KONSOL KİRİŞİN BURULMA İLE EĞİLME ALTINDA MEKANİK DAVRANIŞININ İNCELENMESİ

Hüseyin VATANSEVER

T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KONSOL KİRİŞİN BURULMA İLE EĞİLME ALTINDA MEKANİK DAVRANIŞININ İNCELENMESİ

Hüseyin VATANSEVER
ORCID: 0000-0002-5604-0656

Doç. Dr. Murat Reis
(Danışman)

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

BURSA – 2021
Her Hakkı Saklıdır

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

KONSOL KİRİŞİN BURULMA İLE EĞİLME ALTINDA MEKANİK DAVRANIŞININ İNCELENMESİ

Hüseyin VATANSEVER

Bursa Uludağ Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Murat REİS

Mekanik analiz çalışmaları, tasarlanan parçaların mekanik özelliklerinin daha iyi anlaşılmasını sağlayarak, ilgili parçaların verimliliklerinin artmasını sağlamaktadır. Mekaniğin en önemli konularından biri ise bileşik gerilme altındaki parçaların mekanik davranışlarının anlaşılması ve incelenmesidir. Bileşik gerilmelerin incelenmesi için süperpozisyon yöntemi tercih edilmektedir; fakat süperpozisyon yöntemi bileşik gerilmelerin birbirleri üzerindeki etkilerini göz ardı etmektedir. Bu etkilerin daha iyi anlaşılması için bu çalışmada burulma ile eğilme etkisi altındaki dikdörtgen bir kesitin mekanik davranışı incelenerek, analitik çözüm için temel denklemler oluşturulmuştur. Bileşik gerilmenin birbiri üzerindeki etkilerinin gösterimi için sertlik mekanik özelliği seçilmiştir. Sertlik değeri üzerinde çalışma yapmak için basitleştirilmiş bir eyleyici modeli kullanılmıştır. Bu model, kirişleri tutan bir diskten, kirişlerden ve moment kolundan oluşmaktadır. Eyleyicinin içerisinde bulunan dört konsol kirişin uzunluklarının ve konumlarının değişmesinin sertlik üzerindeki etkilerinin analitik, deneysel ve sonlu elemanlar yöntemi ile analizleri yapılmıştır. Farklı analiz yöntemleri kullanılarak sonuçların tutarlılıklarının karşılaştırılması ve ileriki çalışmalara rehberlik etmesi amaçlanmıştır. Farklı uzunluk değerlerine sahip kirişler üzerinde analizler yapılmıştır. Ayrıca kirişlerin merkeze olan değişik uzaklıkları için sertlik değerleri hesaplanmıştır. Yapılan analizlere göre kirişlerin uzunluklarının artmasıyla sertlik değerinin düştüğü ortaya konulmuştur. Sonuçlara göre kirişlerin konumlarının merkez noktadan uzaklaşması ile sertlik değerlerinin arttığı sonucuna ulaşılmıştır. Analitik yöntemin, özellikle kısa uzunluklardaki kirişlerin analizlerinde, deneysel sonuçlardan farklı sonuçlar verdiği görülmüştür. Euler-Bernoulli kiriş teorisinin uzun ince kirişlerde daha doğru sonuçlar verdiği fark edilmiştir. Kirişlerin burulma sertliğinin, kirişlerin konumundan etkilenmediği ortaya konulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Mekanik analiz, sonlu elemanlar analizi, sertliği değiştirilebilir eyleyici, konsol kiriş, eğilme, burulma, sertlik

2021, vii + 46 sayfa.

ABSTRACT

MSc Thesis

MECHANICAL ANALYSIS of BENDING with TORSION for CANTILEVER BEAM

Huseyin VATANSEVER

Bursa Uludag University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mechanical Engineering

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Murat REIS

Mechanical analysis studies provide a better understanding of the mechanical properties of the designed parts and increase the productivity of the relevant parts. One of the most important subjects of mechanics is understanding and examining the mechanical behavior of parts under combined stress. The superposition method is preferred for the examination of the combined stresses however the superposition method ignores the effects of the combined stresses on each other. In order to better understanding these effects, in this study, the mechanical behavior of a rectangular section under the effect of torsion and bending have been examined, and basic equations for analytical solution have been established. The mechanical property of stiffness was selected to demonstrate that the combined stress has effects on each other. A simplified actuator model was used to study the stiffness value. This model consists of a disc holding beams, beams and moment arm. The effects of changing the length and position of the four cantilever beams inside the actuator on the stiffness were analyzed using analytical, experimental and finite element methods. It was aimed to compare the consistency of the results by using different analysis methods and to guide further studies. Analyzes were made on beams with different length values. In addition, stiffness values were calculated for the different distances of the beams from the center. According to the analysis, it has been revealed that the stiffness value decreases with the increase in the length of the beams. According to the analysis, decreasing the stiffness value with the increasing in the length of the beams was revealed. The results show that the stiffness values increase with the distance of the beams' positions from the center point. Giving different results of the analytical method from the experimental results has been observed, especially in the analysis of beams of short lengths. It has been noticed that the Euler-Bernoulli beam theory gives more accurate results in long thin beams. It has been shown that the torsional stiffness of the beams is not affected by the position of the beams.

Key words: Mechanical analysis, combined stress, finite element analysis, cantilever beam, bending, torsion, stiffness

2021, vii + 46 pages.

ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR

Ankastre kirişlerin yük altında mekanik davranışlarının incelenmesi makine tasarımında olumlu katkı sağlayabilecek bir konu olarak güncelliğini korumaktadır. Bu çalışmada birçok uygulamada kullanılan ankastre kirişlerin mekanik davranışları teorik ve sayısal olarak bilgisayar yardımıyla incelenmiştir.

Yüksek lisans eğitimim ve tez sürecim boyunca danışmanlığımı yapan Doç. Dr. Murat REİS'e, tez sürecim boyunca desteğini esirgemeyen Merve SEYYİTOĞLU'na ve tüm eğitim hayatım boyunca yanımda olan, beni cesaretlendiren ve güç veren canım aileme teşekkürlerimi sunuyorum.

Hüseyin VATANSEVER
27/09/2021

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET..... i
ABSTRACT.....ii
ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR.....iii
İÇİNDEKİLER iv
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ v
ŞEKİLLER DİZİNİ.....vi
ÇİZELGELER DİZİNİ vii
1. GİRİŞ..... 1
2. KURAMSAL TEMELLER ve KAYNAK ARAŞTIRMASI 3
2.1. Kirişler 3
2.2. Burulma.....6
2.3. Eğilme 9
2.3.1. Çift katlı integrasyon metodu.....11
2.3.2. Süperpozisyon metodu 11
2.3.3. Moment-alan yöntemi 12
2.4. Burulma ile Eğilmenin Bileşik Gerilmesi 12
2.5. Burulma ile Eğilme Bileşik Gerilmesinin Karşılaşıldığı Uygulama Alanları.....14
3. MATERYAL ve YÖNTEM.....20
3.1. Analitik Yöntem.....20
3.1.1. Basit analitik hesap 25
3.2. Sonlu Elemanlar Yöntemi 28
3.3. Deneysel Yöntem.....32
4. BULGULAR.....34
5. SONUÇ ve TARTIŞMA.....41
KAYNAKLAR 43
ÖZGEÇMİŞ. 46

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler	Açıklama
a	Dikdörtgen kesitin kısa kenarı
b	Dikdörtgen kesitin uzun kenarı
E	Elastik modülü
G	Kayma modülü
h_1	Dikey dikdörtgen kesitin uzun kenar yüksekliği
h_2	Dikey dikdörtgen kesitin kısa kenar yüksekliği
h_3	Yatay dikdörtgen kesitin uzun kenar yüksekliği
h_4	Yatay dikdörtgen kesitin kısa kenar yüksekliği
I	Atalet momenti
I_θ	Dönme açısına bağlı atalet momenti
$k_{burulma}$	Burulma sertliği
$k_{eğilme}$	Eğilme sertliği
k_θ	Toplam sertlik
L	Kiriş boyu
R	Kirişlerin bulunduğu çemberin yarıçapı
T	Moment
$T_{burulma}$	Burulma momenti
$T_{eğilme}$	Eğilme momenti
y	Y Tarafsız ekseninde olan uzaklık
$y_{burulma}$	Kirişin herhangi bir uzunluğundaki burulma sehimi
$y_{eğilme}$	Kirişin herhangi bir uzunluğundaki eğilme sehimi
x	X Tarafsız ekseninde olan uzaklık
β	a/b oranına bağlı bir katsayı
δ	Sehim
$\delta_{eğilme}$	Maksimum eğilme sehimi
$\delta_{burulma}$	Maksimum burulma sehimi
θ	Dönme açısı
$\theta_{(y)}$	Y'ye bağlı dönme açısı

Kısaltmalar	Açıklama
GPa	Gigapascal
m	Metre
mm	Milimetre
N	Newton
rad	Radyan

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 2.1. Statik ve hiperstatik kiriş örnekleri 5
Şekil 2.2. Kirişlere uygulanan yük türleri 6
Şekil 2.3. Dikdörtgen kesitin burulmasının şematik gösterimi 6
Şekil 2.4. Dairesel kesitin ve dikdörtgen kesitin burulmasında çarpılmanın şematik gösterimi 8
Şekil 2.5. Konsol kirişte eğilmenin şematik gösterimi 9
Şekil 2.6. Kiriş elemanına etki eden eğilme momentlerinin dağılımı 10
Şekil 2.7. Burulma ile eğilme bileşik gerilmesi 13
Şekil 2.8. Seri elastik eyleyici şematik görünümü 16
Şekil 2.9. Antagonisttik etkileşim ile düzenlenen eyleyici şematik görünümü 16
Şekil 2.10. Farklı antagonisttik tasarım prototipi 17
Şekil 2.11. "Jack Spring" konsept şematik görüntüsü 17
Şekil 2.12. MACCEPA tasarımının şematik gösterimi 18
Şekil 2.13. VS-Joint mekanizması gösterimi 18
Şekil 2.14. AwAS-I şematik gösterimi 19
Şekil 2.15. AwAS-II şematik gösterimi 19
Şekil 3.1. Elastik kavrama tasarımı 20
Şekil 3.2 Dikey konumdaki dikdörtgen kesit 20
Şekil 3.3. Yatay konumdaki dikdörtgen kesit 22
Şekil 3.4. Dikdörtgen kesitin şematik olarak dikey konumdan yatay konuma geçişi 24
Şekil 3.5. Dikdörtgen kesitin burulma açısına bağlı atalet momenti grafiği 25
Şekil 3.6. Burulma açısı ve sehim ilişkisi şematik gösterimi 26
Şekil 3.7. Kirişin sembolik gösterimi 26
Şekil 3.8. Eğilmenin şematik gösterimi 27
Şekil 3.9. Kirişleri tutucu disk tasarımı 29
Şekil 3.10. Moment kolu tasarımı 29
Şekil 3.11. Basitleştirilmiş eyleyici tasarımının montaj hali 30
Şekil 3.12. Sonlu elemanlar yönteminde kullanılan malzeme özellikleri 30
Şekil 3.13. Basitleştirilmiş eyleyici tasarımının ANSYS programında sabitlenme ve kuvvet uygulanma noktasının gösterimi 31
Şekil 3.14. Basitleştirilmiş eyleyicinin mesh işlemi 31
Şekil 3.15. Basitleştirilmiş eyleyicinin deneysel çalışma için hazırlanmış parçaları 33
Şekil 3.16. Deneysel çalışma için montajı tamamlanmış basitleştirilmiş eyleyici 33
Şekil 4.1. R=5 mm için kiriş uzunluğu ile kirişlerin burulma sertliğinin değişimi 34
Şekil 4.2. R=10 mm için kiriş uzunluğu ile kirişlerin burulma sertliğinin değişimi 35
Şekil 4.3. R=15 mm için kiriş uzunluğu ile kirişlerin burulma sertliğinin değişimi 35
Şekil 4.4. Kiriş uzunluğuna bağlı olarak kirişlerin burulma sertliğinin değişiminin analitik ve deneysel karşılaştırılması 37
Şekil 4.5. Kiriş uzunluğuna bağlı olarak kirişlerin burulma sertliğinin değişiminin analitik ve sonlu elemanlar analiz yöntemi ile karşılaştırılması 37
Şekil 4.6. Kiriş uzunluğuna bağlı olarak kirişlerin burulma ve eğilme sertliğinin analitik yöntem ile elde edilen sonuçlarının karşılaştırılması 39
Şekil 4.7. Sabit uzunluğa sahip kirişlerin merkezden uzaklaşmasıyla sertlik değerlerinin analitik yöntem ile karşılaştırılması 39
Şekil 4.8. Deneysel ve analitik yöntemlerle elde edilen kiriş uzunluğuna bağlı kirişlerin burulma miktarlarının karşılaştırılması 40

ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa

Çizelge 3.1. Orana bağlı β katsayısı.....27
Çizelge 3.2. Mesh işlemi sonucu elements ve nodes sayısı.....32

1. GİRİŞ

Makine mühendisliğinde tasarlanan parçaların hangi şartlar altında çalışacağının, hangi yüklere maruz kalacağının ve nasıl davranış göstereceğinin bilinmesi çok önemlidir. Uygulanan yüklerin bilinmesi durumunda, parçanın üzerinde oluşacak gerilmeler ve şekil değişimleri tahmin edilebilir ve hesaplamaları yapılabilir. Mekanik bilimi tasarlanan parçalar üzerine uygulanan kuvvetlerin, parçada yaratacağı şekil değişimlerini ve gerilimleri incelemektedir. Mekanik analiz çalışmaları, tasarlanan parçaların mekanik özelliklerinin daha iyi anlaşılmasını sağlayarak verimliliklerinin artmasında büyük rol oynamaktadır. Uygulanan kuvvetler tasarlanan parçalarda çeki, bası, burulma, eğilme ve burkulma gibi gerilmelere tek tek sebebiyet verebileceği gibi parça üzerinde bu gerilmeler aynı anda birden fazla şekilde de görülebilir. Parça üzerine birden fazla çeşitte gerilme olması durumunda mekanik biliminin en önemli konularından biri olan bileşik gerilmeler meydana gelir. Meydana gelen bu bileşik gerilmeler, birbirlerini etkilemektedirler. Birbirleri üzerinde etkiye sahip bileşik gerilmeler çözülmesi zor problemlerin ortaya çıkmasına sebebiyet vermektedir. Bu zor ve karmaşık problemlerin çözümünün yapılabilmesi basitleştirme ihtiyacını gerektirmiştir. Bu ihtiyacın sonucu olarak gerilmelerin ayrı ayrı incelenmesine olanak sağlayan bir yöntem olarak süperpozisyon yöntemi geliştirilmiştir. Süperpozisyon yöntemi bileşik gerilmeleri oluşturan gerilmelerin birbirleri üzerindeki etkilerini göz ardı etmektedir. Burulma ile eğilme altında kalan dikdörtgen kesitli bir kirişte bileşik gerilmenin birbirleri üzerinde etkileri bulunmaktadır ve bu etkiler tam anlamıyla çözüme ulaştırılamamıştır. Özellikle dikdörtgen kesitin burulma gerilmesi sonucunda oluşan şekil değişikliğiyle kesitin atalet moment değeri değişmektedir. Değişen atalet momenti, eğilme gerilmesi üzerinde ciddi etkiler bulundurmaktadır. Konunun zorluğundan ötürü burulma ile eğilme durumunun birlikte incelendiği çok az çalışma vardır. Bu çalışmayla burulma ile eğilmenin birbiri üzerindeki etkilerinin incelenmesi ve analitik yöntem ile birlikte çözümünün sağlanması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda burulmanın atalet momenti üzerindeki etkisini gösteren analitik çözüm ortaya konmuştur. Bunun yanı sıra çalışmada bileşik gerilmenin birbiri üzerinde etkileri bulunduğunun gösterimi için sertlik mekanik özelliği seçilmiştir. Sertlik değeri üzerinde çalışma yapmak için burulma ile eğilme bileşik gerilmesine maruz kalan eyleyici elemanının basitleştirilmiş bir modeli kullanılmıştır. Eyleyicinin içerisinde

bulunan konsol kirişlerin analitik, deneysel ve sonlu elemanlar yöntemiyle analizleri yapılarak, sertlik değerleri elde edilmiş ve sonuçlar arasındaki farklar ortaya konulmuştur. Sertlik değeri üzerinden burulma ile eğilmenin bileşik gerilme durumunun birbirini etkilediği gösterilmiştir. Gerçek durumdaki değişen parametreler de göz önünde bulundurularak üç farklı yöntem kullanılarak elde edilen sonuçların tutarlılığının karşılaştırılması ve değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Bu çalışmada edinilen bilgilerin gelecekteki çalışmalara rehberlik etmesi hedeflenmiştir.

2. KURAMSAL TEMELLER ve KAYNAK ARAŞTIRMASI

Mühendislik yapılarında, yapıyı oluşturan elemanların uygulanan yük altındaki davranışlarının bilinmesi önemlidir. Aynı zamanda yapıdaki elemanları etkileyen yük ve momentleri karşılayabilecek değerlere sahip fiziksel boyut değerlerinin belirlenmesi gereklidir. Etki eden yük ve momentlerin belirlenmiş boyutlar üzerindeki etkilerini hesaplamak mukavemet bilim dalının konusudur. Mukavemet bilimi bunun dışında şekil değiştirebilen cisimlere etki eden dış yükler altındaki elemanların davranışlarını, biçim değiştirmelerini ve dayanımlarını inceler (Sayman, Karakuzu ve Aktaş, 2014).

