme durumları yer aldığı, basit kesirlerin bileşik ve tam sayılı kesirlerden küçük olduğu gibi yorumlara dayalı çözümler de yapıldığı için hem aksiyomatik formal dünya hem de nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinde yer aldıkları görülmüştür.

Şekil 23

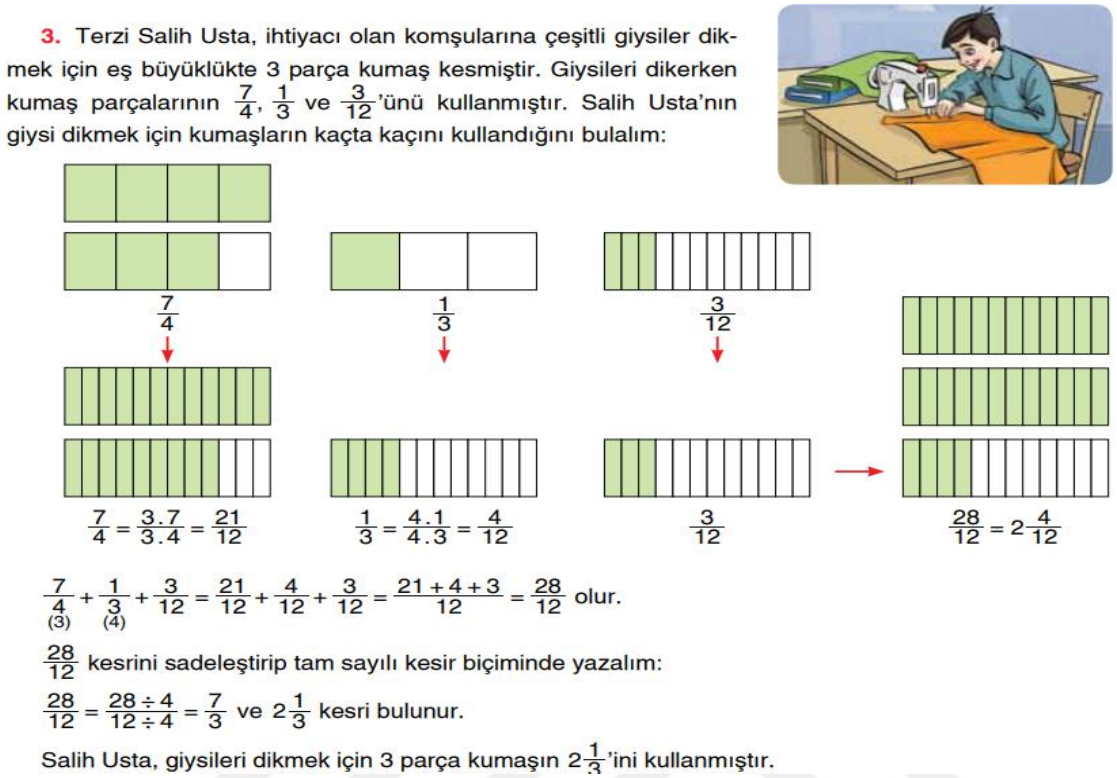
Kesirlerde sıralama 1. Ve 10. örnek sorular



Kesirlerle toplama işlemine ait 5 adet çözümlü örnek soru bulunmaktadır. İlk 4 soruda istenen işlemlerin önce modellerinin çizilmiş, daha sonra varsa payda eşitleme yapılıp toplama işleminin kurallarına göre sonuca ulaşılmış olması, 5.soruda ise verilen problem için önce çözüm yöntemi geliştirilip daha sonra kurallara uygun toplama işlemi yapılmış olması sebeplerinden dolayı verilen beş adet örnek sorunun tamamının hem aksiyomatik formal dünya hem de nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinin ikisini birden temsil ettikleri kabul edilmiştir.

Şekil 24

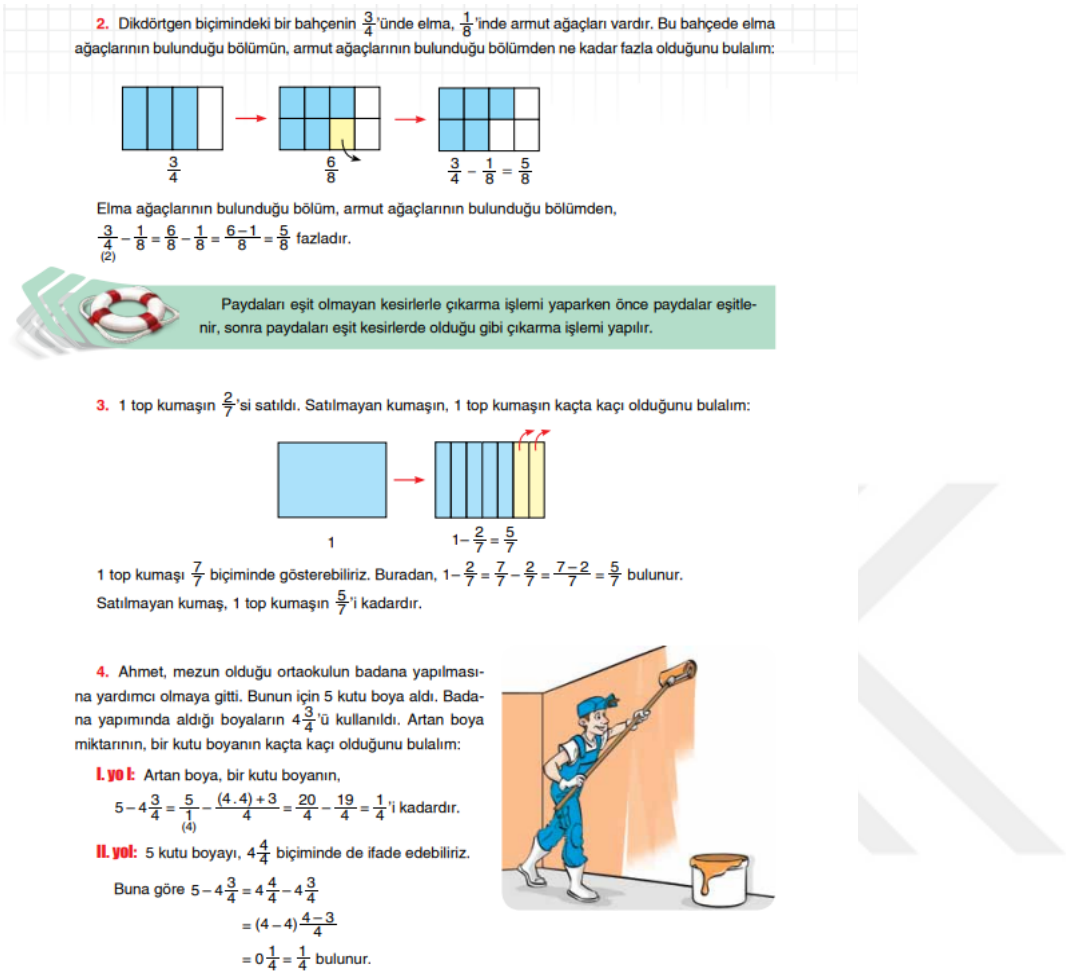
Kesirlerde toplama işlemi 3.örnek soru



Kesirlerde çıkarma işlemi konu başlığına ait verilmiş olan 5 adet çözümlü örnek soru bulunmaktadır. İlk üç sorunun hem model çizimi hem de çıkarma işleminin kurallarına göre gerektiği yerde payda eşitleme veya tam sayıdan basit kesri çıkarma işlemlerini içerdiği için, son iki sorunun da problem tarzında verilerek önce çözüm yöntemi geliştirme daha sonra çıkarmanın kurallarına göre işlem yapabilme içerdiği için aksiyomatik formal dünya ile nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerini temsil ettikleri kabul edilmiştir.

Şekil 25

Kesirlerde çıkarma işlemi 2,3 ve 4.örnek sorular



2. Dikdörtgen biçimindeki bir bahçenin $\frac{3}{4}$'ünde elma, $\frac{1}{8}$'inde armut ağaçları vardır. Bu bahçede elma ağaçlarının bulunduğu bölümün, armut ağaçlarının bulunduğu bölümden ne kadar fazla olduğunu bulalım:

$\frac{3}{4}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$

Elma ağaçlarının bulunduğu bölüm, armut ağaçlarının bulunduğu bölümden,

$\frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \frac{6}{8} - \frac{1}{8} = \frac{6-1}{8} = \frac{5}{8}$ fazladır.

(2)

Paydaları eşit olmayan kesirlerle çıkarma işlemi yaparken önce paydalar eşitlenir, sonra paydaları eşit kesirlerde olduğu gibi çıkarma işlemi yapılır.

3. 1 top kumaşın $\frac{2}{7}$'si satıldı. Satılmayan kumaşın, 1 top kumaşın kaçta kaçı olduğunu bulalım:

1 $1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$

1 top kumaşı $\frac{7}{7}$ biçiminde gösterebiliriz. Buradan, $1 - \frac{2}{7} = \frac{7}{7} - \frac{2}{7} = \frac{7-2}{7} = \frac{5}{7}$ bulunur.

Satılmayan kumaş, 1 top kumaşın $\frac{5}{7}$'i kadardır.

4. Ahmet, mezun olduğu ortaokulun badana yapılmasına yardımcı olmaya gitti. Bunun için 5 kutu boya aldı. Badana yapımında aldığı boyaların $4\frac{3}{4}$'ü kullanıldı. Artan boya miktarının, bir kutu boyanın kaçta kaçı olduğunu bulalım:

I. yol: Artan boya, bir kutu boyanın,

$5 - 4\frac{3}{4} = \frac{5}{1} - \frac{(4 \cdot 4)+3}{4} = \frac{20}{4} - \frac{19}{4} = \frac{1}{4}$'i kadardır.

(4)

II. yol: 5 kutu boyayı, $4\frac{4}{4}$ biçiminde de ifade edebiliriz.

Buna göre $5 - 4\frac{3}{4} = 4\frac{4}{4} - 4\frac{3}{4}$

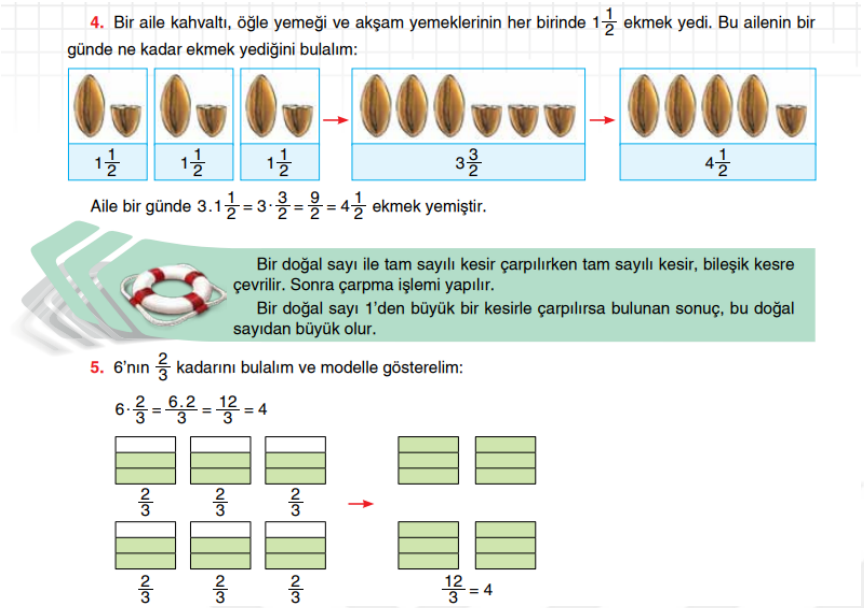
$= (4-4)\frac{4-3}{4}$

$= 0\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ bulunur.

Kesirlerde çarpma işlemi konusu alt başlığı olan bir doğal sayı ile bir kesri çarpma işlemine ait 5 adet çözümlü örnek soru bulunmaktadır. Soruların tamamında model çizimi yapılması, çözüm için farklı yöntemler geliştirilmesi ve keşfedilmesi süreçlerinin aksiyomatik formal dünya düzeyini temsil ettiği, bulunan çözüm yöntemlerinin kesirlerle yapılan işlemlerin kurallarına göre uygulanmasının da nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerini temsil ettiği düşünülmüş ve örnek soruların beşinin de her iki dünya düzeyinde birden yer aldıkları kabul edilmiştir.

Şekil 26

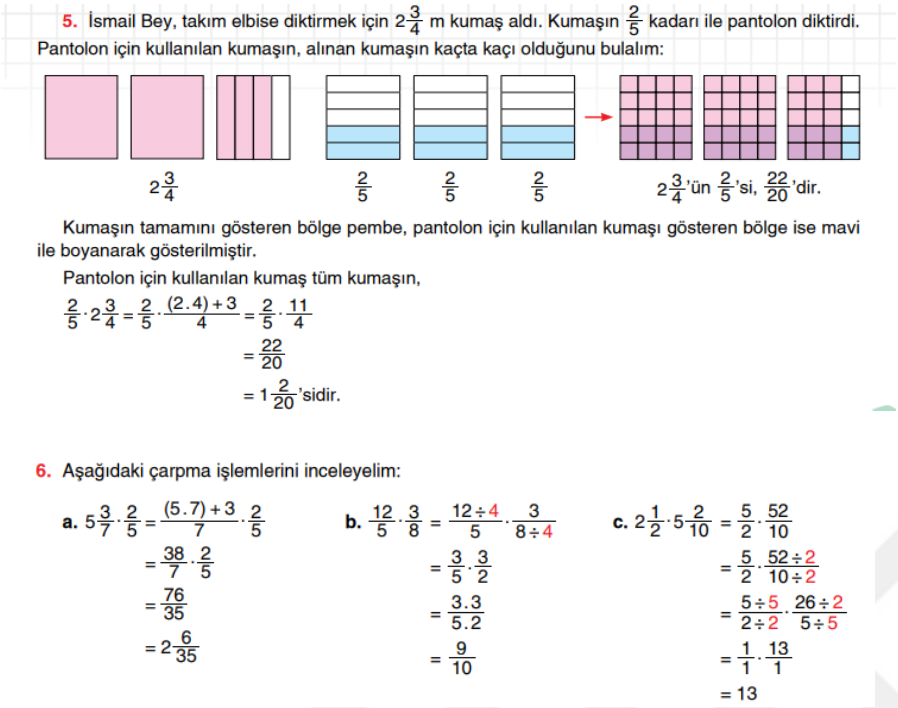
Kesirlerde çarpma işlemi 4. Ve 5. Örnek sorular



Kesirlerle çarpma işlemi alt başlığı olan iki kesrin çarpma işlemi konusunda 6 adet çözümlü örnek soru vardır. İlk beş sorunun problem tarzında verilmiş olması sebebiyle hem model çizmeyi gerektirerek aksiyomatik formal dünya düzeyini hem de gerekli çarpma işleminin yapılmasını gerektirerek nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyini temsil ettikleri kabul edilmiştir. Aynı zamanda birinci ve ikinci soruların çözüm olarak karşılaştırıldığında çarpma işleminin değişme özelliğinin keşfedilmesini de barındırmasının yine aksiyomatik formal dünya düzeyinde yer aldığı saptanmıştır. Altıncı soruda alıştırma tarzında verilmiş olan soruların incelenmesi beklenmektedir. Soruların çözümleri yapılırken tam sayılı kesirlerin bileşik kesre çevrilmesi ve sadeleştirme gibi dönüşümlerin öncelikle keşfedilip uygulanmış olması sebebiyle aksiyomatik formal dünya düzeyinde, kural uygulayarak bölme işlemlerinin yapılmış olması sebebiyle de nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde yer aldığı kabul edilmiştir. Verilen 6 sorunun tamamının her iki dünya düzeyinde de yer aldığı açığa çıkmaktadır.

Şekil 27

İki kesrin çarpma işlemi 5. Ve 6. Örnek sorular



5. İsmail Bey, takım elbise diktirmek için $2\frac{3}{4}$ m kumaş aldı. Kumaşın $\frac{2}{5}$ kadarı ile pantolon diktirdi. Pantolon için kullanılan kumaşın, alınan kumaşın kaçta kaçı olduğunu bulalım:

$2\frac{3}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{2}{5}$ $2\frac{3}{4}$'ün $\frac{2}{5}$'si, $\frac{22}{20}$'dir.

Kumaşın tamamını gösteren bölge pembe, pantolon için kullanılan kumaşı gösteren bölge ise mavi ile boyanarak gösterilmiştir.

Pantolon için kullanılan kumaş tüm kumaşın,

$$\frac{2}{5}\cdot 2\frac{3}{4}=\frac{2}{5}\cdot\frac{(2.4)+3}{4}=\frac{2}{5}\cdot\frac{11}{4}$$
$$=\frac{22}{20}$$
$$=1\frac{2}{20}\text{'sidir.}$$

6. Aşağıdaki çarpma işlemlerini inceleyelim:

a. $5\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{5}=\frac{(5.7)+3}{7}\cdot\frac{2}{5}$
$=\frac{38}{7}\cdot\frac{2}{5}$
$=\frac{76}{35}$
$=2\frac{6}{35}$

b. $\frac{12}{5}\cdot\frac{3}{8}=\frac{12\div 4}{5}\cdot\frac{3}{8\div 4}$
$=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{2}$
$=\frac{3.3}{5.2}$
$=\frac{9}{10}$

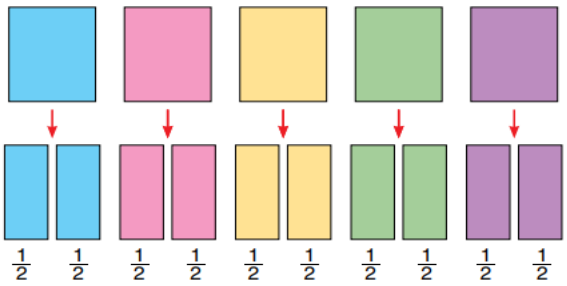
c. $2\frac{1}{2}\cdot 5\frac{2}{10}=\frac{5}{2}\cdot\frac{52}{10}$
$=\frac{5}{2}\cdot\frac{52\div 2}{10\div 2}$
$=\frac{5\div 5}{2\div 2}\cdot\frac{26\div 2}{5\div 5}$
$=\frac{1}{1}\cdot\frac{13}{1}$
$=13$

Kesirlerle bölme işlemi konusu alt başlığı olan bir doğal sayı ile birim kesri birbirine bölme işlemleri kısmına ait 5 adet çözümlü örnek soru vardır. Birinci, üçüncü ve dördüncü soruların modelleme ile görselleştirilmesi ve model üzerinden çıkarım yaparak bölme işleminin keşfedilmesi süreçlerini içermesi sebebiyle aksiyomatik formal dünya ile işlemin kurallara uygun bir şekilde uygulanması sebebiyle de nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerini temsil ettikleri görülmüştür. İkinci sorunun, verilen 10:8 işleminin incelenerek bölme işleminde bölenin pay ve paydasının yerlerinin değiştirilerek bölünen ile çarpılması yöntemiyle de sonuca ulaşılabileceğinin keşfedilmesi sürecini içermesi sebebiyle yine hem nesnel süreçsel sembolik dünya hem de aksiyomatik formal dünya düzeylerine ait olduğu kabul edilmiştir. Beşinci soruda ise verilen bölme işlemlerinde kural uygulanmış ve bu uygulamanın incelenmiş olmasından dolayı sadece nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde yer aldığı dikkati çekmektedir.

