**T.C.**
**BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ**
**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**
**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI**
**MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

# VAN HİELE GEOMETRİK DÜŞÜNME DÜZEYLERİ İLE İLGİLİ ÇALIŞMALARIN KARŞILAŞTIRILMALI OLARAK İNCELENMESİ

**DOKTORA TEZİ**

**Hülya SERT ÇELİK**
**0000-0002-5021-7449**

**BURSA**
**2022**

**T.C.**
**BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ**
**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**
**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI**
**MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

# VAN HİELE GEOMETRİK DÜŞÜNME DÜZEYLERİ İLE İLGİLİ ÇALIŞMALARIN KARŞILAŞTIRILMALI OLARAK İNCELENMESİ

**Hülya SERT ÇELİK**

**0000-0002-5021-7449**

**Danışman**

**Prof. Dr. Gül KALELİ YILMAZ**

**BURSA**

**2022**

## BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim.

**Hülya SERT ÇELİK**

**27/06/2022**

**BENZERLİK YAZILIM RAPORU**

**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**DOKTORA BENZERLİK YAZILIM RAPORU**

**BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA**

Tarih: 27/06/2022

Tez Başlığı / Konusu: Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri İle İlgili Çalışmaların Karşılaştırılmalı Olarak İncelenmesi.

Yukarıda başlığı gösterilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç, Tartışma ve Öneriler kısımlarından oluşan toplam 481 sayfalık kısmına ilişkin, 07/05/2022 tarihinde şahsım tarafından Turnitin adlı benzerlik tespit programından (Turnitin)* aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan özgünlük raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 11'dir.

Uygulanan filtrelemeler:

1- Kaynakça hariç
2- Alıntılar hariç/dahil
3- 5 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Özgünlük Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir benzerlik içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Tarih ve İmza

| | |
|---|---|
| **Adı Soyadı:** | Hülya SERT ÇELİK |
| **Öğrenci No:** | 811852003 |
| **Anabilim Dalı:** | Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi |
| **Programı:** | Matematik Eğitimi |
| **Statüsü:** | ☐ Y.Lisans ☒ Doktora |

**Danışman**

**Prof. Dr. Gül KALELİ YILMAZ**

**27/06/2022**

## YÖNERGEYE UYGUNLUK ONAYI

"Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri İle İlgili Çalışmaların Karşılaştırılmalı Olarak İncelenmesi" adlı doktora tezi, Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanmıştır.

| Tezi Hazırlayan | Danışman |
| --- | --- |
| Hülya SERT ÇELİK | Prof. Dr. Gül KALELİ YILMAZ |

Matematik ve Fen Eğitimi ABD Başkanı

Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ

**T.C.**
**ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ**
**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE**

Matematik ve Fen Eğitimi Anabilim Dalı'nda 811852003 numara ile kayıtlı Hülya SERT ÇELİK'in hazırladığı "Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri İle İlgili Çalışmaların Karşılaştırılmalı Olarak İncelenmesi" konulu doktora çalışması ile ilgili tez savunma sınavı, 27/06/2022 günü 11:00-13:00 saatleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin/~~çalışmasının~~ (başarılı/~~başarısız~~) olduğuna (oybirliği/~~oy çokluğu~~) ile karar verilmiştir.

Sınav Komisyonu Başkanı
Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ
Bursa Uludağ Üniversitesi

Üye
Prof. Dr. Gül KALELİ YILMAZ
Bursa Uludağ Üniversitesi

Üye
Doç Dr. Ercan MASAL
Sakarya Üniversitesi

Üye
Dr. Öğr. Üyesi Ebru SAKA
Kafkas Üniversitesi

Üye
Dr. Öğr. Üyesi Salih BİRİŞÇİ
Bursa Uludağ Üniversitesi

# ÖN SÖZ

Öncelikle doktora sürecinde tüm özveri ve çabalarımla, zorlu yollardan geçerek şu an bu satırları yazıyor olmanın tarifsiz mutluluğunu belirtmek isterim.

Bu çalışma süresince çalışmamın bir ürüne dönüşmesinde bana desteğini esirgemeyen, bilgi ve tecrübelerine dayanarak özverili bir şekilde zaman ayıran, motivasyonumu en üst düzeyde tutmak için bana sabırla destek olan ve en önemlisi her şekilde desteğini ve samimiyetini hissettiren değerli danışmanım Prof. Dr. Gül KALELİ YILMAZ'a teşekkür eder, saygı ve şükranlarımı sunarım.

Doktora eğitiminde tez izleme komitesinde yer alan, bilgi ve görüşlerini paylaştığımız, samimi ve içten tavırlarıyla desteklerini esirgemeyen değerli hocalarım Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ ve Dr. Öğr. Üyesi Salih BİRİŞÇİ hocalarıma sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum. Ayrıca değerli vakitlerini ayırarak jüri üyeliğimi kabul ettikleri için Doç. Dr. Ercan MASAL ve Dr. Öğr. Üyesi Ebru SAKA hocalarıma da ilgi ve hoşgörüleri için teşekkür ederim.

Doktora eğitimim boyunca aldığım derslerle ufkumu açan, tezimin gelişmesi için görüş ve önerilerinden faydalandığım sayın hocam Prof. Dr. Murat ALTUN'a teşekkür eder, saygılarımı sunarım.

Değerli vaktini ayırarak tezim hakkındaki görüş ve önerileriyle yol gösteren sayın hocam Prof. Dr. Bülent GÜVEN'e teşekkür ederim.

Bu sürecin başından sonuna kadar desteğini her zaman hissettiğim, ihtiyacım olduğunda yanımda olan ve hiç düşünmeden kendi zamanından fedakarlık eden, sevinçlerimi, üzüntülerimi paylaştığım ve doktoranın en değerli kazanımlarından olan Dr. Barış DEMİR'e sonsuz teşekkür ederim.

Hayatım boyunca verdiği büyük sabır, emek, bolca dua ve sevgiyle beni bugünlere getiren, en büyük desteğim annem Emsal SERT'e sonsuz teşekkür ederim.

Son olarak geçirdiğim tüm stresli zamanlarda yanımda olup elinden gelen yardımı esirgemeyen, büyük bir anlayış ve sabırla bana destek olan, her türlü zorluğa beraber göğüs gerdiğimiz ve her kararımda yanımda olan değerli eşim Veli ÇELİK'e sonsuza kadar minnettarım. Aramıza kısa süre önce katılan, tez yazma sürecinde benim mesai arkadaşlığımı yapan ve verdiği güçle beni motive eden minik kahramanım, sana sonsuz teşekkür ederim. İyi ki doğdun Ada!

Bu çalışmamı sevgisini ve desteğini her zaman kalbimde hissettiğim büyük özlemle andığım canım babam Ahmet SERT'e ithaf ediyorum.

# ÖZET


| | |
|---|---|
| Yazar | Hülya SERT ÇELİK |
| Üniversite | Bursa Uludağ Üniversitesi |
| Ana Bilim Dalı | Matematik ve Fen Eğitimi |
| Bilim Dalı | Matematik Eğitimi |
| Tezin Niteliği | Doktora Tezi |
| Sayfa Sayısı | XXII +581 |
| Mezuniyet Tarihi | 27/06/2022 |
| Tez | Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri İle İlgili Çalışmaların Karşılaştırılmalı Olarak İncelenmesi |
| Danışmanı | Prof. Dr. Gül KALELİ YILMAZ |


## VAN HİELE GEOMETRİK DÜŞÜNME DÜZEYLERİ İLE İLGİLİ ÇALIŞMALARIN KARŞILAŞTIRILMALI OLARAK İNCELENMESİ


Geometri, matematik müfredatının önemli bir parçasıdır. Yaygın olarak kullanılan ve geometri eğitimini yönlendiren van Hiele Teorisi'ni, 1957 yılında Dina van Hiele ve Pierre van Hiele çifti ortaya koymuştur. Van Hiele Teorisi'nin geometri öğretiminin odağı haline geldiği ve ülkelerin eğitim reformlarının bu teori etrafında şekillendirildiği düşünüldüğünde, teorinin büyük bir öneme sahip olduğu değerlendirilmektedir. Bu bağlamda, bu çalışma ile van Hiele Teorisi'ni ayrıntılı olarak tanımlamak, teori ile ilgili ulusal ve uluslararası araştırmaların sonuçlarını sentezlemek, eleştirel ve bütüncül bakış açısıyla karşılaştırmalar yapmak, her iki alanda kullanılan düzey isimlendirme ve numaralandırma sistemini karşılaştırmak, van Hiele geometrik düşünme düzeylerini ölçmede kullanılan değerlendirme yöntemlerini her iki alanda da ayrıntılı bir şekilde incelemek, ilgili görüşmeleri yapmak ve teoriye dayalı olarak gerçekleştirilen öğretim uygulamalarının öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine etkilerini detaylıca sunmak amaçlanmıştır.

Tematik içerik analiz yönteminin kullanıldığı bu çalışmada, ölçme aracına yönelik elde edilen veriler aynı zamanda durum çalışması ile desteklenmiştir. Araştırma kapsamında Türkçe

86, İngilizce 81 çalışma analiz edilmek üzere belirlenmiş, 41 öğretmen adayı ve 23 lisansüstü eğitim alan öğretmenle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Çalışmadan elde edilen veriler nitel veri analizi yöntemi kullanılarak analiz edilmiştir.

Çalışma bulgularına bakıldığında, her iki alanda farklı öğrenme ortamlarının geometrik düşünme düzeylerine etkisini belirleme amacıyla çalışmalar yapıldığı, deneysel çalışmalara ağırlık verildiği, uluslararası alanyazında Türkiye'ye kıyasla daha geniş bir örneklem grubuyla çalışıldığı, veri toplama aracı olarak testlerin tercih edildiği ve farklı öğrenme ortamlarının öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini arttırmada etkili olduğu sonuçlarına varılmıştır. Bulgular incelendiğinde, her iki alanda düzeylere verilen isimlendirme ve numaralandırmaların çok fazla farklılık gösterdiği görülmüştür. Ek olarak, her iki alanda ölçme-değerlendirme araçları incelendiğinde uluslararası alandaki araçların daha fazla çeşitliliğe sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca ulusal ve uluslararası alanyazındaki yapılan çalışmaların öğretim uygulamaları incelendiğinde, her iki alanyazından en çok tercih edilenin derslerde dinamik geometri yazılımı kullanılarak öğretimin tasarlanması olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmada elde edilen sonuçlardan yola çıkarak bazı önerilerde bulunulmuştur.

***Anahtar sözcükler:*** van Hiele, Geometrik Düşünme Düzeyi, Tematik İçerik Analizi

## ABSTRACT

| | |
|---|---|
| Author | Hülya SERT ÇELİK |
| University | Bursa Uludag University |
| Field | Mathematics and Science Education |
| Branch | Mathematics Education |
| Degree Awarded | PhD Thesis |
| Page Number | XXII + 581 |
| Degree Date | 27/06/2022 |
| Thesis | Comparative Analysis of Studies Related to van Hiele Geometric Thinking Levels |
| Supervisor | Prof. Dr. Gül KALELİ YILMAZ |

### COMPARATIVE ANALYSIS OF STUDIES RELATED TO VAN HIELE GEOMETRIC THINKING LEVELS

Geometry is an important part of the mathematics curriculum. The van Hiele Theory, which is widely used and directs geometry education, was introduced by the couple Dina van Hiele and Pierre van Hiele in 1957. Considering that van Hiele Theory has become the focus of geometry teaching and that the education reforms of countries are shaped around this theory, it is thought that the theory has great importance. In this context, with this study, it is aimed to describe van Hiele Theory in detail, to synthesize the results of national and international research on the theory, to make comparisons with a critical and holistic perspective, to compare the level naming and numbering system used in both fields, to measure van Hiele's geometric thinking levels. It is aimed to examine the evaluation methods used in both areas in detail, to make relevant interviews and to present in detail the effects of theory-based teaching practices on students' geometric thinking levels.

In this study, in which thematic content analysis method was used, the data obtained for the measurement tool were also supported by a case study. Within the scope of the research, 86 studies in Turkish and 81 studies in English were determined to be analyzed, and semi-

structured interviews were conducted with 41 teacher candidates and 23 postgraduate teachers. The data obtained from the study were analyzed using the qualitative data analysis method.

When the study findings are examined, it is seen that studies are conducted to determine the effect of different learning environments on geometric thinking levels in both areas, experimental studies are emphasized, a larger sample group is studied in the international literature compared to Turkey, tests are preferred as data collection tools, and different learning environments are used to determine the geometrical thinking levels of students. It has been concluded that it is effective in increasing the level of thinking. When the findings were examined, it was seen that the naming and numbering given to the levels in both domains differed greatly. In addition, when the measurement-evaluation tools in both areas were examined, it was concluded that the tools in the international area had more diversity. In addition, when the teaching practices of the studies in the national and international literature were examined, it was concluded that the most preferred one from both literatures was the design of teaching using dynamic geometry software in the courses. Based on the results obtained in the study, some suggestions were made.

***Keywords*:** van Hiele, Geometric Thinking Levels, Thematic Content Analysis

## İÇİNDEKİLER

**Sayfa**

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK ..... i
BENZERLİK YAZILIM RAPORU ..... ii
YÖNERGEYE UYGUNLUK ONAYI ..... iii
ÖN SÖZ ..... v
ÖZET ..... vi
ABSTRACT ..... viii
İÇİNDEKİLER ..... x
ŞEKİLLER LİSTESİ ..... xv
TABLOLAR LİSTESİ ..... xix
KISALTMALAR LİSTESİ ..... xxii

**BİRİNCİ BÖLÜM**
**(GİRİŞ)**

1.1. Problem Durumu ..... 1
1.2. Amaç ve Önem ..... 3
1.3. Araştırma Problemleri ..... 5
1.4. Araştırmanın Varsayımları ..... 5
1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları ..... 6
1.6. Tanımlar ..... 6

**İKİNCİ BÖLÜM**
**(KAVRAMSAL ÇERÇEVE)**

2.1. Geometri Öğretimi ve Geometrik Düşünme ..... 14
2.1.1. Geometrik Düşünmenin Geliştirilmesi Üzerine Teoriler ..... 15
2.1.1.1. Zihnin Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Kuramı. ..... 15
2.1.1.2. Fischbein'in Geometrik Şekillerin Kavramlaştırılması Kuramı ..... 16
2.1.1.3. Duval'in Geometrik Düşünme ile İlgili Bilişsel Modeli ..... 17
2.1.1.4. Van Hiele Geometri Düşünme Teorisi ..... 18
2.1.1.4.1. Van Hiele Teorisi'nin Bileşenleri ..... 20
2.1.1.4.2. Van Hiele Düzey İsimlendirmeleri ve Düzey Açıklamaları ..... 20
2.1.1.4.3. Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerinin Özellikleri ..... 36
2.1.1.4.4. Van Hiele Geometrik Düşünme Teorisinde Öğrenmenin Aşamaları ..... 40
2.1.1.4.5. Van Hiele Teorisi'nin Özellikleri ..... 43
2.1.1.4.5.1. Van Hiele Düzeyleri Öğrencilerin Geometrik Düşüncelerini Tanımlamada Ne Kadar Faydalıdır? ..... 44
2.1.1.4.5.2. Van Hiele Düzeylerinin Ayrık/Sürekli Doğası ..... 45

2.1.1.4.5.3. Bir Öğrencinin Van Hiele Düzeyi Konulara Göre Değişir mi?..... 46
2.1.1.4.5.4. Düzeyler Bir Hiyerarşi Oluşturur mu? ..... 46
2.1.1.4.5.5. 1. Düzeyden Daha Temel Bir Düzey Var mı?..... 48
2.1.1.4.6. Van Hiele Düzeyleri ve Üç Boyutlu Geometri ..... 48
2.1.1.4.7. Van Hiele'nin Diğer Teorilerle Karşılaştırılması ..... 49
2.1.1.4.7.1. Van Hiele Teorisi'nin Piaget'in Gelişim Teorisi ile Karşılaştırılması49
2.1.1.4.7.2. Van Hiele Teorisi'nin SOLO Taksonomisi ile Karşılaştırılması..... 53
2.1.1.4.8. Van Hiele Teorisi, Piaget Teorisi ve Solo Taksonomisinin Sahip Olduğu Avantajlar ve Dezavantajlar ..... 56
2.1.1.4.9. Matematik Eğitimine Uygulanan van Hiele Düzeyleri..... 57
2.1.1.4.10. Van Hiele Teorisi'ne Yönelik Eleştiriler ..... 59
2.1.1.4.11. Van Hiele Teorisi Üzerine Son Düşünce ..... 65

**ÜÇÜNCÜ BÖLÜM**

**(YÖNTEM)**

3.1. Tematik İçerik Analizi..... 67
3.1.1. Tematik İçerik Analizinin Avantajları ..... 67
3.1.2. Tematik İçerik Analizinin Dezavantajları ..... 68
3.1.3. Verilerin Toplanması..... 69
3.1.3.1. Belirlenen Veri Tabanlarından Elde Edilmesi ..... 69
3.1.3.2. Kullanılan Anahtar Kelimeleri İçermesi ..... 69
3.1.3.3. Belirlenen Yıllarda Yayınlanmış Olması..... 69
3.1.3.4. Veri Tekrarını Önlemeye Yönelik Olması..... 69
3.1.3.5. Araştırma Alanına Uygun Olması ..... 70
3.1.3.6. Örneklemin Uygun Olması ..... 70
3.1.4. Verilerin Analizi..... 72
3.1.5. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği ..... 76
3.2. Araştırmada Uygulanan Etik Kurallar..... 77

**DÖRDÜNCÜ BÖLÜM**

**(BULGULAR)**

4.1. VHGDD Üzerine Yürütülen Çalışmalardaki Genel Eğilim (amaç, yöntem, örneklem, veri toplama aracı, sonuçlar ve öneriler bağlamında)..... 78
4.1.1. VHGDD Üzerine Türkiye'de Yürütülen Çalışmalardaki Genel Eğilim ..... 78
4.1.1.1. İncelenen Çalışmaların Amaçları..... 78
4.1.1.2. İncelenen Çalışmalarda Kullanılan Yöntemler. ..... 83
4.1.1.3. İncelenen Çalışmaların Örneklem Grubu ..... 86

4.1.1.4. İncelenen Çalışmalarda Kullanılan Veri Toplama Araçları ..... 88
4.1.1.5. İncelenen Çalışmalardan Elde Edilen Sonuçlar ..... 92
4.1.1.6. İncelenen Çalışmalardan Elde Edilen Tespit ve Öneriler ..... 97
4.1.2. VHGDD Üzerine Uluslararası Alanyazında Yürütülen Çalışmalardaki Genel Eğilim ..... 99
4.1.2.1. İncelenen Uluslararası Çalışmaların Amaçları ..... 99
4.1.2.2. İncelenen Uluslararası Çalışmalarda Kullanılan Yöntemler. ..... 104
4.1.2.3. İncelenen Uluslararası Çalışmaların Örneklem Grubu ..... 107
4.1.2.4. İncelenen Uluslararası Çalışmalarda Kullanılan Veri Toplama Araçları . 110
4.1.2.5. İncelenen Uluslararası Çalışmalardan Elde Edilen Sonuçlar ..... 115
4.1.2.6. İncelenen Uluslararası Çalışmalardan Elde Edilen Tespit ve Öneriler ..... 123
4.2. VHGDD Verilen Numaralandırma ve İsimlendirmeler ..... 128
4.2.1. Türkiye'de VHGDD Verilen Numaralandırma ve İsimlendirmeler ..... 128
4.2.1.1. Türkçe Çalışmalardaki Van Hiele Geometrik Düşünme Düzey Numaralandırmaları ..... 128
4.2.1.2. Van Hiele'nin İlk 5 Düzeyine Atanamayanlar İçin Oluşturulan Alt Düzeye Verilen İsimlendirmeler ..... 128
4.2.1.2.1. Van Hiele'nin "Visual Level" Olarak Adlandırdığı Düzeye Verilen İsimlendirmeler ..... 129
4.2.1.2.2. Van Hiele'nin "Descriptive Level" Olarak Adlandırdığı Düzeye Verilen İsimlendirmeler ..... 130
4.2.1.2.3. Van Hiele'nin "Öncesinde Theoretical Level Sonrasında Informal Deduction" Olarak Adlandırdığı Düzeye Verilen İsimlendirmeler ..... 131
4.2.1.2.4. Van Hiele'nin "Formal Logic" Olarak Adlandırdığı Düzeye Verilen İsimlendirmeler ..... 132
4.2.1.2.5. Van Hiele'nin "The Nature of Logical Laws" Olarak Adlandırdığı Düzeye Verilen İsimlendirmeler ..... 132
4.2.2. Uluslararası VHGDD Verilen Numaralandırma ve İsimlendirmeler ..... 133
4.2.2.1. İngilizce Çalışmalardaki Van Hiele Geometrik Düşünme Düzey Numaralandırmalar ..... 133
4.2.2.2. Van Hiele'nin İlk 5 Düzeyine Atanamayanlar İçin Oluşturulan Alt Düzeye Verilen İsimlendirmeler ..... 134
4.2.2.2.1. Van Hiele'nin "Visual Level" Olarak Adlandırdığı Düzeye Verilen İsimlendirmeler ..... 135
4.2.2.2.2. Van Hiele'nin "Descriptive Level" Olarak Adlandırdığı Düzeye Verilen İsimlendirmeler ..... 135
4.2.2.2.3. Van Hiele'nin "Öncesinde Theoretical Level Sonrasında Informal Deduction" Olarak Adlandırdığı Düzeye Verilen İsimlendirmeler ..... 136

4.2.2.2.4. Van Hiele'nin "Formal Logic" Olarak Adlandırdığı Düzeye Verilen İsimlendirmeler ..... 137
4.2.2.2.5. Van Hiele'nin "The Nature of Logical Laws" Olarak Adlandırdığı Düzeye Verilen İsimlendirmeler ..... 137
4.3. VHGDD Ölçmeye Yönelik Araçlar ..... 138
4.3.1. Türkiye'de Kullanılan Ölçme Araçları ..... 138
4.3.1.1. Türkiye'de En Sık Kullanılan Ölçme Aracının Anlaşılabilirliğine Yönelik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri ..... 146
4.3.2. Uluslararası Alanyazında Kullanılan Ölçme Araçları ..... 197
4.3.2.1. Uluslararası Literatürde Usiskin (1982) Tarafından Geliştirilen Van Hiele Testine Yönelik Görüşler ..... 217
4.4. VHGDD'ni Geliştirmeye Yönelik Kullanılan Öğretim Uygulamaları ..... 220
4.4.1. Türkiye'deki Çalışmalarda Kullanılan Öğretim Uygulamaları ..... 220
4.4.2. Uluslararası Çalışmalarda Kullanılan Öğretim Uygulamaları ..... 301

**BEŞİNCİ BÖLÜM**

**(SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER)**

5.1. Sonuç ve Tartışma ..... 443
5.1.1. VHGDD Üzerine Yürütülen Çalışmalardaki Genel Eğilimin Değerlendirilmesi ..... 443
5.1.1.1. Türkiye'de yürütülen çalışmalardaki genel eğilimin değerlendirilmesi ..... 443
5.1.1.2. Uluslararası alanyazındaki genel eğilimin değerlendirilmesi ..... 446
5.1.1.3. VHGDD Üzerine Yürütülen Çalışmalardaki Eğilimin Genel Değerlendirilmesi ..... 449
5.1.2. VHGDD Kullanılan Numaralandırma ve İsimlerin Değerlendirilmesi ..... 452
5.1.2.1. Türkiyede kullanılan numaralandırma ve isimlerin değerlendirilmesi ..... 452
5.1.2.2. Uluslararası alanyazında kullanılan numaralandırma ve isimlerin değerlendirilmesi ..... 452
5.1.2.3. VHGDD Kullanılan Numaralandırma ve İsimlerin Genel Değerlendirmesi ..... 452
5.1.3. VHGDD Ölçmeye Yönelik Araçların Değerlendirmesi ..... 454
5.1.3.1. Türkiye'de Kullanılan Ölçme Araçlarına Yönelik Değerlendirme ..... 454
5.1.3.1.1. Türkiye'de En Sık Kullanılan Ölçme Aracının Anlaşılabilirliğine Yönelik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşlerinin Değerlendirilmesi ..... 455
5.1.3.2. Uluslararası Alanyazında Kullanılan Ölçme Araçlarının Değerlendirilmesi ..... 456
5.1.3.2.1. Uluslararası Literatürde Usiskin (1982) Tarafından Geliştirilen Van Hiele Testine Yönelik Görüşlerin Değerlendirilmesi ..... 459
5.1.3.3. VHGDD Ölçmeye Yönelik Araçların Genel Değerlendirmesi ..... 459

5.1.4. VHGDD Geliştirmeye Yönelik Kullanılan Öğretim Uygulamalarının Değerlendirilmesi ..... 460
5.1.4.1. Türkiye'de Yapılmış Öğretim Uygulamalarına İlişkin Değerlendirme ..... 460
5.1.4.2. Uluslararası Alanyazında Yapılmış Öğretim Uygulamalarına İlişkin Değerlendirme ..... 466
5.1.4.3. VHGDD Geliştirmeye Yönelik Kullanılan Öğretim Uygulamalarının Genel Değerlendirilmesi ..... 479
5.2. Öneriler ..... 481
KAYNAKÇA ..... 484
EKLER ..... 509
ÖZ GEÇMİŞ ..... 580

# ŞEKİLLER LİSTESİ


***Şekil*** ***Sayfa***

1. Ters ve Düz Üçgenler ... 21
2. Kare ve dikdörtgen grupları ... 22
3. Paralelkenar grupları ... 22
4. Paralelkenar ızgarasında karşılıklı açıların eşit olduğunu göstermeye yönelik etkinlik örneği ... 23
5. Paralelkenarda karşılıklı açıların eşit olduğunu göstermeye yönelik etkinlik örneği ... 23
6. Paralelkenar ispat örneği ... 24
7. Geometri Öğrenmenin Aşamaları ... 43
8. Araştırma Kapsamında Analize Dahil Edilen Çalışmalar ... 71
9. Aslan (2004) Tarafından Geliştirilen "Geometrik Şekilleri Tanıma Testi" inde Yer Alan Üçgen ve Dikdörtgen Tanıma Testine Ait Soru Örnekleri ... 140
10. Düzey 1 Sorusuna Örnek ... 140
11. Düzey 1 Sorusuna Örnek ... 143
12. Düzey 1 Sorusuna Örnek ... 144
13. Sezer (2015) Tarafından Hazırlanan "Erken Beceri Geometri Testi"ne Ait Örnek Sorular ... 146
14. Van Hiele Testinde Yer Alan Düzey 1'e Karşılık Gelen Test Sorusu ... 198
15. Oregon Projesi'nden İki Deneysel Görev ... 201
16. "Üçgen Çizme" Etkinliğinde Bud, Amy ve Don'un Çizimleri ... 202
17. Bir Üçgenin Dış Açısı ... 205
18. Van Hiele Düzeylerinin Kazanım Dereceleri ... 208
19. Gutierrez ve Jaime (1998) Tarafından Geliştirilen Testin Düzey 1 Sorusuna Örnek ... 212
20. Wu'nun Geometri Testi'nde Yer Alan Örnek Sorular ... 213
21. Patkin (2014) Küresel Van Hiele Ölçeğinde Daire Konusuyla İlgili 1. Düzeyde Yer Alan Bir Soru Örneği ... 215
22. Patkin (2014) Küresel Van Hiele Ölçeğinde Katılar Konusuyla İlgili 2. Düzeyde Yer Alan Bir Soru Örneği ... 216
23. Patkin (2014) Küresel Van Hiele Ölçeğinde Katılar Konusuyla İlgili 3. Düzeyde Yer Alan Bir Soru Örneği ... 216
24. A14 Kodlu Araştırmanın Tasarlama Süreci ... 221
25. A14 Kodlu Çalışmanın Uygulama Sürecinde Kullanılan Bir Etkinlik Örneği ... 222
26. A23 Kodlu Çalışmada Kullanılan Ders Planı ... 223
27. A23 Kodlu Çalışmada Yer Alan Çalışma Yaprağı ... 225
28. 4. Sınıf Deney ve Karşılaştırma Grubu GSP Ekran Görüntüsü Örnekleri ... 226
29. 8. Sınıf Deney ve Karşılaştırma Grubu GSP Ekran Görüntüsü Örnekleri ... 226
30. A45 Kodlu Çalışmada Tasarlanan Öğrenme Ortamına İlişkin Hazırlık Süreci ... 229
31. A45 Kodlu Çalışmada Kullanılan Çalışma Yaprağının Pilot Çalışmadan Öncesindeki ve Sonrasındaki Değişimi Gösterir Bir Kesit ... 230
32. A45 Kodlu Çalışmanın Asıl Çalışma Kapsamında Yapılan İşlemlerin Akış Şeması ... 231
33. A45 Kodlu Çalışmada Kullanılan Çalışma Yaprağı Örneği ... 232
34. A46 Kodlu Çalışmada Yer Alan Bilgisayar Grubundan Bir Kesit ... 233
35. A46 Kodlu Çalışmada Yer Alan Manipülatif Grubundan Bir Kesit ... 234
36. A46 Kodlu Çalışmada Yer Alan Geleneksel Grubundan Bir Kesit ... 234
37. A59 Kodlu Çalışmada Deney Grubu 1 (G1) İçin Hazırlanan Çalışma Yaprağı Örneği ... 236
38. A59 Kodlu Çalışmada Deney Grubu 2 (G2) İçin Hazırlanan Çalışma Yaprağı Örneği ... 237
39. A59 Kodlu Çalışmada Kontrol Grubu İçin Tasarlanmış Çalışma Yaprağı Örneği ... 238
40. A63 Kodlu Çalışmada Yer Alan Öğretim Bölümleri ve Bu Bölümlerde Yapılan Etkinlikler ... 240
41. A66 Kodlu Çalışmada Yer Alan Örnek Ders Planı ... 242
42. A66 Kodlu Çalışmada Yer Alan Örnek Çalışma Kağıdı ... 243
43. A77 Kodlu Çalışmada Kullanılan D1 Grubu İçin Hazırlanan Öğretmen El Kılavuzu ... 245
44. A77 Kodlu Çalışmada Kullanılan D2 Grubu İçin Hazırlanan Öğretmen El Kılavuzu ... 247
45. A81 Kodlu Çalışmada Yer Etkinlik-10 (Açılar) Örneği ... 249
46. A81 Kodlu Çalışmada Yer Etkinlik-11 Örneği ... 250
47. A21 Kodlu Çalışmada Yer Alan "Etkinlik 7 Üçgen Çeşitleri" ... 251
48. A30 Kodlu Çalışmaya Ait "Tangram ve Anlamlı Şekiller" Etkinlik Örneği ... 254

49. A50 Kodlu Çalışmada Kullanılan Örnek Ders Planı ve van Hiele Teorisi'ne Dayalı Materyal Örneği .... 258
50. A74 Kodlu Araştırmada Yer Alan 1. Hafta Etkinlik Örneği ..... 260
51. A20 Kodlu Çalışma Yer Alan Öğrenci Günlüğü Örneği ..... 261
52. A22 Kodlu Çalışmada Klinik Mülakatlarda Kullanılan Origami Uygulamaları ..... 262
53. A22 Kodlu Çalışmada Kullanılan Örnek Ders Planı ..... 263
54. A39 Kodlu Çalışmada Kullanılan Origami Örnekleri ..... 264
55. A39 Koldu Çalışmada Birinci Hafta Etkinlik Örnekleri ..... 265
56. A39 Kodlu Çalışmada "Üçgende Açıortayı Gösterme ve Origami Balığı Etkinlik Örneği" ..... 266
57. A39 Kodlu Çalışmada Üçgende Kenarortayları Gösterme, Yıldız Şekli Örneği Ön Yüzü ve Yıldız Şekli Örneği Arka Yüzü ..... 267
58. A39 Kodlu Çalışmada "Dik Üçgenlerin Diziliş Biçimi ve Pisagor Teoreminin İspatı Etkinliği" ..... 2670
59. A53 Kodlu Çalışmada Kullanılan Örnek Ders Planı ..... 2701
60. A83 Kodlu Çalışmada 5E Öğrenme Modeline Uygun Olarak Hazırlanan Ders Planı Örneği ..... 2713
61. A83 Kodlu Çalışmada Ders Kitabına Uygun Olarak Hazırlanan Ders Planı Örneği ..... 2734
62. A41 Kodlu Çalışmada 1. Dersin Etkinlikleri ..... 2745
63. A41 Kodlu Çalışmada 2. Dersin Etkinlikleri ..... 275
64. A41 Kodlu Çalışmada 3. Dersin Etkinlikleri-1 ..... 2756
65. A41 Kodlu Çalışmada 3. Dersin Etkinlikleri -2 ..... 276
66. A41 Kodlu Çalışmada 4. Dersin Etkinlikleri ..... 2767
67. A41 Kodlu Çalışmada 5. Dersin Etkinlikleri-1 ..... 277
68. A41 Kodlu Çalışmada 5. Dersin Etkinlikleri-2 ..... 2778
69. A41 Kodlu Çalışmada 6. Dersin Etkinlikleri ..... 278
70. A41 Kodlu Çalışmada 7. Dersin Etkinlikleri-1 ..... 2789
71. A41 Kodlu Çalışmada 7. Dersin Etkinlikleri-2 ..... 279
72. A41 Kodlu Çalışmada Yer Alan 1. Paralel Doğrular (GSP) .....27980
73. A41 Kodlu Çalışmada Yer Alan 2. Şekil Çizme Araçları (GSP) ..... 280
74. A41 Kodlu Çalışmada Yer Alan "Bunu yapabilir misin?(GSP\WORD)" Örneği ..... 2801
75. A41 Kodlu Çalışmada Yer Alan 1. Tahmin&Kontrol-1(GSP\WORD) Etkinliği ..... 281
76. A41 Kodlu Çalışmada Yer Alan 2. Şekillerin Özellikleri (gsp\word)[kare-dikdörtgen] ..... 2814
77. A65 Kodlu Çalışmada Etkinlik 2'deki Önceden Hazırlanmış Geogebra Sketch Rhombus Ekranı ..... 2846
78. A3 Kodlu Çalışma İçin Hazırlanan Örnek Ders Planı ..... 2867
79. A17 Kodlu Çalışmada Hazırlanan Modüllerin Uygulanması Sırasında Ögrencilerden Beklenen Hedef Davranışlar .....28791
80. A43 Kodlu Çalışmada Yer Alan "Miras Yolcusu" Etkinliği ..... 2912
81. Örümcek Ağı Yapısındaki Bir Kavram Haritası ..... 2923
82. A2 Kodlu Çalışmada Kullanılan Uygulama Kağıdı ..... 2937
83. A64 Kodlu Çalışmada Yer Alan Örnek Bir Etkinlik Planı ..... 2979
84. A72 Kodlu Araştırmada Yer Alan Çalışma Yaprağı-3 ..... 304
85. E22 Kodlu Çalışmada Yer Alan Teğet ve Kiriş Teoremi ..... 3045
86. E22 Kodlu Çalışmanınn Teorik Çerçevesi "Van Hiele ve APOS Teorilerinin Birleşimi" ..... 3056
87. E35 Kodlu Çalışma Yer Alan Üçgen Çizimi Etkinliği Görseli ..... 306
88. E35 Kodlu Çalışma Yer Alan Üçgenin Büyütülmesi Etkinliği Görseli .....30610
89. E37 Kodlu Çalışmada Yer Alan "Düzenli Bir İkosahedronun Polidron ve GSP Temsilleri" ..... 310
90. E37 Kodlu Çalışmada Yer Alan "GSP'de Dönen Küp" ..... 3101
91. E37 Kodlu Çalışmada Yer Alan "GSP'de Oluşturulmuş Bir Küpün Dinamik Katlanması" ..... 3115
92. E41 Kodlu Çalışmada Yer Alan Logo Ve CA Süreci (Koddan Şekle) ..... 3156
93. E41 Kodlu Çalışmada Yer Alan Logo ve AC Süreci (Şekilden Koda) ..... 316
94. E41 Kodlu Çalışmada Yer Alan Geometer'in Sketchpad ve CA Süreci ..... 3167
95. E41 Kodlu Çalışmada Yer Alan Geometer'in Sketchpad ve AC Süreci .....31722
96. E47 Kodlu Çalışmanın Teorik Çerçevesi ..... 3225
97. E48 Kodlu Çalışmada Yer Alan "Bilgi" Aşamasına Ait Etkinlik Örneği ..... 325
98. E48 Kodlu Çalışmada Yer Alan "Yönlendirilmiş Oryantasyon" Aşamasına Ait Etkinlik Örneği ..... 3256
99. E48 Kodlu Çalışmada Yer Alan "Serbest Oryantasyon" Aşamasına Ait Etkinlik Örneği ..... 3267
100. E48 Kodlu Çalışmada Yer Alan Yönlendirilmiş "Entegrasyon" Aşamasına Ait Etkinlik Örneği ..... 3278
101. E49 Kodlu Çalışmanın Uygulama Sınıflarında Kullanılan Etkinlik Örneği ..... 3289
102. E49 Kodlu Çalışmada Yer Alan Benzer Şekiller Etkinliği ..... 329

103. E49 Kodlu Çalışmada Yer Alan Benzer Üçgenler Etkinliği ....32930
104. E49 Kodlu Çalışmada Yer Alan Günlük Yaşam Etkinliği .... 3304
105. E52 Kodlu Çalışmada Yer Alan Ders 8.1 İçin Çalışma Sayfası (Örnek 3 Soru) .... 3345
106. E57 Kodlu Çalışma İçin Etkinlik Örneği .... 3359
107. E68 Kodlu Çalışmada Yer Alan Örnek Ders Planında Kullanılan Çalışma Yaprakları ....33943
108. E2 Kodlu Çalışmada Kullanılan Dörtgen Türleri .... 3434
109. E2 Kodlu Çalışmanın 2. Aşamasında GSP Kullanarak Kare Oluşturulması Örneği .... 344
110. E2 Kodlu Çalışmanın 4. Aşamasında Kullanılan Etkinlik Örneği .... 3445
111. E2 Kodlu Çalışmada Kullanılan Dörtgenler Arasındaki İlişkiler Ağı ....34551
112. E14 Kodlu Çalışmanın Öğretim Dizisi Yapısı .... 3512
113. E14 Kodlu Çalışmanın Öğretim Aşaması Yapısı .... 3528
114. E16 Kodlu Çalışmada Kullanılan Bir Görüntü Haritası Simetri Etkinliği .... 3589
115. E16 Kodlu Çalışmada Kullanılan Çıkarımlar Yapmak İçin Izgara Kullanma Etkinliği ....35967
116. E59 Kodlu Çalışmada Yönlendirilmiş Oryantasyonda Öğrenci Çalışma Sayfası .... 3678
117. E59 Kodlu Çalışmada Küpleri Temsil Edecek Geogebra Medyası ....36873
118. Öğrenci İçin Bir Çalışma Kitapçığındaki Etkinlik 4 İçin Kullanılan Bölüm .... 3734
119. E79 Kodlu Çalışmada Öğretim Etkinliklerinde Kullanılan 2 Boyutlu Şekil Örnekleri .... 3748
120. E4 Kodlu Çalışmanın Teorik Çerçevesi ....37881
121. E11 Kodlu Çalışmada Geliştirilen Modül Kapak Resmi .... 3812
122. E11 Kodlu Çalışmada Kullanılan Küçük Resimler .... 3824
123. E60 Kodlu Çalışmada Yer Alan Problem .... 384
124. E60 Kodlu Çalışmada Yer Alan Problem Çözümleri .... 3845
125. E81 Kodlu Çalışmada Yer Alan Geometrik Şekiller İçeren Çalışma Sayfası .... 3856
126. E81 Kodlu Çalışmada Yer Alan Çocukların Şekilleri Tanımlamaları (Sol - İkinci Düzey) Ve Bir Dikdörtgenin Özelliklerini Bilgisayarda Görüntülemeleri (Sağ - Üçüncü Düzey) .... 3867
127. E81 Kodlu Çalışmada Yer Alan Çocukların Bedenleri Yerde (Sol-Dördüncü Düzey) Daire Çizerek Bir Yazılım Etkinliği Yapmaları (Sağ-Beşinci Düzey) .... 3878
128. E81 Kodlu Çalışmada Yer Alan Çocukların Şekilleri Kullanarak Evlerini Yapmaları (Sol Ve Sağ) .... 388
129. E81 Kodlu Çalışmada Yer Alan Çocukların Bir Dizi Şekilden (Solda) Bir 'Adam' Oluşturmaları ve Çuvaldan Bir Şekil Çizmeleri (Sağda) .... 3889
130. E81 Kodlu Çalışmada Yer Alan Çocukların Resimdeki (Solda) Dikdörtgenleri Bulmaları ve Bir Grup Kare (Sağda) Yapmaları .... 389
131. E81 Kodlu Çalışmada Yer Alan Çocukların Sınıflarından Daireler Getirmeleri (Solda) ve Tangram Setini Kullanarak Bir "Kedi" Oluşturmaları (Sağda) ....38991
132. E10 Kodlu Çalışmada Kullanılan Biçimlendirici Değerlendirme Katmanı .... 3914
133. E19 Kodlu Çalışmada Yer Alan Yapboz Materyali .... 394
134. E19 Kodlu Çalışmada Yer Alan Şekil İzleyici Materyali .... 3945
135. E19 Kodlu Çalışmada Yer Alan Damgalama Materyali .... 3956
136. E19 Kodlu Çalışmada Yer Alan Gölge Eşleştirme Materyali .... 396
137. E19 Kodlu Çalışmada Yer Alan Kibrit Çöpü Düzenleme Materyali .... 3967
138. E19 Kodlu Çalışmada Yer Alan Postalama Materyali .... 397
139. E19 Kodlu Çalışmada Yer Alan “Kart Tanıma” Materyali .... 3978
140. E19 Kodlu Çalışmada Yer Alan “Sınıflandırma Kutusu” Materyali .... 3989
141. E20 Kodlu Çalışmada Van Hiele Web Tabanlı Projenin Yapısı .... 406
142. E31 Kodlu Çalışmada Yer Alan Quick Draw Şekli .... 406
143. E31 Kodlu Çalışmada Geometrik Kelime Testinde Bulunan Quick Draw Şekli .... 4067
144. E33 Kodlu Araştırmada Yer Alan Geometrik Düşünme Düzeyini Test Eden Sorular .... 4078
145. E33 Kodlu Çalışmada Yer Alan Ö1'in 0 Düzeyindeki Cevabı .... 4089
146. E33 Kodlu Çalışmada Yer Alan Ö2'nin 0 Düzeyindeki Cevabı ....40910
147. E33 Kodlu Çalışmada Yer Alan Ö3'ün 1. Düzeydeki Cevabı .... 410
148. E33 Kodlu Çalışmada Yer Alan Ö2'nin 2. Düzeydeki Cevabı .... 4102
149. E40 Kodlu Çalışmada Yer Alan Öğrencilerin Bir Probleme Yanıtı (Problemi Analiz Etme) .... 4123
150. E40 Kodlu Çalışmada Yer Alan Öğrencilerin HOTS Seviyesini Gösteren Yanıtı .... 4134
151. E40 Kodlu Çalışmada Yer Alan Bir HOTS Problemine Öğrencilerin Yanıtı .... 4146
152. E45 Kodlu Çalışmada Geleneksel Yöntemle İşlenen Derste “Açı Ölçümleri” Konusuna Ait Örnek Ders İçeriği .... 4168

153. E53 Kodlu Çalışmada Yer Alan Van Hiele Aşamalarıyla İSTEM Bağlantısı ..... 4189
154. E53 Kodlu Çalışmada Yer Alan ADDIE Modeli İçin Akış Şeması .....41920
155. E53 Kodlu Çalışmada Yer Alan Etkinlik Görselleri ..... 4201
156. E53 Kodlu Çalışmada Yer Alan Etkinlik Görseli ..... 421
157. E53 Kodlu Çalışmanın Teorik Çerçevesi ..... 4213
158. E56 Kodlu Çalışmada Yer Alan Eğitim Yazılımının Kavramsal Çerçevesi ..... 4234
159. E56 Kodlu Çalışmada Yer Alan Yazılımının Geliştirilme Süreci ..... 4245
160. E56 Kodlu Çalışmada Yer Alan Modüller ..... 4256
161. E56 Kodlu Çalışmada Yer Alan LAP3D Arayüz Ana Ekranı ..... 426
162. E56 Kodlu Çalışmada Yer Alan 3-B Model .....42631
163. E65 Kodlu Çalışmada Tangram Kullanarak Öğrencilerin Oluşturduğu Görsellere Ait Bir Örnek ..... 4312
164. E69 Kodlu Çalışmada Kullanılan Van Hiele Düzey 0 İçin Problem Setleri ..... 432
165. E69 Kodlu Çalışmada Kullanılan Van Hiele Düzey 0 İçin Günlük Yazım Örneği..... 4324
166. E71 Kodlu Çalışmada Yer Alan Modül Örneği ..... 4345
167. E71 Kodlu Çalışmada Kullanılan Modül Kapak Tasarımı..... 4356
168. E71 Kodlu Çalışmada Kullanılan Çalışma Sayfalarındaki İçerik Örneği ..... 4367
169. E73 Kodlu Çalışmada benimsenen Öğretim Uygulamasında Değişiklik İçin Genel Model ..... 437
170. E73 Kodlu Çalışmada Uygulanan Değişim Modeli ..... 437

# TABLOLAR LİSTESİ


***Tablo*** ***Sayfa***

1. Düzeylerin Açıklamaları, Belirleyicileri ve Örnek Öğrenci Yanıtları ... 25
2. Van Hiele ve SOLO Düzeyleri Arasında Bir Karşılaştırma ... 55
3. Van Hiele Düzeyine Göre Mantıksal Beceri Örnek Problemleri ... 59
4. 1. Alt Problem için Araştırmaya Dahil Edilen Çalışmaların İncelendiği Parametrelere Ait Bir Örnek ... 75
5. 2. Alt Problem için Araştırmaya Dahil Edilen Çalışmaların İncelendiği Parametrelere Ait Bir Örnek ... 76
6. İncelenen Çalışmaların Amaçlarına İlişkin Veriler ... 79
7. İncelenen Çalışmaların Yöntemlerine İlişkin Veriler ... 84
8. İncelenen Çalışmaların Örneklemlerine İlişkin Veriler ... 87
9. İncelenen Çalışmaların Veri Toplama Araçlarına İlişkin Veriler ... 89
10. Çalışmalardan Elde Edilen Sonuçlar ... 93
11. Çalışmalardan Elde Edilen Tespit ve Öneriler ... 98
12. İncelenen Uluslararası Çalışmaların Amaçlarına İlişkin Veriler ... 100
13. İncelenen Uluslararası Çalışmaların Yöntemlerine İlişkin Veriler ... 105
14. İncelenen Uluslararası Çalışmaların Örneklemlerine İlişkin Veriler ... 108
15. İncelenen Uluslararası Çalışmaların Veri Toplama Araçlarına İlişkin Veriler ... 111
16. Uluslararası Çalışmalardan Elde Edilen Sonuçlar ... 116
17. Uluslararası Çalışmalardan Elde Edilen Tespit ve Öneriler ... 124
18. İncelenen Türkçe Çalışmalarda Kullanılan Düzey Numaralandırmaları ... 128
19. İncelenen Türkçe Çalışmalarda Alt Düzeye Verilen İsimlendirmeler ... 129
20. İncelenen Türkçe Çalışmalarda “Visual Level” İçin Kullanılan İsimlendirmeler ... 129
21. İncelenen Türkçe Çalışmalarda “Descriptive Level” İçin Kullanılan İsimlendirmeler ... 130
22. İncelenen Türkçe Çalışmalarda “Theoretical-Informal Deduction” İçin Kullanılan İsimlendirmeler ... 131
23. İncelenen Türkçe Çalışmalarda “Formal Logic” İçin Kullanılan İsimlendirmeler ... 132
24. İncelenen Türkçe Çalışmalarda “The Nature of Logical Laws” İçin Kullanılan İsimlendirmeler ... 133
25. İncelenen İngilizce Çalışmalarda Kullanılan Düzey Numaralandırmaları ... 134
26. İncelenen İngilizce Çalışmalarda Alt Düzeye Verilen İsimlendirmeler ... 134
27. İncelenen İngilizce Çalışmalarda “Visual Level” İçin Kullanılan İsimlendirmeler ... 135
28. İncelenen İngilizce Çalışmalarda “Descriptive Level” İçin Kullanılan İsimlendirmeler ... 135
29. İncelenen İngilizce Çalışmalarda “Theoretical Level-Informal Deduction” İçin Kullanılan İsimlendirmeler ... 136
30. İncelenen İngilizce Çalışmalarda “Formal Logic” İçin Kullanılan İsimlendirmeler ... 137
31. İncelenen İngilizce Çalışmalarda “The Nature of Logical Laws” İçin Kullanılan İsimlendirmeler ... 137
32. Karşılaştırmalı Test Tablosu 1.Sorusu ... 147
33. 1. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 147
34. 1. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 148
35. Karşılaştırmalı Test Tablosu 2.Sorusu ... 150
36. 2. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 150
37. 2. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 151
38. Karşılaştırmalı Test Tablosu 3.Sorusu ... 152
39. 3. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 152
40. 3. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 153
41. Karşılaştırmalı Test Tablosu 4. Sorusu ... 154
42. 4. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 154
43. 4. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 155
44. Karşılaştırmalı Test Tablosu 5. Sorusu ... 156
45. 5. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 157
46. 5. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 158
47. Karşılaştırmalı Test Tablosu 6. Sorusu ... 159
48. 6. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 159
49. 6. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 160
50. Karşılaştırmalı Test Tablosu 7. Sorusu ... 161
51. 7. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 161
52. 7. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 162

53. Karşılaştırmalı Test Tablosu 8. Sorusu ... 163
54. 8. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 163
55. 8. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 164
56. Karşılaştırmalı Test Tablosu 9. Sorusu ... 165
57. 9. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 165
58. 9. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 166
59. Karşılaştırmalı Test Tablosu 10. Sorusu ... 167
60. 10. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 167
61. 10. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 168
62. Karşılaştırmalı Test Tablosu 11. Sorusu ... 169
63. 11. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 169
64. 11. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 169
65. Karşılaştırmalı Test Tablosu 12. Sorusu ... 170
66. 12. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 170
67. 12. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 171
68. Karşılaştırmalı Test Tablosu 13. Sorusu ... 172
69. 13. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 172
70. 13. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 173
71. Karşılaştırmalı Test Tablosu 14. Sorusu ... 174
72. 14. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 174
73. 14. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 175
74. Karşılaştırmalı Test Tablosu 15. Sorusu ... 175
75. 15. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 176
76. 15. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 176
77. Karşılaştırmalı Test Tablosu 16. Sorusu ... 177
78. 16. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 178
79. 16. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 178
80. Karşılaştırmalı Test Tablosu 17. Sorusu ... 179
81. 17. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 179
82. 17. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 180
83. Karşılaştırmalı Test Tablosu 18. Sorusu ... 181
84. 18. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 181
85. 18. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 182
86. Karşılaştırmalı Test Tablosu 19. Sorusu ... 183
87. 19. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 183
88. 19. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 183
89. Karşılaştırmalı Test Tablosu 20. Sorusu ... 185
90. 20. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 185
91. 20. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 186
92. Karşılaştırmalı Test Tablosu 21. Sorusu ... 187
93. 21. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 187
94. 21. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 188
95. Karşılaştırmalı Test Tablosu 22. Sorusu ... 189
96. 22. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 189
97. 22. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 190
98. Karşılaştırmalı Test Tablosu 23.Sorusu ... 191
99. 23. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 191
100. 23. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 192
101. Karşılaştırmalı Test Tablosu 24. Sorusu ... 193
102. 24. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 193
103. 24. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 194
104. Karşılaştırmalı Test Tablosu 25. Sorusu ... 195
105. 25. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri ... 195
106. 25. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri ... 196
107. Usiskin (1982) VHGT Yer Alan Sorulara İlişkin Veriler ... 200
108. Mayberry (1981) Tarafından Hazırlanan Mülakatta Yer Alan Sorulara Örnekler ... 207

109. Türkiye'deki Çalışmalarda Kullanılan Öğretim Uygulamaları ..... 220
110. A65 Kodlu Çalışmada Van Hiele Teorisi'nin Beş Aşamasına Göre Hazırlanan VMT Etkinlikleri ..... 283
111. Uluslararası Çalışmalarda Yer Alan Öğretim Uygulamaları ..... 301
112. E37 Kodlu Çalışmada Yer Alan "Düzenli Çokyüzlülerin Keşfi" Etkinliği ..... 308
113. E41 Kodlu Çalışmada Geliştirilen C-A-C Öğrenme Modeli ..... 320
114. E50 Kodlu Çalışmada Yer Alan Logo Etkinliği ..... 331
115. E52 Kodlu Çalışmada Kullanılan Örnek Ders Planı ..... 332
116. E52 Kodlu Çalışmada Yer Alan Ders Örneği ..... 333
117. E68 Kodlu Çalışmada Yer Alan Örnek Ders Planı ..... 338
118. E70 Kodlu Çalışmada Kullanılan Araştırma Tasarımı ..... 341
119. E12 Kodlu Çalışmada Kullanılan Van Hiele Teorisi'ne Yönelik Olarak Hazırlanan Gözlem Formu ..... 347
120. E13 Kodlu Çalışmada VHPI'yi İçeren Eğitim Alanları ..... 350
121. E14 Kodlu Çalışmanın Öğretim Aşamaları İle Ders İçeriği Örneği ..... 354
122. E16 Kodlu Çalışmada Kullanılan 4. Gün Ders Planı ..... 356
123. E16 Kodlu Çalışmada 6. Gün Öğretim Faaliyetlerinin Analizi ..... 357
124. Testlerden ve Görüşmelerden Elde Edilen Verilerin Tematik Analiz Yoluyla Kodlanmasına İlişkin Örnekler ..... 362
125. Araştırma Sorusu 1'i Yanıtlamak İçin Yapılan Testler ve Görüşmelerin Analizinden Oluşturulan Temalar ..... 362
126. Van Hiele Aşamasına Dayalı Program Tasarımına Genel Bakış ..... 363
127. E59 Kodlu Çalışmanın Deney ve Kontrol Sınıflarında Öğrenme Aşamaları ..... 365
128. E59 Kodlu Çalışmada Kullanılan Uzamsal İlişki Testi Göstergeleri ..... 366
129. E59 Kodlu Çalışmada "Yönlendirilmiş Oryantasyon" Aşaması Etkinliği ..... 368
130. E59 Kodlu Çalışmada Uzamsal Yetenek, Van Hiele Düşünme Düzeyleri ve Van Hiele Öğrenme Aşamaları Arasındaki İlişki ..... 369
131. E61 Kodlu Çalışmanın Deney ve Kontrol Gruplarında Sınıf Pedagojisinin Karşılaştırılması ..... 370
132. E61 Kodlu Çalışmanın Deney ve Kontrol Gruplarında Kullanılan Pedagojinin Konunun Öğrenilmesini Nasıl Etkilediğinin Karşılaştırılması ..... 371
133. E67 Kodlu Çalışmada Yer Alan Örnek Ders Planı ..... 372
134. E79 Kodlu Çalışmada Kullanılan Zaman Çizelgesi ve Van Hiele Dayalı Öğretim Etkinlikleri ..... 376
135. E4 Kodlu Çalışmada Geliştirilen Modülün İçerik Özeti ..... 378
136. E4 Kodlu Çalışmada Geliştirilen Modüldeki Örnek Etkinlik Ve Soruları ..... 379
137. E5 Kodlu Araştırmanın Tasarımı ..... 390
138. E19 Kodlu Çalışmada Yer Alan Öğrenme Etkinlikleri ve Açıklamaları ..... 393
139. E27 Kodlu Çalışmada Kullanılan Öğretim Programı Tasarımı ..... 402
140. E45 Kodlu Çalışmada Deney Grubunun 4. Gün Yapılan Etkinlik Programı ..... 416
141. E71 Kodlu Çalışmada Yer Alan Van Hiele'nin Düşünme Düzeyleri İle Kavram Anlama Göstergeleri Arasındaki İlişki ..... 433
142. E77 Kodlu Çalışmada Yer Alan Geleneksel Yöntem Ders Planı ..... 439
143. E77 Kodlu Çalışmada Yer Alan Proje Tabanlı Ders Planı ..... 440
144. E77 Kodlu Çalışmada Yer Alan Proje Örneği ..... 441

## KISALTMALAR LİSTESİ

**MEB :** Milli Eğitim Bakanlığı

**NCTM :** Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics)

**PISA :** Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (The Programme for International Student Assessment)

**TIMSS:** Uluslararası Matematik ve Fen Çalışmasındaki Eğilimler (Trends in International Mathematics and Science Study)

**VHGT:** van Hiele Geometrik Düşünme Testi

**VHGDD :** van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri

# 1. BÖLÜM
# GİRİŞ

## 1.1. Problem Durumu

Günümüz dünyasının hızla yenilenen ve gelişen yapısıyla dinamik olan matematik, bir düşünce şeklinin ötesine geçerek bir yaşam biçimi olarak toplumun ve bireylerin vazgeçilmez bir parçası olmaktadır. Hem matematik dünyasını hem de içinde yaşadığımız evreni tanıma, anlama ve yorumlamamıza olanak sunan geometri, sezgiye dayalı ve gerçekle ilişkili somut özellikleri içinde barındıran matematiğin önemli bir dalıdır (National Council of Mathematics Teachers [NCTM], 2000). Geometri, çevremizi tanıyıp tanımlamamızı sağladığından matematik öğrenmede önemli bir araç olarak nitelendirilirken diğer yandan sadece matematiksel alanlarda yansıması olmadığı sanat, bilim ve günlük yaşamda da önemli olduğu görülmektedir (Clements ve Battista, 1992). Yaşamla ilişkili olarak neden sonuç bağlamlarında öğrenilen geometri, insanların yaşamda karşılaşacakları problemleri çözmelerine yardımcı olacak, bir nevi istenilen yaşamsal olanakların kapılarını açacaktır. Geometri öğrenen bireyler yaşamda karşılaştıkları nicelikleri, nesneleri, olguları vb. durumları geometrik nesnelerle ilişkili olarak analiz ederek karşılaştırabilecek ve elde ettiği sonuçları yorumlamak adına bilişsel becerilerini kullanarak geometrik düşünme süreçleri içerisine gireceklerdir. Bu nedenle geometrinin insan yaşamında edindiği alan çok önem arz etmektedir.