Mühendislik problemlerinin çözümünde öncelikli olarak amaç problemin matematiksel modelinin doğru olarak oluşturulmasıdır. Bazı durumlarda bu matematiksel modeli oluşturmak çözümü gerçekleştirmekten daha zor olabilmektedir (Yayla, 2010).

Mühendislik problemlerinin çözümü sırasında mukavemet biliminin en önemli amaçları yapıyı oluşturan elemanların boyutlarını belirlemek ve belirlenen boyutlar altında davranışlarının bilinmesini sağlamaktır. Boyutlandırma işlemi, tek tek makine ve yapı elemanları için veya gerekli ise onların birleşmesinden oluşan sistemlerin, kendilerinden istenen işlevi en iyi biçimde yerine getirebilmelerini sağlamak için boyutlarının geometrik olarak hesaplanmasıdır. Boyutlandırma işlemi, yapı veya sistem davranışlarının tehlikesiz, kusursuz ve ekonomik olarak çalışabilmelerini sağlamak amacıyla gerçekleştirilir. Aynı zamanda boyutlandırma işlemi, mukavemette ele alınan elemanların ve sistemlerin üzerinde oluşan veya oluşabilecek her türlü yük altında hasara uğramamasını ve bunun yanı sıra belirlenen limitler içerisinde uzamaya, kısalmaya, eğilmeye, burulmaya ve burkulmaya dayanabilmeleri için boyutlarının en, boy, kalınlık, kesit alanı, çap vs. ne olması gerektiğinin hesaplanmasıdır (Sayman ve diğerleri, 2014).

2.1. Kirişler

Mühendislik yapıları düzgün şekilli olup, sahip oldukları geometrilerine ve taşıdıkları yüklere göre farklı şekillerde tanımlanan mühendislik elemanlarından oluşurlar. Bu elemanların isimlendirilmesi sahip oldukları geometrilere ve taşıdıkları yüklerin esasına

dayanmaktadır. Mühendislikte bu elemanların en önemlilerinden biri, genellikle yatay olarak destek verilen ve düşey olan yükleri taşımayı sağlayan kirişlerdir.

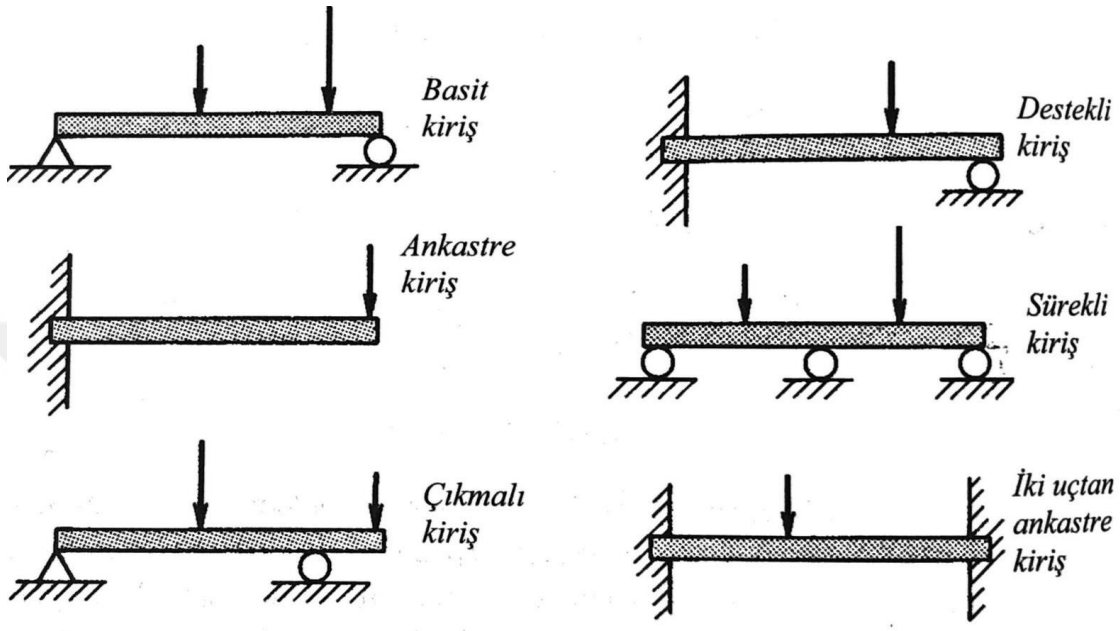
Kiriş en basit şekle sahip olan yükleme elemanlarından biridir. Kiriş dendiğinde genellikle aklımıza binaların tabanını ve tavanını oluşturan, onları bir arada tutan ve yatay olarak konumlandırılmış, genellikle dikdörtgen kesitli yapı elemanları gelmektedir. Kiriş elemanları, taşıdıkları yüklere ve yükleme durumlarına bağlı olarak değişik kesitlere sahip olabilmektedirler. Binalardaki kiriş elemanları uygulamadaki en belirgin örneklerdendir. Fakat bunların yanına ek olarak mühendislik sistemlerinde kirişlerin birçok farklı uygulamasından örnek vermek mümkündür. Mesela, endüstriyel tesislerdeki gaz veya sıvı iletiminde kullanılan yatay borular da kiriş olarak değerlendirilebilir. Uçak kanatları ve su içinde yüzen bir sandal bile bir kiriş olarak algılanabilmektedir.

Kirişler, aynı zamanda eğilme kuvvetine karşı kullanılan en önemli elemanlardandır. Bu elemanlar genellikle uzun olup eksenlerine dik doğrultuda gelen yükleri ve kuvvetleri taşımak için kullanılırlar. Bunun dışında, kendilerini eğmeye çalışan moment kuvvetlerini de taşımaktadırlar. Ayrıca kirişlerin eksenleri doğrultusunda kirişleri kısaltmaya veya uzatmaya çalışan yüklerin taşınması için de kullanılabilmektedirler. Bazı zamanlarda kirişler döndürme momentlerine de maruz kalabilmektedirler. Bu sebepten kirişlerin yükleme altındaki davranışları, mukavemetin önem verilen bir konusudur.

Mühendislik yapıları çok fazla sayıda ve türde kiriş bulundurabilir. Kirişler birkaç şekilde sınıflara ayrılabilirler. Şekil 2.1'de gösterildiği gibi statikçe belirli ve statikçe belirsiz (hiperstatik) kirişler şeklinde sınıflara ayrılabilirler. Kirişe etki eden tüm dış reaksiyon kuvvetleri ve momentleri sadece statik denge denklemleri ile hesaplanabiliyorsa buna statikçe belirli kirişler denir. Kirişe etki eden reaksiyon kuvvetlerinden en az biri sadece denge denklemlerinde bulunamıyorsa bu tür kirişler de statikçe belirsiz veya hiperstatik kirişler olarak adlandırılır (Yayla, 2010).

Kirişleri sahip oldukları bağlantı şekillerine göre de sınıflandırmak mümkündür. Statik kararlı olan kirişlerden basit mesnetli kirişte reaksiyon kuvvetleri kirişin uç kısımlarında meydana gelir. Ankastre kirişlerde ise dönmeyi engellemek için kirişin bir ucu

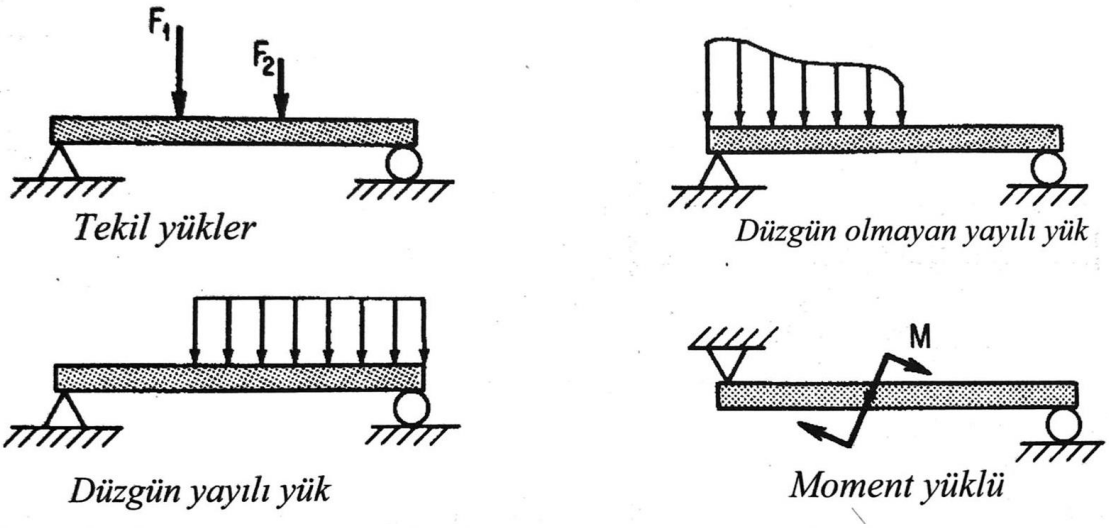
sabitlenmiş durumdadır. Çıkmalı kirişin bir veya iki ucu mesnetten dışarıya çıkmış olarak bulunur. Hiperstatik bir kiriş olan sürekli kiriş ise, üç veya daha fazla noktadan mesnetlenmiş kiriştir. Destekli ve iki uçtan ankastre kirişler de hiperstatik kirişlerin birer türü olarak tanımlanırlar.



Şekil 2.1. Statik ve hiperstatik kiriş örnekleri (Yayla, 2010)

Kiriş elemana etki edebilecek olan dört çeşit temel yük türü bulunmaktadır. Şekil 2.2'de gösterildiği gibi bunlar; noktasal olarak etki eden tekil yük, düzgün yayılı yük, düzgün olmayan yayılı yük ve moment yüklemedir. Bir kiriş bu çeşit yükleme durumlarından birine maruz kalabileceği gibi yükleme bunların birden fazlası şeklinde de gerçekleşebilir.

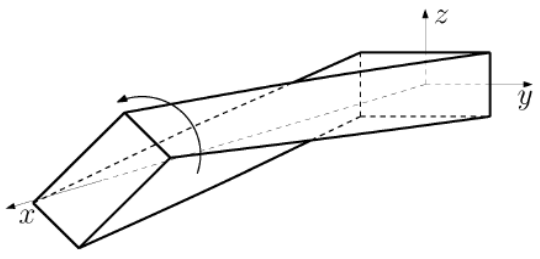
Yapıların iskeletini oluşturmakta olan kirişler, hem mukavemet hem de sınırlı şekil değişimi temel alınarak tasarlanmalıdır. Yükleme sonucunda kirişlere dışarıdan etki eden yükler ve momentler kirişlerin içerisinde kuvvetlere ve momentlere dönüşürler. Oluşan iç kuvvetler ve momentler kiriş ekseni boyunca değişir ve bu değişimin bilinmesi mukavemet hesapları için oldukça önemlidir. Oluşan kesme kuvvetleri ve eğilme momentleri de göz önünde bulundurularak kirişin maruz kalacağı deformasyon miktarı, gerilme değerleri hesaplanmalı ve davranışı öngörülmelidir (Yayla, 2010).



Şekil 2.2. Kirişlere uygulanan yük türleri (Yayla, 2010)

2.2. Burulma

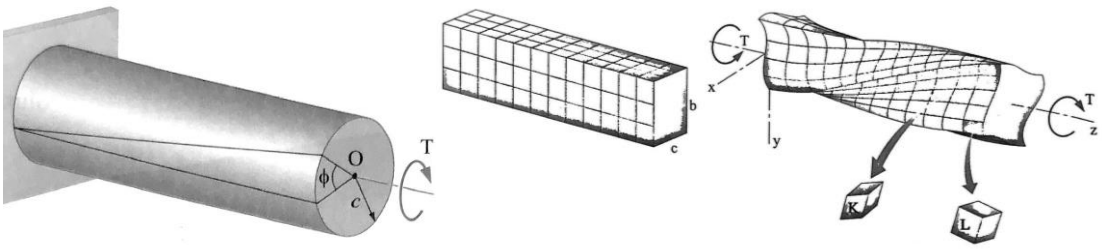
Mühendislikte çok yaygın olarak karşılaşılabilen şekil değişim türlerinden biri burulmadır. İçi boş ya da dolu bir kesit, kendi ekseni boyunca burulma etkisine maruz kaldığında şekil değişimine uğrayabilir. Şekil 2.3'te burulmaya uğramış dikdörtgen kesitli kiriş görülmektedir. Yüksek burulma zorlanmasına maruz kalan birçok makine elemanı bulunmaktadır. Bu tür yüklemelere, özellikle makinelerde ve transport sistemlerinde kullanılmakta olan güç iletici elemanlar, dişli çarklar, kasnak milleri ve transmisyon millerinde karşılaşılmasının yanı sıra havacılıkta, yapı elemanlarında vb. kullanım alanlarında da rastlanılmaktadır (Yayla, 2010; Sayman ve diğerleri, 2014).



Şekil 2.3. Dikdörtgen kesitin burulmasının şematik gösterimi (Francu, Novackova ve Janicek, 2012)

Millerin burulma durumunun analizlerini basitleştirmek için çeşitli kabuller ve gösterimler standartlaştırılmış durumdadır. Burulma zorlanmasına maruz kalan elemanlarda burulma momenti bilinir durumdayken bu yüklemeye dayanabilecek boyutun hesaplanması veya boyut bilinir durumdayken kesitin zarar görmeden taşıyabileceği burulma momentinin bulunması ise konunun temelini teşkil etmektedir (Yayla, 2010; Sayman ve diğerleri, 2014). Bir örnek vermek gerekirse mil, kiriş ya da çubuk iki uç tarafından karşı yönlere doğru uygulanan kuvvet çifti ile zorlanmaktaysa, kuvvet çiftlerinin meydana getirdiği momente dik olan kesitler burulmaya zorlanmış olur. Burulma gerilmesi dairesel kesitlerde lineer bir değişim gösterirken; değeri tarafsız bölgede sıfır, dış cidarlarda maksimum olmaktadır (Yıldız, 2015).

Burulma analizinin tarihi çok eskidir ve elastik saf burulma problemine nihai bir sonuç Saint-Venant tarafından bulunmuştur. Elastik-plastik saf burulma problemi için ise ilk çözümü Nadai adlı bilim insanı bulmuştur. Plastik burulma momentini kum yığını analojisine temellendirerek hesaplamıştır. Nadai, çeşitli şekillerin içi boş ve tamamen dolu kesitlerine kendi analojisini uygulamıştır. Sadowsky, Nadai'nin analojisini delik bulunan kesitler için genişletmiştir. Elastik-plastik saf burulma probleminde, elastik ve plastik bölgenin sınırları, uygulanan momentin arttırılmasından dolayı değişkendir ve bu yüzden analitik çözüme erişmek zordur. Elastik-plastik burulma probleminin çözümü ilk olarak Sokolovsky tarafından önerilmiştir. Sokolovsky, elastik ve plastik bölgeler için bağımsız denklemler hazırlamıştır. Sokolovsky, Nadai'nin kum yığını analojisi ve membran analojisini birleştirerek yaklaşık bir çözüm geliştirmiştir. Elastik-plastik burulmanın, malzeme özellikleri içeren dikdörtgen kesitler için analitik çözümü, Smith ve Slidebottom tarafından Rayleigh-Ritz genleşme ve sabit tamamlayıcı enerji prensipleri ile geliştirilmiştir. H kesit durumunda, Christopherson şeklin kavislerinin etkisini içeren bir analitik çözüm sağlamıştır. Onat, artan gerilim dengesi denkleminden türetilen sayısal iterasyon yöntemiyle prizmatik bir çubuğun burulması problemini çözmüştür (Baba ve Kajita, 1982).



Şekil 2.4. Dairesel kesitin ve dikdörtgen kesitin burulmasında çarpılmanın şematik gösterimi (Sayman ve diğerleri, 2014)

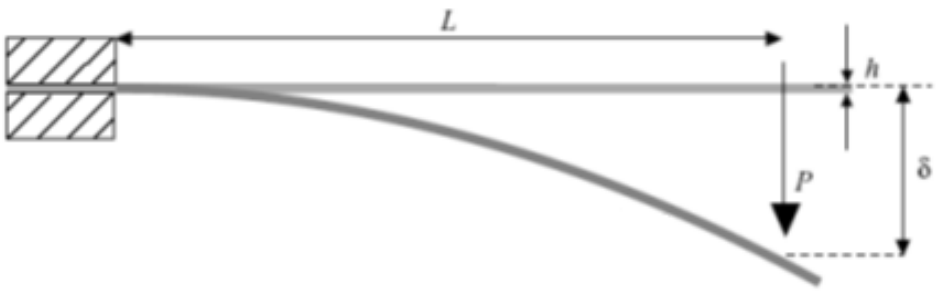
Günümüze gelene kadar elastik-plastik saf burulmanın sayısal analizi pek çok araştırmacı tarafından araştırılmıştır. Dairesel kesitlerdeki çubukların burulma problemi Coulomb'un yapmış olduğu kabul ile çözülebilmektedir. Coulomb'un yaptığı kabule göre düzlem kesitler burulma sonrasında yine düzlem kalmaktadır. Dairesel olmayan millerin burulması için gerilmelerin ve sapmaların belirlenmesi oldukça karmaşık denklemleri içerir. Dairesel kesitler için geçerli olan varsayımlar burada geçerli değildir. Burulma altındaki dairesel olmayan miller için, mil eksenine dik olan düzlem kesitleri burulmadan sonra düzlem kalmaz ve çarpıklık denilen eksenel yönde deformasyon meydana gelir. Bunu ortaya koymak için dikdörtgen kesitli bir mil tasarlanmıştır. Bu mil üzerine çizgiler yardımıyla yüzeye kareler çizilirse ve burulma momenti uygulanırsa milin kesit yüzeylerinin düzlem kalmayıp çarpıldığı Şekil 2.4'teki gibi görülebilir. Dikdörtgen kesitteki gerilmenin dağılımı kiriş uzunluğu yönünde sabit değildir ve bu nedenle kesitin çarpılma fonksiyonu kirişin burulma analizinden önce elde edilmiş olmalıdır. Çarpılmaların neticesi olarak kesitte oluşan burulma gerilmelerinin incelenmesi karmaşık bir konudur (Sayman ve diğerleri, 2014; Chattopadhyay, 2015; Timoshenko ve Goodier, 1951; Baba ve Kajita, 1982).