Şekil 28

Bir doğal sayı ile birim kesri birbirine bölme işlemi 1,2 ve 5. Örnek sorular

1. Bir grup, 5 el işi kâğıdını ikişer eş parçaya bölerek bir etkinlikte kullandı. El işi kâğıtlarından kaç eş parça elde edildiğini bulalım:



Modelimizde görüldüğü gibi 5 el işi kâğıdı ikişer eş parçaya bölündüğünde 10 tane $\frac{1}{2}$ el işi kâğıdı elde edilmiştir.

Modellediğimiz işlemin matematik cümlesi $5 \div \frac{1}{2} = 10$'dur.

$5 \div \frac{1}{2}$ ifadesi, 5'in içinde kaç tane $\frac{1}{2}$ (yarım) olduğunu bulmak anlamına gelir.

2. $10 \div 8$ işlemini inceleyelim:

$10 \div 8 = \frac{10}{8}$ eşitliğini yazabiliriz.

Şimdi $\frac{8}{1}$ kesrinin pay paydasını yer değiştirelim. Bulduğumuz $\frac{1}{8}$ kesri ile 10'u çarpalım:

$10 \cdot \frac{1}{8} = \frac{10}{1} \cdot \frac{1}{8}$

$= \frac{10}{8}$ olur.

$10 \div 8$ işleminin sonucu ile $10 \cdot \frac{1}{8}$ işleminin sonucu aynıdır. Buradan, kesirlerle bölme işleminin bölünen ile pay ve paydası yer değiştirilmiş bölenin çarpılarak da yapılabileceğini anlarız.

5. Aşağıdaki bölme işlemlerini inceleyelim:

a. $12 \div \frac{1}{6} = 12 \cdot \frac{6}{1}$

$= 72$

b. $\frac{1}{16} \div 5 = \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{5}$

$= \frac{1}{80}$

Yukarıdaki işlemlerden $12 \div \frac{1}{6}$ işlemi bir doğal sayıyı birim kesre, $\frac{1}{16} \div 5$ işlemi ise bir birim kesri bir doğal sayıya bölme işlemidir.

Bir doğal sayı ile bir kesri birbirine bölme alt başlığı kapsamında 4 adet çözümlü örnek soru verilmiştir. İlk iki soru problem biçiminde sorulardır. Soruların çözümü için modellemeler yapılmıştır. İlgili soruların, çözüme ulaşmak için hem model üzerinden sonucun keşfi hem de gerekli işlemin keşfi süreçlerini içermiş oldukları için aksiyomatik formal dünya, işlemin bölmenin kurallarına göre uygulanmasını içermiş oldukları için de nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinde yer aldıkları kabul edilmiştir. Son iki sorunun ise verilen bölme işlemlerinin incelenmesini istemesi sebebiyle sadece nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde yer aldıkları saptanmıştır.

Şekil 29

Bir doğal sayı ile bir kesri birbirine bölme işlemi 2. Ve 4.örnek sorular

2. Dikdörtgen biçiminde ve büyükçe bir çikolatanın $\frac{3}{4}$'ü kalmıştı. Zerrin Hanım, bu çikolatayı oğlu Kerem ile eşit olarak paylaştı. Zerrin Hanım ile oğlu Kerem'e bütün çikolatanın kaçta kaçının düştüğünü bulalım:



$\frac{3}{4}$ $\qquad$ $\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

Zerrin Hanım ile oğlu Kerem'den her birine çikolatanın $\frac{3}{8}$ kadarı kalmıştır.

4. Aşağıdaki bölme işlemlerini inceleyelim:

a. $7 \div \frac{2}{5} = 7 \cdot \frac{5}{2}$

$= \frac{35}{2}$

$= 17\frac{1}{2}$

b. $16 \div \frac{4}{9} = \overset{4}{\cancel{16}} \cdot \frac{9}{\underset{1}{\cancel{4}}}$

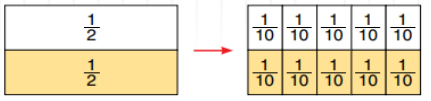
$= 36$

İki kesrin bölme işlemi alt başlığı içerisinde yer alan üç adet çözümlü örnek sorudan ilk ikisi problem tarzında üçüncüsü bölme işlemlerinin incelenmesi biçiminde verilmiştir. Birinci ve ikinci sorunun, sonuca ulaşmak için modelleme kullanılması ve model üzerinden çıkarım yapılması sebebiyle aksiyomatik formal dünya ile bölme işleminin uygulanması sebebiyle nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinin her ikisinde birden yer aldıkları kabul edilmiştir. Üçüncü sorunun ise yapılmış olan bölme işlemlerinin incelenmesi sürecinde sadece kurallarına uygun işlem yapılmış olması sebebiyle nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde yer aldığı belirlenmiştir.

Şekil 30

İki kesrin bölme işlemi 2. Ve 3.örnek sorular

2. Dikdörtgen biçimindeki bir kartonun $\frac{1}{2}$'i, $\frac{1}{10}$'lik bölgelere ayrılıyor. Kartonun $\frac{1}{2}$'inde kaç tane $\frac{1}{10}$'lik bölge olduğunu bulalım:



Modelimizde görüldüğü gibi kartonun $\frac{1}{2}$'inde 5 tane $\frac{1}{10}$'lik bölge vardır.

Modellediğimiz işlemin matematik cümlesi $\frac{1}{2} \div \frac{1}{10}$ olur.

$\frac{1}{2} \div \frac{1}{10} = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{1} = \frac{10}{2} = 5$'tir.

$\frac{1}{2} \div \frac{1}{10}$ ifadesi, yarımın $\left(\frac{1}{2}\right)$ içinde kaç tane $\frac{1}{10}$ olduğunu bulma anlamına gelmektedir.

3. Aşağıdaki bölme işlemlerini inceleyelim:

a. $\frac{3}{5} \div \frac{3}{10} = \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{3} = \frac{30}{15} = 2$ olur.

$\frac{3}{5}$'in içinde 2 tane $\frac{3}{10}$ vardır.

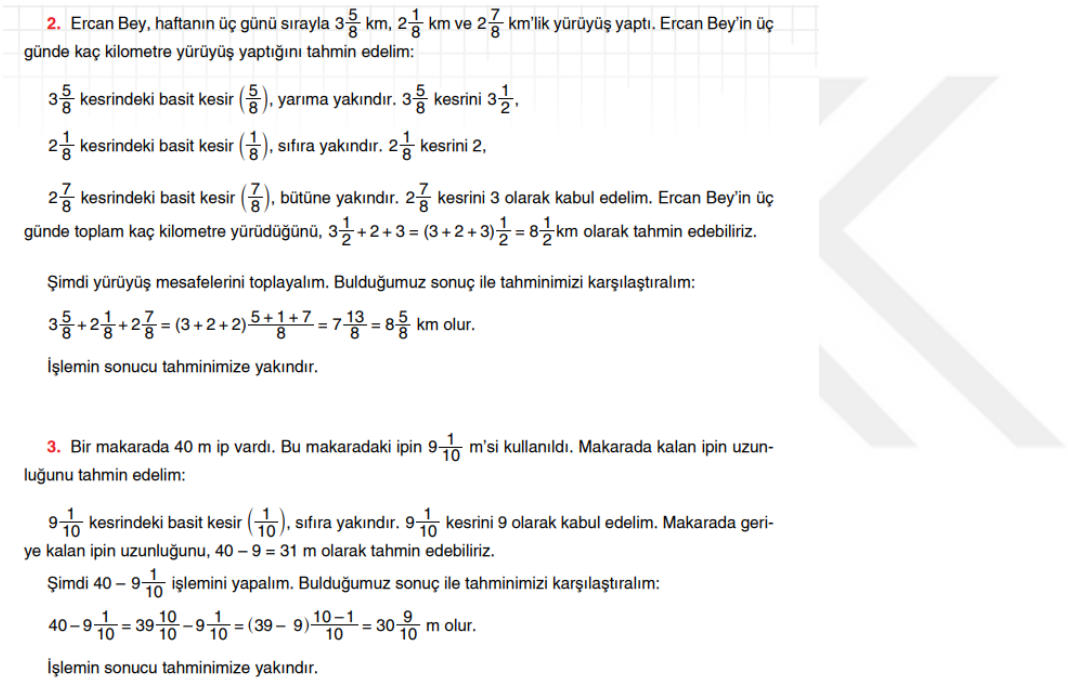
b. $\frac{8}{15} \div \frac{1}{30} = \frac{8}{15} \cdot \frac{30}{1} = \frac{240}{15} = 16$ olur.

$\frac{8}{15}$'in içinde 16 tane $\frac{1}{30}$ vardır.

Kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin etme konu başlığı altında 5 adet çözümlü örnek soru bulunmaktadır. Soruların tamamı problem tarzında verilmiştir. Sorularda gerçek sonuçların bulunmasından ziyade yakın tahminlerde bulunulması beklenmektedir. Dolayısıyla soruların tamamının sonuca ulaşabilecek yöntemler keşfetme ve strateji geliştirme süreçleri barındırması sebebiyle aksiyomatik formal dünya düzeyi ile doğruluğun kontrol edilmesi aşamasında işlem yapılması sebebiyle de nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinin ikisini birden temsil ettikleri kabul edilmiştir.

Şekil 31

Kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin etme 2. Ve 3.örnek sorular



2. Ercan Bey, haftanın üç günü sırayla $3\frac{5}{8}$ km, $2\frac{1}{8}$ km ve $2\frac{7}{8}$ km'lik yürüyüş yaptı. Ercan Bey'in üç günde kaç kilometre yürüyüş yaptığını tahmin edelim:

$3\frac{5}{8}$ kesrindeki basit kesir $\left(\frac{5}{8}\right)$, yarıma yakındır. $3\frac{5}{8}$ kesrini $3\frac{1}{2}$,

$2\frac{1}{8}$ kesrindeki basit kesir $\left(\frac{1}{8}\right)$, sıfıra yakındır. $2\frac{1}{8}$ kesrini 2,

$2\frac{7}{8}$ kesrindeki basit kesir $\left(\frac{7}{8}\right)$, bütüne yakındır. $2\frac{7}{8}$ kesrini 3 olarak kabul edelim. Ercan Bey'in üç günde toplam kaç kilometre yürüdüğünü, $3\frac{1}{2}+2+3=(3+2+3)\frac{1}{2}=8\frac{1}{2}$km olarak tahmin edebiliriz.

Şimdi yürüyüş mesafelerini toplayalım. Bulduğumuz sonuç ile tahminimizi karşılaştıralım:

$3\frac{5}{8}+2\frac{1}{8}+2\frac{7}{8}=(3+2+2)\frac{5+1+7}{8}=7\frac{13}{8}=8\frac{5}{8}$ km olur.

İşlemin sonucu tahminimize yakındır.

3. Bir makarada 40 m ip vardı. Bu makaradaki ipin $9\frac{1}{10}$ m'si kullanıldı. Makarada kalan ipin uzunluğunu tahmin edelim:

$9\frac{1}{10}$ kesrindeki basit kesir $\left(\frac{1}{10}\right)$, sıfıra yakındır. $9\frac{1}{10}$ kesrini 9 olarak kabul edelim. Makarada geriye kalan ipin uzunluğunu, 40 – 9 = 31 m olarak tahmin edebiliriz.

Şimdi $40-9\frac{1}{10}$ işlemini yapalım. Bulduğumuz sonuç ile tahminimizi karşılaştıralım:

$40-9\frac{1}{10}=39\frac{10}{10}-9\frac{1}{10}=(39-9)\frac{10-1}{10}=30\frac{9}{10}$ m olur.

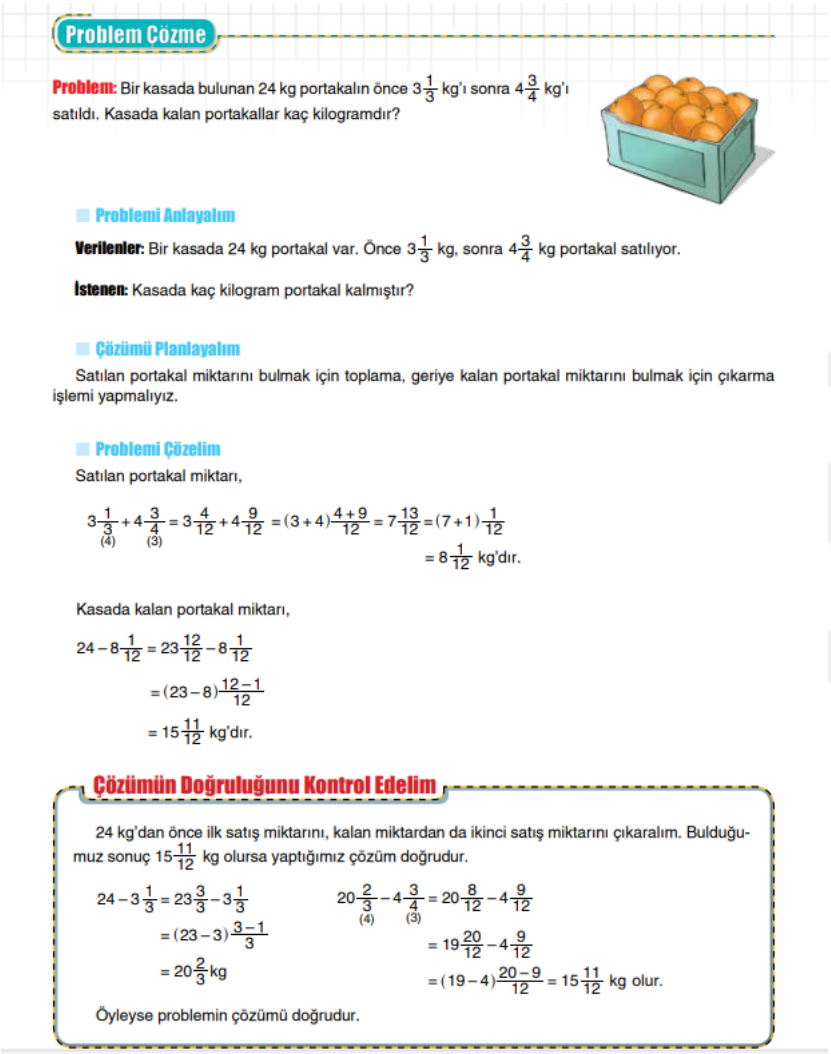
İşlemin sonucu tahminimize yakındır.

Ders kitabının son çözümlü örnek soruları problemler konu başlığı altında verilmiştir. Verilen 4 adet problemin çözüm süreci problemi anlayalım, çözümü planlayalım, problemi çözelim ve çözümün doğruluğunu kontrol edelim şeklinde dörder aşama biçiminde düzenlenmiştir. Problemi anlayalım aşamalarının soruda verilen ifadelerin anlaşılması ve kavranmasını içermesi sebebiyle kavramsal somut dünya düzeyinde yer aldıkları dikkati çekmektedir. Çözümü planlayalım aşamalarının strateji geliştirme süreçleri olması sebebiyle aksiyomatik formal dünya düzeylerinde yer aldıkları ve problemi çözelim kısımlarının da kurallara uygun işlem yapma süreçlerini içermesi sebebiyle nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde yer aldıkları düşünülmüş, çözümün doğruluğunu kontrol edelim kısımlarının da bir muhakeme süreci içermesi sebebiyle yine aksiyomatik formal dünya düzeyinde yer aldığı

düşünülerek problemler konu başlığı altındaki tüm çözümlü örnek soruların matematiğin üç dünyasının hepsinde birden yer aldıkları kabul edilmiştir.

Şekil 32

Problem çözme aşamaları örnek problemi



Problem Çözme

Problem: Bir kasada bulunan 24 kg portakalın önce $3\frac{1}{3}$ kg'ı sonra $4\frac{3}{4}$ kg'ı satıldı. Kasada kalan portakallar kaç kilogramdır?

Problemi Anlayalım

Verilenler: Bir kasada 24 kg portakal var. Önce $3\frac{1}{3}$ kg, sonra $4\frac{3}{4}$ kg portakal satılıyor.

İstenen: Kasada kaç kilogram portakal kalmıştır?

Çözümü Planlayalım

Satılan portakal miktarını bulmak için toplama, geriye kalan portakal miktarını bulmak için çıkarma işlemi yapmalıyız.

Problemi Çözelim

Satılan portakal miktarı,

$$3\underset{(4)}{\frac{1}{3}}+4\underset{(3)}{\frac{3}{4}}=3\frac{4}{12}+4\frac{9}{12}=(3+4)\frac{4+9}{12}=7\frac{13}{12}=(7+1)\frac{1}{12}$$
$$=8\frac{1}{12}\text{ kg'dır.}$$

Kasada kalan portakal miktarı,

$$24-8\frac{1}{12}=23\frac{12}{12}-8\frac{1}{12}$$
$$=(23-8)\frac{12-1}{12}$$
$$=15\frac{11}{12}\text{ kg'dır.}$$

Çözümün Doğruluğunu Kontrol Edelim

24 kg'dan önce ilk satış miktarını, kalan miktardan da ikinci satış miktarını çıkaralım. Bulduğumuz sonuç $15\frac{11}{12}$ kg olursa yaptığımız çözüm doğrudur.

$$24-3\frac{1}{3}=23\frac{3}{3}-3\frac{1}{3}$$
$$=(23-3)\frac{3-1}{3}$$
$$=20\frac{2}{3}\text{kg}$$

$$20\underset{(4)}{\frac{2}{3}}-4\underset{(3)}{\frac{3}{4}}=20\frac{8}{12}-4\frac{9}{12}$$
$$=19\frac{20}{12}-4\frac{9}{12}$$
$$=(19-4)\frac{20-9}{12}=15\frac{11}{12}\text{ kg olur.}$$

Öyleyse problemin çözümü doğrudur.