Bireylerin yeni yüzyılın dünyasına hazırlanması için iyi birer problem çözücü olmalarının gerekliliği, kaçınılmaz bir gerçektir. Geometri sayesinde, öğrenci yaşadığı çevreyi daha kolay anlamlandırabilirken geometriyi problem çözme süreçlerinde kullanmaktadır (Baki, 2001). Öğrencinin şekillerin özelliklerini öğrenebilmesi için, en başta şekilleri tanıması ve şekillerin özelliklerine dair ön bilgilere sahip olması gerekir. Öğrencinin bu davranışları gerçekleştirebilmesi için, yaşadığı uzayı keşfetmesi, geometrik bilgi ve sezgiye sahip olmanın yanında geometrik düşünme ve geometrik problem çözme becerisinin de olması gerekir (Han, 2007; NCTM, 1989). Yapılan araştırmalar, öğrencilerin geometride de çeşitli düşünme biçimleri ve farklı anlama düzeylerinin mevcut olduğunu göstermiştir (Baki, 2019). Bununla birlikte, tüm bireyler geometri ilişkili düşünme ve akıl yürütme (muhakeme) potansiyeline sahiptir (van De Walle vd., 2016).

Geometri öğretimi, öğrencilerin görselleştirme becerilerinin ve uzamsal düşünmelerinin geliştirilmesinde çok önemli bir paya sahipken, problem çözme, tümdengelimsel akıl yürütme, ispat ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirmede de rol oynamaktadır (Battista, 2007). Geometri öğretiminde birbirine bağımlı iki tür amaç vardır. Bunlardan ilki matematik programında yer alan geometri öğrenme alanı ile ilgili bilgi ve becerilerin kazanılması, ikincisi

ise öğrencilerin geometrik düşünce düzeylerinin geliştirilmesidir. Öğretim bir yandan programda yer alan geometri ile ilgili bilgi ve becerilerin kazandırılmasını hedeflerken, diğer yandan geometrik düşünceyi geliştirici nitelikte olmalıdır (Baykul, 2009). Geometri öğretiminde amaçlananlara ulaşabilmek için, uygun öğretim ortamlarının öğrencilerin tümdengelimli akıl yürütme ve geometrik şekilleri sınıflandırabilmelerine olanak sağlayacak cevap vermesi gerekmektedir (Baki, 2001).

Geometri, matematik disiplinin ilişkiler ağı olduğunun kavranmasında ve matematiksel düşünce ve kavramların anlamlandırılmasında kullanılan en önemli unsurlardan biridir. Bu durum geometrinin kendine has bir dile sahip olmasından ve birbiriyle uyum içinde olan muhakeme, oluşum ve görselleştirme gibi bileşenlerden kaynaklanmaktadır. Nitekim bu, ulusal ve uluslararası (PISA [Programme for International Student Assessment] /TIMSS [Trends in International Mathematics and Science Study] gibi) yapılan büyük ölçekli sınavlarda öğrencilerimizin matematik başarılarında da kendini göstermektedir. Türkiye TIMSS 2011 değerlendirmesi sonuçlarında 4. ve 8. sınıf düzeylerinde TIMSS ortalamasının altında yer almış ve bu durumun PISA'daki yansıması da olumlu olmamıştır (Özmantar vd., 2020). Bu sonuçlara benzer şekilde Türkiye, TIMSS 2019 değerlendirilmesinde matematik sonuçlarına göre 8. sınıf düzeyinde en düşük puanı geometri öğrenme alanından almıştır (TIMSS, 2019). Ülkemizde tüm eğitim düzeylerinde yer alan öğrencilerin geometri öğrenme alanında sahip olduğu geometrik düşünme düzeyleri, bilgi ve becerileri ele alındığında beklenen düzeyde yer almadığı ve kavramsal bilgi eksikliğine sahip oldukları göze çarpmaktadır. Ayrıca yapılan araştırma sonuçları çoğu öğrencinin geometri öğreniminde problemli bir süreç yaşadığını göstermiştir (Kemankaşlı, 2010). Bu nedenlerdendir ki, geometri ve ölçme öğrenme alanı Türkiye'nin en problemli alanlarından birinin varlığına işaret etmektedir (Özen, 2015). Geometri sadece ülkemiz için değil diğer ülkelerin eğitim sistemleri için de sorunlu olduğu bir alandır. Senk (1989) tarafından Amerika Birleşik Devletleri'nde yapılan araştırma sonuçları ortaokul öğrencilerinin çoğunun lise geometrisi için yeterli olmadığına dair sonuçlar ortaya koymuştur. Carroll (1998), ortaokul ve lise son sınıf öğrencilerinin genellikle geometrik fikirler hakkında akıl yürütme konusunda deneyimden yoksun olduklarını bulmuştur. Amerika Birleşik Devletleri'nde öğrenciler genellikle geometri alanında düşük performans göstermektedir. Bu durumu son yıllarda (2007, 2011 ve 2015) TIMSS'den elde edilen sonuçlar da doğrulamaktadır (Mullis vd., 2016).

Öğrencilerin geometri öğrenmede yaşadıkları sorunlara istinaden öğrencilerdeki geometrik düşüncenin gelişimini sağlamak amacıyla geometri öğretim sürecinin organize edilmesi ve programlanması gerekli görülmektedir (Mistretta, 2000). NCTM tarafından ilk

olarak 1989'da geliştirilen ve geometri programlarının oluşturulmasında çeşitli yaklaşım ve teorilerin etkisi görülmüştür. NCTM ile geometri alanının geliştirilmesinde "van Hiele Teorisi" bu alanda esas alınmıştır (Choi-Koh, 1999; NCTM, 2000). Bu durumda öğrencilerin sahip oldukları geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesinde ve bu düzeylerin geliştirilmesinde van Hiele Teorisi ön plana çıkmaktadır. Van Hiele Teorisi'nin bu önemine istinaden ülkelerin eğitim reformlarına yön verecek nitelikte olması geometri öğretiminin bu teori etrafında şekillendiği düşünüldüğünde öncelikle bu teorinin çok iyi anlaşılmış olması gerekmektedir.

Bu bulgular ışığında, van Hiele Teorisi'nin mevcut durumun analiz edilmesi ve elde edilen analiz sonuçlarının uygulamaya geçirilmesi gelecekte bu konu ile ilgili yapılacak çalışmalar adına önem arz etmektedir.

### 1.2. Amaç ve Önem

Van Hiele geometrik düşünme teorisini konu alan ulusal ve uluslararası alanda yayınlanmış çalışmaların akademik sonuçlarının gözden geçirildiği bu çalışma, tez ve makaleleri organize eden, değerlendiren ve sentezleyen çok kapsamlı bir kaynak niteliğindedir. Geometri öğrenme-öğretme sürecinde van Hiele'yi konu alan çalışmalara kapsamlı bir çerçeve niteliğindeki bu çalışmanın okuyuculara bu alandaki riskleri ve fırsatları ortaya koyabileceği düşünülmektedir. Bu bağlamda bu çalışmada benimsenen tematik içerik analiz çalışması, araştırmacılara çalışma yapacağı alanla ilgili eleştirel ve bütüncül bir bakış açısı sağlayacaktır. Alanyazın incelendiğinde matematik eğitimi ile ilgili farklı konu bağlamlarında ve farklı zamanlarda birçok tematik içerik analiz çalışması yapıldığı görülmektedir (Aztekin ve Şener, 2015; Çiltaş vd., 2012; Kaleli- Yılmaz, 2015; Tabuk, 2019; Türkoğlu, 2017; Ulutaş ve Ubuz, 2008). Bu tarz eğitim araştırmalarının belirli periyotlarda tekrarlanarak güncel eğilimlerin belirlenmesi, bu alanda çalışacak olan araştırmacılara yol gösterecektir (Cohen vd., 2000). Ayrıca, yapılacak olan yeni çalışmaların önceki çalışmaların sonucunda şekillendiği ve güncel çalışmaları takip etmenin önemine vurgu yapılmaktadır (Varışoğlu vd., 2013). Bu nedenle, bu çalışma kapsamında tematik içerik analiz yöntemi kullanılarak mevcut çalışmaların incelenmesi ve matematik eğitiminde bu konuda nasıl bir eğilim olduğunun ve çalışmaların nicelik/nitelik açısından ihtiyaca ne şekilde cevap verdiğinin, yapılacak ne tür yeni çalışmalara ihtiyaç olduğunun belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu nedenle, konu ile ilgili ulusal ve uluslararası genel durumun değerlendirilmesi ve elde edilen verilerin belirli temalar çerçevesinde sistematik bir şekilde sunulması istenmiştir. Bu araştırma kapsamında van Hiele geometrik düşünme düzeyleri üzerine yürütülen çalışmalarda nasıl bir eğilim olduğunun; amaç, yöntem, örneklem, veri toplama araçları, sonuçlar ve önerileri açısından incelenmesi ve analiz edilmesi amaçlanmıştır.

İkinci olarak, ulusal ve uluslararası alanyazında van Hiele geometrik düşünme düzeyleri için farklı isimlendirmeler ve farklı numaralandırmalar kullanıldığı görülmektedir. Bu alanda çalışma yapmak isteyen araştırmacılar, hangi numaralandırmayı ve hangi isimlendirmeleri kullanmaları gerektiği konusunda çelişkiye düşmekte ve karar vermede zorlandıkları düşünülmektedir. Bu bağlamda bu çalışmada bu karışıklığı gidermek için van Hiele'nin bu düzeylere vermiş olduğu orijinal isimlerin neler olduğu, hem Türkçe, hem İngilizce alanyazında hangi isimlendirmelerin ve düzey numaralandırmalarının kullanıldığının ortaya çıkarılması ve bu alanda belli bir standart oluşturulması amaçlanmıştır.

Üçüncü olarak, van Hiele Teorisi'nin öğretim süreçlerine dahil edildiği çalışmalarda birbirinden farklı değerlendirme yöntemleri kullanılmaktadır. Çünkü öğrencilerin hangi geometrik anlayışa sahip olduğuna dair kesin bir bilgi olmadan, planlanan öğretim öğrenci için uygun olmayabilir. Bu nedenle, öğretim başlamadan önce öğrencilerin van Hiele Teorisi'nde düzeylerinin değerlendirilmesi gereklidir. Bu bağlamda ilk önce ülkemizde kullanılan van Hiele geometrik düşünme düzeylerine yönelik kullanılan ölçme-değerlendirme araçlarının tanıtılması amaçlanmaktadır. Türkiye'de en sık kullanılan ölçme aracının dil ve anlaşılırlık bakımından öğretmen adayları ve lisansüstü eğitim alan öğretmenlerle yapılan görüşmelere dayalı olarak ortaya konulan düzeltme önerileri sunulacaktır. Sonrasında uluslararası alanyazında kullanılan ölçme-değerlendirme araçlarının nitelikleri detaylıca verilip, dünyada da büyük geçerlilik çemberine sahip Usiskin (1982) tarafından geliştirilen van Hiele testine yönelik alanyazındaki görüşler incelenecektir.

Son olarak, öğrencilerin geometrik düşünme yapısının gelişiminin verilen geometri öğretimiyle yakından ilişkili olduğu ve bu süreçte en önemli faktörün müfredat ve öğretmen olduğu düşünülmektedir. Ayrıca öğrencilerin genel olarak matematik ve geometri konularında zorlanmalarının ve sevmemelerinin nedenlerinden, dersin soyut yapısının keşfedilmesi gereken kurallarla dolu olması ve dersin özelliklerine uygun öğretimin yapılmaması olduğu düşünülmektedir. Bu açıdan bakıldığında araştırma kapsamında öğretmenin öğretim sürecini bir öğretim uygulamasına dayandırması öğrencilerin geometrik düşünme yapılarının istenilen düzeye ulaştırılmasında önemli bir yere sahip olduğu söylenebilir. Bu nedenlerle ulusal ve uluslararası alanyazındaki geometrik düşünme düzeylerini geliştirmeye yönelik kullanılan öğretim uygulamalarının kullanıldığı çalışmaların detaylı incelenmesi amaçlanmıştır.

Elde edilen tüm bulguların her iki alanda karşılaştırmalı değerlendirilmesi yapılarak benzerlik ve farklılıklar ortaya konulup geniş bir van Hiele resmi ortaya konulması amaçlanmıştır.

### 1.3. Araştırma Problemleri

İlgili kısımda ortaya koyulan gerekçeler ışığında bu araştırmanın amacı, van Hiele Teorisi'ni ayrıntılı olarak tanımlamak, van Hiele Teorisi ile ilgili ulusal ve uluslararası araştırmaları sunmak, araştırmaların sonuçlarını sentezlemek ve eleştirel ve bütüncül bakış açısıyla karşılaştırmalar yapmak, van Hiele geometrik düşünme düzeylerini ölçmede kullanılan değerlendirme yöntemlerini her iki alanda da ayrıntılı bir şekilde incelemek ve teoriye dayalı olarak gerçekleştirilen öğretim uygulamalarının öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine ve teoriye olan katkılarını detaylıca sunmaktır. Bu noktada araştırmanın problem cümlesi ve araştırmanın alt problemleri ise şu şekilde belirlenmiştir:

1. Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri üzerine yürütülen çalışmalarda nasıl bir eğilim (amaç, yöntem, örneklem, veri toplama araçları, sonuçlar, öneriler bağlamında) vardır?

1.1. Türkiye'de yürütülen çalışmalarda nasıl bir eğilim vardır?

1.2. Uluslararası alanda yürütülen çalışmalarda nasıl bir eğilim vardır?

2. Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri için hangi numaralandırma sistemi ve isimlendirmeler kullanılmaktadır?

2.1. Türkiye'de kullanılan düzey isimlendirmeleri nelerdir?

2.2. Uluslararası alanyazında kullanılan düzey isimlendirmeleri nelerdir?

3. Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini ölçmeye yönelik kullanılan ölçme araçları nelerdir?

3.1. Türkiye'de kullanılan ölçme araçları nelerdir?

3.1.1. Türkiye'de en sık kullanılan ölçme aracının anlaşılabilirliğine yönelik öğretmen ve öğretmen adaylarının görüşleri nelerdir?

3.2. Uluslararası alanyazında kullanılan ölçme araçları nelerdir?

3.2.1. Uluslararası literatürde Usiskin (1982) tarafından geliştirilen teste yönelik görüşler nasıldır?

4. Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini geliştirmeye yönelik kullanılan öğretim uygulamaları nelerdir?

4.1. Türkiye'de kullanılan öğretim uygulamaları nelerdir?

4.2. Uluslararası alanyazında kullanılan öğretim uygulamaları nelerdir?

### 1.4. Araştırmanın Varsayımları

Araştırma şu varsayımlara dayalı olarak gerçekleştirilmiştir:

- ✓ Araştırmada tematik içerik analizi yapılan çalışmalara, ilgili veri tabanlarına "van Hiele", "geometrik düşünme (Geometric Thinking)" ve "van Hiele geometrik düşünme

düzeyleri (van Hiele Geometric Thinking Levels)" kelimelerinin taranması sonucunda tüm çalışmalara ulaşıldığı,

- ✓ Araştırmada incelenen çalışmaların metodolojik yapılarının güvenilir olduğu,
- ✓ Tematik içerik analizine dahil edilen çalışmaların bulgularının objektif bir şekilde araştırmaya yansıtıldığı kabul edilmiştir.

### 1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları

Araştırmanın sınırlılıkları şunlardır:

- ✓ Araştırma kapsamında tematik analize dahil edilen ulusal çalışmalar, 14 Ocak 2022 tarihine kadar Türk araştırmacılar tarafından Türkiye'de yapılan çalışmaları kapsamaktadır ve kaynakçada verilen 86 çalışmayla sınırlıdır.
- ✓ Araştırma kapsamında tematik analize dahil edilen uluslararası çalışmalarda, herhangi bir başlangıç tarihi sınırlaması yapılmamış, 02 Şubat 2022 tarihine kadar yayınlanmış olan, açık erişim olan erişilebilen ve kaynakçada verilen 81 çalışmayla sınırlıdır. Bu çalışmalardan öğretim süreçlerini herhangi bir öğretim uygulamasına dayandırması ve bu süreçleri açık ve ayrıntılı bir şekilde ele alan çalışmalar esas alınmıştır.
- ✓ Araştırma kapsamında incelenen çalışmalar van Hiele geometrik düşünme düzeyleriyle doğrudan ilişkili olan verilerle sınırlıdır.
- ✓ Araştırma kapsamında hem makale hem tez olarak yayınlanmış aynı isimli çalışmalardan yalnızca makale olarak basımı yapılan çalışmalar kullanılmıştır.
- ✓ Araştırma kapsamında incelenen çalışmaların belirlenen anahtar kelimeleri içermesi ile sınırlıdır.
- ✓ Araştırma, incelenen çalışmalardan elde edilen bulgularla sınırlandırılmıştır.

### 1.6. Tanımlar

*Van Hiele Teorisi:* Bireylerdeki geometrik düşüncenin matematiksel işlem ve kavramlardaki gibi belli düzeylerden geçtiği ifade edilmekte olup geometri eğitiminin bu düzeylere uygun olarak verilmesi gerektiğini kabul eden teoridir (Teppo, 1991, s.210).

*Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri:* Teorinin en önemli özelliği, sıralı ve hiyerarşik beş düzeyden oluşmasıdır. Hiyerarşik olan düzeylerden her biri belirli geometrik bağlamları içeren düşünme süreçlerini tanımlamaktadır (van de Walle, 2001).

*Tematik İçerik Analizi:* Belirli bir alanda aynı konuya odaklanan araştırmaları tema veya ana şablonlar (matrix/template) oluşturularak inceleme, eleştirel bir bakış açısıyla sentezleme ve yorumlamaya dayanmaktadır. Bu çalışmaların belli bir konuyu benzerlik ve farklılarına göre ele alması, farklı boyutlarını nitel olarak sentezlemesi ve daha fazla çalışmayı içermesi

bakımından öğretmenlere, uygulayıcılara ve araştırmacılara önemli bir kaynak sağlar (Çalık vd., 2005, s.31; Gül ve Sözbilir, 2015, s.38).

# 2. BÖLÜM
# KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Bu başlık altında sırasıyla van Hiele Teorisi'nin geniş bir resmini ortaya koymak için ayrıntılı literatür taramasına ve bu teorinin ilişkili olduğu kavramsal çerçevelere yer verilmiştir.

Matematik dinamik, yaşayan ve kültürel bir üründür. Sayılar ve bunların işleyişi, ilişkileri, kombinasyonları ve uzay konfigürasyonları ve yapıları, ölçümleri, dönüşümleri ve genellemeleri üzerine bir çalışmadır. Matematik, sayıların, şekillerin ve uzayın mantığı kullanılarak ve genellikle onları düzenlemek için semboller ve kurallar sistemiyle incelenmesidir (Cambridge Advanced Learner's Dictionary, 2017).

Matematik bir akıl yürütme biçimidir. Matematiksel olarak düşünmek, mantık çerçevesinde, varsayımları formüle ve test etmek, kavramları anlamlandırmak, yargılar, çıkarımlar ve sonuçlar oluşturmak ile gerekçelendirmekten geçmektedir. Fiziksel olguları tanıyıp tanımladığımızda, fenomenlerin fiziksel ve kavramsal modellerini oluşturduğumuzda, fikirleri temsil etmemize, manipüle etmemize ve fikirler üzerinde yansıtmamıza ve problemleri çözmek için prosedürler icat etmemize yardımcı olacak sembol sistemleri oluşturduğumuzda matematiksel davranışlar gösteririz (Battista, 1999).

Yaşadığımız çevre çeşitli şekil, boyut ve konumdaki nesnelerle dolu olduğundan, geometri matematik öğrenmeye başlamak için mükemmel bir kaynak olarak görülmektedir. Dolayısıyla geometrik düşüncelere doğal merakımız ve çevremizdeki geometrik formlarda dünyayı keşfetme isteğimiz çok erken yaşlarda başlar. Bu geometrik formlar doğada, çeşitli tasarımlarda ve eserlerde rahatlıkla kolay bir şekilde bulunabilir. Shaw ve Blake (1998) bu durumu, "Çocuklar uzaydaki konumlarla ve iki ve üç boyutlu nesnelerle çalışırken, formlar ve ilişkiler hakkında örtük bilgi edinirler" şeklinde ifade etmektedir. Çocuklar, bir mısır gevreği kutusunun ve bir kitap kapağının benzer şekil veya görünüme sahip olduğunu görebilir. Bu durum çocukların dikdörtgen nesnelerle ilgili bu erken tecrübeleri, sonrasında bir dikdörtgenin sahip olduğu özelliklerini ve diğer bununla bağlantılı geometrik kavram ve nesneleri anlamaları açısından yardımcı olabilir (Trafton ve LeBlanc, 1973). Ayrıca, National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]'nin (1989) belirttiği gibi, "Çocuklar doğal olarak geometriye ilgi duyarlar ve onu ilgi çekici ve motive edici bulurlar; uzaysal kapasiteleri genellikle sayısal becerilerini aşar ve bu güçlü yönlerden yararlanmak matematiğe olan ilgiyi teşvik edebilir ve sayı anlayışlarını ve becerilerini geliştirebilir" şeklinde geometrinin matematiğin doğasındaki önemine vurgu yapmıştır. Geometri, öğrencilere matematiksel düşünmenin sayılar dünyasından farklı ama onunla bağlantılı bir yönünü sunmaktadır. Bu bağlamda öğrenciler yapı, şekil, dönüşüm ve konumlara aşina olup uzamsal akıl yürütme becerilerini geliştirdikçe, sadece

uzamsal düşünme dünyalarını değil, bununla birlikte matematik, bilim, sanat ve sosyal alanlardaki diğer ilgili konuları anlamanın temellerini atmış olurlar. Bazı öğrencilerin geometrik ve uzamsal kavramlarla ilgili yetenekleri, sayısal becerilerini aşmaktadır. Öğrencilerin sahip olduğu bu güçlü yönleri, matematiğe yönelik coşkuyu beslemekte ve aynı zamanda sayı ve diğer matematiğin doğasında var olan kavramları geliştirmek ve iyileştirmek için bir bağlam sağlamaktadır (Razel ve Eylon 1991). Sonuç olarak geometri, insan iletişimine de yardımcı olan temel bir beceridir.

Geometri, ilgili kavramları, akıl yürütme becerilerini ve mekansal ortamları görselleştirmede kullanılan çok yönlü bir temsiller ağı sistemi sunmaktadır (Altun, 2005; Battista, 2007). Uzamsal becerilerin gelişimi için fırsatlar oluşturur. Uzamsal algılama ile görselleştirme ise matematik ve fende başarılı olmak için çok önemli olarak kabul edilen becerilerdir. Ayrıca geometri, düşünme becerilerinin gelişimini desteklemektedir. Son olarak geometri, bireylerin kültürel ve estetik değerlerinin gelişimine de yardımcı olmaktadır (Sherard, 1981).

Geometri, bildiğimiz şekliyle 2000 yıl önce Öklid tarafından bir sistem içinde düzenlenmiştir fakat 3000 yıl öncesinden Mısır, Hindistan ve Babil'deki çalışmalarda var olmuştur (Clark, 2012). Öğrenciler geometriyi kullanarak uzamsal becerilerini geliştirir ve aynı zamanda geometrik şekilleri ve uzayı temsil eden sistemleri nasıl analiz edeceklerini öğrenirler (van de Walle vd., 2016). Bu nedenle öğrenciler geometri öğrenme yoluyla, diğer bağlamların yanı sıra matematiksel bağlamlara da uygulanabilecek uzamsal duyu geliştirir (van de Walle vd., 2016). Gerçek yaşam problemlerine ve temel matematiğin içindeki konulara uygulanır. Dolayısıyla temel geometri bilgisi, matematik veya fen öğretimi için elzemdir, ancak aynı zamanda öğrencilerin herhangi bir kapsamlı eğitim alması da için de büyük önem arz etmektedir (Clark, 2012; van de Walle vd., 2016).

Tarihsel olarak, Öklid geometrisi, çocuğun geometrik kavramlarla ilk deneyimleri olarak kabul edilmiştir. Buna karşılık Piaget, araştırmasından çocukların ilk geometrik kavramlarının doğada daha topolojik olduğunu öne sürmüştür. (Copeland 1984; Piaget ve Inhelder 1956). Öklid geometrisi bağlamında, Piaget ve Inhelder (1956) tarafından yapılan araştırmalar genel olarak ilk aşamada yer alan çocukların basit topolojik ilişkiler kapsamında yalnızca yuvarlak şekilleri, kapalı şekilleri görünce tanıyabileceklerini veya çizebileceklerini ortaya koymuştur. İkinci aşamada ise çocuklar (ortalama 5 ile 7 yaş), geometrik şekillerin sahip olduğu temel özelliklerini veya onları oluşturan öğelerini (örneğin farklı boyutlardaki eğri ve düz çizgileri, paralelleri, bir geometrik şeklin eşit ve eşit olmayan tarafları arasındaki ilişkileri ve açıları) tanımaya başlarlar. Çocuklar üçüncü aşamaya kadar herhangi bir geometrik şeklin

zihinde bir görüntüsünü oluşturamazlar. Çünkü bunu oluşturabilmek için çocukların "tersine çevrilebilirlik" becerisine sahip olması gerekir ki bu da eylemlerin veya hareketlerin bir bütün halinde birleştirilip koordine edilebilmesi adına "sabit olan bir referans noktasına nasıl geri dönüleceğini" bilmeleri gerektiği anlamına gelmektedir. Herhangi bir geometrik şekil üzerinde alınan bir referans noktası, şekilde var olan farklı ve çeşitli ilişkilerin çocuklar tarafından kontrol edilmesine yardımcı olunur (Copeland, 1984). Piaget'nin yapmış olduğu araştırmada ayrıca, aşama I, II ve III'de çocukların sadece kendi deneyimleriyle geometrik şekilleri yeniden oluşturabileceklerini ve şekilleri tanıyabildiğini veya yeniden sunabildiğini göstermektedir. Bu nedenle, "bir geometrik şeklin soyutlanması, çocuğun eylemlerinin koordinasyonu temelinde veya en azından tamamen değil, doğrudan nesneden elde edilir" (Piaget ve Inhelder 1956, s. 43).

Piaget'in teorisinin bir başka kapsamı ve önemli ayrıntısı Hollandalı matematik eğitimcileri Pierre van Hiele ve Dina van Hiele-Geldof tarafından geliştirilmiştir (van Hiele, 1986). 1950'li yıllarının sonlarında van Hiele çifti, geometri öğreniminin ve öğretiminin temelleri olan ve van Hiele Teorisi olarak bilinen bu teoriyi geliştirmek için beraber çalışmışlardır (DeVilliers, 2003). Pegg ve Davey'e (1998) göre, Piaget'nin bilişsel gelişim teorisi geometri öğretimi yapılan sınıflarda çok fazla etki yaratmazken, van Hiele Teorisi geometri derslerinin öğretilme şeklini değiştirmiştir. Van Hiele Teorisi'nin ilgili yönü, *"*öğretim teknikleri, öğrencilerin uygulamalı etkinliklerle geometri öğrenmelerini sağlar. Öğrenciler, somut deneyimlerle birleştirildiğinde üst düzey düşünme becerilerini kazandıran (arttıran) problem çözme stratejilerini kullanırlar" (Mistretta, 2000, s. 368). Van Hiele Teorisi, öğretimin öğrencinin öğrenme düzeyinde hedeflenmesini sağlayan yapılandırmacı eğitim fikirlerini içermektedir. Ayrıca teori öğrencilerin geometride öğrenmelerinin düzeyler boyunca hiyerarşik olarak gerçekleştiği fikrini esas almaktadır. Öğretimin öğrencinin anlama düzeyine göre yapılandırılması öğrencinin daha başarılı olmasına neden olmaktadır (Choi-Koh, 1999). Van Hiele Teorisi'nin örnekleri ve klinik araştırmaları bütünüyle Öklid geometrisi üzerine inşa edilmiştir. Van Hiele 1986'da bunun nedenini; okullarda Öklid geometrisi okutulduğunu, bu nedenle Öklid-dışı geometrilerle uğraşmanın (çok soyut oldukları için) ancak teorik bir değerinin olabileceğini, pratikte ise bir anlam ifade etmediğini belirterek açıklamıştır (van Hiele, 1986).

Son yıllarda geometri alanında yaşanan değişimler net bir şekilde görülebilmektedir. Matematikte ve buna bağlı olarak geometride bakış açısı değişiklikleri ve bu alanlardaki yenilikler NCTM standartlarına dayanmaktadır. Standartlar öğretmen, öğretmen eğitimcisi ve matematik öğretim programlarının geliştiricisi konumunda bulunanlar için uygulamalarda

niteliği geliştirmede kullanılabilecek bir araç; öğretmenlerin sınıf uygulamalarını planlamada yararlanabilecekleri profesyonel bir kaynak; değerlendirme kriterleri için hedef belirleme rehberi; öğrencilerin matematikle ilgili derinlemesine bir anlayış kazanmalarını sağlamaya yardımcı bir araç olarak düşünülmektedir (Arbaugh vd., 2010; Hoffman ve Brahier, 2008).

"The new Principles and Standards for School Mathematics (NCTM 2000)" adlı uluslararası geçerliliği olan çalışmada geometri standartları içerisinde, okul öncesi eğitimden 12. sınıfa kadar, geometrik şekillerin özellikleri, yer ve uzamsal ilişkiler, dönüşüm ve simetri ve görselleştirme şeklinde dört ana alan yer almaktadır.

*Şekiller ve Özellikleri (Shapes and Their Properties):* NCTM'nin uluslararası geometri standartlarını belirlediği çalışmada, okul öncesi eğitimden 12. sınıfa kadar öğretimsel programların bütün çocukların iki ve üç boyutlu geometrik şekillerin özellikleri ve nitelikleri analiz etmeleri, geometrik ilişkiler hakkında matematiksel muhakemeler geliştirmeleri konusunda etkin olmalarını sağlamasının gerekliliği üzerinde durulmuştur (NCTM, 2000).

> Öğrenciler doğal olarak çeşitli geometrik şekilleri gözlemlemeye, tanımlamaya ve onların özelliklerini fark etmeye başlarlar. Bu şekillerin belirlenmesi önemli olarak görülse de asıl olarak şekillerin özellik ve bunların ilişkilerine odaklanma önemli olmalıdır. Örneğin, anaokulundan 2. sınıfa kadar olan öğrenciler, dört dik açıya sahip oldukları için dikdörtgenlerin döşeme için kullanılabilecek en iyi şekil olduğunu düşünebilirler. Bu düzeyde öğrenciler somut nesneleri kullanarak geometrik şekiller hakkında bilgi edinebilirler. Daha sonra, şekillerin niteliklerinin ve özelliklerinin incelenmesi daha soyut hale gelir. Daha üst sınıflarda, öğrenciler geometrik şekillerin bileşenlerine (kenar, açı gibi) ve bu şekil sınıflarının sahip olduğu özelliklerine odaklanmayı ve tartışmayı öğrenebilirler. Örneğin, çeşitli dikdörtgenlerle deney yapmak için nesneler veya dinamik geometrik yazılımlar kullanarak, 3-5. sınıflardaki öğrenciler dikdörtgenlerin her zaman birbirini ortalayan eş köşegenlere sahip olduğunu tahmin edebilmelidir. Orta sınıflarda ve lisede, eşlik ve benzerlik gibi konuları öğrenirken, öğrenciler problemleri çözmek ve varsayımları kanıtlamak için tümdengelimli akıl yürütmeyi ve daha resmi ispat tekniklerini kullanmayı öğrenmelidir. Öğrenciler her düzeyde, geometrik varsayımları ve çözümleri için onları açıklayıcı ve ikna edici açıklamalar yapmayı ve formüle etmeyi öğrenmelidir. Dolayısıyla en sonunda öğrenciler geometrik bir sistem içinde var olan ilişkileri tanımlayabilmeli, araştırıp ilgili temsilleri kullanabilmeli ve bunları mantıksal çıkarımlarla ifade edebilmeli ve nihayetinde gerekçelendirebilmelidirler. Ayrıca aksiyomların, tanımların

ve teoremlerin rolünü anlayabilmeli ve kendi ispatlarını oluşturabilmelidirler. (NCTM, 2000, s.41-42)

*Yer ve Uzamsal İlişkiler (Location and Spatial Relationships):* NCTM'nin uluslararası geometri standartlarını belirlediği çalışmada yer ve uzamsal ilişkiler kısmında, okul öncesi eğitimden 12. sınıfa kadar çocukların geometrik koordinatları ve diğer tanımlayıcı sistemleri kullanarak uzamsal ilişkileri tanımlayabilmeleri ve nesnelerin yerlerini açıkça belirtebilmeleri ifade edilmiştir (NCTM, 2000).

> Erken yaşlarda çocuklar üst, arka, yakın ve ara gibi göreceli konum kavramlarını öğrenirler. Sonralarda ise nesneleri konumlandırmak ve yatay veya dikey çizgiler boyunca noktaların arasındaki uzaklığı ölçmek için dikdörtgen ızgaralar oluşturup, kullanabilirler. Öğrencilerin bu dikdörtgen koordinat düzleminde sahip olduğu deneyimler, geometri ve cebir konularındaki daha geniş bir dizi problem çözümlerinde fayda sağlayacaktır. Orta sınıflarda, öğrenciler geometrik şekillerin özelliklerini keşfetmeye ve analiz etmeye çalışırken koordinat düzlemi yardımcı olabilir. Orta sınıflarda, haritalardaki ölçekler veya Pisagor ilişkisi kullanılarak düzlemdeki noktalar arasındaki mesafelerin bulunması önemlidir. Yine orta sınıf düzeylerinde yer alan çizgiler veya lisede yer alan dörtgenler ve daireler gibi çeşitli geometrik şekilleri analitik olarak temsil edilebilir ve böylece geometri ve cebir arasında temel bir bağlantı kurulabilir. Öğrenciler, geometri problemlerini analiz etmek ve aynı zamanda çeşitli görsel ve koordinat temsillerini kullanıp uygulama yapma konusunda deneyim kazanmalıdır. Örneğin, ilköğretim sınıflarında, sayı doğrusunda tam sayı toplamanın bir yorumu gösterilebilir. Daha sonraki yıllarda, öğrenciler matematikte var olan diğer sayı sistemleriyle işlemler yapabilmek ve temsil etmek için sayı doğrusunu kullanabilirler. Hatta öğrenciler çarpma işlemlerini 3-5. sınıflarda yapabilmek için ızgaralar ve dizilerin yardımıyla anlamalarında yardımcı olarak kullanılabilir. Daha sonra, daha karmaşık problemler düşünülebilir. Örneğin, bir ambulansın toplumdaki herhangi bir yerden yeni bir hastaneye ulaşmak için kat etmesi gereken mesafeyi en aza indirmeye çalışırken, orta sınıftaki öğrenciler sokaklarda ölçülen mesafeleri kullanabilirler. Liseye gelindiğinde ise öğrencilerden herhangi iki şehir arasındaki en kısa uçak rotasını bulmaları ve harita yardımıyla sonuçları küre kullanarak karşılaştırmaları istenebilir. Ayrıca öğrencilerden araba yolculuğunun birkaç şehre olan uzaklıklarını en kısa mesafeye indirgemeleri bekleniyorsa, kenar-köşe grafikleri kullanmaları beklenebilir. Lise öğrencileri, hem problemleri çözmek hem de sonuçlarını kanıtlamak için Kartezyen koordinat sistemini kullanmalıdır. (NCTM, 2000, s.42)

*Dönüşümler ve Simetri (Transformations and Symmetry):* NCTM'nin uluslararası geometri standartlarını belirlediği çalışmada dönüşümler ve simetri alanında, okul öncesi eğitimden 12 sınıfa kadar çocukların matematiksel anlamda analiz yapabilmeleri için şekilleri döndürme uygulamalarını ve simetriyi kullanmaları vurgulanmaktadır.

> Okula yeni başlayan küçük çocuklar geometrik şekillerin nasıl hareket ettirilebileceğine dair sezgilerle doludur. Öğrenciler, aynaları, kağıt katlamayı ve izlemeyi kullanarak kaydırma, çevirme ve dönüş gibi hareketleri keşfedebilirler. Dolayısıyla sonrasında, öğrencilerden dönüşüm konusu hakkındaki bilgileri daha sistematik ve resmi hale gelmesi beklenir. Bu nedenle 3-5. sınıflarda öğrenciler dönüşümlerin etkilerini araştırabilir ve bunları matematiksel ifadeler kullanarak açıklamaya başlayabilirler. Dinamik geometri yazılımını kullanarak, bir dönüşümü tanımlamak için gerekenleri öğrenmeye başlayabilirler. Orta sınıflarda öğrenciler, ötelemeler, döndürmeler ve yansımalar gibi bir dönüşümün mesafeyi korumanın ne anlama geldiğini anlamayı öğrenmelidir. Lise öğrencileri ise fonksiyonların gösteriminin yanında, koordinat düzleminde geometrik şekillerin nasıl dönüştürüldüğünü belirlemek için matrisler kullanmak da dahil olmak üzere, dönüşümleri matematiksel terimlerle ifade etmenin birden çok yolunu öğrenmelidir. Tüm sınıf düzeylerinde, simetrinin uygun şekilde değerlendirilmesi, matematiğe, sanata ve estetiğe ilişkin içgörüler sağlar. (NCTM, 2000, s.43)

*Gözünde Canlandırma-Görselleştirme (Visualization):* NCTM'nin uluslararası geometri standartlarını belirlediği çalışmada gözünde canlandırma-görselleştirme alanında, okul öncesi eğitimden 12. sınıfa kadar çocukların gözünde canlandırmayı, uzamsal mantığı ve geometrik modellemeyi kullanıp problemleri çözmeleri ifade edilmiştir.

> Öğrenciler okulun ilk yıllarından itibaren çeşitli geometrik nesnelerle uygulamalı deneyimler yoluna gitmeli ve iki ve üç boyutlu nesnelerle çeşitli dönme ve yansıma hareketleri yapmalarına imkan sağlayan teknoloji kullanımıyla görselleştirme becerilerini geliştirmelidir. Çünkü daha sonralarda, geometrik nesnelerin perspektif görünümlerini analiz etme ve çizme, nesnelerin bileşen parçalarını sayma ve çıkarım yapılabilecek nitelikte olanları tanımlama konusunda esnek hale gelmelidirler. Öğrencilerin eşlik, benzerlik ve dönüşümler hakkındaki anlayışlarını geliştirirken nesnelerin konumunu, yönünü ve boyutunu sistematik yollarla fiziksel ve zihinsel olarak değiştirmeyi öğrenmeleri gerekir. Uzamsal görselleştirmenin farklı bir yönü, iki ve üç boyutlu geometrik şekiller ve bunların görsel temsilleri arasında doğrusal hareket etmeyi içerir. İlkokul öğrencileri, belirli ağların belirli katılarla eşleşip eşleşmediğini

> tahmin etmeyi öğrenmeye yönelik bir adım olarak, blokları ağlara (genellikle kağıttan yapılmış, üç boyutlu nesneler oluşturmak üzere katlanabilen iki boyutlu şekiller) sarabilirler. Orta sınıflarda, geometrik nesnelerin yan veya üst görünümlerini tahmin edebilmeli, yorumlayabilmeli ve oluşturabilmelidirler. 3-5. sınıflarda öğrenciler, her iki koşulu sağlayan birden fazla yapı inşa etmenin mümkün olup olmadığını belirleyebilirler. Ortaokul öğrencilerinden geometrik yapıların inşası için gereken minimum blok sayılarını bulmaları istenebilir. Lise öğrencileri, geometrik yapıların ve bir dizi geometrik katı şekillerin diğer kesitlerini görselleştirebilmeli ve onları çizebilmelidir. (NCTM, 2000, s.43)

Yukarıda ayrıntılı olarak tanımlanan dört içerik birbiriyle ilişkilidir ve geometri öğretiminde bu içeriklerin etkileşimli olarak ele alınması önem arz etmektedir. Ayrıca her bir içerik kapsamında öğrencilerin kavramlar arasında ilişkileri araştırdığı, geometrik yapıların özelliklerine yönelik çıkarımlar yaptığı ve bu çıkarımların doğruluğunu gösterdiği düşünme süreçleri geometri öğretiminin temel süreçleri arasındadır (NCTM, 2000). Çünkü bu süreçlerin ortaya çıkarılması öğrencilerin geometrik düşünme süreçlerinin gelişiminde kritik bir öneme sahiptir (Battista, 2007; Jones vd., 2012)

## 2.1. Geometri Öğretimi ve Geometrik Düşünme

İnsanın gündelik yaşamında, mesleğini ya da işini yürütürken kullandığı eşya ve varlıkların çoğu geometrik şekil ve cisimlerdir. Bunları etkili bir şekilde kullanabilmek için bu eşyaların özelliklerini çok iyi tanımak, şekli ve görevi arasındaki ilişkileri tam olarak kavramak gerekmektedir. Ayrıca günlük yaşamda insanların karşılaştıkları bazı basit problemlerde (çevre düzenleme, duvar kağıdı kaplama, model üretme vb.) temel geometrik beceriler gerekmekle beraber bunların gelişimi de geometrik düşüncelerden beslenir. Bu nedenle geometri öğretimi tüm sınıf düzeylerinde var olması gereken geniş bir şerittir (Altun, 2018). Dolayısıyla geometri konu alanı da ilkokuldan ortaöğretime kadar okul matematiğinin her sınıf düzeyinde diğer konu alanlarıyla ilişkili biçimde öğretim programlarında yer almaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2009; 2013a; 2013b; NCTM, 2000). Geometri öğretiminin genel amacı öğrencinin kendi fiziksel dünyasını, çevresini, evreni açıklamada ve problem çözme sürecinde geometriyi kullanabilmesi şeklinde ifade edilmektedir (Baki, 2001).

Okul matematiğinde ölçü-dışı geometri ve ölçüsel geometri iç içedir. Ölçü-dışı geometri tanım, teorem, aksiyom ve geometrik yerleri ele alırken ölçüsel geometri cisim ve şekiller üzerinde yapılan ölçümlerle ilgili hesaplamaları ele almaktadır (Baki, 2019). Ancak mevcut matematik programlarında okutulan Öklid geometrisi öğrencinin çevresini anlamasına, yaşadığı çevre ile ilişki kurmasına yeterince yardım edememektedir (Baki, 2001).

Yapılan araştırmalar, matematiğin diğer dallarında olduğu gibi geometride de öğrencilerin farklı düşünme biçimlerine ve farklı anlama düzeylerine sahip olduğunu ortaya koymaktadır (Baki, 2019). Bu nedenle farklı geometri öğretme ve öğrenme kuramlarına ihtiyaç vardır.

**2.1.1. Geometrik Düşünmenin Geliştirilmesi Üzerine Teoriler:** 20. yüzyılın başlarından bu yana geometrinin gelecek nesillere aktarılma ihtiyacı dolayısıyla geometri öğrenme ve öğretme süreçlerinin daha da zenginleştirilmesi amacıyla çok fazla sayıda araştırma yapılarak geometrik düşüncenin doğası ve nasıl geliştirilebileceğine yönelik sonuçlar açıklanmaya çalışılmıştır (Fujita vd., 2004). Yapılan bu araştırmalar geometri öğretiminde de eğitimcilere ışık tutmaktadır (Driscroll, 2007; Duval, 1998; Fischbein, 1993; Hoffer, 1981; Piaget, 1967; van Hiele 1957). Geometrik düşünmenin gelişimi ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde temelde 2 önemli teorinin öne çıktığı görülmektedir. Bunlar Piaget ve arkadaşlarının (Piaget ve Inhelder, 1956; Piaget vd., 1964) ve van Hiele (1986)'nin yaptığı çalışmalarda ortaya attığı teorilerdir. Farklı kavramsal çerçevelere dayalı olarak incelenen geometrik düşünme düzeylerini anlamlandırmaya yardımcı olan teoriler de vardır (Driscoll vd., 2007; Duval, 1988; Fischbein, 1993).

Driscoll vd. (2007), geometrinin öğrenimi sırasında öne çıkan üretken düşünme yollarını modelledikleri yeni bir kuramsal çerçeve geliştirmişlerdir. Ortaokul düzeyindeki öğrencilerin geometri problemlerini çözerken gerçekleştirdikleri akıl yürütme süreçlerinin detaylı olarak incelenmesiyle modellenen zihnin geometrik alışkanlıkları (ZGA), matematik öğretmenlerine bu süreçlerin gelişimi için uygun öğrenme ortamlarını tasarlamalarını önermektedir (Bozkurt ve Koç, 2016; Driscoll vd., 2007; Driscoll vd., 2008; Özen, 2015). Fischbein (1993) geometrik şekilleri diğer şekillerin zihinsel kategorisinden farklı tutarak şekilsel kavram teorisini ileri sürmüştür. Duval (1988) ise bir geometrik şeklin kavrama türlerini dörde ayırarak geometrik muhakemenin bilişsel analizini ileri sürmüştür. Bu noktada matematiksel nesneler ve onların temsilleri arasında karmaşa yaşanmaması geometride anlamlandırmayı sağlayan en önemli faktörlerden biri olarak ele alınmaktadır (Duval, 1999).

*2.1.1.1. Zihnin Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Kuramı:* Driscoll ve arkadaşlarının (2007) yaptıkları çalışma sonucunda geliştirilen ZGA, zihnin matematiksel alışkanlıklarıyla ilgili yapılmış önceki çalışmalarının ışığında, çocuklarda geometrik düşünmenin geliştirilmesi projesi bağlamında tasarlanan ve özelinde geometrik düşünme yollarının nasıl verimli olacağını vurgulayan kuramsal çerçevedir.

ZGA çatısı altında dört önemli düşünme süreci tanımlamıştır: İlişkilendirme, Genelleme, Değişmezleri araştırma ve Keşif ve yansıtma'dır (Driscoll vd., 2008). Birbiriyle

ilişkili bu dört geometrik alışkanlığın oluşturduğu çatı üzerinde araştırma yapanlar oluşturdukları bu çatının geometrik düşünme süreçlerine yönelik perspektif oluşturduğunu dile getirmişlerdir (Driscoll vd., 2008). ZGA'nın teorik çatısı, geometrik problemlerin etkili çözüm yollarını içeren yapısı ile öğretmenlerin öğrencilerin geometri problemlerini çözme sürecinde düşüncelerini tahmin etmelerine ve süreç bağlamında değerlendirme yapmalarına yardımcı olmaktadır. Yapı, geometrik düşünmenin belirlenmesi üzerine yapılan kanıtlara odaklanmaktadır (Driscoll vd., 2008; Koç ve Bozkurt, 2012).

*2.1.1.2.Fischbein'in Geometrik Şekillerin Kavramlaştırılması Kuramı*: Tüm bilişsel kuramlarda, şemalar ve kavramlar zihinsel varlıkların iki temel kategorisi olarak kabul edilmektedir. Fischbein (1993), geometrik düşünmeyi veya kavramsallaştırmayı kavram ile imge arasındaki eş zamanlı etkileşimin oluşturduğunu savunmaktadır.

Fischbein'e (1993) göre, geometrik nesnelerle ilgili imge ve kavramlar ayrı olarak ortaya çıkmamakta, bir arada var olmakta ve aynı özelliklere sahip olan kavramlaştırma eş zamanda ortaya çıkmaktadır. Örneğin geometrideki çember kavramının gerçek anlamı, bizlerin akıl yürütmesine bağlı olarak tamamiyle formal tanıma indirgenemez. Bu, tamamen tanımlama tarafından kontrol edilen bir şemadır. Uzamsal şemaların bu türleri olmadan, geometri matematiğin bir dalı olarak var olamaz. "Şekil" terimi belirsizdir ve çok çeşitli anlamlar ifade edebilir. Genel olarak bir şekil belirli bir yapıya, şekle ya da "Gestalt"a sahiptir. Geometrik şekillerin bu betimlemelerine ek olarak bazı özelliklerinin eklenmesi gerekir:

- ✓ Geometrik şekil, zihinsel bir şemadır, şemanın özellikleri tamamen tanımlama ile kontrol edilir;
- ✓ Çizim geometrik şeklin kendisi değildir ancak grafiği, somutlaştırılması ya da maddesel olarak düzenlenmesidir;
- ✓ Geometrik bir şeklin zihinsel şeması genellikle maddesel modelinin temsilidir.

Geometrik şekil fikirsel olarak, soyut, idealleştirilmiş, şekilsel varlığı sadeleştirilmiş, tanıma tamamen uygun olan halidir. Sonuç olarak kavram ve imge ikilisi ile gerçekleşen muhakeme, anlamlaştırma veya kavramlaştırma öğrencilere geometrik problemlerin çözümünde ve önermelerin ispatlanmasında yardımcı olmaktadır. Fakat bu süreç öğrencilerin muhakemesinde şeklin kontrolünde gerçekleşiyorsa öğrenciler problem çözme ve kanıtlama süreçlerinde zorlanmaktadırlar (Baki, 2019).

*2.1.1.3. Duval'in Geometrik Düşünme ile İlgili Bilişsel Modeli:* Fischbein'in kuramındaki geometrik kavramsallaştırma sürecindeki imge-kavram eş zamanlı birlikteliğine karşı duruşuyla Fransız psikolog Duval (1998) geometriye bilişsel ve algısal bakış açısıyla yaklaşmıştır. Duval geometrik düşünme sürecini bilişsel ve algısal süreçler olmak üzere iki boyutta açıklamaktadır.

Duval'a (1998) göre, geometrik düşünme üç tür bilişsel süreç içermektedir. Bu süreçler aşağıdaki gibidir:

- ✓ *Görselleştirme süreci (Visualisation processes):* Geometrik yapıların görsel temsili üzerinde düşünme ya da karmaşık geometrik bir duruma sezgisel çıkarımlarla ulaşma,
- ✓ *Oluşum süreci (Construction processes):* Geometrik yapıların bilinen özellklerden yola çıkarak uygun araçların kullanımı,
- ✓ *Akıl yürütme (Reasoning processes):* Özellikle kanıtlar, açıklamalar ve bilginin gelişmesi için söylem/ifade süreçlerini içermektedir.

Duval (1998), geometri öğreniminde geometrik düşünme yetkinliğini bu süreçlerin ortaya konmasının arttırdığını savunurken; başka bir çalışmasında öğrencilerin geometrik bir yapıyı incelerken 4 farklı kavrama biçimini ortaya koyduklarını belirtmiştir (Duval, 1995). Bunlar;

- ✓ *Algısal kavrama (Perceptual apprehension):* Öğrencinin geometrik şekille ilk karşılaştığında neyin fark edilip edilmediği ile ilgili kavrayış olarak açıklanmaktadır.
- ✓ *Sıralı kavrama (Sequential apprehension):* Öğrencinin bir geometrik şeklin oluşturulması ya da yapısının tanımlanmasında bu süreci nasıl açıkladığı esnasında kullanılır.
- ✓ *Söylemsel kavrama (Discursive apprehension):* Algısal farkındalık söylemsel ifadelere dayanmaktadır. Herhangi bir geometrik şeklin algısal kavramayla farkedilemeyen özelliklerin ortaya çıkarılmasını ve bu özelliklerin teorem, tanım ve aksiyomlara bağlı olarak incelenmesini ve çıkarım yapılarak yeni özelliklere ulaşılabilmesini ifade etmektedir.
- ✓ *İşlevsel kavrama (Operative apprehension):* Geometrik bir şeklin bilindik parçalara ayrılması ya daha büyük bir şekle genişletilmesi ya da duruşunun değiştirilmesi gibi çeşitli yollarla dönüştürülüp değiştirilmesine ilişkin kavrayışları kapsamaktadır. Burada bir problemin çözümüne yönelik fikirlerin oluştuğu şekillerle ilgili fiziksel ve zihinsel işlemleri içermektedir.

Geometrik düşünmenin gelişimini anlamaya ve açıklamaya çalışan Duval'a (2006) göre, geometrik düşünme ve problem çözme etkinlikleri bu kavramaların etkileşimli gerçekleşmesine bağlıdır.

İlk olarak 1989 yılında geliştirilen ve geometri programlarının temeli olarak görülebilecek NCTM standartlarının oluşturulmasında çeşitli yaklaşım ve modellerin etkisi görülmüştür. NCTM ile geometri alanının geliştirilmesinde "van Hiele Teorisi" esas alınmıştır (Choi-Koh, 1999; NCTM, 2000).

*2.1.1.4.Van Hiele Geometri Düşünme Teorisi:* Van Hiele Teorisi'nin kökeni Hollandalı bir çift olan Pierre van Hiele ve Dina van Hiele-Geldof'tan gelmektedir. Van Hiele çifti kendi sınıflarında geometri öğretiminde zorluklar yaşayan matematik eğitimcileriydi. Bu çift uzun yıllar boyunca öğretmenlik deneyimlerinde, hayal kırıklığı ile öğrencilerinin geometri öğrenmede yaşadıkları zorlukları görmüşlerdir (Clements, 2004). Van Hiele'ler, sınıf gözlemlerine dayanarak, öğrencilerin geometrik kavramlar hakkında çeşitli akıl yürütme düzeylerinden geçtikleri sonucuna varmıştır (Shaughnessy ve Burger, 1985; van Hiele, 1957). Bu gözlem onları daha fazla araştırma yapmaya teşvik etmiş ve böylece 1957'de Utrecht Üniversitesi'ndeki doktora tezlerinin odak noktası haline gelmiştir (Usiskin, 1982). Çiftin eş zamanlı yürüttükleri tezlerinin amacı, geometrik düşüncenin ilerde van Hiele düzeyleri olarak anılacak olan ve geometride öğrencinin düşünmesini düzeylere göre sınıflandırmaya olanak sağlayacak olmasıdır. Araştırmalarında, her biri düzeylere farklı bir açıdan bakmıştır. Teorinin geliştirilmesinden ve düzeylerin daha detaylı tanımlanmasından Pierre van Hiele sorumluyken, diğer yandan eşi Dina van Hiele-Geldof, çocuklara düzeylerde ilerlemelerinde nasıl yardımcı olunacağına dair bir öğretim perspektifinden bir açıklama bulmaya çalışmış ve her düzeyde beş öğretim aşaması tanımlamıştır (Lawrie ve Pegg, 1997).

Sovyetler 1960'larda van Hiele Teorisi üzerine araştırma yapmış ve bulgularını müfredatlarına entegre etmiştir. Van Hiele Teorisi, Rus matematikçi Izaak Wirszup tarafından 1974'te Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi'nin Kapanış Genel Oturumları'nda "Some Breakthroughs in the Psychology of Learning and Teaching Geometry" adlı bir konferansta tanıtılmıştır (van Hiele, 1959; 1986; Wirszup, 1976). Hemen hemen aynı zamanlarda, van Hiele'lerin Utrecht Üniversitesi'nden profesörü Hans Freudenthal, kitabı Mathematics as an Educational Task'da (1973) van Hiele'lerin çalışmalarına dikkat çekmiştir.

Amerika Birleşik Devletleri'nde, Ulusal Bilim Vakfı'ndan alınan hibe ile teorinin değişik yönlerini incelemek üzere üç büyük proje desteklenmiştir (Burger ve Shaughnessy 1986; Fuys vd., 1985; Usiskin 1982). Bu projeler; Burger ve Shaughnessy (1986) tarafından yönetilen Oregon projesi; Fuys ve diğerleri (1985) tarafından yönetilen Brooklyn projesi ve

Zalman Usiskin (1982) tarafından yönetilen Chicago projesi'dir. Projelerin her birinin farklı bir amacı ve farklı konuları vardır. Fakat her birinin bulguları van Hiele Teorisi'nin yönlerini bilgilendirmeye, detaylandırmaya ve yeniden tanımlamaya yardımcı olmuştur.

Oregon projesi, ilkokul, ortaokul ve lise sınıflarında yer alan çocukların geometrik düşüncesini tanımlamak ve van Hiele düzeylerinin etkili olup olmadığını tespit etmek için klinik mülakatlar kullanarak bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmada kapsamında aşağıda yer alan problemler detaylıca incelenmiştir (Burger ve Shaughnessy, 1986):

- ✓ Öğrencilerin geometri ile ilgili düşünme süreçlerinin açıklanmasında van Hiele düzeyleri etkili midir?
- ✓ Van Hiele düzeyleri, öğrenen davranışı ile operasyonel olarak karakterize edilebilir mi?
- ✓ Geometride öğrencilerin baskın olan akıl yürütme düzeylerini ortaya çıkarabilmek için bir görüşme prosedürü geliştirilebilir mi?

Brooklyn çalışması, teorinin öğrencilerin geometriyi nasıl öğrendiklerini ve modelin bir Amerikan müfredatı ve ortamı bağlamında nasıl yorumlanabileceğini açıklamada yararlı olup olmadığını belirlemeye çalışmıştır. Ayrıca, öğretimin öğrencinin baskın van Hiele düzeyleri üzerindeki etkilerinin araştırılmasını da içermektedir (Fuys vd., 1985).

Chicago projesinin amacı, van Hiele Teorisi'nin ortaokul geometrisinde yer alan öğrencilerin geometri performansını tanımlama ve tahmin etme yeteneğini test etmektir (Usiskin, 1982).

Yukarıda bahsedilen bu üç çalışma geniş çapta yankı uyandırmıştır. Bu çalışmalardan sonra, Amerika Birleşik Devletleri'nde van Hiele'lerin araştırmalarını kullanan çok sayıda başka çalışmalar yapılmıştır (Crowley, 1987; Mayberry, 1983; Senk, 1983; 1989). Uluslararası alanda Hollanda ve daha sonra Güney Afrika'da Micheal de Villiers, geometri müfredatının kapsamını geliştirmek için van Hiele Teorisi'nin ilkelerini kullanırken (de Villiers, 1996), Angel Gutierrez ve Adele Jaime ve İspanya'daki öğrencilerin ve John Pegg Avustralya'daki öğrencilerin geometride öğrenme süreçlerini detaylı olarak incelemek adına teoriden faydalanmışlardır (örneğin, Gutierrez vd., 1991; Gutierrez, 1992; Lawrie vd., 2000).