Çarpılma nedeniyle dikdörtgen kesitlerin burulması dairesel kesitli millerden oldukça farklıdır. Bu problemi Saint-Venant geliştirdiği yarı ters metodu ile çözmüştür. Böyle bir kesitte en büyük kayma gerilmesi, eksene en yakın bulunan yüzeyin ortasında meydana gelmektedir. Yani uzun kenarın ortasında olmaktadır. Dikdörtgen kesitin köşeleri milin merkezine en uzak noktalardır. Eğer sınır şartları kullanılırsa buralarda kayma gerilmelerinin sıfır olduğu görülür. Oysa dairesel kesitli millerde en büyük kayma

gerilmeleri eksene en uzak noktalarda meydana gelmektedir. Bu milin yüzeyinde eksene en yakın eleman alınırsa elemanın maksimum düzeyde çarpıldığı ve şekil olarak tabanı paralel kenar olan bir prizma oluşturduğu görülür. Diğer yandan milin köşesinden bir eleman alınırsa bu elemanın hiç çarpılmadığı Şekil 2.4'te olduğu gibi görülür. Buradan da bu noktada gerilme olmadığı kanısına deneysel olarak varılabilir (Sayman ve diğerleri, 2014).

2.3. Eğilme

Eğilme, yüklü bir kiriş üzerindeki bir noktanın dikey yer değiştirmesi olarak tanımlanır. Eğilme kirişin orijinal tarafsız yüzeyinden deforme olmuş tarafsız yüzeyine ölçülür. Maksimum eğilme eğimin sıfır olduğu yerde meydana gelir (Omar ve De'nan, 2016).



Şekil 2.5. Konsol kirişte eğilmenin şematik gösterimi (Omar ve De'nan, 2016)

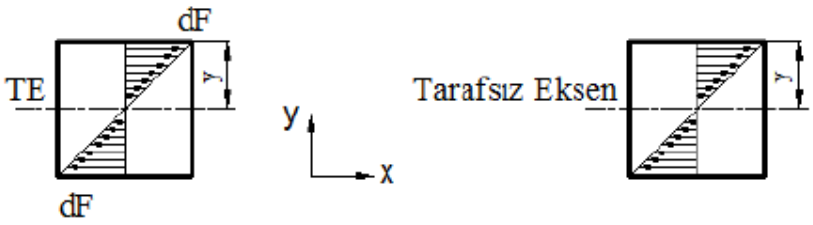
Eğilmeden kaynaklı ortaya çıkan gerilme gerilmesi de burulma gerilmesinde olduğu gibi mühendislikte büyük bir yer tutmaktadır. Makinedeki mil, aks gibi birçok parça eğilme kuvvetine maruz kalır. Bunun sonucu olarak elemanda veya milde eğilme gerilmesi oluşur. Makinelerde kullanılan ve eğilmeye maruz kalan mil, aks, kiriş gibi elemanların her noktasında eğilme momenti, kesme kuvvetleri ve sehim aynı olmamaktadır. İncelenmesi gerçekleştirilen elemanların boyutlandırılması için gerilmelerin maksimum olduğu kesitin bilinmesi gerekir.

Kirişlerin tasarımı gerçekleştirilirken yalnız gerilmeler değil sehim miktarları da önemli bir yer tutmaktadır. Sehim, kirişin orijinal tarafsız yüzeyinden deforme olmuş tarafsız yüzeyi ile arasındaki mesafe değişimidir. Kirişte meydana gelen maksimum sehimin,

belirlenen değerin üzerinde olmaması istenmektedir. Bu durumlar göz önünde bulundurulursa kiriş tasarımı hem üzerindeki yükleri taşımalı hem de istenmeyecek miktarda sehim meydana gelmeyecek şekilde yapılmalıdır. Bu sebepten ötürü yük altında bulunan bir kirişin ne kadar şekil değiştirdiğinin hesap edilmesi oldukça önemlidir. Herhangi bir kirişin eğilme gerilmesine maruz kalması durumunda kirişte şekil değişimi ve sehim Şekil 2.5'te gösterildiği gibi oluşur (Yayla, 2010; Sayman ve diğerleri, 2014).

Kirişlerde yük altında oluşan şekil değişimi kiriş elemanının malzemesinin rijitliğine, kiriş elemanının boyutlarına, kiriş elemanına uygulanan yüke ve kiriş elemanının desteklerine bağlıdır (Yayla, 2010).

Uygulanan yük kuvvetinin etkisiyle oluşan sehim sonucunda kirişte tarafsız eksen boyunca meydana gelen elastik eğri olarak adlandırılan bir eğilme gerilmesi oluşmaktadır. Oluşan bu elastik eğri uygulanmakta olan yükü hasar meydana gelmeden taşıyabileceği gibi, şekil değişiminin artması neticesinde hasara sebebiyet de verebilmektedir (Korucu, Gök, Tümsek, Soy ve Gök, 2019).



Şekil 2.6. Kiriş elemanına etki eden eğilme momentlerinin dağılımı (Korucu ve diğerleri, 2019)

Aks, kiriş, mil gibi elemanlarda bulunabilen kesme kuvvetleri de eğilme momentleri oluşturabilmektedir; ancak kesme kuvvetinin oluşturduğu etki diğer kuvvetlerin etkisinin yanında oldukça küçük olduğundan genellikle ihmal edilebilmektedir. Eğilme momenti, tarafsız eksende sıfır olurken, eksenin üst ve alt yarısında eksene olan uzaklığıyla doğru orantılı olarak değişen çeki ve bası gerilmelerini meydana getirir. Bu durum Şekil 2.6'da şematik olarak gösterilmiştir (Yıldız, 2015; Sayman ve diğerleri, 2014).

Eğilme durumunda oluşan gerilme, eğim ve sehim hesaplarında kullanılan işlemlerde yer alan önemli bir büyüklük olarak atalet momenti karşımıza çıkmaktadır. Atalet momentine ikinci alan momenti de denmektedir, böyle denmesinin sebebi alanın verilen bir eksene göre dağılımıdır. SI birim sisteminde birim olarak m^4 veya mm^4 ile verilmektedir. Herhangi bir bileşik alana sahip kesitin atalet momenti; onu meydana getiren dikdörtgen, üçgen, daire vb. gibi kısımların atalet momentlerinin hepsinin toplamına eşittir. Alan içerisinde boşluklar mevcut ise boşluklar toplamdan çıkarılarak atalet momentinin değerinin hesaplanması gerçekleştirilir (Yayla, 2010).

Yüklü bir kirişte kesitteki eğimi ve sehimi bulmak için birçok yöntem vardır. En sık kullanılan yöntemler aşağıda belirtilmiştir (Omar ve De'nan, 2016).

2.3.1. Çift katlı integrasyon metodu

Elastik eğri denklemi eğilmeye uğrayan elemanın eğimi ve çökme miktarının herhangi bir mesafe ile değişiminin fonksiyonu olarak verilebilir.

$$\frac{d^2y}{dx^2}EI = -M \tag{2.1}$$

Denklem 2.1 elastik eğrinin diferansiyel denklemidir. Elastik eğri denkleminin x'e göre farklı derecelerden diferansiyelleri alınarak kiriş ve elastik eğriye ait bazı fiziksel özellikler bulunur (Yayla, 2010).

2.3.2. Süperpozisyon metodu

Süperpozisyon yönteminde karışık yükleme halindeki kirişler, basit yüklemeler halinde düşünülür ve tesirler üst üste eklenir. Bu prensibin uygulanabilmesi için oluşan şekil değişimlerinin küçük olması ve toplam şekil değişiminin elastik bölgede kalması gerekir (Yayla, 2010).

2.3.3. Moment-alan yöntemi

Moment alan yöntemi eğilmeye maruz kalan kirişlerin sehim probleminin çözümünü sağlamak için kullanılan yarı grafiksel bir yöntemdir. Bu yöntemde eğilme momenti diyagramı çizildikten sonra bu diyagramda oluşan alanın miktarı ile bu alanın momentleri kullanılarak eğim ve sehim hesapları yapılır. Bu yöntem bilhassa eğim ve sehimin kiriş boyunca değil de sadece belli noktalarda istenmesi durumunda kullanılır. İlave olarak bu yöntem değişken kesitli kirişlerde ve tekil yükleme durumlarında yaygın olarak kullanılır (Yayla, 2010; Raj ve Ramasamy, 2012).

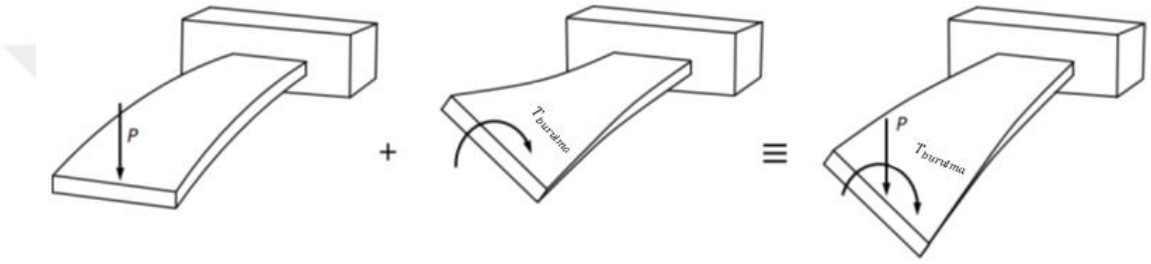
Özetle, burulma ve eğilme üzerine ayrı ayrı birçok çalışma yapılmış fakat bileşik gerilme durumundaki burulma ile eğilmenin birbiri üzerindeki etkileri gelecek araştırmaların konuları olacaktır.

2.4. Burulma ile Eğilmenin Bileşik Gerilmesi

Uygulamadaki elemanlar birçok durumda öyle bir şekilde yüklemeye maruz kalır ki kesit hem çekmeye (veya basmaya) hem de eğilmeye maruz kalır. (Sayman ve diğerleri, 2014). Bu yüzden bileşik yükleme şeklinde elemana uygulanan gerilme hali mukavemet problemlerinin çözülmesinde oldukça önemlidir. Birçok pratik uygulamada, Şekil 2.7'de de görüldüğü gibi yapı elemanları aynı zamanda eğilmeye ve burulmaya maruz kalabilmektedir. Özellikle makine elemanlarında moment iletiminde kullanılmakta olan dönen miller bu durumun en belirgin uygulaması olarak karşımıza çıkmaktadır. Malzemenin davranışının lineer elastik kalması koşuluyla bu ve benzer yükleme durumları süperpozisyon yöntemi uygulanarak incelenmektedir (Yayla, 2010).

Süperpozisyon yönteminin uygulanabilmesi için bazı varsayımların yapılması gereklidir. Bunlar bileşik kuvvet uygulanan elemanın elastik davranması, uygulanan her bir kuvvet çeşidinde elemanın elastik davranması ve küçük deformasyon oluşmasıdır. Deformasyon büyüdükçe parçadaki iç gerilmeler büyüyecek ve göz ardı edilemeyecek boyutlara gelecektir. Bu sebeple süperpozisyon yöntemi, sadece şekil değişimlerinin küçük olduğu elastik problemlerde kullanılabilmektedir (Arwade, t.y; Assakkaf, 2003). Süperpozisyon yönteminin uygulanabilmesi için gerekli olan bir diğer teori de birinci mertebe teorisidir.

Bu teoride denge denklemlerinin şekil değiştirmemiş kiriş üzerine yazılabilmesi için yer ve şekil değiştirme miktarlarının kirişin boyutlarına göre küçük olması gerekmektedir. Sistemlerdeki şekil değiştirmelerin büyük olduğu durumlarda birinci mertebe teorisi uygun sonuçlar vermemektedir. Bu duruma örnek olarak asma köprüler gösterilebilir. Böyle durumlarda şekil değiştirmeler küçük kabul edilemez ve şekil değiştirmiş cisim üzerine denge denklemlerinin yazılması gerekir. Bu şekilde gerçekleştirilen hesaplamalara ikinci mertebe teorisi adı verilmektedir. Bu teoride şekil değiştirmeler ilk durumda bilinmediğinden hesaplamalar daha zor ve uzun olmaktadır (Reis, 2009).



Şekil 2.7. Burulma ile eğilme bileşik gerilmesi

Elastik kirişlerin elastik eğilmesi ve burulması için ayrı ayrı lineer teoriler farklı bilim insanlarının çalışmaları sonucunda iyi bir şekilde oluşturulmuş olsa da bu teorilerin lineer kombinasyonu, eğilme ve burulma hatalarının tahmini için yeterli değildir. Elemanda aynı anda eğilme ve burulma üreten yüklemenin varlığı, iki gerilme arasında bir dereceye kadar etkileşimin meydana geleceği anlamına gelir. Eğilme ile burulmanın birlikte uygulandığı durumda, burulmanın neden olduğu dönme açısı, eğilme momenti tarafından büyütülür. Bu durum da ek çarpılma momentlerine ve burulma kesme kuvvetlerine neden olur. Bu sebeple burulma deformasyonları boyunca hareket eden ana eksen momentlerine, eğilme etkileri tarafından üretilen ilave küçük eksen momentleri de katılmalıdır. Bunun yanı sıra akma ile ilişkili malzemenin lineerliği, kararlılığı ve sonlu deformasyonlarla ilişkili geometrik lineerliği de göz ardı edilmemelidir (Pi ve Trahair, 1994; Nethercot, Salter ve Malik 1989).

Litaratürde bileşik gerilme için çok az sayıda deneysel araştırma bulunmaktadır. Gill ve Boucher (1964) bileşik burulma ile eğilme etkisi altındaki kare ve dikdörtgen kesitler için deneysel çalışmalar gerçekleştirmiştir (Pi ve Trahair, 1994).

Özetle yukarıdaki paragraflarda belirtildiği gibi kirişlerin burulma ve eğilme kombinasyonu mekaniğin temel problemlerinden biridir. Temel problemlerden biri olmasına rağmen literatürde bunu inceleyen sadece birkaç çalışma bulunmaktadır. Bunun sebebi olarak da pratikte yaygın bir sorun oluşturmaması gösterilebilir. Az sayıdaki çalışmalardan biri olarak Sinha'nın (2007) yapmış olduğu, serbest uçtan darbe yüküne maruz kalan konsol Timoshenko kirişinin birleşik burulma ve eğilme çalışması örnek gösterilebilir.

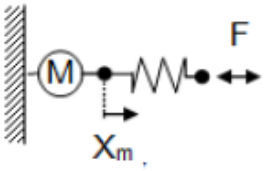
2.5. Burulma ile Eğilme Bileşik Gerilmesinin Karşılaşıldığı Uygulama Alanları

Mühendislik tasarımlarında burulma ile eğilme durumunun bir arada görüldüğü bileşik gerilme haline maruz kalan bileşenlere sıklıkla rastlanılmaktadır. Bu bileşik gerilmeye en çok maruz kalan parçaların başında otomotiv sektöründe güç aktarımı için kullanılan şaft gibi elemanlar gelmektedir. Buna ek olarak bazı manivela türlerinde, yaylarda, bağlantı parçalarında ve güç aktarımı için kullanılan vidalarda da bu bileşik gerilmelerle karşılaşılmaktadır (Redford, 1966).

Ayrıca yaprak ya da lamine yay olarak bilinen yaylarda da bu gerilme tipi görülebilmektedir. Bu yaylar özellikle kamyon ve vagon gibi yük ve insan taşıma araçlarında kullanılmaktadır. Yoldan kaynaklanan ve istenmeyen darbelerin emilmesi için kullanılan bu yaylar, simetrik olmayan yüklemeler sebebiyle, burulma ile eğilme bileşik gerilmesine maruz kalmaktadır (Raj ve Ramasamy, 2012).