4.3. Etkinlik Yönergelerine Ait Bulgular

Araştırmanın alt problemlerinden üçüncüsü olan "Matematiğin üç dünyası teorik çerçevesi açısında 6.sınıf matematik ders kitabı kesirler konusunda yer alan etkinlik yönergeleri cümlelerinin içeriği nasıldır?" sorusuna cevap bulmak amacıyla incelenen etkinlik yönergelerinin içeriğine ait grafik aşağıda belirtilmiştir.

Tablo 3

Etkinlik yönergelerine ait cümlelerin matematiğin üç dünyası kavramsal çerçevesine göre dağılımı

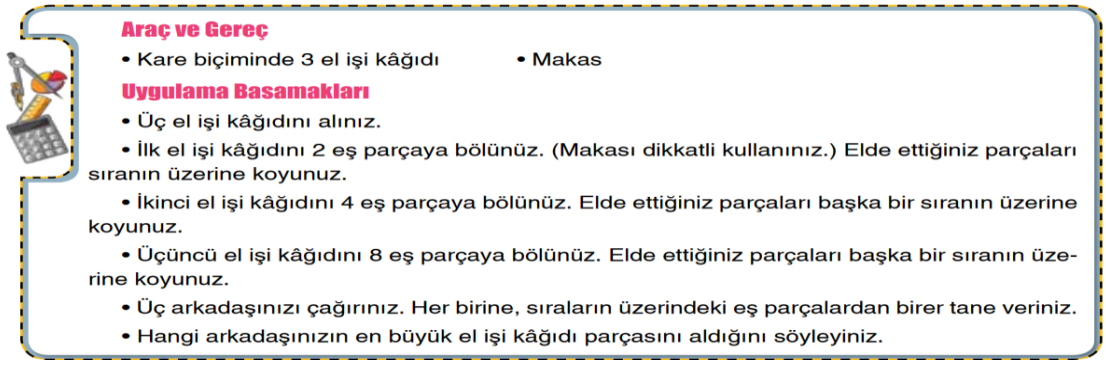
Dünyalar	**frekans**	**yüzde**
Kavramsal somut dünya (KSD)	1	8,33
Nesnel süreçsel sembolik dünya (NSSD)	1	8,33
Aksiyomatik formal dünya (AFD)	0	0
KSD ile NSSD	0	0
KSD ile AFD	0	0
NSSD ile AFD	4	33,33
KSD, NSSD, AFD	6	50
Toplam	**12**	**100**

2022-2023 Eğitim Öğretim yılında okutulan 6.sınıf matematik ders kitabında kesirler konusuna ait toplamda 12 adet etkinlik yönergesi bulunmaktadır. Verilen etkinlik yönergelerine ait cümlelerinin matematiğin üç dünyası kavramsal çerçevesine göre dağılımını gösteren grafiğe göre yönergeleri oluşturan cümlelerin tam yarısının (%50) her üç dünya düzeyini de aynı anda temsil ettiği görülmüştür. 4 adet etkinlik yönergesinin (%33,33) hem nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyini hem de aksiyomatik formal dünya düzeyinin ikisini birden temsil ettiği, bir etkinlik yönergesinin (%8,33) sadece kavramsal somut dünya düzeyini, bir adet (%8,33) etkinlik yönergesinin de sadece nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyini temsil ettiği belirlenmiştir. Kavramsal somut dünya ile nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerini aynı anda temsil eden ve kavramsal somut dünya ile aksiyomatik formal dünya düzeylerini aynı anda temsil eden herhangi bir etkinlik yönergesi ile sadece aksiyomatik formal dünya düzeyini temsil eden herhangi bir etkinlik yönergesi tespit edilememiştir.

İlk etkinlik yönergesi (sayfa 66) kesirleri karşılaştırma ve sayı doğrusunda gösterme konu başlığı içerisinde yer almaktadır. Somut yaşantı üzerinden sıralama yapmayı hedefleyen etkinlikte öğrencilerin kağıtları 2,4 ve 8'er eş parça halinde keserek hangisinin en büyük olduğunu söyleyebilmeleri istendiği için kavramsal somut dünya düzeyinde olduğu görülmüştür.

Şekil 33

Kesirleri karşılaştırma ve sayı doğrusunda gösterme etkinlik yönergesi-1



Araç ve Gereç

• Kare biçiminde 3 el işi kâğıdı • Makas

Uygulama Basamakları

• Üç el işi kâğıdını alınız.

• İlk el işi kâğıdını 2 eş parçaya bölünüz. (Makası dikkatli kullanınız.) Elde ettiğiniz parçaları sıranın üzerine koyunuz.

• İkinci el işi kâğıdını 4 eş parçaya bölünüz. Elde ettiğiniz parçaları başka bir sıranın üzerine koyunuz.

• Üçüncü el işi kâğıdını 8 eş parçaya bölünüz. Elde ettiğiniz parçaları başka bir sıranın üzerine koyunuz.

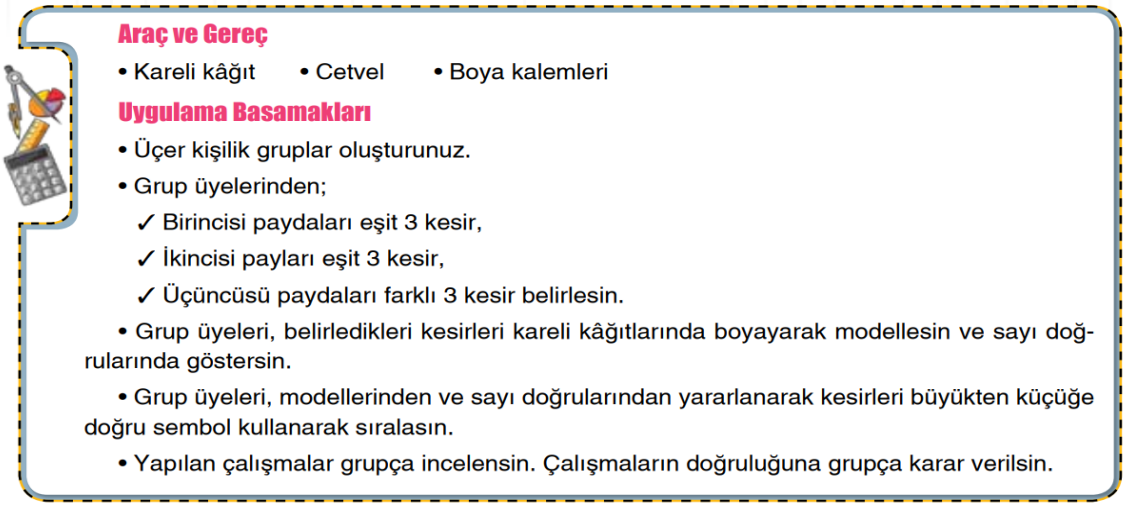
• Üç arkadaşınızı çağırınız. Her birine, sıraların üzerindeki eş parçalardan birer tane veriniz.

• Hangi arkadaşınızın en büyük el işi kâğıdı parçasını aldığını söyleyiniz.

İkinci etkinlik yönergesi de (sayfa 67) kesirleri karşılaştırma ve sayı doğrusunda gösterme konusu kapsamındadır. Verilen yönergedeki cümlelerin, öğrencilerden oluşturdukları gruplarda pay veya paydalarına dikkat ederek kesirler oluşturmalarını söylediği için nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyini, bu kesirleri modellemeleri ve sayı doğrusunda göstermelerini istediği için de aksiyomatik formal dünya düzeyini temsil ettiği saptanmıştır. Yönergenin devamında kesirlerin sembol kullanılarak sıralamasının yapılmasının yine nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde yer aldığı, etkinliğin sonunda yapılacak olan, çalışmaların doğruluğunun incelenip kararlaştırılmasının da yine aksiyomatik formal dünya düzeyinde yer aldığı kabul edilmiştir.

Şekil 34

Kesirleri karşılaştırma ve sayı doğrusunda gösterme etkinlik yönergesi-2



Araç ve Gereç

• Kareli kâğıt • Cetvel • Boya kalemleri

Uygulama Basamakları

• Üçer kişilik gruplar oluşturunuz.

• Grup üyelerinden;

✓ Birincisi paydaları eşit 3 kesir,

✓ İkincisi payları eşit 3 kesir,

✓ Üçüncüsü paydaları farklı 3 kesir belirlesin.

• Grup üyeleri, belirledikleri kesirleri kareli kâğıtlarında boyayarak modellesin ve sayı doğrularında göstersin.

• Grup üyeleri, modellerinden ve sayı doğrularından yararlanarak kesirleri büyükten küçüğe doğru sembol kullanarak sıralasın.

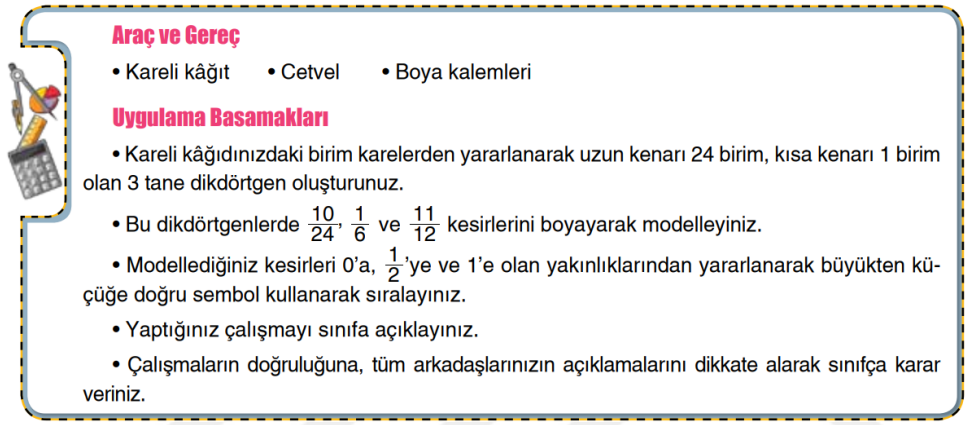
• Yapılan çalışmalar grupça incelensin. Çalışmaların doğruluğuna grupça karar verilsin.

Üçüncü etkinlik yönergesi (sayfa 69) yine karşılaştırma ve sıralama konusu içinde olan modelleme gerektiren etkinliktir. Bu etkinlikte öğrencilerden 3 farklı dikdörtgen çizmeleri ve bu dikdörtgenlerin içinde istenen kesirlere ait modelleri oluşturmaları beklenmektedir. Bu

sebeple dikdörtgeni tanıma, çizebilme, verilen kesri tanıma gibi kazanımları içererek nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyine dahil olduğu düşünülen etkinliğin, yönergenin devamında oluşturulmuş olan bu modellerin sıfıra yarıma veya bütüne yakınlığına karar vermeyi gerektirerek aksiyomatik formal dünya düzeyine de dahil olduğu kabul edilmiştir. Son cümledeki yönergede sınıfça doğruluğa karar verme aşaması fikir oluşturma ve oluşan fikirleri muhakeme etme gerektirdiği için yine aksiyomatik formal dünya düzeyinde olduğu açığa çıkmaktadır.

Şekil 35

Kesirleri karşılaştırma ve sayı doğrusunda gösterme etkinlik yönergesi-3



Araç ve Gereç

• Kareli kâğıt • Cetvel • Boya kalemleri

Uygulama Basamakları

• Kareli kâğıdınızdaki birim karelerden yararlanarak uzun kenarı 24 birim, kısa kenarı 1 birim olan 3 tane dikdörtgen oluşturunuz.

• Bu dikdörtgenlerde $\frac{10}{24}$, $\frac{1}{6}$ ve $\frac{11}{12}$ kesirlerini boyayarak modelleyiniz.

• Modellediğiniz kesirleri 0'a, $\frac{1}{2}$'ye ve 1'e olan yakınlıklarından yararlanarak büyükten küçüğe doğru sembol kullanarak sıralayınız.

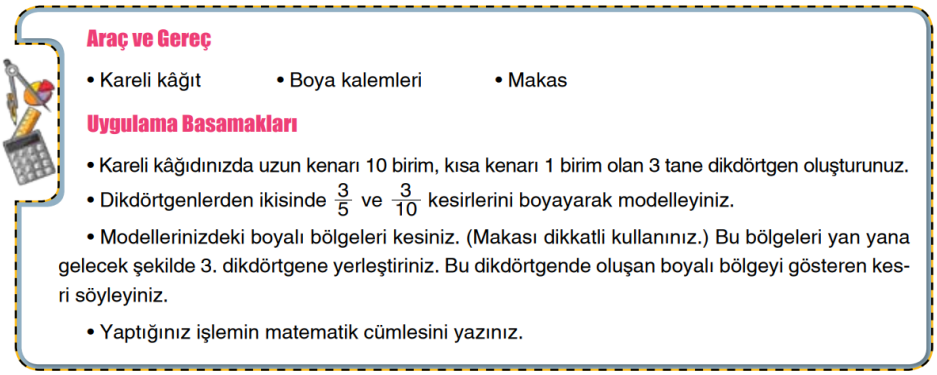
• Yaptığınız çalışmayı sınıfa açıklayınız.

• Çalışmaların doğruluğuna, tüm arkadaşlarınızın açıklamalarını dikkate alarak sınıfça karar veriniz.

Dördüncü etkinlik yönergesi kesirlerde toplama işlemi konusuna aittir. Verilen yönerge, 3 adet dikdörtgen çizilmesinin ardından istenen kesirlerin bu dikdörtgenlerden ikisinde modellenmesi istendiği için nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde olduğu düşünülen eylemler barındırırken, oluşturulan modellerdeki kesirlerin kesilip üçüncü model üzerine yerleştirilmesinin kavramsal somut dünya düzeyinde bir eylem olduğu görülmüştür. Oluşan yeni modeldeki kesri söyleyebilmenin yine nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyini temsil ettiği, yapılan işlemin matematik cümlesini yazmanın da bir muhakeme ve karar içerdiği için aksiyomatik formal dünya düzeyini temsil ettiği saptanmıştır. Toplama işlemine ait verilen bu etkinlik yönergesinin bütün olarak bakıldığında matematiğin üç dünyasına ait her üç dünyayı da barındırdığı kabul edilmiştir.

Şekil 36

Kesirlerde toplama işlemi etkinlik yönergesi



Araç ve Gereç

• Kareli kâğıt • Boya kalemleri • Makas

Uygulama Basamakları

• Kareli kâğıdınızda uzun kenarı 10 birim, kısa kenarı 1 birim olan 3 tane dikdörtgen oluşturunuz.

• Dikdörtgenlerden ikisinde $\frac{3}{5}$ ve $\frac{3}{10}$ kesirlerini boyayarak modelleyiniz.

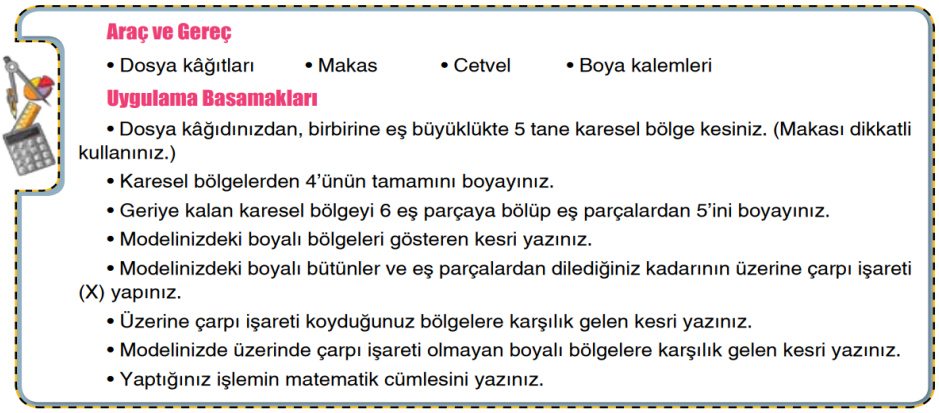
• Modellerinizdeki boyalı bölgeleri kesiniz. (Makası dikkatli kullanınız.) Bu bölgeleri yan yana gelecek şekilde 3. dikdörtgene yerleştiriniz. Bu dikdörtgende oluşan boyalı bölgeyi gösteren kesri söyleyiniz.

• Yaptığınız işlemin matematik cümlesini yazınız.

Beşinci etkinlik yönergesi (sayfa 75) kesirlerde çıkarma işlemini keşfettirmeye yöneliktir. İstenen karesel bölge kesiminin bir geometrik şekli tanıma ve çizebilmeyi gerektirdiği için nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyini temsil ettiği, devamında yapılması beklenen bazı bölgelerin boyanması ve üzerine çarpı konulmasının kavramsal somut dünya düzeyini temsil ettiği, boyanan, çarpı ile işaretlenen ve işaretlenmeyen bölgelere ait kesirleri söylemenin de yine nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde yer aldığı, fakat yapılan işlemin matematik cümlesini yazabilmenin aksiyomatik formal dünya düzeyinde olduğu dikkati çekmektedir. Çıkarma işlemine ait yönerge de toplama işlemi etkinliğinde olduğu gibi her üç dünya düzeyini de temsil ettiği kabul edilmiştir.

Şekil 37

Kesirlerde çıkarma işlemi etkinlik yönergesi



Araç ve Gereç

• Dosya kâğıtları • Makas • Cetvel • Boya kalemleri

Uygulama Basamakları

• Dosya kâğıdınızdan, birbirine eş büyüklükte 5 tane karesel bölge kesiniz. (Makası dikkatli kullanınız.)

• Karesel bölgelerden 4'ünün tamamını boyayınız.

• Geriye kalan karesel bölgeyi 6 eş parçaya bölüp eş parçalardan 5'ini boyayınız.

• Modelinizdeki boyalı bölgeleri gösteren kesri yazınız.

• Modelinizdeki boyalı bütünler ve eş parçalardan dilediğiniz kadarının üzerine çarpı işareti (X) yapınız.

• Üzerine çarpı işareti koyduğunuz bölgelere karşılık gelen kesri yazınız.

• Modelinizde üzerinde çarpı işareti olmayan boyalı bölgelere karşılık gelen kesri yazınız.

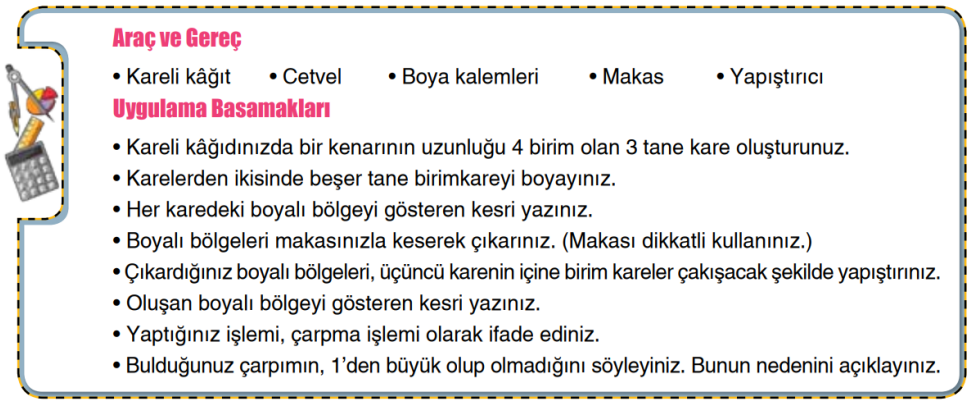
• Yaptığınız işlemin matematik cümlesini yazınız.