Bu projelerden biri kapsamında özellikle çiftin tezleri İngilizce'ye çevirileriyle zenginleştirilmiştir (Fuys vd., 1985). Bunun ardından Pierre van Hiele 1986 yılında yayınlanan Yapı ve İçgörü (Structure and Insight) kitabında farklı matematik konularının yanı sıra geomerik düşünme modelini de irdelemiş ve bu kitapla kendi kaleminden uluslararası literatüre tanıtmıştır. Bu tarihlerden sonra teori öğrencilerin geometriyi nasıl anladıklarını açıklamada genel kabul görmüştür. Van Hiele Teorisi orijinalinde düzlem geometrisi kullanılarak

geliştirilmiş olsa da üç boyutlu geometriye de uygulamaları yapılmıştır (Gray, 1999; Guillen, 1996; Gutierrez, 1992; Lawrie vd., 2000; 2002; Owens, 1999; Saads ve Davis, 1997).

Matematik eğitimindeki araştırmacılar arasında büyük bir ilgi odağı haline gelen van Hiele Teorisi iki bölümden oluşmaktadır:

- ✓ Birincisi, "düşünme düzeyleri", öğrencinin geometride kullanabildiği düşünme yollarının bir tanımıdır. Van Hiele Teorisi, bir öğrencinin öğrenme sürecinde çeşitli mantık yürütme düzeylerinde ilerleyebileceğini belirtir. Van Hiele Teorisi için temel öğretim kaygısı, bir düzeyden sonraki düzeye ilerlemedir; bu ilerleme öğretilemez, ancak yapılan öğretimin türüne büyük ölçüde bağlıdır.
- ✓ Van Hiele Teorisi'nin ikinci bölümü olan "öğrenmenin aşamaları", öğrencilerin mevcut düşünme düzeylerinden bir sonraki düzeye geçmelerini kolaylaştırmak ve teşvik etmek için öğretmenlere geometri öğretiminin nasıl organize edileceğine dair bir öneridir (Gutiérrez,1992).

2.1.1.4.1. *Van Hiele Teorisi'nin Bileşenleri:* Van Hiele Teorisi'nin parçası olan bir dizi bileşen vardır (Usiskin, 1982; Volmink, 1988). Beş anlama düzeyinden, her düzeyin davranışsal özelliklerinden, öğrenmenin aşamalarından ve teorinin özelliklerinden oluşmaktadır. Her biri aşağıda daha ayrıntılı olarak tartışılacaktır.

2.1.1.4.2. *Van Hiele Düzey İsimlendirmeleri ve Düzey Açıklamaları:* Van Hiele'nin 1986 yılından önce yazılan tez ve makalelerinde geometrik düşünme düzeyleri için şekillerin sınıflandırılması esas alınmış ve herhangi bir isimlendirme yapılmamıştır. Van Hiele düzeylerini ilk isimlendiren Hoffer (1981), düzey isimlendirmelerini 1'den 5'e kadar sırasıyla "Recognition", "Analysis", "Ordering", "Deduction" ve "Rigor" şeklinde ifade etmiştir. Bu isimlendirmelerden sonra van Hiele (1986) beş düşünme düzeyinden "Visual Level", "Descriptive Level", "Theoretical Level", "Formal Logic Level" ve "The Nature of Logical Laws Level" olarak bahsetmiş ve bu sınıflandırmanın teorinin matematiksel yapısına uygun olduğunu ifade etmiştir (van Hiele, 1986). Daha sonra yayınlanan bir makalesinde ise "Theoretical Level yerine Informal Deduction" adını kullandığı görülmüştür (van Hiele, 1999). Ayrıca yapılan çalışmalarda, öğrenciler kavramları yeterli düzeyde tanımlayamadıkları için (Mayberry 1983; Senk 1989; Usiskin 1982), van Hiele tarafından belirlenen düzeylerin altında bir düzeyin olabileceği vurgulanmıştır. Nitekim van Hiele'nin bahsettiği düzeyin daha altında

ilkel düşüncenin varlığını ortaya koyan araştırmalar vardır ve Clements ve Battista (1992) bu beş düzeyden önce "Pre-Recognition" düzeyinin varlığını tanımlamaktadır.

*"Pre-Recognition":* Bu düzeyde öğrenci geometrik şekilleri algılar, ancak pek çok yaygın şekli tanımlayamaz. Ayrıca aynı şekil sınıfındaki birçok ortak şekil arasında ayrım yapamazlar (Clements vd., 1999). Bununla birlikte kare ve çember gibi yuvarlak ve köşeli şekilleri ayırt edebilirler. Ancak kare ve üçgeni ayırt edemezler.

*"The Visual Level":* Bu düzeyde öğrenciler geometrik şekilleri bütünsel görünümleriyle tanırlar. Yani geometrik şekillerin, parçalardan meydana geldiğini ya da özelliklerini fark etmezler sadece şekillerin fiziksel görünümleriyle ilgilenirler. Bu düzeyde öğrenciler şekilleri genel görsel özelliklerine dayanarak tanır ve adlandırırlar. Şekilleri benzerliklerine göre değerlendirip, benzer görünen şekil gruplarını sıralayabilirler (Fuys vd., 1988).

Örneğin, bu düzeyde yer alan bir öğrenci üçgeni "palyaço şapkası" olarak tanımlayabilir fakat üçgenin yönü değiştirildiğinde bu kez palyaço şapkasına benzetemeyebilir (Cathcart vd., 2000). Şekil 1a. öğrenciler için üçgen iken ki bunu palyaço şapkasına benzediği için tanımaktadır. Aynı üçgenin duruş yönü değiştiğinde şekil 1b.'deki gibi şeklin üçgen olduğunu düşünemez.

**Şekil 1**

*Ters ve Düz Üçgenler*



*1a.* *1b.*

Örneğin, Şekil 2'deki geometrik şekiller verildiğinde, bu düzeydeki bir öğrenci (a)'da kareler ve (b)'de dikdörtgenler olduğunu fark edebilir, çünkü bunlar daha önce karşılaşılan kareler ve dikdörtgenlere benzer şekildedir. Ancak şekillerin sahip oldukları özellikleri kendiliğinden anlatamazlar (Crowley, 1987).

**Şekil 2**

*Kare ve dikdörtgen grupları*



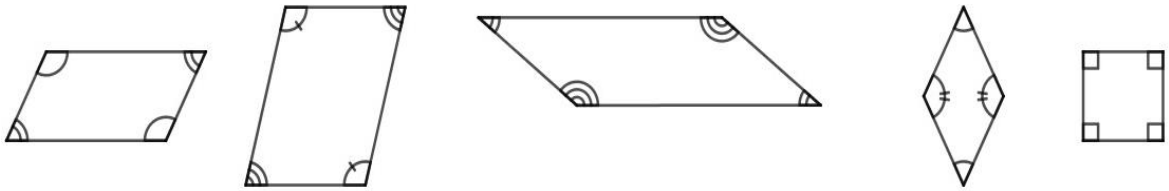
(a) (b)

*Kaynak: Crowley, 1987.*

Örneğin, aşağıdaki gibi paralelkenarlar verildiğinde öğrenci paralelkenarın açılarını ölçebilir (Fuys, 1985).

**Şekil 3**

*Paralelkenar grupları*



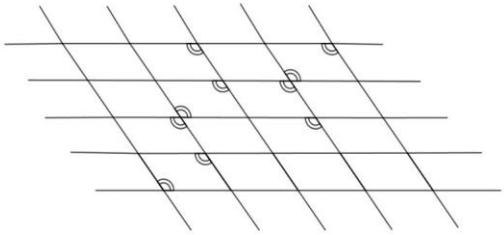
*Kaynak: Fuys, 1985.*

*"The Descriptive Level":* Bu düzeyde öğrenciler geometrik şekillerin parçalarını ve bu parçaların arasındaki ilişkileri analiz eder. Öğrenciler deneysel olarak (örn; katlayarak, ölçerek, bir ızgara veya diyagram kullanarak) bir şekil sınıfının özelliklerini / kurallarını keşfeder ancak sınıflar arası hiyerarşik ilişkiyi kuramazlar (Fuys vd., 1988).

Örneğin, öğrencilerin çeşitli paralelkenarlar ile çalıştıktan sonra Şekil 4'teki gibi bir paralelkenar ızgarası verildiğinde, eşit açıları renklendirerek paralelkenarların karşılıklı açılarının eşit olduğu düşüncesine ulaşması sağlanabilir. Bu türden etkinliklerin paralelkenarın alt sınıfı olan kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenle yapılmasından sonra, öğrenciler paralelkenarlar sınıfı için genellemeler yapabilirler. Ancak şekillerin özellikleri arasındaki ilişkiler bu düzeydeki öğrenciler tarafından henüz açıklanamamaktadır.

**Şekil 4**

*Paralelkenar ızgarasında karşılıklı açıların eşit olduğunu göstermeye yönelik etkinlik örneği*

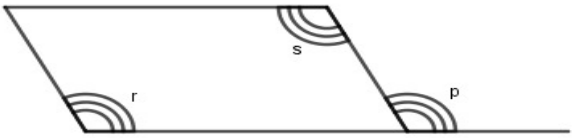


*Kaynak: Fuys vd., 1988.*

*"The Theoretical Level (The Informal Deduction Level)":* Bu düzeyde öğrenciler, hem şekillerin kendi özellikleri arasında (örneğin, bir dörtgende, karşılıklı kenarların paralel olması karşılıklı açılarının da eşit olmasını gerektirir) hem de şekil sınıfları arasında (kare bir dikdörtgendir çünkü bir dikdörtgenin tüm özelliklerine sahiptir) bağ kurabilirler (Crowley, 1987). Ayrıca öğrenciler bir şekli tanımlamak için uzun uzun özelliklerinden bahsetmek yerine yeter ve gerek şartları söyleyerek kısa bir tanım yapabilirler. Bu düzeyde öğrenciler informal düşüncelerden hareketle mantıksal ilişkiler kurabilirler. Geometrik bir ispatı takip edebilirler fakat kendileri ispat yapamazlar (Fuys vd., 1988).

**Şekil 5**

*Paralelkenarda karşılıklı açıların eşit olduğunu göstermeye yönelik etkinlik örneği*



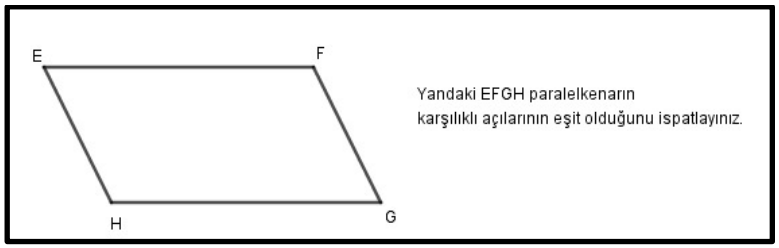

*Kaynak: Fuys, 1985.*

Örneğin, bu düzeyde öğrencilere Şekil 5'teki gibi bir paralelkenar verip karşıt açıların neden eşit olduğu hakkında bir informal argüman ortaya koyması beklenebilir (Fuys, 1985).

*"Formal Logic":* Bu düzeyde öğrenciler aksiyomatik bir sistem içinde kendi kendilerine ispat yapabilirler. Öğrenciler geometriyi konu alan ispat çalışmalarında aksiyomları, postülatları, tanımları ve teoremleri kullanabilir. Gerek ve yeter koşulları belirleyip bunları sonuç çıkarma ve ispat yapmada kullanabilir. Ayrıca teoremlerden ve ispatlanmış aksiyomlardan yararlanarak tümdengelim yoluyla farklı teoremleri ispatlayabilirler. Bu düzeye erişmiş öğrenciler için geometrik şekil özellikleri, cisim ve şekilden bağımsız bir yapı şeklindedir (Hoffer, 1981).

**Şekil 6**

*Paralelkenar ispat örneği*




*Kaynak: Fuys, 1985.*

Örneğin, öğrenci aksiyomları, tanımları veya daha önce kanıtlanmış teoremleri kullanarak yukarıda verilen ispatı yapabilmek için tümdengelimli argüman verir (Fuys, 1985).

*"The Nature of Logical Laws":* Bu düzeyde öğrenciler çeşitli aksiyomatik sistemlerin arasındaki ilişkileri ve farklılıkları tespit eder. Öklid ve Öklid dışı geometriyi kavrarlar ve Öklid geometrisinin aksiyom, teorem ve tanımlarını Öklid dışı geometride yorumlayıp, bu tanımlar ile ilgili uygulamalar gerçekleştirebilirler. (Hoffer, 1981). Belli bir geometrik sisteme bir aksiyom eklemenin veya çıkarmanın etkisini tanımlayabilirler (Vojkuvkova, 2012).

Örneğin, öğrenci Öklid dışı hiperbolik bir geometride paralel doğruları, paralelkenarları ve açıları inceler ve tümdengelimli teoremler oluşturur.

**Tablo 1**

*Düzeylerin Açıklamaları, Belirleyicileri ve Örnek Öğrenci Yanıtları*

| **Düzey 0 Tanımlayıcıları** | **Düzey 0'a Örnek Öğrenci Yanıtları** |
|---|---|
| 1. Bir şeklin örneklerini bir bütün olarak görünümüyle tanımlar<br>a. basit bir çizimde, şemada veya bir dizi kesitte.<br>b. farklı pozisyonlarda.<br>c. bir şekilde veya diğer daha karmaşık konfigürasyonlarda. | 1a. Öğrenci kareleri bir dizi kesme şekil veya çizim arasından tanır.<br>1b. Öğrenci açıları, dikdörtgenleri ve üçgenleri bir fotoğrafta farklı durumlarda ya da bir diyagram sayfasında gösterir.<br>1c. Öğrenci ikizkenar yamukta dik açıları gösterir. Öğrenci grid üzerinde şekilleri bulur (Örn: açılar, paralel kenarlar, merdivenler). |
| 2. bir şekil oluşturur, çizer veya kopyalar. | 2. Öğrenci D-çubuklarıyla şekiller yapar: dikdörtgenler, paralelkenarlar öğrenci kesme üçgenlerden fayans şekli yapar ve bunu (parça parça) kağıt üzerine çizer. |
| 3. Şekilleri ve diğer geometrik nesneleri ve onların kullanımlarını adlandırır veya etiketler. Bunları standart ve standart olmayan isimler kullanarak uygun şekilde etiketler. | 3. Öğrenci üçgenin açılarını, köşeler diyerek gösterir. |
| 4. Şekilleri bir bütün olarak görünüşlerine göre karşılaştırır ve sıralar, | 4. Öğrenci kesme bir kare ile dikdörtgen arasındaki farkın ne olduğu sorulduğunda "Biri kare, diğeri dikdörtgen" ya da "biri daha geniş" der.<br>Öğrenci kesme şekilleri "kareleri, dikdörtgenleri ve diğerlerini" gruplandırır "çünkü birbirlerine benzerler." |

| | |
|---|---|
| 5. Şekilleri bir bütün olarak görünüşlerine göre sözlü olarak tanımlar, | 5. Öğrenci bir dikdörtgeni “kareye benzer” ya da paralelkenarı “eğri dikdörtgen” veya açıyı “saatin akrep ve yelkovanı” şeklinde tanımlar. |
| 6. Genel olarak geçerli olan özellikleri kullanmak yerine şekiller üzerinde çalışarak rutin problemleri çözer, | 6. Öğrenci tangram bulmacası çözmek için deneme yanılma yaklaşımını kullanır.<br>Öğrenci kenarları D-çubukları koyarak dikdörtgenin karşıt kenarlarının paralel olduğunu kanıtlar.<br>Öğrenci üçgenin üçüncü açısını ölçmek için saydam örtü kullanır. Öğrenci dikdörtgenin alanını ölçmek için kare fayanslar koyar ve onları sayar. |
| 7. Bir geometrik şeklin parçalarını tanımlar fakat; | |
| a. bir şekli bileşenleri açısından analiz etmez. | 7a. Öğrenci kareyi bir bütün olarak görünüşünden tanımlar, fakat “eşit kenarları ve dik açıları” ya da “karenin köşeleri” kendiliğinden anlatamaz. |
| b. özelliklerin bir şekil sınıfını karakterize ettiğini düşünmez. | 7b. Öğrenci karenin kenarlarını gösterir ve eşit olup olmadıklarını görmek için ölçer, fakat tüm karelerin kenarlarının eşit olduğu gibi bir genelleme yapmaz. |
| c. şekiller hakkında genellemeler yapmaz veya ilgili dili kullanmaz | 7c. Öğrenci “tüm, bazı, her, hiçbir” gibi nicelik sözcüklerini tüm, bazı veya hiçbir şeklin belirli bir özelliği olup olmadığını söylemek için kendiliğinden kullanmaz. |
| **Düzey 1 Tanımlayıcıları** | **Düzey 1’e Örnek Öğrenci Yanıtları** |

| | |
|---|---|
| 1. Şekillerin parçaları arasındaki ilişkileri tanır ve test eder (örneğin paralel kenarın karşıt kenarlarının eşit olduğu, bir fayans şeklinde açıların eşit olduğu). | 1. Öğrenci bir şeklin kenarlarını ve açılarını gösterir ve kendiliğinden "dört dik açısı var ve dört kenarı eşit" diye belirtir. |
| 2. Parçalar ve ilişkileri için uygun kelimeleri hatırlar ve kullanır. (Örneğin; karşıt kenarlar, karşılıklı açılar eşittir, köşegenler birbirini iki eşit parçaya böler). | 2. Öğrenci bir paralelkenarda "karşıt kenarlar eşittir ve öyleyse", bunu Dçubuklarıyla kontrol ederek kenarların karşılıklı gelmediğini ve eşit yerleştirilmediğini gözlemler. |
| 3. a. İki şekli parçaları arasındaki ilişkilere göre karşılaştırır. | 3a. Kesme bir karenin ve dikdörtgenin açıları ve kenarları bakımından nasıl benzer ve farklı olduklarını söyler. |
| b. Şekilleri belirli özelliklere göre farklı gruplara ayırır. | 3b. Öğrenci kartları gruplamak için kendince kural koyar (örneğin eşit açıların sayısına göre veya eşit kenarlar çiftlerinin sayısına göre) |
| 4. a. Özellik bakımından bir şeklin sözel tanımını kullanır yorumunu yapar ve bu tanımı şekli çizmede/oluşturmada kullanır. | 4a. Öğrenci özellik kartlarını okur "4 kenar", "bütün kenarlar eşit" ve kare olmayan bu özelliklerle bir şekil çizmeye alışır. |
| b. Geometride yer alan kuralların sembolik ve sözel ifadelerini yorumlar ve uygular. | 4b. Bir özellik kartı gösterildiğinde "testere", öğrenci gride benzer açıları tanımlamak için testereyi anlatmaya çalışır. Öğrenci dik alan formülünü Alan= uzunluk x genişlik ve ne zaman uygulanabilir ne zaman uygulanmaz olduğunu açıklayabilir. |
| 5. Belirli şekillerin özelliklerini deneysel olarak bulur ve o sınıfa giren şekiller için özellikleri geneller. | 5. Üçgen gride benzer açıları renklendirdikten sonra, öğrenci "üçgenin üç açısının da aynı olduğunu, üç açısının düz bir çizgi oluşturduğunu ve üçgenin açıları toplamı 180 derece |

| | |
|---|---|
| | olduğunu" belirtir. Öğrenci, bunun diğer üçgenler için de aynı olduğunu düşünür ve diğer üçgenleri esas alan gridler kullanarak bunu kanıtlamaya çalışır.<br>Birkaç tane, iki benzer dik üçgeni bir araya getirerek dikdörtgen oluşturma örneğinden sonra, öğrenci dik üçgenin alanını, bir dikdörtgen yapıp sonra onun yarı alanını alarak bulabileceğinizi söyler.<br>Birkaç sayısal durumdan öğrenci üçgenin dış açısının yakın olmayan iki iç açısının toplamına eşit olduğunu bulur ve bunun her üçgen için doğru olduğuna inanır. |
| 6.<br>a. Bir sınıf şekli özellikleri bakımından tanımlar (Örn: paralel kenar) | 6a. Öğrenci telefonda arkadaşına kareyi "dört kenarı, dört dik açısı var, bütün kenarları eşit ve karşıt kenarları paralel" şeklinde açıklar. |
| b. Belirli özellikler verilince bir figürün ne şekilde olduğunu söyler. | 6b. Şekil bakımından ipuçları gibi belirli özellikler verildiğinde, öğrenci özelliklerin temelinde hangi şeklin olması gerektiğini söyler. |
| 7. Bir sınıf şekli karakterize etmek için hangi özelliklerin kullanıldığını bilir ve bunu diğer şekil sınıflarına da uygular ve özelliklerine göre şekil sınıflarını karşılaştırır. | 7.Paralel kenarların paralel karşıt kenarlarının olduğunu belirttikten sonra, öğrenci kendiliğinden "o zaman, bu kareler ve dikdörtgenlerin de öyledir (kesme kartlardan oluşan grupları göstererek) diye ekler. |
| 8. Bilinmeyen bir grup şeklin özelliklerini bulur. | 8. Kartlardan bir çeşit uçurtma ve uçurtma olmayan diğer şekilleri yapmayı tamamladıktan sonra öğrenci, uçurtmaları karakterize eden özellikleri bulur ve sözel olarak ifade eder. |
| 9. Bilinen özellikleri kullanarak geometrik problemleri çözer. | 9. Bir fotoğrafta bazı açılar bulması istendiğinde öğrenci, "bir çok açı var çünkü birçok üçgen var (onları göstererek) ve her birinin üç açısı var" der.<br>Öğrenci yarı çapı eşit olan iki dairenin merkezlerini birleştiren ve dairelerin bağlandığı noktaları birleştiren bir çizgi ile ilgili bir problemi çözer. Öğrenci diyagramda bir eşkenar dörtgen görür ve kenarların dik olduğunu çünkü eşkenar dörtgenin köşegenleri olduklarını gözler. Öğrenci dörtgenin iç açıları toplamının 360 ° olduğunu veya dörtlü iki üçgene bölerek (180 ° + 180 ° = 360 °) bulur. |

| | |
|---|---|
| | Öğrenci, yeni bir şeklin alanını alt bölümlere ayırarak veya alanlarını önceden belirleyebildiği şekillere dönüştürerek nasıl bulacağını bulur (örneğin, bir paralelkenarı 2 üçgene ve bir dikdörtgene veya bir dikdörtgene). |
| 10. Şekillerin özellikleriyle ilgili genellemeleri kullanır ve formülleştirir (öğretmen veya materyal tarafından yönlendirilerek ya da kendi kendine) ve alakalı bir dil kullanır (örneğin; bütün, her, hiçbir). Fakat | |
| a- Bir şeklin belirli özelliklerinin birbirine nasıl bağlı olduğunu açıklamaz.<br>b- Formal tanımları formülleştirip kullanmaz. | 10a. Bir paralel kenar gridi gösterildiğinde öğrenci "karşıt açıların eşit olduğu" fikrinden sonra "karşıt kenarların paralel olduğu" nasıl geldiğini açıklayamaz.<br>10b. Bir paralel kenarı tanımlaması istendiğinde, öğrenci birçok özellik sıralar fakat belirli bir grup gerekli ve bir grup yeterli özelliği tanıyamaz. |
| c- Verilen özellikler listesiyle belirli örnekleri kontrol etmek ötesinde altsınıfların ilişkilerini açıklamaz. | 10c. Öğrenci quad=dörtgenler grubundaki elemanların tüm özelliklerini sıraladıktan sonra, neden "tüm dikdörtgenlerin paralel kenar olduğunu" ya da neden "tüm karelerin olduğunu açıklayamaz. |
| d- Deneysel olarak bulunmuş genellemeler için mantıksal açıklamalara ve ıspatlara gerek görmez ve ilgili dili doğru (örn; eğer, sonra, çünkü) şekilde kullanmaz. | 10d. Üçgen gridinde açıları boyayarak veya ölçerek üçgenin açıları toplamının 180 olduğunu bulduktan sonra, öğrenci yöntemin neden geçerli olduğunu göstermesi için tümdengelimli bir arguman ortaya koymaya gerek görmez |
| **Düzey 2 Tanımlayıcıları** | **Düzey 2'e Örnek Öğrenci Yanıtları** |
| 1a. Bir figür sınıfını karakterize eden farklı özellik gruplarını tanır ve bunların yeterli olup olmadığını test eder. | 1a. Bir şekil sınıfını karakterize eden özellikleri seçer (örneğin, kareler, paralel kenarlar) ve çizimler ya da D-çubuklarıyla bu özelliklerin yeterli olup olmadığını test eder. |

| | |
|---|---|
| | Öğrenci iki farklı özellikler sınıfının bir paralel kenar sınıfını karakterize etmek için seçilebileceğini açıklar – dört kenarın ve karşıt kenarların paralel olduğunu ya da dört kenarın ve karşıt kenarların eşit olduğunu. |
| b. Bir şekli karakterize edebilen en az sayıda özelliği belirler. | 1b. Bir kareyi arkadaşına anlatırken, bir özellikler listesinden en az özelliği seçer böylece arkadaşı şeklin bir kare olması gerektiğine emin olur. |
| c. Bir şekil sınıfı için tanım formüle eder ve süreç bıyunca onu kullanır. | 1c. Öğrenci bir uçurtma tanımını formüle eder ve şekillerin neden uçurtma olup olmadıklarını açıklar. |
| 2. İnformal düşünceler belirtir (diyagramlar, katlanabilen kesme şekiller ve diğer materyaller kullanarak). | |
| a. Verilen bilgiden bir sonuç çıkararak, mantıksal ilişkiler kullanarak sonucun doğruluğunu savunur. | 2a. Öğrenci "eğer A açısı = B açısı ve C açısı = B açısı ise A açısı = C açısı çünkü ikisi de B açısına eşittir" sonucuna varır.<br>Bir üçgen gride neden A açısı = B açısı olduğunu açıklaması istendiğinde öğrenci "kenarlar paraleli ve bir testere var (göstererek) bu yüzden A açısı B açısına eşittir" der |
| b. Şekil sınıflarını düzenler. | 2b. "Öğrenci dikdörtgen paralelkenar mıdır?" sorusuna "evet, çünkü paralelkenarın tüm özelliklerini taşırlar ve dik açı özellikleri vardır" şeklinde bir açıklama yapar.<br>Öğrenci, neden tüm uçurtmaların kare olduğu fakat tüm karelerin uçurtma olmadığını açıklamak için, uçurtma ve kareleri karakterize eden özellikleri kullanır. |
| c. İki özelliği düzenler. | 2c. Bir karenin özelliklerinin bir listesi verildiğinde, öğrenci "karşıt kenarların eşit olmasına gerek yoktur çünkü zaten dört kenarın da eşit olduğunu söylüyor" der.<br>Dikdörtgenin kuralından dik üçgenin alanı için bir kural bulunca, öğrenci bir soyağacı yaparak ve "üçgenin kuralından önce dikdörtgeninkine ihtiyacınız var" şeklinde açıklayarak özetler. |

| | |
|---|---|
| d. Tümdengelimle yeni özellikler bulur. | 2d. Öğrenci, herhangi bir dik üçgenin içindeki iki dar açılı üçgenin açılarının 90 olduğunu çünkü 180 eksi dik açı sonucunda 90 kalır ve iki dar açı için kalan da budur.<br>Öğrenci, herhangi bir dörtgenin açıları toplamının 360º olması gerektiği çıkarımını yapar "çünkü dörtgen iki üçgene bölünebilir, bu nedenle 180º + 180º = 360º dörtgen dört üçgene bölünürse (burada gösterildiği gibi), açılar toplamı için 4*180º= 720º olması mümkün müdür diye sorulduğunda, öğrenci "hayır, iç açılar dörtgen açılarına dahil değildir. Bu yüzden eğer 4*180º yaparsanız ortadaki ekstra açıları çıkartmak zorunda kalırsınız ve bu da 720º -360º ya da önceki gibi 360'dır." Şeklinde açıklar.<br>Öğrenci beşgeni bir dörtgen (360º) ve bir üçgene (180º) bölerek beşgenin açıları toplamının 540º olduğunu bulur. |
| e. Soyağacındaki birkaç özelliği birbirine bağlar. | 2e. Öğrenci, kökenlerindeki ilişkileri bulmak gösteren soy ağacı oluşturmak için özellik kartları hazırlar – "nasıl, düz açı = 180'in üçgenin açıları toplamı = 180'in kökeni olduğunu ve bunun nasıl katratın açıları toplamı 360 olmasına sebep olduğunu açıklar."<br>Öğrenci paralel kenarın alan formülünün, dikdörtgenin alan formülünden nasıl çıkartıldığını söyler ve bunu soy ağacına ekler. |
| 3. İnformal tümdengelimli argumanlar verir. | |
| a. Tümdengelimli bir arguman takip eder ve argumanın parçalarını sağlar. | 3a. Öğrenci üçgenin açıları toplamının 180º'ye eşit olmasının ispatındaki basamakların nedenini ifade eder. |
| b. Tümdengelimli argumanın özetini ya da varyasyonlarını verir. | 3b. Öğrenciye bir paralel kenar girdi verilir ve "karşıt kenarlar neden eşittir?" sorusuna mantıklı bir açıklama getirmesi istendiğinde öğrenci kendi başına açıklama yapamaz fakat mülakatçı tarafından verilen açıklamayı takip eder A açısı = C açısı.Sonra öğrenci kendi kelimeleriyle açıklamayı özetler ve de neden B açısı = D açısı olduğunu açıklar. |

| | |
|---|---|
| | Mülakatçı, neden üçgenin dış açısının (X açısı) P açısı + Q açısı'na eşit olduğunun tümdengelimsel bir açıklamasını yaparak öğrenciye yardımcı olur. Öğrenci bu açıklamayı özetler ve kendi başına bunun bir örneğini yapar. (Örneğin, Y açısı = R açısı + S açısı). |
| c. Kendi tümdengelimli argumanlarını belirtir. | 3c. Öğrenci "paralel kenarın karşıt açıları eşittir" ifadesi için kendi açıklamasını yapar. Öğrenci dik üçgenin alanının neden ½ taban * yükseklik olduğunu, iki eşit dik üçgenin bir dikdörtgen oluşturduğunu açıklayarak doğrular. "Eğer iki üçgeni bu şekilde koyarsanız, karşıt kenarlar eşit olur (üçgenler eşit büyüklükte olduğu için). B açısı ve D açısı dik üçgende dik açılardır. Ve de A açısı ve C açısı birlikte 90 derece eder. Z açısı X açısıyla aynıdır bu yüzden Y açısı ve Z açısının toplamı 90 eder. Bu nedenle şekil bir dikdörtgen olmalı ve dik üçgen dikdörtgenin yarı alanı kadar olmalı." |
| 4. Bir şeyi ispatlamak için birden fazla açıklama verir ve soyağacı kullanarak bu açıklamaların doğruluğunu kanıtlar. | 4. Öğrenci, üçgenin açıları toplamının neden 180 olduğuna iki farklı açıklama getirir – ya iki testereyle ya da bir testere bir merdivenle. Bu iki yol böylece iki farklı soy ağacıyla gösterilebilir.<br>Öğrenci beşgenin açıları toplamının 540 olduğunu üç üçgene bölerek açıklar. (3*180) ya da bir kare ve bir üçgene bölerek (360+180) ve her iki metodu da bir soyağacıyla gösterir. |
| 5. İnformal olarak bir ifadenin ve onun karşıtının farklarını anlar. | 5. Öğrenci "eğer açılar eşit yapılırsa, o zaman kenarlar da paralel olur" ve "eğer kenarlar paralelse o zaman açılar da eşit olur" sonucuna varır. Bunların aynı anlama sahip olup olmadığı sorulduğunda ise öğrenci "hayır, birinde paralelkenarlarla işe başlıyorsunuz ve sonrasında açıları eşitliyorsunuz, diğerinde ise tam tersini yapıyorsunuz" der. |
| 6. Problemleri çözmek için akıl yürütme ve stratejiler bulur ve kullanır. | 6. ABC üçgeninde M, AB'nin orta noktasıdır. MT, BC'ye paraleldir. MT'nin BC'ye oranını bulun, sorusu verildiğinde öğrenci, eşit açıları ve benzer üçgenleri alarak merdiven stratejisini kullanır. Böylece AM:AB!: ve sonra MT:BC 1:2 olur. Yarı çapları aynı olmayan iki kesişen daire A ve B ve ortak bir doğru CD verilir. AB'nin dik olduğunu göster. Öğrenci bunun |

| | |
|---|---|
| | ABCD'nin bir dörtgen olması gerektiğini ve sonra köşegenlerin dikeyliği AB'yi CD'yi dik yapar sonucuna varır. |
| 7. Tümdengelimli argumanın rolünün farkına varır ve problemlere tümdengelimli bir şekilde yaklaşır, fakat<br>a. Aksiyomatik anlamda tümdengelimin anlamını algılayamaz (örneğin, tanımlar ve temel varsayımlara gerek duymaz).<br>b. Formal olarak bir ifade ve ifadenin karşıtını ayırt edemez (örneğin, Siyam ikizleri ayıramaz – ifade ve karşıtı).<br>c. Ağlar ve teoremler arasında henüz ilişki kuramaz | 7. Öğrenci olgular oluşturmada mantıksal açıklamaların veya tümdengelimsel argumanların rolünü fark eder (tümevarımsal, deneysel bir yaklaşımın tersine) ve bir beşgenin 540 derece olduğunu ve bunu ölçmek zorunda olmadığını söyler. Fakat, öğrenci henüz aksiyomatik anlamda ispatı deneyim etmemiştir. (Örneğin, önermeler, aksiyomlar, tanımlar kullanarak) ve böylece testere ve merdiven yöntemlerinin kökeni sorulduğunda şüpheli olur.<br>Bu düzeyde öğrenciler tümdengelimli geometrik ispatlar verebilirler. Yeterli ve gerekli koşullar arasında ayrım yapabilirler. Teoremlerin, aksiyomların , tanımların ve ispatların rolünü anlarlar. |
| **Düzey 3 Tanımlayıcıları** | **Düzey 3'e Örnek Öğrenci Yanıtları** |
| 1. Tamımlanmamış terimler, tanımlar ve temel varsayımların gerekliliğini fark ederler (örneğin önermeler). | 1. Öğrenciler Öklit düzlem geometrisindeki aksiyom, önerme ve teoremlere örnekler verir ve ilişkilerini açıklar. |
| 2. Formal bir tanımın özelliklerinin (örneğin gerekli ve yeterli koşullar) ve tanımların eşitliğini kabul fark ederler. | 2. Öğrenci bir şekli (örneğin paralelkenar)ı tanımlamak için yeterli olan özellikleri tanımlar ve yeterli olanlardan diğer özellikleri çıkarır. Bir şekli (örneğin paralelkenar) tanımlamak için iki dizi özelliğin eşdeğer olduğunu ispatlar. |
| 3. Düzey 2'de formal olarak açıklanmış ilişkileri aksiyomatik bir bağlamda ispatlar. | 3. Öğrenci üçgenin açıların toplamının 180 dereceye eşit olduğunu ispatlar (örneğin paralel önerme, testere ve merdivenler ve açı ekleme hakkındaki teoremler) |

| | |
|---|---|
| 4. Teorem ile ilgili açıklamalar arasındaki ilişkileri ispatlar (örneğin konvers, invers ve kontrapozitif) | 4. Bir üçgen ikizkenar ise taban açıların eşit olduğunu ispatlar. Kontrapozitif ile ispat kullanarak öğrenci bir üçgenin kenarortaylarının birbirini iki eşit parçaya bölmediğini ispatlar. |
| 5. Teorem ağları arasındaki ilişkileri kurar. | 5. Öğrenci, çeşitli teoremlerdeki testere ve merdivenlerin rolünü ve dörtgenlerin özelliklerini ve alan kurallarını tanır. |
| 6. Teoremlerin farklı ispatlarını karşılaştırır ve kıyaslar | 6. Öğrenci Öklid teoremini ve koordinat geometrisi (ya da vektör geometrisi) kullanarak bir paralelkenarın köşegenlerinin birbirini iki eşit parçaya böldüğünü ispatlar ve her iki ispatlama yöntemini karşılaştır. Pythagorean Teorem'in diğer ispatlarını karşılaştır. |
| 7. İlk tanımın değiştirilmesinin etkilerini inceler ya da mantıklı bir dizi halinde önermeler yapar. | 7. "Aynı çizgiye dikey olan iki çizgi paraleldir" den yola çıkarak öğrenci diğer paralel teoremlerini nasıl ispatlayacağını araştırır. |
| 8. Farklı teoremleri birleştiren genel bir ispat ortaya koyar. | 8. Köşeleri iki paralel çizgi üzerinde bulunan şekillerin alanı için aşağıdaki ilişkiyi ispatlar: alan=taban x yükseklik. |
| 9. Argümanları desteklemek için bir model kullanarak basit aksiyom serilerinden ispatlar oluşturur. | 9. Ölçülebilir (sonlu) geometri içindeki teoremlerin ispatını verir. |
| 10. Formal tümdengelim argümanları oluşturur fakat aksiyomatikleri incelemez ya da aksiyomatik sistemleri karşılaştırmaz. | 10. Öğrenci bir dizi aksiyomun bağımsızlığını, tutarlılığını ve bütünlüğünü incelemez. |

| **Düzey 4 Tanımlayıcıları** |
| --- |
| 1. Farklı aksiyomatik sistemlerde yer alan teoremleri kurar (Örneğin Hilbert'in geometri temelleri yaklaşımı). |
| 2. Aksiyomatik sistemleri karşılaştırır (Örneğin Öklid ve Öklid olmayan geometrileri); aksiyomlardaki değişikliklerin sonuçta ortaya çıkan geometriyi nasıl etkilediğini kendi kendine keşfeder. |
| 3. Bir dizi aksiyomun tutarlılığını, bir aksiyomun bağımsızlığını ve farklı aksiyom dizilerinin eşitliliğini saptar; geometri için aksiyomatik bir sistem oluşturur. |
| 4. Problemler için genelleştirilmiş yöntemler kullanır. |
| 5. Matematiksel bir teoremin/prensibin uygulanacağı en geniş bağlamı araştırır. |
| 6. Mantıklı çıkarımlara yeni yaklaşımlar ve kavrayışlar geliştirmek için konumunun derinine bir araştırmasını yapar. |

*Kaynak:Fuys vd., 1988.*

2.1.1.4.3. *Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerinin Özellikleri:* Van Hiele çifti bir öğrencinin bir düzeyden diğerine nasıl ilerlediğine veya her düzeyde ne tür bir geometrik düşüncenin doğasına sahip olunduğunun bilgisine erişebilmek için bu teoriyi karakterize eden bazı temel özellikler belirlemişlerdir. Teorinin sahip olduğu bu özellikler, geometrinin sınıf öğretimindeki rolünün anlaşılması adına büyük önem arz etmektedir (Atebe, 2008; Usiskin, 1982). Van Hiele Teorisi'nin özellikleri aşağıda detaylı bir şekilde tartışılmaktadır.

- ✓ *Sıralı (Sequential):*

Van Hiele'ler, teoride tanımlanan bu geometrik düşünme düzeylerinin hiyerarşik ve sıralı olduğunu dile getirmişlerdir. Bu özellik en düşük düzeyde yer alan bir öğrencinin mümkün olduğunca gelebilecek en yüksek düzeye doğru ardışık olarak ilerlemesi gerektiği anlamına gelmektedir (Crowley, 1987). Bunun bir anlamı, bir öğrencinin gerçek bir anlayış kazanması için bir düzey atlamasıdır. Öğrenci, n+1 düzeyine geçmeden önce n düzeyini geçmek zorundadır (Mason, 2009; van Hiele, 1986). Yani belirli bir düzeyde başarı ile performans sergilemek adına öğrencinin önceki düzeylerin beceri ve stratejilerini kazanmış olması gerekir. Bu nedenle öğretmenler, n düzeyine ulaşan bir öğrencinin n+1 veya daha yüksek düzeylerde ne düşündüğünü anlayamayabileceğinin bilgisinin farkında olmalıdır (Mayberry, 1983; Pegg, 1995). Bu nedenle, farklı düzeylerde akıl yürüten iki kişi birbirini anlamayabilir.

Düzey sıralaması ve hiyerarşisi iddiasına rağmen, öğrencilerin kuralları veya tanımları ezberleyerek daha yüksek düzeylere çıktıkları ve bunu da zor anladıkları rutin algoritmaların uygulanmasıyla sonuçlandığı durumlar olmuştur (Pegg, 1995). Bu gibi durumlarda, bir öğrencinin o düzeydeki becerilerde ustalaştığına yanlış bir şekilde inandırılabilir, oysa bu doğru değildir. Bu nedenle, anlamadan edinilen hiçbir bilgi, belirli bir düşünme düzeyinin kazanılması olarak kabul edilemez (Mateya, 2008).

- ✓ *İlerleme (Advancement):*

Düzeyden düzeye ilerleme (ya da eksikliği), yaşa göre daha çok alınan eğitimin içeriğine ve yöntemlerine bağlıdır. Bir öğrencinin düzeyler arasında ne zaman salınım yapacağını gösteren bir "gelişimsel zaman çizelgesi" yoktur. Nitekim bu durum tamamen verilen öğretimin içeriğine bağlıdır (Schoenfeld, 1986). Hatta yapılan araştırmalar, belirli bir düzeyde uzun süre kalmanın mümkün olduğunu göstermektedir (Usiskin, 1982). Öğretim yöntemleri, bir öğrencinin van Hiele düzeylerinde ilerlemesi üzerinde yaş veya sınıf seviyesinden daha büyük bir etkiye sahiptir, çünkü öğretmenlerin öğretim faaliyetleri düzeyler arasındaki hareketi teşvik edebilir veya engelleyebilir.

Bu özellik, bir öğrencinin van Hiele düzeylerindeki ilerlemesinin hiyerarşik olan sistemde düşük bir düzeyden bir sonraki üst düzeye doğru gerçekleşmesi ile ilgilidir.

Dolayısıyla bu anlamda ilerleme, öğrencinin biyolojik olgunlaşmasına veya yaşına bağlı olmayıp, daha çok öğrencinin sahip olduğu öğretim deneyimine bağlıdır (Crowley, 1987). Van Hiele'nin 1986 yılında yaptığı araştırmasında belirttiği gibi, "bir düzeyden diğer bir düzeye geçiş doğal bir süreç değildir; bir öğretme-öğrenme programının etkisi altında gerçekleşir" (s. 50). Bu, öğrencinin bir düzeyden diğerine ilerlemesine yardımcı olmak için öğretmenin rolünün önemini vurgulamaktadır. Bunu yaparken öğrencinin düzey atlamamasına dikkat edilmelidir. Örneğin, bazı öğretme yöntemleri ilerlemeyi arttırırken diğerleri düzeyler arasındaki hareketi geciktirebilir ve hatta önleyebilir bu da süreksizlik özelliğinde olduğu gibi "azalmaya" yol açmaktadır (Crowley, 1987).

Pegg (1995), öğretmenin öğrencileri doğrudan öğretime dahil etmesi ve bir düzeyden diğerine geçmelerine yardımcı olmak için öğrencilere keşfetme ve yansıtma fırsatları sağlaması gerektiğini açıklamıştır. Bu, öğrencilerin van Hiele düzeylerinde başarılı bir şekilde ilerlemesi için yeterli zamanın sağlanması gerektiği anlamına gelmektedir. Ayrıca öğrencilerin problemin olası çözümlerini açıklarken, netleştirirken, detaylandırırken, sorgularken ve tartışırken işbirliği yapmalarını sağlayacaktır (Siyepu, 2005). Öğrencilerin bir düzeyden diğerine geçmelerine nasıl yardımcı olunacağına dair pratik bir örnek, "sembol karakter ve sinyal karakter" arasında bir ayrım yapılan Pusey (2003) tarafından sağlanmaktadır. Pusey'e (2003) göre van Hiele çifti, bir öğrencinin bir sonraki düzeye ulaşması için gereken büyüme türünü tanımlarken, ilk iki düzey arasındaki boşluğu kapatan ilk dönemi belirlemiştir. Bu dönem, öğrencilerin nesneleri bütüncül olarak görmekten (düzey 1) belirli bileşenlere veya özelliklere sahip nesneleri görmeye (düzey 2) ilerlemelerine yardımcı olmaktadır. Bu dönemde şekillerin kendileri sembol karakterdir. Amaç, öğrencilerin bu sembollerin özelliklerini öğrenmeye başlaması ve böylece şeklin kendisine daha az odaklanmasıdır. Bu hedefe ulaşılıp ulaşılmadığını test etmek için öğretmen, şekli kaldırabilir ve bunun yerine özelliklerinin bir listesini sağlayabilir ve ardından öğrencilerin hala şekli tanımlayıp tanımlayamayacağını kontrol edebilir. Bu aşamada sembol karakteri bir sinyal karakteri haline gelmiştir. Benzer bir prosedür, öğrencinin ikinci ve üçüncü düzeyi birbirine bağlamasına yardımcı olmaya çalışırken ikinci bir dönemde veya üçüncü ve dördüncü düzey arasındaki boşluğu kapatan üçüncü bir dönemde uygulanabilir (Pusey, 2003). Öğrencilerin van Hiele düzeyleri boyunca ilerlemesi, bilgi aşamasından başlayarak, yönlendirilmiş oryantasyon, açıklama, serbest oryantasyon ve nihayetinde entegrasyona ulaşan öğrenmenin beş aşamasına sıralanan öğretimi gerçekleştirerek kolaylaştırılabilir (Mason, 2009; van Hiele, 1986).

- ✓ *Bitişiklik veya İçsel/Dışsal (Instrinsic and Extrinsic):*

Bu özellik, n düzeyinde örtük olarak anlaşılan kavramların n+1 düzeyinde açıkça anlaşıldığı durumlarla ilgilidir (Fuys vd., 1988). Örneğin, 1. düzeyde akıl yürüten öğrenciler, bir şekli tanımlamak veya tanımak için yalnızca yapısını veya genel görünümünü algılar. Yine de onu belirleyen şeklin özellikleridir (adı, tanımı vb.). Bununla birlikte, şeklin özellikleri ancak öğrenci onu analiz etmeye ve bileşenlerini keşfetmeye başladığında 2. düzeyde açıkça anlaşılmaktadır (Crowley, 1987).

Van Hiele Teorisi'ne göre, düzeylerin ayrık olduğu ve bir düzeyden diğerine geçebilmenin kademeli değil, bir "sıçrama" olduğu, bitişiklik özelliği ile yakından ilişkili ve önemli olan noktadır (Pusey, 2003). Lawrie ve Pegg'e (1997) göre, bir öğrencinin yeni bir düzeye ulaşabilmesi için bir "düşünme krizi" gereklidir. Bu, öğrencilere belirli bir sorunu çözmeye çalışırken kendi stratejilerini oluşturmaya teşvik edecek daha fazla düşündürücü görevler verilmesi gerektiği anlamına gelir. Çözüme ulaşmak için mücadele ederken, öğrenciler, ele alınan belirli kavram hakkında anlamlı bir anlayış geliştireceklerdir. Ancak daha ileri araştırmalar, öğrencilerin belirli koşullar altında birden fazla düzeyde akıl yürütebileceklerini savunmaktadır (Pusey, 2003). Ayrıca öğrencilerin düzeyler arasında olması da onları van Hiele düzeylerine göre sınıflandırmalarını zorlaştırmaktadır. Öğrenciler birden fazla düzeyde akıl yürütüyor olsalar da, tipik olarak alt düzeyin edinilmesi, bir üst düzeyin edinilmesinden daha eksiksiz olmaktadır (Siyepu, 2005).

- ✓ *Uyumsuzluk (Mismatch):*

Van Hiele (1986), düşünme düzeylerinin en belirgin özelliğinin "onların süreksizliği, ilişkiler ağı arasındaki tutarlılığın olmaması" olduğunu ileri sürmüştür (s.49). Buna "uyumsuzluk" da denir, yani öğrenci bir düşünme düzeyindedir ve öğretim farklı bir düzeydedir, öyle ki istenen öğrenme ve ilerleme gerçekleşmeyebilir (Crowley, 1987).

Van Hiele'ye (1986) göre, bu özellik öğrenme sürecinde en kritik olanıdır çünkü ne yazık ki bazen öğrenciler anlamadan öğretmenin hareketlerini taklit etmektedir. Bu, özellikle öğretmen, öğretim materyali, konu, dil vb. öğrenciden daha yüksek düzeydeyse gerçekleşir. Örneğin, öğretmenler 3. düzeydeki bir dili veya kelime dağarcığını kullanabilirken, öğrenciler 2. düzeydeki dili bile anlamayabilirler (Pegg, 1995). Düzey düşürme sırasında öğrenciler (düşünmek yerine) öğretmenlerinin kendilerine söylediklerini hatırlamaya çalışırlar (Fuys vd., 1988). Bu nedenle öğrenciye uygun olan bir üst düzeyde çalışmak yerine sonuçta ezberleme yapılır, dolayısıyla düzey "düşürülür". Hatta araştırmacının kendi deneyimlerinden bir örnek, açılar konusunda öğrencilerin alternatif veya karşılık gelenleri belirlemelerine yardımcı olmak için yaygın olarak kullanılan popüler "Z" veya "F" sembollerinin paralel çizgilerde kullanımını içeren Mateya (2008) tarafından sağlanmıştır. Öğrencilere, nerede Z-benzeri işareti görürlerse,

bunun alternatif açıları temsil ettiğini bilmeleri veya F-benzeri işareti gördükleri her yerde karşılık gelen açılarla ilgilendiklerini bilmeleri gerektiği söylenir. Bu durum öğrencilerin teoremlerin ispatlarını öğrenme ihtiyacını anlamamalarına yol açmaktadır, çünkü semboller öğrencilerin kavramları görselleştirme yoluyla kolayca anlamalarını sağlamaktadır (Mateya, 2008).

Pegg (1995) ayrıca, eğer bir öğrenci belirli bir geometrik düşünme düzeyine ulaştıysa, bir süre "olgunlaşıyor" gibi bu düzeyde kaldığını iddia etmektedir. Bunu desteklemek için, Clements ve Battista (1992), öğrenme eğrisinde niteliksel olarak farklı düşünme düzeylerinin varlığını ortaya çıkaran sıçramalar olduğunu açıklamıştır. Ayrıca Pegg (1995), bir öğrenciyi daha yüksek bir düzeyde performans göstermeye zorlamanın, olgunlaşma süreci gerçekleşene kadar başarılı olmayacağı konusunda uyarmaktadır. O zaman bu olgunlaşma süreci gerçekleşene kadar öğrenciyi daha yüksek bir düzeyde performans göstermeye çalışmak ve zorlamak tavsiye edilmemektedir aksi takdirde öğrenci öğrenmesinde başarılı olamaz.

Süreksizlik veya uyumsuzluk sorununu ele almak için van Hiele (1986), "geometri öğretimine başlayan bir öğretmenin, öğrencilerine anladıkları bir dilde hitap etmesi gerektiğini" önermiştir (s. 45). Bu durumda kastedilen, öğretmenlerin geometri öğretimi uygulamalarında düzeye uygun terminoloji, semboller veya genel dil kullanmaları gerektiğidir (Atebe, 2008).

- ✓ *Dilbilimi (Linguistics):*

Her van Hiele düzeyinin "kendi dilsel sembolleri ve bu semboller arasındaki kendi ilişkileri" vardır (Crowley, 1987). Belirli bir terim, farklı insanların akıl yürütme düzeyine bağlı olarak farklı şekilde yorumlanabilir. Örneğin, 2. düzeydeki bir öğrenci, 3. düzeydeki akıl yürütmenin ima ettiği gibi, bir karenin dikdörtgen olduğunu anlamayabilir. Yine de bu tür bir dil (şeklin özelliklerinden dolayı birden fazla adı olan bir şekil) 3. düzeyde kullanılmaktadır. Örneğin, bir sınıf ortamında "öğretmenin, metinlerin ve öğrencilerin farklı düzeylerde işlev görmeleri ve dolayısıyla farklı dilsel semboller veya ilişki ağları kullanmaları" mümkündür. (Atebe, 2008). Bunun sonucu olarak öğrenciler ve öğretmen arasında bir anlayış eksikliği olabilir (Mason, 2009; van Hiele, 1986). Bu nedenle, böyle bir durumda, öğretim ile öğrencilerin geometrik akıl yürütmeleri arasındaki olası bir "uyumsuzluk" esas olarak, öğretmenin öğrencilere, öğrencilerin düşünme düzeylerine uygun bir dilde öğretim sağlayamamasından kaynaklanmaktadır (van Hiele, 1986). Bu uyumsuzluk aslında daha sonra tartışılacak olan van Hiele düzeylerinin bir başka özelliğidir.

Van Hiele düzeyleri orijinal başlangıcından beri değiştirilmiştir (Pegg ve Davey, 1991). Orijinal van Hiele düzeyleri 0'dan 4'e kadar numaralandırılmıştır ve van Hiele tüm öğrencilerin en az 0 düzeyinde olduğunu iddia etmiştir (Senk, 1989). Ancak, araştırmasında 0'ın altında bir

düzeyde işlem yapamayan ortaöğretim öğrencileriyle çalışmıştır. İlköğretim öğrencilerini içeren daha fazla araştırma ile araştırmacılar, van Hiele'nin birinci düzeyinin altındaki geometrik düşünmeyi sınıflandırmanın gerekli olduğunu görmüşlerdir. Bu nedenle araştırmacılar, bu öğrencileri 0. düzeyin altında olarak kategorize etmek yerine, bunu sağlamak için 1'den 5'e kadar yeniden numaralandırma sistemi geliştirmişlerdir (Atebe, 2008; Hoffer, 1981). Bu nedenle, birinci düzeyde olmayan, yani daha önce 0'ın altında olan bir öğrenciye artık ön tanıma düzeyi olarak bilinen 0 düzeyi atanmıştır (Pusey, 2003).

Dina van Hiele-Geldof (1957) tez çalışmasında öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini yükseltmek için pedagoji üzerinde çalışmıştır (Hoffer, 1983). Öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri boyunca ilerletmeyi amaçlayan beş aşamalı bir öğretim modeli geliştirmiştir (Fuys vd., 1988). Bu beş aşama Crowley'de (1987, s.5-6) şu şekilde tanımlanmıştır:

2.1.1.4.4. *Van Hiele Geometrik Düşünme Teorisinde Öğrenmenin Aşamaları:* Dina van-Hiele Geldof, aşağıda açıklanacak olan beş aşamada geometrik anlayış düzeylerini artırmanın öğretileri üzerinde çalışmıştır. Van Hiele Teorisi sadece tanımlayıcı değil, aynı zamanda öğretmenin geometrik düşünceyi anlamak için önemini pekiştirmesi açısından da kuralcıdır. Van Hiele çiftine göre, bir düzeyden diğerine ilerleme biyolojik olgunlaşma veya gelişmeye çok az bağlıdır. Geometrik düşüncenin gelişimi her öğrencide farklıdır ve öğretme/öğrenme sürecinin etkisinde gerçekleşmektedir. Bu nedenle öğretmen öğrencilerdeki geometrik düşüncede ilerlemeyi kolaylaştırmada çok önemli bir etkendir (Fuys vd., 1988). Van Hiele düzeyi ve başarısının ispat yazmadaki varyansın %40-%60'ını oluşturduğu düşünüldüğünde, bir öğrencinin bu alandaki başarısının çoğu öğretmenin ve müfredatın doğrudan kontrolü altındadır (Senk, 1989). Bundan dolayı geometride bilişsel ilerlemeyi kolaylaştıracak öğretimin sağlanmasına yönelik neler yapılabileceği ayrıntılı olarak bir öğretim planı ile sunulmuştur. Bu öğretim planı Araştırma/Bilgi (Inquıry/Information), Yönlendirilmiş Oryantasyon (Directed Orientation), Açıklama (Explication), Serbest Oryantasyon (Free Orientation), Entegrasyon (Integration) olmak üzere beş aşamadan oluşmaktadır (Crowley, 1987). Ayrıca, "bir üst düzeye geçmede gerekli olan zamanı öğrencilerin kendileri belirleyecektir" (Clements ve Battista, 1992). Aynı zamanda, öğretmen öğrencinin ilerlemesinin önemli bir parçasıdır. Her aşama için, öğrencilerin öğrenme hedefi açıklanır, ardından bu öğrenmeyi sağlayan öğretimi sağlamada öğretmenin rolü açıklanır. Dina van Hiele-Geldof'un Clements ve Battista'da (1992) görüldüğü gibi van Hiele düzeylerini yükseltmek için öğretim aşamaları aşağıdaki gibidir:

- ✓ *Aşama 1: Araştırma / Bilgi (Inquiry/Information):*

Bu aşamada öğretmen, tartışma yoluyla öğrencilerin bir konu hakkında ne bildiğini belirler ve bu şekilde öğrenci ilgilenilen konuyla tanışır. Gözlemler yapılır (örneğin, öğretmen öğrencilere bir resim veya diyagram gösterebilir), sorular sorulur ve düzeye özgü kelime dağarcığı tanıtılır (Hoffer, 1981). Örneğin, öğretmen öğrencilere şunu sorabilir: "Dikdörtgen nedir? Bir kareden farkı nedir? Dikdörtgen paralelkenar mıdır? Neden böyle söylüyorsun?" gibi. Ayrıca, örnekler ve örnek olmayanlar tanıtılabilir (Pusey, 2003). Örneğin, öğretmen öğrencilere dikdörtgenleri ve dikdörtgen olmayan şekillerin resimlerini gösterebilir ve onlardan dikdörtgen olanları tanımlamalarını isteyebilir.

Bu aşamada, öğretmenin fazla müdahale etmeden, tartışma sırasında kesin olmasa da öğrencilerin kendi dillerini kullanmalarına izin vermesi beklenmektedir (Atebe, 2008). Bu, öğretmenin, öğrencilerin araştırılan konu veya kavram hakkında halihazırda bildiklerini belirlemesini mümkün kılar. Bu nedenle bilgilendirme aşamasında gerçekleştirilen etkinliklerin amacı, öğretmenlere öğrencilerin konuyla ilgili ön bilgilerinin bir göstergesini vermek ve öğrencilere daha sonraki çalışmaların yönü hakkında bir fikir vermektir (Crowely, 1987). Bu nedenle bilgi aşaması, bir temel değerlendirme gerçekleştirmek için bir araçtır, yani genellikle bir aşamanın, notun veya öğrenme deneyiminin başında öğrencilerin zaten bildiklerini belirlemek için kullanılan bir değerlendirmedir (South Africa [DoE], 2002). Temel değerlendirme, öğretmenlere, ilk aktiviteleri nasıl sunacaklarına karar vermelerinde ve belirli bir konu hakkında öğretirken işin hangi yönlerine daha fazla dikkat edilmesi gerektiğini değerlendirmede yardımcı olur.