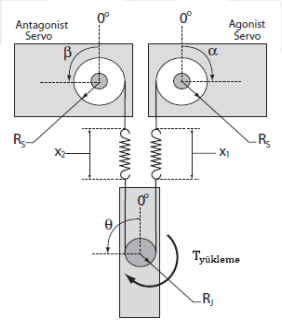
Bileşik gerilmelerin görüldüğü bir başka uygulama alanı da robotiktir. Teknolojinin de gelişmesiyle üretimde karşılaşılan problemleri çözmek, rutin veya tehlikeli işleri gerçekleştirmek için insanlar yerine robotlar geliştirilmiştir. Geliştirilen bu robotlar, hareketi eyleyicilerden almaktadır. Eyleyici, enerjiyi istenilen şekilde çeşitli çıktılara dönüştüren robotik sistemin bir parçasıdır (Yılmaz, 2019; Vanderborght ve diğerleri,

2013). Geleneksel olarak robotik yapılarda karşımıza çıkan sert eyleyiciler yüksek konum hassasiyeti sağladığı için özellikle tıp alanındaki robotlarda kullanılmaktadır. Fakat sert eyleyiciler hareket etme özelliğine sahip mobil robotlar için enerji tüketimini arttıran bir unsurdur. Bu tip eyleyiciye sahip mobil robotlar hareket esnasında dinamik ani yüklemelere maruz kalırlar. Bu durum mobil robotların hareketlerinin yavaş olmasına sebep olduğu gibi enerji verimliği açısından da oldukça verimsizdir (Reis, 2019). Bu dezavantajlardan ötürü sertliği değiştirilebilen eyleyiciler üretilmiştir. Sertliği değiştirilebilen eyleyicilerin geleneksel eyleyicilere göre önemli avantajları bulunmaktadır. Bu eyleyiciler esneklikleri sayesinde insanların sahip olduğu uzuvlarla benzerlik göstermektedirler. Biyolojik açıdan bakıldığında canlılar, hareket esnasında kas ve tendon yapılarının sertliğini aktif olarak değiştirebilirler. Bu tip eyleyiciler tasarımlarında bulundurdukları pasif elastik elemanlar sayesinde enerjinin depolanmasını ve bırakılmasını, çevre ile güvenli etkileşim kurulabilmesini ve anlık şoklar karşısında meydana gelen yüksek kuvvetlerin oluşturabileceği etkilerin minimize edilmesini sağlamaktadır (Alexander, 1990; Vanderborght ve diğerleri, 2013; Demiray, 2016; Reis, 2019). Sertliği değiştirilebilir eyleyicilerin bu avantajlarının farkedilmesiyle, birçok araştırma ortaya konmuş ve farklı tasarımlar geliştirilmiştir. Bu tasarımlardaki eyleyicilerin farklı sertlik kontrol yöntemlerine sahip olduğu görülmüştür. Eyleyicileri farklı sertlik kontrol yöntemlerine bağlı olarak sınıflandıran kişi olarak Van Ham ve arkadaşları (2009) verilebilir. Bu sınıflandırmanın güncellenmiş versiyonunu Vanderborght ve arkadaşları (2013) gerçekleştirmiştir. Bu sınıflandırmaya göre eyleyici çeşitlerinin ilki seri elastik eyleyici diye isimlendirilen eyleyicilerdir. Lineer yaydan ve bu yaya seri şekilde bağlanan hidrolik veya elektrik motorundan oluşan basit bir tasarıma sahiptir ve Şekil 2.8'de şematik hali görülmektedir. Bu tasarımda bulunan motor sayesinde yayların denge konumu düzenlenir ve böylece çıkış kuvvetinin ayarlanması sağlanır (Pratt ve Williamson, 1995).



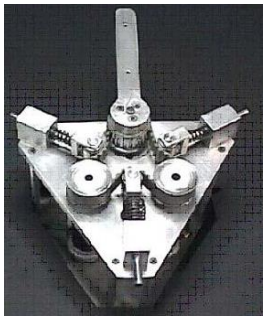
Şekil 2.8. Seri elastik eyleyici şematik görünümü (Kızılhan, Başer, Kılıç ve Ulusoy, 2014)

İkinci çeşit ise antagonisttik etkileşim ile düzenlenen eyleyicilerdir. İnsanların vücudunda bulunan kasların taklit edilmesiyle ortaya çıkan bir eyleyici türüdür. İki elektrik motoru ve lineer olmayan iki yaydan meydana gelen bir tasarımdır. Şekil 2.9'da şematik olarak tasarım görülmektedir. Motorların ve yayların karşılıklı bir şekilde yerleştirilmesiyle oluşturulmuşlardır. Eyleyicinin sertlik ve denge konumları motorların dönüş yönüne göre değişerek ayarlanmaktadır. Bu tür eyleyiciler üzerine birçok çalışma bulunmaktadır (Migliore, Brown ve DeWeert, 2005).



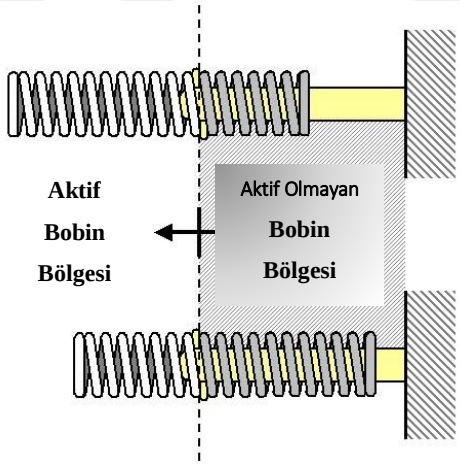
Şekil 2.9. Antagonisttik etkileşim ile düzenlenen eyleyici şematik görünümü (Migliore ve diğerleri, 2005)

Tonietti ve diğerleri (2005), antagonisttik etkileşim ile düzenlenen eyleyici türünde farklı bir tasarım gerçekleştirmiştir. Şekil 2.10'da görülen tasarım çapraz bir şekilde yerleştirilmiş yaylardan, kayıştan ve makaralardan oluşmaktadır. Bu eyleyici tasarımının avantajı hızlı bir şekilde sertliği değiştirebilmesidir.



Şekil 2.10. Farklı antagonisttik tasarım prototipi (Tonietti ve diğerleri, 2005)

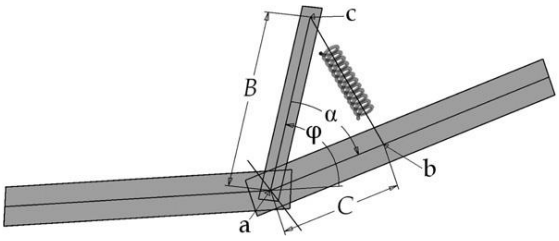
Yapısal değişiklik ile düzenlenen eyleyiciler, üçüncü çeşit olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu çeşit eyleyiciler, tasarımlarında bulundurdukları elastik elemanın sahip olduğu elastiklik modül, aktif uzunluk ve eylemsizlik momenti değerlerinden herhangi birini değiştirerek sertliği değiştirme prensibi ile çalışmaktadırlar. "Jack Spring" olarak adlandırılan yapısal değişiklik ile düzenlenen bir eyleyici türü ortaya çıkmıştır. Bu tasarımda elastik eleman olarak kullanılan yaylarda bulunan aktif bobin sayısının değişimi ile sertlik ayarlaması yapmaktadır. Şekil 2.11'de şematik tasarımı verilmiştir. (Hollander, Sugar ve Herring, 2005).



Şekil 2.11. "Jack Spring" konsept şematik görüntüsü (Hollander ve diğerleri, 2005)

Dördüncü çeşit olarak karşımıza mekanik kontrole sahip olan eyleyiciler çıkmaktadır, Bu çeşitte sertlik değerleri, denge konumu ayarlanarak kontrol edilebilmektedir. Bu tür eyleyicilerde genellikle tek bir yay kullanılır. Yaya uygulanan yük değiştirilerek sertlik değerinin değişmesi sağlanır. Bu tür eyleyiciye örnek olarak Şekil 2.12'de görülen

MACCEPA tasarımı verilebilir. Bu tasarım, bir eksende dönme hareketi gerçekleştirebilen birbirine yay ile bağlanmış üç farklı elemandan meydana gelir (Van Ham, Vanderborght, Van Dammer, Verrelst ve Lefeber, 2007).



Şekil 2.12. MACCEPA tasarımının şematik gösterimi (Van Ham ve diğerleri, 2007)

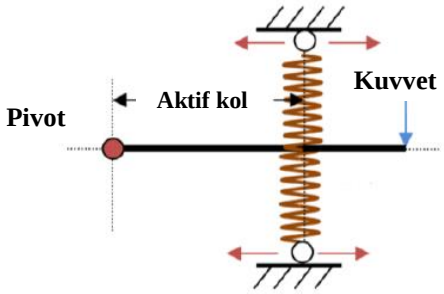
Mekanik kontrollü eyleyici türünde bir başka tasarım çalışması olarak "VS-Joint" tasarımı bulunmaktadır. Şekil 2.13'te "VS-Joint" protitipi görülmektedir. Kam ve yayların kullanımıyla oluşturulan bu tasarımda kam mekanizmasının konumunun değiştirilmesiyle sertlik değerinin değişimi sürekli olarak gerçekleştirilebilmektedir (Van Ham ve diğerleri, 2007; Wolf ve Hirzinger, 2008).



Şekil 2.13. VS-Joint mekanizması gösterimi (Wolf, 2008)

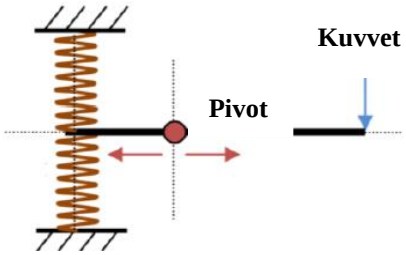
Son tür olarak iletim oranı değiştirilerek kontrol edilen eyleyiciler kabul edilmiştir. Eyleyicilerin sertliği, yay ile çıkış arasında bulunan bağlantının iletim oranının değişimi ile ayarlanmaktadır. Bu prensip ile çalışan Şekil 2.14'te görülen AwAS-I tasarımı gerçekleştirilmiştir. Bu tasarımda kuvvet ve pivot noktaları sabitken yaylar hareket edebilmektedir. Bu tasarımın avantajı bağımsız olarak denge konumunun ve sertliğin kontrol edilmesidir. Sertliği değiştirmek için enerji kullanımı çok azdır bu da sertlik ayarı

için küçük motorların kullanılmasına izin vermektedir (Jafari, Tsagarakis ve Caldwell, 2010).



Şekil 2.14. AwAS-I şematik gösterimi (Jafari ve diğerleri, 2010)

AwAS-I tasarımının geliştirilmiş bir versiyonu olarak AwAS-II tasarımı Jafari ve diğerleri (2011) tarafından gerçekleştirilmiştir. Şekil 2.15'te AwAS-II tasarımının şematik hali görülmektedir. Bu çalışmada önceki tasarımdan farklı olarak, yayların konumu ve kuvvet uygulanan nokta sabitken pivot noktası hareket edebilmektedir. Bunun sonucu olarak sertlikte, sıfır ile sonsuz kabul edilebilecek bir değer aralığında çalışma imkânı sağlamaktadır (Jafari, Tsagarakis ve Caldwell, 2011).

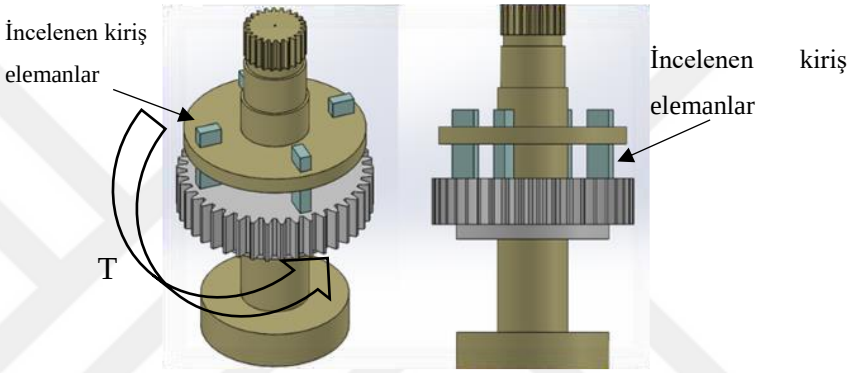


Şekil 2.15. AwAS-II şematik gösterimi (Jafari ve diğerleri, 2011)

Özetle, sertliği değiştirilebilir eyleyicilerdeki sertlik değerleri farklı yöntemler kullanılarak değiştirilmektedir. Van Ham bu farklılıklardan yola çıkarak sınıflandırmayı gerçekleştirmiştir. Sertliği değiştirilebilir eyleyicilerden bir kaçı burulma ile eğilme bileşik gerilmesine maruz kalabilmektedir bu sebepten ötürü çalışma mekanizmasının bilinmesi önemlidir.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

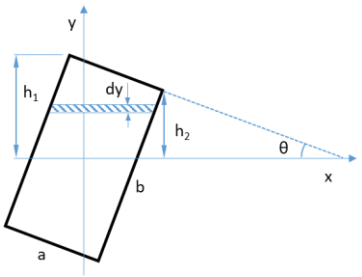
Bu çalışmada Reis (2019) tarafından tasarımı yapılmış olan Şekil 3.1'de görülen eyleyici temel olarak alınmıştır. Bu tasarımda burulmaya ve eğilmeye maruz kalan eyleyicinin sahip olduğu dikdörtgen kesitli kirişlerin burulma ile eğilme bileşik gerilmesinin birbiri üzerindeki etkileri ortaya konulmaya çalışılmıştır ve basit bir yöntem kullanılarak analizler gerçekleştirilmiştir. Bunun için basitleştirilmiş model oluşturulmuştur. Basitleştirilen bu tasarım üzerinden yapılan analitik, deneysel ve sonlu elemanlar analizi yöntemlerinden elde edilen bilgiler sertlik değerinin hesaplanması için kullanılmıştır.



Şekil 3.1. Elastik kavrama tasarımı (Reis, 2019)

3.1. Analitik Yöntem

Dikdörtgen kesitin burulma sırasındaki atalet momenti değişimi elde edebilmek için Şekil 3.2'de görülen dikdörtgen kesitli şeklin yükseklikleri h_1 ve h_2 Denklem 3.1 ve Denklem 3.2 deki gibi ifade edilebilir. Basitleştirilmiş tasarımda kullanılan dikdörtgen kesitli kirişin kısa kenar uzunluğu 0,7 mm uzun kenar uzunluğu 2,2 mm'dir.



Şekil 3.2 Dikey konumdaki dikdörtgen kesit

$$h_1 = \frac{1}{2}(asin\theta + bcos\theta) \tag{3.1}$$

$$h_2 = \frac{1}{2}(bcos\theta - asin\theta) \tag{3.2}$$

Denklem 3.3'te atalet momentinin genel ifadesi görülmektedir.

$$I_\theta = \int y^2 dA \tag{3.3}$$

Şekil 3.2'de burulma sonucunda oluşan şekil bir dikdörtgen ve iki üçgen bölgeye ayrılarak atalet momenti hesaplaması yapılmıştır. Genel atalet momenti denklemi dikdörtgen için düzenlenerek Denklem 3.4 ve Denklem 3.5 elde edilmiştir.

$$dA = \frac{a}{cos\theta} dy \tag{3.4}$$

$$I_\theta = \int_{-h_2}^{h_2} \frac{a}{cos\theta} y^2 dy = \frac{a}{cos\theta} \frac{y^3}{3} \tag{3.5}$$

Atalet momentinin genel denkleminin dikdörtgen bölge için düzenlenmiş haline Denklem 3.5'teki integralin sınır şartları uygulanırsa sonuç olarak Denklem 3.6 elde edilir. Elde edilen sonuç dikdörtgen bölgenin atalet momentini ifade etmektedir.

$$I_\theta = \frac{2ah_2^3}{3cos\theta} \tag{3.6}$$

Genel atalet momenti denklemi üçgen bölge için düzenlenirse Denklem 3.7 elde edilir.

$$I_\theta = \int y^2 dA = \int_{h_2}^{h_1} \frac{(h_1 - y)a}{(h_1 - h_2)cos\theta} y^2 dy \tag{3.7}$$

Denklem 3.7'deki ifadenin genişletilmiş hali Denklem 3.8'deki gibi olmaktadır.

$$I_\theta = \int_{h_2}^{h_1} \frac{h_1 a y^2}{(h_1 - h_2)cos\theta} dy - \int_{h_2}^{h_1} \frac{a y^3}{(h_1 - h_2)cos\theta} dy \tag{3.8}$$

Denklem 3.8'deki ifadeler ayrı ayrı olarak ele alınır ve integral sınır şartları yerine yazılırsa birinci ifadenin sonucu Denklem 3.9'daki gibi olur.

$$\int_{h_2}^{h_1} \frac{h_1 a y^3}{3(h_1-h_2)cos\theta} = \frac{h_1^4 a}{3(h_1-h_2)cos\theta} - \frac{h_1 h_2^3 a}{3(h_1-h_2)cos\theta} = \frac{a h_1 (h_1^3-h_2^3)}{3(h_1-h_2)cos\theta} \quad (3.9)$$

Denklem 3.8'deki ikinci ifadenin integral sınır şartları ile çözümü Denklem 3.10'daki gibi bulunmaktadır.

$$\int_{h_2}^{h_1} \frac{a y^4}{4(h_1-h_2)cos\theta} = \frac{a h_1^4}{4(h_1-h_2)cos\theta} - \frac{a h_2^4}{4(h_1-h_2)cos\theta} = \frac{a(h_1^4-h_2^4)}{4(h_1-h_2)cos\theta} \quad (3.10)$$

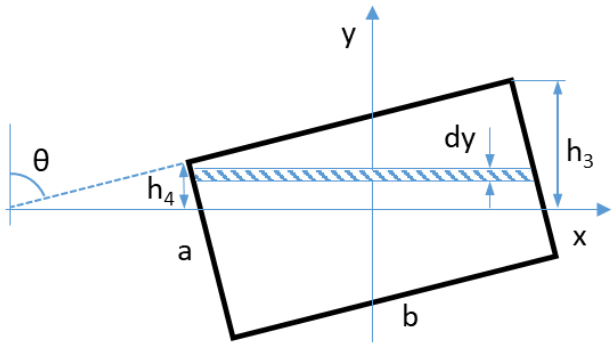
Üçgen bölgenin atalet momenti Denklem 3.11'deki gibi elde edilmektedir.

$$I_\theta = \frac{a h_1 (h_1^3-h_2^3)}{3(h_1-h_2)cos\theta} - \frac{a(h_1^4-h_2^4)}{4(h_1-h_2)cos\theta} \quad (3.11)$$

Atalet momenti dikdörtgen ve üçgen bölgelerin toplamına eşittir ve Denklem 3.12'deki gibi ifade edilir.

$$I_\theta = 2\{\frac{a h_2^3}{3cos\theta} + \frac{a}{(h_1-h_2)cos\theta}\left[\frac{h_1}{3}(h_1^3-h_2^3) - \frac{1}{4}(h_1^4-h_2^4)\right]\} \quad (3.12)$$

Şekil 3.3'te görüldüğü gibi uzun kenarın yatay pozisyonu için şekildeki uzunluklar Denklem 3.13 ve 3.14 ile ifade edilir.