Altıncı etkinlik yönergesi (sayfa 78) bir doğal sayı ile bir kesri çarpma işlemi konusunu içermektedir. Yönergede yer alan boyama, kesme, birleştirme görevlerinin kavramsal somut dünya düzeyinde, kare oluşturma, karelerin içindeki boyalı kısımları gösteren kesirleri ve kesip birleştirmeden sonra oluşan yeni kesri söyleyebilme ile bu işlemi çarpma olarak ifade edip

söyleyebilmenin nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde, sonucun 1'den büyük olup olmadığını ve bunun nedenini açıklayabilmenin de aksiyomatik formal dünya düzeyinde olduğu görülmüştür. Verilen etkinlik yönergesi cümlelerinin matematiğin üç dünyasının her üç düzeyine de ait olduğu kabul edilmiştir.

Şekil 38

Bir doğal sayı ile bir kesri çarpma işlemi etkinlik yönergesi



Araç ve Gereç

• Kareli kâğıt • Cetvel • Boya kalemleri • Makas • Yapıştırıcı

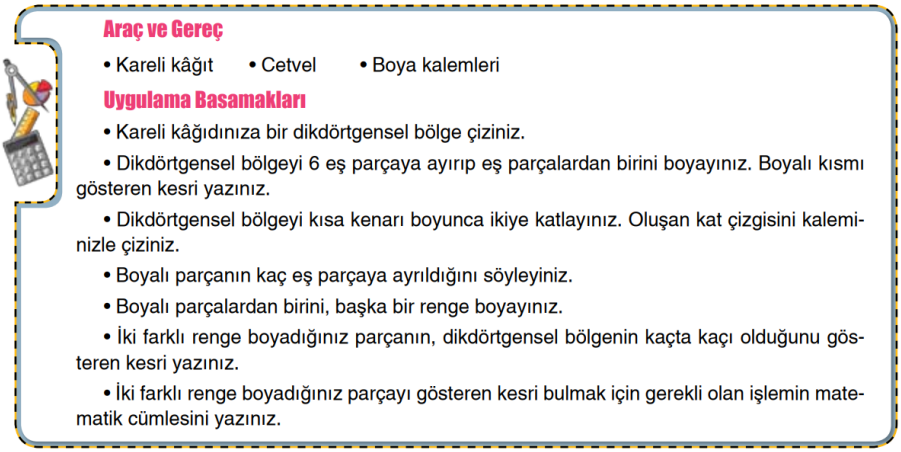
Uygulama Basamakları

• Kareli kâğıdınızda bir kenarının uzunluğu 4 birim olan 3 tane kare oluşturunuz.
• Karelerden ikisinde beşer tane birimkareyi boyayınız.
• Her karedeki boyalı bölgeyi gösteren kesri yazınız.
• Boyalı bölgeleri makasınızla keserek çıkarınız. (Makası dikkatli kullanınız.)
• Çıkardığınız boyalı bölgeleri, üçüncü karenin içine birim kareler çakışacak şekilde yapıştırınız.
• Oluşan boyalı bölgeyi gösteren kesri yazınız.
• Yaptığınız işlemi, çarpma işlemi olarak ifade ediniz.
• Bulduğunuz çarpımın, 1'den büyük olup olmadığını söyleyiniz. Bunun nedenini açıklayınız.

Yedinci etkinlik yönergesi (sayfa 81) iki kesrin çarpma işlemine aittir. Yönergede istenen boyama, kesme, katlama eylemlerinin kavramsal somut dünya düzeyinde, dikdörtgensel bölge çizme ile boyandıktan ve katlamadan sonra oluşan kesirleri söylemenin nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde, sonuca ulaşmak için gerekli matematik cümleyi yazabilmenin de aksiyomatik formal dünya düzeyinde yer aldığı düşünülmüş, verilen etkinlik yönergesinin matematiğin üç dünyasının hepsini birden temsil ettiği kabul edilmiştir.

Şekil 39

İki kesrin çarpma işlemi etkinlik yönergesi



Araç ve Gereç

• Kareli kâğıt • Cetvel • Boya kalemleri

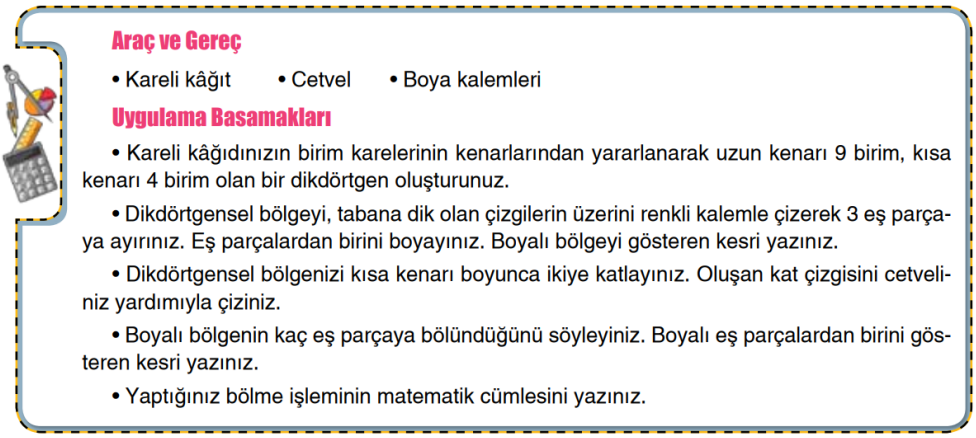
Uygulama Basamakları

• Kareli kâğıdınıza bir dikdörtgensel bölge çiziniz.
• Dikdörtgensel bölgeyi 6 eş parçaya ayırıp eş parçalardan birini boyayınız. Boyalı kısmı gösteren kesri yazınız.
• Dikdörtgensel bölgeyi kısa kenarı boyunca ikiye katlayınız. Oluşan kat çizgisini kalemi-nizle çiziniz.
• Boyalı parçanın kaç eş parçaya ayrıldığını söyleyiniz.
• Boyalı parçalardan birini, başka bir renge boyayınız.
• İki farklı renge boyadığınız parçanın, dikdörtgensel bölgenin kaçta kaçı olduğunu gös-teren kesri yazınız.
• İki farklı renge boyadığınız parçayı gösteren kesri bulmak için gerekli olan işlemin mate-matik cümlesini yazınız.

Sekizinci etkinlik yönergesi (sayfa 84) kesirlerde bölme işlemi konusunun alt başlığı olan bir doğal sayı ile birim kesri birbirine bölme işlemi kısmına aittir. Bir kesri birim kesre bölme işlemi etkinliği için verilen yönergede, önceki etkinliklerde olduğu gibi istenen boyama katlama işlemlerinin kavramsal somut dünya düzeyinde olduğu açığa çıkmaktadır. Devamında boyama ile oluşan ve katlamadan sonra meydana gelen yeni kesirleri yazabilmenin nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyini temsil ettiği, yapılan işlemin bölme olduğunun fark edilip bu işleme ait matematik cümlesinin yazılmasının da yine aksiyomatik formal dünya düzeyinde bir eylem olduğu saptanmıştır. Bu sebeple sekizinci etkinlik yönergesinin de her üç dünya düzeyini de temsil ettiği kabul edilmiştir.

Şekil 40

Bir doğal sayı ile birim kesri birbirine bölme işlemi etkinlik yönergesi



Araç ve Gereç

• Kareli kâğıt • Cetvel • Boya kalemleri

Uygulama Basamakları

• Kareli kâğıdınızın birim karelerinin kenarlarından yararlanarak uzun kenarı 9 birim, kısa kenarı 4 birim olan bir dikdörtgen oluşturunuz.

• Dikdörtgensel bölgeyi, tabana dik olan çizgilerin üzerini renkli kalemle çizerek 3 eş parçaya ayırınız. Eş parçalardan birini boyayınız. Boyalı bölgeyi gösteren kesri yazınız.

• Dikdörtgensel bölgenizi kısa kenarı boyunca ikiye katlayınız. Oluşan kat çizgisini cetveliniz yardımıyla çiziniz.

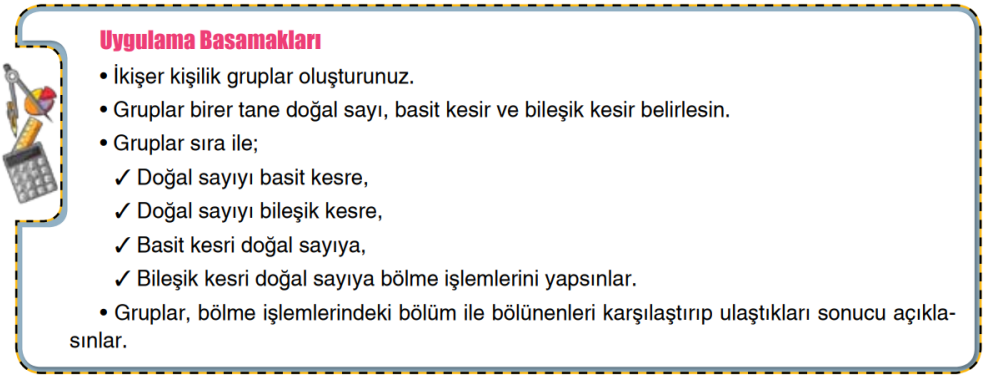
• Boyalı bölgenin kaç eş parçaya bölündüğünü söyleyiniz. Boyalı eş parçalardan birini gösteren kesri yazınız.

• Yaptığınız bölme işleminin matematik cümlesini yazınız.

Dokuzuncu etkinlik yönergesi (sayfa 88) bölme işlemi alt başlıklarından bir diğeri olan bir doğal sayı ile bir kesri bölme işlemine yöneliktir. Yönergede istenen tüm aşamalar; grupların doğal sayı, basit ve bileşik kesir oluşturması, bu sayıları birbirlerine bölme işlemlerini yapmaları ve bölüm ile bölünen sayıları karılaştırmalarının tamamının nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyini temsil ettiği kabul edilmiştir.

Şekil 41

Bir doğal sayı ile bir kesri bölme işlemi etkinlik yönergesi



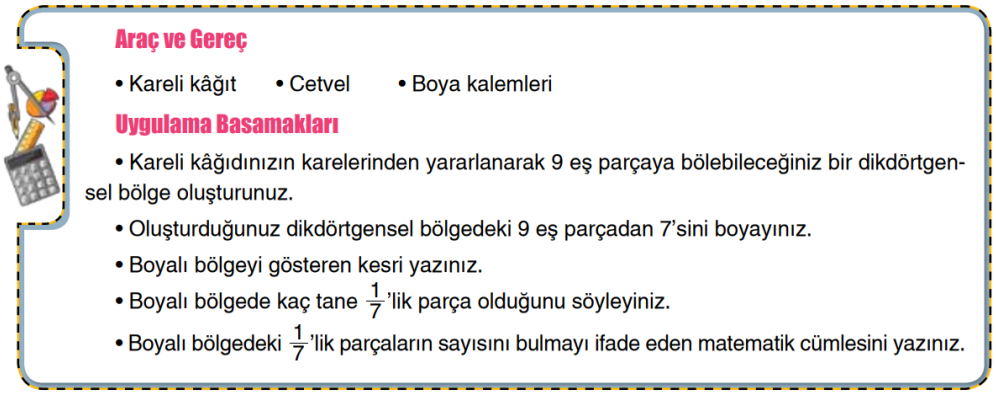
Uygulama Basamakları

- İkişer kişilik gruplar oluşturunuz.
- Gruplar birer tane doğal sayı, basit kesir ve bileşik kesir belirlesin.
- Gruplar sıra ile;
  - ✓ Doğal sayıyı basit kesre,
  - ✓ Doğal sayıyı bileşik kesre,
  - ✓ Basit kesri doğal sayıya,
  - ✓ Bileşik kesri doğal sayıya bölme işlemlerini yapsınlar.
- Gruplar, bölme işlemlerindeki bölüm ile bölünenleri karşılaştırıp ulaştıkları sonucu açıklasınlar.

Onuncu etkinlik yönergesi (sayfa 89) iki kesrin bölme işlemine aittir. Verilen yönergedeki cümleler içerisinde 9 eş parçadan 7'sini boyamanın kavramsal somut dünya düzeyinde, oluşan kesri yazma ve kaç adet olduğunu söylemenin nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde, sonuca ulaşmayı sağlayan matematik cümlesini yazmanın aksiyomatik formal dünya düzeyinde yer aldığı düşünülerek yönergenin her üç dünya düzeyini de temsil ettiği kabul edilmiştir.

Şekil 42

İki kesrin bölme işlemi etkinlik yönergesi



Araç ve Gereç

- Kareli kâğıt
- Cetvel
- Boya kalemleri

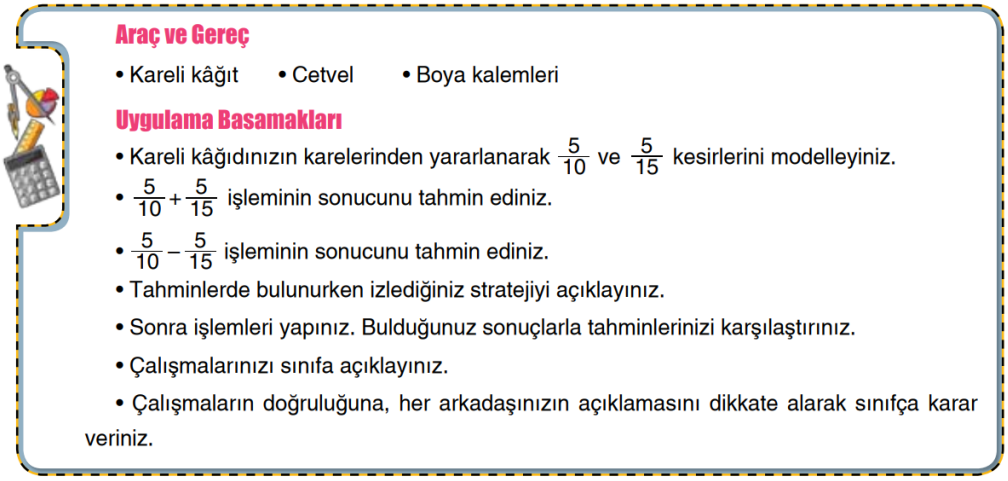
Uygulama Basamakları

- Kareli kâğıdınızın karelerinden yararlanarak 9 eş parçaya bölebileceğiniz bir dikdörtgensel bölge oluşturunuz.
- Oluşturduğunuz dikdörtgensel bölgedeki 9 eş parçadan 7'sini boyayınız.
- Boyalı bölgeyi gösteren kesri yazınız.
- Boyalı bölgede kaç tane $\frac{1}{7}$'lik parça olduğunu söyleyiniz.
- Boyalı bölgedeki $\frac{1}{7}$'lik parçaların sayısını bulmayı ifade eden matematik cümlesini yazınız.

On birinci etkinlik yönergesi (sayfa 92) kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin etme konu başlığı içerisinde yer almaktadır. Etkinlikte istenen kesirlerin modellenmesi ile işlemlerin yapılmasının nesnel süreçsel sembolik dünya, toplama ve çıkarma işlemlerinin sonuçlarını tahmin etmenin strateji kurmayı gerektirdiği için aksiyomatik formal dünya düzeyinde olduğu belirlenmiştir. Tahmin ve işlem sonuçlarının karşılaştırılmasından sonra sınıfça doğruluğuna karar verilmesinin de yine aksiyomatik formal dünya düzeyinde olduğu kabul edilmiştir.

Şekil 43

Kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin etme etkinlik yönergesi-1



Araç ve Gereç

• Kareli kâğıt • Cetvel • Boya kalemleri

Uygulama Basamakları

• Kareli kâğıdınızın karelerinden yararlanarak $\frac{5}{10}$ ve $\frac{5}{15}$ kesirlerini modelleyiniz.

• $\frac{5}{10}+\frac{5}{15}$ işleminin sonucunu tahmin ediniz.

• $\frac{5}{10}-\frac{5}{15}$ işleminin sonucunu tahmin ediniz.

• Tahminlerde bulunurken izlediğiniz stratejiyi açıklayınız.

• Sonra işlemleri yapınız. Bulduğunuz sonuçlarla tahminlerinizi karşılaştırınız.

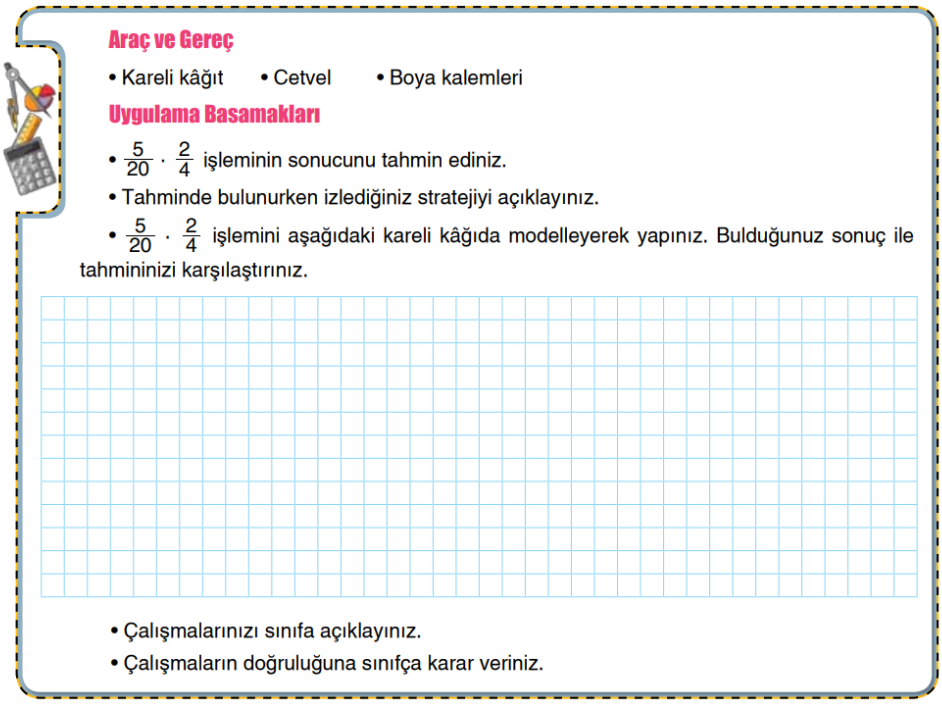
• Çalışmalarınızı sınıfa açıklayınız.