- ✓ *Aşama 2: Yönlendirilmiş Oryantasyon (Directed Orientation):*

Bu aşamada öğrenciler öğretmen tarafından belirlenen etkinlikler üzerinde çalışırlar ve öğrencilerin gerekli keşifleri yapabilmeleri veya ilişkilerin farkında olmaları için öğretmenler onalara rehberlik eder (Abdullah ve Zakaria, 2013; Pusey, 2003). Öğretmen tarafından verilen görevler özenle yapılandırılmış ve sıralanmıştır ancak basittir ve yalnızca bir çözüme izin vermektedir (Mason, 2009; van Hiele, 1986). Mesela, öğretmen öğrencilerinden dikdörtgen şeklini oluşturmak için herhangi bir materyal kullanmalarını ve ardından ondan daha küçük bir tane daha inşa etmelerini ve sonrasında iki kare kullanarak bir dikdörtgen oluşturmalarını isteyebilir.

Bu aşamada kullanılan etkinlikler, öğrencilerin ilerlemek zorunda oldukları ilgili düzeyin karakteristik özelliklerine aşamalı olarak maruz bırakmalıdır. Bu şekilde öğretmen, öğrencilerin bir düzeyden bir sonraki düzeye ilerlemelerine yardımcı olmak için bir öğrenme birimi şeklinde etkinlikler sunar. Öğretmen yine de öğrencilerin kendi dillerini kullanmalarına

izin verebilir, ancak zaman zaman doğru terminolojinin kullanımını teşvik ederek araya girer (Pegg, 1995).

- ✓ *Aşama 3: Açıklama (Explication):*

Açıklama aşamasında yer alan öğrenciler, gözlemlenen yapılar hakkındaki ilgili görüşlerini önceki öğrenme deneyimleriyle bağlantılı olarak açıklarlar (Abdullah ve Zakaria, 2013). Bu, öğrencilerin ilerlemelerini izlemek ve öğrenmelerini geliştirmek için daha önce öğretilen konuyu anlamalarını değerlendirmeye yardımcı olur. Öğrenciler konu hakkında öğrendiklerini kendi dillerini kullanarak anlatırlar. Nitekim öğretmen, öğrenciler arasında doğru iletişimi desteklemek için terimleri veya belirli bağlama uygun doğru matematiksel dili tanıtır (Atebe, 2008; Crowley, 1987). Örneğin, bir dikdörtgenin özellikleri hakkında konuşabilir ve dik açı, köşegenler, paralel ve karşıt kenarlar gibi uygun matematiksel terminolojiyi kullanabilirler.

- ✓ *Aşama 4: Serbest Oryantasyon (Free Orientation):*

Serbest oryantasyon aşamasında öğrencilere daha zorlu görevler verilir ve belirli ilişkileri keşfetmek için kendi başlarına araştırma yapmaları istenir (Pusey, 2003). Öğrencilere kendi çözümlerini bulmaya teşvik etmek için çok yollu çözümler içeren açık uçlu görevler verilir. Bu durumda kendilerini araştırma alanına yönlendirerek, öğrenilen kavramlar arasındaki birçok ilişki öğrencilere açık hale gelir (Crowley, 1987). Örneğin, öğrencilerden somut malzeme kullanarak (tartışılan şekillere göre şekillendirilmiş kağıt parçaları gibi), iki özdeş üçgeni farklı açılar kullanarak farklı şekillerde bir araya getirerek ne tür farklı şekiller yapılabileceğini araştırmaları istenebilir. Böylelikle bu tür görevler esnasında, açıklama aşamasında kullanılan uygun kelimeleri uygulayarak cevaplarını açıklamaları istenecektir.

- ✓ *Aşama 5: Entegrasyon (Integration):*

Bu aşamada öğrenciler, genel bakış geliştirmek için öğrendiklerini gözden geçirir, bütünleştirir ve özetler (Abdullah ve Zakaria, 2013; Atebe, 2008). Öğretmen, gerekirse, öğrencinin öğrendiklerine kısa referanslar vererek yardımcı olabilir. Ancak bu özetlerin yeni bir şey içermemesine dikkat edilmelidir. Bunu başarmak için van Hiele (1986), "entegrasyonu kontrol etmek için belirlenen problemlerin basit olması gerektiğini" tavsiye etmektedir. Örneğin, öğrencilerden dikdörtgenin keşfedilen özelliklerini özetlemeleri ve bu özelliklerin kökenlerini gözden geçirmeleri istenecektir.

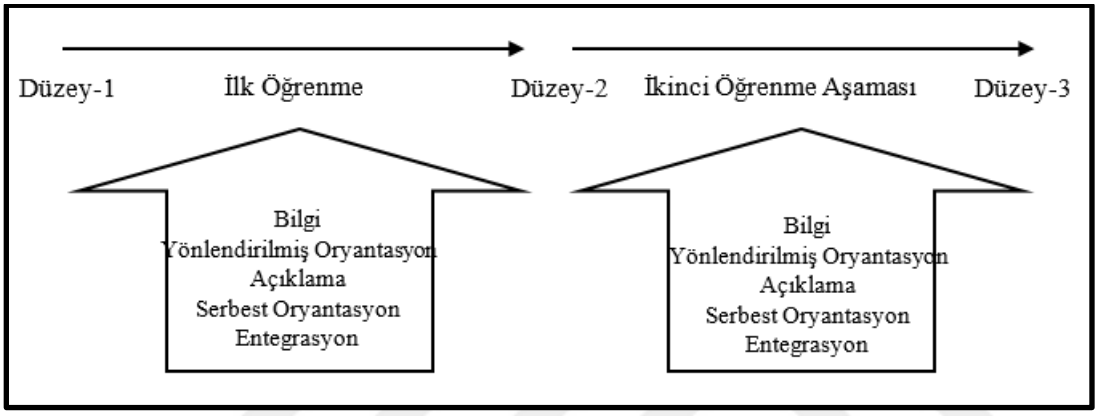
Son aşama tamamlandığında, öğrencinin artık van Hiele Teorisi'nde bir sonraki akıl yürütme düzeyine ulaşmış olacağı tahmin edilmektedir (Pusey, 2003). Yeni muhakeme alanı (van Hiele düzeylerine göre) eskinin yerini alır ve öğrenci artık bir sonraki düzeyde öğrenme aşamalarını tekrar etmeye hazırdır (Crowley, 1987). Bu nedenle öğrenci, van Hiele'nin

geometrik düşünme düzeyinin her birine ulaşmak için beş aşamanın hepsinden geçmek zorundadır. Yani birinci düzeyden ikinci düzeye ilerlemek için bilgi, yönlendirilmiş oryantasyon, açıklama, serbest oryantasyon ve entegrasyon aşamalarından geçmesi, sonraki aşamalara geçmek için de aynı aşamalardan geçmesi gerekmektedir (Abdullah ve Zakaria, 2013). Bu öğrenme aşamaları bir sonraki düzeyde yine tekrarlanacaktır.

Abdullah ve Zakaria (2013) van Hiele Teorisi için öğrenme aşamalarını her bir anlama düzeyinde göstermektedir.

**Şekil 7**

*Geometri Öğrenmenin Aşamaları*




Kaynak: *Abdullah ve Zakaria, 2013, s. 255.*

2.1.1.4.5. *Van Hiele Teorisi'nin Özellikleri:* Van Hiele Teorisi hakkında özel olan nedir? Bu sorunun cevabı bir cümleyle özetlenecek olursa, van Hiele Teorisi benzersiz karakterini hem bir öğrenme teorisi hem de bir öğretim teorisi olmasına borçludur. Bell'e (1979) göre, Bruner bu iki eğitim teorisi kategorisini birbirinden ayırmaktadır. Öğrenme teorileri doğası gereği tanımlayıcıdır. Bir öğrenme teorisi (veya entelektüel gelişim), ne olduğunu ve makul olarak ne olması beklenebileceğini tanımlar. Çocukların zihinsel gelişimlerinin belirli yaşlarında veya aşamalarında yapabilecekleri zihinsel etkinlikleri tanımlar (Bell, 1979). Örneğin, Piaget'nin entelektüel gelişim teorisi, çocuklar arasında zihinsel gelişimin ilerlediği aşamaları tanımlar (Piaget ve Inhelder, 1956). Piaget'in teorisi, çocukların belirli yaşlarda ne tür bilişsel etkinlikler yapabileceğini tanımlar fakat öğretim için sahip olduğu yöntemler mevcut değildir (Bell, 1979). Piaget'nin teorisi bu nedenle bir öğrenme teorisidir.

Bir öğretim teorisinin doğasında kuralcılık vardır (Bell, 1979). Eğer öğretim teorisi, "gerçekleri, becerileri, kavramları ve ilkeleri öğretmek ve öğrenmek için en etkili yöntemler için ilkelere sahipse" kuralcıdır. Dolayısıyla, teorinin içinde öğretim hedeflerine ulaşmak için önceden belirlenmiş bir dizi süreç ve stratejiler mevcuttur. Van Hiele Teorisi geometrik düşünme düzeylerine ilişkin tanımlayıcıdır, eğitimle ilgili van Hiele Teorisi ise kuralcıdır ve bu

nedenle genel olarak van Hiele Teorisi hem bir öğrenme teorisi hem de bir öğretim teorisidir. Bell (1979), iyi bir eğitim teorisinin öğrenme ve öğretmeyi birleştiren bir teori olduğu görüşünü ifade eder.

Usiskin (1982), van Hiele Teorisi'nin öğrencinin davranışı tanımlama ve tahmin etme bağlamında yöntemler önermesinin, spekülatif teorilerin aksine bilimsel olduğunu savunan herhangi bir teori için önemli niteliklere sahip olduğunu savunmuştur. Usiskin'e (1982) göre, van Hiele Teorisi zarafet, kapsamlılık ve geniş uygulanabilirlik olmak üzere üç önemli özelliğe sahiptir. Bunlar aşağıda kısaca açıklanacaktır.

*Zarafet:* Bu, teorinin oldukça basit yapısını ifade eder. Bir düzeyden diğerine geçiş, aynı temel prensipleri takip ederek, form zarafetini gösterir. Usiskin'e (1982) göre, "1. düzeydeki şekillerin 2. düzeydeki özelliklerin yapı taşları olduğu ve bunun da 3. düzeyde sıralandığı not edildiğinde yapının basitliği açıktır".

*Kapsamlılık:* Kapsamlılıkla, Usiskin (1982), van Hiele Teorisi'nin tanımlayıcı ve kuralcı niteliklerine atıfta bulunmaktadır. "Geometri öğreniminin tamamını kapsayan ve sadece öğrencilerin neden öğrenmede güçlük çektiklerini değil, aynı zamanda bu güçlükleri kaldırmak için neler yapılabileceğini de açıklayan herhangi bir teori kapsamlı olarak adlandırılmalıdır" (Usiskin, 1982).

*Geniş Uygulanabilirlik:* Amerika Birleşik Devletleri, Hollanda ve Sovyetler Birliği gibi çeşitli ülkelerde geometri müfredatı geliştirmelerinde büyük reformları etkilemiş olan van Hiele Teorisi'nin açıkça *"hem yaygın hem de kolay uygulanabilir"* olarak görülmektedir (Usiskin, 1982). Bu geniş uygulanabilirliğe rağmen, Afrika bağlamında öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini açıklamak için sınırlı sayıda çalışma van Hiele Teorisi'ni kullanmıştır. Mevcut literatürde van Hiele Teorisi'nin geometri sınıfı öğretim uygulamalarını açıklamak için öğretimde kullanımına ilişkin belirli bir araştırma eksikliği var gibi görünmektedir. Tek başına bu eksiklik, mevcut çalışmayı, özellikle Nijerya ve Güney Afrika bağlamlarında, değerli bir çaba haline getirmektedir.

2.1.1.4.5.1. *Van Hiele Düzeyleri Öğrencilerin Geometrik Düşüncelerini Tanımlamada Ne Kadar Faydalıdır?* ABD'deki ve denizaşırı ülkelerdeki deneysel araştırmalara dayanarak, van Hiele düzeylerinin öğrencilerin ilkokuldan üniversiteye kadar geometrik kavram gelişimini tanımlamada yararlı olduğunu doğruladılar. Usiskin (1982), ortaöğretim öğrencilerinin yaklaşık %75'inin van Hiele Teorisi'ne göre beklenen düzeyde olduğunu bulmuştur. Bu sonuç, öğrencilerin puanlarının %75'inin van Hiele Teorisi'yle tutarlı olduğu anlamına gelmektedir. Bir öğrenci, daha düşük van Hiele düzeyinde bir görevde kötü ve daha yüksek düzeyde bir görevde daha iyi performans gösteriyorsa van Hiele Teorisi'ne

uymamaktadır (bir düzeyde sınıflandırılabilir yüzdenin, araç ve puanlama şemasına göre değiştiğine dikkat edilmelidir). Burger ve Shaughnessy (1986) anaokulundan üniversiteye kadar öğrencilerle klinik görüşmeler yapmışlardır. Öğrencilerin davranışlarının genel olarak van Hiele düzeylerinin orijinal genel tanımıyla tutarlı olduğunu bildirmişlerdir. Örnek; öğrenciler, dörtgenler kümesindeki tüm kareleri, dikdörtgenleri, paralelkenarları ve eşkenar dörtgenleri tanımlayacaktır. Başarılı olanlar 1. düzeye atanmıştır. Bu düzeye atanan öğrenciler arasında görsel prototiplere ("bir dikdörtgen kapı gibi görünür") sık sık başvurulmuştur. Şekilleri karşılaştıran ve özelliklerine göre tanımlayan öğrencilere 2. düzey ataması yapılmıştır. Sonrasında şekillerin birbirleriyle ilişkilerini açıklayabilen öğrencilere düzey 3 atanmıştır (örneğin, kare, eşkenar dörtgen ve dikdörtgenin tüm özelliklerine sahip bir paralelkenardır). Bir öğrenci sık sık varsayımlarda bulunmuş ve bu varsayımları 4. düzey düşünmeyi gösteren biçimsel ispatlarla doğrulamaya çalışmıştır.

Her düzeyde benzersiz dilsel yapıların varlığı, örneğin "dikdörtgen"in farklı düzeylerdeki öğrenciler için farklı şeyler ifade etmesiyle desteklenmiştir (Burger ve Shaughnessy, 1986; Fuys vd., 1988; Mayberry, 1983). Özetle, düzeyler var ve öğrencilerin geometrik gelişimini tanımlamaktadır. Hem görüşmeler hem de yazılı değerlendirmeler yoluyla bu sonuç doğrulanmıştır.

2.1.1.4.5.2. *Van Hiele Düzeylerinin Ayrık/Sürekli Doğası:* Yapılan bazı araştırmalar van Hiele düzeylerinin ayrık doğasını sorgulamışlardır. Bir sonraki düzeye geçen öğrencileri güvenilir bir şekilde sınıflandırmanın zor olduğunu bildirmişlerdir (Burger ve Shaughnessy, 1986; Fuys vd., 1988; Usiskin, 1982). Fuys ve diğerleri (1988) tarafından yapılan araştırma kapsamında öğrencilerle (altıncı ve dokuzuncu sınıf) 45 dakikalık öğretimsel değerlendirme görüşmeleri yapılmıştır. Bu görüşmeler, araştırmacıların, öğretimin bir sonucu olarak öğrencilerin düzeyler içinde ve arasında ilerleme kaydetme yeteneklerinin haritasını çıkarmasına izin vermiştir. Bu nedenle, öğrencilerin van Hiele giriş düzeyi ve verilecek eğitimden sonra ulaşılabilecek bir potansiyel bir düzey göstermiştir. Görüşmelerden elde edilen verilere göre bazı öğrencilerin herhangi bir gelişme göstermediği, ancak bazılarının öğretim bölümleri sırasında rahatça farklı düzeylere geçiş yapıldığı görülmüştür. Ulaşılan bu sonuçlar, van Hiele Teorisi baz alınarak yapılan öğretimin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini yükseltmeye yardımcı olabileceğine dair inançlarını doğrulamaktadır. Aynı zamanda "çokyüzlüler" konusu üzerine yapılan bir öğretim deneyinde de benzer sonuçlar

gözlemlenmiştir (Lunkenbein, 1980). Bu durum van Hiele düzeylerinin sürekli doğasını gösteren, düzeylerin ayrık doğasını şüpheye düşüren güçlü kanıtlar olduğu görülmektedir.

2.1.1.4.5.3. *Bir Öğrencinin Van Hiele Düzeyi Konulara Göre Değişir mi*? Bazı öğrencilerin konuların farklılığına göre daha düşük ya da yüksek van Hiele düzeylerine ulaşması diğerlerinden daha kolay ya da daha zor olabilir. Bu durumda düzeylerin statik karakterizasyonundan ziyade dinamik karakterizasyonu için, bu düzeylerin ayrık olmaktan ziyade sürekli doğası hakkındaki önceki iddiayı güçlendiren bazı deneysel destekler vardır. Gutiérrez ve Jaime (1988), öğretmen adaylarının geometrik akıl yürütme düzeylerini düzlem geometrisi, uzamsal geometri (polihedra) ve ölçüm olmak üzere üç konuda karşılaştırma yapmaya olanak sağlayan çalışma yapmışlardır. Çalışma sonuçları öğretmen adaylarının konular arasında ulaştığı düzeylerin, farklı konular için farklı olduğunu göstermiştir. Buna benzer diğer bir çalışma Burger ve Shaughnessy (1986) tarafından, öğrencilerin farklı görevlerde farklı düzeyleri sergilediklerini ve hatta bazılarının aynı görevde bir düzeyden diğerine salındığını bildirmektedir. Bu nedenle, teoride yer alan beş düzeyin küresel doğası sorgulanmaya açıktır.

2.1.1.4.5.4. *Düzeyler Bir Hiyerarşi Oluşturur mu?* "Van Hiele Teorisi'nin odak noktası, geometri öğretimindeki beş düzeyin ayrımı ve bir öğrenme hiyerarşisi oluşturdukları hipotezidir." (De Villiers, 1987, s.3)

Van Hiele öğrenme düzeylerinin sahip olduğu hiyerarşik yapı, teorinin doğasında yer alan özellik olarak bilinmektedir (Chaiyasang 1987; Usiskin 1982). Bu durum, yani biri diğerinden daha yüksek bir akıl yürütme düzeyini içerecek şekilde düzenlenmiş olan ardışık düzeylerin organizasyonu, düzeylerin yapısı için önemlidir. Düzeylerin hiyerarşik yapısının önemli olduğu vurgulanmaktadır, çünkü bir öğrenci bir sonraki yüksek düzeye geçmeden önce düşünmede bir krize ihtiyaç vardır. Bu konuyla ilgili yapılan araştırmalarda, öğrencilerin sırayla hareket ettiği düzeylerin hiyerarşik doğası doğrulanmıştır (Burger ve Shaughnessy, 1986; Chen vd., 2019; de Villiers ve Njisane, 1987; Denis, 1987; Fuys vd., 1988; Mason ve Schell, 1988; Mayberry 1983; Senk, 1989; Usiskin, 1982; Usiskin ve Senk, 1990; Wilson, 1990)

Hiyerarşi kavramı, bu konu hakkında araştırma yapan bazı araştırmacılar tarafından yapılan sonuçların yorumlanmasının da temelini oluşturur (Burger ve Shaughnessy, 1986; Davey ve Pegg, 1989). Fuys'un 1985'de yaptığı çalışmasında öğrencilerin, önceki düzeylerden geçmeden bir düzeye ulaşamadığına vurgu yapılmaktadır. Ayrıca ileri düzeylerden birinde yeterince işlev görmek için önceki düzeylerin büyük parçalarına hakim olunması gerekmektedir (Hoffer 1981). Mason (1989) tarafından üstün yetenekli öğrenciler arasındaki geometrik anlayış ve kavram yanılgıları üzerine yaptığı araştırmanın, öğrencilerin 4. düzey akıl yürütmelerine bir

temel sağlamak için düzey 2 ve 3 deneyimlerine ihtiyaç duyduklarını belirtmiştir. Ayrıca teoride yer alan düzeylerin hiyerarşik doğası, Nasser (1990) tarafından gerçekleştirilen araştırmayla da desteklenmektedir. Genel olarak, yapılan çalışmalar belirli bir düzeyde performans gösteren öğrencilerin, daha düşük performans gerektiren görevlerde başarılı oldukları sonuçlarını doğrulamaktadır.

Düzeylerin hiyerarşik doğasını araştırmak için tasarlanan veri analizi prosedürleri, tutarlı bir şekilde düzeylerin hiyerarşik olduğunu göstermiştir. Guttman'ın skalogram analizi Mayberry (1983) tarafından düzeylerin temsil edilebilmesinin bir hiyerarşi oluşturduğunu göstermek için kullanılmıştır (tekrarlanabilirlik 0.97). Benzer bir sonuç (tekrarlanabilirlik 0.98) Denis (1987) yaptığı çalışmada Mayberry (1983) maddelerini Porto Rikolu öğrencilerden oluşan bir örneklem üzerinde kullandığında da aynı sonuçlar elde edilmiştir. Benzer şekilde, Kay (1986) tarafından yapılan "Kare Bir Dikdörtgen midir? İlköğretim I. Sınıf Öğrencilerinin Dörtgenleri Şekillerle Anlamasının Gelişimi" adlı araştırmasında ilköğretim birinci sınıf düzeyinde yer alan öğrencilerin geometri konularını nasıl anladıkları araştırılmıştır. Araştırmadan elde edilen veriler geometri öğretiminin özelden genele doğru yapılması bağlamında geometrik kavramların hiyerarşi sağlayacak şekilde öğrenilebileceğinin ve bu durumun van Hiele Teorisi ile açıklanabileceği sonucuna varılmıştır. Bunlara ek olarak, Soon (1989) tarafından yapılan "Singapur'daki Lise Öğrencilerinin Dönüşüm Geometrisi Dersindeki van Hiele Düzeylerini Öğrenmeleri Üzerine Bir Araştırma" adlı araştırmada, van Hiele düzeylerinin hiyerarşik bir yapıya sahip olup olmadığı dönüşüm geometrisi konusunda araştırılmıştır. Öğrencilerin verdikleri cevapların analizleri sonucunda van Hiele düzeylerinin hiyerarşik bir yapıya sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca, Moran (1993) tarafından yapılan "Günlük Yazma Yöntemi ile Yedinci sınıf öğrencilerinin Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerinin Belirlenmesi" adlı araştırmada, bir düzeyden diğer düzeye geçişte van Hiele düzeylerinin beş evresinin de geçerli olup olmadığı araştırılmıştır. Değerlendirme sonunda, bir düzeyden diğer bir düzeye geçişte bu beş evreden sırayla geçilmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Yine, ilk dört van Hiele düzeyinin hiyerarşik doğası, diğer araştırmacıların, yani Gutierrez ve Jaime (1987), Smith (1989) ve Wilson (1990) araştırmalarında doğrulanmıştır. Gutierrez ve Jaime (1987), hemen hemen tüm öğrencilerin ardışık olarak daha yüksek van Hiele düzeyi için daha düşük bir kazanım derecesi gösterdiğini, Smith (1989) tarafından karşılaştırılan iki çoktan seçmeli testin her ikisinin de kabul edilebilir tekrarlanabilirlik katsayıları verdiğini bulmuşlardır. Smith (1989), Usiskin'in (1982) "düzey 5'in ya mevcut olmadığı ya da test edilebilir olmadığı" sonucuna atıfta bulunarak, çalışmasında en yüksek

düzey olan düzey 5'i çıkarmıştır. Buna karşılık, Wilson (1990), tümü için sonuçları dahil etmiştir. Rasch modelini kullanarak Usiskin (1982) verilerini yeniden analiz ettiğinde beşinci düzeyin değil, ilk dört düzeyin hiyerarşik doğasını doğrulamıştır.

2.1.1.4.5.5. *1. Düzeyden Daha Temel Bir Düzey Var mı?* Yapılan çalışmalarda, öğrenciler kavramları yeterli düzeyde tanımlayamadıkları için van Hiele tarafından belirlenen düzeylerin altında bir düzeyin olabileceği vurgulanmıştır (Mayberry 1983; Senk 1989; Usiskin 1982). Nitekim van Hiele Teorisi'nin bahsettiği düzeyin daha altında ilkel düşüncenin varlığını ortaya koyan araştırmalar vardır.

Örneğin, Usiskin (1982) tarafından yapılan çalışmada ortaöğretim öğrencilerinin %34'ü görsel düzeyin bile düşünme özelliğini gösteremediği; yıla 0 düzeyinde başlayan öğrencilerin %26'sının yıl sonunda 0 düzeyinde kaldığı sonuçlarına ulaşılmıştır. Bu gözlemler 0 düzeyinin varlığını düşündürmektedir (Senk, 1989). Benzer şekilde Mayberry (1983), öğretmen adaylarıyla yapılan görüşme neticesinde %13'lük bir kısmının 1. düzeyin özelliklerini taşımadığını göstermiştir. Son olarak, Senk (1989) tarafından yapılan araştırma sonuçları 1. düzeyde bir geometri dersine giren öğrencilerin ispat yazmada 0. düzeyde girenlere göre önemli ölçüde daha iyi performans gösterdiğini bulmuştur. Bu sonuçlar ışığında ve Clements ve Battista (1992) tarafından yapılan araştırma sonucunda bu beş düzeyden önce "Pre-Recognition" olarak adlandırılan bir düzeyin varlığı tanımlanmıştır.

2.1.1.4.6. *Van Hiele Düzeyleri ve Üç Boyutlu Geometri:* Geometri öğretiminde öğrenciler 3 boyutlu geometrik nesnelerin özelliklerini nasıl anlarlar? Nitekim Gutierrez ve meslektaşları van Hiele Teorisi'ni üç boyutlu geometrinin anlaşılmasına uygulamışlardır (Gutierrez vd., 1991). Bununla birlikte, geometrik anlama ile bağlantılı olarak, gelişen bir genel uzamsal algı duyusu da vardır (Bishop, 1980; 1983; Del Grande, 1987). Del Grande (1987) ve Frostig ve Horne (1964) çalışmalarına dayanarak öğrencilerin uzamsal yeteneklerini geliştirebilecek etkinlikleri değerlendirmişlerdir. Ayrıca bu bağlamda geometrinin gelişiminde büyük önemi olan yedi uzamsal yetenek önerilmiştir. Bishop (1980; 1983) matematik eğitiminde uzamsal yeteneklerin önemine dikkat çekmiştir.

Saads ve Davis (1997), İngiltere'de bir grup öğretmen adayının üç boyutlu geometri ve uzamsal yeteneklerini kullanarak van Hiele düzeylerini araştırmışlardır. Bu çalışma iki amaç doğrultusunda gerçekleşmiştir. Birincisi, van Hiele düzeylerini ve uzamsal yetenekleri değerlendirmek için bir araç geliştirmek ve ikincisi, öğrencilerin sorgulamalarını ve dil kullanımını gözlemledikleri van Hiele düzeyleri ve Del Grande'nin (1987) uzamsal algılama yetenekleriyle ilişkilendirmektir. Del Grande (1987), geometrik anlama ile ilişkili olanın,

gelişen bir genel uzamsal algı duygusu olduğunu öne sürmüştür. Geometride akademik gelişimde en büyük öneme sahip görünen uzamsal yetenek türleri önermiştir. Bunlardan beşi: algısal sabitlik, şekil zemin algısı, mekan algısındaki konum, görsel ayrım ve mekansal ilişkilerdir. Bu bağlamda van Hiele düzeylerinin 3 boyutlu geometriye uygulanabileceğini, van Hiele düzeylerinin hiyerarşik yapısını desteklediğini ve Del Grande Uzamsal Algı kategorilerinin hiyerarşik olmayan yapısını desteklediğini göstermiştir.

2.1.1.4.7. *Van Hiele'nin Diğer Teorilerle Karşılaştırılması:* Van Hiele geometrik düşünce düzeyleri teorisini tam olarak anlayabilmek için, araştırmalarda öne sürülen ve kullanılan diğer modelleri de göz önünde bulundurmak gerekir. İlgilenilen iki model, Jean Piaget tarafından geliştirilen bir gelişim teorisi ve John Biggs ve Kevin Collis tarafından oluşturulan SOLO (Gözlenen Öğrenme Çıktılarının Yapısı) Taksonomisidir. Bu modellerin birbirleri ve van Hiele Teorisi ile karşılaştırıldığında benzerlikleri olduğu kadar farklılıkları da bulunmaktadır. Van Hiele'den önce, Jean Piaget benzer şekilde çocukların geometrideki düşüncelerinin doğasını tanımlamıştır. Piaget'in teorisini özetleyen en ünlü kitaplarından ikisi, The Child's Conception of Space (Piaget ve Inhelder, 1967) ve The Child's Conception of Geometry'dir (Piaget vd., 1960). Lehrer ve diğerleri (1998), "Piaget ve van Hiele'nin öncü çabaları, okul çağındaki çocukların uzay ve buna karşılık gelen değişim yörüngeleri hakkındaki ilk kavramlarını içeren en kapsamlı bilgi kaynakları olmaya devam ediyor" diye görüş belirtmiştir (s. 137). Van Hiele Teorisi'nden bu yana, John Biggs ve Kevin Collis, öğrencilerin yanıtlarını sadece matematik değil, çeşitli konularda niteliksel olarak tanımlamak için SOLO Taksonomisi adı verilen bir yapı önermiştir.

Bu bölümde, Piaget'nin teorisini ve SOLO Taksonomisini kısaca açıklamak ve teorileri van Hiele Teorisi'yle karşılaştırmak ve benzerlik ve farklılıklarını ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Asıl odak ise bu üç teorinin geometri öğretimini nasıl etkilediğini ve etkileyebileceğini açıklamak olacaktır.

2.1.1.4.7.1. *Van Hiele Teorisi'nin Piaget'in Gelişim Teorisi ile Karşılaştırılması:*

Jean Piaget, amacı, uzay ve geometri olmak üzere çeşitli alanlarda çocukların düşüncesinin gelişimsel doğasını tanımlamak olan bir genetik epistemoloğudur. Çeşitli alanlardaki gelişimle ilgili teorilerinin kapsayıcı organizasyonu, çocukların belirli yaşlarla ilişkilendirilen bilişsel gelişim aşamalarını kullanılarak yapılandırılmıştır. Gelişimin bu aşamaları duyusal-motor (bebeklik), işlem öncesi (erken çocukluktan okul öncesi), somut işlemsel (çocukluktan ergenliğe) ve resmi işlemsel (erken yetişkinlik) (Collis vd., 1986). Piaget, bilişsel gelişimin bu aşamalarının, bir kişinin zihinsel yapılarının gelişmesine bağlı olarak

kaçınılmaz olduğunu ve eğitimle bağlantılı veya zorunlu olarak eğitimden etkilenmediğini varsaymıştır (Lehrer vd., 1998).

Piaget'nin çalışmasında iki ana tema vardır. Piaget'in teorisinin önemli bir bileşeni topolojik öncelik tezidir (Clements ve Battista, 1992). Bu, çocukların Topolojik ilişkiler, Projektif ilişkiler ve son olarak Öklid ilişkileri ile başlayan geometri hakkındaki fikirleri organize ettiği ve yapılandırdığı mantıksal bir diziyi tanımlamaktadır. Piaget geometri anlama düzeylerini hiyeraşik olarak aşağıdan yukarıya doğru Topolojik dönem, Projektif dönem ve Öklid dönem olmak üzere sınıflandırmıştır.

*Düzey 1- Topolojik (topological) dönem (2-4 yaş):* Piaget'e göre çocuk ilk olarak çevresini Öklid uzayı olarak algılamaya başlamadan önce topolojik olarak algılamaktadır. Piaget'e göre çocuklar geometrik şekilleri bütün olarak fark ederler. Örneğin, düzensiz kapalı eğriler daireleri ya da kareleri temsil edebilir. Bu dönem Piaget tarafından benzer nesnelerin fark edildiği dönem olarak tanımlanmaktadır. Çünkü çocukların mekânı kavrayışları aktif ve operasyonel özellik gösterir ve basit topolojik ilişki olarak başlar. Bu dönemde çocuklar çevrelerindeki nesneleri hatta canlı varlıkları sabit değişmeyen belirli yapıları olan durumlar olarak görmemektedirler. Onların görüntülerini bulundukları pozisyonlarına bağlı olarak değişen durumlar olarak görmektedirler. Sonuç olarak, geometrik şekiller benzer nesnelerden seçilemezler. Bu anlamda bir nesnenin özelliklerinin anlaşılması için nesnenin bütününü keşfedilmesi çocuk için çok önemlidir (Schrier, 1994). Bu dönem Piaget'in işlem öncesi dönemine kadar devam etmektedir.

*Düzey 2- İzdüşümsel/projektif (projective) dönem (4-7 yaş):* Çocuklar bu dönemde bir nesneyi farklı açılardan gözlemleyebilirler. Yakınlık ve ayrılık ilişkileri (açıklık ve kapalılıktan kaynaklı) önem kazanmaktadır. Bu dönemde, Öklid geometrik şekillerinin fark edilmesine yönelik gelişme gözlenir (Schrier, 1994). Verilen geometrik şekillerin isimlendirmelerini yapabilirler, şeklin kaç kenar, köşe, köşegene sahip olduklarını söyleyebilir ve diğer geometrik şekillerle eşleme yapabilirler. 5 yaşın başı ile 6 yaşın bitimi arasında çocuklar, her şeyi keşfetmeye hazırlardır (Piaget ve Inhelder, 1956).

*Düzey 3- Öklid (Euclidean) dönemi (7 yaş ve sonrası):* Bu dönemde çocuklar uzaklık (iki nokta veya doğru arasındaki uzaklık gibi), yön ve açı gibi özellikleri dikkate alırlar. Ayrıca koordinat düzleminde herhangi bir noktanın yeri, dönüşümler ve dönüşümlerde değişenler ve sabit kalan kavramlar hakkında bigi sahibidirler. Ayrıca Öklid geometrik şekillerini çizebilme becerisi sergilerler. Bu düzeyde, işlemsel koordinasyon meydana gelir. İşlem diğer etkinlikler ile bütünleştirilebilen, başlangıç noktasına dönülebilen bir etkinliktir (Schrier, 1994).

Ancak, Clements ve Battista'ya (1992) göre, Piaget'nin bu fikri araştırmalarla tam olarak desteklenmemiştir. Aksine, bu fikirlerin üçünün de entegre bir şekilde birlikte geliştiğini iddia etmektedirler. Piaget'in teorisinin bir diğer önemli ilkesi, yapılandırmacılıkla ilişkilidir; yani, bir çocuğun mekan temsili, çevre içindeki kendi etkinlikleri ve etkileşimleri yoluyla geliştirilir. Piaget'in teorisi, çocukların düşüncelerini betimleyerek eğitim alanına katkıda bulunmuştur. Geometri öğretimi açısından, Piaget'nin teorisinin gerçekten etkili olduğunu gösteren genel bir görüş yoktur (Clements ve Battista, 1992). Yine Piaget, öğrencilerin düşüncelerindeki gelişiminin, sadece yaşlandıkça zamanla meydana gelen fizyolojik bir doğaya sahip olduğunu iddia eder. Bu nedenle, öğretimin etkileyebileceği veya iyileştirebileceği bir şey değildir. Piaget, bir çocuğun büyümesinin zaten dikte edildiğini ve planlı öğretim teknikleri veya etkinlikleriyle geri döndürülemez olduğunu ifade etmektedir. Pegg ve Davey (1998), Piaget'nin çalışmasının sınıf eğitimini gerçekten değiştirip değiştirmediğini sorgulayarak Clements ve Battista (1992) ile aynı fikirdedir; ayrıca başkalarının Piaget'nin topolojik öncelik fikirleri hakkındaki şüphelerini paylaşırlar.

Araştırmacılar için bir ilgi alanı, bu üç teorinin birbirleriyle karşılaştırılması olmuştur. Van Hiele ve Piaget'in teorileri arasındaki en bariz farklardan biri, birinin düşünme düzeylerini, diğerinin ise gelişim aşamalarını tanımlamasıdır. Aşama ve düzey arasındaki ayrım Glasersfeld ve Kelley (1982) tarafından netleştirilmiştir. Aşama, "onu bitişik dönemlerden ayıran ve bir ilerlemede bir adım oluşturan niteliksel bir değişimle karakterize edilen bir zaman aralığını belirleyecek" şekilde sınıflandırmaktır. Örneğin, Piaget, bebekliğin, çocukların fiziksel çevre ile ilk etkileşimi (motor becerileri geliştirme) ile karakterize edilen sensorimotor aşamada çalıştığı zaman çerçevesi olduğunu iddia eder. Öte yandan, bir düzeyin zamana göre tanımlanmadığını iddia ederler; bunun yerine düzey "bazı ölçülebilir özellik veya performansın belirli bir derecesini veya yüksekliğini ifade eder" şeklinde tanımlanmıştır. Örneğin, van Hiele'nin düzeyleri, bir öğrencinin bir geometrik şekil hakkında akıl yürütme biçimlerine göre tanımlanmaktadır. Belirli bir düzey herhangi bir yaşta mümkündür ve bir öğrencinin farklı bir kaynaktan (bir şeklin hangi özelliklere sahip olduğuna nasıl göründüğüne göre) akıl yürütmesiyle gösterilen herhangi bir zamanda değişebilir.

Clements ve Battista (1992), van Hiele ve Piaget'in fikirleri arasında bazı karşılaştırmalar yapmıştır. Her ikisinin de öğrencilerin anlayış oluşturmada etkili olduğunu iddia ederler; ayrıca, "*Her iki teorisyen de eleştirel bir öğretimsel ikilemin öğrenciler için henüz yansıma nesneleri olmayan nesneler hakkında öğretmek olduğuna inanır*". Bu durum düzey uyumsuzluğu fikrini destekler niteliktedir çünkü öğrenciler ulaştıklarından daha yüksek düzeylerde öğretilen fikirleri anlamlandırmak için mücadele edeceklerdir. Ayrıca, her iki

durumda da teorisyenlerin, öğrencilerin karşıt düzeylerde düşünmeye çalışırken ortaya çıkan çatışmaları desteklediğini ve öğrenme sürecinin önemli ve sağlıklı bir parçası olduğunu öne sürerler. Son olarak, Clements ve Battista (1992), her iki teorisyenin de öğretim konusunda iki perspektiften kaçındığını söylüyorlar. Bir bakış açısı, daha yüksek bir düzeye ulaşıldığında daha düşük bir düzeyi aşağı olarak algılamaktır; diğeri ise, öğrencilerin mevcut düzeyi belirlendikten sonra, öğrencileri sonraki düzeylere hızlı bir şekilde zorlamaya çalışmaktır. Başka bir deyişle, ne Piaget ne de van Hiele teorilerini gelişmeyi hızlandıracak bir yol olarak görmezler.

İki teori arasındaki bazı ayrımlar da açık olarak görülmektedir. Pandiscio ve Orton (1998), bir farkın, iki teorisyenin öğrencilerin düzeyler veya aşamalar arasındaki hareketi konusundaki duruşu olduğunu iddia etmişlerdir. Piaget'nin bunun etkinliğe bağlı olduğunu, van Hiele'nin ise dile bağlı olduğunu öne süreceğini söylemektedirler. Pandiscio ve Orton'ın (1998) yaptığı bir diğer önemli ayrım, iki teorinin amaçlarının oldukça farklı olmasıdır. Van Hiele'nin, öğrenciler için düşünme düzeylerini tanımlayarak öğretimi iyileştirmede öğretmenlere yardımcı olmaya çalıştığını ifade etmişlerdir. Piaget'nin ise düşüncenin ilerlemesini ve ne zaman gerçekleşmesinin beklenebileceğini içeren teori geliştirdiğini savunmaktadırlar. Başka bir deyişle, van Hiele Teorisi öğretimi bilgilendirebilecek bir teoriyken, Piaget'nin ise bir gelişim teorisidir.

Clements ve Battista (1992) ayrıca Piaget ve van Hiele'nin öğrencilerin akıl yürütme ve ispat konusundaki düşüncelerinde geliştiğine inandıkları şekilde bir ayrım yapmışlardır. Van Hiele'nin bu büyümenin geometrik bilgi ve ilişkilerin artan anlayışına bağlı olduğunu belirtmişlerdir. Ancak Piaget'e göre, öğrencilerde uygulandıkları içerikten bağımsız olarak bazı mantıksal işlemler gelişmektedir. Bu, van Hiele'nin, içeriği anlama düzeyi uygun bir düzeydeyse bir öğrencinin bir şeyi kanıtlamaya hazır olduğunu düşündürmektedir. Bu nedenle, öğretim onları bu tür bir akıl yürütmeye hazırlayabilecek kontrol edilebilir bir faktördür. Yine de Piaget, içeriği anlamanın bir çocuğun resmi tartışmaya hazır oluşuyla ilgisi olmadığını iddia etmektedir.

Lehrer ve diğerleri (1998), çocukların uzay ve geometri hakkında nasıl akıl yürüttüğü üzerine boylamsal bir çalışma yürütmüştür. Çalışma sırasında Piaget ve van Hiele'nin teorilerini sorgulamışlardır. Bu bağlamda öğrencilere iki ve üç boyutlu geometrik şekiller verilmiş ve onlardan hangi ikisinin birbirine en çok benzediğini seçmeleri istenmiştir. Araştırmacılar, bunun öğrenciler için birden fazla van Hiele geometrik düşünme düzeyini ortaya çıkarmasını amaçlamıştır. Sonuçlar, çocukların çoğunluğunun seçimlerini bir şeklin görünümüne dayandırdığını göstermektedir. Yine de, dikkat ettikleri ve tanımladıkları arasındaki farkın büyük ölçüde değiştiği açıktır. *"Bu ayrımların, gelişimin tek bir görsel düzeyi*

*tarafından tanımlanmasına meydan okuduğunu"* iddia ediyorlar (Lehrer vd., 1998, s. 142). Çocukların üçlüdeki iki şekli niteliklere göre "benzer" olarak sınıflandırdıkları durumları da not ettiler (açıklayıcı akıl yürütme düzeyini gösterir). Aslında, öğrenciler tarafından not edilen klasik yanıt, gerekçelerinde ardışık olmayan birden çok akıl yürütme düzeyi içermektedir. Bu sonuca bağlı olarak, van Hiele'nin ayrık düzeyler varsayımının sorgulanabilir olduğunu iddia etmektedirler. Bu, Clements, Battista ve Sarama'nın (2001) öğrencilerin düşünmelerinin ayrık düzeylerde düzgün bir şekilde tanımlanmadığına dair kanıtlar bulan sonucuyla tutarlıdır. Lehrer ve diğerleri (1998) da van Hiele düzeylerinin zaman içindeki tahmin yeteneğini test etmek istemişlerdir. Örneğin, van Hiele, öğrencilerin zamanla daha az görsel ve daha betimleyici düşüneceklerini iddia etmiştir. Teorinin bu parçasını değerlendirirken, van Hiele'nin bu genel büyüme teorisinin var olduğu hipotezini doğrulayamamışlardır. Sonuç olarak, Lehrer ve diğerleri (1998), çocukların uzay hakkında düşündükleri detayın, van Hiele'nin açıkladığından daha büyük olduğunu iddia etmişlerdir.

2.1.1.4.7.2. *Van Hiele Teorisi'nin SOLO Taksonomisi ile Karşılaştırılması:* "Gözlemlenebilir öğrenme çıktılarının yapısı" olarak Türkçe'ye çevrilen SOLO Taksonomisi (Structure of the Observed Learning Outcome), John Biggs ve Kevin Collis tarafından 1982 yılında geliştirilmiştir. Biggs ve Collis'in (1982) SOLO Taksonomisi, düşünme düzeyleri veya gelişim aşamalarının aksine öğrencilerin belirli bir konuya ilişkin kavrama becerilerini değerlendirmeye yönelik bir modeldir. SOLO Taksonomisinde bu değerlendirme öğrencilerin sorulara vermiş olduğu cevapların niteliği ve yapısına göre yapılır. Verilen cevaplar oluşturulan belli kriterlere göre analiz edilir ve öğrenciyi teşhis etmek için öğretmene bir araç sunmaktadır.

Modelde sadece matematikte değil, herhangi bir konu alanında öğrencilerin yanıtlarının nitel değerlendirmesi için kullanılabilecek önceden var olan kriterleri tanımlamakla ilgilenmişlerdir. Piaget'nin çalışmasına benzer şekilde, Biggs ve Collis, öğrenmenin gerçekleştiği (belirli yaş aralıklarıyla da bağlantılı) beş işlev modu önerdi: duyusal-motor, ikonik, somut sembolik, soyut ve soyut sonrası şeklindedir. Ardından bu taksonomideki düzeyler için öğrencinin verdiği cevapların niteliğine bağlı olarak belirli bir mod içinde beş farklı yanıt düzeyi tanımlamışlardır. Bunlar; Yapı Öncesi, Tek Yönlü Yapı, Çok Yönlü Yapı, İlişkisel Yapı ve Soyutlanmış Yapı'dır.

*Yapı Öncesi (YÖ):* SOLO Taksonomisinin en alt düzeyi olan bu düzeyde öğrenci soruyu pek anlamaz ve cevap verse de verdiği cevapların istenilen cevaplarla ya alakası yoktur ve yanlıştır. Problemi anlama basamağını gerçekleştirmek öğrencilerde bilişsel eylem gözlenmemektedir.

*Tek Yönlü Yapı (TYY):* Bu düzeyde öğrenciler genellikle sorunun tek bir yönüne odaklanır. Bu durumda odaklanma tek bir yöne olduğu öğrencilerin verdiği cevaplar ya eksik yada sınırlı olmaktadır. Bu düzeyde öğrencilerden basit tanımlamalar ve belirlemeler yapmaları beklenmektedir.

*Çok Yönlü Yapı (ÇYY):* Bu düzeyde öğrenciler soruya ilişkin birden fazla yönü kullanabilir fakat bu yönleri birleştiremez. Verilen durumla ilgili tanımlamalar ve açıklamalar yapılmaktadır. Fakat bunlar arasında ilişkisel bağ kuramadıklarından öğrencilerin cevapları birbirinden kopuk bilgi parçalarından oluşmaktadır.

*İlişkilendirilmiş Yapı (İY):* Bu düzeyde öğrenciler üzerinde çalıştıkları durumu farklı yönleriyle değerlendirerek bunlar arasında karşılıklı ilişkilendirmeler yapabilmektedir. Bu nedenle cevapları tutarlılık gösterir yani problemde istenilen ve verilenleri belirleyebilir, çözüm için plan yapıp ilgili algoritmalar geliştirmektedir.

*Soyutlanmış Yapı (SY):* Bu düzeyde öğrenci bir önceki düzeyin çıktılarının yanı sıra daha üst düşünme becerilerine sahiptir. Öğrenci çalışılan durumla ilgili genellemeler, yorumlar yapabilir, çıkarımlarda ve görev ötesinde akıl yürütmelerde bulunabilir. Bu düzey yeni bir düşünce biçimi olarak kabul edilmektedir.

Biggs ve Collis (1982), SOLO Taksonomisinin eğitimcinin özellikle ilgisini çekmesini amaçlamıştır. Öğretmenlerin, öğretim kararlarını değerlendirirken modelin kullanılmasını tavsiye etmişlerdir. Bu yapının eğitimden yararlanabileceği bir diğer açık yol, öğrencilerin cevaplarını geleneksel nicel yöntemin yanı sıra başka yollarla değerlendirmek için bir araç olarak kullanılmasıdır.

SOLO Taksonomisi ile van Hiele öğrenme teorisi arasında benzerlikler mevcuttur. Açıkçası, her iki teori de öğretmenlere öğrencilerin akıl yürütmelerini değerlendirmeleri için bir yol sunmaktadır. Ek olarak, her iki teorinin de amacı, öğretmenleri öğretimin yanı sıra değerlendirmeye rehberlik edecek bir kaynakla güçlendirmektir. Daha önce de belirtildiği gibi, bu, Piaget'nin gelişim teorisiyle ilgilendiği bir hedef değildir. Ayrıca, her iki teoride de düzeylerin uç noktaları benzer tepkileri göstermektedir.

Van Hiele Teorisi'nin özelliği her biri kendine özgü işleyiş tarzına sahip olan ve kendi gelişimsel görevleriyle karakterize edilebilen hiyerarşik düzeylerin varlığıdır. Bu tür görevlerdeki öğrenci davranışları deneysel olarak belirlenebilir. Bu görevlerin her birinde van Hiele düzeylerine atama, van Hiele düzey göstergeleri olarak öğrenci davranışları kullanılarak yapılabilir.

**Tablo 2**

*Van Hiele ve SOLO Düzeyleri Arasında Bir Karşılaştırma*

| **Van Hiele Düzeyleri** | **SOLO Taksonomisi** |
|---|---|
| | Yapı öncesi<br>Yanıt, ilgili hiçbir yönün kullanımını temsil etmez |
| Düzey 0<br>Şeklin bir bütün olarak değerlendirilmesi, ancak özelliklerinin değil. | Tek Yönlü Yapı<br>Yanıt, ilgili bir yönün kullanımını temsil eder. |
| Düzey 1<br>Geometrik özelliklerin algılanması, ancak bu özellikler birbirleriyle ilişkili değildir. | Çok Yönlü Yapı<br>Tepki, birkaç ayrık yönün kullanımını temsil eder. |
| Düzey 2<br>Soyut tanımlar oluşturmak için özellikler arasındaki ilişkilerin algılanması. | İlişkisel Yapı<br>Tepki, bütünleşik bir bütünle ilgili tüm yönlerin kullanımını temsil eder. |
| Düzey 3<br>Tümdengelim, aksiyomlar ve tanımlar kullanarak matematiksel bir sistem bağlamında akıl yürütme. | Soyutlanmış Yapı<br>İlgili varsayımsal yapılar ve soyut ilkelerle birlikte tüm ilgili yönlerin kapsamlı kullanımı. |
| Düzey 4<br>Somut modellerin yokluğunda farklı aksiyomlara dayalı sistemlerin karşılaştırılması. | |

*Kaynak: Jurdak, 1991.*

Tablo 2, van Hiele düzeylerini, varsayımda bulunulan karşılık gelen SOLO düzeyleriyle birlikte sunmaktadır. Van Hiele ve SOLO düzeylerinin açıklamalarının dikkatli bir incelemesi, iki düzey dışında, iki kümenin makul bir şekilde eşleşebileceğini ortaya koymaktadır. Bu, belirli bir van Hiele düzeyine ait bir geometrik görev yanıtının sınıflandırılmasının ilgili SOLO düzeyine denk geldiği anlamına gelir. Diğer bir deyişle, SOLO taksonomisi geometrik görevlere uygulandığında, SOLO muhakeme düzeyleri (geometrik düşünceye özgü olan) van Hiele düzeylerine çok benzer. Ancak, iki istisna var gibi görünüyor. İlk olarak, yapı öncesinin SOLO düzeyinin van Hiele modelinde karşılık gelen bir düzeyi yoktur. Bu anlaşılabilir bir durumdur çünkü yapı öncesi SOLO düzeyi basitçe göreve katılmayı reddetme veya yetersizliktir. İkincisi, van Hiele düzey 4'e karşılık gelen bir SOLO düzeyi yoktur.

Geometrik görevler üzerindeki performansı incelemek için alternatif bir şema, bireyleri belirli bilişsel yeteneklerin göstergelerini inceleyerek sınıflandırmak yerine, yapılarını inceleyerek öğrenme sonuçlarını sınıflandırmaktır. Van Hiele düzeylerinin göz ardı edilmesi önerilmez, bunun yerine geometrik düşüncede gelişimin farklı aşamalarında baskın olan tipik işlev biçimlerini yansıtan bilişsel yetenekler olarak ele alınmaları önerilir. Biggs ve Collis tarafından geliştirilen öğrenilmiş sonuçlar (SOLO) taksonomisinin yapısı böyle bir şemadır. Bu taksonomide, öğrenilen sonucun yapısı her bir işleyiş modu içinde gerçekleşir. Öğrenilen sonuç

giderek daha karmaşık hale gelir, ancak her moddaki karmaşıklıklar yapısal olarak aynıdır. Öte yandan, geometrik düşünceyi tanımlamak için özel olarak geliştirilen van Hiele düzeyleri, bir dizi gelişim aşamasını karakterize eden bir dizi bilişsel yetenek üstlenir. SOLO ve van Hiele'nin açıklamaları yukarıdaki tabloda görülmektedir

Öte yandan, belirgin farklılıklardan biri, SOLO Taksonomisinin konuya özgü olmamasıdır. SOLO Taksonomisi, geçiş halindeki öğrencileri sınıflandırmak için hükümler getirmiştir. Biggs ve Collis bu geçiş düzeylerine bile sayılar atamıştır: 1A (yapı öncesi ile tek yapılı), 2A (tek yapılı ile çok yapılı), 3A (çok yapılı ile ilişkisel) ve 4A (ilişkisel ile genişletilmiş özet). Nitekim, van Hiele bu "ara düzeylerin" olmadığını savunmaktadır.

2.1.1.4.8. *Van Hiele Teorisi, Piaget Teorisi ve Solo Taksonomisinin Sahip Olduğu Avantajlar ve Dezavantajlar:* Özetlemek gerekirse, bu bölümde tartışılan tüm teorilerin güçlü ve zayıf yönleri vardır. Piaget'nin öğrencilerin aktif manipülasyon yoluyla kendi bilgilerini oluşturmaları ve çevrelerini anlamlandırmaları hakkındaki fikri, matematik öğreniminde temel olarak vurgulanmaya devam etmektedir. Ayrıca Pandiscio ve Orton (1998), Piaget'nin gelişim teorisinin van Hiele'ninkinden daha genel olduğunu ve daha kapsamlı olarak uygulanabileceğini ifade etmektedir. Ayrıca, Piaget'nin fikirlerinin, bir çocuğun geometrik bir kavramı anlamakta neden zorluk çektiğini anlamada bize rehberlik edebileceğini göstermektedir. Buna karşılık, Piaget teorisinin sorunu hafifletmede yardım sunmayacağı, oysa van Hiele Teorisi'nin sunacağıdır. Bu nedenle, Piaget'nin en büyük zayıflıklarından biri sınıfta hissedilen etki eksikliği olmuştur.

SOLO Taksonomisinin ise genelliği de güçlüdür. Geometriye ve hatta matematiğe özgü değildir, bu nedenle farklı içerik hedefleri için yenileme gerektirmez (van Hiele düzey göstergelerinin yapacağı gibi). Aynı şekilde, öğrenci yanıtlarını değerlendirmek için nitel bir değerlendirme tablosundan başka bir şey gibi görünmemektedir. Bu, eğitimciler için değerli olsa da, sınıf uygulaması için (Piaget'in teorisi gibi) çıkarımlar sağlamaz. Öğrenciyi yanıt düzeyine ve işleyiş biçimine göre sınıflandırmak, muhakemeyi değerlendirmede daha fazla kesinlik sağlar. SOLO Taksonomisi, van Hiele'nin teorisinden farklı olarak geçiş düşüncesi sergileyerek öğrencilerin değerlendirilmesine olanak tanır.

Van Hiele Teorisi'ni SOLO Taksonomisi ve Piaget teorisinden ayıran güçlü yönleri vardır. Birincisi, bir sınıf öğretmeninin bakış açısından anlamak çok daha kolaydır. Bu durum van Hiele'lerin hem öğretmen olduğu hem de teorilerinin bu bağlamdan çıktığı gerçeğine dayanmaktadır; böylece öğretmenler onun ilkeleriyle ilişki kurabilir ve özdeşleşebilir. Van Hiele Teorisi'nin ikinci bir gücü, çeşitli konu alanlarında geçerli olan SOLO Taksonomisinin ve matematiğin çeşitli alanlarına uygulanan Piaget'in teorisinin aksine, özellikle geometri için

geliştirilmiş olmasıdır. Son olarak, bir sınıf öğretmeninin bakış açısından, van Hiele'nin teorisi, öğrencilerin farklı düzeylerdeki akıl yürütme zorluklarını tek bir geometri sınıfında karşılama konusunda büyük öneme sahiptir. Van Hiele'nin teorisine en büyük katkısı, muhakeme düzeyindeki farklılıkların öğretmenin kontrolünde olması ve uygun öğretimle kolaylaştırılabilmesidir (Pusey, 2003).

Öte yandan, van Hiele Teorisi'nin bazı dezavantajları vardır. Birincisi ve en önemlisi, araştırmacıların en büyük dezavantajı konusunda, düzeylerin ayrık olması için kanıt eksikliği olduğu konusunda hemfikirdir. Bu, belirli bir düzeye uymayan veya düzeyler arasında kalan öğrencilere bir düzey atamanın zorluğu ile vurgulanmıştır. İkinci olarak, düzeylerin değerlendirmesini çok daha zor hale getiren içerik hedefleri arasında düzeylerin farklılık gösterdiğidir. Teorinin zorluklarından biri, düzeyleri uygun şekilde değerlendirmenin bir yolunu bulmaktır. Bu sonuç, düzeylerin değerlendirilmesinin her farklı konu ile yapılması gerektiğini göstermektedir.

2.1.1.4.9. *Matematik Eğitimine Uygulanan van Hiele Düzeyleri:* Van Hiele düzeyleri üzerine yapılan araştırmaların çoğu özellikle geometri ile ilgili olsa da , van Hiele'nin çalışmalarının Gerçekçi Matematik Eğitimi hareketinin üzerine inşa edildiği bilinmektedir (van Hiele, 1973; de Lange, 1996). Dolayısıyla bu durum öncelikle van Hiele'nin üç genel öğrenme düzeyi sürecini sınıflandırmasına odaklanmıştır:

- ✓ Öğrenci, bildiği bir örüntünün bilinen özelliklerini manipüle edebildiğinde ilk düşünme düzeyine ulaşır.
- ✓ Karakterlerin birbiriyle ilişkisini manipüle edebildikten sonra ikinci düzeye ulaşmış olur.
- ✓ İlişkilerin içsel özelliklerini manipüle etmeye başladığında üçüncü düşünme düzeyine ulaşacaktır (de Lange, 1996, s.58).