Şekil 3.3. Yatay konumdaki dikdörtgen kesit

$$h_3 = \frac{1}{2}(asin\theta + bcos\theta) \tag{3.13}$$

$$h_4 = \frac{1}{2}(asin\theta - bcos\theta) \tag{3.14}$$

Burada oluşan şekli bir dikdörtgen ve iki üçgen üçgen bölgeye ayrılarak atalet momenti hesaplama işlemi yapılır. Genel atalet moment denklemi dikdörtgen için düzenlenerek Denklem 3.15 ve Denklem 3.16 elde edilir.

$$dA = \frac{b}{sin\theta}dy \tag{3.15}$$

$$I_\theta = \int_{-h_4}^{h_4} \frac{b}{sin\theta} y^2 dy = \frac{b}{sin\theta}\frac{y^3}{3} \tag{3.16}$$

Atalet momentinin genel denkleminin dikdörtgen bölge için düzenlenmiş haline Denklem 3.16'daki integralin sınır şartları uygulanırsa sonuç olarak Denklem 3.17 elde edilir. Elde edilen sonuç dikdörtgen bölgenin atalet momentini ifade etmektedir.

$$I_\theta = \frac{2bh_4^3}{3sin\theta} \tag{3.17}$$

Genel atalet moment denklemi üçgen bölge için düzenlenirse Denklem 3.18 elde edilir.

$$I_\theta = \int y^2 dA = \int_{h_4}^{h_3} \frac{(h_3 - y)b}{(h_3 - h_4)sin\theta} y^2 dy \tag{3.18}$$

Denklem 3.18'deki ifadenin genişletilmiş hali Denklem 3.19'daki gibi olmaktadır.

$$I_\theta = \int_{h_4}^{h_3} \frac{h_3 b y^2}{(h_3 - h_4)sin\theta} dy - \int_{h_4}^{h_3} \frac{by^3}{(h_3 - h_4)sin\theta} dy \tag{3.19}$$

Denklem 3.19'daki ifadeler ayrı ayrı olarak ele alınır ve integral sınır şartları yerine yazılırsa birinci ifadenin sonucu Denklem 3.20'deki gibi elde edilmektedir.

$$\int_{h_4}^{h_3} \frac{h_3 b y^3}{3(h_3 - h_4)sin\theta} = \frac{h_3^4 b}{3(h_3 - h_4)sin\theta} - \frac{h_3 h_4^3 b}{3(h_3 - h_4)sin\theta} = \frac{bh_3(h_3^3 - h_4^3)}{3(h_3 - h_4)sin\theta} \tag{3.20}$$

Denklem 3.19'daki ikinci ifadenin integral sınır şartları ile çözümü Denklem 3.21'deki gibi bulunmaktadır.

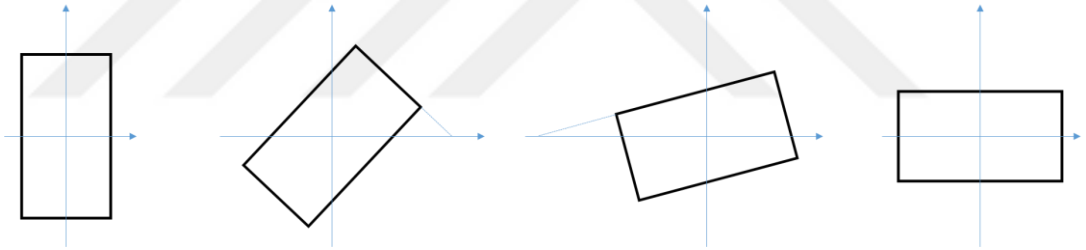
$$\int_{h_4}^{h_3} \frac{by^4}{4(h_3-h_4)sin\theta} = \frac{bh_3^4}{4(h_3-h_4)sin\theta} - \frac{bh_4^4}{4(h_3-h_4)sin\theta} = \frac{b(h_3^4-h_4^4)}{4(h_3-h_4)sin\theta} \quad (3.21)$$

Üçgen bölgenin atalet momenti Denklem 3.22'deki gibi elde edilir.

$$I_\theta = \frac{bh_3(h_3^3-h_4^3)}{3(h_3-h_4)sin\theta} - \frac{b(h_3^4-h_4^4)}{4(h_3-h_4)sin\theta} \quad (3.22)$$

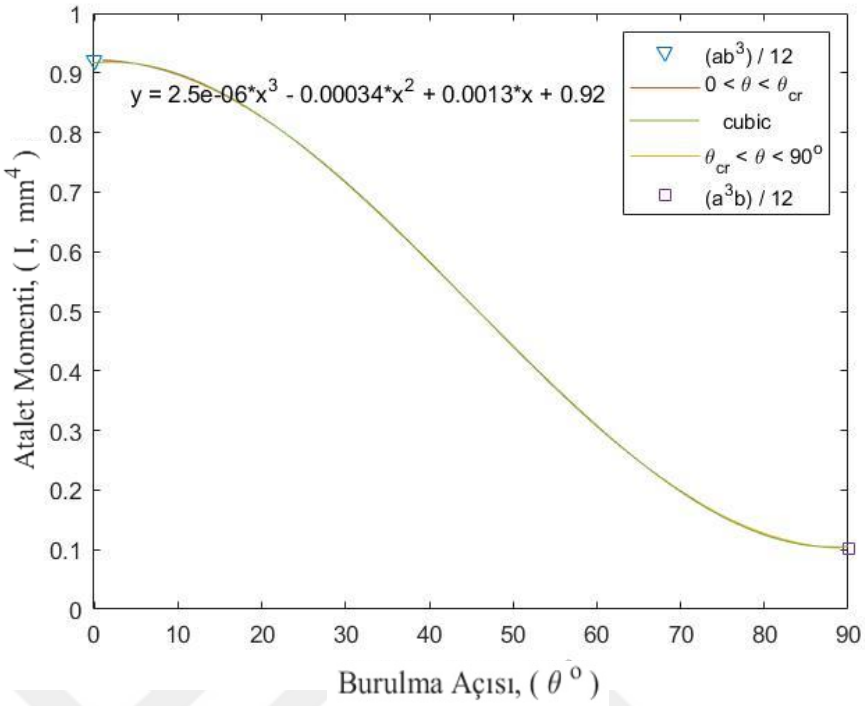
Daha önce bahsedildiği gibi atalet momenti dikdörtgen ve üçgen bölgelerin toplamına eşittir ve Denklem 3.23'deki gibi ifade edilir.

$$I_\theta = 2\{\frac{bh_4^3}{3sin\theta} + \frac{b}{(h_3-h_4)sin\theta}\left[\frac{h_3}{3}(h_3^3-h_3^3) - \frac{1}{4}(h_3^4-h_4^4)\right]\} \quad (3.23)$$



Şekil 3.4. Dikdörtgen kesitin şematik olarak dikey konumdan yatay konuma geçişi

Dikdörtgen kesitin dikey konum ile yatay konum durumundaki atalet momentleri arasında fark bulunmaktadır. Dikdörtgen kesitin dikey konumdan yatay konuma geçiş durumu Şekil 3.4'te şematik olarak gösterilmiştir. Dikdörtgen kesitin her iki durumdaki atalet momenti MATLAB programının yardımıyla oluşturulmuştur. Elde edilen grafik Şekil 3.5'teki gibi görülmektedir. Bu grafiği minimum hataya sahip üçüncü dereceden bir polinom olan Denklem 3.24 gibi ifade etmemiz mümkündür.



Şekil 3.5. Dikdörtgen kesitin burulma açısına bağlı atalet momenti grafiği

$$I_\theta = 2{,}542.10^{-6}\theta^3 - 3{,}4343.10^{-4}\theta^2 + 1{,}3023.10^{-3}\theta + 0{,}91715 \qquad (3.24)$$

Şekil 3.5'te görülmekte olduğu üzere burulma, atalet momenti üzerinde değişimlere yol açmaktadır ve bu değişim burulma ile eğilme bileşik gerilme durumunda yapılan hesapların doğruluğunu etkilemektedir. Bu etkilerin incelenmesi ilerideki çalışmaların konusu olacaktır.

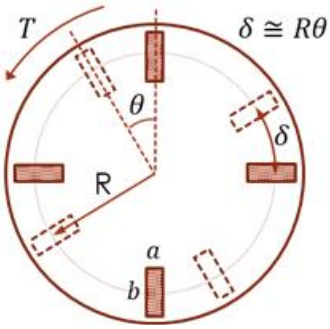
3.1.1. Basit analitik hesap

Dört adet prizmatik mile sahip olan basitleştirilmiş modele etki eden toplam moment Denklem 3.25'deki gibi ifade edilebilir (Reis, 2019).

$$T = 4\,T_{burulma} + 4\,T_{eğilme} \qquad (3.25)$$

Prizmatik bir milde burulma açısı ve burulma momenti arasındaki bağıntı Denklem 3.26'da gösterilmiştir (Yayla, 2010).

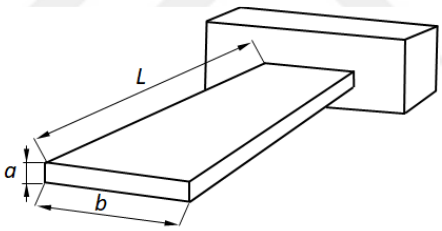
$$T_{burulma} = \frac{\beta a^3 b\, G}{x}\theta \tag{3.26}$$



Şekil 3.6. Burulma açısı ve sehim ilişkisi şematik gösterimi

Burulmadan kaynaklı sehimin şematik gösterimi Şekil 3.6'da görülmektedir. Burulma açısı ve sehim arasındaki bağıntı Denklem 3.27'de gösterilmektedir (Reis, 2019).

$$\theta_{(y)} = y_{burulma} \,/\, R \tag{3.27}$$



Şekil 3.7. Kirişin sembolik gösterimi (Reis, 2019)

Konsol kirişte maksimum burulma açısı kirişin serbest ucunda meydana gelmektedir. Denklemdeki ifadelerin kirişte gösterdiği uzunluklar Şekil 3.7'de şematik olarak gösterilmiştir. Burulma açısı ve burulma momenti arasındaki bağıntıyı ifade eden Denklem 3.26, Denklem 3.27'den elde edilen ifade ile düzenlenirse Denklem 3.28 meydana gelir ve bu denklem burulma momenti ($T_{burulma}$) ile burulma sehimi ($\delta_{burulma}$) arasındaki bağıntıyı göstermektedir.

$$T_{burulma} = \frac{\beta a^3 b G \delta_{burulma}}{LR} \tag{3.28}$$

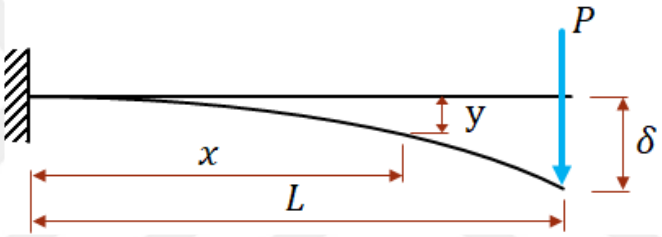
Denklem 3.29 burulma sertliğinin ifade etmektedir (Reis, 2019).

$$k_{burulma} = \frac{4\beta a^3 bG}{L} \tag{3.29}$$

Denklem 3.28 ve 3.29'da bulunan β ifadesi, dikdörtgen kesitin kenar uzunluklarının oranına bağlı bir katsayıdır ve bu orana bağlı katsayı değişimi Çizelge 1'de verilmiştir (Timoshenko ve Goodier, 1951).

Çizelge 3.1. Orana bağlı β katsayısı (Timoshenko ve Goodier, 1951)

b/a	**1**	**1.5**	**2**	**3**	**4**	**6**	**8**	**10**	∞
β	0.141	0.196	0.229	0.263	0.281	0.299	0.307	0.313	0.333



Şekil 3.8. Eğilmenin şematik gösterimi

Şekil 3.8'de konsol kirişteki eğilmenin şematik olarak gösterimi bulunmaktadır. Tekil yükle yüklü ankastre kirişin sehim denklemi, elastik eğri denkleminin analitik metot ile gerekli sınır şartlarının yerine konulması ile elde edilir. Elastik eğrinin genel ifadesi Denklem 3.30'da gösterilmiştir (Yayla, 2010).

$$T_{eğilme} = EI\frac{d^2y}{dx^2} \tag{3.30}$$

Elastik eğrinin genel ifadesi Denklem 3.31'deki gibi de ifade edilebilmektedir.

$$T_{eğilme} = EIy'' \tag{3.31}$$

Konsol kiriş için eğilme sehimi ve eğilme momenti arasındaki bağıntı Denklem 3.32'deki gibi ifade edilir (Massachusetts Institute of Technology, 2021).

$$y_{eğilme} = -(\frac{T_{eğilme}L^2}{2EI})(\frac{x}{L})^2 \quad (3.32)$$

Konsol kirişin sonundan yük uygulandığında maksimum sehim kirişin en sonunda meydana gelecektir. Denklem 3.32 maksimum sehim durumunda Denklem 3.33'deki gibi ifade edilecektir (Massachusetts Institute of Technology, 2021).

$$\delta_{eğilme} = -(\frac{T_{eğilme}L^2}{2EI}) \quad (3.33)$$

Denklem 3.34 eğilme sertliğini ifade etmektedir (Reis, 2019).

$$k_{eğilme} = \frac{12EIR^2}{L^3} \quad (3.34)$$

Toplam sertlik Denklem 3.35'deki gibi ifade edilir (Reis, 2019).

$$k_\theta = k_{burulma} + k_{eğilme} \quad (3.35)$$

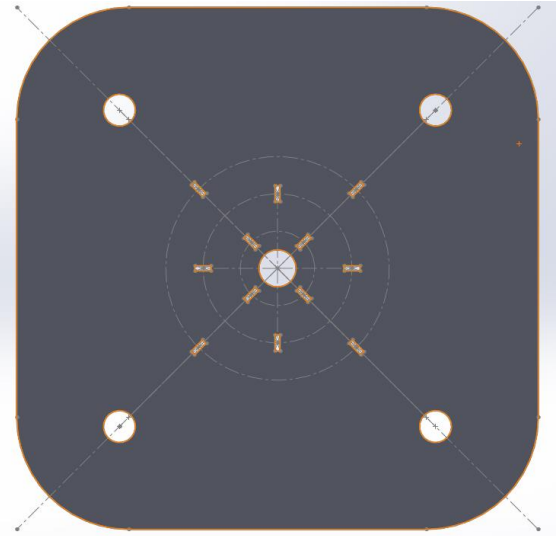
Uygulanan moment ile burulma açısının bağıntısı Denklem 3.36'da ifade edilmiştir (Reis, 2019).

$$T = k_\theta \theta \quad (3.36)$$

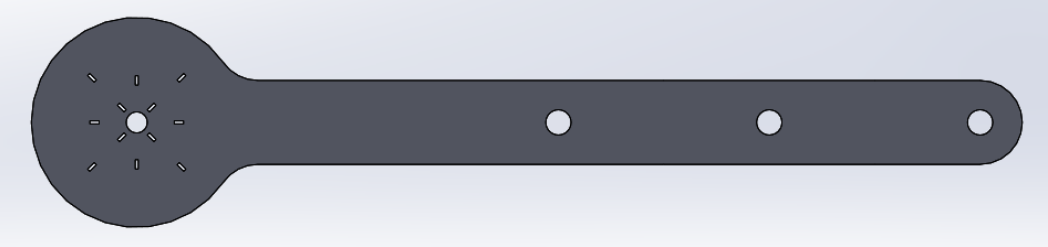
3.2. Sonlu Elemanlar Yöntemi

Sonlu elemanlar yöntemi ile incelemek için öncelikli olarak basitleştirilmiş eyleyiciyi oluşturan dikdörtgen kesitli kiriş, kirişleri tutucu disk ve moment kolu parçaları SolidWorks programı kullanılarak oluşturuldu. Tasarlanan bu diske çapı 5-10-15 mm olan çember üzerinde kiriş yuvalarının çizimleri gerçekleştirildi. Oluşturulan bu kiriş yuvaları Şekil 3.9'da görülmektedir. Bu doğrultuda farklı konumlarda yerleştirilen kirişlerin sertlik değerlerinin karşılaştırılmasıyla, burulma ile eğilme bileşik gerilmesinin birbiri üzerindeki etkilerinin incelenmesi planlandı.

Aynı zamanda moment kolu üzerinde ağırlık uygulanması için kirişlerin merkez noktasına 100-150-200 mm uzaklığında yük asma delikleri oluşturuldu. Çizimi gerçekleştirilen moment kolu Şekil 3.10'da görülmektedir.