• Çalışmaların doğruluğuna, her arkadaşınızın açıklamasını dikkate alarak sınıfça karar veriniz.

Etkinlik yönergelerinin sonuncusu (sayfa 93) yine tahmin konusu içerisinde yer almaktadır. Etkinlikte istenen işlemin sonucunu tahmin edip stratejiyi açıklama ile en son sınıfça doğruluğuna karar vermenin aksiyomatik formal dünya düzeyinde, işleme ait modeli çizip sonuca ulaşma ve gerçek sonucu tahmini sonuç ile karşılaştırmanın nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinde olduğu kabul edilmiştir.

Şekil 44

Kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin etme etkinlik yönergesi-2



Araç ve Gereç

• Kareli kâğıt • Cetvel • Boya kalemleri

Uygulama Basamakları

• $\frac{5}{20}\cdot\frac{2}{4}$ işleminin sonucunu tahmin ediniz.

• Tahminde bulunurken izlediğiniz stratejiyi açıklayınız.

• $\frac{5}{20}\cdot\frac{2}{4}$ işlemini aşağıdaki kareli kâğıda modelleyerek yapınız. Bulduğunuz sonuç ile tahmininizi karşılaştırınız.

• Çalışmalarınızı sınıfa açıklayınız.

• Çalışmaların doğruluğuna sınıfça karar veriniz.

4.4. Uygulama ve Değerlendirme Sorularına Ait Bulgular

Tablo 4

Uygulama ve değerlendirme soru cümlelerinin matematiğin üç dünyası kavramsal çerçevesine göre dağılımı

Dünyalar	**frekans**	**yüzde**
Kavramsal somut dünya (KSD)	0	0
Nesnel süreçsel sembolik dünya (NSSD)	19	36,53
Aksiyomatik formal dünya (AFD)	3	5,76
KSD ile NSSD	0	0
KSD ile AFD	0	0
NSSD ile AFD	30	57,69
KSD, NSSD, AFD	0	0
Toplam	**52**	**100**

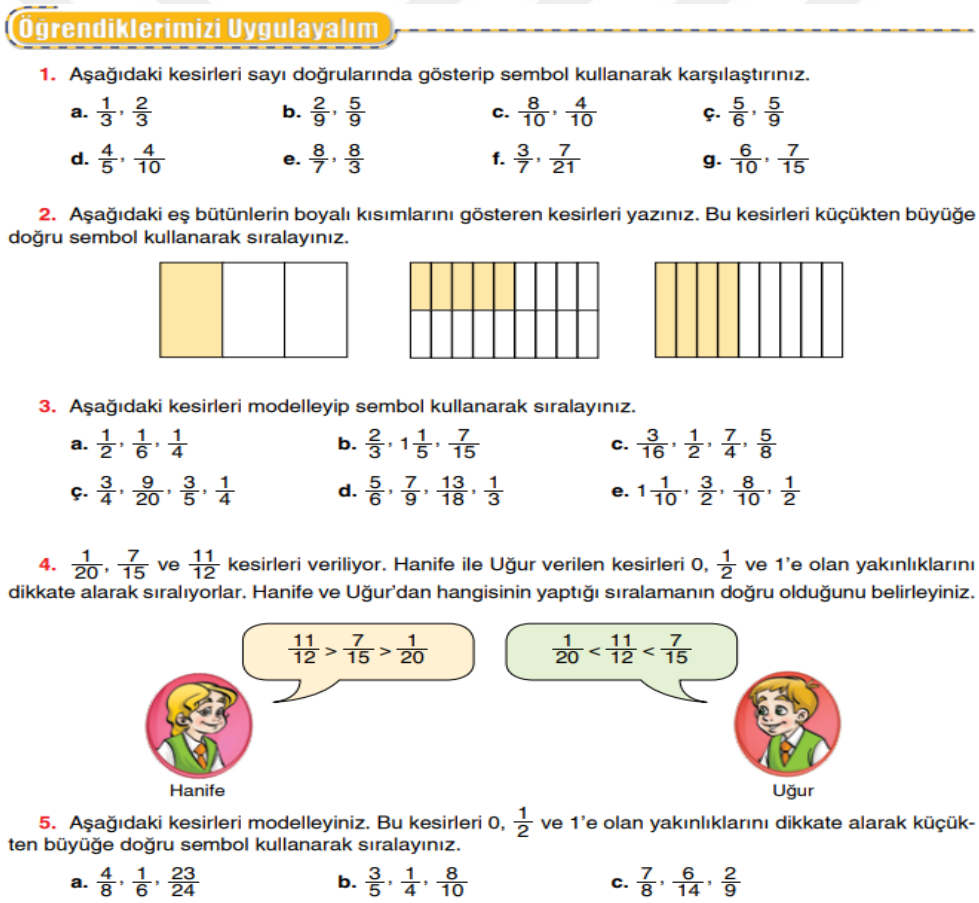
Uygulama değerlendirme sorularının matematiğin üç dünyasından hangisini temsil ettiğine dair oluşturulan grafik yukarıda verilmiştir. Grafik ders kitabında yer alan 30 adet öğrendiklerimizi uygulayalım sorusu, 10 adet problem ve 12 adet ünite değerlendirme sorusunu kapsamaktadır. Grafiğe göre uygulama değerlendirme sorularının %57,69'u nesnel süreçsel sembolik dünya ile aksiyomatik formal dünya düzeylerinin her ikisini birden temsil ettiği belirlenmiştir. Soruların %36,53'ü sadece nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde yer alırken %5,76'sı da sadece aksiyomatik formal dünya düzeyinde yer almıştır. Uygulama değerlendirme soruları içerisinde sadece kavramsal somut dünya düzeyinde, kavramsal somut dünya düzeyi ile nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinin ikisinde birden, kavramsal somut dünya düzeyi ile aksiyomatik formal dünya düzeylerinin ikisinde birden veya her üç dünya düzeyinde de aynı anda yer alan herhangi bir soruya rastlanmamıştır.

Kesirleri karşılaştırma ve sayı doğrusunda gösterme konusuna ait, ders kitabının 71.sayfasında verilmiş olan 5 adet öğrendiklerimizi uygulayalım sorusundan ilkinin, kesirlerin sayı doğrusundaki yerini bulma ve sembol kullanarak bu kesirleri sıralamayı gerektirdiği için nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinde yer aldığı tespit edilmiştir. İkinci soruda modellenmiş olan kesirleri yazabilmenin nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde, bu kesirlerin büyükten küçüğe sembol kullanılarak sıralanmasının hem aksiyomatik formal dünya hem de nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde yer aldığı kabul edilmiştir. Üçüncü soruda

verilen kesirlere ait model çizilmesi gerekliliğinin aksiyomatik formal dünya düzeyinde, bu kesirlerin sembol kullanılarak sıralanmasının hem aksiyomatik formal dünya hem de nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde yer aldığı kabul edilmiştir. Dördüncü soruda verilen kesirlerin hem sıfıra yarıma veya bütüne yakınlığının tespit edilip hem de bu referansa göre yapılan sıralamalardan hangisinin doğru olduğuna karar verilmesinin aksiyomatik formal dünya düzeyini temsil ettiği görülmüştür. Beşinci soruda kesirlerin modellenmesi ile sıfıra yarıma veya bütüne yakınlığına karar verilmesinin aksiyomatik formal dünya düzeyinde, sembol kullanılarak sıralama yapılmasının nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyi ve aksiyomatik formal düzeylerinin ikisinde birden yer aldığı kabul edilmiştir.

Şekil 45

Kesirleri karşılaştırma ve sıralama konusu öğrendiklerimizi uygulayalım soruları



Öğrendiklerimizi Uygulayalım

1. Aşağıdaki kesirleri sayı doğrularında gösterip sembol kullanarak karşılaştırınız.

a. $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ b. $\frac{2}{9}, \frac{5}{9}$ c. $\frac{8}{10}, \frac{4}{10}$ ç. $\frac{5}{6}, \frac{5}{9}$

d. $\frac{4}{5}, \frac{4}{10}$ e. $\frac{8}{7}, \frac{8}{3}$ f. $\frac{3}{7}, \frac{7}{21}$ g. $\frac{6}{10}, \frac{7}{15}$

2. Aşağıdaki eş bütünlerin boyalı kısımlarını gösteren kesirleri yazınız. Bu kesirleri küçükten büyüğe doğru sembol kullanarak sıralayınız.

3. Aşağıdaki kesirleri modelleyip sembol kullanarak sıralayınız.

a. $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{4}$ b. $\frac{2}{3}, 1\frac{1}{5}, \frac{7}{15}$ c. $\frac{3}{16}, \frac{1}{2}, \frac{7}{4}, \frac{5}{8}$

ç. $\frac{3}{4}, \frac{9}{20}, \frac{3}{5}, \frac{1}{4}$ d. $\frac{5}{6}, \frac{7}{9}, \frac{13}{18}, \frac{1}{3}$ e. $1\frac{1}{10}, \frac{3}{2}, \frac{8}{10}, \frac{1}{2}$

4. $\frac{1}{20}, \frac{7}{15}$ ve $\frac{11}{12}$ kesirleri veriliyor. Hanife ile Uğur verilen kesirleri 0, $\frac{1}{2}$ ve 1'e olan yakınlıklarını dikkate alarak sıralıyorlar. Hanife ve Uğur'dan hangisinin yaptığı sıralamanın doğru olduğunu belirleyiniz.

$\frac{11}{12} > \frac{7}{15} > \frac{1}{20}$ $\frac{1}{20} < \frac{11}{12} < \frac{7}{15}$

Hanife Uğur

5. Aşağıdaki kesirleri modelleyiniz. Bu kesirleri 0, $\frac{1}{2}$ ve 1'e olan yakınlıklarını dikkate alarak küçükten büyüğe doğru sembol kullanarak sıralayınız.

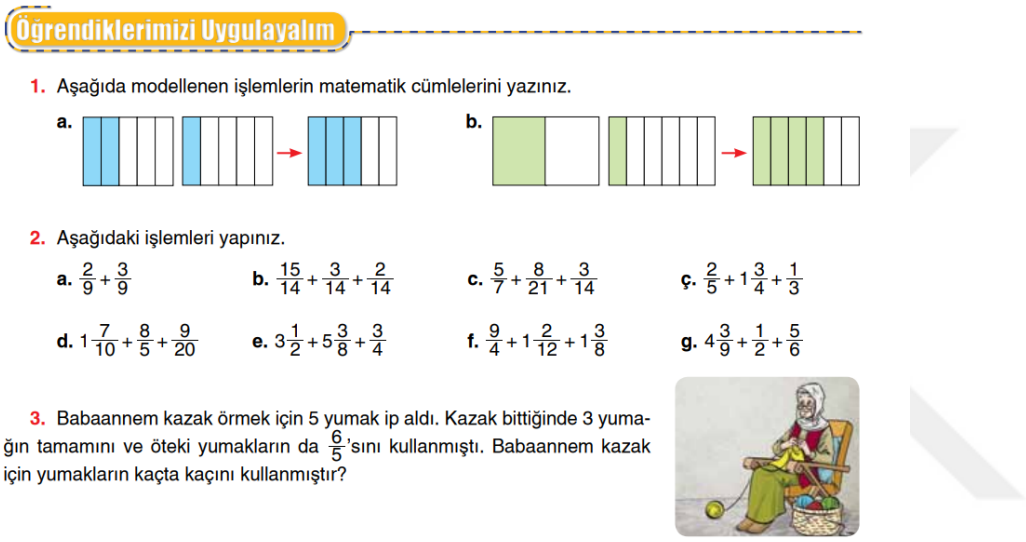
a. $\frac{4}{8}, \frac{1}{6}, \frac{23}{24}$ b. $\frac{3}{5}, \frac{1}{4}, \frac{8}{10}$ c. $\frac{7}{8}, \frac{6}{14}, \frac{2}{9}$

Sayfa 74'te yer alan kesirlerle toplama işlemine ait öğrendiklerimizi uygulayalım soruları 3 adettir. Birinci sorunun, verilen modellemelere ait matematik cümlelerini yazmayı içermesi sebebiyle nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyini temsil ettiği, ikinci sorunun toplama işleminin kurallarını uygulama ve sonuç bulma olması sebebiyle yine nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyini, fakat payda eşitleme gerektiren kısımların hem aksiyomatik formal

dünya düzeyi hem de nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinin ikisini birden temsil ettiği açığa çıkmaktadır. Üçüncü soru problem olarak verilmiş ve soru içinde 3 yumak ile 6/5 yumak kullanıldığı ifade edilerek toplama işlemi yapılması gerektiğinin keşfedilmesi beklenmiştir. Bu sebeple problemin çözüm yönteminin bulunmasına yönelik cümlelerin aksiyomatik formal dünya düzeyinde yer aldığı, gerekli toplama işleminin yapılmasının nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde yer aldığı kabul edilmiştir.

Şekil 46

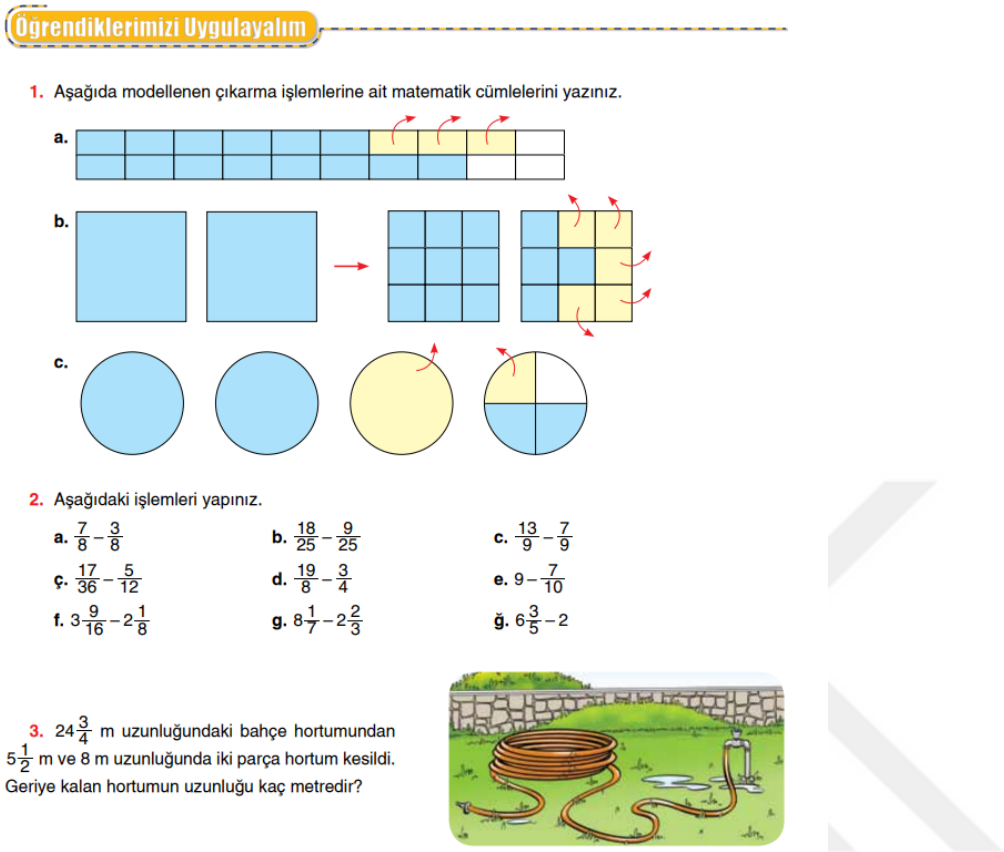
Kesirlerde toplama işlemi konusu öğrendiklerimizi uygulayalım soruları



Kesirlerde çıkarma işlemi konusunun uygulama değerlendirme soruları (sayfa 77) 3 adettir. İlk soruda verilen modellere ait çıkarma işleminin yazılmasını gerektirdiği için nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde yer aldığı, ikinci soruda verilen çıkarma işlemlerinin sonuçlarını bulma olduğu için nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde yer aldığı fakat payda eşitleme gerektiren kısımların hem aksiyomatik formal dünya düzeyi hem de nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinin ikisinde birden yer aldığı kabul edilmiştir. Üçüncü soru da toplama işlemi uygulama değerlendirme sorularında olduğu gibi problem biçiminde verilmiştir ve bahçe hortumundan kesilen miktarlardan sonra geriye kalan kısmın uzunluğunu bulmayı gerektirir. Bu sebeple çözüm yöntemi bulma kısmının aksiyomatik formal dünya düzeyinde, bulunan yöntemdeki çıkarma işleminin uygulanmasının nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinde olduğu kabul edilmiştir.

Şekil 47

Kesirlerde çıkarma işlemi konusu öğrendiklerimizi uygulayalım soruları



Öğrendiklerimizi Uygulayalım

1. Aşağıda modellenen çıkarma işlemlerine ait matematik cümlelerini yazınız.

a.

b.

c.

2. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $\frac{7}{8}-\frac{3}{8}$ b. $\frac{18}{25}-\frac{9}{25}$ c. $\frac{13}{9}-\frac{7}{9}$

ç. $\frac{17}{36}-\frac{5}{12}$ d. $\frac{19}{8}-\frac{3}{4}$ e. $9-\frac{7}{10}$

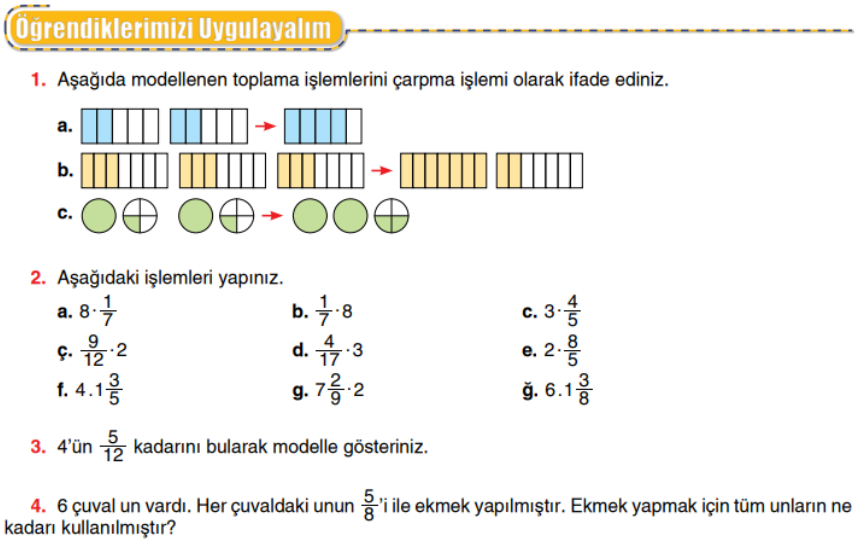
f. $3\frac{9}{16}-2\frac{1}{8}$ g. $8\frac{1}{7}-2\frac{2}{3}$ ğ. $6\frac{3}{5}-2$

3. $24\frac{3}{4}$ m uzunluğundaki bahçe hortumundan $5\frac{1}{2}$ m ve 8 m uzunluğunda iki parça hortum kesildi. Geriye kalan hortumun uzunluğu kaç metredir?