Bununla birlikte, van Hiele düzeylerinin yapısal fikri (yani, bir sonrakine geçmeden önce bir düzeyin anlaşılması gerekir) Bruner'in (1966) çalışmasına kadar uzanan bir eğitim fikridir. Treffers (1987) buna "dikey planlama" adını vermektedir. Bu durum, van Hiele Teorisi'nin geometri alanında belirli bir kullanımla sınırlı olmadığını ve daha geniş bir bağlamda matematik eğitimine uygulandığını göstermektedir. Dolayısıyla van Hiele Teorisi'nin geometriye dayalı olmasına rağmen, ilkelerini diğer alanlara uygulama potansiyelinin olduğunu göstermektedir.

Van Hiele Teorisi, Piaget'in (1967) aksine, bir düşünme düzeyinden diğerine geçmenin öğrenenlerin yaşından veya biyolojik olgunluğundan çok deneyim ve öğretmeye bağlı olduğu varsayımına dayanmaktadır (Geddes vd., 1982; van Hiele, 1999). Bu, Hoffer'ı (1981)

öğrencilerin düşünme düzeylerini geliştirmede başarılı olma derecesini büyük ölçüde belirleyen beş temel beceri alanını tanımlamaya sevk etti. Sonuç olarak, her düzeyde bu becerilerin geliştirilmesine özen gösterilmelidir. Bu temel beceriler şunlardır: görsel beceriler, sözel beceriler, mantıksal beceriler, çizim becerileri ve uygulamalı beceriler.

*Görsel Beceriler (Visual skills):* Geometri, öğrenilmesi tanıma ve gözlem gerektiren bir alandır. Bu nedenle, görsel yeterliliğin geliştirilmesini ve uygulanmasını gerektirir. Tanıma ve gözlem becerileri yeterince gelişmemiş öğrenenler, öğrenmede zorluklarla karşılaşabilirler.

*Sözel beceriler (Verbal skills):* Genel olarak konuların öğrenilmesinde ve özel olarak geometride dilin yeri ya varsayımları, teoremleri, tanımları formüle etmek ve şekilleri tanımlamak ya da şekiller arasındaki ilişkileri sunmak vb. için çok önemlidir. Dil, esas olarak maksimum doğruluğa ulaşmak için tek tip ve özlü bir formülasyon için kullanılır. Okuduğunu anlama veya sözlü formülasyon ve iletişim sorunları olan öğrenenler geometri öğrenmede zorluklarla karşılaşabilirler.

*Mantıksal beceriler (Logical skills):* Geometri öğrenirken öğrencilerin mantıksal ve akıl yürütme becerilerine sahip olmaları gerekir. Örneğin: iddiaları hiyerarşik bir şekilde inşa ederek, iddiaları argümanlara dayandırmayı, geçerli ve geçersiz argümanları tanımayı ve bir sebep ile sonuç arasında ayrım yapmayı öğrenir. Sebepler ve sonuçlar arasında ayrım yapamama ve geçerli argümanları belirleyememe, geometrik problemlerin çözümünü oldukça zorlaştırabilir.

*Çizim becerileri (Drawing skills):* Geometri çalışması için, öğrencilerin ispat yapmak için geometrik şekiller arasındaki ilişkileri ve şekillerin özelliklerini anlamak için diğer birçok dersten daha fazla çizim becerilerine ihtiyaçları vardır.

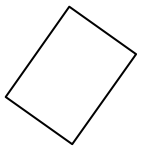
*Uygulamalı beceriler (Applied skills):* Geometri, etrafımızdaki fiziksel dünyanın teorik bir modelidir. Çevreyi anlamak ile geometriyi anlamak arasında karşılıklı ilişkiler vardır. Geometri derslerinde öğrenilenleri çevredeki dünyaya uygulayabilir ve geometriyi anlamak için dünyadan çizim yapabilir. Bu uygulamanın yapılmaması bu konunun öğrenilmesini bozabilir.

Genel olarak, Hoffer (1981), geometride vurgunun ispat odaklı olduğu ve "öğrencilerin ezberleyerek öğrendiğini", "nasıl/neden soruları" üzerinden akıl yürütmeyi öğrenmenin öneminin eksikliğini savunmuştur. Ayrıca öğrencilerin geometriyi nasıl öğrenildiğinin farkına vardıkça, onlara daha etkili öğrenme deneyimlerinin oluşabileceğini savunur. "Kesinlikle geometri kanıttan daha fazlasıdır" der.

Aşağıdaki tabloda Hoffer (1981, s. 16) çalışmasında yer alan Mantıksal beceri'ye ait bir örnek yer almıştır.

**Tablo 3**

*Van Hiele Düzeyine Göre Mantıksal Beceri Örnek Problemleri*

| **Van Hiele Düzey** | **Mantıksal beceriler** |
|---|---|
| I. Düzey | Bir dikdörtgen gösterildiği gibi döndürülürse, yeni şekil hala bir dikdörtgen midir?  |
| II. Düzey | Dikdörtgenin alanı çevresine göre mi belirlenir? iki dikdörtgenin çevreleri eşit ise alanları da eşit midir? |
| III. Düzey | Hangileri doğru, hangileri yanlış?<br>1. Her dikdörtgen bir karedir.<br>2. Her kare bir dikdörtgendir.<br>3. Bir paralelkenarın köşegenleri eş ise, şekil bir dikdörtgendir. |
| IV. Düzey | Kanıtlayın veya çürütün:<br>Bir dörtgenin köşegenleri eşitse, şekil bir dikdörtgendir. |
| V. Düzey | Öklid dışı geometride dikdörtgenler olmadığına göre,<br>Şekillerin alanları nasıl belirlenir? |

Tablo 3 incelendiğinde van Hiele'e ait 5 düzeyin Hoffer (1981) çalışmasındaki mantıksal beceriye karşılık gelen durumlar yer almaktadır.

2.1.1.4.10. *Van Hiele Teorisi'ne Yönelik Eleştiriler:* Van Hiele Teorisi, araştırmacılar tarafından geniş çapta incelenmiş ve araştırmalarda sıkça kullanılmıştır. Matematik eğitimine yapılan bu katkı, geometri öğretimi ve öğrenimini etkilemiştir. Van Hiele Teorisi'nin geniş uygulanabilirliğinin bir sonucu olarak teori için çok fazla olumlu yansımalar olsa bazı tepkilere de maruz kalmıştır. Bu tepkilerin bazıları yüzeysel görünebilirken, diğerleri nesnel ve derindir. Van Hiele Teorisi hakkında yapılan genel gözlemlerden bazıları aşağıda detaylıca açıklanacaktır.

Clements ve diğerleri (1999), çocukların şekilleri seçerken kullandıkları kriterleri incelendiği araştırmalarında, çocukların başlangıçta, seçimlerini görsel olarak yaptıkları bulunmuştur. Çocukların şekil seçiminde görsel eşleştirme yaptıkları ve şekillerin basit özelliklerini fark ettikleri görülmüştür. Elde edilen bu bulgu, van Hiele'in geometrik düşünme düzeylerinden birincisi olan görsel düzeyden önce, tanıma öncesi düzey (pre-recognitive level) olarak adlandırılması gereken bir düzeyin varlığına dair kanıtları destekler niteliktedir. Araştırmacılar, görsel düzeyin yeniden kavramsallaştırılarak "syncretic" (görsel ve imgesel bilginin etkileşim içerisinde olduğu ve bu bilgilerin bir sentezi olan) ifadesinin kullanılmasının daha uygun olacağını belirtmişlerdir. Çocuklar, 1. düzeyden 2. düzeye geçişte fark etme,

tanımlama ve manipüle etme becerilerini öğrenirler. Burada kastedilen sadece geometrik şekiller değil, onların özellikleri ve hatta bileşenlerini öğrenmektedirler. Öncelikle igeometrik şekillerin ya da şekil gruplarının özelliklerine yönelik bilgi sahibi olurlar ve bunu takiben iki boyutlu şekillerin özelliklerinin bilgilerine doğru bir gelişim sergilenmektedir. Burada düzeyler arasındaki geçişlerin basit olmadığı da vurgulanmaktadır (Clements vd., 1999).

Van Hiele Teorisi'ne yönelik eleştirilerin çoğu (De Villiers, 2010; Sinclair ve Bruce, 2015) ve teori hakkında sorulan sorular, van Hiele çifti (1986) tarafından orijinal olarak formüle edilen özellikleriyle ilgilidir. Örneğin, van Hiele (1986) düzeyler arasındaki "süreksizliği" düşünme düzeylerinin en belirgin özelliği olarak kabul ederken, sonrasında yapılan araştırmalar düzeylerin birbirinden o kadar bağımsız görünmediğini ortaya koymaktadır. Örneğin Burger ve Shaughnessy (1986), van Hiele Teorisi üzerinde yapılan bazı araştırmaları desteklerken ve kabul ederken, diğer bazı iddiaları da çürütmüştür. Öncelikle, süreksizliği hiçbir zaman tespit etmediklerini iddia ediyorlar; bunun yerine, düzeylerin sabit olmaktan çok dinamik göründüğünü ve van Hiele'nin süreksizlik iddialarından daha sürekli bir biçimde göründüğünü tespit etmişlerdir (Burger ve Shaughnessy, 1986). Öte yandan, düzeylerin süreksizliği, öğrencilerin aynı terimlerle görev yaptığı bir sınıfta iletişim sorunlarına neden olmaktadır. Bu durumda, van Hiele Teorisi'nin kullanımındaki dil çıkarımları ile ilgili sorunlar daha da ağırlaşmaktadır (Khembo, 2011).

Ayrıca van Hiele Teorisi'ni konu alan araştırmalar, düzeylerin hiyerarşik ve sıralı yapısını da sorgulamıştır (Sinclair ve Bruce, 2015). Bazı durumlarda, öğrencilerin bazılarının van Hiele düzeylerinde tanımlanamadığına veya düzeyler arasında salınım yaptıklarına dair araştırma sonuçları mevcuttur (Burger ve Shaughnessy, 1986). Burger ve Shaughnessy'nin (1996) araştırması, daha önce bir öğrencinin düzeyinin geometrideki temalar ve görevler arasında farklılık gösterebileceği sonucuna varan Mayberry (1983) çalışmasını desteklemiştir. Fuys ve arkadaşları (1988), bu nedenle, öğrencilerin ilerlemesinin, düzeyler arasında sık istikrarsızlık ve salınım ile karakterize olduğu sonucuna varmışlardır. Diğer araştırmacılar da düzeylerle ilgili bu istikrarsızlığı doğrulamaktadır (Gutierrez vd., 1991; Sinclair ve Bruce, 2015) ve Jones (2000) şunları belirtmektedir: "*Öğrenciler, farklı bağlamlarda aynı veya farklı görevlerde birden fazla düzeyde düşünme belirtileri gösteriyor gibi görünüyor*". Gutierrez ve arkadaşları (1991) ayrıca, düzeyler arasındaki istikrarsızlığı destekleyen bir tür açıklama sunarken şunları ileri sürdüler: *"Düzeyler o kadar özerk değildir, çünkü insanlar tek bir düzeyin atanmasının bizi inandıracağı doğrusal şekilde davranmazlar."*

Pegg (1997), van Hiele düzeylerinin çok geniş olduğunu belirtmektedir. Bu nedenle, van Hiele Teorisi'nin, öğrencilerin geometride karşılaştıkları pek çok soruya kolayca

genelleştirilemediğini açıklıyor. Bunun anlamı, bir öğretmenin, öğrencilerinin okul kitaplarında bulunan birçok soruna verdiği yanıtlardan, öğrencilerinin van Hiele Teorisi'nin hangi düzeyinde olduğu hakkında bir fikir edinememesidir. Bunun nedeni, teorinin öğrencilerin okullarda karşılaştıkları birçok geometri konuları ile ilişkilendirmenin zor olmasıdır. Pegg'e (1997) göre teorinin düzeylerinin daha fazla tanımlanması ve okulda sıkça karşılaşılan problemlerle daha fazla ilişkilendirilmesi gerekmektedir. Bir öğrencinin düşünme düzeyini sınıflarda yapılan geometri öğretiminde sorulan problemlerden çıkarmanın zor olduğunu ifade etmektedir.

Crowley (1987), özellikle bir eleştiri olarak belirtilmese de, teorideki belirgin eksikliklere dikkat çekmektedir. Öğrenme aşamalarının içerik sıralama ve öğretme için bir kılavuz olduğunu belirtmektedir. Bunun gibi yönergeler doğru bir şekilde izlenebilir veya uygulanmayabilir. Doğrudan veya kesin değildirler ve öğretmenin inisiyatifine çok şey bırakmaktadırlar. Van Hiele Teorisi'nin özelliklerinin sadece pedagojik tavsiye sağladığını dile getirmiştir. Kısa düzey tanımlayıcıların geniş bir içerik yelpazesini kapsadığı çok geniş bir teoridir. Pusey (2003), bir öğretmenin van Hiele Teorisi'ni öğretim için bir temel olarak kullanmak istiyorsa, çok fazla zaman ayırması ve öğretim stratejilerini bulmaya çalışması gerektiğini belirtmiştir. Crowley (1987) ve Pegg'in (1997) görüşlerinden van Hiele Teorisi'nin geometri öğretimi için bir yapı veya sıra vermediği görülmektedir. Yalnızca dikkate alınması gereken tavsiyeler ve hususlar sağladığı ifade edilmiştir. Bu nedenle van Hiele'nin yerleşik bir öğretim teorisi olduğu düşüncesi geçersizdir. Pedagoji açısından öğretmenlere yalnızca ek tavsiyeler içeren, her şeyden önce bir öğrenme teorisidir denilmektedir.

De Villiers'e (2004) göre, van Hiele Teorisi'nin bir başka kusuru, ispatın farklı olası işlevleri arasında açık bir ayrım olmamasıdır. De Villiers (2004) tarafından yapılan araştırma, argümanların sezgisel veya görsel nitelikte olması koşuluyla, açıklama, keşif ve doğrulama gibi ispat işlevlerinin, 3. düzeyden daha düşük van Hiele düzeylerinde anlamlı olabileceğini göstermektedir. De Villiers'e (2004) göre, 1. ve 2. düzeylerde harcanan uzun süre, aslında gelecekte ispat sunma görevini daha da zorlaştırabilir.

De Villiers (1987) van Hiele Teorisi'nin ispat için sınırlı bir kavram kullandığını, yani anlamı mantıksal sistemleştirme açısından göremeyen öğrencilerin ispatın anlamını görmediğini öne sürmektedir. İspatın başka anlamları kullanılacaksa, bunun muhtemelen daha düşük van Hiele düzeylerinde yapılabileceğini öne sürüyor. De Villiers ve Njisane (1987), hiyerarşik bir sınıflandırmanın kullanılmasının 4. düzey için gerekli olmayabileceğini belirtmektedir. Ayrıca van Hiele Teorisi'nin düzeylerle ilgili olarak iyileştirilmesi gerektiğini öne sürüyorlar ve daha basit sezgisel tümdengelimli muhakemenin 5. düzeyden daha düşük

düzeylerde mümkün olabileceğini öne sürmektedirler. Van Hiele Teorisi'nin sınıflandırmanın hangi düzeylerde meydana geleceği konusunda bazı karışıklıklar olduğuna da vurgu yapmışlardır.

Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin sınıflandırması ve düzeyler boyunca ilerlemek için verilen açıklamaları sistematiktir. Teorinin çok katı olduğu yönündeki bazı eleştirilere de neden olan bu sistematik sınıflandırmadır. Van Hiele'e göre, öğrenciler bir önceki düzeye hakim olmadan bir üst düzeye ulaşamazlar. Mason (1997) tarafından yapılan çalışmada matematiksel olarak yetenekli öğrencilerin düzeyleri sırasıyla ilerlemediği yönündedir. Örnek; bir öğrenci 1. düzeyde değerlendirilmiş olup daha sonra yeterince doğru talimatlar verilip tekrar test edildiğinde 3. düzeyde olduğu görülmüştür. Bu örnekte öğrenci teoriye göre mümkün olmayan bir düzeyi atlamıştır. Teorinin katılığın başka bir örneği de bir öğrenci, aldığı talimata göre üçgenleri dörtgenlerden farklı bir düzeyde anladığında ortaya çıkar. Öğrenci için bu, diğer şekillerle bu düzeye daha kolay ulaşacağı anlamına gelebilir, çünkü şekiller ve özellikler arasındaki ilişkileri aramaya alışmıştır (Mason, 1997; Pegg, 2003).

Kalyankar'a (2019) göre teorinin en büyük dezavantajı, kapsamının sınırlı olmasıdır. Van Hiele Teorisi, en iyi, basit iki boyutlu şekillerin tanımlayıcı geometrisi için geçerlidir fakat geometri eğitiminin amacı, çevremizdeki boşluğa dair bir anlayış geliştirmek olmalı ve bu nedenle, gerçek dünyadaki bir küre veya halka gibi üç boyutlu nesneleri ve Öklid dışı alanları içermesi gerektiğini ifade etmektedir. Van Hiele Teorisi'ne yapılan diğer eleştiri, düzeylerin doğası ile ilgili argümandır. Araştırmacılar, farklı/sürekli bir yapıya sahip düzeylerin belirli yönlerini sorgulayıp ve değiştirmişlerdir.

Van Hiele Teorisi'ndeki kusurların varlığı hakkında daha fazla akıl yürütme ve açıklama, teorinin 3 boyutlu değil, özellikle 2 boyutlu geometri bağlamında formüle edilmiş olmasıdır (Pittalis ve Christou, 2010). Yine de, örneğin, çocukların çokyüzlü ile çalışırken "görsel-informal bileşen akıl yürütmeden" "resmi olmayan ve yetersiz-resmi bileşen akıl yürütmeye" ilerleyebilecekleri tespit edilmiştir (Sinclair ve Bruce, 2015). 3 boyutlu nesnelerin bağlamını kullanan diğer çalışmalar da küçük çocukların geometri ve uzamsal akıl yürütmede van Hiele'nin düzeye özgü teorisiyle açıklanamayan yeteneklerini kanıtlamıştır (Bruce ve Hawes, 2015; Hallowell vd., 2015).

Usiskin (1982) ve Mayberry (1983) çalışmalarında van Hiele hiyerarşisinin 1. düzeyini bile karşılayamayan öğrencilerin mevcut olduğuna ulaşmışlardır. van Hiele Teorisi eğitimsel bir temel üzerine yapılandırılmış olmasına rağmen küçük çocukların bu anlamda ihmal edildiği anlaşılmaktadır. Teorinin orijinalinde ve yaptıkları araştırmaların çoğunluğunda odak nokta olarak ortaokul ve daha ötesi incelenmiştir (van Hiele, 1986). Clements ve Battista'ya (1992)

göre öğrencilerin geometrik düşünme özelliklerinden bazıları van Hiele geometrik düşünme modelinin 1. düzeyinden daha ilkel olabilir. Bu bağlamda Sarama ve Clements (2009) geometriye ve uzamsal düşünme becerilerine erken çocukluk eğitiminde gereken önemin verilmediğini vurgulamışlardır.

Usiskin (1982), iki farklı düzey atama kriteri kullanarak, bir öğrencinin atanan van Hiele düzeyinin düzey kriterine bağlı olabileceğini göstermektedir. Yani, kullanılan kritere bağlı olarak, bir öğrencinin van Hiele düzeyi, sorular değişmese bile değişebilir. Usiskin (1982) bunu van Hiele Teorisi'nin bir zayıflığı olarak görür, çünkü "*eğer teori varsayılırsa, öğrencinin sadece bir düzeyi olmalıdır."* Yine de Usiskin (1982), teorinin bu zayıflığını azaltmaya yardımcı olabilecek bazı öneriler sunmaktadır. İlk olarak, tahmin etmenin ve yanıtın tek bir madde üzerindeki etkisini azaltmak için her düzeyde soru maddelerinin sayısının artırılabileceğini, ikinci olarak, daha yüksek van Hiele düzeylerinde, başarı kriterleri daha kolay hale getirilebileceği şeklindedir. Örneğin, *"1. ve 2. düzeylerdeki yanıtlar için% 80 kriteri ve 3., 4. ve 5. düzeylerdeki cevaplar için% 60 kriteri"* kullanılabilir (Usiskin, 1982, s.33). Ayrca Usiskin (1982) *"5. düzeyin sorgulanabilir olduğu"* (s.13) ve *"van Hiele'nin [kendisi] beşinci düzeydeki inancı reddettiğini"* benzer bir görüş ifade etmektedir.

Treffers (1987), van Hiele Teorisi'nin Hollanda'da geometrinin ilkokul müfredatının bir parçası olmadığı bir zamanda geliştirildiğini savunmaktadır. Şaşırtıcı bir şekilde, van Hiele (1986) bile 4.düzeyden daha yüksek düzeylerin varlığından veya test edilebilirliğinden şüphelidir. Bu nedenle, van Hiele düzeylerinin kusursuz olmadığı görülmektedir. Jones (2000) ayrıca, tüm düzeylerde görselleştirmenin var olduğunu ancak diğer düzeylerin görselleştirme içermiyormuş gibi, en düşük düzeyin "görsel" olarak etiketlenmesine olumlu bakmamıştır. Bu yaklaşım, "öğrencilerin belirli bir düzeyde olarak tanımlandığı anlık görüntü yaklaşımı" olarak adlandırılır ve görünüşte "uzaysal akıl yürütmenin bilinen karmaşıklıklarını ve şekillendirilebilirliğini" ihmal eder. Yine de, diğer çalışmalar alt uçta bir ön tanıma düzeyinin dahil edilmesini önermiştir (Clements ve Battista, 1992).

Dindyal (2007), van Hiele Teorisi'nin genel olmadığını ve bu nedenle öğretim aşamalarının her stratejisinin farklı içerik bilgisi için revize edilmesi gerekebileceğini iddia etmektedir.

Burger ve Shaughnessy (1986), düzeylerin tanımlarda bahsedildiği kadar ayrık olmadığını ifade etmişlerdir. Yani, öğrencilerin düzeyler arasında geçiş yapabileceği ve geçiş döneminde bunlar arasında gidip geleceği görülmektedir. Gutierrez ve arkadaşları (1991) tarafından yapılan çalışmalarda öğrencilerin aynı anda iki ardışık van Hiele düzeyinde geometrik akıl yürütme geliştirebileceklerini iddia etmektedirler. Problemin karmaşıklığına

bağlı olarak, öğrencilerin çeşitli düzeylerde muhakeme kullandıklarını bulmuşlardır. Ancak, bunun van Hiele Teorisi'nin hiyerarşik yapısının reddi olarak yorumlanmaması gerektiğini, bunun yerine teorinin insan muhakeme süreçlerinin karmaşıklığına uyarlanması gerektiği iddia edilmektedir.

Clements (2003), araştırmaların genellikle öğrencilerin geometrik kavram gelişimini tanımlamada van Hiele düzeylerine iyi yanıt verdiğini kabul ederken, teorinin çocukların geometrik kavramların zihinsel temsilleri hakkında hiçbir kesinlik sağlamadığını iddia etmiştir. Örneğin, görselleştirme tüm düzeylerde gerekliyken, en düşük düzeyin "görsel" olarak etiketlenmesini ve öğrencilerin aynı veya farklı görevlerde, farklı bağlamlarda birden fazla düzeyde düşünüyor gibi görünmesini sorgulamıştır. Bu eksikliğin ışığında, modelin 1950'lerde, geometri müfredatının Öklid sisteminde ağırlıklı olarak düzlem geometri olduğu bir zamanda geliştirildiği gerçeğine tekrar vurgu yapılmaktadır (Dindyal, 2007; Jones, 2000). Bu nedenle, vektörler, dönüşümler ve diğer yaklaşımlar bağlamında van Hiele Teorisi'nin uygulanabilirliği açık değildir. Bütün bunlar, geometri müfredatını belirlemede ve öğretim için bunun nasıl sıralanması gerektiğini belirlemede van Hiele Teorisi'nin hatasız olmadığını öğrenmek araştırmacının eleştirel farkındalığını artırmaktadır (Jones, 2000).

Hershkowitz'in (1990), van Hiele Teorisi'nin öğrenme durumunun bağlamı ile geliştirilen matematiksel akıl yürütme arasındaki ilişkiyi iyi açıklamadığını savunmaktadır. Çünkü birçok faktörün; öğrencilerin öğrenme stilleri, geçmişleri, genel olarak maruz kalmaları veya belirli kişisel durumlarla ilgili deneyimleri gibi onların düşünme yetenekleri üzerinde etkisi olabilir ve öğrencinin matematiksel akıl yürütmesini etkileyebilir. Örneğin, geometri öğrenen lise öğrencileriyle olan ilişkisindeki araştırmacı, bazılarının "karmaşık" geometri problemlerini çözmede başarılı olabileceklerini hayal etme konusunda isteksiz olduklarına tanık olmuştur. Daha fazla araştırma yapan araştırmacı, bunun okul yıllarında daha önce benimsenen bir tutum olduğunu keşfetmiştir. Bunun nedeni, örneğin, o sırada öğretmenleri tarafından benimsenen ve öğrencilerin geometrinin zor olduğu inancına yol açan öğretim yaklaşımlarıydı. Ancak araştırmacı zaman içinde bu tür öğrencilerle geometri problemleri üzerinde daha fazla çalıştığında, geometrik akıl yürütme yeteneklerinin "zayıf" veya daha düşük bir düzeyde olmadığı açıktır; daha ziyade, kişisel deneyimleri ve tutumları, kendileri hakkında en kötüsüne inanmalarına neden olmuştur. Bu nedenle, bu tür durumlarda veya bağlamlarda, van Hiele Teorisi, öğretmene van Hiele aşamalarını kullanarak öğretmeyi planlarken bu tür "bağlamla ilgili zorluklara" değinmesi için rehberlik sağlamaz. Bu nedenle Hershkowitz (1990), van Hiele Teorisi'nin farklı kültürel geçmişe sahip öğrencilerle kullanımını değerlendirmek için daha bağlamsal çalışma yapmasını önermiştir.

Yukarıdaki paragraflarda tartışma, van Hiele Teorisi'nin eleştirisine veya zayıflıklarının belirlenmesine değinmiştir. Bunun öğretme ve öğrenme için çıkarımları, teori geometrik düşüncenin gelişimini oldukça iyi açıklasa da, uygulandığı farklı durumlar ve bağlamlar dikkate alınarak uygulanmasında dikkatli olunması gerektiğidir. Bununla birlikte, Usiskin (1982) van Hiele Teorisi'ni "zarafeti, kapsamlılığı ve geniş uygulanabilirliği" nedenleri ile övmüştür. De Villiers (2004) öğretmenlerin "kendi öğrenme ve öğretme etkinliklerini planlamak ve tasarlamak için van Hiele Teorisi'nin etkileri üzerinde düşünmeleri" gerektiğini kabul etmiştir.

2.1.1.4.11. *Van Hiele Teorisi Üzerine Son Düşünce:* Çok sayıda araştırmacı, van Hiele düzeylerinin, özellikle şekillerle ilgili öğrencilerin geometrik düşüncelerinin gelişimini, genel olarak da olsa, doğru bir şekilde tanımladığı sonucuna varmıştır. Bununla birlikte, bu aynı araştırmacılar, genel olarak, teoriyi derinlemesine eksik buluyor gibi görünmektedir. Peki van Hiele Teorisi ayrıntıda yetersiz görülse de neden bu kadar güçlü bir geçerlilik çemberine sahip?

Battista (2007) bu durumun, van Hiele düzeylerinin bilimsel/matematiksel düşünmenin bir parçası olan bir düşünce ilerlemesini tanımlaması olduğunu düşünmektedir. Yani, hem düzeyleri hem de "bilimsel" yöntemi dört aşamada ilerlediği düşünülebilir: algılama (gayri resmi, sezgisel, yüzey düzeyinde kategoriler ve akıl yürütme ile sonuçlanan), kavramsallaştırma (açık kavramlar ve analizlerle sonuçlanan), organizasyon (kavramsal organizasyonla sonuçlanır), aksiyomatizasyon (resmi mantıksal işlemlerle sonuçlanır). Matematik eğitimi araştırmacıları gibi bilimsel olarak gelişmiş medeniyetlerdeki yüksek eğitimli bireyler için bu dört aşamadan geçmek, bireylerin sezgisel, günlük akıl yürütmeden üst bilimsel akıl yürütmeye doğru ilerlemelerinin doğal yolu gibi göründüğünü ifade etmektedir.

# 3. BÖLÜM
# YÖNTEM

Bu araştırmanın amacı van Hiele Teorisi'nin gerek ulusal gerekse uluslararası alanda detaylı bir şekilde incelenmesi ve farklı boyutlar açısından karşılaştırılmasıdır. Bu kapsamda farklı teknikler (doküman incelemesi, görüşme) kullanılarak van Hiele Teorisi'nin detayları eleştirel ve bütüncül bakış açısıyla incelenmiştir. İlk alt problemde Türkiye'de ve uluslararası alanda yapılmış van Hiele geometrik düşünme düzeylerini konu alan çalışmaların tematik içerik analiz yöntemi kullanılarak incelenmesi, matematik eğitiminde bu konuda nasıl bir eğilim olduğunun (amaç, yöntem, örneklem, veri toplama araçları, sonuçlar ve öneriler bağlamında) ve çalışmaların nitelik ve nicelik bakımından ihtiyacı ne ölçüde karşıladığının, ne tür araştırmalara ihtiyaç olduğunun ortaya konulması amaçlanmıştır. Ayrıca alanyazın incelendiğinde van Hiele geometrik düşünme düzeyleri için farklı numaralandırmalar ve farklı isimlendirmeler kullanıldığı görülmektedir. Bu alanda çalışma yapmak isteyen araştırmacılar, hangi numaralandırmayı ve hangi isimlendirmeleri kullanmaları gerektiği konusunda çelişkiye düşmekte ve karar vermede zorlanmaktadırlar. Bu bağlamda bu çalışmada bu karışıklığı gidermek için van Hiele'nin bu düzeylere vermiş olduğu orijinal isimlerin neler olduğu, hem Türkçe, hem İngilizce alanyazında hangi isimlendirmelerin ve düzey numaralandırmalarının kullanıldığının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Bu nedenle ilk alt problemde ulusal alanyazında kullanılan dokümanlar ile uluslararası alanyazının karşılaştırılması yapılmıştır. Bununla birlikte van Hiele geometrik düşünme düzeylerini ölçmeye yönelik kullanılan ölçme araçlarının detaylı bir incelemesi yapılmıştır. Bu bağlamda ulusal ve uluslararası düzeyde kullanılan ölçme araçları incelenmiş ve her iki alanda da en sık kullanılan ölçme araçlarına yönelik görüşler değerlendirilmiştir. Bu sebeple Türkiye'de en sık kullanılan ölçme aracının anlaşılırlığına yönelik olarak öğretmen adayları ve lisansüstü eğitim alan öğretmenlerle yarı-yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Son olarak van Hiele Teorisi'ni geliştirmeye yönelik olarak ulusal ve uluslararası alanyazındaki çalışmalarda kullanılan öğretim uygulamalarının detaylı incelemeleri yapılmıştır. Bu hususlar dikkate alınarak araştırma yöntemi olarak "tematik içerik analizi" seçilmiştir. Aynı zamanda araştırma "durum çalışması" ile desteklenmiştir. Durum çalışması, nitel araştırma yönteminin tercih edildiği çalışmalar arasında en sık kullanılanı olup çok farklı bakış açılarını içerisinde barındıran bir araştırma desenidir (Yazan, 2015; Kaleli-Yılmaz, 2019). Merriam (2009) tarafından durum çalışması sınırlı bir sistemin ayrıntılı incelenmesi ve betimlenmesi olarak tanımlamaktadır. Creswell (2013) ise sınırlandırılmış bir veya birkaç sistemin birçok kaynaktan ayrıntılı ve derinlemesine elde edilen verilerle süreç içinde keşfedilip, olayın

betimlenerek durumla ilgili temaların raporlandığı yaklaşım olarak ifade edilmektedir. Yin (1984) ise durum çalışmasını güncel bir olgunun kendi olay ekseninde gerçek yaşamda çalışılması olarak tanımlamaktadır. Çepni (2012) ise "Ne", "Nasıl?" ve Niçin?" sorularına cevapların arandığı ve bünyesinde nitel yaklaşımların özelliklerini barındıran bir yöntem olarak ifade etmektedir.

Türkiye'de yapılan matematik eğitim araştırmalarında 1990'lı yıllardan sonra önemli ölçüde logaritmik artış gerçekleşmiştir (Çiltaş vd., 2012; Sözbilir, 2013; Umdu Topsakal vd., 2012). Bu durum bu alanda çok fazla araştırma yapılmasını ve paylaşılmasını da beraberinde getirmiştir (Selçuk vd., 2014). Bu bağlamda, yapılacak olan çalışmaların, politikalar ve uygulamalar hakkında öneriler sağlaması (Çalık, 2013; Suri ve Clarke, 2009), bu uygulamalı eğitim çalışmalarının sınıflandırılması, çalışma sonuçlarının değerlendirilmesi ve sentezlenmesi gerekmektedir. Bununla ilgili olarak eğitim araştırmalarının belirli zaman aralıklarında tekrarlanarak eğilimlerin belirlenmesi, ilgili alanda çalışma yapmak isteyen araştırmacılara ışık tutacaktır (Cohen vd., 2000). Ayrıca, yapılacak olan yeni çalışmaların önceki çalışmaların sonucunda şekillendiğini ve güncel çalışmaları takip etmenin önemine vurgu yapılmaktadır (Varışoğlu vd., 2013). Dolayısıyla, tematik içerik analizi tarzında olan eleştirel ve bütüncül bir bakış açısı ile "Nasıl? Neden? Niçin?" sorularına cevap arayan çalışmalar, nicelik/nitelik açısından ihtiyaca ne şekilde cevap verdiğinin, ve ne tür çalışmalara ihtiyaç olduğunun belirlenmesi açısından önem arz etmektedir (Çalık vd., 2008; Karadağ, 2009; Göktaş vd., 2012 ; Umdu Topsakal vd., 2012).

### 3.1. Tematik İçerik Analizi

Tematik içerik analizi; belirli bir alanda aynı konuya odaklanan araştırmaları tema veya ana şablonlar (matrix/template) oluşturularak inceleme, eleştirel bir bakış açısıyla sentezleme ve yorumlamaya dayanmaktadır. Bu çalışmalar, belli bir konuyu benzerlik ve farklılarına göre ele alması, farklı boyutları nitel olarak sentezlemesi ve daha fazla çalışmayı içermesi bakımından öğretmenlere, uygulayıcılara ve araştırmacılara önemli bir kaynak sağlamaktadır (Çalık vd., 2005; Gül ve Sözbilir, 2015). Bu nedenle bütüncül bir bakış açısıyla çalışılan konunun genel yapısının derinlemesine incelenmesine (Au, 2007) ve öncelikli alanların belirlenmesine yardımcı olmaktadır. Bu bağlamda, konu ile ilgili genel durumu değerlendirmek ve mevcut bilgileri belli temalar çerçevesinde sistematik bir şekilde ortaya koymak amaçlandığı için bu çalışmada ana yöntem olarak tematik içerik analizi seçilmiştir.

**3.1.1. Tematik İçerik Analizinin Avantajları:** Tematik analiz, diğer nitel analiz yöntemleriyle karşılaştırıldığında, öğrenilmesi ve uygulanması nispeten kolay ve hızlı bir yöntem olarak görülmektedir. Teori kullanımını gerektirmediğinden (yani tamamen

tümevarımsal olabilir) ve bu analiz yönteminin kullanımına ilişkin yayınlanmış açıklamalar ve örnekler bulunduğundan, tematik analiz daha az deneyimli ya da deneyimsiz araştırmacılar tarafından rahatlıkla kullanılabilmektedir (Braun ve Clarke 2006; King 2004; Nowell vd., 2017). Aynı zamanda, araştırmacıların çok çeşitli veri setlerini özetlemelerine, temel özelliklerini vurgulamasına ve yorumlamalarına olanak tanıyan verilerler zengin bir betimleme yapmaya olanak sağlayan güçlü bir yöntemdir. Ayrıca araştırmacılara:

- ✓ İnsanların deneyimlerinin ve anlayışlarının kişisel hesaplarından çeşitli sosyal bağlamlardaki daha geniş yapılara kadar ele alabileceği araştırma sorularının türü;
- ✓ İncelenen veri ve belgelerin türü;
- ✓ Analiz edilen verilerin hacmi;
- ✓ Uygulanan teorik ve/veya epistemolojik çerçevenin seçimi;
- ✓ Tümevarımsal, veri odaklı bir yaklaşımla veya tümdengelimli, teori odaklı bir yaklaşımla verileri analiz etme yeteneği hakkındaki konularda esneklik sağlamaktadır (Clarke ve Braun 2013).

**3.1.2. Tematik İçerik Analizinin Dezavantajları:** Tematik analizin farklı analitik seçenekler sunan esneklik özelliği avantaj olarak görülse de titiz bir yöntem olmadığı algısına katkıda bulunması bakımından bir dezavantaj olarak da görülebilmektedir (Clarke ve Braun, 2013). Çünkü bu durum yapılan analizlerde verilerin içerik boyutunda nelere odaklanılması gerektiğini ve çerçeve olarak kullanılacak teori veya epistemolojilerin belirlenmesini zorlaştırabilmektedir (Braun ve Clarke, 2006). Ayrıca araştırmacının ulaştığı sonuçlarda analitik kanıtlara dayandırılamaması ve zengin bir yorumlama gücünün olmaması durumunda yalın bir betimlemeyle sınırlandırılması söz konusu olabilir. Aynı zamanda veriler, çalışmanın paradigmatik yönelimini ve teorinin analizdeki rolünü açıkça belirtmiyorsa, geniş çapta uygulanan ve asla tutarlı olmayan bir yöntem olarak görülme riskini taşır. Bununla birlikte, tematik analizin özel bir dezavantajı, daha iyi tanımlanmış ve daha az esnek çerçevelere sahip diğer yöntemlerle karşılaştırıldığında, terminolojinin tutarsız veya yanlış kullanımına daha yatkın olmasıdır (Braun ve Clarke, 2006).

Sonuç olarak, tematik analiz, nitel araştırmalar için çok yönlü ve güçlü bir analitik yöntem olarak tanımlanmaktadır. Basit veya sade bir veri analizi değildir; karmaşık fenomenlerin içgörülerinin geliştirilmesine yardımcı olabilecek aynı zamanda çeşitli epistemolojik yaklaşımlar ve araştırma soruları için kullanılabilecek esnek ve sağlam bir yaklaşımdır.

### 3.1.3. Verilerin Toplanması:

Araştırma kapsamında veriler toplanırken genel olarak belirlenen veri tabanlarından elde edilmesi, kullanılan anahtar kelimeleri içermesi, belirlenen yıllarda yayınlanmış olması, veri tekrarını önlemeye yönelik olması, araştırma alanına uygun olması ve örneklemin uygun olması özelliklerine dikkat edilmiştir. Bu özellikler aşağıda sırasıyla açıklanmıştır.

*3.1.3.1. Belirlenen Veri Tabanlarından Elde Edilmesi:* Araştırma kapsamında analiz edilen Türkçe çalışmalar Yüksek Öğretim Kurumunun (YÖK) Ulusal Tez Merkezi, TÜBİTAK ULAKBİM DergiPark ve Google Akademik arama motoru veri tabanlarından elde edilmiştir.

Araştırma kapsamında analiz edilen İngilizce çalışmalar ise Google Akademik arama motoru ve Bursa Uludağ Üniversitesi kütüphanesi üzerinden (EBSCOhost, ProQuest ve ProQuest Dissertation and Theses veritabanlarından) erişim sağlanan çalışmalardan oluşmaktadır.

*3.1.3.2. Kullanılan Anahtar Kelimeleri İçermesi:* Literatür taramaları için ulusal alanyazında kullanılan arama terimleri (anahtar kavramlar) "van Hiele", "geometrik düşünme (geometric thinking)" ve "van Hiele geometrik düşünme düzeyleri (van Hiele geometric thinking levels)" şeklindedir. Uluslararası alanyazın için ise bunlara "öğretim uygulamaları (instructional applications)" eklenmiştir. Hem Türkçe hem de İngilizce olarak anahtar kavramlar taranmıştır. Araştırmanın başlığında ve özetinde van Hiele geometrik düşünme düzeylerini konu alan çalışmalar bu araştırma kapsamında incelenmiştir.

*3.1.3.3. Belirlenen Yıllarda Yayınlanmış Olması:* Türkiye'de van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili ilk çalışmaya 2003 yılında rastlanmıştır. 2003 yılından 14 Ocak 2022 tarihine kadar Türk araştırmacılar tarafından Türkiye'de yürütülen ve Türkiye'de yayınlanan 86 çalışma analiz edilmiştir.

İngilizce çalışmalarda 1982-2021 yılları arasında uluslararası indeksli dergilerde yayınlanmış olan ve van Hiele çalışmalarında sıklıkla atıf alan Usiskin gibi bu alanda adından söz edilen bilim adamlarının çalışmaları başta olmak üzere toplam 81 çalışma araştırmaya dahil edilmiştir.

*3.1.3.4. Veri Tekrarını Önlemeye Yönelik Olması:* Bu tematik içerik analizi araştırmasında herhangi bir çalışma aynı anda tez ve makale olarak yayınlanmışsa verilerin tekrar edilmemesi için yalnızca makale olarak yayınlanan çalışmalar araştırmaya dahil edilmiştir. Ayrıca Türkçe çalışmalarda kongre vb. akademik etkinliklerde yer alan bildiriler tez çalışmasına dahil edilmemiştir.

*3.1.3.5.Araştırma Alanına Uygun Olması:* Bu araştırma kapsamında incelenen van Hiele çalışmalarından sadece matematik eğitimine yönelik konularda yayınlanan çalışmalar analizlere dâhil edilmiştir.

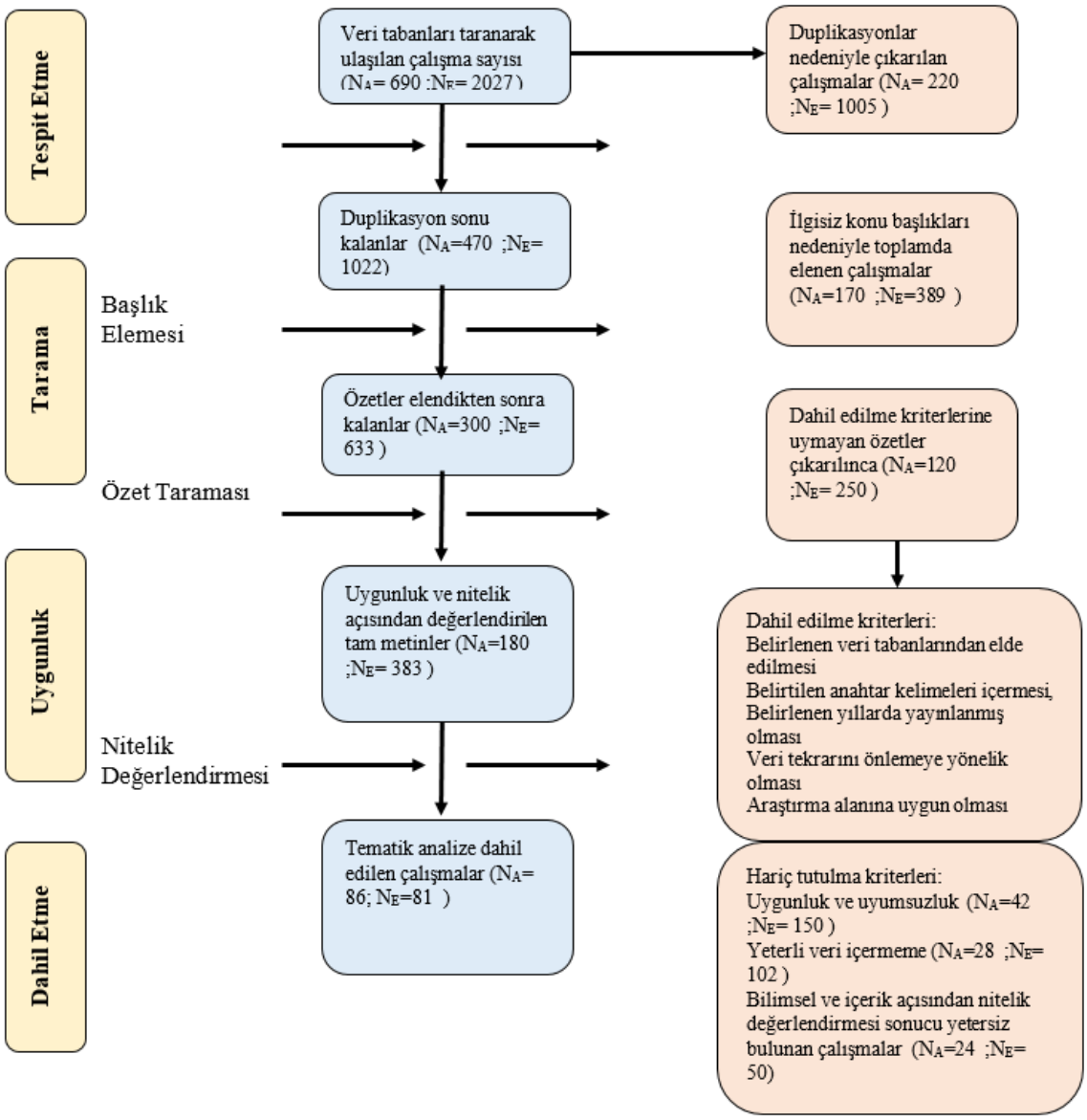
*3.1.3.6.Örneklemin Uygun Olması:* Tematik içerik analizine dâhil edilen Türkçe çalışmalardaki örneklemin sadece Türkiye içerisinde yürütülmüş olması, Türk araştırmacılar tarafından yapılması, yazım dilinin Türkçe olması, tez ve makalelerde belirtilen anahtar kelimeleri içermesi esas alınmıştır.

Uluslararası alanyazında van Hiele geometrik düşünme düzeyleri üzerine çok sayıda çalışma yer almaktadır. Bu nedenle İngilizce çalışmalar seçilirken çeşitli eleme işlemlerine tabii tutulmuştur. İngilizce çalışmaların öncelikli olarak ilgili anahtar kelimeleri içermesi, van Hiele geometrik düşünme düzey adları ve numaralandırmalarının tespit edilebilmesi için beş düzeyin de çalışmalarda yer alması, araştırma sürecinin herhangi bir öğretim uygulaması ile yürütülmüş olması ve atıf sayısı yüksek olan, bu alanda söz sahibi olan araştırmacıların çalışmalarının araştırma kapsamında yer almasına dikkat edilmiştir.

Araştırmaya dahil edilen Türkçe ve İngilizce çalışmaların seçilmesinde izlenen süreç Şekil 8'de ayrıntılı olarak gösterilmiştir.

**Şekil 8**

*Araştırma Kapsamında Analize Dahil Edilen Çalışmalar*




**Not:** *$N_A$= Türkçe , $N_E$=İngilizce alanyazında yer alan çalışma sayısı

*Kaynak: Batdı (2021)'den alınmış olan şekil revize edilerek son hali verilmiştir.*

Şekil 8'den görüldüğü gibi farklı veri tabanlarının taranması sonucunda van Hiele Teorisi kapsamında yapılmış ulusal ve uluslararası çok sayıda çalışmaya ulaşılmıştır. Tematik içerik analizi bağlamında Türkiye'de toplamda 690, uluslararası alanda ise 2027 çalışmaya ulaşıldığı görülmektedir.

Ulaşılan çalışmalardan ulusal alandaki 220, uluslararası alandaki 1005 çalışma duplikasyon nedeniyle elenmiştir. Geriye kalan çalışmalardan ulusal 170, uluslararası 389 çalışma konu başlıklarının araştırma kapsamının dışında olması nedeniyle analiz sürecinden çıkarılmıştır. Kalan çalışmalar Şekil 8'de yer alan akış şemasında gösterildiği gibi bilimsel

nitelik şartlarına uygun olması açısından değerlendirilmiştir. Bu değerlendirme aşamasında alana özgün ve orijinal katkılar sağlamak için seçilen çalışmaların nitelik değerlendirmesinin yapılması ve yeterlik düzeylerinin uygunluk açısından incelenmesi gerekmektedir. Bu nedenle araştırmaya dahil edilen çalışmaların sistemli, objektif ve organize biçimde sunulması ve belirlenen özellikler açısından değerlendirilme sürecine tabi tutulması önemlidir (Greeenland ve Q'Rourke, 2001; Mack, 2012). Bu doğrultuda detaylı değerlendirmeler sonucunda, tematik içerik analizi için uygun çalışmalar analiz sürecine dahil edilmiştir.

Ayrıca bu araştırmada durum çalışması kapsamında 2020-2021 akademik yılı bahar döneminde Marmara Bölgesi'ndeki bir devlet üniversitesinde bulunan İlköğretim Matematik Öğretmenliği lisans programına devam eden 41 öğretmen adayı ve lisansüstü eğitim alan 23 öğretmenin görüşlerine başvurulmuştur. Araştırmanın katılımcılarını belirlemede amaçlı örnekleme kullanılmıştır. Katılımcıların araştırmaya katılımında gönüllü olmaları esas alınmıştır.

Öğretmen adayları lisans programında geometri öğretimi dersinde van Hiele Teorisi hakkında bilgiler almışlardır. Lisansüstü eğitim alan öğretmenlerin ise bu konuda akademik çalışmaları bulunmasına ya da lisans veya lisansüstü eğitimde bu konu ile ilgili eğitim almış olmalarına dikkat edilmiştir. Bu kapsamda çalışmanın yürütüldüğü öğretmen adayları ve öğretmenlere yönelik bilgiler şu şekildedir: 8 erkek ve 33 kızdan oluşan toplam 41 öğretmen adayı ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf öğrencileridir. Mesleki deneyimleri 1-15 yıl arasında değişen 23 öğretmenin 8'i doktora, 15'i ise yüksek lisans eğitimi almaktadır. Öğretmen ve öğretmen adaylarından Usiskin (1982)'in testi ve Duatepe (2000)'nin uyarlaması üzerine karşılaştırmalar yapmaları istenmiştir. Her bir soru için genel görüşler alınmış ve anlaşılabilirliğinin artırılabilmesi için ne tür değişiklikler yapılabileceği sorulmuştur. Görüşmeler ses kayıt cihazı ile kaydedilmiş ve her bir soru bağlamında analizler yapılmıştır.

**3.1.4. Verilerin Analizi:** Analiz, basit bir şekilde bir aşamanın tamamlanıp diğerine geçildiği *doğrusal* bir süreç değildir. Aksine, aşamalar arasında gerektiğinde ileri geri hareket edilmesi gereken *tekrarlı* bir süreçtir. Tematik analizin altı aşamasına aşağıda açıklamalarıyla birlikte yer verilmiştir (Braun ve Clarke, 2006);

*1. Aşama: Verilere aşinalık*

Tüm nitel analiz biçimleri için ortak olan bu başlangıç aşamasında araştırmacı, verilere yoğunlaşmalı ve baştan sona içeriğe ve bağlama aşina olacak şekilde verileri etkin bir şekilde tekrar tekrar okumalıdır. Buradaki amaç araştırmanın üzerinde çalışacağı veri setinin tüm boyutlarına hakim olunmasının istenmesidir. Aynı zamanda eğer şartlar uygunsa

araştırmacıdan en az bir kez ses kaydına alınmış verilerin dinlenmesi ve herhangi bir analitik gözlemin not edilmesi de beklenmektedir.

*2. Aşama: Kodlama*

Bu aşama araştırmacının ilk aşamada okuyup aşinalık kazandığı verilerin önemli özellikleri için listeler oluşturmasıyla başlamaktadır. Sonrasında verilerden ilk kodların oluşturulmasıyla devam etmektedir. Kodlama sadece bir veri indirgeme yöntemi değildir, aynı zamanda analitik bir süreçtir. Bu nedenle kodlar verilerin hem anlamsal hem de kavramsal sürecinin bir parçasıdır. Araştırmacı her veri öğesini kodlar ve tüm kodlarını ve ilgili veri özetlerini bir araya getirerek bu aşamayı bitirmektedir.

*3. Aşama: Tema arama*

Tema, araştırma sorusuyla ilgili verilerde tutarlı ve anlamlı bir kalıptır. Bu aşama, verilerin ilk seviyede kodlanıp bir araya toplandığında ve veri seti için içinde tanımlanan farklı kodlara ait uzun bir kod listesi hazırlandığında başlamaktadır. Kodlardan ziyade daha geniş anlamda tema düzeyinde analize tekrar odaklanılan bu aşama, farklı kodların potansiyel temaların içerisine yerleştirilmesi ve kodlanmış tüm ilgili içeriğin tanımlanan temalar altında toplanması işlemini içerir.

Temaların oluşturulmasına ve düzenli kalmasına yardımcı olmak için araştırmacı önce kodlar için kategoriler oluşturmuştur. Aşağıda araştırmacının kodlardan kategorilere geçişini gösteren bir tablo bulunmaktadır. Braun ve Clarke (2006), bir tablonun araştırmacıların kodların daha büyük bir temaya nasıl katkıda bulunduğunu görselleştirmelerine yardımcı olacağını belirtmektedir.

*4. Aşama: Temaların gözden geçirilmesi*

Temaların hem kodlanmış alıntılar hem de tam veri seti ile ilgili olarak "işe yaradığını" kontrol etmeyi içeren aşamadır. Temaların verilerin içeriği hakkında inandırıcı ve tutarlı bir örüntü oluşturup oluşturmadığına dair gözden geçirme ve sadeleştirme işlemi yapılmaktadır. İki temayı birlikte daraltmak veya bir temayı iki veya daha fazla temaya bölmek veya aday temaları tamamen atmak ve tema geliştirme sürecine yeniden başlamak gerekebilir.

Kategori ve temaların takibi için aşağıdaki tablo kullanılmaktadır. Kategoriler oluşturulduktan sonra temalar oluşturmaya başlanır ve son sütun, her bir temanın tanımlarını içermektedir. Temalar oluşturulduktan sonra, Braun ve Clarke (2006) dördüncü aşamanın bu bölümünün eksik kodların bulunmasını ve oluşturulan temalara bağlanmasını sağlamak için gerekli olduğunu belirttiği gibi, araştırmacı verileri yeniden okuyarak muhtemelen yeni kodlar oluşturmaktadır.

*5. Aşama: Temaları tanımlanması ve adlandırılması*

Araştırmacının her bir temanın ayrıntılı bir analizini yapmasını ve yazmasını gerektirmektedir. Bu aşamanın sonunda araştırmacının temalarının ne olup olmadığını net bir şekilde tanımlayabilmesi önemlidir.

*6. Aşama: Raporun hazırlanması*

Tematik analizde analitik sürecin ayrılmaz bir öğesidir. Artık iyice çalışılmış bir dizi temaya ulaşıldığında son aşamaya geçilmektedir. Raporun hazırlanması, okuyucuya verilerle ilgili tutarlı ve ikna edici bir hikaye anlatmak için analitik anlatıyı ve veri alıntılarını bir araya getirmeyi ve mevcut literatürle ilgili bağlamsallaştırmayı içermektedir.

Yukarıda tanımlanan altı aşama doğrultusunda her bir alt probleme yönelik analizler yapılmıştır ve aşağıda veri analiz süreci ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Tematik içerik analizinde veri analiz sürecinin ilk aşaması verilere aşinalıktır. Bu kapsamda tez çalışmasına dahil olabilecek tüm çalışmalar 6 aylık süre zarfında tekrar tekrar okunmuş, bütün çalışmalara aşinalık kazanılmıştır. 2. aşama kodlamadır. 1. araştırmaya dâhil edilecek çalışmalar belirlendikten sonra kodlama sürecine geçilmiştir. Kodlama sürecinde herhangi bir hata olmaması için zamana bağlı kodlama güvenirliği yöntemi ve araştırmacılar arası kodlama uyum yöntemleri bir arada kullanılmıştır. Öncelikle araştırmacı tarafından her bir alt problem için bilgisayar ortamında ayrı dosyalar oluşturulmuş ve problemlerle ilgili bütün veriler bu dosyalara kaydedilerek, uzun bir süre zarfında kodlamalar yapılmıştır. Kodlamalar yapıldıktan yaklaşık iki ay sonra kodlamalar araştırmacı tarafından tekrar yapılmış ve bu iki aylık süre zarfında kodlamalar arasında önemli ölçüde (%91) uyum olduğu görülmüştür. Sonrasında, kodlamalar tez danışmanı tarafından kontrol edilmiş, eksiklikler ve yapılması gereken değişiklikler tespit edilmiştir. Yapılan tespitlerde birbiri ile aynı amaca yönelik olarak ayrı yazılan kodlamaların birleştirilmeleri istenmiştir. Bu tespitlerden sonra araştırmacı ve tez danışmanı bir araya gelerek, kodlamalar üzerinde nihai kararı vermiştir. Bu şekilde her bir alt problem için yapılan kodlamalar, tamamen uyum sağlanana kadar devam etmiştir.

Ayrıca tüm problemler incelenirken veri fazlalığı olmaması maksadıyla incelenen her bir çalışma Türkçe yayınlar için; A1, A2,….., A86, İngilizce yayınlar için; E1, E2,…., E81 biçiminde kodlanmış ve araştırma kapsamında bu kodlar kullanılmıştır. Tematik içerik analizinde üçüncü aşama tema arama, dördüncü aşama ise temaların gözden geçirilmesidir. Bu kapsamda bu tez çalışmasında birinci alt problem için *amaç, yöntem/desen, örneklem düzeyi, veri toplama aracı, sonuç ve öneri* temaları belirlenmiştir. Bu temalara göre çalışmaların inceleniş biçimine ait bir örnek Tablo 4'te sunulmuştur.