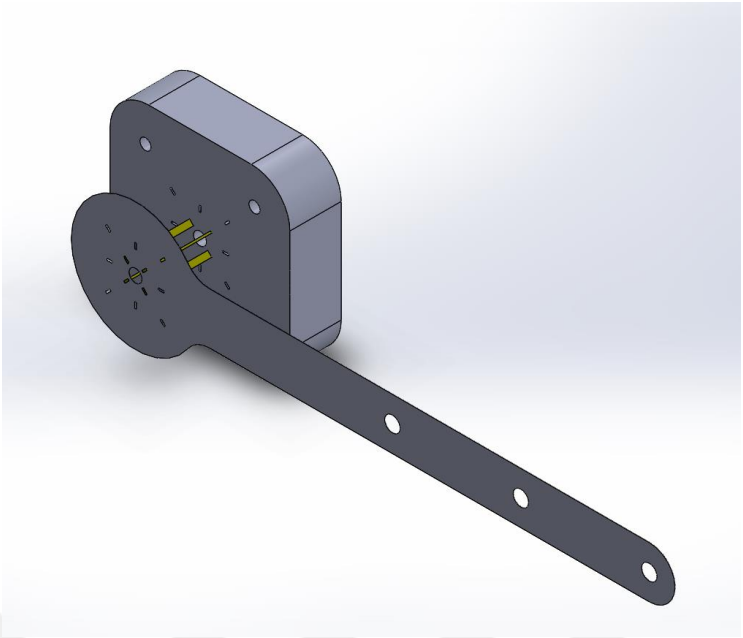


Şekil 3.9. Kirişleri tutucu disk tasarımı



Şekil 3.10. Moment kolu tasarımı

Çizimi gerçekleştirilen bu parçaların montaj ilişkileri tamamlanarak montaj dosyaları hazırlanmıştır. Bu durum kirişlerin 2,5 mm'den 30 mm'ye kadar 2,5 mm artışlı olarak bütün boyutları için gerçekleştirilmiştir. Bunun yanı sıra kirişler 5-10-15 mm kiriş yuvalarına ilişkilendirilmiştir ve toplam 108 adet montaj dosyası hazırlanmıştır. Montajı tamamlanan basitleştirilmiş eyleyici tasarımı Şekil 3.11'de görülmektedir.



Şekil 3.11. Basitleştirilmiş eyleyici tasarımının montaj hali

Sonlu elemanlar yöntemi analizi için ANSYS WorkBench analiz programının kullanılması kararlaştırılmıştır. 2020 R1 sürümlü Ansys programında statik analiz bölümü kullanılarak, analizler yaptırılmıştır. Analitik hesaplamalarda da kullanılmış olan malzeme özellikleri analiz programında Şekil 3.12'de görüldüğü gibi "Experimental Structural Steel" ismiyle yeni malzeme olarak tanımlanmış ve kayıt altına alınmıştır.

Experimental Structural Steel

Fatigue Data at zero mean stress comes from 1998 ASME BPV Code, Section 8, Div 2, Table 5-110.1

Density	7.85e-06 kg/mm³

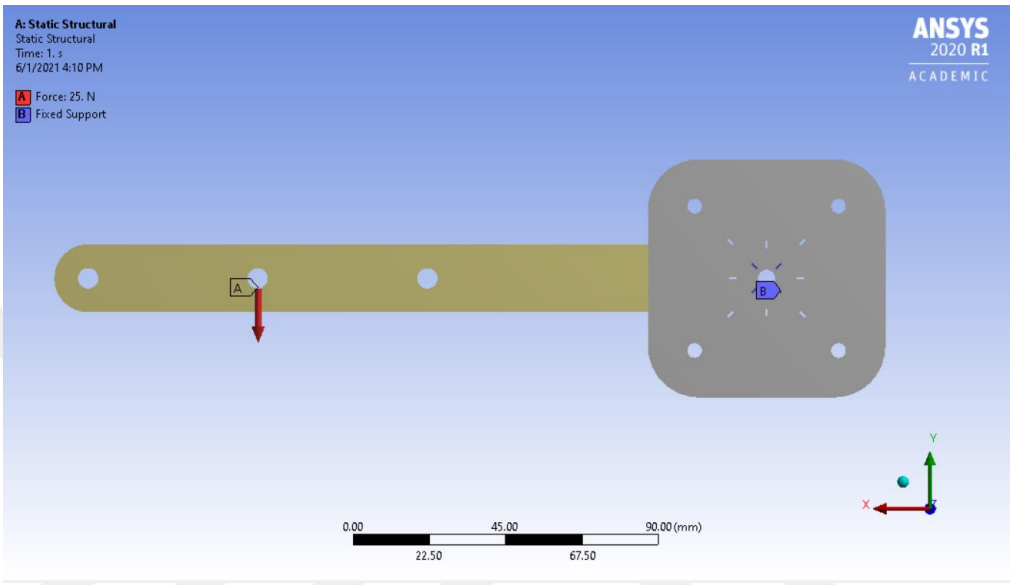
Structural

Isotropic Elasticity

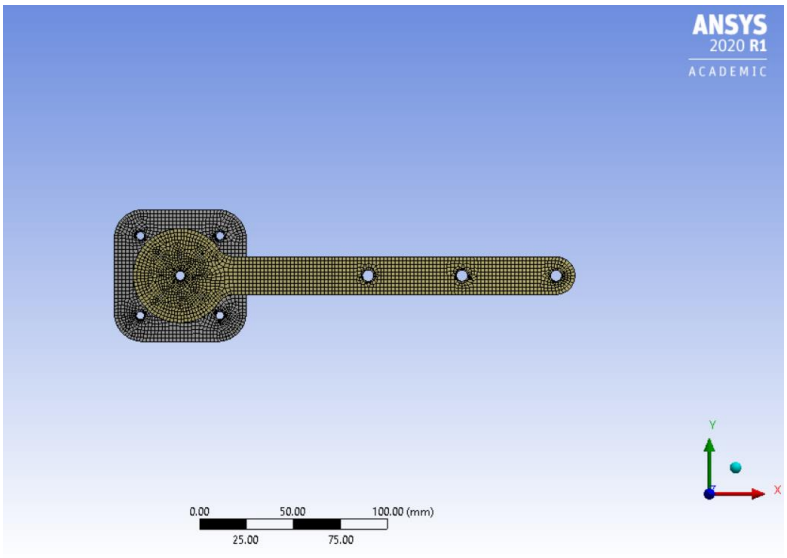
Derive from	Shear Modulus and Young's Modulus
Young's Modulus	2e+05 MPa
Poisson's Ratio	0.25
Bulk Modulus	1.3333e+05 MPa
Shear Modulus	80000 MPa
Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion	1.2e-05 1/°C
Compressive Ultimate Strength	0 MPa
Compressive Yield Strength	250 MPa

Şekil 3.12. Sonlu elemanlar yönteminde kullanılan malzeme özellikleri

SolidWorks programında Şekil 3.1'deki tasarımın basitleştirilmiş hali olarak tasarımı yapılmış olan montaj dosyası ANSYS WorkBench programına yüklenmiştir. Yükleme işleminin ardından kirişlerin sabitlenme işlemi tamamlanmıştır. Moment kolundan kuvvet uygulanmıştır ve Şekil 3.13'de sabitleme ve kuvvet uygulama noktaları gözükmektedir.



Şekil 3.13. Basitleştirilmiş eyleyici tasarımının ANSYS programında sabitlenme ve kuvvet uygulanma noktasının gösterimi



Şekil 3.14. Basitleştirilmiş eyleyicinin mesh işlemi

Şekil 3.14'de görüldüğü gibi mesh işlemi gerçekleştirildi. Mesh işlemi sonucunda oluşan nodes ve element sayıları Çizelge 3.2'de görülmektedir. Burulma açısı ve eğilme miktarı için sonlu elemanlar yöntemi analizi gerçekleştirilmiştir.

Çizelge 3.2. Mesh işlemi sonucu elements ve nodes sayısı

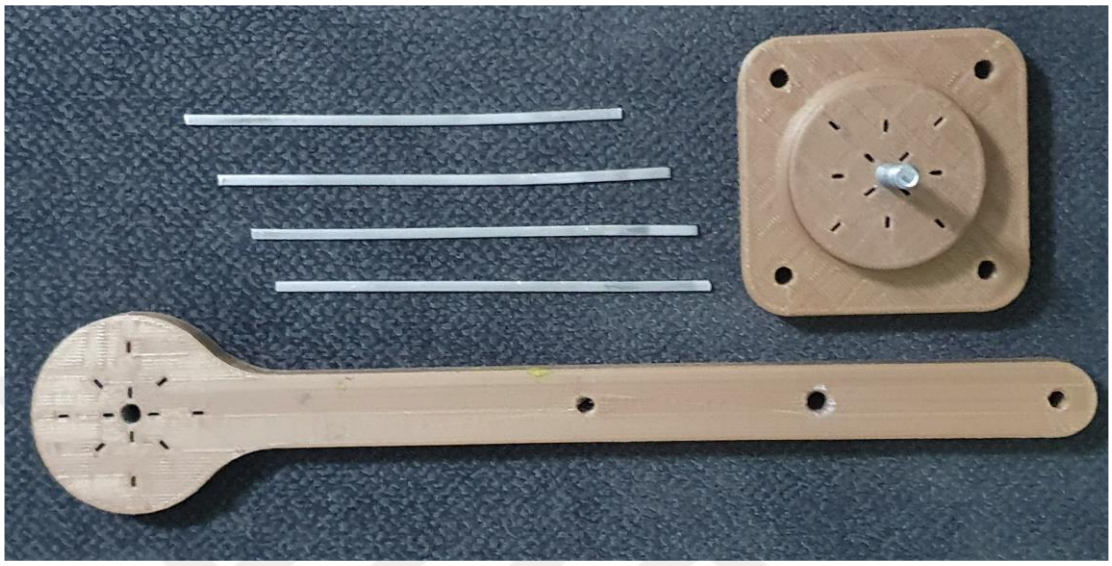
	R = 5 mm		**R = 10 mm**		**R = 15 mm**	
L(mm)	**Mesh (Elements)**	**Mesh (Nodes)**	**Mesh (Elements)**	**Mesh (Nodes)**	**Mesh (Elements)**	**Mesh (Nodes)**
2,5	40272	200266	40272	200266	40272	200266
5	42560	211862	42560	211862	42560	211862
7,5	44672	222566	44672	222566	44672	222566
10	46960	234162	46960	234162	46960	234162
12,5	49072	244866	49072	244866	49072	244866
15	51360	256462	51360	256462	51360	256462
17,5	53472	267166	53472	267166	53472	267166
20	55760	278762	55760	278762	55760	278762
22,5	57872	289466	57872	289466	57872	289466
25	60160	301062	60160	301062	60160	301062
27,5	62272	311766	62272	311766	62272	311766
30	64560	323362	64560	323362	64560	323362

3.3. Deneysel Yöntem

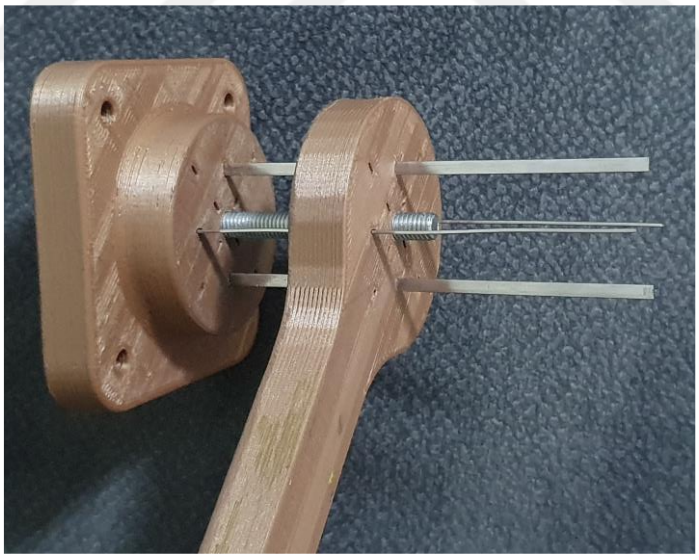
SolidWorks'te tasarlanan basitleştirilmiş eyleyici tasarımının disk ve moment kolu parçalarının çıktıları üç boyutlu yazıcıdan alınarak deney çalışmalarında kullanılmıştır. Dikdörtgen kesitli kiriş olarak yay çeliği malzemesinden imal edilmiş olan kirişler kullanılmıştır. Deney düzeneği için hazırlanmış olan parçalar Şekil 3.15'te görülmektedir.

Şekil 3.16'da montaj işlemi tamamlanmış basitleştirilmiş eyleyici tasarımı görülmektedir. Moment kolunun kirişler üzerindeki konumu kolayca değiştirilebilmektedir ve böylece 2,5 mm'den 30 mm'e kadar olan aralıkta ölçümlerin yapılması sağlanmıştır. Bunun yanı sıra diskte bulunan kiriş yuvaları sayesinde kirişlerin birbirine olan uzaklıklarının değiştirilerek ölçüm alınması sağlanmıştır. Ölçümler için moment kolunun 150 mm uzaklığında olan delikten dijital kuvvetölçer ile kuvvet uygulanmıştır. Uygulanan

kuvvetin sonucunda, moment kolu üzerine konulan dijital açıölçer ile moment kolunun dönme açısı elde edilmiştir. Böylelikle farklı uzunluklar için dönme açısının moment ile olan değişimi ölçülmüştür.



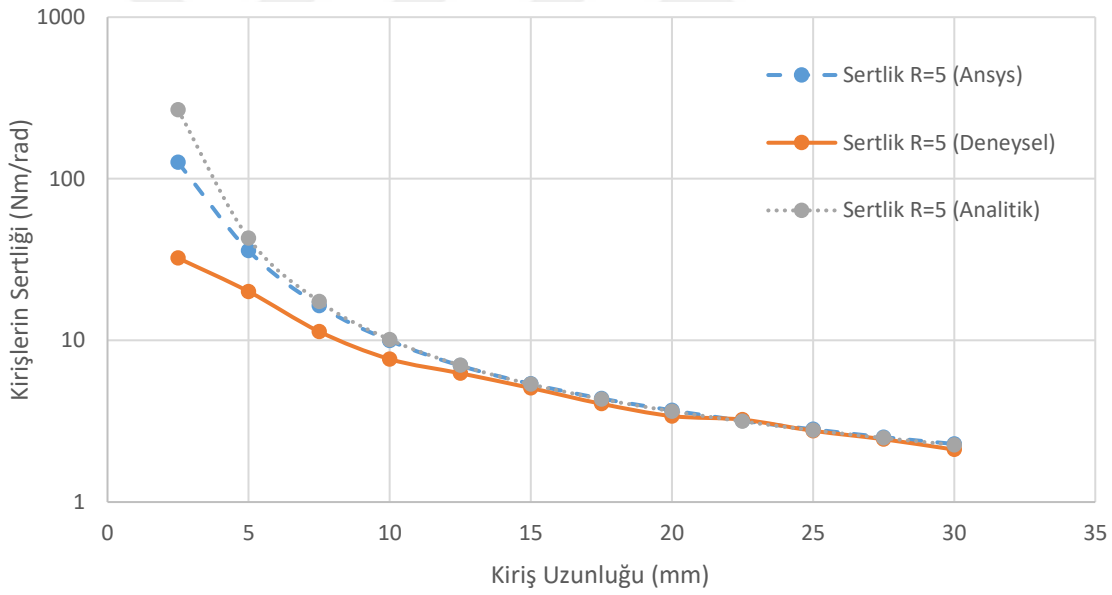
Şekil 3.15. Basitleştirilmiş eyleyicinin deneysel çalışma için hazırlanmış parçaları



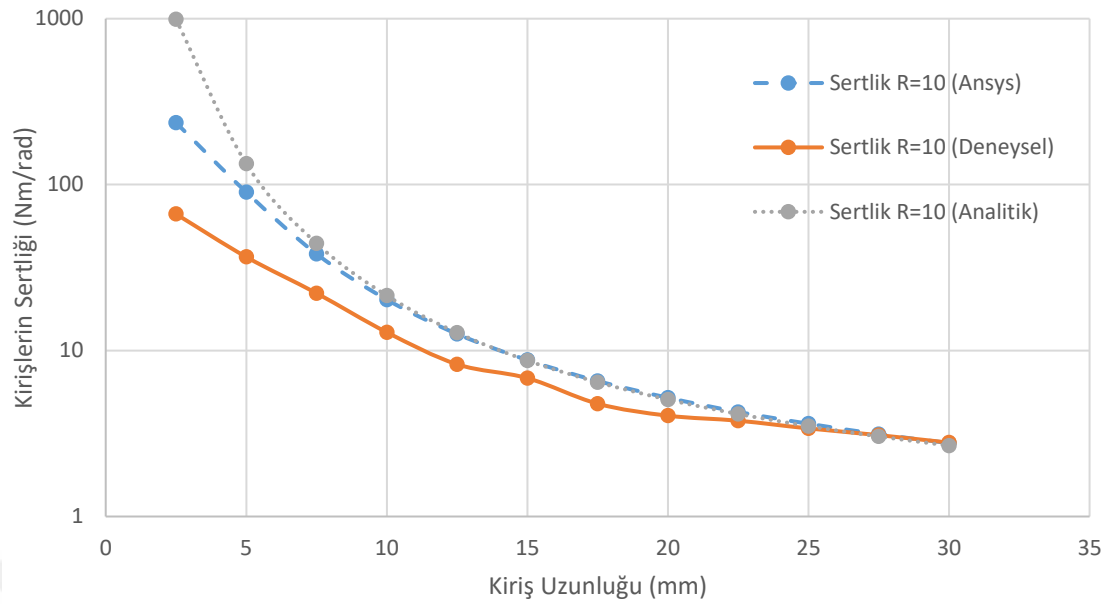
Şekil 3.16. Deneysel çalışma için montajı tamamlanmış basitleştirilmiş eyleyici