Bir doğal sayı ile bir kesri çarpma işlemine ait verilen 4 adet öğrendiklerimizi uygulayalım sorusundan (sayfa 80) birincisinin modelleme ile verilen toplama işlemlerinin çarpma olarak ifade edilmesini söylemesi sebebiyle nesnel süreçsel sembolik dünya, ikincisinin de çarpma işleminin kurallarını uygulayarak sonuç bulmayı içermesi sebebiyle nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinde yer aldıkları görülmüştür. Üçüncü soruda bir doğal sayının basit kesir kadarını bulmaya ait işlemin yapılmasının nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde, bu işleme ait modeli çizebilmek aksiyomatik formal dünya düzeyinde olduğu kabul edilmiştir. Dördüncü soru problem tarzında verilmiş ve 6 çuvaldan her birinin 5/8'inin kullanılması durumunda ne kadar ettiğinin bulunması istenmiştir. Bu sebeple 4.sorunun hem çözüm yöntemi geliştirmeyi gerektirerek aksiyomatik formal dünya düzeyini hem de işlem yapmayı gerektirerek nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyini temsil ettiği saptanmıştır. Sorunun çözümü için işlem yapmadan sadece model çizimi üzerinden sonuca ulaşmanın da yine çözüm yöntemi geliştirme olduğu düşünülerek aksiyomatik formal dünya düzeyinde olacağı kabul edilmiştir.

Şekil 48

Bir doğal sayı ile bir kesri çarpma işlemi konusu öğrendiklerimizi uygulayalım soruları



Öğrendiklerimizi Uygulayalım

1. Aşağıda modellenen toplama işlemlerini çarpma işlemi olarak ifade ediniz.

a.

b.

c.

2. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $8 \cdot \frac{1}{7}$ b. $\frac{1}{7} \cdot 8$ c. $3 \cdot \frac{4}{5}$

ç. $\frac{9}{12} \cdot 2$ d. $\frac{4}{17} \cdot 3$ e. $2 \cdot \frac{8}{5}$

f. $4.1\frac{3}{5}$ g. $7\frac{2}{9} \cdot 2$ ğ. $6.1\frac{3}{8}$

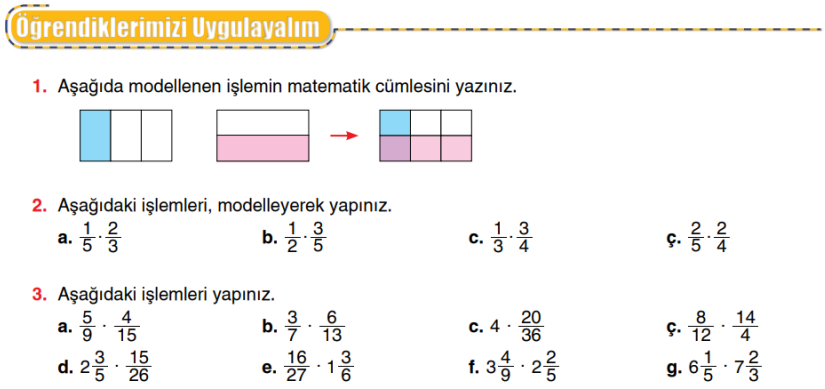
3. 4'ün $\frac{5}{12}$ kadarını bularak modelle gösteriniz.

4. 6 çuval un vardı. Her çuvaldaki unun $\frac{5}{8}$'i ile ekmek yapılmıştır. Ekmek yapmak için tüm unların ne kadarı kullanılmıştır?

İki kesrin çarpma işlemine ait sayfa 83'te yer alan 3 adet öğrendiklerimizi uygulayalım sorusundan birincisinin modellenen işlemin matematik cümlesini yazmayı gerektirdiği için nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde, ikincisinin çarpma işlemlerinin sonucunu modelleyerek bulmayı gerektirdiği için hem nesnel süreçsel sembolik dünya hem de aksiyomatik formal dünya düzeylerinde, üçüncüsünün de sadece çarpma işleminin kurallarını uygulayarak sonuç bulmayı gerektirdiği için nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde yer aldığı kabul edilmiştir.

Şekil 49

İki kesrin çarpma işlemi konusu öğrendiklerimizi uygulayalım soruları



Öğrendiklerimizi Uygulayalım

1. Aşağıda modellenen işlemin matematik cümlesini yazınız.

2. Aşağıdaki işlemleri, modelleyerek yapınız.

a. $\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}$ b. $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}$ c. $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$ ç. $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{4}$

3. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $\frac{5}{9} \cdot \frac{4}{15}$ b. $\frac{3}{7} \cdot \frac{6}{13}$ c. $4 \cdot \frac{20}{36}$ ç. $\frac{8}{12} \cdot \frac{14}{4}$

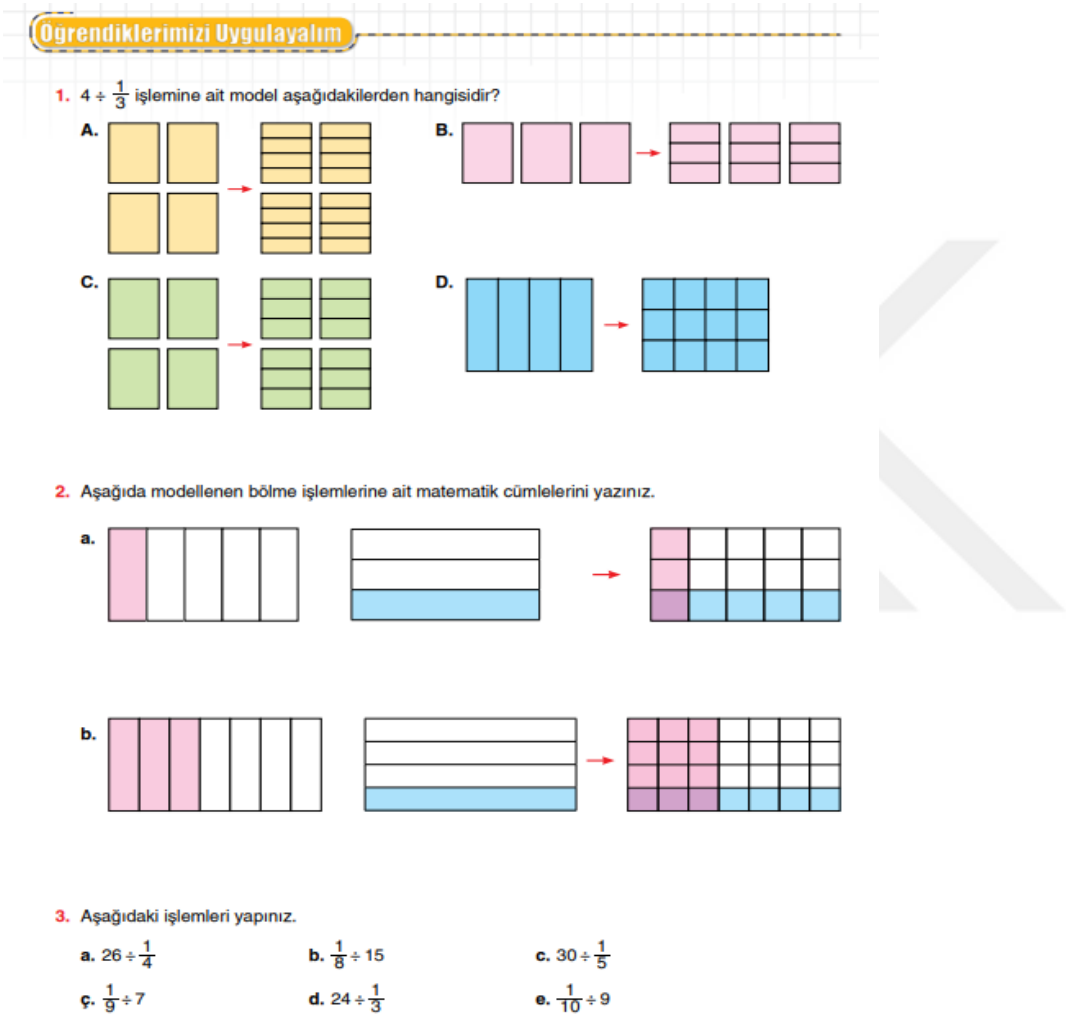
d. $2\frac{3}{5} \cdot \frac{15}{26}$ e. $\frac{16}{27} \cdot 1\frac{3}{6}$ f. $3\frac{4}{9} \cdot 2\frac{2}{5}$ g. $6\frac{1}{5} \cdot 7\frac{2}{3}$

Ders kitabının 86.sayfasında, bölme işleminin alt başlığı olan bir doğal sayı ile birim kesri birbirine bölme işlemine ait 3 adet öğrendiklerimizi uygulayalım sorusu bulunmaktadır. İlk sorunun, verilen bölme işlemine ait modelin hangisi olduğuna karar verme olduğu için

aksiyomatik formal dünya düzeyinde olduğu düşünülmüş, İkinci soruda verilen modellere ait matematik cümlelerinin yazımının istenmesi ve üçüncü sorudaki verilen bölme işlemlerinin kurallara uygun bir biçimde sonuçlarının bulunması durumlarının nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinde olduğu kabul edilmiştir.

Şekil 50

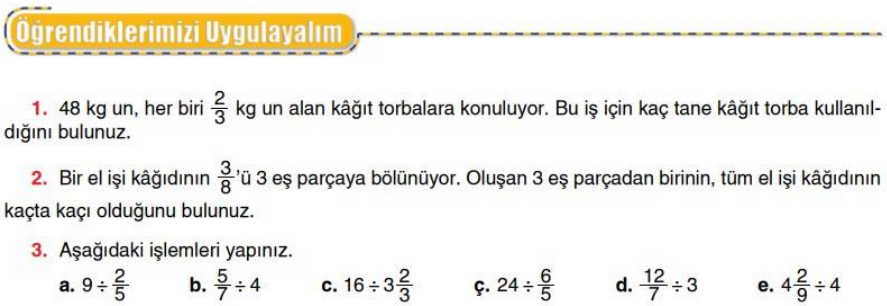
Bir doğal sayı ile birim kesri birbirine bölme işlemi konusu öğrendiklerimizi uygulayalım soruları



Bir doğal sayı ile bir kesri bölme işleminin öğrendiklerimizi uygulayalım soruları (sayfa 88) 3 adettir. Birinci ve ikinci sorular problem tarzındadır ve muhakeme edip çözüm yöntemi geliştirmeyi gerektirir, bu sebeple aksiyomatik formal dünya ile işlemleri yapma gerektirmesi sebebiyle nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde yer aldıkları kabul edilmiştir. Üçüncü sorunun bölme işleminin kurallarını uygulamayı gerektirmesi sebebiyle sadece nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde olduğu belirlenmiştir.

Şekil 51

Bir doğal sayı ile bir kesri bölme işlemi konusu öğrendiklerimizi uygulayalım soruları



Öğrendiklerimizi Uygulayalım

1. 48 kg un, her biri $\frac{2}{3}$ kg un alan kâğıt torbalara konuluyor. Bu iş için kaç tane kâğıt torba kullanıldığını bulunuz.

2. Bir el işi kâğıdının $\frac{3}{8}$'ü 3 eş parçaya bölünüyor. Oluşan 3 eş parçadan birinin, tüm el işi kâğıdının kaçta kaçı olduğunu bulunuz.

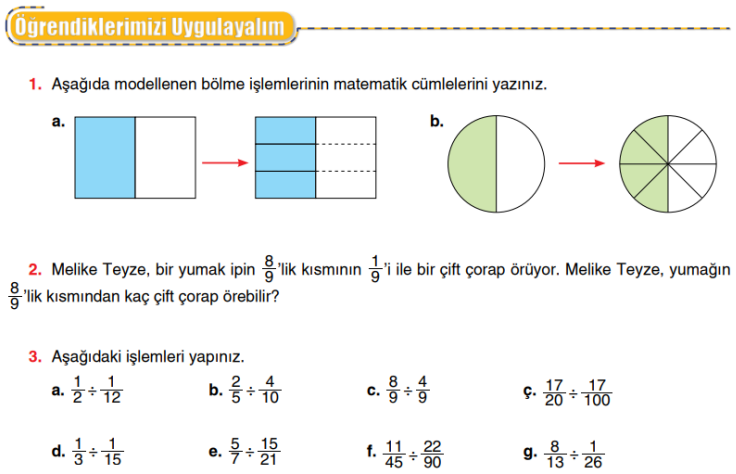
3. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $9 \div \frac{2}{5}$ b. $\frac{5}{7} \div 4$ c. $16 \div 3\frac{2}{3}$ ç. $24 \div \frac{6}{5}$ d. $\frac{12}{7} \div 3$ e. $4\frac{2}{9} \div 4$

İki kesrin bölme işlemine ait öğrendiklerimizi uygulayalım kısmındaki (sayfa 90) üç adet sorunun ise ilkinin, modellenen işlemin matematik cümlesini yazma gerektirmesi sebebiyle nesnel süreçsel sembolik dünya, ikincisinin problem tarzında olup hem çözüm yöntemi geliştirmeyi hem de işlemleri yapıp sonuç bulmayı gerektirmesi sebebiyle aksiyomatik formal dünya ile nesnel süreçsel sembolik dünya, üçüncü sorunun da sadece bölme işleminin kurallarını uygulamayı gerektirmesi sebebiyle nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinde yer aldığı kabul edilmiştir.

Şekil 52

İki kesrin bölme işlemi konusu öğrendiklerimizi uygulayalım soruları



Öğrendiklerimizi Uygulayalım

1. Aşağıda modellenen bölme işlemlerinin matematik cümlelerini yazınız.

a. b.

2. Melike Teyze, bir yumak ipin $\frac{8}{9}$'lik kısmının $\frac{1}{9}$'i ile bir çift çorap örüyor. Melike Teyze, yumağın $\frac{8}{9}$'lik kısmından kaç çift çorap örebilir?

3. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $\frac{1}{2} \div \frac{1}{12}$ b. $\frac{2}{5} \div \frac{4}{10}$ c. $\frac{8}{9} \div \frac{4}{9}$ ç. $\frac{17}{20} \div \frac{17}{100}$

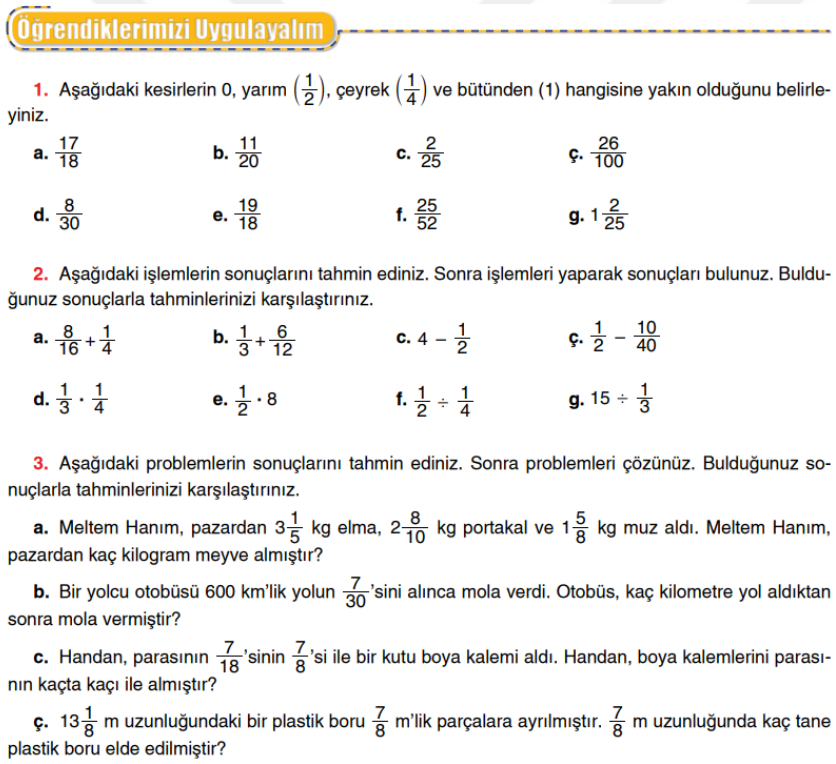
d. $\frac{1}{3} \div \frac{1}{15}$ e. $\frac{5}{7} \div \frac{15}{21}$ f. $\frac{11}{45} \div \frac{22}{90}$ g. $\frac{8}{13} \div \frac{1}{26}$

Sayfa 94'te kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin etme konu başlığına ait 3 adet öğrendiklerimizi uygulayalım sorusu bulunmaktadır. Bu sorulardan birincisinde verilen kesirlerin sıfıra, yarıma veya bütüne yakınlıklarının belirlenmesi istendiği için ilk sorunun aksiyomatik formal dünya düzeyinde yer aldığı dikkati çekmektedir. İkinci soruda verilen işlemlerin önce sonuçlarının tahmini olarak söylenmesi daha sonra da gerçek sonuçlarının bulunması istenmiştir. Bu sebeple ikinci sorunun tahmini sonuç bulma kısmında strateji

geliştirme var olduğu için aksiyomatik formal dünya ve gerçek sonuç bulma kısmında kural uygulayıp işlem yapma olduğu için nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinin her ikisinde birden yer aldığı kabul edilmiştir. Üçüncü sorunun içerisinde birbirinden bağımsız 4 adet problem verilmiştir. Bu problemlerin her biri için istenen durum aynıdır ve önce sonucun tahmin edilmesi daha sonra da gerçek sonucun hesaplanarak bulunup tahmini sonuç ile karıştırılması beklenmektedir. Problemlerin dördünün de tahmini cevap verebilmek için strateji oluşturulması gerektiği düşünülerek aksiyomatik formal dünya düzeyinde ve yine her birinin gerçek sonuca ulaşacak hesaplamaların yapılması ve tahminle arasındaki farkın bulunmasını gerektirerek nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinde yer aldıkları kabul edilmiştir.