**Tablo 4**

*1. Alt Problem için Araştırmaya Dahil Edilen Çalışmaların İncelendiği Parametrelere Ait Bir Örnek*

| **Amaç** | **Yöntem/Desen** | **Örneklem düzeyi** | **Veri toplama aracı** | **Sonuç** | **Öneri** |
|---|---|---|---|---|---|
| Geometrik düşünme düzeylerinin farklı değişkenler açısından incelenmesi. Geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi. | Tarama (Survey) | Sınıf öğretmeni adayı | Van Hiele Geometrik Düşünme Testi, Kişisel Bilgi Formu | Öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri beklenen düzeyin altındadır. Geometrik düşünme düzeyi bazı (cinsiyet, yaş, branş, lise türü) değişkenlerden **etkilenmemektedir.** | Matematik dersi programları van Hiele düşünme düzeylerine göre revize edilmelidir. |

Araştırma kapsamında incelenen çalışmaların bazılarında birden fazla amaç, yöntem, örneklem düzeyi, veri toplama aracı, sonuç ve öneri bulunduğu gözlemlenmiştir. Bu nedenle herhangi bir çalışmada bir tema birden fazla özellik içeriyorsa o çalışma aynı temada birden fazla kodlanmış olacaktır. Dolayısıyla bu durum, incelenen temalardaki toplam frekans değerlerinin, toplam çalışma sayısından fazla olmasına neden olmaktadır.

2. alt problem için 1. alt probleme benzer şekilde araştırmaya dahil olan çalışmaların (araştırmanın bütünlüğü bozulmaması adına tüm araştırma sürecinde EK-1'deki çalışmalar kullanılmıştır) van Hiele düzey isimlendirmelerine yönelik bölümleri detaylı bir şekilde incelenip, her bir düzeye verilen isimler ve açıklamalar dijital ortamda kaydedilmiştir. İncelenen çalışmalardan elde edilen veriler araştırmacı tarafından iki ay ara ile kodlanmış, kodlanacak bilgiler yoruma dayalı olmadığından, kodların birbiri ile tamamen uyumlu olduğu tespit edilmiştir. Sonrasında tez danışmanı tarafından kodlar kontrol edilmiş burada Türkçe düzeylere verilen isimlerden sonra kullanılan "seviye, düzey ve dönem" gibi kelimelerin

kullanılması konusunda görüş ayrılıkları yaşanmıştır. Bu nedenle çalışma van Hiele Teorisi üzerine çalışmaları bulunan bir uzman öğretim üyesine incelettirilerek görüşleri alınmıştır. Bu görüş neticesinde Türkçe ve İngilizce isimlendirmelerin makalelerde yer aldığı şekilde hiç değişiklik yapılmadan kullanılmasının uygun olacağı, düzeylerdeki "level" ve "seviye, düzey ve dönem" kelimelerinin kullanılmasına gerek olmadığı tespit edilmiştir.

Araştırmada her bir alt problem için incelenen çalışmalardan elde edilen veriler, tablolar ile sunulmuştur. Sunumun bu şekilde yapılmasındaki amaç, verilerin hem görsel olmasını sağlamak hem de yürütülen çalışmalar hakkında ilk izlenimde fikir edinilmesine imkân tanımasıdır. Tablolarda verilere ait kod ve frekans değerleri yer almaktadır. Her bir tablonun altında verilere ait açıklamalar sunulmuştur. Bu tablo biçimine ait bir örnek Tablo 5'te yer almaktadır.

**Tablo 5**

*2. Alt Problem için Araştırmaya Dahil Edilen Çalışmaların İncelendiği Parametrelere Ait Bir Örnek*

| **Düzeye verilen adlar** | **Çalışma kodları** | **Frekans** |
|---|---|---|
| Tanıma Öncesi | A16, A29, A48, A58, A60, A61, A62 | 7 |
| GözündeYarı Canlandırma | A15, A48, A60 | 3 |
| Ön tanıma | A9, A73 | 2 |
| Biliş-Öncesi | A12 | 1 |
| Yarı Canlandırma | A61 | 1 |

3. problemde ulusal ve uluslararası alanyazında ölçme değerlendirme araçları, 4. problemde ise bu araştırma kapsamında ulusal ve uluslararası alanyazında incelenen çalışmalarda van Hiele geometrik düşünme düzeylerini geliştirmeye yönelik olarak öğretim sürecini herhangi bir uygulamaya dayandıran çalışmaların detaylı bir incelemesi yapılmıştır. Bu nedenle incelenen çalışmaların ilgili bölümleri defalarca okunarak aşinalık sağlamış, gerekli notlar alınmış ve benzer şekilde analizler yapılmıştır. İçerik analizinin yanı sıra betimsel analizden faydalanılmıştır. Bu şekilde her bir alt probleme yönelik analizler yapıldıktan sonra son aşamada veriler raporlaştırılmıştır.

**3.1.5. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği:** Geçerlik, iç ve dış geçerlik olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. İç geçerlik, doküman veya belgelerin doğru anlaşılıp anlaşılmaması ve bulguların sadece deney değişkeninden etkilenmiş olup olmamasının bir ölçüsü şeklinde, dış geçerlik ise doküman veya belgelerde sahtelik olarak tanımlanmaktadır (Çepni, 2018). İç geçerliği arttırmak için üçgenleme, verilerin elemanlarca kontrolü, gözlemleri uzun süreye yayma, katılımcı araştırma modellerini kullanma ve çalışmanın diğer araştırmacılar tarafından

incelenmesi yolları tercih edilir (Merriam, 1988). Bu tez çalışmasında iç geçerliği artırmak için incelenen araştırmalardan elde edilen veriler ile uzun süreli etkileşim sağlanmış, çalışmaya yeterli zaman ayrılmış, araştırmacı ile tez danışmanının yaşadığı görüş ayrılıklarında uzman görüşü alınmış ve elde edilen bulgulara ilişkin yapılan yorumlarda araştırmaların orijinaline sadık kalınmıştır. Dış geçerliği artırmak için ise iki metot tercih edilir ki bunlar; örneklem seçimi ve benzer özelliklere sahip olunan durumlarda aynı tür araştırmaların yürütülmesi ile elde edilen sonuçların karşılaştırılması şeklindedir (Çepni, 2018). Bu tez çalışmasında dış geçerliği artırmak için örneklem seçimi yapılarak seçim kriterleri açıklanmış, veri toplama ve analiz süreci sistematik olarak belirtilmiş, çalışmada kullanılan araştırmaların dâhil edilme ölçütleri araştırma problemine uygun olarak belirlenerek açıklanmış ve çalışma kapsamında kullanılan yöntemlerin seçim nedenleri detaylı bir şekilde sunulmuştur.

Güvenirlik; birbirinden bağımsız araştırmacıların aynı metotları kullanarak araştırmayı tekrar etmeleri ve sonuç olarak benzer verilere ulaşabilmesidir. Kısaca güvenirlik bulguların tekrarlanabilirliği olarak da ifade edilen bir kavramdır (Çepni, 2018). Güvenirliği arttırmak için yapılan çalışmada örneklemin yeterli büyüklükte seçilmesi, birden çok araştırmacı ile konunun ele alınması, daha çok kaynak ve görüşe başvurulması, elde edilen verilerin iyi bir şekilde saklanması, çalışılan ortam ile araştırmacının konumunun tam olarak belirtilmesi ve çalışmanın tarafsız bir şekilde yapılması gerekmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bu tez çalışmasında güvenilirliği artırmak için kodlama sürecinde teknolojiden yararlanılmış, elde edilen bulgular yorum yapılmadan sunulmuş, araştırmanın sonuç kısmında tüm bulguları kapsayacak şekilde tartışma yapılmış ve veriler ile alanyazın arasında tutarlığın kontrol edilmesi sağlanmıştır.

### 3.2. Araştırmada Uygulanan Etik Kurallar

Çalışma kapsamında yapılan görüşme için çalışma grubunda bulunan öğretmen ve öğretmen adaylarının gönüllü olması esas alınmıştır. Katılımcıların kimliklerini ortaya çıkaracak herhangi bir bilgiye yer verilmemiş, Ö, ÖA şeklinde kodlamalar kullanılmıştır. Elde edilen verilerin orjinaline sadık kalınmış herhangi bir etik dışı eylemde bulunulmamıştır. Makale ve tezlerde yazılı bilgiler esas alınmış, yanlış anlaşılmalara neden olabilecek herhangi bir yorum katılmamıştır. Bu kapsamda 26 Mart 2021 tarihinde Bursa Uludağ Üniversitesi'nden 2021-03 nolu oturumda etik kurul izni alınmıştır ve ekte sunulmuştur.

# 4. BÖLÜM
# BULGULAR

## 4.1. VHGDD Üzerine Yürütülen Çalışmalardaki Genel Eğilim (amaç, yöntem, örneklem, veri toplama aracı, sonuçlar ve öneriler bağlamında)

**4.1.1. VHGDD Üzerine Türkiye'de Yürütülen Çalışmalardaki Genel Eğilim:** Bu bölümde verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgular araştırma problemleri doğrultusunda verilmiştir.

*4.1.1.1.İncelenen Çalışmaların Amaçları:* Aşağıda araştırma kapsamında incelenen çalışmaların amaçlarına ilişkin tablo ve açıklamalara yer verilmiştir.

**Tablo 6**

*İncelenen Çalışmaların Amaçlarına İlişkin Veriler*

| Tema | Kod | Çalışmalar | f |
|---|---|---|---|
| Amaç | Farklı öğrenme ortamlarının geometrik düşünme düzeylerine etkisinin belirlenmesi | A3, A10, A14, A17, A21, A22, A23, A25, A27, A34, A39, A41, A45, A46, A52, A53, A54, A59, A64, A65, A66, A74, A75, A76, A77, A78, A80, A81, A83 | 29 |
| | Geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi | A5, A6, A9, A11, A12, A15, A16, A19, A20, A24, A28, A32, A33, A35, A37, A40, A47, A48, A54, A56, A60, A62, A68, A70, A73, A86 | 26 |
| | Geometrik düşünme düzeyleri ile geometri başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi | A4, A13, A16, A24, A32, A36, A37, A48, A51, A82 | 10 |
| | Geometrik düşünme düzeylerinin farklı değişkenler açısından incelenmesi | A5, A6, A12, A19, A33, A38, A60 | 7 |
| | Geometrik düşünme düzeyleri ve geometriye yönelik tutumları arasındaki ilişkinin incelenmesi | A5, A9, A11, A29, A79 | 5 |
| | van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretimin başarıya etkisinin belirlenmesi | A21, A30, A44, A50, A74 | 5 |
| | Geometrik düşünme düzeyleri ile eleştirel veya uzamsal becerileri arasındaki ilişkinin incelenmesi | A31, A68, A79 | 3 |
| | Geometrik akıl yürütme ile van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi saptamak | A1, A71 | 2 |
| | Geometrik düşünme düzeyleri ile geometriye yönelik öz-yeterlik inançları arasındaki ilişkinin incelenmesi | A5, A12 | 2 |
| | Problem çözme stratejilerinin van Hiele düşünme düzeyleri açısından incelenmesi | A7, A8 | 2 |
| | Geometrik düşünme düzeyleri ile zekâ alanları arasındaki ilişkinin incelenmesi | A15, A58 | 2 |
| | Geometrik çizim uygulamalarının geometrik düşünme düzeylerine etkisinin incelenmesi | A40, A43 | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| Türkiye'de geometrik düşünme alanında yapılmış araştırmaların sonuçlarının ortaya konulması | A49, A69 | 2 |
| Kavram haritalarının kullanımının geometrik düşünme düzeylerine etkisinin incelenmesi | A2 | 1 |
| Van Hiele geometri anlama düzeyleri ile ispat yazma başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi | A18 | 1 |
| Origamiye yönelik inanç ile geometrik düşünme düzeyi arasındaki ilişkinin belirlenmesi | A20 | 1 |
| Öğretmenlerin geometri öğretimine ilişkin görüş ve uygulamalarının van Hiele düzeylerine göre incelenmesi | A26 | 1 |
| Küresel geometri için geometrik anlama düzeylerinin yapılandırılması ve van Hiele düzeyleri ile ilişkisinin belirlenmesi | A42 | 1 |
| Çokgenlerin sınıflandırma becerileri ile geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi | A47 | 1 |
| Matematik dilinin sentaks ve semantik bileşenleri ile van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin ilişkilendirilmesi | A55 | 1 |
| Geometrik düşünme düzeyleri ve beyin baskınlıklarının bazı değişkenler açısından incelenmesi | A57 | 1 |
| Cebirsel ve geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi | A61 | 1 |
| Dinamik geometri ortamında gerçekleşen öğrenme süreçlerinin incelenmesi | A63 | 1 |
| Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ve görsel ispat becerileri arasındaki ilişkinin incelenmesi | A67 | 1 |
| Geometrik düşünme düzeylerinin geometrik yapıları inşa etme ve çizme başarılarına etkisinin belirlenmesi | A72 | 1 |
| Hazırlanan mesleki gelişim programının geometrik düşünme düzeyine etkisinin incelenmesi | A84 | 1 |
| Geometrik düşünme düzeylerine göre hata ve kavram yanılgısının tespit edilmesi | A85 | 1 |
| **Toplam** | | **111** |

Tablo 6 incelendiğinde, *amaç* temasına yönelik olarak yirmi yedi farklı kod oluşturulduğu görülmektedir. Araştırma kapsamında incelenen çalışmaların önemli bir bölümü farklı öğrenme ortamlarının geometrik düşünme düzeylerine etkisinin belirlenmesi ve geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi amacıyla yapılmıştır. Farklı öğrenme ortamları ile kastedilen faktörlerin van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretim (A21, A30, A44, A50, A74), origami etkinlikleriyle yapılan öğretim (A20, A22, A39), 5E öğrenme modeliyle yapılan öğretim (A25, A53, A83) gibi olduğu söylenebilir. Tablo incelendiğinde bunları takiben öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri ile geometri başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmıştır (A4, A13, A16, A24, A32, A36, A37, A48, A51, A82). Geometrik düşünme düzeylerinin farklı değişkenler açısından incelendiği (A5, A6, A12, A19, A33, A38, A60) çalışmaların da yapıldığı görülmektedir. A5 tez çalışmasında geometrik düşünme düzeyleri ile kişisel değişkenler olan; cinsiyet, anne ve babanın eğitim durumu ve ailenin gelir durumu değişkenleri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. A6 makalesinde geometrik düşünme düzeylerine bazı demografik (cinsiyet, mezun olunan branş, istihdam durumu, mesleki tecrübe, eğitim düzeyi) değişkenlerin etkisini incelemektedir. Ortaokul öğrencilerinin geometrik düşünme becerileri ile öğrencilerin sınıf düzeyi, anne-baba öğrenim düzeyleri, cinsiyetleri ve okul öncesi eğitim alma durumları arasındaki ilişki saptanmak amaçlanmıştır (A12). Matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin demografik değişkenler (cinsiyet, yaş, not ortalaması, kendilerini en başarılı buldukları ders ve bölümde istekli veya istemeden okuma) ile arasındaki ilişki araştırılmak istenmiştir (A19). İlköğretim 5.sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi ve öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin cinsiyet, okul öncesi eğitime devam etme, bilgisayar kullanma ve ebeveynlerinin eğitim düzeylerine göre incelenmesi amaçlanmıştır (A33). A38 doktora tez çalışmasının alt amaçlarından olan ortaokul öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin öğrencilerin sınıf, cinsiyet, matematik başarısı değişkenleri ile arasındaki ilişkinin incelenmesini amaçlamıştır. Ve son olarak (A60) araştırmada ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin cinsiyet, sınıf ve mezun olunan lise türü değişkenleri açısından incelenmesi amaçlanmıştır. İncelenen bu yedi çalışmada da ortak olan değişkenin cinsiyet olduğu görülmektedir. Tablo incelendiğinde öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri ve geometriye yönelik tutumları arasındaki ilişkinin incelendiği (A5, A9, A11, A29, A79) ve van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretimin başarıya etkisinin belirlendiği (A21, A30, A44, A50, A74) çalışmaların da olduğu görülmektedir. Geometrik düşünme düzeyleri ile eleştirel veya uzamsal becerileri arasındaki

ilişkinin incelendiği tüm çalışmalar aynı zamanda birer yüksek lisans tez çalışmasıdır (A31, A68, A79). Bu tez çalışmalarında uzamsal beceriler (A31, A79) ve eleştirel ve uzamsal beceriler (A68) çalışmalarında incelenmiştir. A1 ve A71 çalışmalarında öğrencilerin geometrik akıl yürütmeleri ile van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkisinin saptanmasını amaçlamışlardır. Geometrik düşünme düzeyleri ile geometriye yönelik öz-yeterlik inançları arasındaki ilişkinin incelendiği (A5, A12) çalışmalar da tabloda görülmektedir. Üstün zekâlı öğrencilerle yapılan çalışma geometri dersindeki problem çözme stratejileri ve bu stratejilerin van Hiele geometri düşünme düzeylerine göre farklılık gösterip göstermediği araştırılmak istenmiştir (A7, A8). Aynı zamanda öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri ile zekâ alanları arasındaki ilişkinin incelendiği çalışmalarda mevuttur (A15, A58). Betimsel yöntem ve ilişkisel tarama modelinin birlikte kullanıldığı A15 makale çalışmasında sekizinci sınıf öğrencileriyle çalışırken, betimsel içerikli ilişkisel tarama modelinin kullanıldığı A58 tez çalışmasında öğretmen adaylarıyla çalışmıştır. Ayrıca geometrik çizim uygulamaların öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine etkisinin belirlendiği çalışmalarda görülmektedir (A40, A43). A40 makale çalışmasında pergel-cetvel kullanarak, A43 tez çalışmasında ise yeni müfredat için geliştirilmiş modül yardımıyla açıölçer ve katlama ile aynı zamanda pergel-cetvel kullanarak geometrik çizim uygulamalarını gerçekleştirmişlerdir. Tablo incelendiğinde, van Hiele'e yönelik yapılan Türkiye'deki çalışmaların nasıl olduğunu ve güncel eğilimlerini belirlemek için çalışmalar yürütüldüğü görülmektedir (A49, A69). Bu bağlamda A49 lisansüstü tezlerin betimsel içerik kullanarak incelediği makale çalışmasında 2005-2019 yılları arasında yayınlanan yetmiş bir tez çalışmasına odaklanırken, A69 tez ve makaleleri metasentez yöntemiyle incelediği makale çalışmasında 1999-2014 yılları arasındaki otuz sekiz yüksek lisans ve doktora ile yirmi makale çalışmasını araştırma kapsamında incelemiştir.

Tablo incelendiğinde, A2 tarafından tez çalışmasında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının geometri kavram bilgilerini ve ilişkilerini, oluşturdukları kavram haritalarıyla derinlemesine incelemek ve van Hiele geometrik düşünme düzeylerine yansımasının nasıl olduğunu belirlemek amaçlanmıştır. A18 ise özel durum çalışması yöntemi kullanarak lisede öğrenim gören öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ve ispat yazma başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi amacıyla çalışmasını yapmıştır. Bu çalışmada kullanılan geometri ispat yazma testi Senk (1993) çalışmasından Türkçe'ye uyarlanan çalışmadır. Ayrıca geometrik düşünme düzeyleri ile çeşitli türlerdeki ilişkinin belirlendiği çalışmalar da görülmektedir (A20, A47, A61, A67). Bunlardan; A20 origamiye yönelik inanç, A47 çokgenlerin sınıflandırma becerileri, A61 cebirsel düşünme ve A67 ise görsel ispat becerileri

ile van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmıştır. A26 doktora tez çalışmasında öğretmenlerin geometri öğretimine ilişkin görüş ve uygulamalarının van Hiele düzeylerine göre incelendiği fenomenografik bir çalışma gerçekleştirmiştir. Ayrıca araştırmacı öğretmen yönteminin kullanıldığı A42 araştırmada, küresel geometri için geometrik anlama düzeylerinin yapılandırılması ve van Hiele düzeyleri ile ilişkisinin belirlenmesini amaçlamıştır. Aynı zamanda bu çalışmada küresel doğru, üçgen ve çokgenler için örnek bir müfredat geliştirilmiş ve hazırlanacak yeni geometri öğretim programının epistemolojik alt yapısı oluşturulmaya çalışılmıştır. Ayrıca matematik dilinin sentaks ve semantik bileşenleri ile van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin ilişkilendirilmesinin amaçlandığı çalışmalar da mevcuttur (A55). A57 ise öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri ve beyin baskınlıklarının bazı değişkenler açısından incelenmesini amaçlayan çalışma yapmıştır. Burdaki bazı değişkenlerden kastedilen; mezun olunan lise türü ve alanı, öğrenim görülen bölümdür. Ortaokul yedinci sınıf öğrencileriyle çokgenler konusunun öğretiminde GeoGebra dinamik yazılımıyla gerçekleşen öğrenme süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır (A63). A85 ise van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre öğrencilerde hata ve kavram yanılgılarının tespit edildiği çalışma gerçekleştirmiştir. Ve son olarak geometrik düşünme düzeylerinin geometrik yapıları inşa etme ve çizme başarılarına (A72) ve hazırlanan mesleki gelişim programına etkisinin incelendiği (A84) çalışmalar da görülmektedir.

*4.1.1.2.İncelenen Çalışmalarda Kullanılan Yöntemler:* Aşağıda araştırma kapsamında incelenen çalışmaların yöntemlerine ilişkin tablo ve açıklamalara yer verilmiştir.

**Tablo 7**

*İncelenen Çalışmaların Yöntemlerine İlişkin Veriler*

| **Tema** | | **Kod** | **Çalışmalar** | **f** |
|---|---|---|---|---|
| Yöntem | Nicel | Deneysel Yöntem | A3, A10, A17, A20, A21, A23, A27, A30, A34, A39, A40, A44, A45, A46, A50, A52, A53, A54, A59, A64, A65, A66, A72, A74, A75, A76, A77, A80, A81, A83, A84 | 31 |
| | | Tarama (Survey) | A2, A4, A5, A6, A9, A11, A12, A15, A16, A24, A28, A29, A32, A33, A35, A36, A37, A38, A47, A48, A56, A57, A58, A60, A61, A68, A70, A71, A72, A73, A82, A85 | 31 |
| | | Korelasyonel Araştırma Modeli | A67, A79 | 2 |
| | Nitel | Durum Çalışması | A1, A7, A8, A18, A31, A38, A78 | 7 |
| | | Öğretim Deneyi | A41, A63 | 2 |
| | | Fenomenografi | A26 | 1 |
| | | Betimsel İçerik Analizi | A49 | 1 |
| | | Metasentez | A69 | 1 |
| | Eylem Araştırması | | A22, A25, A42, A43 | 4 |
| | Karma Yöntem | | A14, A62, A86 | 3 |
| **Toplam** | | | | **83** |

Tablo 7 incelendiğinde, *yöntem* temasına yönelik olarak dört farklı kod ve on farklı alt kodun oluşturulduğu görülmektedir. Araştırma kapsamında incelenen çalışmaların önemli bir bölümünün deneysel ve tarama yöntemleri kullanılarak gerçekleştiği görülmektedir. Deneysel yöntemin kullanıldığı çalışmalarda genellikle farklı öğrenme ortamlarının geometrik düşünme düzeylerine etkisi tespit edilmeye çalışılırken, tarama yönteminin kullanıldığı çalışmalarda ise geometrik düşünme düzeyleri ile geometri başarıları arasındaki ilişki incelenmeye çalışılmıştır. Değişkenler arasındaki ilişkinin incelendiği (A67, A79) çalışmaların da olduğu görülmektedir. Araştırma deseni bölümünde A67 makale çalışmasında "korelasyonel araştırma", A79 yüksek lisans tez çalışmasında ise "keşfedici korelasyonel araştırma" modeli kullanmıştır. Bunların yanı sıra bazı araştırmalarda yöntemlere nicel araştırma (A13, A19) ve nitel araştırma (A51, A55) şeklinde genel isimler verildiği, özel olarak yöntemlerin belirtilmediği görülmektedir. Aynı zamanda bazı araştırmalarda birden çok yöntemin bir arada kullanıldığı da görülmüştür. Bunlardan, A38 kodlu çalışmada tarama ve durum; A72 kodlu çalışmada ise deneysel ve tarama yöntemleri bir arada kullanılmıştır. Öğrencilerin şekil oluşturma ve şekli parçalarına ayırma süreçlerinin incelendiği (A38) doktora tez çalışması kapsamında, şekil oluşturma ve şekli parçalarına ayırma sürecini incelemek için nitel araştırma yöntemlerinden örnek olay çalışması; şekli oluşturma düzeylerinin çeşitli değişkenler ile ilişkisinin ortaya konulması için ise nicel araştırma yöntemlerinden tarama modelinin kullanıldığı görülmüştür. Somut ve sanal manipülatif destekli eğitimin öğrencilerin geometrik yapıları inşa etme ve çizme başarılarına etkisinin incelendiği (A72) yüksek lisans tez çalışmasında deneysel yöntemin yanısıra araştırmanın alt problemlerinden geometrik düşünme düzeyleri ve uzamsal yetenekleri açısından öğrencilerin başarıları arasındaki farklılık olup olmadığının belirlenmesinde ise ilişkisel tarama yönteminin tercih edildiği görülmektedir. Tabloda durum çalışması yöntemini tercih eden çalışmaların da olduğu görülmektedir (A1, A7, A8, A18, A31, A38, A78). Fenomenografi (A26) yalnızca bir çalışmada, öğretim deneyi (A41, A63) iki çalışmada tercih edilmiştir. Ayrıca A49 lisansüstü tezlerin betimsel içerik kullanarak incelediği makale çalışmasında 2005-2019 yılları arasında yayınlanan yetmiş bir tez çalışmasına odaklanırken, A69 tez ve makaleleri metasentez yöntemiyle incelediği makale çalışmasında 1999-2014 yılları arasındaki otuz sekiz yüksek lisans ve doktora yirmi makale çalışmasını araştırma kapsamında incelemiştir. Eylem araştırmasının kullanıldığı dört çalışmadan yalnızca biri (A25) makale iken diğer üç tanesi (A22, A42, A43) tez çalışmasıdır. A25 makale çalışmasında yedinci sınıf öğrencileriyle dönüşüm geometrisi konusunu dört haftalık süre zarfında 5E modeline uygun hazırlanan

eylem planları ile araştırma sürecini yürütmüştür. A22 ve A43 yüksek lisans tezinde, A42 ise doktora tez çalışması kapsamında eylem araştırmasını tercih etmiştir. A42 çalışmasında geliştirilen bilgisayar destekli küresel geometri materyalleri yaklaşık 10 haftalık bir kurs programı kapsamında öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Ve son olarak üç çalışmada karma yöntemin kullanıldığı görülmektedir (A14, A62, A86).

*4.1.1.3.İncelenen Çalışmaların Örneklem Grubu:* Aşağıda araştırma kapsamında incelenen çalışmaların örneklem grubuna ilişkin tablo ve açıklamalara yer verilmiştir.

**Tablo 8**

*İncelenen Çalışmaların Örneklemlerine İlişkin Veriler*

| Tema | Örneklem Türü | Örneklem düzeyi | Çalışma | f |
|---|---|---|---|---|
| Örneklem | İlkokul | 4. sınıf | A77 | 1 |
| | Ortaokul | 5. sınıf | A22, A33, A41, A50, A51, A54, A72 | 7 |
| | | 6.sınıf | A21, A56, A83 | 3 |
| | | 7. sınıf | A3, A17, A24, A25, A32, A45, A46, A47, A59, A63, A64, A78, A85 | 12 |
| | | 8. Sınıf | A5, A15, A16, A23, A31, A37, A48, A55, A61, A66, A74, A79, A82 | 13 |
| | | Karışık | A12, A29, A34, A38, A43, A65, A86 | 7 |
| | | İşitme engelli | A73, A80, A81 | 3 |
| | | Üstün yetenekli | A68 | 1 |
| | Lise | 9.sınıf | A7, A8, A39, A44 | 4 |
| | | 10. sınıf | A53 | 1 |
| | | 11. sınıf | A4 | 1 |
| | | 12. sınıf | A36 | 1 |
| | | Karışık | A18 | 1 |
| | | Belirtilmemiş | A52 | 1 |
| | Öğretmen Adayı | Sınıf | A9, A10, A28, A30, A35, A62, A70, A75 | 8 |
| | | Karışık | A2, A11, A13, A42, A57, A58, A60 | 7 |
| | | İlk. Mat | A14, A19, A20, A27, A67, A71, A76 | 7 |
| | | Mat Öğrt. | A40 | 1 |
| | Öğretmen | Sınıf | A6, A26, A70 | 3 |
| | | İlk. Matematik | A84, A86 | 2 |
| | | Lise Matematik | A1 | 1 |
| | Belgesel | Alanyazın | A49, A69 | 1 |
| **Toplam** | | | | **86** |

Tablo 8'e göre, *örneklem düzeyi* temasına yönelik altı farklı kodun oluştuğu görülmektedir. Araştırma kapsamında incelenen çalışmaların örneklem gruplarının ağırlıklı olarak ortaokul düzeyinde olduğu ve bunların içindeki payın da en çok sekizinci sınıf öğrencilerine ait olduğu görülmektedir (A5, A15, A16, A23, A31, A37, A48, A55, A61, A66, A74, A79, A82). Bunu takiben yedinci sınıf öğrencilerinin diğer önemli bir kısmını oluşturduğu tespit edilmiştir (A3, A17, A24, A25, A32, A45, A46, A47, A59, A63, A64, A78, A85). Ortaokul öğrencilerinin arasındaki en az çalışılan örneklem grubu ise üstün/özel yetenekli öğrenciler olmuştur. A68 yüksek lisans tezini Bilim ve Sanat merkezine devam eden 26 üstün/özel yetenekli öğrenci ile yürütmüştür. Tablo incelendiğinde yalnızca bir çalışmada örneklemin ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinden oluştuğu görülmüştür (A77). Ayrıca lise öğrencileriyle yapılan çalışmaların büyük kısmını dokuzuncu sınıf öğrencilerinden oluştuğu görülmektedir (A7, A8, A39, A44). Lisede diğer sınıf düzeylerinde onuncu sınıf (A52, A53), on birinci sınıf (A4) ve on ikinci sınıf (A36) tespit edilmiştir. A18 tez çalışmasında dokuzuncu ve onuncu sınıfta öğrenim gören öğrencilerle gerçekleştirdiğinden tabloda karışık olarak belirtilmiştir. Öğretmen adaylarıyla (sınıf, ilköğretim matematik, lise matematik) da çalışmaların yapıldığı görülmektedir. Bunların içinden en büyük pay sınıf öğretmenleri ile iken en az da matematik öğretmen örneklem grubuyla yapılan çalışmalardır. Tabloya bakıldığında sınıf (A6, A26, A70), ilköğretim matematik (A84, A86) ve lise matematik (A1) öğretmenleri ile çalışmaların yürütüldüğü de gözlemlenmiştir. Burada belgesel kısmını oluşturan "alanyazın" da ise A49 ve A69 çalışmalarının olduğu görülmüştür. A49 sadece lisansüstü tezlerin betimsel içerik kullanarak incelediği makale çalışmasında 2005-2019 yılları arasında yayınlanan yetmiş bir tez çalışmasıyla gerçekleştirmiştir. A69 ise tez ve makaleleri metasentez yöntemiyle incelediği makale çalışmasında 1999-2014 yılları arasındaki otuz sekiz yüksek lisans ve doktora yirmi makale çalışmasını araştırma kapsamında incelemiştir.

*4.1.1.4.İncelenen Çalışmalarda Kullanılan Veri Toplama Araçları:* Aşağıda araştırma kapsamında incelenen çalışmaların veri toplama araçlarına ilişkin tablo ve açıklamalara yer verilmiştir.

**Tablo 9**

*İncelenen Çalışmaların Veri Toplama Araçlarına İlişkin Veriler*

| Tema | Veri Toplama Araç Türü | Kod | Çalışma | f |
|---|---|---|---|---|
| Veri toplama aracı | Test | Van Hiele Geometrik Düşünme Testi | A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A22, A23, A24, A27, A28, A29, A30, A31, A32, A33, A34, A35, A36, A37, A38, A39, A40, A42, A44, A45, A46, A47, A48, A50, A52, A53, A54, A57, A58, A59, A60, A61, A62, A64, A65, A66, A67, A68, A70, A71, A72, A73, A75, A76, A77, A79, A80, A81, A82, A83, A84, A85, A86 | 73 |
| | | Geometri Başarı Testi | A10, A14, A16, A17, A21, A23, A24, A30, A32, A34, A36, A37, A43, A44, A48, A50, A52, A66, A72, A74, A77, A80, A81, A82, A83 | 24 |
| | | Uzamsal Yetenek Testi | A1, A45, A67, A68, A72, A79, A82 | 7 |
| | | Geometri İspat Testi | A18, A52, A67 | 3 |
| | | Van Hiele Dönüşüm Geometrisi Düşünme Düzeyleri Testi | A25 | 1 |
| | | Geometri Hazırbulunuşluk Testi | A28 | 1 |
| | | Geometrik Cisim Testi | A31 | 1 |
| | | Zihinsel Döndürme Testi | A31 | 1 |
| | | Şekil Oluşturma Beceri Düzeyleri Belirleme Testi | A38 | 1 |
| | | Küresel Geometri Anlama Düzeyleri Sınavı | A42 | 1 |
| | | Dörtgenleri Sınıflandırma ve Tanımlama Sınavı | A59 | 1 |
| | | Hiyerarşik Şema Sınavı | A59 | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Cebirsel Düşünme Testi | A61 | 1 |
| | Geometrik Akıl Yürütme Problemleri Testi | A71 | 1 |
| | Hata ve Kavram Yanılgıları Teşhis Testi | A85 | 1 |
| Ölçek/Anket | Geometri Tutum Ölçeği | A5, A9, A11, A21, A28, A29, A50, A77, A79, A80 | 10 |
| | Geometriye Yönelik Öz-Yeterlik Ölçeği | A5, A12, A17, A28 | 5 |
| | Matematik Tutum Ölçeği | A17, A40, A82 | 3 |
| | Açılar ve Çokgenler ile ilgili Eleştirel Düsünme Becerileri Ölçme Aracı | A17 | 1 |
| | Origami İnanç Ölçeği | A20 | 1 |
| | Geometrik Çizimlere Yönelik Tutum Anketi | A43 | 1 |
| | Çokgen Algılama ve Sınıflama Ölçeği | A47 | 1 |
| | Cornell Eleştirel Düşünme Becerileri Ölçeği | A68 | 1 |
| Mülakat/ Görüşme | Mülakat(Görüşme)/ Görüşme Formu | A1, A7, A8, A14, A17, A23, A26, A31, A34, A38, A41, A42, A43, A45, A46, A55, A56, A59, A63, A71, A78, A86 | 21 |
| Gözlem/ Gözlem Formu | Gözlem | A25, A26, A42, A77, A78 | 5 |
| Doküman | Çalışma kağıtları/Etkinlik | A3, A14, A17, A31, A41, A51, A59, A63, A64, A65 | 9 |
| | Ekran kayıtları/ Video çekim | A14, A56, A63 | 2 |
| | Günlük | A25 | 1 |
| | Alan Notları | A59 | 1 |
| | Alanyazın | A49, A69 | 1 |
| Envanter | Çoklu Zekâ Envanteri | A15, A58 | 2 |
| | Beyin Baskınlığı Envanteri | A57 | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Diğer | Açık Uçlu Sorular | A1, A7, A8, A22, A39, A56, A77, A78 | 8 |
| | Kişisel Bilgi Formu | A6, A12, A19, A35, A58, A73 | 6 |
| | Dereceli Puanlama Anahtarı/ Değerlendirme Form | A2, A17 | 2 |
| | Uygulama Kağıdı | A2 | 1 |
| | Ürün Seçki Dosyası | A10 | 1 |
| | Modül | A17 | 1 |
| **Toplam** | | | **203** |

Tablo 9'a göre, *veri toplama araçları* temasına yönelik yedi farklı kodun oluştuğu görülmektedir. Araştırma kapsamında incelenen çalışmaların önemli bir bölümünde test kullanıldığı görülmektedir. Testlerin içerisinde en büyük pay "van Hiele Geometrik Düşünme Testi" ne aittir. Aynı zamanda incelenen çalışmalarda sınav adı altında verilen araştırmalar da bu başlık altına dahil edilmiştir. Ölçek ve anketler çalışmalarda sıklıkla birbirinin yerine kullanıldığı için aynı başlık altında verilmesi uygun bulunmuştur. Ölçek/anketlerin kullanıldığı çalışmaların çoğunda geometrik düşünme düzeyi ile bir değişken arasındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmıştır (A5, A9, A20, A43, A47).

Yapılan incelemeler sonucunda 21 çalışmada mülakat/görüşme formunun kullanıldığı tespit edilmiştir. Bunların içerisinde en çok kullanılanları (A1, A22, A38, A41, A42, A43, A46, A55, A59) klinik mülakat ve (A7, A8, A14, A31, A34, A56, A71, A86) yarı yapılandırılmış görüşme tekniğidir. A26'de ise fenomenografik çalışmanın doğasından ötürü bireysel görüşme tekniği veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak gözlem/gözlem formu tercih eden çalışmaların (A26, A42, A78) görüşme tekniğiyle beraber kullanıldığı görülmüştür.

Tablo 9 incelendiğinde çalışma kağıtları/etkinlik kullanılan 9 çalışmanın var olduğu görülmektedir. A3 ve A17 probleme dayalı, A14 ve A59 DGY, A41 van Hiele Teorisi'ne dayalı, A64 buluş yoluyla yapılan öğretime dayalı uygulamalarda kullanılan çalışma kağıtları iken; A31 ve A51 çalışmaları ise öğrencilerin görüşmeler yoluyla geometrik düşünme düzeylerini ve konu ile ilgili bilgilerini belirlemede kullanılan veri toplama araçlarıdır. Yapılan incelemelerde ekran kayıtları, günlük, alan notları ve alanyazın olarak az sayıda çalışmaya rastlanmıştır.

*4.1.1.5.İncelenen Çalışmalardan Elde Edilen Sonuçlar:* İncelenen çalışmalardan elde edilen sonuçlar detaylı bir şekilde incelenmiş ve doğrudan van Hiele Teorisi ile ilgili olan sonuçlar aşağıda tablo halinde verilmiştir.

**Tablo 10**

*Çalışmalardan Elde Edilen Sonuçlar*

| Tema | Kodlar | Çalışmalar | f |
|---|---|---|---|
| Sonuç | Öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri beklenen düzeyin altındadır | A4, A5, A6, A12, A15, A16, A18, A19, A24, A28, A29, A31, A32, A33, A35, A37, A38, A44, A48, A55, A57, A58, A60, A61, A62, A67, A69, A73, A75, A84, A86 | 31 |
| | Farklı öğrenme ortamları öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini arttırmada etkilidir | A3, A10, A14, A17, A20, A22, A25, A27, A30, A34, A39, A41, A46, A52, A53, A63, A64, A65, A72, A74, A77, A80, A81, A83 | 24 |
| | Geometrik düşünme düzeyi bazı (cinsiyet, yaş, branş, lise türü) değişkenlerden etkilenmemektedir | A5, A6, A11, A12, A19, A24, A37, A58, A60, A69, A70, A79 | 12 |
| | Geometrik düşünme düzeyi bazı (cinsiyet, anne-baba eğitim durumu, okul öncesi eğitim alma) değişkenlerden etkilenmektedir | A5, A12, A29, A33, A35, A48, A70, A79, A82 | 9 |
| | Farklı öğrenme ortamları öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini arttırmada etkili olmamıştır | A23, A34, A54, A59, A66, A76 | 6 |
| | Araştırmacılar tarafından geliştirilen başarı testi ile van Hiele geometri testi arasında anlamlı ilişki vardır | A16, A24, A36, A37, A48 | 5 |
| | Geometrik düşünme düzeyleri ile uzamsal yetenek arasında anlamlı bir ilişki bulunmaktadır | A31, A45, A68, A79, A82 | 5 |
| | Geometrik düşünme düzeyleri ile geometriye yönelik tutum arasında anlamlı bir ilişki vardır | A9, A11, A79, A82 | 4 |
| | Mevcut geometri öğrenme programı öğrencilere üst düzey düşünme becerileri kazandırma konusunda yetersizdir | A53, A75, A86 | 3 |
| | Geometrik akıl yürütmeleri ile van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasında anlamlı bir ilişki vardır | A1, A71 | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| Geometri derslerinin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine anlamlı bir etkisi yoktur | A4, A13 | 2 |
| Problem çözme stratejileri van Hiele düşünme düzeylerine göre farklılık göstermektedir | A7, A8 | 2 |
| Sınıf seviyelerinin yükselmesiyle birlikte öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri artmaktadır | A12, A29 | 2 |
| Öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri ile zeka türleri (mantıksal, görsel ve sözel zekâları) arasında anlamlı bir ilişki vardır | A15, A58 | 2 |
| Geometrik çizim uygulamaları geometrik düşünme düzeyini arttırmaktadır | A40, A43 | 2 |
| Öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri ile geometri başarısı ilişkilidir | A51, A56 | 2 |
| İşitme engeli olan öğrencilerde farklı öğrenme ortamları geometrik düşünme düzeyini arttırmada etkili olmamaktadır | A80, A81 | 2 |
| Geometri öğretiminde kavram haritasının kullanımı van Hiele geometrik düşünme düzeyini arttırmaktadır | A2 | 1 |
| Öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri ile geometriye yönelik öz-yeterlik inançları arasında düşük düzeyde pozitif yönlü anlamlı bir ilişki vardır | A12 | 2 |
| Van Hiele düzeyleri ile ispat yazma becerisi arasında pozitif yönde orta düzeyde bir ilişki bulunmaktadır | A18 | 1 |
| Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre verilen eğitim öğrencilerin tutumlarını olumlu yönde etkilemektedir | A21 | 1 |
| Van Hiele düzeylerine göre yapılan öğretimde deneyim önemli rol oynamaktadır | A26 | 1 |
| Van Hiele geometrik düşünme testinin güvenirliliği düşüktür | A35 | 1 |
| Öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri beklenen düzeydedir | A36 | 1 |
| Geometrik düşünme düzeyi arttıkça şekil oluşturma beceri düzeyleri de artmaktadır | A38 | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| Küresel geometri anlama düzeyleri ile van Hiele düzeyleri arasında orta güçte bir ilişki vardır | A42 | 1 |
| Van Hiele Teorisi kullanılarak yapılan öğretim geleneksel yönteme göre daha kalıcıdır. | A44 | 1 |
| Çokgen sınıflama becerisi ile geometrik düşünme düzeyleri arasında anlamlı bir ilişki vardır | A47 | 1 |
| Matematik dilinin kullanımı geometrik düşünme düzeylerine etki etmektedir | A55 | 1 |
| Geometrik düşünme düzeylerine göre yapılan öğretim öğrencilerin geometrik ilişkileri kurmasında etkilidir | A56 | 1 |
| Beyin baskınlığı ile van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasında ilişki yoktur | A57 | 1 |
| Geometrik ve cebirsel düşünme duzeyleri arasında anlamlı bir ilişki vardır | A61 | 1 |
| Görsel ispat becerisi ile geometrik düşünme düzeyi anlamlı bir ilişkiye sahiptir | A67 | 1 |
| Öğretim tecrübesi öğretmenlerinin van Hiele geometrik düşünme düzeyleri üzerinde etkili bir değişken olmadığını göstermektedir | A70 | 1 |
| Farklı geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçleri de farklıdır | A78 | 1 |
| Mesleki gelişim modeli öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini arttırmada etkili olmamıştır | A84 | 1 |
| van Hiele geometrik düzeyleri düşük olan öğrenciler daha fazla hata ve kavram yanılgısına sahiptir | A85 | 1 |
| **Toplam** | | **136** |

Tablo 10 incelendiğinde, araştırma *sonuç* temasına yönelik otuz yedi farklı kodun oluştuğu görülmektedir, İncelenen çalışmalardan elde edilen sonuçlar incelendiğinde önemli bir bölümünde öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin beklenen düzeyin altında olduğu görülmektedir (A4, A5, A6, A12, A15, A16, A18, A19, A24, A28, A29, A31, A32, A33, A35, A37, A38, A44, A48, A55, A57, A58, A60, A61, A62, A67, A69, A75, A84, A86). Buna karşın fen lisesi öğrencileriyle yapılan çalışmada (A36), öğrencilerin yarıdan fazlası beklenen düzeyde çıkmıştır. Hatta bu bulgu literatürde incelenen lise öğrencileriyle yapılmış çalışma bulgularına göre daha iyi olduğu şeklindedir. Öğrenme sürecinin farklı öğretim uygulamalarına dayandırıldığı çalışmaların büyük çoğunluğunda (A3, A10, A14, A17, A20, A22, A25, A27, A30, A34, A39, A46, A52, A53, A64, A65, A72, A74, A77, A80, A81, A83) geometrik düşünme düzeylerinin arttığı gözlemlenmişken; bazı çalışmalarda (A23, A34, A54, A59, A66, A76) ise geometrik düşünme düzeylerine etki etmediği görülmüştür. Geometrik düşünme düzeylerine etkisi olmayan öğretim uygulamalarının çoğunlukla dinamik geometri yazılımı kullanılarak yapılan uygulamalar olduğu görülmektedir. Ayrıca işitme engelli öğrenciler üzerinde yapılan çalışmalarda farklı öğretim uygulamaları da öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini arttırmada etkili olmadığı tespit edilmiştir (A80, A81).

Yapılan çalışmalara bakıldığında, geometrik düşünme düzeyinin bazı (cinsiyet, yaş, branş, lise türü) değişkenlerinden (A5, A6, A11, A12, A19, A24, A37, A58, A60, A69, A70, A79) etkilenmediği; bazı çalışmalarda ise cinsiyet, anne-baba eğitim durumu, okul öncesi eğitim alma gibi değişkenlerden (A5, A12, A29, A33, A35, A48, A70, A79, A82) etkilendiği görülmüştür. İncelenen çalışmalarda geometrik düşünme düzeyi ile uzamsal yetenek (A31, A45, A68, A79, A82), geometriye yönelik tutum (A9, A11, A79, A82), geometriye yönelik öz-yeterlik inançları (A12), geometrik akıl yürütmeleri (A1, A71), çokgen sınıflama becerisi (A47), cebirsel düşünme düzeyleri (A61), görsel ispat becerisi (A67), zeka türleri (A15, A58) ve ispat yazma becerisi (A18) ile anlamlı bir ilişkiye sahip olduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra beyin baskınlığı ile van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasında ilişki olmadığı görülmüştür (A57).

Ayrıca incelenen çalışmalarda, geometrik düşünme düzeyi ile geometri dersleri arasında anlamlı bir ilişkinin olmadığı tespit edilirken (A4, A13), bazı çalışmalarda geometrik düşünme düzeyinin geometri başarısı (A51, A56) ile ilişkili olduğu tespit edilmiştir. Mevcut geometri öğrenme programının (A53, A75, A86) ve hazırlanan mesleki gelişim programının (A84) öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini arttırmada etkili olmadığı sonuçlarına ulaşılmıştır. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin sınıf seviyelerinin yükselmesiyle

(A12, A29); geometri öğretiminde kavram haritası (A2) ve geometrik çizim uygulamalarının (A40, A43) kullanılmasıyla arttığı görülmüştür. Ayrıca van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretimin geleneksel yöntemlerle yapılan öğretimden daha kalıcı olduğu (A44), öğrencilerin tutumlarını olumlu yönde etkilediği (A21), geometrik ilişkileri kurmasında etkili olduğu (A56) ve öğretim sürecinde deneyimin (A26) önemli rol oynadığı sonuçlarına ulaşılmıştır. Aynı zamanda matematik dilinin kullanımının geometrik düşünme düzeylerine etki ettiği görülmüştür (A55). Fakat öğretim tecrübesinin öğretmenlerin geometrik düşünme düzeyleri üzerinde etkili bir değişken olmadığı tespit edilmiştir (A70).

Yapılan çalışmalarda araştırmacılar tarafından geliştirilen başarı testi ile van Hiele geometri testi arasında anlamlı ilişki olduğu ortaya konulmuştur (A16, A24, A37, A48). Ayrıca bir çalışmada van Hiele geometrik düşünme testinin güvenirliliğin düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır (A35). Burdaki güvenirlikten kastedilen Türkçe'ye çevirisindeki eksikliklerden kaynaklanan bir durumdur.

İncelenen diğer çalışmalarda, problem çözme stratejilerinin, van Hiele düşünme düzeylerine göre farklılık gösterdiği (A7, A8), farklı geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinin farklı olduğu (A78) ve küresel geometri anlama düzeyleri ile geometrik düşünme düzeyleri arasında orta güçte bir ilişki olduğu sonuçlarına erişilmiştir (A42). Ayrıca geometrik düşünme düzeyi arttıkça şekil oluşturma beceri düzeylerinin arttığı (A38) görülürken, geometrik düşünme düzeyleri düşük olan öğrencilerin daha fazla hata ve kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür (A85).

*4.1.1.6.İncelenen Çalışmalardan Elde Edilen Tespit ve Öneriler:* İncelenen çalışmalardan elde edilen tespit ve öneriler detaylı bir şekilde incelenmiş ve doğrudan van Hiele Teorisi ile ilgili olanlar aşağıda tablo halinde verilmiştir.

**Tablo 11**

*Çalışmalardan Elde Edilen Tespit ve Öneriler*

| Tema | Kodlar | Çalışmalar | f |
|---|---|---|---|
| Öneri | Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri hakkında öğretmenlere hizmet içi eğitim ve seminerler verilebilir | A5, A6, A12, A16, A21, A24, A32, A48, A50, A54, A55, A58, A69, A70, A80, A84 | 16 |
| | Öğrencilerin mevcut geometrik düşünme düzeyleri belirlenip düzey arttırmaya yönelik geometri öğretimi yapılabilir | A4, A5, A12, A16, A47, A69 | 6 |
| | Matematik dersi programları van Hiele düşünme düzeylerine göre revize edilmelidir | A6, A9, A25, A69, A70 | 5 |
| | Van Hiele testi dil ve anlaşılırlık bakımından revize edilebilir | A29, A35, A69 | 3 |
| | Uzamsal düşünme becerisinin geometrik düşünme becerisi ile ilişkisini belirleyebilmek için matematiksel muhakeme ve uzamsal problemlerle donatılmış bir ölçek geliştirilebilir | A69, A76 | 2 |
| | Lisans öğretim programlarına van Hiele geometrik düşünme düzeylerini artırmaya yönelik dersler konulabilir | A46 | 1 |
| | Temel geometrik inşalar ortaokulda her sınıf seviyesinde öğrencilerin geometrik düşünme becerilerini geliştirecek şekilde ele alınmalıdır | A63 | 1 |
| | Okulöncesi çağındaki çocukların geometrik düşünme yeteneklerini ölçmede kullanılacak başka bir ölçek geliştirilebilir | A69 | 1 |
| | Geometrik akıl yürütme becerilerini ölçmek ve değerlendirmek için van Hiele testinden farklı ölçme araçları geliştirilebilir | A71 | 1 |
| **Toplam** | | | **34** |

Tablo 11 incelendiğinde, öneri temasına yönelik dokuz farklı kodun oluştuğu görülmektedir. Tabloda yer verilen öneriler konuyla direkt ilgili olan ve yapılandırılmaya yönelik olarak tespit edilen durumlardır. İncelenen çalışmaların önerileri öğrenme sürecine ilişkin ve gelecek çalışmalara ilişkin olarak ikiye ayırarak detaylıca incelenecektir.

Gelecek çalışmalara ilişkin olarak çalışmaların önerileri incelendiğinde, önemli bir bölümünün van Hiele geometrik düşünme düzeylerini konu alan hizmet içi eğitim ve seminerlerin öğretmenlere verilmesi yönünde olduğu görülmüştür (A5, A6, A12, A16, A21, A24, A32, A48, A50, A54, A55, A58, A69, A70, A80, A84). Ayrıca matematik dersi programlarının van Hiele düşünme düzeylerine göre revize edilmesi yönündedir (A6, A9, A25, A69, A70). Aynı zamanda lisans öğretim programlarına öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini arttırmaya yönelik dersler konulması önerilmektedir (A46). Öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini ölçmek için geliştirilen teste yönelik de birtakım öneriler de mevcuttur. Öneriler incelendiğinde; van Hiele testi dil ve anlaşılırlık bakımından revize edilebilir (A29, A35, A69), uzamsal düşünme becerisinin geometrik düşünme becerisi ile ilişkisini belirleyebilmek için matematiksel muhakeme ve uzamsal problemlerle donatılmış bir ölçek geliştirilebilir (A69, A76), okulöncesi çağındaki çocukların geometrik düşünme yeteneklerini ölçmede kullanılacak başka bir ölçek geliştirilebilir (A69) ve geometrik akıl yürütme becerilerini ölçmek ve değerlendirmek için van Hiele testinden farklı ölçme araçları geliştirilebilir (A71) şeklinde olduğu görülmektedir.

Öğrenme sürecine ilişkin olarak önemli bir bölümünün, öğrencilerin mevcut geometrik düşünme düzeyleri belirlenip düzey arttırmaya yönelik geometri öğretimi yapılabileceği (A4, A5, A12, A16, A47, A69) yönünde olduğu görülmektedir. Ayrıca, temel geometrik inşalar ortaokulda her sınıf seviyesinde öğrencilerin geometrik düşünme becerilerini geliştirecek şekilde ele alınmalıdır (A63) önerisi de yer almaktadır.

**4.1.2. VHGDD Üzerine Uluslararası Alanyazında Yürütülen Çalışmalardaki Genel Eğilim:** Bu bölümde verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgular araştırma problemleri doğrultusunda verilmiştir.

*4.1.2.1.İncelenen Uluslararası Çalışmaların Amaçları:* Aşağıda araştırma kapsamında incelenen uluslararası çalışmaların amaçlarına ilişkin tablo ve açıklamalara yer verilmiştir.