4. BULGULAR

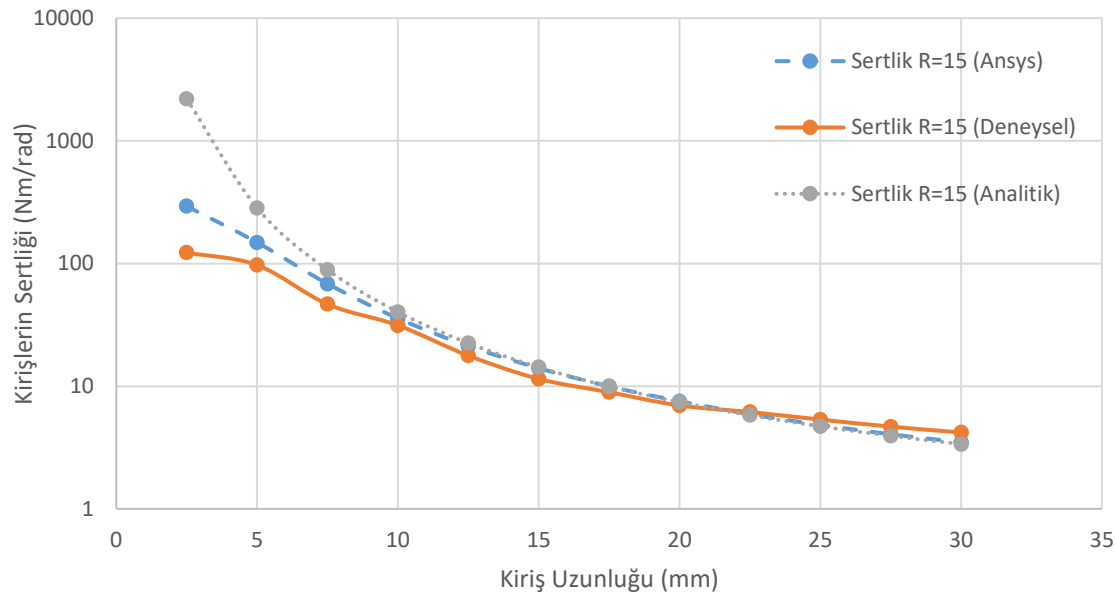
Bölüm 3'te basit analitik hesap yöntemi içerisinde aktarılan Denklem 3.29 ve Denklem 3.34'te verilen eşitlikler kullanılarak, bileşik gerilme altındaki kirişlerin uzunluğuna bağlı olarak eyleyicinin sahip olduğu kirişlerin açısal sertlik değerleri elde edildi. Denklem 3.29'da da görülebileceği gibi kiriş uzunluğu artmasına bağlı olarak burulma sertliği lineer şekilde azalmaktadır. Bunun yanı sıra Denklem 3.34'te de kiriş uzunluğu artmasına bağlı olarak eğilme sertliğinin kübik olarak azaldığı görülmektedir. Basit kiriş teorisi kullanılarak elde edilen bu eşitliklerin doğruluğunu test etmek için Şekil 3.16'da hazırlanmış olan deney düzeneğinden yararlanılarak deneysel ölçümler yapılmıştır. Aynı zamanda sonuçların doğruluğunu test etmek için farklı bir yöntem olarak ANSYS sonlu elemanlar analiz programı kullanılmıştır. Bu programda Şekil 3.11'de gösterilmiş olan basitleştirilmiş model üzerinden analizler yapılmıştır.



Şekil 4.1. R=5 mm için kiriş uzunluğu ile kirişlerin burulma sertliğinin değişimi



Şekil 4.2. R=10 mm için kiriş uzunluğu ile kirişlerin burulma sertliğinin değişimi



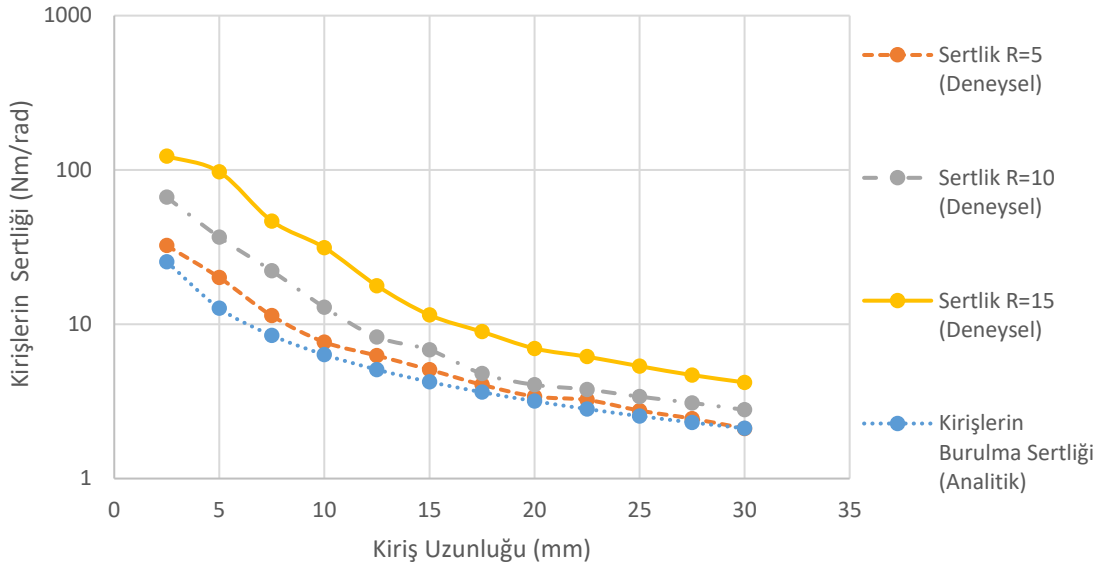
Şekil 4.3. R=15 mm için kiriş uzunluğu ile kirişlerin burulma sertliğinin değişimi

Kirişler, elastisite modülü 200 GPa ve kesme modülü 80 GPa olan yay çeliğinden yapılmış olup aynı malzeme özelliği değerleri analitik ve sonlu elemanlar analiz yönteminde de kullanılmıştır. Analitik hesaplarda, deneylerde ve sonlu elemanlar analiz metodunda kirişlerin aktif kiriş uzunluğu 0 ile 30 mm arasında değişebilmektedir.

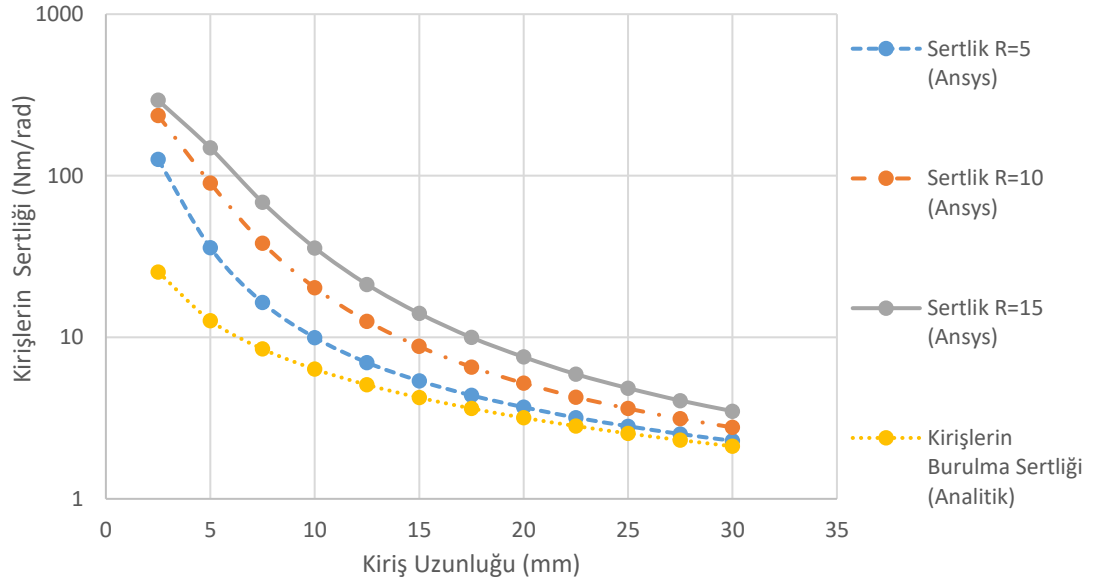
Kirişlerin aktif uzunluğu moment koluna bağlıdır. Bu değerler moment kolunun konumunun değiştirilmesiyle kolayca artırılıp azaltılabilmektedir. Kiriş uzunluğunun sıfır olduğu konumda bağlantı tamamen rijit olmaktadır. Bu noktada sertlik değeri sonsuz olacağından şekillerde gösterilmemektedir. Sertlik değerleri geniş bir aralıkta değişim göstermektedir. Bu yüzden grafik okunurluğunu arttırmak için dikey eksende logaritmik ölçekli gösterim tercih edilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken önemli nokta basit kiriş teorisinin uzun ince kirişlerde daha doğru sonuçlar verdiğidir. Başka bir deyişle bileşik gerilme altındaki kirişlerin analitik hesaplamalarında kiriş uzunluğunun artmasıyla daha doğru sonuçlara ulaşıldığı görülmektedir. Sonlu elemanlar analiz yönteminde de analitik hesaplamalara benzer bir şekilde, kiriş uzunluğunun artmasıyla daha doğru sonuçlar elde edildiği saptanmıştır. Bunun yanı sıra bileşik gerilme altında kısa kiriş uzunluklarında sonlu elemanlar analiz yönteminin, analitik hesaplara göre deneysel hesaplamalara daha yakın sonuçlar verdiği tespit edilmiştir.

Başlangıç olarak 2,5 mm kiriş uzunluğundan, 30 mm kiriş uzunluğuna kadar 2,5 mm'lik artım miktarıyla hesaplamalar gerçekleştirilmiştir. Elde edilen grafikler çeşitli kiriş uzunluğuna göre kiriş sertliğinin analitik, deneysel ve sonlu elemanlar yöntemi varyasyonunu göstermektedir. Elde edilen sonuçlarda sertlik değerleri geniş bir aralıkta değişim göstermektedir. Bu sebepten ötürü şekillerin daha anlaşılır olması adına daha önce de kullanıldığı gibi dikey eksende logaritmik ölçekli gösterim tercih edilmiştir. Bu eğrilerde gri renkli noktalı çizgiler analitik sonuçları gösterirken, mavi renkli ve kesikli çizgiler sonlu elemanlar yöntemi sonuçlarını, turuncu renkli düz çizgiler ise deneysel yöntem sonuçlarını göstermektedir. Kiriş uzunluğu L = 0 olduğunda, eyleyici neredeyse rijittir. Bu sebepten ötürü, grafiklerin görünürlüğünü azalttığı için bu değer grafiklerden çıkartılmıştır. Kiriş uzunluğunun maksimum durumu olan L = 30 mm'de, eyleyici sertlik değerinin en düşük olduğu konumdadır. Analitik, deneysel ve sonlu elemanlar yöntemi sonuçları arasında da bir uyum görülmektedir ve bu uyum kirişin aktif uzunluğu arttıkça daha görünür bir hal almaktadır. Analitik hesaplamalarda kullanılan basit kiriş teorisi, uzun kirişler için daha doğru bir yaklaşım ortaya koymaktadır. Şekil 4.1, 4.2 ve 4.3'te kirişler merkez noktadan sırasıyla 5, 10 ve 15 mm yarıçaplı konumlara yerleştirilmiş bulunmaktadır. Analitik, deneysel ve sonlu elemanlar analiz yöntemiyle elde edilen

sonuçlar göstermektedir ki, kirişlerin radyal konumu merkezden uzaklaştıkça, kirişlerin sertlik değerleri artmaktadır.



Şekil 4.4. Kiriş uzunluğuna bağlı olarak kirişlerin burulma sertliğinin değişiminin analitik ve deneysel karşılaştırılması

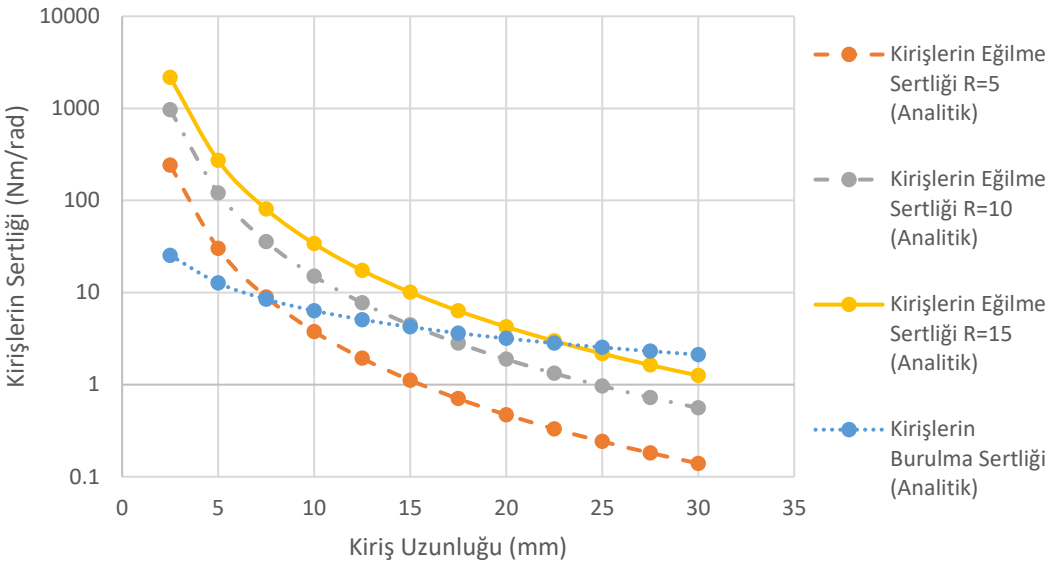


Şekil 4.5. Kiriş uzunluğuna bağlı olarak kirişlerin burulma sertliğinin değişiminin analitik ve sonlu elemanlar analiz yöntemi ile karşılaştırılması

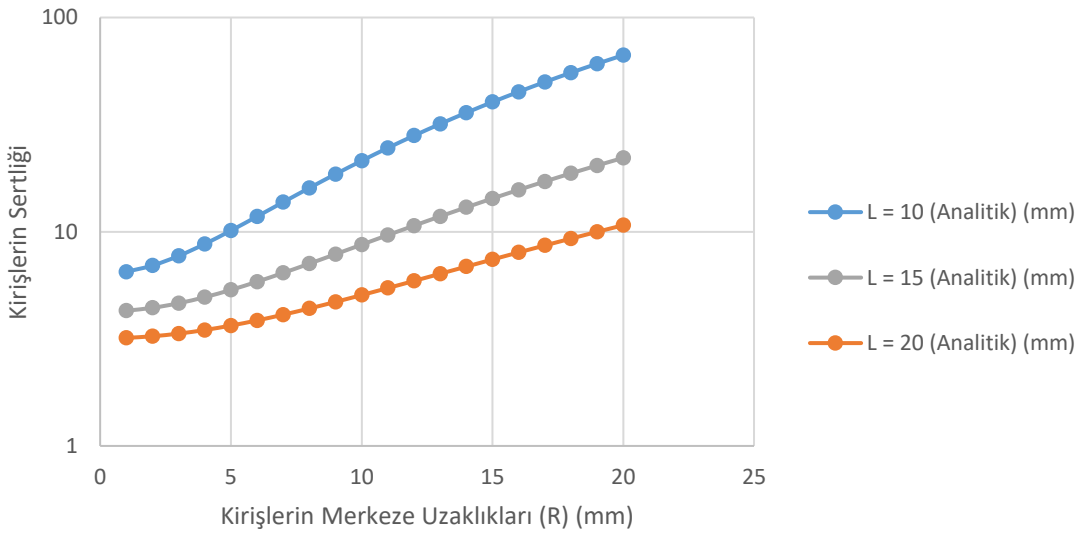
Şekil 4.4 bileşik gerilme altında kirişin uzunluğuna ve burulma sertliğine göre toplam sertliğin deneysel sonuçlarını göstermektedir. Şeklin daha anlaşılır olması için dikey

eksende logaritmik ölçek kullanılmıştır. Şekil 4.5 ise kirişin uzunluğuna ve burulma sertliğine göre toplam sertliğin sonlu elemanlar analizi yöntemiyle elde edilen sonuçlarını göstermektedir. Şekil 4.5'te daha önceki şekillerde olduğu gibi daha anlaşılır olması adına dikey eksende logaritmik ölçek kullanılmıştır. Toplam kiriş sertliği süperpozisyon yöntemine göre, eğilme ve burulma sertliğinin toplamıdır ve bu sertlik değerinin kirişlerin konumuna (R) göre değiştiği görülmektedir. Kirişlerin analitik yöntem ile hesaplanan toplam burulma sertliği Şekil 4.4 ve Şekil 4.5'te noktalı çizgi ile ifade edilmiştir. Analitik olarak hesaplanan sertlik değerlerinin kirişlerin konumundan etkilenmediği bu iki şekilde de görülmektedir. Kesikli çizgi, R = 5 mm için kirişlerin toplam sertliğini gösterirken, kesikli noktalı çizgi, R = 10 mm için kirişlerin toplam sertliğini göstermektedir ve düz çizgiler R=15 mm kirişlerin toplam sertliğini belirtmektedir. Şekil 4.4 kirişlerin konumunun bağlantı merkezine yaklaştığında ortaya çıkan sonuçları göstermektedir. Bu sonuçlara göre kirişlerin konumu merkeze yaklaştıkça, analitik olarak hesaplanan kirişlerin burulma sertliği sonuçlarına yaklaştığı görülmektedir. Sonlu elemanlar analiz metodunda kirişlerin bağlantı merkezine yaklaşmasıyla elde edilen sonuçlarda da, analitik hesaplar sonucunda elde edilen kirişlerin burulma sertliğine yaklaştığı görülmektedir. Şekil 4.4 ve Şekil 4.5'te gösterilmekte olan eğilme sertliğinin etkisinin, kirişlerin bağlantı merkezine yaklaştıkça azaldığı görülmektedir.