Şekil 53

Kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin etme konusu öğrendiklerimizi uygulayalım soruları



Öğrendiklerimizi Uygulayalım

1. Aşağıdaki kesirlerin 0, yarım $\left(\frac{1}{2}\right)$, çeyrek $\left(\frac{1}{4}\right)$ ve bütünden (1) hangisine yakın olduğunu belirleyiniz.

a. $\frac{17}{18}$ b. $\frac{11}{20}$ c. $\frac{2}{25}$ ç. $\frac{26}{100}$

d. $\frac{8}{30}$ e. $\frac{19}{18}$ f. $\frac{25}{52}$ g. $1\frac{2}{25}$

2. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını tahmin ediniz. Sonra işlemleri yaparak sonuçları bulunuz. Bulduğunuz sonuçlarla tahminlerinizi karşılaştırınız.

a. $\frac{8}{16}+\frac{1}{4}$ b. $\frac{1}{3}+\frac{6}{12}$ c. $4-\frac{1}{2}$ ç. $\frac{1}{2}-\frac{10}{40}$

d. $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}$ e. $\frac{1}{2}\cdot 8$ f. $\frac{1}{2}\div\frac{1}{4}$ g. $15\div\frac{1}{3}$

3. Aşağıdaki problemlerin sonuçlarını tahmin ediniz. Sonra problemleri çözünüz. Bulduğunuz sonuçlarla tahminlerinizi karşılaştırınız.

a. Meltem Hanım, pazardan $3\frac{1}{5}$ kg elma, $2\frac{8}{10}$ kg portakal ve $1\frac{5}{8}$ kg muz aldı. Meltem Hanım, pazardan kaç kilogram meyve almıştır?

b. Bir yolcu otobüsü 600 km'lik yolun $\frac{7}{30}$'sini alınca mola verdi. Otobüs, kaç kilometre yol aldıktan sonra mola vermiştir?

c. Handan, parasının $\frac{7}{18}$'sinin $\frac{7}{8}$'si ile bir kutu boya kalemi aldı. Handan, boya kalemlerini parasının kaçta kaçı ile almıştır?

ç. $13\frac{1}{8}$ m uzunluğundaki bir plastik boru $\frac{7}{8}$ m'lik parçalara ayrılmıştır. $\frac{7}{8}$ m uzunluğunda kaç tane plastik boru elde edilmiştir?

Matematik ders kitabının kesirler konusunun sonunda sayfa 99'da 10 adet problemler kısmı ve sayfa 100,101,102'de 10 adet çoktan seçmeli, 2 adet doğru yanlış, 2 adet boşluk doldurma, 1 adet tahmin, 2 adet açık uçlu ve 2 adet eşleştirme sorusundan oluşan ünite sonu değerlendirme soruları kısmı bulunmaktadır. Çoktan seçmeli soruların ilk beşi, doğru yanlış sorularından 1 tanesi ve eşleştirme sorularından bir tanesi kesirler konusu kapsamında yer almadığı için bu çalışma içerisinde değerlendirmeye alınmamıştır.

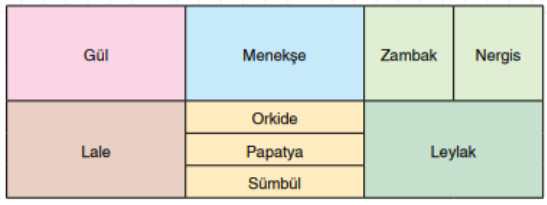
Problemler kısmındaki birinci soruda bir çiçek bahçesindeki çiçeklerin kapladıkları alana ait model çizilmiş ve bazı çiçeklerin tüm bahçenin kaçta kaçı oldukları kesirler biçiminde söylenerek bu bilgilere dayanan 5 adet soru sorulmuştur. Soruların tamamı çiçeklerin bahçenin kaçta kaçını kapladığı ile ilgilidir. "a" ve "b" soruları cevaba şekil üzerinden çizerek veya işlem yapılarak ulaşılabileceği için bu iki sorunun nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde olduğu görülmüştür. "c", "ç" ve "d" sorularının, toplama yapma gerekliliğinin keşfedilmesinden dolayı hem aksiyomatik formal dünya düzeyi hem de nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde yer aldıkları kabul edilmiştir. 2.sorudan 10.soruya kadar olan problemlerin tamamında verilen bilgilerin yorumlanıp bir çözüm yöntemi geliştirilmesinin ardından işlemlerin yapılması sebebiyle bu soruların tamamının hem aksiyomatik formal dünya düzeyi hem de nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinde oldukları kabul edilmiştir.

Şekil 54

Problemler

Problemler

1.



Bir çiçek üreticisi bahçesini 6 eş parçaya bölmüştür. Bahçenin $\frac{1}{6}$'ine gül, $\frac{1}{6}$'ine lale, $\frac{1}{6}$'ine menekşe, $\frac{1}{6}$'ine leylak ekmiştir. Kalan parçalardan birini 2 eş parçaya bölerek zambak ve nergis; diğerini ise 3 eş parçaya bölerek orkide, papatya ve sümbül ekmiştir.

a. Üretici, bahçenin kaçta kaçına zambak ekmiştir?

b. Üretici, bahçenin kaçta kaçına sümbül ekmiştir?

c. Sümbül ve papatya ekili kısımlar tüm bahçenin kaçta kaçıdır?

ç. Orkide ve zambak ekili kısımlar tüm bahçenin kaçta kaçıdır?

d. Lale ve nergis ekili kısımlar tüm bahçenin kaçta kaçıdır?

2. 20 kg elmanın önce $7\frac{1}{2}$ kg'ı, sonra $5\frac{3}{4}$ kg'ı satıldı. Geriye kaç kilogram elma kalmıştır?

3. Annemin yaptığı bir tepsi böreğin sabah $\frac{3}{8}$'ü, öğlen $\frac{1}{4}$'i, akşam $\frac{3}{16}$'ü yendi. Geriye böreğin kaçta kaçı kalmıştır?

4. Bir mağazadaki 210 çift ayakkabının birinci gün $\frac{3}{7}$'ü, ikinci gün ise geriye kalanın $\frac{1}{2}$'i satılıyor. Geriye kaç çift ayakkabı kalmıştır?

5. Bir otomobil sürücüsü, iki şehir arasındaki yolun $\frac{7}{12}$'sini gidince mola veriyor. Bu otomobilin sürücüsü 20 km önce mola vermiş olsaydı, yolun yarısında mola vermiş olacaktı. İki şehir arasındaki yolun uzunluğu kaç kilometredir?

6. Eylül, bir karpuzun $\frac{1}{5}$'inin $\frac{3}{4}$'ünü yedi. Geriye karpuzun kaçta kaçı kalmıştır?

7. Kemal, bir öykü kitabının $\frac{4}{5}$'ünü 8 günde okudu. Kemal, öykü kitabını aynı hızla okursa kaç günde bitirir?

8. 24 kavanoz zeytin, bu kavanozların $\frac{2}{3}$'si büyüklüğündeki kavanozlara doldurulacaktır. Bu iş için kaç kavanoz gerekmektedir?

9. Bir bakkal, bir çuval pirincin $\frac{5}{7}$'ini sattı. Çuvalda 16 kg pirinç kaldı. Satış yapılmadan önce çuvalda kaç kilogram pirinç vardı?

10. 360 sayısının $\frac{2}{9}$'si ile $\frac{5}{18}$'inin toplamı kaç eder?

Ünite değerlendirme sorularının çoktan seçmeli kısmındaki ilk beş sorusu kesirler konusu kazanımlarının dışında olduğu için değerlendirilmemiştir. 6. 7. Ve 10. Soruların problem tarzında olması ve muhakeme ettikten sonra çözüm yapılması sebebiyle hem aksiyomatik formal dünya hem de nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinde oldukları açığa çıkmaktadır. 8.sorunun sadece bölme işleminin kuralı ile sonuç bulma olması sebebiyle ve 9.sorunun verilen modele ait işlemin ne olduğunu söyleyebilme olması sebebiyle nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde sorular oldukları tespit edilmiştir.

Şekil 55

Çoktan seçmeli ünite değerlendirme soruları

6. Bir sınıf kitaplığındaki kitaplardan $\frac{1}{3}$'i öykü, $\frac{1}{5}$'i şiir, $\frac{2}{15}$'si de ansiklopedidir. Kitaplıktaki öykü, şiir ve ansiklopedileri kitaplıktaki tüm kitapların kaçta kaçıdır?

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{7}{15}$ **C.** $\frac{4}{5}$ **D.** $\frac{1}{3}$

7. $16\frac{1}{8}$ m uzunluğundaki elektrik kablosunun $7\frac{3}{4}$ m'si kullanılmıştır. Geriye kaç metre elektrik kablosu kalmıştır?

A. $6\frac{3}{8}$ **B.** $7\frac{3}{8}$ **C.** $8\frac{1}{8}$ **D.** $8\frac{3}{8}$

8. $\frac{1}{3} \div \frac{1}{36}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A. $\frac{1}{108}$ **B.** $\frac{1}{12}$ **C.** 12 **D.** 18

Doğru yanlış belirleme sorusu ile boşluk doldurmaca sorularının matematiksel kuralların uygulanmasına yönelik oldukları için nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinde yer aldıkları kabul edilmiştir.

Şekil 56

Doğru yanlış ve boşluk doldurma içeren ünite değerlendirme soruları

C. Aşağıdaki sıralamalardan doğru olanların önüne "D", yanlış olanların önüne "Y" yazınız.

(…) **1.** $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$

(…) **2.** $\frac{15}{7} < \frac{15}{13}$

(…) **3.** $\frac{2}{3} < \frac{5}{6}$

(…) **4.** $\frac{5}{8} > \frac{17}{24} > \frac{1}{6}$

Ç. Aşağıdaki noktalı yerlere uygun ifadeleri yazınız.

1. $5 \cdot \frac{3}{4}$ ifadesi, 5 tane $\frac{3}{4}$'ün …… anlamına gelir.

2. Bir doğal sayı, 1'den büyük bir kesirle çarpıldığında sonuç bu sayıdan …… bir sayı olur.

3. Bir doğal sayı, 1'den küçük bir kesirle çarpıldığında sonuç bu sayıdan …… bir sayı olur.

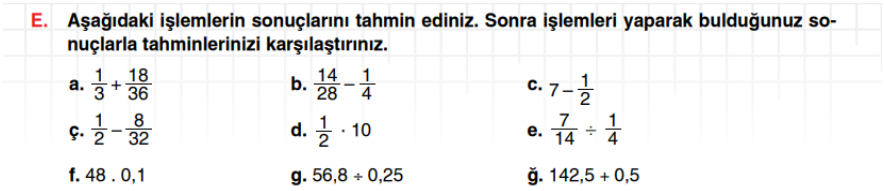
D. Aşağıdaki sayı çiftlerinin aralarına ">", "<" veya "=" sembollerinden uygun olanları yazınız.

a. +11 ... −11 **b.** −16 ... −12 **c.** |−36| ... +36 **ç.** 0 ... −1

Tahmin sorusunun, öncelikle tahmin edebilmek için strateji geliştirip sonuca ulaşacak yöntem keşfedebilmeyi içerdiği için aksiyomatik formal dünya düzeyini daha sonra gerçek sonuca ulaşmak için işlem yapıp tahmini sonuç ile aradaki farkı hesaplamayı gerektirdiği için de nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyini temsil ettiği görülmüştür.

Şekil 57

Tahmin içeren ünite değerlendirme soruları



E. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını tahmin ediniz. Sonra işlemleri yaparak bulduğunuz sonuçlarla tahminlerinizi karşılaştırınız.

a. $\frac{1}{3}+\frac{18}{36}$ b. $\frac{14}{28}-\frac{1}{4}$ c. $7-\frac{1}{2}$

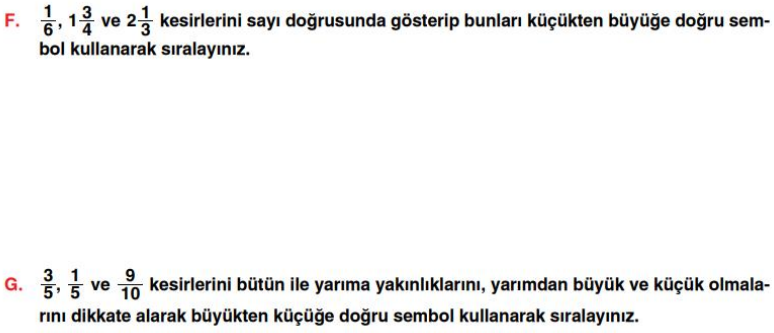
ç. $\frac{1}{2}-\frac{8}{32}$ d. $\frac{1}{2}\cdot 10$ e. $\frac{7}{14}\div\frac{1}{4}$

f. 48 . 0,1 g. 56,8 ÷ 0,25 ğ. 142,5 + 0,5

Sayfa 102'de yer alan açık uçlu sorulardan "F" sorusunun, verilen kesirlerin sayı doğrusunda gösterildikten sonra büyükten küçüğe doğru sıralanmasını gerektirdiği için matematiksel kural uygulama düzeyinde olup nesnel süreçsel sembolik dünyayı temsil ettiği saptanmıştır. "G" sorusunun ise verilen kesirlerin öncelikle sıfıra, yarıma veya bütüne yakınlığının tespit edilmesini gerektirip daha sonra sıralama yapılacağı için hem aksiyomatik formal dünya hem de nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerinde yer aldığı kabul edilmiştir.

Şekil 58

Açık uçlu ünite değerlendirme soruları



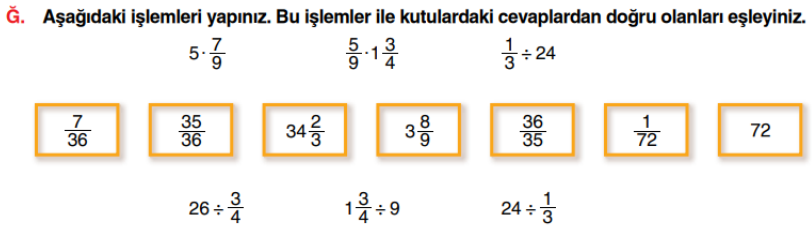
F. $\frac{1}{6}$, $1\frac{3}{4}$ ve $2\frac{1}{3}$ kesirlerini sayı doğrusunda gösterip bunları küçükten büyüğe doğru sembol kullanarak sıralayınız.

G. $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{5}$ ve $\frac{9}{10}$ kesirlerini bütün ile yarıma yakınlıklarını, yarımdan büyük ve küçük olmalarını dikkate alarak büyükten küçüğe doğru sembol kullanarak sıralayınız.

Ünite değerlendirme sorularının sonuncusu eşleştirme sorusudur ve verilen işlemlerin sonuçlarını hesaplamayı gerektirmektedir. Bu sebeple son sorunun nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde olduğu açığa çıkmaktadır.

Şekil 59

Eşleştirme içeren ünite değerlendirme soruları



5. BÖLÜM
SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmanın bulgularına dayalı olarak elde edilen sonuçlar ve ayrıca öneriler yer almaktadır.

5.1. Sonuçlar ve Tartışma

6.sınıf matematik ders kitabı kesirler konusunda cümlelerin matematiğin üç dünyası teorik çerçevesine göre incelendiği çalışmada mevcut bölüm dört ana başlık altında ele alınmıştır. Konu anlatım cümleleri, örnek sorular, etkinlik yönergeleri ve uygulama değerlendirme soruları olarak gruplanan verilerden elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibidir.

Konu anlatım cümleleri 9'u giriş çerçeve içi örneklendirme ve 16'sı kural olmak üzere 25 cümleden oluşmaktadır. Yapılan incelemeler sonucunda kavramsal somut dünya düzeyinde 1 adet, nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde 5 adet ve aksiyomatik formal dünya düzeyinde 4 adet cümle olduğu saptanmıştır. Hem nesnel süreçsel sembolik dünya hem de aksiyomatik formal dünya düzeyini aynı anda temsil eden 13 adet, her üç dünya düzeyini aynı anda temsil eden 2 adet cümlenin olduğu görülmüştür. Kavramsal somut dünya düzeyi ile aynı anda nesnel süreçsel sembolik dünya veya aksiyomatik formal dünya düzeyini temsil eden konu anlatım cümlesine rastlanmamıştır.

Örnek soruların tamamı çözümlü olup toplamda 52 adettir. Nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde 10 adet soru olduğu, fakat diğer dünya düzeylerini tek başına temsil eden bir örnek soru olmadığı görülmüştür. Soruların 38 adedinin nesnel süreçsel sembolik dünya ve aksiyomatik formal dünya düzeylerinin ikisini birlikte temsil ettiği ve 4 adedinin de her üç dünya düzeyini birden temsil ettiği görülmüştür. Kavramsal somut dünya ile aynı anda nesnel süreçsel sembolik dünya veya aksiyomatik formal dünya düzeylerini temsil eden herhangi bir örnek soruya rastlanmamıştır.

Etkinlik yönergeleri toplamda 12 adet çalışmadan oluşmaktadır. Tüm yönergelerin ayrı ayrı ele alınması sonucunda sadece kavramsal somut dünya düzeyini ve sadece nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyini temsil eden 1'er adet etkinlik olduğu, sadece aksiyomatik formal dünya düzeyini temsil eden etkinlik olmadığı görülmüştür. Nesnel süreçsel sembolik dünya ve aksiyomatik formal dünya düzeylerinin ikisini birden temsil eden 4 adet, her üç dünya düzeyini aynı anda temsil eden 6 adet etkinlik yönergesi olduğu görülmüştür. Konu anlatım cümleleri ve örnek sorularda olduğu gibi etkinlik yönergelerinde de kavramsal somut dünya düzeyi ile aynı anda nesnel süreçsel sembolik dünya veya aksiyomatik formal dünya düzeyini temsil eden herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır.

Uygulama değerlendirme soruları 30 adet öğrendiklerimizi uygulayalım, 10 adet problem ve 12 adet ünite değerlendirme sorusu olmak üzere toplam 52 sorudan oluşmaktadır. Uygulama değerlendirme sorularında çözümler bulunmamaktadır. Tüm sorular içerisinde 19 adet sorunun nesnel süreçsel sembolik dünya, 3 adet sorunun aksiyomatik formal dünya düzeyinde olduğu, 30 adedinin de nesnel süreçsel sembolik dünya ve aksiyomatik dünya düzeylerini aynı anda temsil ettiği görülmüştür. Uygulama değerlendirme sorularının hiç birisinde kavramsal somut dünya düzeyinin ne tek başına ne de diğer dünyalarla beraber olacak şekilde bulunmadığı tespit edilmiştir.