**Tablo 12**

*İncelenen Uluslararası Çalışmaların Amaçlarına İlişkin Veriler*

| Tema | Kodlar | Çalışmalar | f |
|---|---|---|---|
| Amaç | Farklı öğrenme ortamlarının geometrik düşünme düzeylerine etkisinin belirlenmesi | E2, E3, E4, E5, E6, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E16, E19, E20, E22, E23, E27, E28, E31, E33, E35, E36, E37, E40, E41, E45, E46, E47, E48, E49, E50, E52, E53, E56, E57, E59, E60, E61, E62, E65, E67, E68, E69, E70, E71, E73, E77, E79, E81 | 43 |
| | Geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi | E8, E15, E18, E26, E29, E42, E44, E43, E66, E72, E74, E80 | 12 |
| | Van Hiele Teorisi'nin gelişiminin farklı açılardan incelenmesi | E17, E18, E24, E25, E30, E34, E75 | 6 |
| | Van Hiele Teorisi'ne dayalı öğrenmenin öğrencilerin problemleri çözebilme düzeylerinin betimlenmesi | E1, E55 | 2 |
| | Van Hiele Teorisi'nin öğretimde kullanmanın çeşitli değişkenler açısından incelenmesi | E7 | 1 |
| | Van Hiele Geometri Testi'nin psikometrik özelliklerinin incelenmesi | E21 | 1 |
| | Van Hiele geometri testinin eğitim sistemindeki geçerliliğinin incelenmesi | E32 | 1 |
| | Matematik öğretmen adayları için geometri dersinin öğrenme ve öğretme sürecinin araştırılması | E38 | 1 |
| | Van Hiele Teorisi ile SOLO taksonomisi karşılaştırılması | E39 | 1 |
| | Van Hiele Teorisi çerçevesinde dörtgenler arasındaki ilişkilerin incelenmesi | E51 | 1 |
| | Van Hiele Teorisi'ne dayalı öğrenmenin fonksiyonlar konusundaki anlama güçlüklerinin incelenmesi | E54 | 1 |
| | Van Hiele Teorisi'ne dayalı geometri çoklu ortamının geliştirilmesi ve eleştirel düşünme yeteneğine etkisinin incelenmesi | E58 | 1 |
| | Van Hiele Teorisi'ne dayalı Öklid-dışı geometri dersinin gözden geçirilmesi | E64 | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Van Hiele düzeyleri ile ispat düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi | E63 | 1 |
| | Van Hiele Teorisi'ne dayalı öğrenmenin öğretmen adaylarının geometri başarılarını kalıcılığı üzerindeki etkilerinin belirlenmesi | E76 | 1 |
| | Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile geometri başarısı arasındaki ilişkinin incelenmesi | E78 | 1 |
| **Toplam** | | | **75** |

Tablo 12 incelendiğinde, *amaç* temasına yönelik olarak on yedi farklı kod oluşturulduğu görülmektedir. Bunlardan farklı öğrenme ortamları ile DGY ile yapılan öğretim, van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretim, modül kullanılarak yapılan öğretim, Mira aşamasına dayalı öğretim gibi faktörlerin öğretimde yapılandırılması ile öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeyleri üzerindeki etkisini araştırmak amaçlanmıştır. Geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi ile ilgili yapılan çalışmalarda aynı zamanda öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerini geometride kullanmalarına da bakılmıştır (E26). Benzer şekilde van Hiele düşünme düzeyleri 3. düzey olan öğrencilerin cebirsel yetenekleri incelenmiştir (E72). E18 tarafından yapılan çalışmada ise farklı yaş aralıklarına (1. sınıftan üniversiteye kadar) sahip öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri klinik görüşmeler yapılarak belirlenmeye çalışılmıştır. (E17, E18, E25, E30, E34, E75) tarafından yapılan çalışmalarla van Hiele Teorisi'nin gelişiminin farklı açılardan incelenmesi amaçlanmıştır. Örneğin E24 kodlu çalışmada okul öncesi çocukların şekilleri diğer şekillerden ayırt etmek için, kullandıkları kriterleri araştırmışlardır. Şekillerin tanımları ve tasvirleri ve tanımlarının sebepleri üzerinde durarak üç ve altı yaş arası doksan yedi çocukla bireysel görüşmeler yapmışlardır. İlk olarak çocukların görsel formlarının analizlerine dayalı olarak şemalar oluşturduklarını bulmuşlardır. Bu şemalar oluşurken çocuklar şekilleri ayırt edebilmek için görsel eşleştirmeler yapmaktadırlar. Ancak böyle tanıdık şekillerin basit özelliklerini ve içeriklerini hatırlayabilmektedirler. Bunlara dayalı olarak biliş öncesi düzeyin van Hiele düzey 1'den önce var olduğunu söylemenin mümkün olduğunu vurgulamaktadırlar. E34 ise araştırmada van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ve geometri becerilerinin geometri anlayışının kazandırılmasında etkili olup olmadığına vurgu yapmaktadır. Nitekim bu çalışma neticesinde geometri öğretiminde öğrencilere görsel, sözel, çizim, mantık ve uygulama becerilerinin kazandırılmıştır. Aynı zamanda van Hiele Teorisi ile ilgili en önemli araştırmalardan biri olan E75 tarafından yapılan çalışma öğrencilerin van Hiele Teorisi'ne göre geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için geliştirilen çoktan seçmeli test günümüzde hala en sık tercih edilen ölçme yöntemi olarak en sık tercih edilendir. E1 ve E55 kodlu çalışmalarda van Hiele Teorisi'ne dayalı öğrenmenin öğrencilerin problemleri çözebilme düzeylerinin betimlenmesi amaçlanmıştır. van Hiele Teorisi'ne dayalı İDEAL problem çözme modellerinin öğrenilmesinin etkili olup olmadığına da bakılmıştır (E1). E55 kodlu çalışmada ise öğrencilerin kavisli yan uzaylarla geometri problemlerini çözebilme düzeyleri incelenmiştir. Van Hiele Teorisi'nin öğretimde kullanmanın çeşitli değişkenler açısından incelenmesi amaçlanmıştır (E7). Burda bahsi geçen faktörler öğrencilerin geometrik kavram kazanımları,

geometriye yönelik tutumları, öğrenme transferleri üzerindeki etkisi ve öğrenme aktarımları arasındaki ilişkinin olup olmadığıdır. E21 kodlu çalışmada ise van Hiele Geometri Testi'nin (Usiskin, 1982) psikometrik özelliklerini incelemek için CTT (klasik test teorisi) ve CDM (bilişsel tani modeli) çerçevelerini kullanarak sonuçları karşılaştırmak ve çeşitli sınıflandırma ölçütlerini kullanmanın öğrencilere van Hiele düzeylerinin atanması üzerindeki etkilerini incelemek amaçlanmıştır. Bu çalışmada testte yer alan soruların van Hiele Teorisi düzey sıralamasına ne ölçüde uyduğu, öğrencilerin testte başarılı bir şekilde atanma yüzdeleri ve müfredata dayalı olarak hazırlanan bir geometri başarı testinden elde edilen puanlarla van Hiele düzeyleri arasındaki ilişkinin nasıl olduğu incelenmiştir. E32 tarafından yapılan çalışmada temel amaç olarak Usiskin (1982) tarafından geliştirilen van Hiele geometri testinin Çek eğitim sistemindeki geçerliliğini, ulaşılan düzeye göre doğrulamak amaçlanmıştır. E38 ise çalışmasında tümdengelimli düşünme becerisini geliştirmek için geometri dersinin öğrenme ve öğretme süreci nasıl uygulanmaktadır? sorusunu araştırmıştır. Bu yaklaşımın kullanımı, öğrencilerin tümdengelimli düşünmesini geliştirmeyi ve van Hiele Teorisi açısından öğrencilerin geometrik düşüncesini tümdengelim düzeyine doğru geliştirmeyi amaçlamaktadır. Bu amaçla öğrenme ve öğretme sürecini analiz etmek ve öğrenme yaklaşımları türleri çerçevesi ve öğrencilerin geometrik düşünmesini analizi için Van Hiele Teorisi kullanılmıştır. E39 kodlu çalışmada ise van Hiele Teorisi ile SOLO taksonomisindeki düzeylerin arasındaki uygunluğa bakılmak amaçlanmıştır. E51 ise 11-16 yaş grubu öğrencilerin dörtgenler arasındaki ilişkileri ortaya koymalarını amaçlamıştır. Öğretmenler, öğrencilerin ne düşündüklerini söylemelerinin en azından öğretmenin öğrencilerin ne inşa ettiğini bilmesine ve uygun şekilde yanıt vermesine yardımcı olacağı konusunda görüş bildirmişlerdir. Bu görüş, bu tür anlayışları van Hiele Teorisi içinde konumlandırmaya çalışan bu makale tarafından desteklenmektedir. E54 çalışmada van Hiele'nin öğrenme düzeyleri teorisini uygulayarak matematiksel kavramları anlamaya yönelik araştırmalara atıfta bulunarak fonksiyonları anlamanın arkasındaki zorluk faktörlerini incelenmesi amaçlamaktadır. E58 tarafından yapılan çalışma ise ADDIE geliştirme modelini kullanarak eleştirel düşünme yeteneğini geliştirmek amacıyla van Hiele'nin düşünme teorisine dayalı geometri çoklu ortamının geliştirilmesine yönelik yapılmış bir çalışmadır. E64 kodlu çalışma Öklid-dışı geometri dersini revizyonunu açıklamada geliştirilen kursun tasarımını ve derslerin sırasını aynı zamanda geometrik düşüncenin gelişiminin incelenmesini van Hiele Teorisi bağlamında açıklamaktadır. E63 tarafından yapılan çalışmada ise öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile ispat yapma becerilerinin karşılaştırılması yapılmıştır. E76 kodlu çalışmada van Hiele Teorisi'ne dayalı öğrenmenin öğretmen adaylarının geometri

başarılarını kalıcılığı üzerindeki etkilerinin belirlenmesi temel amaçtır. Ayrıca matematik öğretmen adaylarının geometri başarılarının kalıcılığı üzerinde öğretim yöntemi ve cinsiyetin üzerindeki etkisine de bakılmıştır. Ve son olarak E78 tarafından yapılan çalışmada ise altı hafta süren ve van Hiele geometri testi ile düzlem geometrisi başarı testinin ölçek olarak kullanıldığı araştırmada 15-17 yaş aralığındaki öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile düzlem geometrisindeki başarıları arasındaki ilişkiyi incelenmiştir.

*4.1.2.2.İncelenen Uluslararası Çalışmalarda Kullanılan Yöntemler:* Aşağıda araştırma kapsamında incelenen uluslararası çalışmaların yöntemlerine ilişkin tablo ve açıklamalara yer verilmiştir.

**Tablo 13**

*İncelenen Uluslararası Çalışmaların Yöntemlerine İlişkin Veriler*

| **Tema** | | **Kod** | **Çalışmalar** | **f** |
|---|---|---|---|---|
| Araştırma yöntemi | Nicel | Deneysel Yöntem | E2, E3, E4, E6, E7, E9, E13, E16, E18, E19, E20, E22, E28, E35, E36, E45, E47, E49. E52, E56, E57, E58, E59, E62, E65, E68, E69, E70, E76, E77, E78, E81 | 32 |
| | Nitel | Durum Çalışması | E12, E14, E23, E27, E41, E48 | 6 |
| | | Öğretim Deneyi | E37, E67 | 2 |
| | | Betimsel Araştırma | E29, E33, E55 | 3 |
| | | Tasarım Temelli Araştırma | E46 | 1 |
| | Eylem Araştırması | | E14 | 1 |
| | Karma Yöntem | | E31, E50, E61, E74 | 4 |
| **Toplam** | | | | **49** |

Tablo 13'e göre, *yöntem* temasına yönelik dört farklı kod ve yedi alt kod oluşturulduğu görülmektedir. van Hiele'e yönelik yapılan çalışmaların önemli bir bölümünde nicel araştırma yöntemlerinden olan deneysel yöntemin tercih edildiği dikkat çekmektedir. Buna göre, incelenen çalışmaların 32'nin deneysel desenle (nicel) yapıldığı; 1 çalışmanın nicel (nicel olan ancak desen belirtilmeyen) yöntemlerle yapıldığı; 6 çalışmanın durum, 3 çalışmanın betimsel, 2 çalışmanın öğretim deneyi, 2 çalışmanın nitel (nitel olan ancak desen belirtilmeyen) ve 1 çalışmanın tasarım temelli araştırma desenine uygun olarak yapıldığı görülmektedir. Ayrıca, 1 çalışmada eylem araştırması ve 4 çalışmanın da karma yöntem olduğu görülmektedir. E5, E17, E21, E25, E32, E34, E39, E42, E43, E51, E53, E64, E66, E72, E73, E79, E80 kodlu çalışmalarda ise yönteme dair bir bilgi yer almamaktadır.

Deneysel yöntemin kullanıldığı çalışmaların büyük bir kısmında farklı öğrenme ortamlarının öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine etkisinin belirlendiği görülmektedir. Öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmeye çalışıldığı (E8) çalışmada ise yöntem kısmında çoktan seçmeli testin kullanıldığı nicel bir tasarım ifadesi yer almaktadır. Durum çalışmasının tercih edildiği tüm çalışmalarda ise farklı öğrenme ortamlarının öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine etkisinin belirlenmesi amaçlanmıştır.

E1 ise araştırmada nitel ve nicel araştırmaların kombinasyonu olarak tanımlanan iki yöntemin eşit olarak birleştirildiği "eş zamanlı üçgenleme" yönteminin kullanıldığını belirtmiştir. E10 tarafından yapılan araştırmada tercih edilen "araştırma ve geliştirme (Ar-Ge)" yöntemidir. Geliştirme araştırması, yeni bir ürün geliştirmek veya eğitim ve öğrenimde kullanılan ürünleri doğrulamak için kullanılan bir yöntemdir. Kullanılan geliştirme modeli, ilk araştırma aşaması (ön araştırma), geliştirme veya prototip yapma aşaması (prototipleme aşaması) ve değerlendirme aşaması olmak üzere üç aşamadan oluşan "Plomp modeli" dir. Aynı şekilde E11 araştırmasında da "araştırma ve geliştirme yöntemi" kullanılmıştır. E15 ise öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri ve başarı puanlarını araştırmak için "tanımlayıcı araştırma deseni" kullanılmıştır. E24 ve E30 tarafından yapılan araştırmalarda yöntem için herhangi bir şey belirtilmemesine rağmen verilerin klinik görüşmeler yoluyla elde edildiği ifade edilmektedir. E40 ve E41 araştırmalarında ise öğrenme aracının üretilmesi için "gelişimsel araştırma yöntemi" kullanmıştır. Bu çalışmada kullanılan geliştirme modeli Thiagarajan ve ark. Dört Boyutlu Modeller olarak bilinmektedir. E44 ise yöntem kısmında herhangi bir bilgiye yer verilmemiş olup verilerin Usiskin (1982) tarafından geliştirilen çoktan seçmeli bir test ve bu öğrencilerden rastgele seçilen 64 öğrenciye ise akıl yürütmelerini daha derinlemesine incelemek için 30-45 dakikalık Mayberry (1983) tarafından hazırlanan mülakat

soruları ile bireysel görüşmeler yoluyla elde edildiği ifade edilmektedir. E60 ise araştırmasında yükseköğretim düzeyinde dörtgen tanımlama ve sınıflandırmaya dayalı modül şeklinde bir ürün üretmek için yapılan "geliştirme araştırması" şeklinde yer almaktadır. E75 tarafından çalışmada tüm öğrencilere verilen dört test ve bazı öğrencilere verilen üç ispat testi formundan birini içeren standart bir "ön test-son test tasarımı" kullanılmıştır. E63 çalışmasında E75'in örneklemini kullanarak öğrencilere eğitim-öğretim yılının başında geometriye giriş testi ve VHGT uygulanmıştır. Öğretim yılının bitiminde ise öğrencilere, VHGT (tekrar), kapsamlı değerlendirme programı-geometri testini ve CDASSG ispat testi verilmiştir. Her sınıfta, ispat testinin üç formu öğrenciler arasında dönüşümlü olarak uygulanmış ve çalışmanın verileri bu şekilde elde edilmiştir. Bu çalışmanın yöntem kısmında araştırmada kullanılan veri toplama araçları ve bunnların nasıl kullanıldığına dair çalışmının prosedür kısmı yer almaktadır. E54 tarafından yapılan araştırmanın yöntem bölümünde ise ortaokul öğrencilerine anket dağıtmak şeklinde yazılan ifade mevcuttur. Bunların yanı sıra bazı araştırmalarda yöntemlere nicel araştırma (E8) ve nitel araştırma (E26, E38) şeklinde genel isimler verildiği, özel olarak yöntemlerin belirtilmediği görülmektedir.

*4.1.2.3.İncelenen Uluslararası Çalışmaların Örneklem Grubu:*Aşağıda araştırma kapsamında incelenen çalışmaların örneklem grubuna ilişkin tablo ve açıklamalara yer verilmiştir.

**Tablo 14**

*İncelenen Uluslararası Çalışmaların Örneklemlerine İlişkin Veriler*

| Tema | Örneklem Türü | Örneklem düzeyi | Çalışma | f |
|---|---|---|---|---|
| Örneklem | Okul Öncesi | 3-6 yaş | E24 | 1 |
| | | 5-6 yaş | E81 | 1 |
| | İlkokul | 2. sınıf | E19 | 1 |
| | | 3. sınıf | E7, E65 | 2 |
| | | 4. sınıf | E48, E67 | 2 |
| | | 5. sınıf | E45, E58 | 2 |
| | | Karışık | E42, E47 | 2 |
| | Ortaokul | 6.sınıf | E6, E23, E30, E43 | 3 |
| | | 7. sınıf | E10, E11 | 2 |
| | | 8. Sınıf | E59 | 1 |
| | | Karışık | E2, E36, E53, E54 | 4 |
| | | Üstün yetenekli | E44, | 1 |
| | Lise | 9.sınıf | E4, E49, E55, E72 | 4 |
| | | 10. sınıf | E8, E9, E37, E61, E63, E75 | 6 |
| | | 11. sınıf | E1, E22, E27 | 3 |
| | | 12. sınıf | E40 | 1 |
| | | Karışık | E21, E52 | 2 |
| | | Belirtilmemiş | E16, E28, E56, E68, E77 | 5 |
| | Öğretmen Adayı | Sınıf | E31, E50, E69, E79 | 4 |
| | | Mat Öğrt. | E29, E33, E38, E46, E60, E62, E64, E70, E71, E76 | 10 |
| | | Belirtilmemiş | E13, | 1 |
| | Öğretmen | Sınıf | E73 | 1 |
| | | Matematik | E2, E10, E12, E14, E27 | 5 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Diğer | 12-18 yaş grubu öğrenci | E14 | 1 |
| | İlkokuldan üniversiteye | E18 | 1 |
| | Yönetim Bilişim Sistemi öğrencisi | E20 | 1 |
| | Yüksekokul öğrencisi | E26 | 1 |
| | 15-17 yaş | E32, E78 | 2 |
| | 8-11 Yaş | E41 | 1 |
| | 9- 11 Yaş | E66 | 1 |
| | 11-16 yaş grubu | E51 | 1 |
| | 12 yaş | E74 | 1 |
| **Toplam** | | | **74** |

Tablo 14'e göre, *örneklem düzeyi* temasına yönelik yedi farklı kodun oluştuğu görülmektedir. Buna göre, incelenen çalışmaların ağırlıklı olarak lise öğrencileriyle yapıldığı ve bunu takiben öğretmen adaylarının yer aldığı görülmektedir. Lise öğrencilerinde çoğunlukla onuncu sınıf öğrencilerinin; öğretmen adaylarının içindeki en büyük pay ise matematik öğretmenlerine aittir. Okul öncesi 3-6 yaş aralığındaki öğrencilerle çalışma yapılmış olması da dikkat çekici bir durumdur. Ayrıca diğer kısmında yer alan örneklemlerde yaş aralıkların belirtilmesi de diğer bir durumdur. (E17, E25, E34 ve E39) araştırmalarda van Hiele Teorisi'nin açıklamaya ve detaylandırmaya yönelik olduğundan herhangi bir örneklem grubu kullanılmamıştır. Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmeye çalışıldığı E15 araştırmada Ganalı Ortaokul Form 3 (JHS 3) öğrencileri örneklem grubunu oluşturmaktadır. Bu çalışmada olduğu gibi (E3, E4, E35) çalışmalarda da örneklemin Form 2 öğrencilerinden oluştuğu görülmektedir. Bu nedenle yukarıdaki tabloda yazılmayıp burda belirtilmek istenmiştir. E53 çalışmada ortaokul otuz öğrencileriyle ve beş uzmanla öğretim uygulamasının yürütüldüğü görülmektedir. Bu çalışmada ortaokul öğrencilerinin ve uzmanların özellik ve niteliklerine dair herhangi bir bilgiye rastlanmamıştır. Betimsel çalışmanın tercih edildiği (E55) araştırmada kullanılan örneklem, kız ve erkek öğrencilerden oluşan IX. sınıf Poncokusumo Malan Ortaokulu öğrencileridir. Burda hem ortaokul hem dokuzuncu sınıf olmasındaki durum nedeniyle tabloda değil burda detaylıca açıklanmak istenmiştir. Yarı deneysel desenle yürütülen (E57) araştırmada öğrencilerden deney ve kontrol olmak üzere iki ayrı grup oluşturulmuş fakat burda yer alan öğrencilerin özelliklerine dair herhangi detaylı bir bilgi yer verilmemiştir. Van Hiele düzeylerinin belirlenmeye çalışıldığı (E80) araştırmada ise yetmiş sekiz öğrenci ile çalışılmış olup burda da öğrencilerin sınıf düzeylerine ya da yaşlarına dair bir bilgi verilmemiş olup düzeylere göre yerleşen öğrenci sayıları yer almıştır.

*4.1.2.4.İncelenen Uluslararası Çalışmalarda Kullanılan Veri Toplama Araçları:* Aşağıda araştırma kapsamında incelenen uluslararası çalışmaların veri toplama araçlarına ilişkin tablo ve açıklamalara yer verilmiştir.

**Tablo 15**

*İncelenen Uluslararası Çalışmaların Veri Toplama Araçlarına İlişkin Veriler*

| Tema | Veri Toplama Araç Türü | Veri Toplama Aracı | Çalışma | f |
|---|---|---|---|---|
| Veri toplama | Test | Van Hiele Geometrik Düşünme Testi (VHGT) | E1, E2, E5, E7, E8, E9, E13, E15, E16, E21, E26, E28, E29, E31, E32, E35, E36, E48, E49, E50, E52, E53, E55, E57, E62, E63, E68, E69, E70, E72, E73, E75, E76, E78, E80 | 35 |
| | | Wu'nun Geometri Testi (WGT) | E6, E19, E42, E47 | 4 |
| | | Geometri Testi | E4, E8, E21, E22, E33, E40, E45, E48, E50, E52, E61, E68, E73, E77, E81 | 15 |
| | | Uzamsal Yetenek Testi | E59 | 1 |
| | | Geometri İspat Testi | E62, E63, E69 | 3 |
| | | Matematiksel Muhakeme Yeteneği | E60 | 1 |
| | | Google Formu test | E14 | 1 |
| | | Geometri Hazırbulunuşluk Testi | E28 | 1 |
| | | Geometrik Tanı Testi | E20 | 1 |
| | | Torrance'ın Figural Yaratıcı Düşünme Testi'nin (TTCT) | E65 | 1 |
| | | Öğrenme transferi testi | E7 | 1 |
| | | Eleştirel Düşünme Beceri Testi | E58 | 1 |
| | | Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi | E31, E52 | 2 |
| | | Geometrik Kelime Testi | E31 | 1 |
| | | Problem Çözme yetenek testi | E1 | 1 |
| | | Cebirsel Düşünme Testi | E26, E72 | 2 |
| | | Çokgen Sıralama Testi | E50 | 1 |
| | | CDASSG İspat Testi | E63 | 1 |
| | | Geometrik şekiller testi | E66 | 1 |
| | | Kart Döndürme Testi | E68 | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Kavram Anlama testi | E71 | 1 |
| | Düzlem Geometrisi Ulusal Başarı Testi | E78 | 1 |
| Ölçek/Anket | Geometri Tutum Ölçeği | E7, E36 | 2 |
| | Matematik Öğrenme Motivasyonu Ölçeği | E49, E77 | 2 |
| | Öğrenci anket kağıdı | E10 | 1 |
| | Uzamsal Düşünme Tutum Anketi | E31 | 1 |
| | Kanıt İnançları Anketi | E62 | 1 |
| | Matematik/Öğretmenlik Tutum Anketi | E50 | 1 |
| | Anket | E22, E54, E60, E69, E74 | 4 |
| | Üstbilişsel Anket | E50 | 1 |
| Mülakat/Görüşme | Mülakat(Görüşme)/ Görüşme Formu | E1, E2, E3, E16, E18, E23, E24, E26, E27, E29, E30, E31, E33, E40, E46, E62, E81 | 17 |
| Gözlem/ Gözlem Formu | Gözlem | E1, E10, E12, E23, E26, E27, E38, E41, E58, E60, E67, E73 | 12 |
| Doküman | Çalışma kağıtları/Etkinlik | E16, E24, E35, E45, E46, E50, E51, E71 | 8 |
| | Ekran kayıtları/ Video çekim | E5, E14, E23, E26, E37, E61, E62 | 7 |
| | Günlük | E16, E31, E50, E62 | 4 |
| | Doküman analizleri | E27 | 1 |
| | Alan notları | E31, E38 | 2 |
| | Matematik ders kitabı | E35, E52 | 2 |
| | Defter/ders notu | E16, E38, E61 | 3 |
| | Ses kaydı | E23, E37 | 2 |
| Diğer | Açık Uçlu Sorular | E65, E69 | 2 |
| | Ürün Pratiklik Değerlendirme Sayfaları(PPAS) | E60 | 1 |
| | Geçerlilik Değerlendirme Sayfaları(VAS) | E60 | 1 |
| | Öğrenme Uygulama Planı | E58 | 1 |
| | Modül | E4, E6 | 2 |
| | Sabit Disk | E4, | 1 |
| | Doğrulama sayfası | E11 | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Öğrenci yorumları | E11, E37, E62 | 3 |
| | Eser analizleri | E14 | 1 |
| | Yazılı Yanıtlar | E14, E31, E38, E58 | 4 |
| | Çoklu Ortam Öğrenme Yazılımı | E19 | 1 |
| | Bayesian eğitim verileri | E20 | 1 |
| | Öğrenme materyalleri | E38, E67 | 2 |
| | Ders Planları | E73 | 1 |
| **Toplam** | | | **170** |

Tablo 15'e göre, *veri toplama araçları* temasına yönelik altı farklı kodun oluştuğu görülmektedir. Buna göre, incelenen çalışmaların önemli bir kısmında testlerin kullanıldığı görülmektedir. Bunların içindeki en büyük pay ise Usiskin (1982) tarafından geliştirilen van Hiele geometrik düşünme düzeylerini ölçmeye yarayan testtir. E48 ve E80 çalışmalar haricinde diğerlerinde Usiskin (1982) tarafından geliştirilen test kullanılırken E48 çalışmada yirmi maddelik çoktan seçmeli kağıt-kalem van Hiele düzey testi, araştırmacılar tarafından Mayberry'nin (1981) van Hiele düzey testi ve puanlama kriterlerine dayalı olarak öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini değerlendirmek için tasarlanmıştır. Bunun nedeni, Mayberry'nin van Hiele düzey testinin, öğrencilerin belirli geometrik kavramlar hakkında van Hiele geometrik düşünme düzeylerini değerlendirmek için tasarlanmış olmasıdır. Ancak, bu çalışma kapsamında sadece ilk iki van Hiele düzeyi için maddeler tasarlanmıştır. E80 kodlu çalışmada ise araştırmacı ve ekip tarafından geliştirilen van Hiele teori tanımlayıcılarına dayalı olarak geliştirilen van Hiele düzey belirleme testidir. Aynı zamanda van Hiele geometrik düşünme düzeylerini ölçmede kullanılan bir diğer araç ise Wu ve diğerleri tarafından oluşturulan WGT adı verilen özel olarak uyarlanmış test kullanılmıştır. Bu testin kullanıldığı (E6, E19, E42, E47) çalışmalarda ise örneklem ilkokul öğrencilerinden oluşmaktadır. Testlerin içinde diğer önemli pay geometri testine ait olup toplamda 14 çalışmada yer almıştır. Örneğin E8 kodlu çalışmada kullanılan geometri testinde çalışmanın amacına bağlı olarak içerik, temel geometrik kavramlar ve üçgen ve dörtgenlerin sınıflandırılması ve özellikleri gibi konulardan oluşurken, E81 kodlu araştırmada dikdörtgen, kare, üçgen ve daire gibi geometrik şekilleri içermektedir. Bu araştırmalar için sıklıkla tercih edilen bir diğer veri toplama aracını ise mülakatlar oluşturmaktadır. Mülakatların tercih edilme sebebi öğrencilerin çalışılan konu hakkındaki akıl yürütme yollarının derinlenmesine ve detaylı olarak incelenmesinin istenmesi olabilir. Çünkü ancak bu şekilde en sağlam ve en güvenilir bilgilere ulaşılabilir. Yine sıklıkla tercih edilen bir diğer veri toplama aracı se gözlem, çalışma kağıtları/ etkinlikler ve ekran kayıtlarından oluşmaktadır. (E17, E25, E34 ve E39) araştırmalarda herhangi bir veri toplama aracı kullanılmıştır. Bu çalışmalar van Hiele Teorisi'nin gelişimine katkıda bulunduğundan araştırmacıların düşünce ve fikirlerini içermektedir. E46 kodlu araştırmada iki testtin (biri kısa çoktan seçmeli diğeri öğrencilerin açıklama veya hesaplama yapmak için kullandıkları uzun tartışma testi) araştırma kapsamında kullanıldığı belirtilmiştir. Testlerin dönüşüm geometrisi konuları dahilinde öğrencilerin öğretime başlanılmadan önce bir tanı testi olarak kullanıldığından bahsedilmektedir. Aynı zamanda bu testlerin soruları hazırlanırken Soon'un (1989) dönüşüm geometrisi testi, Burger

ve Shaughnessy'nin (1986) van Hiele çerçevesindeki izometrik dönüşümlerinden, Güven'in (2012) “Dönüşüm Geometrisi Başarı Testi (TGAT)” ve “Dönüşüm Geometrisi Öğrenme Düzeyleri Testi (LLTGT)” testlerinden yararlanılmıştır. E56 kodlu çalışmada ise veri toplama araçlarından bahsederken üç boyutlu modellerin görselleştirilmesine yardımcı olarak eğitim yazılımının etkinliğini ölçmek için her iki gruba da bir ön ve son test soruları verildiğini fakat testler hakkında herhangi bir detay verilmediği görülmüştür. E63 çalışmada kullanılan geometri ispat testi CDASSG projesi tarafından geliştirilen ölçme değerlendirme aracıdır. İspat yazma başarısı, 35 dakikada yapılacak altı maddelik bir test ile ölçülmüştür. Test, öğrencinin yazması için iki kısa cevaplı soru ve dört tam ispattan oluşmaktadır. E73 çalışmada kullanılan geomerik içerik bilgisi testi Chicago Üniversitesi'ndeki (Usiskin, 1982) CDASSG projesi tarafından geliştirilen testlerden uyarlanmıştır. Geometri içerik bilgisi testi, 20 çoktan seçmeli maddeden oluşan CDASSG geometriye giriş öğrenci testini kullanmıştır. E81 çalışmada ise çocukların yaşı küçük olduğundan uygulanan testlerden veriler görüşme yoluyla toplanmıştır. Testlerden kastedilen çeşitli geometrik şekiller içeren bir sayfadan dikdörtgen, kare, üçgen ve daire gibi şekilleri seçmelerinin istendiği görevler olarak nitelendirilmiştir.

*4.1.2.5.İncelenen Uluslararası Çalışmalardan Elde Edilen Sonuçlar:* İncelenen uluslararası çalışmalardan elde edilen sonuçlar detaylı bir şekilde incelenmiş ve doğrudan van Hiele Teorisi ile ilgili olan sonuçlar aşağıda tablo halinde verilmiştir.

**Tablo 16**

*Uluslararası Çalışmalardan Elde Edilen Sonuçlar*

| Tema | Kod | Çalışmalar | f |
|---|---|---|---|
| Sonuç | Farklı öğrenme ortamları öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini arttırmada etkilidir | E2, E3, E4, E5, E6, E9, E10, E11, E13, E16, E19, E23, E31, E35, E36, E37, E45, E47, E48, E49, E50, E53, E56, E57, E60, E62, E68, E69, E73, E78 | 30 |
| | Farklı öğrenme ortamları öğrencilerin geometri başarılarında etkilidir. | E7, E33, E36, E61, E67, E76, E77, E79, E81 | 9 |
| | Öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri beklenen düzeyin altındadır | E8, E15, E29, E39, E63, E70, E74, E75, E80 | 9 |
| | Farklı öğrenme ortamları öğrencilerin uzamsal yeteneklerini/ yaratıcılıklarını geliştimede etkilidir | E31, E37, E40, E59, E65 | 5 |
| | Van Hiele Teorisi'ne dayalı öğrenme, öğrencilerin farklı beceri türleri kazandırılmasında etkilidir | E1, E10, E55, E58 | 4 |
| | Van Hiele düzeyleri hiyerarşik yapıdadır | E9, E21, E39, E44 | 4 |
| | Farklı öğrenme ortamları öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini arttırmada etkili olmamıştır | E5, E52, E70 | 3 |
| | Geometrik düşünme düzeyi düşük olan ögrencilerin cebirsel düsünme becerilerinin de düşük oldugu, düsünme düzeyi yüksek olan ögrencilerin de cebirsel düşünme düzeylerinin aynı oranda yüksek olduğu ortaya konmuştur | E26, E52 | 2 |
| | Van Hiele Teorisi'ne dayalı müfredat tasarlamak/dersleri planlamak ve sunmak açısından etkili bir araçtır | E27, E28 | 2 |
| | Van Hiele Teorisi'ne göre öğrenme ile tutum arasında anlamlı bir ilişki vardır | E7 | 1 |
| | Matematik öğretmen adaylarının geometri öğretimi ve öğreniminde kullandığı stratejiler Van Hiele Teorisi'nin temel düzeyleri uyumlu, ileri düzeylerinde sınırlıdır | E12 | 1 |
| | Van Hiele Teorisi'nde yer aldığı gibi, öğrenciler için içgörü geliştirmenin önemini desteklemektedir | E14 | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| Van Hiele Öğretim Aşamalarına dayalı öğretim cebir başarılarının artmasında etkilidir | E16 | 1 |
| Van Hiele düzeyleri öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini yeterine açıklamaktadır | E18 | 1 |
| Van Hiele düzeyi farklı olan öğrenciler bulundukları düzeylere göre farklı davranışlar sergilemektedirler | E18 | 1 |
| Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri sürekli yapıdadır | E18 | 1 |
| Web tabanlı bir akıllı van Hiele Problem Çözücü tasarlamak için kullanılan Van Hiele Teorisi, bilişsel model ve Bayes ağını kapsayan alternatif bir pedagojik araçtır | E20 | 1 |
| Van Hiele Geometri Testi gözden geçirilerek sınıflandırma kriterlerinde değişiklikler yapılmıştır | E21 | 1 |
| Farklı öğrenme ortamlarında Van Hiele Teorisi'nin temel düzeylerinde önemli farklılıklar tespit edilirken, ileri düzeylerinde anlamlı bir farklılık bulunmamıştır | E22 | 1 |
| Farklı öğrenme ortamları öğrencilerin geometri başarılarında etkili olmamıştır | E28 | 1 |
| Geometri öğretimi Van Hiele Teorisi'nin düzeylerine uygun olarak yapılandırılmalıdır | E32 | 1 |
| Geometrik düşünme düzeyleri ve geometri becerileri geometri anlayışının kazandırılmasında etkilidir | E34 | 1 |
| Öğretim sürecinde tümdengelimli yaklaşım kullanılması Van Hiele Teorisi açısından öğrencilerin geometrik düşüncesini geliştirmede etkilidir | E38 | 1 |
| Van Hiele ile SOLO düzeyleri benzerlik göstermektedir | E39 | 1 |
| Van Hiele Teorisi düşünmeyi somuttan soyuta ilerleten düşünme süreçlerini tanımlamada etkili değildir | E41 | 1 |
| Öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri beklenen düzeydedir | E42 | 1 |
| Van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretim öğrencilerin geometrik ilişkileri görmesinde etkilidir | E43 | 1 |
| Geometrik düşünme düzeyleri yaşa bağlı değildir, geometri içerik hedeflerine göre değişiklik gösterebilir | E44 | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| Uzamsal görselleştirme yeteneği ile van Hiele düzeyi arasında anlamlı bir ilişki yoktur | E68 | 1 |
| Öğrencilerin kavramları anlamalarını geliştirmek için GeoGebra tarafından desteklenen van Hiele tabanlı dönüşüm geometrisi çalışma sayfalarının geliştirilmesi gereklidir | E71 | 1 |
| van Hiele 3. düzeydeki öğrencilerin cebirsel geometri sorularını uygun bir şekilde çözdükleri belirlenmiştir | E72 | 1 |
| **Toplam** | | **90** |

Tablo 16 incelendiğinde, araştırma sonucu temasına yönelik otuz bir farklı kodun oluştuğu görülmektedir. İncelenen çalışmalardan elde edilen sonuçlar incelendiğinde önemli bir bölümünde farklı öğrenme ortamlarının öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini arttırmada etkili olduğu görülmektedir. Örneğin, van Hiele Teorisi'ne dayalı yapılan öğretim uygulamasında E2 çalışmasında başlangıçta her iki grup arasında anlamlı bir fark yokken uygulama sonunda her iki grupta da geometrik düşünmenin son düzeyleri arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermektedir. Ayrıca, nitel analiz, geometrik düşünmenin başlangıç düzeylerinde, her iki gruptaki öğrencilerin çoğunluğunun ilk van Hiele düzeylerini tam kazanımla, düşük düzeyde ikinci düzey kazanımla ve üçüncü düzey kazanım olmadan elde ettiğini ortaya koymaktadır. Son görüşmede, kontrol grubundaki öğrencilerin çoğu birinci düzeyden ikinci düzeye kadar geometrik düşünme artışı göstermiş, ancak bu gruptaki hiç kimse üçüncü düzeye ulaşamamıştır. Buna karşılık, deney grubundaki tüm öğrenciler, van Hiele birinci düzeyin tam bir kazanımını göstermiş ve neredeyse hepsi, ikinci düzeyin tam bir kazanımını göstermiştir. Üçüncü düzeyde ise sadece bir öğrenci bu düzeye ulaşamamış, geri kalanlar ise tam ve yüksek düzeyde kazanım göstermişlerdir. Bu durum van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretimin, öğrencilerin daha iyi geometrik düşünme düzeyine ulaşmalarına yardımcı olmak için sınıflarda uygulanabileceğini göstermektedir. Aynı şekilde E10 çalışmasında van Hiele Teorisi'ne dayalı geometri öğretim uygulaması, öğrencilerin geometriyi düşünme düzeylerini iyileştirdiğini ve öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerini geliştirdiğini göstermektedir. Van Hiele Teorisi'ne dayalı öğrenme, öğrencilerin geometri öğrenmedeki zorlukların üstesinden gelmelerine yardımcı olmaktadır. Buna karşılık yukarıdaki tablo incelendiğinde farklı öğrenme ortamlarının öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini arttırmada etkili olmadığına da göstermektedir. Örneğin E5 çalışmada eğitici video kullanılarak yapılan öğretim uygulamasının sonucunda geometrik düşünme düzeylerinde herhangi bir gelişme göstermeyen çok sayıda öğrenci olduğunu göstermektedir. Bu durumun açıklamalarından bazıları; öğrenciler geometrik şekiller arasındaki bağlantıyı çözümlemeyi hala zor bulmakta, iki boyutlu geometriden üç boyutlu geometriye geçiş kavramını anlamayan öğrencilerin olduğu, geometri dersinde şekilleri yorumlayamayan ve geometrik şekillerin kendi tanımlarını yapmakta hala güçlük çeken öğrencilerin olduğu şeklindedir. Bilgisayar destekli öğretimin yapıldığı E70 çalışmasında matematik öğretmen adaylarının dersin başında Öklid geometrisi hakkında yeterli bilgiye sahip olmadıkları uygulamanın sonucunda bile hem kontrol hem deney gruplarında üst düzey düşünme becerilerini anlamada yetersiz kalındığı görülmüştür. Öğretmen adaylarının, ispatların inşası, aksiyomların ve tanımların rolünün

anlaşılması ve Öklidyen olmayan sistemlerin anlaşılması konularında sıkıntı yaşadıkları tespit edilmiştir. Ayrıca derste bilgisayar destekli öğretim uygulamasının öğrencilerin geometrik gelişiminin daha alt düzeylerinde gelişimini arttırdığının ancak ileri düzeylerde etkili olmadığını göstermektedir. Bu nedenle kullanılan yazılımların öğrencilerin temel kavramları anlamalarını geliştirebilse de, ispat oluşturma ve aksiyomatik sistemlerin öğrenilmesi için tasarlanmadığını göstermektedir. Bu çalışma bu temel becerilerin herhangi bir yazılım yardımıyla öğretilemeyeceğini, yine de merak uyandıracak, onlara ilişkileri keşfetme fırsatı verecek ve onları ispat yapmaya teşvik edecek yapıda olduğuna vurgu yapmaktadır. Aynı zamanda farklı öğrenme ortamlarının öğrencilerin geometri başarılarında etkili olduğunu gösteren (E7, E33, E36, E61, E67, E76, E77, E79, E81) çalışmalar da mevcuttur. E36 çalışmasında van Hiele tabanlı öğretim ve Geometers Sketchpad sayesinde öğrencilerin geometri başarısının önemli ölçüde artmasını, ortaokul düzeyinde geometri öğrenimi için etkileşimli ve uygulamalı öğrenme etkinliklerinin etkili öğrenmede çok önemli etken olduğuna vurgu yapmaktadır. Çünkü etkili öğrenme, öğrenciler çalışma nesnelerini uygun geometrik düşünme bağlamlarında aktif olarak deneyimledikçe ve öğrenme döneminin dilini kullanarak tartışma ve yansıtmaya dahil ettikçe gerçekleşmektedir. Proje tabanlı öğretimin ve ARCS modelinin bir arada kullanılmasıyla gerçekleştirilen E77 çalışmasında öğrencilerin hem başarı puanları hem de motivasyon düzeylerinde etkili olduğunu göstermektedir. Bu çalışmada müfredata proje tabanlı öğretimin dahil edilmesi, öğrencilerin sınıf içi öğrenme ile gerçek hayatta kullanımı arasındaki bağlantıyı anlamalarına yardımcı olduğunu aynı zamanda van Hiele ve ARCS modellerinin sınıfta kullanılması, müfredatı bireysel olarak öğrencinin ihtiyaçlarını en iyi şekilde karşılayacak ve öğrenciyi motive edecek şekilde sunarak hem öğretmenlere hem de öğrencilere fayda sağladığını göstermektedir. Tablo incelendiğinde öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin beklenen düzeyin altında olduğunu gösteren (E8, E15, E29, E39, E63, E70, E74, E75, E80) çalışmaların olduğu görülmektedir. Örneğin Q metodolojisinin van Hiele Teorisi'nin hangi faktörlerinin ilköğretim öğrencilerinin geometri öğretimine katkıda bulunabileceğini tespiti için yapılan E74 çalışmasının sonuçlarında çalışmaya katılan öğrencilerin düzeylerin düşük olduğu sonucu bulunmuştur. Düzey düşüklüğünün eğitim uygulamaları ve müfredatın sonuçlarını aşacak biçimde küresel olduğu sonucuna varılmıştır. E80 çalışmasında analitik geometri ile ilgili hazırladıkları van Hiele düzey testinde sonuçlara bakıldığında yetmiş sekiz öğrenciden sadece on sekizinin beş van Hiele düzeyinde sınıflandırılabildiğini gösterirken, kalan altmış öğrencinin düzey 0'da sınıflandırılabileceğini göstermektedir, çünkü birinci soruda verilen problem çözülememiştir. Nitekim üçüncü soruyu çözebilen on dört öğrenci olduğu görülmüştür. Bu durumun

"sıçramalar" olarak bilindiği ve van Hiele düzeyinde sınıflandırılamadığı için van Hiele düzeyinin sonucu düşürmesine neden olduğu öne sürülmektedir. Farklı öğrenme ortamları öğrencilerin uzamsal yeteneklerini/ yaratıcılıklarını geliştirmede etkili olduğunu gösteren çalışmalar da mevcuttur (E31, E37, E40, E59, E65). Bu çalışmalarda gerçekleştirilen etkinlikler öğrencilerin uzamsal yeteneklerini uygulama ve geliştirmelerine fırsat vermişlerdir. Aynı zamanda öğrenciler eğlenceli öğrenme etkinlikleri sonucu elde ettiği kazanımlarla bunları kullanarak yaratıcılıklarını uygulama fırsatı bulmuşlardır. Van Hiele Teorisi'ne dayalı öğrenmede öğrencilerin farklı beceri türleri kazandırıldığı çalışmalar (E1, E10, E55, E58) incelendiğinde; E1 ve E55 çalışmalarının öğrencilerin problem çözme becerilerinde, E10'nun matematiksel işlem becerilerinde, E58'in ise eleştirel düşünme becerilerinde kazanımlar elde edildiği sonuçlarına ulaşılmıştır. E9, E21, E39, E44 çalışmaların van Hiele Teorisi'nin ve düzeylerinin hiyerarşik özelliğini desteklediği görülmüştür. E26 ve E52 çalışmalarda geometrik düşünme düzeyi düşük olan ögrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin de düşük olduğu, düşünme düzeyi yüksek olan öğrencilerin de cebirsel düşünme düzeylerinin aynı oranda yüksek olduğu ortaya konmuştur. E16 çalışmasında ise van Hiele Öğretim Aşamalarına dayalı öğretimin cebir başarılarının artmasında etkili olduğu sonucun ifade etmektedir. E27 ve E28 çalışmalarında van Hiele Teorisi'nin geometrideki öğrenci ve eğitimciler arasındaki boşluğu doldurmak için öğretimde uygun bir araç olarak hizmet ettiğini göstermektedir. Bu bağlamda van Hiele Teorisi geometri müfredatı tasarlamak ve eğitimcilerin ders planlarında kullanılmasını sağlamak için iyi bir pedagojik araç olarak tanımlanmıştır. E7 çalışmasında van Hiele Teorisi'ne göre öğrenme ile tutum arasında anlamlı bir ilişki sonucuna ulaşmıştır. Bu sonuç, van Hiele Teorisi'ni kullanarak öğretimin düşünmeyi geliştirdiğini, öğrencilere görüşlerini tartışma ve gerekçelendirme fırsatı verdiğini göstermektedir. Böylece öğrencilerin dikkatini çekerek ve uygun çözümler aramaya yönelik motivasyonlarını artırarak görüşlerini utanmadan ifade etmelerine yardımcı olmaktadır. Öğrencilerin tartışmaya katılmalarını, öğrenmelerini ve bilgi aramalarını sağlayacak kadar özgüvenlerinin arttığı olumlu bir eğitim ortamı yaratılmasının sonucunda bu ilişkinin anlamlı olduğu sonucuna varılabilir. E12 çalışmada araştırmacılar, seçilen eğitim fakültesi matematik öğretmenlerinin, geometri öğretimini ve öğrenimini kolaylaştırmada, van Hiele 1. ve 2. düzeylerle uyumlu, iyi bir geometri kavramsal anlayışı sergiledikleri sonucuna varmışlardır. Nitekim matematik öğretmenlerinin stratejileri, van Hiele 3. ve 4. düzeylerde anlatıldığı gibi geometrik düşünmenin gelişimini destekleyecek şekilde yapılandırılmadığını da göstermektedir. E14 çalışmasında van Hiele'nin (1986) önerdiği gibi, öğrenciler için içgörü geliştirmenin önemini desteklemektedir. Tüm öğretmenlerin amacı, öğrencilere gelecekte

yararları için bilgi vermektir. Bu bağlamda, öğrencilerinin konu ile ilgili kavramları daha önce karşılaştıkları yeni ve tanıdık olmayan problemlere uygun şekilde uygulayabilmeleri önemlidir.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde van Hiele Teorisi'nin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini yeterine açıkladığını, geometrik düşünme düzeylerinin sürekli yapıda olduğunu ve düzeyi farklı olan öğrencilerin bulundukları düzeylere göre farklı davranışlar sergilediğini (E18); öğretim sürecinde tümdengelimli yaklaşım kullanılması van Hiele Teorisi açısından öğrencilerin geometrik düşüncesini geliştirmede etkili olduğunu (E38); van Hiele ile SOLO düzeyleri benzerlik gösterdiğini (E39); van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretim öğrencilerin geometrik ilişkileri görmesinde etkili olduğunu (E43); uzamsal görselleştirme yeteneği ile van Hiele düzeyi arasında anlamlı bir ilişki olmadığını (E68); geometrik düşünme düzeyleri yaşa bağlı olmadığını ve geometri içerik hedeflerine göre değişiklik gösterebileceğini (E44) göstermektedir.

Tablo incelendiğinde E20 çalışmasının Bayesian teknolojisini kullanarak bilgisayar programlaması için van Hiele tabanlı bir akıllı öğretim sistemi tasarlamanın yeni yapılandırılması tartışılmaktadır. Açık bilgi yapısı ve Bayesian eğitim verilerinin teşhis ve tavsiye amacıyla nasıl kullanılacağına odaklanarak, teoriyi tanımlanmış ve önerilen sistemin prototipi uygulanmıştır. Sonuç olarak mevcut çalışma (1) öğrenciler tarafından kullanılan kavram yanılgılarını tespit etmek için bir ölçüm şeması göstermek ve (2) ağlardaki bir dizi hatayı temsil ederek öğrencilerin programlama yeteneklerini teşhis etmek için uygun bir tanımlayıcı araç sağlayabilmek için tasarlanmıştır. E21 çalışmasının bulgularında van Hiele testinde yer alan bazı soruların anormal güçlükleri ve düşük madde ayırt ediciliği olmasına rağmen, düzeyler arasında kriterlerin çeşitli seçimi, özellikle düşük madde ayırt edicilik indeksi tahminleri olan sorular için madde ayırt etme gücünü arttırdığına ulaşılmıştır. Bulgulara dayanarak, van Hiele Geometri Testinde gözden geçirilebilecek sorular belirlenmiş ve teoriye göre genel bir geometri düşüncesi düzeyi atanabilecek öğrenci sayısını artırmak için sınıflandırma kriterlerinde değişiklikler önerilmiştir. Ayrıca farklı öğrenme ortamlarında van Hiele Teorisi'nin temel düzeylerinde önemli farklılıklar tespit edilirken, ileri düzeylerinde anlamlı bir farklılık bulunmadığını (E22) ve farklı öğrenme ortamları öğrencilerin geometri başarılarında etkili olmadığını (E28) gösteren çalışmalar mevcuttur. Nitekim, geometri öğretiminin van Hiele Teorisi'nin düzeylerine uygun olarak yapılandırılması gerektiği (E32) ve geometrik düşünme düzeyleri ve geometri becerileri geometri anlayışının kazandırılmasında etkili (E34) olduğu sonuçlarına ulaşan çalışmalar da görülmektedir. Ve son olarak van Hiele Teorisi'nin düşünmeyi somuttan soyuta ilerleten düşünme süreçlerini

tanımlamada etkili olmadığı (E41), öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri beklenen düzeyde olduğu (E42), öğrencilerin kavramları anlamalarını geliştirmek için GeoGebra tarafından desteklenen van Hiele tabanlı dönüşüm geometrisi çalışma sayfalarının geliştirilmesi gerekli olduğu (E71) ve van Hiele 3. düzeydeki öğrencilerin cebirsel geometri sorularını uygun bir şekilde çözdüklerini (E72) gösteren sonuçların olduğu görülmektedir.

*4.1.2.6.İncelenen Uluslararası Çalışmalardan Elde Edilen Tespit ve Öneriler:* İncelenen uluslararası çalışmalardan elde edilen tespit ve öneriler detaylı bir şekilde incelenmiş ve doğrudan van Hiele Teorisi ile ilgili olanlar aşağıda tablo halinde verilmiştir.

**Tablo 17**

*Uluslararası Çalışmalardan Elde Edilen Tespit ve Öneriler*

| Tema | Kod | Çalışmalar | f |
|---|---|---|---|
| Öneriler | Geometride öğretimin öğrenenlerin düşünme düzeyinden başlaması ve öğretimin de buna göre yapılandırılması önerilir | E2, E7, E9, E15, E44, E68 | 6 |
| | Farklı öğretim uygulamaları öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini geliştirmede kullanılabilir | E6, E47, E77 | 3 |
| | Van Hiele Teorisi'nin temel aldığı ilkeler müfredat tasarımına dahil edilebilir | E8, E9, E78 | 3 |
| | Van Hiele Teorisi'nin ilkelerini geliştirmek ve matematik eğitiminin diğer dallarına uygulamak için daha fazla çalışma yapılabilir | E28, E61, E76 | 3 |
| | Öğretim elemanlarına, etkinlik hazırlama ve planlamada öğrencilerin geometrik düşünmelerinin gelişimini dikkate alması önerilir | E29, E33, E43 | 3 |
| | Van Hiele Teorisi içeriğin düzenlenmesinde ve geometri öğrenme ile ilgili etkinliklerin uygulanmasında faydalı bir şekilde kullanılabilir | E3, E9 | 2 |
| | Van Hiele Teorisi lisans eğitimi programına dahil edilmelidir | E12, E13 | 2 |
| | Van Hiele Teorisi kullanılarak diğer geometri alanların öğretimi araştırabilir | E12, E13 | 2 |
| | Ortaokul düzeyinde geometri öğrenimi için daha etkileşimli ve uygulamalı öğrenme etkinlikleri düzenlenebilir | E35, E36 | 2 |
| | Farklı öğretim uygulamaları Van Hiele Teorisi bağlamında, araştırma planı olarak gelecekteki çalışmalara dahil edilebilir | E49, E81 | 2 |
| | Van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretim, öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini ve öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerini geliştirebilir | E10 | 1 |
| | VHPI kullanımı ile değerlendirme yapmak üzere seminerler ve çalıştaylar da düzenlenebilir. | E13 | 1 |
| | Teknolojinin geometri öğrenimi üzerindeki etkisinin incelendiği çalışmalarda öğrenci başarısı için van Hiele temelli hedeflere hitap eden programlar kullanılabilir | E16 | 1 |
| | Van Hiele Geometri Testi gözden geçirilmelidir | E21 | 1 |
| | Öğretim elemanlarından, öğrencilerin geometrik düşünmelerini geliştirmelerini teşvik eden ve onlara yardımcı olabilecek öğrenme stratejilerini uygulamaları önerilmektedir | E29 | 1 |
| | Uzamsal ve geometrik düşüncelerinin nasıl geliştiğini veya gelişmediğini keşfetmek için boylamsal çalışmalar yapılabilir | E31 | 1 |
| | Geometri öğretimi Van Hiele Teorisi bağlamında farklı düzeylerde yapılabilir | E32 | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Geometri öğretiminde öğrencilere görsel, sözel, çizim, mantık ve uygulama becerilerinin kazandırılması önerilir | E34 | 1 |
| | Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile uzamsal beceriler arasındaki ilişki yapılacak çalışmalarla açığa çıkarılabilir | E37 | 1 |
| | C-A-C öğrenme modeli, ilkokul matematik müfredatına dahil edilebilir | E41 | 1 |
| | Crocodile Mathematics Software yazılımı ile van Hiele'nin farklı geometrik sistemlere dayalı geometrik düşünme üzerindeki etkisi incelenebilir | E49 | 1 |
| | VH-iSTEM uygulamasının geometri öğrenmede kullanılabileceği ve diğer yaklaşımlarla beraber etkinliğinin araştırılması önerilir | E53 | 1 |
| | Van Hiele'nin teorisinin uygulanması üç boyutlu nesnelerde görselleştirmenin geliştirilmesinde uygulanabilir | E56 | 1 |
| | Van Hiele Teorisi bağlamında öğrencilerin uzamsal yeteneklerini geliştirmeye yardımcı olabilecek öğrenme araçları geliştirebilir | E59 | 1 |
| | Öğrencilerin matematiksel ve geometrik becerilerini, ispat-yapı performanslarını ve van Hiele düzeylerini geliştirmek için dinamik geometri yazılımının kullanıldığı araştırmalar yapılabilir | E62 | 1 |
| | Daha kapsamlı (analitik geometri, dönüşüm geometrisi vb.) yeni bir geometrik düşünme testi geliştirilebilir | E70 | 1 |
| | Öğretmenler, öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini geliştirmek için sınıf araştırmalarına ve tartışmalarına rehberlik etmelidir | E74 | 1 |
| | Van Hiele ve ARCS modellerinin sınıfta kullanılması, müfredatı bireysel olarak öğrencinin ihtiyaçlarını en iyi şekilde karşılayarak ve öğrenciyi motive edecek şekilde sunarak hem öğretmenlere hem de öğrencilere faydalı olabilir | E77 | 1 |
| **Toplam** | | | **46** |

Tablo 17 incelendiğinde, öneri temasına yönelik yirmi sekiz farklı kodun oluştuğu görülmektedir. Tabloda yer verilen öneriler konuyla direkt ilgili olan ve yapılandırılmaya yönelik olarak tespit edilen durumlardır. İncelenen çalışmaların önerileri öğrenme sürecine ilişkin ve gelecek çalışmalara ilişkin olarak ikiye ayrırak detaylıca incelenecektir.

Öğrenme sürecine ilişkin olarak önemli bir bölümünün, geometride etkili öğretimin gerçekleşmesi için öğretimin öğrenenlerin düşünme düzeyinden başlaması ve öğretimin de buna göre yapılandırılması yönünde olduğu görülmektedir (E2, E7, E9, E15, E44, E68). Ayrıca van Hiele Teorisi'ne dayalı geometri öğrenmenin aşamaları, içeriğin düzenlenmesinde ve geometri öğrenme ile ilgili etkinliklerin uygulanmasında faydalı bir şekilde kullanılabileceği (E3, E9) ve öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini kolaylaştırabileceği ve öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerini geliştirebileceği (E10) ifade edilmiştir. Tablo incelendiğinde farklı öğretim uygulamalarının öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini geliştirmede kullanılabileceği (E6, E47, E77) de yer alan öneriler arasındadır. Google SketchUp yazılımının ilkokul öğrencilerinin van Hiele'nin geometri düşünme düzeylerinde ilerlemelerine yardımcı olmak için derslere entegre edilebileceğini (E6), VH-GSU ve VH-PL modüllerinin öğretmenlere van Hiele'nin geometrik düşünme düzeylerine göre etkinlik geliştirmede etkili olabileceği (E47), van Hiele ve ARCS modellerinin sınıfta kullanılması, müfredatı bireysel olarak öğrencinin ihtiyaçlarını en iyi şekilde karşılayacak ve öğrenciyi motive edecek şekilde sunarak hem öğretmenlere hem de öğrencilere fayda sağlayabileceği (E77) önerilmektedir. Ayrıca öğretim elemanlarının geometri derslerinde etkinlik planlama ve hazırlamada öğrencilerin geometrik düşünmelerinin gelişimini dikkate almalarını ve onların geometrik düşünme düzeylerini geliştirmelerini teşvik eden ve onlara yardımcı olabilecek öğrenme stratejilerini uygulamaları gerçekleştirebilecekleri (E29, E33, E43) dile getirilmektedir. Ortaokul düzeyinde geometri öğrenimi için daha etkileşimli ve uygulamalı öğrenme etkinliklerinin uygulanabileceği (E35, E36) tavsiye edilmektedir. Ayrıca sınıf ortamında öğretmenlerin, öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini geliştirmek, varsayımlarda bulunmak ve geometri projeleri yürütmek için ilgili materyalleri seçmesi ve uygulamalı keşifler yapması ve hatta öğrencilerin geometri anlayışlarını derinleştirme fırsatları sağlamak için sınıf araştırmalarına ve tartışmalarına (E74) yer vermesi önerilmektedir.