Şekil 4.6'da, kiriş uzunluğuna bağlı olarak kirişlerin eğilme ve burulma sertliği analitik olarak hesaplanmaktadır ve dikey eksende logaritmik ölçek kullanılarak gösterilmektedir. Noktalı çizgi kirişlerin burulma sertliğini, kesikli çizgi kirişlerin R = 5 mm'deki eğilme sertliğini, kesikli noktalı çizgi kirişlerin R = 10 mm'deki eğilme sertliğini ve düz çizgi kirişlerin R = 15 mm'deki eğilme sertliğini göstermektedir. Burada Şekil 4.6'da ifade edildiği gibi kirişlerin konumu bağlantı merkezine yaklaştıkça kirişlerin eğilme sertliğinin sıfıra yaklaştığı görülmektedir. Kirişlerin burulma sertliği kirişlerin konumundan bağımsız olarak aynı kalmaktadır. Bu durum da düşük R değerlerinde burulma sertliğinin baskın hale geldiğini gösteren bir diğer sonuçtur. Bu etki kirişin uzunluğunun artmasıyla daha da belirgin olarak ortaya çıkmaktadır.



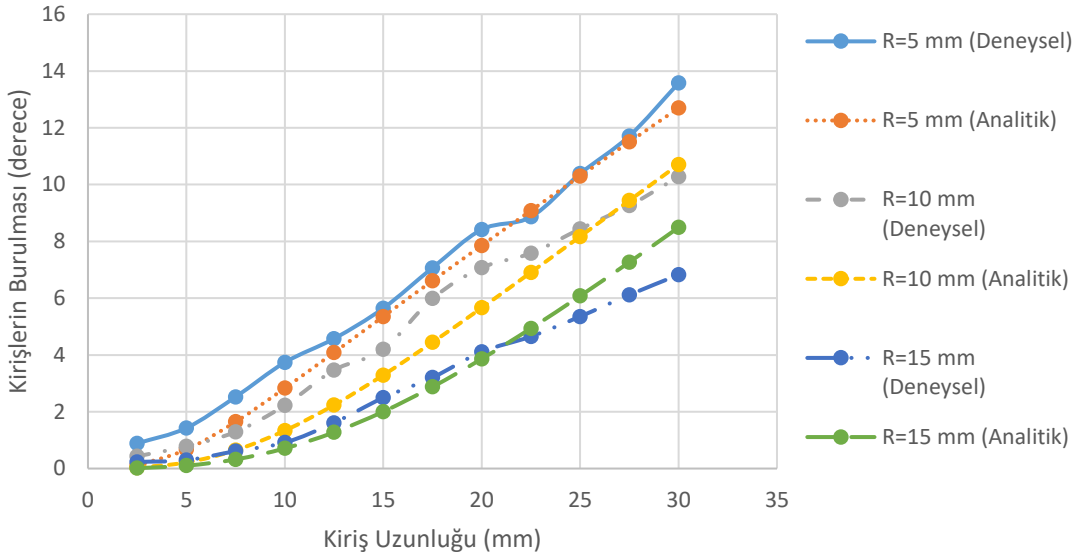
Şekil 4.6. Kiriş uzunluğuna bağlı olarak kirişlerin burulma ve eğilme sertliğinin analitik yöntem ile elde edilen sonuçlarının karşılaştırılması



Şekil 4.7. Sabit uzunluğa sahip kirişlerin merkezden uzaklaşmasıyla sertlik değerlerinin analitik yöntem ile karşılaştırılması

Kirişlerin sabit uzunlukta merkezden uzaklaşmaları ile sertlik değerlerinin değişiminin grafiği Şekil 4.7'de görülmektedir. Grafiğin daha anlaşılabilir olması için dikey eksende logaritmik ölçek kullanılmıştır. Değerleri elde etmek için basit analitik yöntem kullanılmıştır. Yapılan hesaplamalar sonucunda kirişlerin merkez noktadan uzaklaşması

ile sertlik değerleri artmaktadır. Kiriş uzunluğunun artması ile sertlik değerinin düştüğü görülmektedir.



Şekil 4.8. Deneysel ve analitik yöntemlerle elde edilen kiriş uzunluğuna bağlı kirişlerin burulma miktarlarının karşılaştırılması

Çalışmaya ek olarak 0.8 Nm moment değeri altında kirişlerin açısal yer değiştirmesinin kiriş uzunluğu ile değişimi gösterilmek istenmiştir. Analitik ve deneysel yöntemlerde kullanılan açısal yer değiştirme değerleri Şekil 4.8'de verilmiştir. Bu iki yöntem sonucunda elde edilen değerlerin büyük farklara sahip olmadığı saptanmıştır.

5. SONUÇ ve TARTIŞMA

Bu çalışmada, burulma ile eğilme altında kalan konsol kirişin sertlik mekanik özelliği incelenmiştir. Burulma gerilmesi, incelenen konsol kiriş üzerinde şekil değişimlerine neden olmaktadır. Bu şekil değişimi atalet momentini etkileyerek değişimine sebep olmaktadır. Burulma nedeniyle değişen atalet momentinin grafiği MATLAB programının yardımıyla oluşturulmuştur. Elde edilen grafiğe uygun denklem MATLAB programı kullanılarak elde edilmiştir. Oluşturulan denklem, 3. dereceden bir polinom olarak bulunmuştur. Elde edilen atalet momenti değişimini veren polinom sayesinde burulmanın eğilme denklemine etki edeceğinin gösterilmesi sağlanmıştır. Burulma ile eğilme bileşik gerilmesinin etkilerinin gösterimi için sertlik mekanik özelliği seçilmiş ve bundan dolayı sertliği değiştirilebilir eyleyici kullanılmıştır. Bu amaç doğrultusunda basit analitik hesaplar, sonlu elemanlar analizleri ve deneysel ölçümler yapılmıştır. Deneysel ölçümler için sertliği ayarlanabilir basit bir mekanik eyleyici model tasarlanmış ve kullanılmıştır. Bu modelin kullanılmasındaki sebep basit bir tasarım ile nispeten geniş bir sertlik kontrol aralığına sahip olmasıdır. Böylece geniş bir aralıkta değişebilen sertlik değerinin değişimlerinin daha iyi anlaşılması sağlanmıştır. Yukarıda bahsedilen üç farklı yöntem ile bileşik gerilme altındaki kirişlerin sertlik ve açısal deformasyon değerleri farklı kiriş konumları ve uzunlukları için elde edilmiştir. Bulunan bu sonuçların grafikleri oluşturulmuştur. Aynı durumlar için farklı yöntemler ile elde edilen sonuçların grafikleri karşılaştırılmıştır. Bileşik gerilme altındaki kirişin, burulma nedeniyle atalet moment değişiminin dikkate alınmamış olması, analitik ve deneysel yöntem ile elde edilen sonuçlar arasında fark yaratmaktadır. Sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen sonuçların, analitik ve deneysel yöntem sonuçlarının arasında kalması beklenmiştir. Sonlu elemanlar analiz yöntemiyle elde edilen sonuçlar beklenildiği gibi analitik ve deneysel yöntem sonuçlarının arasında kalmıştır. Sonlu elemanlar analizi yöntemi ile elde edilen sonuçlar, özellikle kısa uzunluklardaki kirişlerin hesaplamalarında, analitik yönteme göre daha doğru sonuçlar vermiştir. Analitik, sonlu elemanlar analiz yöntemi ve deneysel sonuçların, özellikle önemli bir burulma açısının meydana geldiği uzun kirişlerde farklılık göstermesi beklenmiştir. Bu beklentiye rağmen sonuçlarda görülen farklılık sınırlı kalmış ve büyük bir farklılık görülmemiştir. Bunun nedeni olarak, uzun kirişlerde eğilme sertliğine kıyasla burulma sertliğinin baskın hale gelmesi ve eğilme sertliğinin toplam

sertlik üzerindeki etkisinin azalması gösterilebilir. Kullanılan üç yöntem sonucunda elde edilen sertlik değerleri, kiriş uzunluğunun artmasıyla birbirine yaklaşmış ve belirgin farklar ortadan kalkmıştır. Bunun yanı sıra bu çalışmada, sertlik mekanik özelliğinin burulma ile eğilme bileşik gerilmesi altındaki kirişlerin konumu ve uzunluğu ile değişimi de incelenmiştir. Kiriş uzunluklarının artması ile sertlik değerlerinin azaldığı sonucuna kullanılan üç yöntemde de ulaşılmıştır. Kirişlerin konumlarının merkezden uzaklaşmasıyla elde edilen sertlik değerlerinde artış meydana geldiği görülmüştür. Konum değişimi ile sertlik değerlerinde meydana gelen artış kullanılan üç yöntemde de ortaya konulmuştur. Farklı yöntemler kullanılarak elde edilen tüm sonuçlar ile literatüre yeni bir çalışma kazandırılmış olup, bu çalışma ile gelecek çalışmalara yardımcı olunması sağlanmıştır.

KAYNAKLAR

Alexander, R. (1990). Three uses for springs in legged locomotion. *International Journal of Robotics Research*, *9*(2), 53-61.

Alexandrou, M. (2015). Difficulties in FE-modelling of an I-beam subjected to torsion, shear and bending. (Master Thesis). KTH Royal Institute of Technology, Stockholm.

Arwade, S., (t.y). *Compound Stresses.* Sanjay Arwade'ye ait ders notu (6 sayfa). University of Massachusetts Amherst, Department of Civil and Environmental Engineering, Massachusetts. Erişim adresi: http://www.ecs.umass.edu/~arwade/courses/cee331/combined_stresses.pdf

Assakkaf, I. A.,(2003). *Beams: Deformation by Superposition.* Ibrahim A. Assakkaf'a ait ders notu (41 sayfa). University of Maryland, Department of Civil and Environmental Engineering, College Park. Erişim adresi: http://www.assakkaf.com/courses/enes220/lectures/lecture19.pdf

Baba, S., Kajita, T. (1982). Plastic analysis of torsion of a prismatic beam. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, *18*(6), 927-944.

Chattopadhyay, S. (2015, June). Warping Deformation Caused by Twisting Non-circular Shafts Paper presented at 2015 ASEE Annual Conference & Exposition, Seattle, Washington. doi: 10.18260/p.25048

Deepanraj, B., Lawrence, P., Sankaranarayanan, G. (2011). Theoretical analysis of gas turbine blade by finite element method. *Scientific world*, *9*(9), 29-33.

Demiray, M.A. (2016). Dış iskelet robotlar için mr damper tasarımı. (Yüksek Lisans Tezi). Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Isparta.

Francu, J., Novackova, P., Janicek, P. (2012). Torsion of a non-circular bar. *Engineering Mechanics*, *19*(1), 45-60.

Gill, S. S., and Boucher, J. K. G. (1964). "An experimental investigation of plastic collapse of structural members under combined bending and torsion." *Struct. Engr.*, 42(12), 423-428.

Hollander, K. W., Sugar, T. G., Herring, D. E. (2005, June). Adjustable robotic tendon using a 'Jack Spring'^{TM}. In *9th International Conference on Rehabilitation Robotics, 2005. ICORR 2005.* (pp. 113-118). IEEE.

Jafari, A., Tsagarakis, N. G., Vanderborght, B., Caldwell, D. G. (2010, October). A novel actuator with adjustable stiffness (AwAS). In *2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems* (pp. 4201-4206). IEEE.

Jafari, A., Tsagarakis, N. G., Caldwell, D. G. (2011, May). AwAS-II: A new actuator with adjustable stiffness based on the novel principle of adaptable pivot point and variable lever ratio. In *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation* (pp. 4638-4643). IEEE.

Kızılhan, H., Başer, Ö., Kılıç, E., Ulusoy, N. (2014). Dış iskelet Robot Eklemleri için Antagonisttik ve Öngerilmeli Tip Sertliği Değiştirilebilir Eyleyici Tasarımlarında Güç Gereksinimi ve Enerji Sarfiyatı Karşılaştırması. *Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, *18*(3 (Biyomekanik)), 77-91.

Korucu, S., Gök, K., Tümsek, M., Soy, G., Gök, A. (2019). Farklı Profillere Sahip Kirişlerde Meydana Gelen Eğilme Gerilmesi ve Sehim Miktarının Teorik ve Nümerik Yöntemler ile Analizi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Fen ve Mühendislik Dergisi*, *21*(62), 469-482.

Massachusetts Institute of Technology. **(2021, 20 Mayıs)** Deflections due to Bending. Erişim adresi: https://ocw.mit.edu/courses/civil-and-environmental-engineering/1-050-solid-mechanics-fall-2004/readings/emech10_04.pdf

Migliore, S. A., Brown, E. A., DeWeerth, S. P. (2005, April). Biologically inspired joint stiffness control. In *Proceedings of the 2005 IEEE international conference on robotics and automation* (pp. 4508-4513). IEEE.

Nethercot, D. A., Salter, P. R., Malik, A. S. (1989). "Design of members subject to combined bending and torsion." *SCI Publ. 05 7,* Steel Constr. Inst. (SCI), Ascot, England.

Omar, N., De'nan, F. (2016). Finite element analysis of deflection and stress in Triangular Web Profiled Steel Section (TRIWP) cantilever beam. *DIGES PMU, ISSN*, 2289-6376.

Pi, Y. L., Trahair, N. S. (1994). Inelastic bending and torsion of steel I-beams. *Journal of Structural Engineering*, *120*(12), 3397-3417.

Pratt, G. A., Williamson, M. M. (1995, August). Series elastic actuators. In *Proceedings 1995 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Human Robot Interaction and Cooperative Robots* (Vol. 1, pp. 399-406). IEEE.

Raj, P.P., Ramasamy, V. (2012). *Strength of Materials.* India: Dorling Kindersley Pvt. Ltd. Pearson.

Redford, G. D. (1966). Components under Torsion and Combined Bending and Torsion. In *Mechanical Engineering Design* (pp. 186-208). Palgrave, London.

Reis, M. (2009). Hareketli yüklere maruz mesnetli eğrisel kirişlerin dinamik davranışlarının incelenmesi (Doktora Tezi). Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Reis, M. (2019). Robotik Uygulamalar İçin Prizmatik Kesitli Millerin Burulması Esasına Dayanan Elastik Eyleyici Tasarımı. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, (Özel Sayı), 146-151.

Sayman, O., Karakuzu R., Aktaş A. (2014). *Mukavemet-1*. İzmir: Sürat Üniversite Yayınları.

Sinha, S.K. (2007) Combined Torsional-Bending-Axial Dynamics of a Twisted Rotating Cantilever Timoshenko Beam with Contact-Impact Loads at the Free End, *Journal of Applied Mechanics*, 74, 505-522.

Timoshenko, S., Goodier J.N. (1951). Theory of Elasticity (2th. Ed). New York: McGraw-Hill Book Company.

Tonietti, G., Schiavi, R., Bicchi, A. (2005, April). Design and control of a variable stiffness actuator for safe and fast physical human/robot interaction. In *Proceedings of the 2005 IEEE international conference on robotics and automation* (pp. 526-531). IEEE.

Tuna, Ö.S. (2008). Yatay Profil Bir Kirişin Burulma Davranışının Ansys'de İncelenmesi. *Bitirme Projesi*, DEÜ Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği, İzmir.

Van Ham R., S. Thomas, B. Vanderborght, K. Hollander, D. Lefeber, (2009). Compliant actuator designs: review of actuators with passive adjustable compliance/controllable stiffness for robotic applications, *IEEE Robotics and Automation Magazine* 16(3), 81–94.

Van Ham, R., Vanderborght, B., Van Damme, M., Verrelst, B., Lefeber, D. (2007). MACCEPA, the mechanically adjustable compliance and controllable equilibrium position actuator: Design and implementation in a biped robot. *Robotics and Autonomous Systems*, *55*(10), 761-768.

Vanderborght, B., Albu-Schaeffer, A., Bicchi, A., Burdet, E., Caldwell, D., Carloni, R., (2013). Variable impedance actuators: A review, *Robotics and Autonomous Systems*, 61(12), 1601–1614.

Wolf, S., Hirzinger, G. (2008, May). A new variable stiffness design: Matching requirements of the next robot generation. In *2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation* (pp. 1741-1746). IEEE.

Yayla P. (2010). *Cisimlerin Mukavemeti (Teori ve Çözümlü Problemler).* İstanbul: Çağlayan Yayınevi

Yıldız A. R., (2015). Makine Elemanları, Bursa Teknik Üniversitesi, *Mühendislik Fakültesi, Ders Notları No: 1, Bursa, 51 s.*

Yılmaz, M. (2019). *Analysis and modeling of an actuation system to be used in light-weight collaborative robots* (Master thesis) Izmir Institute of Technology.