Araştırmanın alt problemlerine ait ayrı ayrı yapılan incelemeler bir bütün olarak ele alındığında mevcut ders kitabı kesirler konusuna ait toplamda 141 inceleme yapılmıştır. İncelenen ifadelerden 2'sinin kavramsal somut dünya düzeyinde, 35'inin nesnel süreçsel sembolik dünya düzeyinde ve 7'sinin aksiyomatik formal dünya düzeyinde yer aldığı görülmüştür. Birden fazla dünya düzeyini temsil eden veriler arasında 85'i nesnel süreçsel sembolik dünya ve aksiyomatik dünya düzeylerini aynı anda temsil ederken 12'sinin de her üç dünya düzeyini birden temsil ettiği görülmüştür. Tüm ifadelerin içinde kavramsal somut dünya ile nesnel süreçsel sembolik dünya düzeylerini aynı anda temsil eden ve kavramsal somut dünya ile aksiyomatik formal dünya düzeylerini aynı anda temsil eden hiçbir ifade olmadığı görülmüştür.

İlgili alan yazın incelemesinde, bu araştırmanın sonuçları ile ilgili olduğu düşünülen çalışmalara rastlanmıştır.

Sonuç olarak 6.sınıf ders kitabındaki kesirler konusuna ait cümlelerin matematiğin üç dünyası teorik çerçevesi kapsamında incelenmesi sonucunda en yüksek oranla nesnel süreçsel sembolik dünya ve aksiyomatik formal dünya düzeylerinin aynı anda temsil edildiği ifadelerin varlığına rastlanmış olması mevcut konu kapsamında işlem yapabilme, öğrenilen kuralları uygulayabilme gibi becerilere yönelik ifadelerin ağırlıklı olduğunu göstermiştir. Çelik (2023)ün bilgi işlemsel problem çözmenin akademik başarıya etkisini incelediği çalışmasından elde ettiği problem çözmenin hem akademik başarı hem de işlemsel düşünme becerisini arttırdığı bulgusuna ulaşmıştır.

Kavramsal somut dünya düzeyindeki soruların azlığı sezgisel keşfe dayalı ifadelerin neredeyse hiç bulunmaması yaş grubu ve sınıf düzeyi açısından somut dönemden soyut döneme geçiş seviyesindeki öğrenciler için işlem öncesi seviyenin ihmal edildiğini göstermiştir. Güneş (2014) yaptığı çalışmasında somut işlem dönemi çocuklarının sezgisel ve sıralı öğrenme tercihlerinin yoğunlukta olduğunu söylemiştir. Khaidova (2015) incelediği kitapların

karşılaştırmasına yönelik bulgularda, ilk sayfalarda algısal kavrayış gerektiren ifadelerin kullanılmasının kavram öğrenimine katkı sağlayacağını ifade etmiştir.

Sadece aksiyomatik formal dünya düzeyindeki soruların yoğunluğu strateji geliştirme, farklı çözüm yollarını keşfetme gibi becerilerin geliştirilmesine yönelik cümlelerin varlığının ve aynı anda her üç dünya düzeyini temsil eden soruların yoğunluğuna bakıldığında da farklı becerilerde ve seviyelerdeki öğrencilerin öğrenebilmelerine yönelik soruların varlığının orta düzeylerde olduğunu göstermiştir. Erkoç Özçetin (2022) çalışmasında öğrencilerin ders kitaplarına neden sonuç ilişkisi kurabilme ve deneyimleri sayesinde analiz edebilme gibi üst düzey bilişsel görevlerle karşılaşmasının gelişim açısından önemini vurgulamıştır. Ders kitabı incelemesi yapılmış araştırmalar incelendiğinde Işık (2010) 4, 5 ve 6. Sınıf matematik kitapları üzerinde yaptığı çalışmasında problem kurma stratejisinin önceki kitaplara oranla daha fazla olmasına rağmen istenen yaygınlığa ulaşmadığını tespit etmiş, Kılıçoğlu (2020) ise 6.sınıf matematik ders kitaplarında problem çözme, ispat yapma, ilişkilendirme gibi yetkinlikler kazandırmaya yönelik soyutlama becerisi kazandıracak etkinliklerin yeterli düzeyde olmadığını gözlemlemiştir. Yapılan araştırmalardan elde edilen sonuçlara bakıldığında birbirini destekler nitelikte olduğu söylenebilir.

5.2. Öneriler

Ders kitapları eğitim öğretim sürecinde hem her öğrenci tarafından ulaşılabilir olması hem tüm konuları içermesi hem de hem de öğretmenin olmadığı alanlarda birer rehber görevi görmesi açısından en önemli araçlardan biridir. Bu sebeple ders kitaplarında kullanılan dilin de önemi oldukça büyüktür. Kesirler konusunun da 6.sınıf seviyesindeki öğrenciler için keşfetme, algılama, problem kurma ve çözüme ulaşma, farklı çözüm yolları geliştirebilme, işlem yapabilme gibi becerileri kapsadığı göz önüne alınarak en önemli konulardan biri olduğu düşünüldüğünde kesirler konusu öğretiminde kullanılan dilin önemi de ortaya çıkmaktadır. Bu bağlamda araştırmanın önemi ve sonuçlarından yola çıkarak aşağıdaki önerilerde bulunulabilir:

1. Öğrencilerin bireysel farklılıkları göz önünde bulundurularak;
    - Bir önceki sınıf seviyesindeki kazanımları tam olarak öğrenememiş, henüz kesir kavramını ve mantığını ancak kavrayan öğrenciler için kavramsal somut dünya düzeyindeki ifadelerin yoğunluğu artırılabilir,
    - Kavrama düzeyi yüksek öğrencilerin yeteneklerini geliştirip ileriye taşıyabilmeleri ve kesirler konusunda ustalaşabilmeleri için aksiyomatik formal dünya düzeyindeki ifadelerin yoğunluğu artırılabilir,

- Öğrencilerin yeteneklerini (farklı zekâ türleri) geliştirebilmeleri amacıyla matematiğin üç dünyası teorik çerçevesi kapsamındaki dünyalara ait ifadeler, kesirler konusu öğretimi içerisinde daha dengeli bir biçimde dağıtılabilir.

2. Araştırma sadece kesirler konusu için değil kitap içerisindeki tüm konular için yapılabilir.
3. Milli eğitim bakanlığına bağlı okutulan okullardaki tüm sınıf seviyelerindeki matematik kitapları için aynı çalışma yapılabilir.
4. Aynı sınıf seviyesindeki farklı kitaplara ait içerikler incelenip karşılaştırma yapılabilir (iyi-kötü, öğretici-değil, çözebilmiş-çözememiş…).
5. Öğretmenlerin de birer rehber olduğu düşündüğünde ders anlatımı sırasında öğretmenin kullandığı ifadeler kayıt altına alınarak matematiğin üç dünyası teorik çerçevesinde incelenebilir.
6. Matematik öğrenimi esnasında öğrencilerin kullandıkları dil matematiğin üç dünyası teorik çerçevesinde incelenebilir.

KAYNAKÇA

Aizikovitsh, E., & Amit, M. (2010). Evaluating an infusion approach to the teaching of critical thinking skills through mathematics. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 2*(2), 3818–3822.

Akarsu E. (2013). *"7. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında matematiksel dil kullanımlarının incelenmesi",* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi / Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Akarsu Yakar, E. (2019). *"Ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme süreçlerinin ve matematiksel dil becerilerinin matematiğin üç dünyası kuramsal çerçevesi açısından incelenmesi",* (Yayımlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi/Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Akran, K. (2022). *"Ortaokul matematik ders kitaplarının gerçekçi matematik eğitimine uygunluğunun incelenmesi",* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Siirt Üniversitesi/Fen Bilimleri Enstitüsü, Siirt.

Altun, M. (2006). Matematik Öğretiminde Gelişmeler. *Journal of Uludag University Faculty of Education, 19*(2), 223-238, https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/153290

Altun, M. (2010). *İlköğretim 2.kademe (6, 7, 8. sınıflarda) matematik öğretimi* (7.baskı). Bursa: Alfa Aktüel Yayınları.

Arslan, E. (2022). Nitel araştırmalarda geçerlilik ve güvenilirlik. *Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, (51), 395-407, https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/2428607

Arslantaş İlter, E. (2020). *"Matematik öğretmenlerinin sözsüz ispat becerilerinin Pisagor teoremi bağlamında incelenmesi",* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Sivas Cumhuriyet Üniversitesi/Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Sivas.

Bayar, B. (2021). *"Ortaokul 5.sınıf matematik ders kitabı ile yaygın olarak tercih edilen alternatif ders kitabının karşılaştırmalı analizi",* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Gaziantep Üniversitesi/Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.

Baykul, Y. (2020). *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8. sınflar).* (4.Baskı). Pegem Akademi Yayıncılık. Ankara.

Ceylan, M. (2024). "Öğretmenlerin, öğrencilerin ve ebeveynlerin matematiksel ifadeleri okuma biçimlerinin incelenmesi: Kesir örneği", (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Afyon Kocatepe Üniversitesi/Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyon.

Csíkos, C., Szitányi, J., & Kelemen, R. (2012). The effects of using drawings in developing young children's mathematical word problem solving: A design experiment with third-grade Hungarian students. *Educational studies in mathematics*, *81*, 47-65.

Çalıkoğlu Bali, G. (2003). Matematik öğretmen adaylarının matematik öğretiminde dile ilişkin görüşleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi. 25*: 19-25.

Çelik, İ. (2023). *"İşbirlikli bilgi işlemsel problem çözmenin akademik başarı ve bilgi işlemsel düşünme becerilerine etkisi",* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe üniversitesi/Eğitim bilimleri enstitüsü, Ankara

Çepni, S. (2010). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (5. Baskı). Trabzon: Celepler Matbaacılık.

Çepni, S. (2014). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş (7. Baskı).* Trabzon: Celepler Matbaacılık.

Doğan, A. (2018). *"Sınıf öğretmenlerinin kesrin anlamlarına yönelik bilgileri ve kesirlerin öğretiminde kullandıkları modeller",* (Yayımlanmamış doktora tezi). Gazi Üniversitesi/Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

İpek Eğilmez, N. (2010). "İlköğretim Türkçe ders kitaplarındaki söz varlığının ilköğretim dördüncü sınıf öğrencilerinin yazılı anlatımlarına aktarımı", (Yayımlanmamış doktora tazi). Uludağ Üniversitesi/Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.

Erkoç Özçetin, E. (2022). *"Sekizinci sınıf matematik ders kitabı ve EBA'daki matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerine göre incelenmesi",* (Yayımlanmamış doktora tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi/Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Ertürk, S. (1988). Türkiye'de eğitim felsefesi sorunu. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *3*(3).

Fidan, M. (2012). *"İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin Türkçe dersinde kullandıkları dinleme stratejilerinin değerlendirilmesi",* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Erciyes Üniversitesi / Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.

Fujita, T. ve Jones, K. (2014). Reasoning-and-proving in geometry in school mathematics textbooks in Japan. *International Journal of Educational Research, 64,* 81-91.

Gabriel, F.C., Coché, F., Szucs, D., Carette, V., Rey, B., & Content, A. (2013). A componential view of children's difficulties in learning fractions. F*rontiers in Psychology, 4,* 715-730.

Gevrek, Z. (2024). "7. Sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgileri ile kesirler konusuna yönelik öz yeterliklerinin incelenmesi", (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Çukurova Üniversitesi/Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.

Gray E.M. ve Tall D. (1994). *Duality, Ambiguity and Flexibility: A Proceptual View of Simple Arithmetic*

Gün, S. (2021). *"8. Sınıf matematik ders kitabı sorularının matematiksel süreç becerilerine göre incelenmesi",* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Siirt Üniversitesi/Fen Bilimleri Enstitüsü, Siirt.

Güneş, G. (2014). *"Çocukların epistemolojik görüşlerinin ve öğrenme stillerinin öklidyen geometrisinde modellenmesi",* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi / Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara

Haggarty, L. ve Pepin, B. (2002) An Investigation of Mathematics Textbooks and Their Use in English, French and German Classrooms: Who Gets an Opportunity To Learn What? *British Educational Research Journal, 28*(4), 567-590.

Işık, Ö. (2010). *"İlköğretim 4., 5. ve 6. sınıf matematik ders kitaplarının problem kurma etkinliği bakımından incelenmesi",* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Cumhuriyet Üniversitesi / Sosyal Bilimler Enstitüsü, Sivas.

İçel, R. (2011). *"Bilgisayar destekli öğretimin matematik başarısına etkisi: Geogebra örneği",* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Selçuk Üniversitesi/Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Karaaslan, N.S. (2019). *"8. Sınıf matematik ders kitabındaki geometri örneklerinin türlerine göre analizi",* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dicle Üniversitesi/Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır.

Khalidova, E.-s., & Tapan-broutin, M. S. (2017). Türkiye-Kazakistan İlköğretim Matematik Ders Kitapları Üzerinde Karşılaştırmalı Bir Çalışma. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 17*(4), 1957-1973. https://doi.org/10.17240/aibuefd.2017..-356324

Kilicoglu, E. (2020). Ortaokul Matematik Ders Kitabı Etkinliklerinde Soyutlama Becerisinin İncelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 16*(3), 628-650. https://doi.org/10.17860/mersinefd.736764

Kocaoğlu Er, F.S. (2016). *"İlköğretim matematik öğretmenlerinin 5. ve 6. sınıf matematik ders kitaplarına ilişkin görüşleri",* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi / Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Kösece, P. (2020). *"Gerçekçi matematik eğitimi yoluyla matematiği gerçek yaşamla ilişkilendirme ve tahmin becerisini geliştirmeye yönelik bir eylem araştırması",* (Yayımlanmamış doktora tezi). Çukurova Üniversitesi/Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.

Macit, E. (2019). *"6. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki imajlarının kavram yanılgıları ve başarıları ile ilişkisinin incelenmesi",* (Yayımlanmamış Doktora tezi). İnönü Üniversitesi/Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Malatya.

Milli Eğitim Bakanlığı, [MEB], (2018). Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar).

NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), (2000), *Principles and Standards for School Mathematics. Reston,* VA: Author.

Özdiner, M. (2021). *"İlkokul ve ortaokul matematik ders kitaplarındaki etkinliklerin matematiksel ilişkilendirme becerisi açısından incelenmesi",* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Afyon Kocatepe Üniversitesi/Sosyal Bilimler Enstitüsü, Afyonkarahisar.

Piage, J., Çocuka Dil ve Düşünme, (Çev: S. Siyavuşgil), Palme Yayıncılık, Ankara 2011.

Pirie, S. E., & Kieren, T. E. (1994). Beyond metaphor: Formalising in mathematical understanding within constructivist environments. *For the learning of Mathematics*, *14*(1), 39-43.

Pomantow, K. A. F., Pulukadang, R. J., & Domu, I. (2023). Student Errors in Solving Story Problems with Fraction Count Operations; Analysis on Class VII Students. *Inspirasi Dunia: Jurnal Riset Pendidikan dan Bahasa*, *2*(2), 162-172.

Powell, J. (2015). Solve the Following Equation: The Role of the Graphing Calculator in the Three Worlds of Mathematics. *Delta-k*, *52*(2).

Seçer, T. (2021). *"Harezmi eğitim modelini uygulayan öğretmenlerin model hakkındaki görüşlerinin belirlenmesi",* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi/Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Skemp, R.R. (1978). Relational Understanding and Instrumental Understanding, *National Council of Teachers of Mathematics* , Vol. 26, No. 3 (November 1978), pp. 9-15.

Stelzer, F., Vernucci, S., Aydmune, Y., del Valle, M., Andres, M. L., & Introzzi, I. M. (2024). Mathematics achievement in the last year of primary school. Longitudinal relationship with general cognitive skills and prior mathematics knowledge. *European Journal of Psychology of Education*, *39*(2), 517-533.

Tall, D. (2004). *Introducing Three Worlds of Mathematics*. For the Learning of Mathematics, 23(3), 29-33.

Tall, D. (2004, Temmuz). Thinking through three worlds of mathematics. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education'da sunulan bildiri*, PME, Bergen, Norway

Tall, D. (2007). Developing a theory of mathematical growth. *Zdm Mathematics Education, 39*, 145-154

Tall, D. (2008). The transition to formal thinking in mathematics. *Mathematics Education Research Journal, 20*(2), 5-24

Tall, D. (2013). *How humans learn to think mathematically: Exploring the three worlds of mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.

TDK, (2022), https://sozluk.gov.tr/?ara=dil, E.T.: 12.02.2024 tarihinde ulaşılmıştır.

TUBİTAK ULAKBİM, (2024). "Cahit Arf Kimdir?", Cahit Arf Bilgi Merkezi, https://cabim.ulakbim.gov.tr/cahit-arf-kimdir/, E.T.: 03.11.2023 tarihinde ulaşıldı.

Turan, B. (2019). *"6. sınıf matematik ders kitabının öğretmen ve öğrenci görüşleri doğrultusunda değerlendirilmesi",* (Yüksek lisans tezi), Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Tutar, H. (2022). Nitel araştırmalarda geçerlilik ve güvenilirlik: Bir model önerisi. *Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *22*(Özel Sayı 2), 117-140.

Tüzel, E., Meydan, A., Uzunöz, A., Güngör, M., Turan, E. Z., Güngör, Ş., ... & SEZER, Ş. (2007). *Eğitim bilimine giriş*, Pegem Akademi Yayıncılık, s. 4.

Yazgan, Y. (2007). "10-11 yaş grubundaki öğrencilerin kesirleri kavramaları üzerine deneysel bir çalışma", (Yayımlanmamış doktora tezi). Uludağ Üniversitesi/Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Yüksel, E. (2010). *"İlköğretim 6. sınıf matematik ders kitaplarının öğretmen ve öğrenci görüşleri doğrultusunda değerlendirilmesi",* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Çukurova Üniversitesi / Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.

ÖZ GEÇMİŞ

ÖZ GEÇMİŞ				
Adı-Soyadı	Fatma Burcu TANIR			
Bildiği Yabancı Diller	İngilizce			
Eğitim Durumu	**Başlama - Bitirme**		**Kurum Adı**	
Lise	2002	2006	Milli Piyango Anadolu Lisesi (Çanakkale)	
Lisans	2007	2011	Gazi Üniversitesi/ İlköğretim Matematik Öğretmenliği	
Yüksek Lisans	2023	2025	Uludağ Üniversitesi / Matematik Eğitimi	
Çalıştığı Kurum(lar)	**Başlama - Ayrılma**		**Çalışılan Kurumun Adı**	
1.	2012	2015	Kavaközü Ortaokulu (Silopi/ŞIRNAK)	
2.	2015	2024	Ziya Ünsel Ortaokulu-Beykoz Koç Ortaokulu (Beykoz/İSTANBUL)	
3.	2024	-	Hasanağa Şehit Piyade Er Kadir Çavuşoğlu Ortaokulu (Nilüfer/BURSA)	
			Tarih	
			İmza	
			Adı-Soyadı	Fatma Burcu TANIR