Gelecek çalışmalara ilişkin olarak çalışmaların önerileri incelendiğinde; müfredat geliştiricileri ve ders kitabı yazarlarının, van Hiele Teorisi'nin temel aldığı ilkeleri öğretim ve müfredat tasarımına dahil edebileceğini (E8, E9, E78) ve VHPI kullanımı ile ilgili

değerlendirme yapılabilmesi için seminerler ve çalıştaylar düzenlenebileceği (E13) önerilmektedir. Van Hiele Teorisi'nin ilkeleri geliştirmek ve matematik eğitiminin diğer dallarına uygulamak için daha fazla çalışma yapılabileceği (E28, E61, E76) dile getirilmektedir. Aynı zamanda lisans eğitimi programına van Hiele Teorisi'nin dahil edebileceğini ve teori kullanılarak üç boyutlu şekiller, daireler ve koordinat geometrisi gibi diğer geometri alanların öğretiminin araştırabileceğine (E12, E13) vurgu yapan çalışmalar da mevcuttur. Farklı öğretim uygulamalarının van Hiele Teorisi bağlamında, araştırma planı olarak gelecekteki çalışmalara dahil edilebileceği yönündedir (E49, E81). Crocodile Mathematics Software yazılımının öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeyleri üzerindeki etkisini üç boyutlu geometrik şekillerle ilgilenen bir plan geometrisinde araştıran araştırma çalışmaları yapılabileceği ve Öklid ve Öklid dışı geometriler gibi farklı geometrik sistemlere dayalı geometrik düşünme üzerindeki etkisinin incelenebileceği (E49) ve Gerçekçi Matematik Eğitimi (RME) ve van Hiele Teorisi'ne dayalı öğrenme yöntemi, bir araştırma yöntemi olarak ilgili matematik konularına dahil edilmesi gerektiği önerilmektedir (E81). Geometri öğretimi ve öğreniminde teknolojini kullanımının incelendiği çalışmalarda öğrenci başarısını arttırmak için van Hiele temelli hedeflere dayalı programlar kullanılabileceği (E16); VH-İstem öğretim uygulamasının okul geometrisinde kullanılabileceği ve farklı yaklaşımlarla ilişkili olarak etkinliğinin araştırılabilmesi için (E53) gelecekte yapılacak araştırmalarda kullanılabileceği ifade edilmektedir. Ayrıca geometrik ve uzamsal düşüncelerin nasıl geliştiğini veya gelişmediğini keşfetmek için boylamsal çalışmalar yapılabileceğini (E31) ve van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile uzamsal beceriler arasında var olan ilişki açıklanabileceği (E37) önerilmektedir. Aynı zamanda van Hiele Teorisi'nin, öğrencilerin uzamsal yeteneklerini geliştirmek için daha fazla fırsat sağlamak ve aynı zamanda öğrencilerin uzamsal yeteneklerini geliştirmeye yardımcı olabilecek öğrenme araçları geliştirmek için özellikle matematik öğrenme ile uğraşan eğitim pratisyenlerinin kullanmasının uygun olabileceği yönünde görüş bildirmişlerdir (E59). Usiskin (1982) tarafından geliştirilen van Hiele geometrik düşünme düzeyleri testine yönelik olarak testin yeniden gözden geçirilmesi (E21) ve daha kapsamlı (analitik geometri, dönüşüm geometrisi vb.) yeni bir geometrik düşünme testi geliştirilebileceği (E70) önerileri de mevcuttur. Ayrıca geometri öğretiminin van Hiele Teorisi bağlamında farklı düzeylerde yapılabileceği (E32) ve öğrencilere görsel, sözel, çizim, mantık ve uygulama becerilerinin kazandırılması gerektiği (E34) dile getirilmektedir. Son olarak C-A-C öğrenme modelinin, geometrik düşünmeyi somuttan soyut düzeye taşıyan süreçleri açıklamak için etkili bir model olduğu ve ilkokul matematik müfredatına dahil edilebileceğini (E41), matematik öğretmen adayları ile

matematiksel ve geometrik becerilerini, ispat-yapı performanslarını ve van Hiele düzeylerini geliştirmek için dinamik geometri yazılımını kullanma araştırması yapılabileceği (E62) ve van Hiele Teorisi'nin geometri için tasarlanmış olsa da, uygulanması 3B nesnelerde görselleştirmenin geliştirilmesinde de uygulanabileceği (E56) çalışmaların önerileri arasında yer almaktadır.

### 4.2. VHGDD Verilen Numaralandırma ve İsimlendirmeler

**4.2.1. Türkiye'de VHGDD Verilen Numaralandırma ve İsimlendirmeler:** Bu bölümde verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Bulgular problemlerle uyumlu şekilde sunulmuştur.

*4.2.1.1. Türkçe Çalışmalardaki Van Hiele Geometrik Düşünme Düzey Numaralandırmaları:*

**Tablo 18**

*İncelenen Türkçe Çalışmalarda Kullanılan Düzey Numaralandırmaları*

| **Düzey Numaralandırmaları** | **Çalışma kodları** | **f** |
|---|---|---|
| 1-5 | A6, A7, A11, A13, A17, A18, A20, A24, A25, A26, A27, A31, A32, A33, A36, A38, A39, A40, A42, A43, A45, A46, A47, A49, A56, A63, A64, A65, A70, A71, A78, A79, A84, A86 | 34 |
| 0-4 | A1, A2, A3, A5, A10, A14, A19, A21, A22, A23, A30, A34, A35, A37, A41, A44, A50, A51, A52, A53, A54, A55, A57, A66, A69, A72, A74, A76, A80, A81, A83, A85 | 32 |
| 0-5 | A9, A12, A15, A16, A48, A58, A61, A62, A73 | 9 |
| **Toplam** | | **75** |

Tablo 18 incelendiğinde 86 Türkçe çalışmanın 34'ünde 1-5, 32 tanesinde 0-4 ve 9 tanesinde 0-5 düzey numaralandırılmasının kullanıldığı görülmektedir. Bazı çalışmalarda ise düzey isimlendirme ve numaralandırmalara rastlanmamıştır (A4, A28, A59, A75, A77, A82). Bazı (A60, A67, A68) çalışmalarda ise düzey isimlendirmeleri olmasına rağmen düzey numaralandırmaları yoktur. A8 kodlu çalışmada ise sadece 3.,4. ve 5. düzey isim ve numaralandırmalara yer vermiştir.

*4.2.1.2. Van Hiele'nin İlk 5 Düzeyine Atanamayanlar İçin Oluşturulan Alt Düzeye Verilen İsimlendirmeler:*

**Tablo 19**

*İncelenen Türkçe Çalışmalarda Alt Düzeye Verilen İsimlendirmeler*

| Düzeye Verilen Adlar | Çalışma Kodları | f |
|---|---|---|
| Tanıma Öncesi | A16, A29, A48, A58, A60, A61, A62 | 7 |
| GözündeYarı Canlandırma | A15, A48, A60 | 3 |
| Ön tanıma | A9, A73 | 2 |
| Biliş-Öncesi | A12 | 1 |
| Yarı Canlandırma | A61 | 1 |
| **Toplam** | | **14** |

Türkçe çalışmaların sadece 11 tanesinde alt düzeyin kullanıldığı görülmektedir (A9, A12, A15, A16, A29, A48, A58, A60, A61, A62, A73). En çok tercih edilen isimlendirme "Tanıma Öncesi" olup toplam 7 çalışmada kullanılmıştır. Bazı çalışmalarda ise iki ismin birlikte kullanıldığı görülmüştür. Bunlardan A48 çalışmasında "Gözünde Yarı Canlandırma/Tanıma Öncesi dönem", A60 çalışmasında "gözünde yarı canlandırma/tanıma öncesi dönem" ve A61 çalışmasında "Yarı Canlandırma/Tanıma Öncesi" düzey isimlendirmelerini tercih etmişlerdir. "Biliş-Öncesi" ve "Yarı Canlandırma" isimlendirmelerinin ise birer çalışmada kullanıldığı görülmektedir.

4.2.1.2.1. *Van Hiele'nin "Visual Level" Olarak Adlandırdığı Düzeye Verilen İsimlendirmeler:* Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin orjinalde "Visual Level" olarak adlandırdığı düzeye hangi isimlendirmeleri verdiklerine ilişkin bilgiler Tablo 20'de sunulmuştur.

**Tablo 20**

*İncelenen Türkçe Çalışmalarda "Visual Level" İçin Kullanılan İsimlendirmeler*

| Düzeye Verilen Adlar | Çalışma Kodları | f |
|---|---|---|
| Görsel | A1, A2, A3, A5, A6, A7, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A22, A26, A27, A29, A30, A31, A33, A34, A36, A37, A38, A39, A40, A42, A43, A44, A45, A46, A47, A48, A50, A51, A52, A53, A54, A55, A56, A57, A58, A60, A61, A62, A63, A64, A65, A68, A70, A71, A78, A79, A80, A81, A83, A84, A85, A86 | 65 |
| Görselleştirme | A24, A25, A32, A41, A67, A72, A73, A74, A76 | 9 |
| Göz Önünde Canlandırma | A23, A66 | 2 |
| Gözünde Canlandırma | A35, A69 | 2 |
| Tanıma-Görselleştirme | A49 | 1 |
| Hayalinde Canlandırma | A74 | 1 |
| **Toplam** | | **80** |

Tablo 20 incelendiğinde "Visual Level" olarak adlandırılan düzey için Türkçe çalışmaların önemli bir bölümünde "Görsel" kullanılmıştır. Çalışmalar incelendiğinde level kelimesinin Türkçe'ye düzey, dönem, seviye gibi farklı şekillerde çevrildiği, bu nedenle bazı çalışmalarda görsel düzey (A7, A12, A14, A19,A21, A29, A36, A39, A40, A42, A43, A45, A46, A47, A52, A53, A60, A61, A62, A63, A65, A68, A79, A83, A84, A86), bazılarında Görsel dönem (A1, A3, A5, A6, A9, A10, A11, A13, A15, A16, A17, A22, A26, A27, A30, A31, A33, A34, A37, A44, A48, A50, A54, A55, A57, A58, A64, A70, A71, A78, A80, A85), bir tanesinde ise Görsel seviye (A18) olarak kullanıldığı görülmüştür. "Gözünde canlandırma", "Göz Önünde Canlandırma", "Hayalinde Canlandırma" gibi düzey adlarının temelde aynı anlama geldiği ancak çeviri farklılıkları nedeniyle bu şekilde isimlendirildikleri düşünülmektedir. "Tanıma-Görselleştirme" ve "Hayalinde Canlandırma" gibi düzey isimlendirmelerinin ise sadece birer çalışmada kullanıldıkları da dikkat çekmektedir.

4.2.1.2.2. *Van Hiele'nin "Descriptive Level" Olarak Adlandırdığı Düzeye Verilen İsimlendirmeler:* Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin orjinalde "Descriptive Level" olarak adlandırdığı düzeye hangi isimlendirmeleri verdiklerine ilişkin bilgiler Tablo 21'de sunulmuştur.

**Tablo 21**

*İncelenen Türkçe Çalışmalarda "Descriptive Level" İçin Kullanılan İsimlendirmeler*

| **Düzeye verilen adlar** | **Çalışma kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Analiz | A1, A2, A5, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A16, A17, A18, A19, A21, A22, A23, A24, A25, A27, A29, A30, A31, A32, A34, A35, A36, A37, A39, A40, A41, A42, A43, A44, A45, A46, A47, A48, A49, A50, A53, A54, A57, A58, A63, A66, A67, A70, A71, A72, A73, A74, A76, A79, A80, A83, A84, A86 | 57 |
| Analitik | A3, A6, A7, A15, A22, A26, A33, A38, A51, A52, A55, A60, A61, A64, A68, A69, A78, A81, A85 | 19 |
| Betimsel | A1, A20, A56, A62, A65, A84, A86 | 7 |
| **Toplam** | | **83** |

Tablo 21 incelendiğinde Türkçe çalışmalarda "Analiz düzeyi" nin sıklıkla tercih edildiği dikkat çekmektedir. "Analitik düzey" isimlendirmesini kullanan çalışma sayısı ise İngilizce çalışmalara oranla daha fazla sayıdadır. En az van Hiele'nin orijinal isimlendirmesinin çevirisi olan "Betimsel düzey" isimlendirmesinin kullanılması ilginç bir durumdur.

4.2.1.2.3. *Van Hiele'nin "Öncesinde Theoretical Level Sonrasında Informal Deduction" Olarak Adlandırdığı Düzeye Verilen İsimlendirmeler*: Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin orjinalde "Theoretical Level" olarak adlandırdığı düzeye hangi isimlendirmeleri verdiklerine ilişkin bilgiler Tablo 22'de sunulmuştur.

**Tablo 22**

*İncelenen Türkçe Çalışmalarda "Theoretical-Informal Deduction" İçin Kullanılan İsimlendirmeler*

| **Düzeye verilen adlar** | **Çalışma kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Yaşantıya Bağlı Çıkarım | A5, A7, A8, A11, A15, A16, A19, A21, A22, A23, A26, A30, A33, A35, A36, A37, A38, A40, A44, A48, A49, A50, A53, A54, A61, A64, A66, A68, A69, A70, A78, A79, A80, A81, A83, A86 | 36 |
| İnformal Tümdengelim | A15, A22, A26, A33, A36, A52, A60, A61, A69 | 9 |
| Mantıksal Çıkarım Öncesi | A18, A29, A39, A42, A43, A45, A46, A47, A67 | 9 |
| Basit Çıkarım | A1, A20, A56, A62, A63, A65, A73, A84, A86 | 9 |
| Formal Olmayan Çıkarım | A1, A17, A40, A57, A58, A69, A71 | 7 |
| İnformal Çıkarım | A12, A24, A25, A40, A41, A72, A73 | 7 |
| Sıralama | A6, A9, A11, A70, A86 | 5 |
| Formal Olmayan Sonuç Çıkarma | A10, A13, A27, A34, A76 | 5 |
| Biçimsel Olmayan Tümdengelim | A5, A16, A37, A79 | 4 |
| Soyutlama | A3, A51, A85 | 3 |
| Basit Anlamda Tümdengelim | A2 | 1 |
| İnformal Tümdengelimsel Çıkarım | A9 | 1 |
| Düzenleme | A14 | 1 |
| Formal Olmayan Tümdengelim | A14 | 1 |
| İnformal Yaşantıya Bağlı Çıkarım | A31 | 1 |
| Yaşantısal Çıkarım | A32 | 1 |
| Tümdengelim | A55 | 1 |
| Düzenleme ve Biçimsel Olmayan Tümdengelim | A74 | 1 |
| **Toplam** | | **102** |

Tablo 22 incelendiğinde Türkçe çalışmalarda "Theoretical Level-Informal Deduction" için en sık tercih edilen düzey adının "Yaşantıya Bağlı Çıkarım" olduğu, bunu takiben "İnformal Tümdengelim" ve "Mantıksal Çıkarım Öncesi" nin kullanıldığı görülmektedir. Ayrıca İngilizce çalışmaların aksine Türkçe çalışmalarda kullanılan isimlendirmelerde çok

fazla farklılık olduğu, "Sıralama", "Soyutlama" gibi orijinal isimlendirmeyle çok ilişkili olmayan adların kullanıldığı dikkat çekmektedir. Aynı zamanda "İnformal Tümdengelimsel Çıkarım", "Yaşantısal Çıkarım", "Düzenleme ve Biçimsel Olmayan Tümdengelim" gibi düzey isimlendirmelerinin sadece birer çalışmada kullanıldığı da görülmüştür.

*4.2.1.2.4. Van Hiele'nin "Formal Logic" Olarak Adlandırdığı Düzeye Verilen İsimlendirmeler:* Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda van Hiele'in orjinalde "Formal Logic" olarak adlandırdığı düzeye hangi isimlendirmeleri verdiklerine ilişkin bilgiler Tablo 23'da sunulmuştur.

**Tablo 23**

*İncelenen Türkçe Çalışmalarda "Formal Logic" İçin Kullanılan İsimlendirmeler*

| **Düzeye verilen adlar** | **Çalışma kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Çıkarım | A17, A19, A20, A21, A23, A24, A25, A26, A32, A33, A34, A35, A36, A38, A41, A49, A50, A51, A54, A56, A58, A62, A63, A64, A65, A66, A69, A71, A72, A73, A78, A81, A86 | 33 |
| Sonuç Çıkarma | A5, A6, A9, A10, A14, A16, A30, A37, A44, A48, A70, A74, A79, A80 | 14 |
| Mantıksal Çıkarım | A7, A8, A13, A18, A29, A39, A40, A42, A43, A45, A46, A47, A67, A68 | 14 |
| Formal Çıkarım | A1, A12, A22, A31, A40, A53, A57, A83, A84, A86 | 10 |
| Tümevarım | A3, A9, A10, A11, A14, A55, A76, A85 | 8 |
| Formal Tümdengelim | A15, A26, A33, A36, A52, A60, A61, A69, | 8 |
| Biçimsel Tümdengelim | A5, A16, A37, A48, A74, A79, | 6 |
| Tümdengelim | A2, A27 | 2 |
| Basitleştirme | A2 | 1 |
| **Toplam** | | **96** |

İncelenen Türkçe çalışmalarda bu düzey için sıklıkla "Çıkarım", sonrasında "Sonuç Çıkarma" isimlendirmesinin kullanıldığı görülmektedir. Bu düzey için de "Tümevarım", "Tümdengelim", "Basitleştirme" gibi farklı anlamlara gelen isimlendirmelerin kullanılması dikkat çekicidir. Sadece A2 çalışmasında "Tümdengelim-Basitleştirme" düzey ismini kullanmayı tercih etmiştir.

4.2.1.2.5. *Van Hiele'nin "The Nature of Logical Laws" Olarak Adlandırdığı Düzeye Verilen İsimlendirmeler:* Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin orjinalde "The Nature of Logical Laws" olarak adlandırdığı düzeye hangi isimlendirmeleri verdiklerine ilişkin bilgiler Tablo 24'te sunulmuştur.

**Tablo 24**

*İncelenen Türkçe Çalışmalarda "The Nature of Logical Laws" İçin Kullanılan İsimlendirmeler*

| Düzeye verilen adlar | Çalışma kodları | f |
|---|---|---|
| En İleri Dönem | A5, A7, A8, A16, A17, A21, A23, A26, A29, A30, A31, A33, A36, A37, A38, A47, A48, A54, A58, A60, A61, A64, A66, A68, A69, A71, A78, A79, A80, A81, | 30 |
| İlişkileri Görebilme | A3, A5, A9, A10, A11, A14, A16, A27, A34, A36, A37, A40, A50, A51, A55, A69, A79, A85, | 18 |
| En Üst | A1, A12, A18, A19, A22, A39, A40, A42, A43, A44, A45, A46, A49, | 13 |
| Sistematik Düşünme | A20, A24, A25, A32, A41, A56, A62, A63, A65, A72, A73, A84, A86 | 13 |
| Rigor | A6, A9, A10, A11, A13, A15, A60, A69, A70, A79, A86 | 11 |
| Eleştiri | A6, A9, A11, A13, A15, A40, A60, A70, A86 | 9 |
| Kesinlik | A1, A2, A14, A53, A57, A74, A83 | 7 |
| Soyut Çıkarım | A52 | 1 |
| Son Düzey | A67 | 1 |
| En Üst Düzey İlişkileri Görebilme | A76 | 1 |
| **Toplam** | | **104** |

Tablo 24 incelendiğinde Türkçe çalışmalarda bu düzey için sıklıkla "En İleri Dönem" isimlendirmesinin kullanıldığı, bu isimlendirmeyi "İlişkileri Görebilme" ve "En Üst" ve "Sistematik Düşünme" isimlendirmelerinin takip ettiği görülmüştür. Aynı zamanda en az tercih edilen düzey isimlendirmelerininin ise "Soyut Çıkarım", "Son Düzey" ve "En Üst Düzey İlişkileri Görebilme" olduğu görülmüştür.

**4.2.2. Uluslararası VHGDD Verilen Numaralandırma ve İsimlendirmeler:** Bu bölümde verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Bulgular problemlerle uyumlu şekilde sunulmuştur.

*4.2.2.1.İngilizce Çalışmalardaki Van Hiele Geometrik Düşünme Düzey Numaralandırmalar:* Araştırma kapsamında öncelikle İngilizce alanyazında van Hiele düzeyleri için hangi numaralandırmaların kullanıldığı verilmiştir.

**Tablo 25**

*İncelenen İngilizce Çalışmalarda Kullanılan Düzey Numaralandırmaları*

| **Düzey numaralandırmaları** | **Çalışma kodları** | **f** |
|---|---|---|
| 1-5 | E2, E3, E4, E8, E10, E12, E13, E14, E15, E16, E21, E22, E28, E31, E32, E34, E35, E36, E42, E44, E49, E50, E56, E57, E58, E59, E61, E62, E65, E68, E70, E73, E75, | 33 |
| 0-4 | E1, E5, E6, E11, E17, E18, E25, E29, E30, E33, E38, E39, E43, E45, E47, E51, E52, E54, E55, E64, E66, E67, E69, E72, E74, E77, E78, E79, E80 | 29 |
| 0-5 | E9, E37 | 2 |
| **Toplam** | | **64** |

Tablo 25 incelendiğinde 81 çalışmaların 33'ünde 1-5 sıralaması, 29'unda 0-4 sıralaması, 2 tanesinde ise 0-5 sıralaması kullanılmıştır. Van Hiele Teorisi'nin gelişimine çeşitli açılardan katkı sağlayan bilim adamlarından Burger ve Shaughnessy (1986), Crowley (1987) ve Fuys (1985) 0-4 düzey sıralmasını tercih etmişlerdir (E18, E25, E30). Nitekim bu alanın duayenlerinden olan ve van Hiele düşünme düzeyleri için test geliştiren Usiskin (1982) ve van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ve geometri becerilerinin geometri anlayışına kazandırılmasına katkı sağlayan Hoffer (1981) ise 1-5 düzey sıralamasını kullanmıştır (E75, E34). 0-5 düzey sıralamasını kullanan ise iki çalışmaya rastlanılmıştır (E9, E37).

*4.2.2.2.Van Hiele'nin İlk 5 Düzeyine Atanamayanlar İçin Oluşturulan Alt Düzeye Verilen İsimlendirmeler:* Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda oluşturulan alt düzeye verilen isimlendirmelere ilişkin veriler Tablo 26'da sunulmuştur.

**Tablo 26**

*İncelenen İngilizce Çalışmalarda Alt Düzeye Verilen İsimlendirmeler*

| **Düzeye verilen adlar** | **Çalışma kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Pre-Recognition | E9, E15, E37, E48 | 4 |
| Pre- Recognitive | E24 | 1 |
| **Toplam** | | **5** |

Tablo 26 incelendiğinde incelenen 81 İngilizce çalışmanın yalnızca 5 tanesinde alt düzeyin kullanıldığı ve bu düzeye verilen isimlendirmelerin hemen hemen aynı olduğu görülmüştür. Bunlardan daha çok tercih edilen isim ise Clements ve Battista (1992) tarafından kullanılan "Pre- Recognition" olmuştur.

*4.2.2.2.1. Van Hiele'nin "Visual Level" Olarak Adlandırdığı Düzeye Verilen İsimlendirmeler:* Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin orjinalde "Visual Level" olarak adlandırdığı düzeye hangi isimlendirmeleri verdiklerine ilişkin bilgiler Tablo 27'de sunulmuştur.

**Tablo 27**

*İncelenen İngilizce Çalışmalarda "Visual Level" İçin Kullanılan İsimlendirmeler*

| **Düzeye verilen adlar** | **Çalışma kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Visualization | E1, E2, E3, E4, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E22, E25, E27, E29, E32, E33, E38, E39, E40, E44, E45, E46, E47, E51, E54, E55, E57, E58, E59, E60, E61, E62, E64, E65, E67, E70, E71, E72, E74, E77, E78, E79, E80 | 49 |
| Recognition | E5, E6, E8, E9, E15, E19, E21, E23, E26, E28, E30, E31, E32, E34, E35, E36, E37, E46, E47, E48, E50, E52, E63, E68, E69, E73, E74, E75, E76 | 29 |
| Visual | E20, E21, E24, E37, E41, E42, E43, E49, E56, E66 | 10 |
| **Toplam** | | **88** |

İngilizce çalışmalar incelendiğinde van Hiele'nin aksine "Visualization Level" isimlendirmesinin daha sık kullanıldığı, bunu "Recognition Level"in takip ettiği görülmektedir. Fuys (1985), Usiskin (1982) gibi bu alanda önemli çalışmaları olan bilim adamları ise "Recognition Level"i kullanmayı tercih etmişlerdir (E30, E75). Bazı çalışmalarda (E9, E15, E32, E46, E47) ise iki düzey isimlendirilmesi "Recognition or Visualization", bazılarında (E21, E37) "Recognition/Visual" kullanıldığı görülmektedir.

*4.2.2.2.2. Van Hiele'nin "Descriptive Level" Olarak Adlandırdığı Düzeye Verilen İsimlendirmeler:* Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin orjinalde "Descriptive Level" olarak adlandırdığı düzeye hangi isimlendirmeleri verdiklerine ilişkin bilgiler Tablo 28'de sunulmuştur.

**Tablo 28**

*İncelenen İngilizce Çalışmalarda "Descriptive Level" İçin Kullanılan İsimlendirmeler*

| **Düzeye verilen adlar** | **Çalışma kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Analysis | E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E15, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E23, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E36, E38, E39, E40, E43, E44, E45, E46, E47, E48, E51, E52, E54, E55, E57, E58, E59, E60, E61, E63, E64, E65, E67, E68, E69, E70, E71, E72, E73, E74, E75, E76, E77, E78, E79, E80 | 68 |
| Descriptive | E8, E14, E15, E20, E24, E37, E41, E42, E46, E56, E66, E74 | 12 |
| Analytic | E24, E41, E50, E56 | 4 |

| | | |
|---|---|---|
| Analytical | E37, E49 | 2 |
| Description | E21, E62 | 2 |
| **Toplam** | | **88** |

Çalışmalar incelendiğinde van Hiele'nin aksine "Descriptive Level" in daha az tercih edildiği "Analysis Level" ın ise sıklıkla kulla nıldığı görülmüştür. Bu alana katkı sağlayan (E18, E25, E30, E34, E39, E63, E75) çalışmalarda "Analysis" düzey isimlendirmesini tercih etmişlerdir. Aynı zamanda tablo incelendiğinde tercih edilen isimlendirmelerin birbirleriyle yakın ilişkili (Analysis/ Analytic- Descriptive/ Description) oldukları da görülmektedir.

4.2.2.2.3. *Van Hiele'nin "Öncesinde Theoretical Level Sonrasında Informal Deduction" Olarak Adlandırdığı Düzeye Verilen İsimlendirmeler:* Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin orjinalde "Theoretical Level" olarak adlandırdığı düzeye hangi isimlendirmeleri verdiklerine ilişkin bilgiler Tablo 29'da sunulmuştur.

**Tablo 29**

*İncelenen İngilizce Çalışmalarda "Theoretical Level-Informal Deduction" İçin Kullanılan İsimlendirmeler*

| **Düzeye verilen adlar** | **Çalışma kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Informal Deduction | E1, E2, E3, E4, E6, E8, E9, E10, E11, E13, E15, E17, E25, E26, E29, E33, E43, E45, E46, E47, E49, E51, E54, E58, E61, E64, E65, E66, E67, E69, E71, E73, E74, E77, E78, E79, E80 | 37 |
| Abstraction | E7, E16, E18, E22, E27, E32, E37, E38, E39, E40, E41, E44, E55, E56, E57, E59, E60, E62, E70 | 19 |
| Ordering | E19, E21, E22, E23, E34, E35, E36, E46, E63, E68 | 10 |
| Order | E5, E8, E12, E15, E28, E32, E75, E76, E78 | 9 |
| Relational | E20, E21, E24, E37, E40, E50, E56 | 7 |
| Theoretical | E14, E42, E74 | 3 |
| Logıcal Orderıng | E30, E52 | 2 |
| Abstract | E24 | 1 |
| Relationship | E31 | 1 |
| Deduction Informal Logic | E72 | 1 |
| **Toplam** | | **90** |

İngilizce çalışmaların önemli bir bölümünde van Hiele'in de sonrasında kullandığı gibi "Informal Deduction" isimlendirmesinin sıklıkla tercih edildiği, bunu takiben "Abstraction" ve "Ordering" isimlendirmelerinin kullanıldığı görülmüştür. "Abstract", "Relationship" ve "Deduction Informal Logic" gibi düzey isimlendirmelerinin sadece birer çalışmada kullanıldıkları görülmektedir.

4.2.2.2.4. *Van Hiele'nin "Formal Logic" Olarak Adlandırdığı Düzeye Verilen İsimlendirmeler:* Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin orjinalde "Formal Logic" olarak adlandırdığı düzeye hangi isimlendirmeleri verdiklerine ilişkin bilgiler Tablo 30'da sunulmuştur.

**Tablo 30**

*İncelenen İngilizce Çalışmalarda "Formal Logic" İçin Kullanılan İsimlendirmeler*

| **Düzeye verilen adlar** | **Çalışma kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Deduction | E1, E5, E6, E7, E8, E9, E11, E12, E13, E15, E16, E18, E21, E22, E23, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E36, E38, E39, E40, E43, E44, E47, E50, E51, E52, E54, E55, E57, E58, E59, E60, E61, E62, E63, E64, E67, E68, E70, E71, E72, E74, E75, E76, E78, E79, E80 | 55 |
| FormalDeduction | E2, E3, E4, E10, E17, E25, E26, E37, E45, E46, E49, E65, E66, E69, E73, E77 | 16 |
| Formal Logic | E14, E20, E42 | 3 |
| Formal Deductive | E24, E56 | 2 |
| Induction | E19 | 1 |
| **Toplam** | | **77** |

Tablo 30 incelendiğinde bu düzeye sıklıkla "Deduction" isimlendirmesinin verildiği, bunu takiben "Formal Deduction" un kullanıldığı görülmektedir. Orijinal isimlendirmenin ise sadece 3 çalışmada kullanılması dikkat çekmektedir. "Induction" düzey isimlendirmesinin ise sadece bir çalışmada tercih edildiği de görülmektedir.

4.2.2.2.5. *Van Hiele'nin "The Nature of Logical Laws" Olarak Adlandırdığı Düzeye Verilen İsimlendirmeler:* Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin orjinalde "The Nature of Logical Laws" olarak adlandırdığı düzeye hangi isimlendirmeleri verdiklerine ilişkin bilgiler Tablo 31'de sunulmuştur.

**Tablo 31**

*İncelenen İngilizce Çalışmalarda "The Nature of Logical Laws" İçin Kullanılan İsimlendirmeler*

| **Düzeye verilen adlar** | **Çalışma kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Rigor | E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E23, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E32, E33, E34, E35, E36, E37, E38, E39, E40, E43, E44, E45, E46, E47, E49, E51, E52, E54, E55, E57, E58, E59, E60, E61, E62, E63, E64, E65, E66, E67, E68, E69, E70, E71, E72, E73, E74, E75, E76, E77, E78, E79, E80 | 44 |
| Mathematically Rigorous | E24, E56 | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| Axiomatics | E31, E50 | 2 |
| Accuracy | E29 | 1 |
| The Nature of Logical Laws | E42 | 1 |
| **Toplam** | | **50** |

Tablo 31 incelendiğinde orijinal isimlendirmenin yalnızca bir çalışmada kullanıldığı (E42), sıklıkla "Rigor" isimlendirmesinin tercih edildiği dikkat çekmektedir. "Mathematically Rigorous", "Axiomatics" ve "Accuracy" gibi isimlendirmelerin ise çok az çalışmada kullanıldığı da görülmektedir.

### 4.3. VHGDD Ölçmeye Yönelik Araçlar

Bir öğretmen, öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin başlangıç durumlarını belirlemeli ve ilerlemelerini değerlendirebilmelidir. Öğrencilerin hangi geometrik anlayışa sahip olduğuna dair kesin bir bilgi olmadan, planlanan öğretim öğrenci için uygun olmayabilir. Bu nedenle, öğretim başlamadan önce öğrencilerin van Hiele Teorisi'nde düzeylerinin değerlendirilmesi gereklidir.

Çok sayıda çalışma, öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeyini ölçmenin çeşitli yollarını belirtmiştir (Burger ve Shaughnessy, 1986; Fuys vd., 1988; Gutierrez ve Jaime, 1987; Gutierrez vd., 1991; Jaime ve Gutierrez, 1994; Mayberry, 1983; Pandiscio ve Knight, 2010; Usiskin, 1982). Bu çalışmaların her biri, geometrik düşünme düzeyini belirlemenin farklı yollarını önermektedir. Çalışmalar arasındaki farklılıkların bazıları çok küçükken, diğer çalışmalar çok farklıdır. Örneğin, bazı araştırmacılar çoktan seçmeli testleri kullanırken, diğerleri akıl yürütme yollarını da keşfedebilmek adına görüşmeleri kullanmaktadır.

Bu bölüm, daha önceki çalışmalarda önerilen van Hiele Teorisi için çeşitli değerlendirme yöntemleri sunmaktadır. Bu bağlamda ilk önce ülkemizde kullanılan ölçme-değerlendirme araçları tanıtılacaktır ve akabinde en sık kullanılan ölçme aracının dil ve anlaşılırlık bakımından öğretmen adayları ve lisansüstü öğretmenlerle yapılan görüşmelerin sonuçları sunulacaktır. Sonrasında uluslararası alanyazında kullanılan ölçme-değerlendirme araçlarından bahsedilip dünyada da büyük geçerlilik çemberine sahip Usiskin (1982) tarafından geliştirilen van Hiele testine yönelik alanyazındaki görüşler incelenecektir.

**4.3.1. Türkiye'de Kullanılan Ölçme Araçları:** Türkiye'de van Hiele geometrik düşünme düzeylerini belirlemede kullanılan ölçme araçları aşağıda tanıtılacaktır. Bunlar;

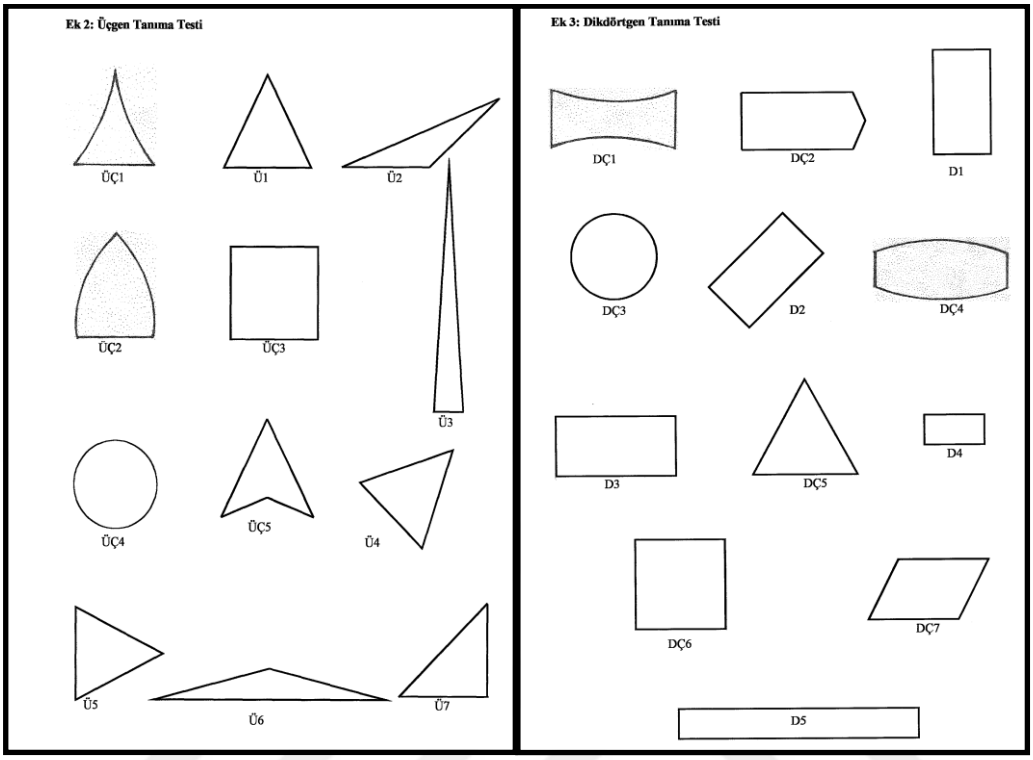
- Baki (2019); ilk defa 1994 yılında Baki tarafından, -Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini nicel olarak

belirleyebilmek amacıyla bugünde çok yaygın olarak kullanılan van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri Testi- Türkçe'ye çevrilmiştir. En güncel hali Matematiği Öğretme Bilgisi (2019) kitabının ekler bölümünde yer almaktadır (kişisel iletişim).

- Duatepe (2000); yüksek lisans tez çalışmasında-Usiskin (1982) tarafından geliştirilen van Hiele geometrik düşünme düzeyleri testini- Türkçe'ye uyarlayarak, geçerlilik ve güvenilirlik çalışmalarını yapmıştır. Çevirisi yapılan testin geçerlik ve güvenirlik katsayıları düzeylere göre sırasıyla .82, .51, .70, .72 ve .59 olarak hesaplanmıştır. Ayrıca tezde uygulanan testin Cronbach Alpa güvenirlik katsayısı düzeylere göre .44 olarak bulunmuştur.
- Erken çocukluk döneminde (3-6 yaş arası) çocukların geometri becerilerinin ölçülmesi için Aslan (2004) tarafından geliştirilen "Geometrik Şekilleri Tanıma Testi" üçgen, kare, daire ve dikdörtgen olmak üzere 4 boyuttan oluşmaktadır. Üçgen tanıma testinde 7 üçgen şekli ve 5 çeldirici olmak üzere 12 madde; dikdörtgen tanıma testinde 5 dikdörtgen şekli ve 7 çeldirici olmak üzere 12 madde; kare tanıma testinde 4 kare şekli ve 8 çeldirici olmak üzere 12 madde; daire tanıma testinde 5 daire şekli ve 7 çeldirici olmak üzere 12 madde bulunmaktadır. Testte toplam 48 madde bulunmaktadır. Çocuklar doğru cevap verdikleri her şekil için 1 puan, yanlış cevap verdikleri her şekil için 0 puan almaktadırlar. Çocuklar "Geometrik Şekilleri Tanıma Testi"nden en az "0", en fazla "48" puan alabilmektedirler. Ölçekte madde ayırt ediciliği .15'in altında madde bulunmadığı, madde güçlüklerinin .32 ile .99 arasında değiştiği görülmektedir. Madde ayırt ediciliği .20'nin altında olan bazı maddeler araştırmada önemli olduğu düşünüldüğünden bu maddelere testte yer verilmiştir. Ayrıca testin KR 20 değerleri üçgen tanıma testi için .80, dikdörtgen tanıma testi için .88, kare tanıma testi için .81 ve daire tanıma testi için .77 olarak bulunmuştur.

**Şekil 9**

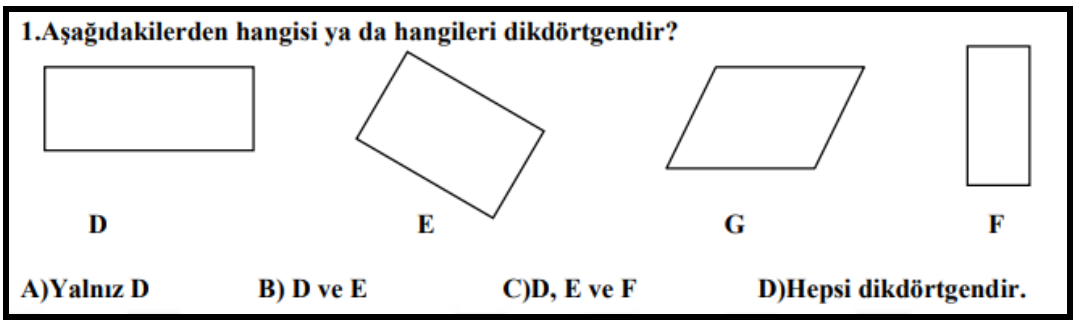
*Aslan (2004) Tarafından Geliştirilen "Geometrik Şekilleri Tanıma Testi" inde Yer Alan Üçgen ve Dikdörtgen Tanıma Testine Ait Soru Örnekleri*




- Alyeşil (2005) tarafından "Geometrik Düşünme Düzeyleri Ölçeği" geliştirilmiştir. Bu ölçek van Hiele Teorisi'ni temel alarak hazırlanmış olup, ölçeğin hazırlanma sürecinde van Hiele Geometri Testi'nden yararlanılmıştır. Hazırlanan ölçek 20 sorudan oluşmaktadır. Ölçekte geometrik düşünme düzeylerinin dört düzeyinin her birine ait 5 soru bulunmaktadır. Ölçek maddeleri uzman görüşleri doğrultusunda incelenmiştir. Ölçeğin alfa-güvenirlik katsayısı 0,81 olarak bulunmuştur.

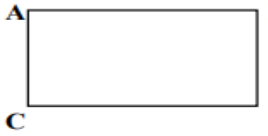
**Şekil 10**

*Düzey 1 Sorusuna Örnek*



*Düzey 2 Sorusuna Örnek*

**9.ABCD bir dikdörtgendir. Aşağıdaki hangi özellik her dikdörtgen için geçerlidir?**




**A)[AD] diktir [BC]**
**B)[AC] diktir [BD]**
**C)[AD] ve [CD] uzunlukları eşittir.**
**D)[AC] diktir [CD]**

*Düzey 3 Sorusuna Örnek*

**12.Tüm karelerde olup da eşkenar dörtgende olmayan özellik nedir?**
**A)Bütün kenarları eşittir.**
**B)Köşegenleri birbirine diktir.**
**C)Bütün açıları eşittir.**
**D)Köşegenler birbirini ortalar.**

*Düzey 4 Sorusuna Örnek*

**20. "Bir doğruya ait farklı üç noktadan yalnız biri diğer ikisinin arasındadır."**

**Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?**

**A) Aynı doğru üzerindeki üç noktadan yalnız biri iki nokta arasında olabilir.**
**B) Bir doğru üzerindeki farklı üç nokta aynı anda başka iki noktanın arasında kalamaz.**
**C) Bir doğru üzerindeki farklı üç noktadan en az bir tanesi diğer ikisinin arasında olabilir.**
**D) Aynı doğru üzerindeki farklı üç noktadan ikisinin arasında olan sadece bir nokta vardır.**

- Fidan (2009) doktora tez çalışmasında ilköğretim programında yapılan değişiklikler ve VHGT'nin ilköğretim düzeyine uygun olmaması gibi eleştirilere dayanarak ilköğretim öğrencileri için yeni bir ölçme aracı geliştirmiştir. Bu ölçme aracındaki geliştirilme sürecinde öncelikle alanyazın taraması yapılarak van Hiele düzeylerinin özellikleri belirlenmiş olup sonrasında bu düzeylerin belirleyicileri tespit edilmiştir. Ayrıca ilköğretim (1-5) programındaki geometri öğrenme alanına ait kazanımlar doğrultusunda araştırmacılar tarafından geliştirilmiş olan test maddeleri incelenmiştir. Sonrasında araştırmacılar tarafından ilk aşamada 86 soruluk van Hiele Teorisi'nin ilk üç düzeyini içeren test hazırlanmıştır. Hazırlanan testin kapsam geçerliği için uzman görüşleri alınmış ve sonrasında gerekli düzeltmeler yapılmış ve 82 soruluk test elde edilmiştir. Sonrasında testin eş zaman geçerliğini tespit etmek için Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye çevirisi yapılan VHGT ile arasındaki ilişkiye bakılmıştır. Yapılan analizler sonucunda iki test arasında anlamlı bir ilişki bulunmuştur ($r = 0.537$, $p<.01$). Aynı zamanda öğrencilerin VHGT'ne göre belirlenen düşünme düzeyleri ve geliştirilen testin düzeyleri arasında yüksek düzeyde, pozitif ve anlamlı

bir ilişki bulunmuştur (r = 0.864, p<.01). Testin güvenirlik çalışmasında KR20 güvenirlik katsayısı .90 olarak hesaplanmıştır. Aynı zamanda testin her bir düzeyinde KR20 güvenirlik katsayısı sırasıyla .84, .82 ve .67 olarak bulunmuştur. Geliştirilen testte düzeyler bazında güvenirlik katsayıları Usiskin (1982) çalışmasında bahsettiği görüşüne yakın çıkmıştır. Bu bağlamda bu testin geçerli ve güvenilir bir test olduğu görülmüştür. Başlangıçta 82 sorudan oluşan testten 11 soru çıkarılmış (madde ayırıcılık indisi(r) .20'den küçük olduğundan) ve zaman faktörününde etkisiyle 50 maddelik nihai son teste ulaşılmıştır. Nihai testin KR20 güvenirlik katsayısı .89 olarak hesaplanmış ve madde ayırıcıkları da .26 ile .53 arasında değişmektedir. Bu bağlamda geliştirilen testin geçerlik ve güvenirlik ölçütleri sağlanmaktadır.

Testin uygulanması ise 2 derslik süre zarfında testin de ikiye bölünmesi ile gerçekleştirilmiştir. Her bir bölümün ortalama 20-30 dakika içinde çözülmesi beklenmiştir. Testin içeriğindeki birinci bölümdeki; 1-10. sorular düzey 1, 11-20. sorular düzey 2 ve 21-25. sorular düzey 3'ü oluşturmaktadır. Bu bölümde düzey 1'deki sorular: kare, dikdörtgen, parelelkenar, eşkenar dörtgen, yamuk, üçgen; düzey 2'deki sorular: kare, dikdörtgen, parelelkenar, eşkenar dörtgen, yamuk, üçgen özellikleri ve düzey 3'deki sorular: kare ve dikdörtgen, kare, dikdörtgen ve paralelkenar, eşkenar dörtgen ve parelelkenar, üçgen özellikleri ve çıkarımları konularından oluşmaktadır.

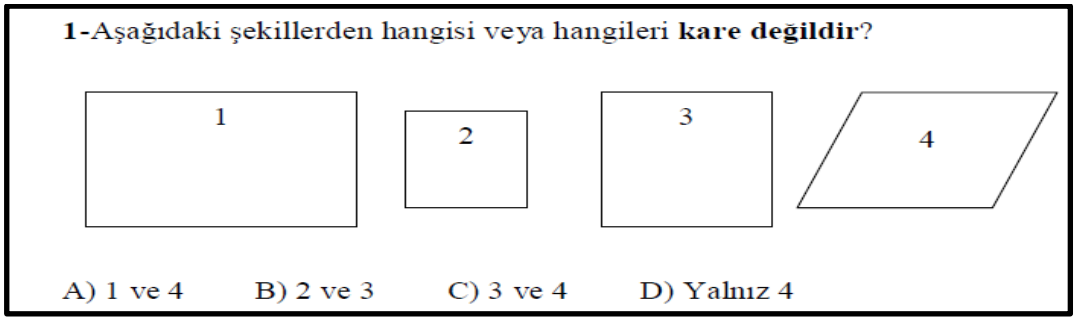
Testin içeriğindeki ikinci bölümdeki; 26-35. sorular düzey 1, 36-45. sorular düzey 2 ve 46-50. sorular düzey 3'ü oluşturmaktadır. Bu bölümde düzey 1'deki sorular: üçgen, çember, küp, dikdörtgenler prizması, kare prizma, piramit, üçgen prizma; düzey 2'deki sorular: üçgen, çember, küp, kare prizma, dikdörtgenler prizması, piramit özellikleri ve düzey 3'deki sorular: üçgen, çember ve daire, küp ve kare prizma, kare prizma ve dikdörtgenler prizma üçgen özellikleri ve çıkarımları konularından oluşmaktadır.

Geliştirilen bu testin değerlendirme kriteri ise; 1. ve 2. düzey sorularından 16; 3. düzey sorularından 8'den daha az soruya doğru cevap veren öğrenciye 0 puan; 1.düzey sorularından 16 veya daha fazla soruya doğru cevap veren öğrenciye 1 puan; 2. düzey sorularından 16 veya daha fazla soruya doğru cevap veren öğrenciye 2 puan ve 3.düzey sorularından 8'den daha az soruya doğru cevap veren öğrenciye 4 puan verilecek şekilde belirlenmiştir. Öğrencilerin ağırlıklı puanları ise her bir düzeyden aldıkları puanların toplamıyla oluşmaktadır. Örneğin 1. düzeyden en az 16 soruya doğru cevap veren bir öğrenci 1; 1. düzeyden en az 16, 2. düzeyden en az 16 soruya doğru cevap veren öğrenci 1+2=3 puan; 1.düzeyden en az 16, ikinci düzeyden en az 16; 3. düzeyden en az 8, soruya doğru cevap veren öğrenci 1+2+4=7 puan almaktadır. Eğer öğrenci 1. ve 2. düzeyle ilgili sorulardan 16; 3. düzeyle ilgili sorulardan 8'den daha az soruyu doğru cevaplamışsa o zaman 0 puan alacaktır.

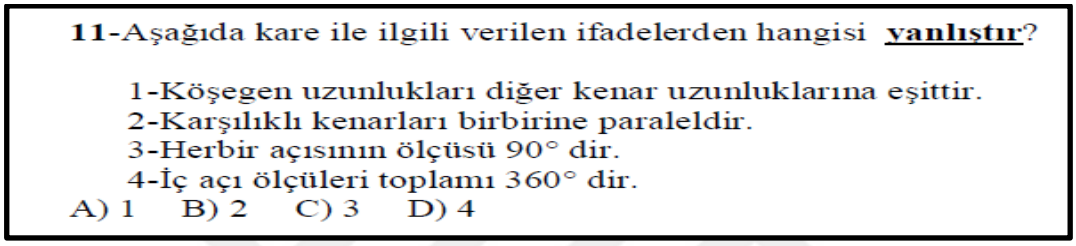
Fidan (2009) tarafından geliştirilen VHGT'inde yer alan soru örnekleri:

**Şekil 11**

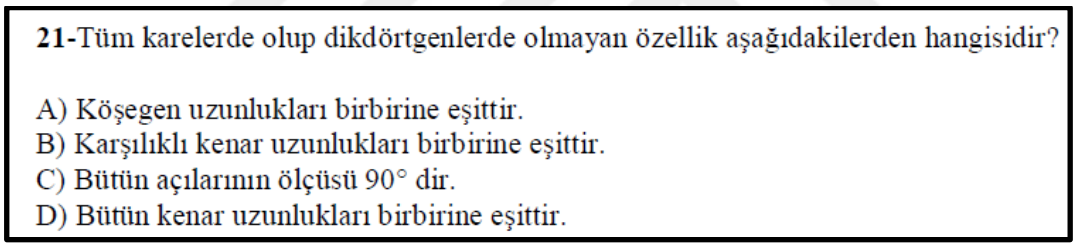
*Düzey 1 Sorusuna Örnek*




*Düzey 2 Sorusuna Örnek*




*Düzey 3 Sorusuna Örnek*




– Türkiye'de kullanılan bir diğer ölçme aracı da Özcan (2012) tarafından doktora tez çalışmasında ilkokul öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek amacıyla geliştirdiği testtir. Bu testin geliştirilmesinde aynı amaca yönelik olarak hazırlanmış olan Fidan (2009) testinde de yararlanılmak istenmiştir. İlköğretim öğrencileri için van Hiele Teorisi'nin ilk düzeyi kapsamında yapılandırılmak istenirken buna ilaveten oluşabilecek olağanüstü durumlar için dördüncü düzey sorularına da yer verilmiştir. Hazırlanan testte 54 çoktan seçmeli soru bulunmakta olup pilot çalışması da yapılmıştır. Bu testte yer alan soruların tamamı araştırmacıya ait olmayıp, 3 tanesi Usiskin (1982), 33 tanesi Fidan (2009) tarafından oluşturulmuş testlerden alınıp geriye kalan 18 sorusu da araştırmacı tarafından hazırlanmıştır.

Hazırlanan bu testte soru sayıları düzeylere göre sırasıyla 16, 16, 17 ve 5 şeklinde dağılım göstermektedir. Testte yer alan 54 çoktan seçmeli soru içinden, madde ayırıcılık indisi(r) .20'nin altında olan 4 soru testten çıkarılmıştır. Sonrasında gerekli düzeltmeler

yapılmış ve zaman faktörü de göz önüne alınarak soru sayıları azaltılmış ve 30 soruya indirilmiş olup teste son hali verilmiştir. Testin son halinde düzeylere göre soru sayıları 1. ve 4. düzeyden 5, 2. ve 3. düzeyden ise 10'ar soru olarak belirlenmiştir. Nihai testte, doğrular ve açılar, çokgenler, çember ve daire, eşlik benzerlik ve geometrik cisimler konuları ile ilgili sorulara yer verilmiştir. Testte yer alan soru çokluğu dikkate alınarak test ikiye bölünmüştür. Hazırlanan testlerde soru sayıları eşit olara bölünmüş ve düzeylere karşılık gelen sorular ikiye ayrılmış ve iki ayrı testte de eşit ağırlıkta yer verilmiştir.

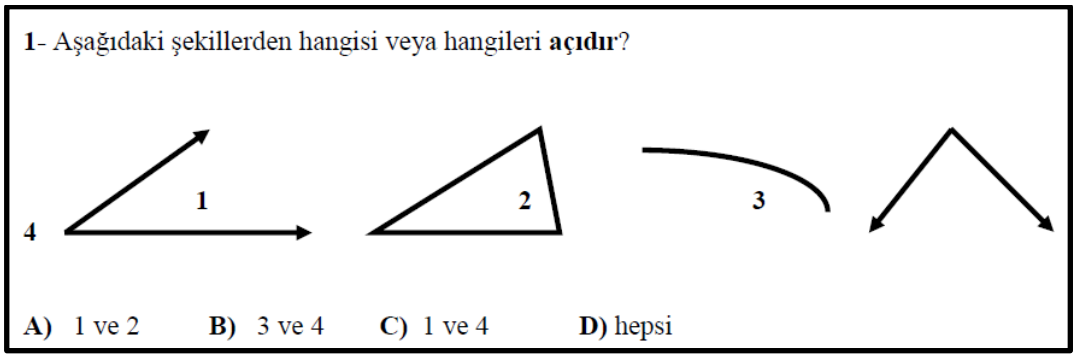
Geliştirilen bu testin değerlendirmesinde Usiskin (1982) tarafından kullanılan prosedür uygulanmıştır. Buna göre bu çalışmada kullanılan değerlendirme kriteri; 1. düzey sorularından 3; 2. ve 3. düzey sorularından 6; 4. düzey sorularından 3 yada daha fazla soruya doğru yanıt vermeyen öğrenciye 0 puan; 1. düzey sorulardan 3 yada daha fazla soruya doğru yanıt veren öğrenciye 1 puan; 2. düzey sorulardan 6 yada daha fazla soruya doğru yanıt veren öğrenciye 2 puan; 3. düzey sorulardan 6 yada daha fazla soruya doğru yanıt veren öğrenciye 4 puan; 4. düzey sorulardan 3 yada daha fazla soruya doğru yanıt veren öğrenciye 8 puan verilmiştir.

Öğrencilerin 1. düzeye atanması için 5 sorudan en az 3'ünü doğru yanıtlaması gerekmektedir. 2. düzeye atanması için 1. düzeyle ilgili sorulardan en az 3 ve 2. düzey sorulardan en az 6 tanesini doğru yanıtlaması gerekmektedir. 3. düzeye atanması için 1. düzey sorulardan en az 3, 2. ve 3. düzey sorulardan en az 6 sını doğru yanıtlaması gerekmektedir. 4. düzeye atanması için 1. düzeyden en az 3, 2. ve 3. düzeyden en az 6 ve 4. düzeyden en az 3 soruyu doğru yanıtlaması gerekmektedir.

Özcan (2012) tarafından geliştirilen VHGT'inde yer alan soru örnekleri:

**Şekil 12**

*Düzey 1 Sorusuna Örnek*



*Düzey 2 Sorusuna Örnek*

**6**-Aşağıda, doğru ile ilgili verilen ifadelerden hangileri **doğrudur**?

**1**- İki noktadan sadece bir doğru geçer.
**2**- Bir doğru küçük bir harf ile adlandırılabilir.
**3**- İki doğrunun hiç ortak noktaları yoksa bu doğrular paraleldir.
**4**- Noktadaş doğruların tümü bir noktadan geçerler.

A) 1 ve 4 B) 2 ve 4 C) 1, 2 ve 3 D) Hepsi

*Düzey 3 Sorusuna Örnek*

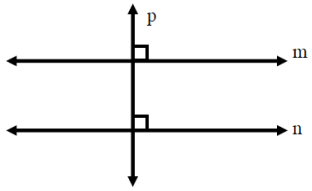
**16**- Nokta, doğru ve doğru parçası ile ilgili aşağıda verilen ifadelerden hangileri **doğrudur**?

**1**- Bir doğruya dışındaki bir noktadan istenilen sayıda paralel doğru çizilebilir.
**2**- Bir doğruya eşit uzaklıkta olan aynı taraftaki noktalar kümesi bu doğruya paralel bir doğru belirtir.
**3**- Bir doğru parçasının uçlarından eşit uzaklıkta bulunan noktalar bu doğru parçasını ortasından dik kesen doğru üzerindedir.
**4**- Bir noktadan doğruya çizilen doğru parçasının uzunluğu bu noktanın doğruya uzaklığıdır.

A) 1 ve 2 B) 2 ve 3 C) 3 ve 4 D) 1, 2 ve 4

*Düzey 4 sorusuna örnek*

**26**-




Yukarı şekilde, m ve p, n ve p doğrularının birbirine dik olduğu verilmiştir. Buna göre aşağıdaki cümlelerden hangisi ya da hangileri m doğrusunun n doğrusuna paralel olmasının nedeni olabilir?

1-Aynı doğruya dik olan iki doğru paraleldir.
2- İki paralel doğrudan birine dik olan doğru, diğerine de diktir.
3- Eğer iki doğru eş uzaklıktaysa paraleldir.

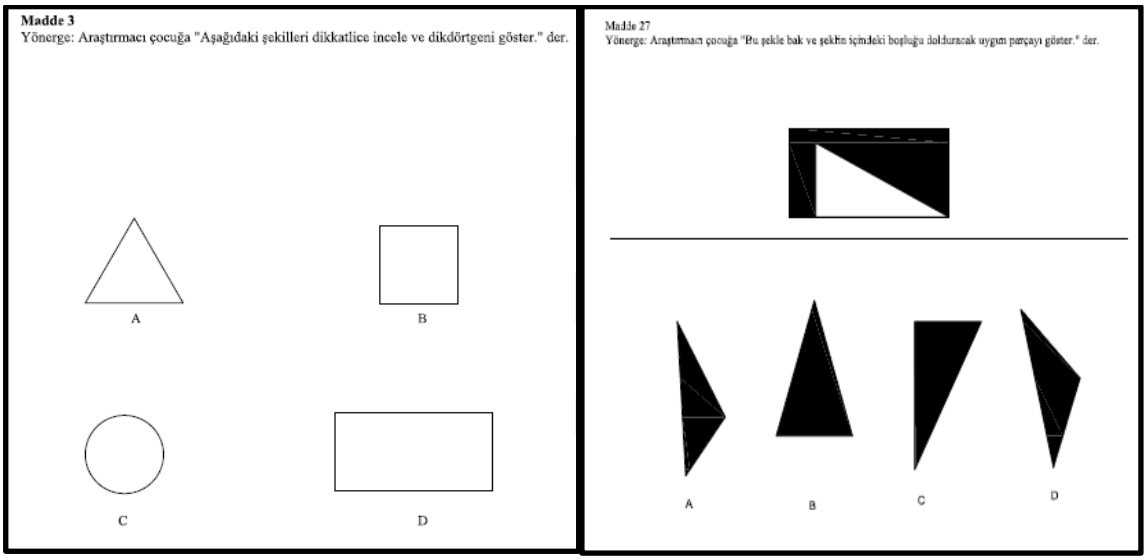
***A)** 1 **B)** 3 **C)** 1 ya da 2 **D)** 2 ya da 3

– Sezer (2015) tarafından 5-7 yaş grubundaki çocukların geometrik düşünme becerilerinin belirlenmesinde kullanılmak üzere "Erken Geometri Beceri Testi" geliştirilmiştir. Testin geliştirilmesinde temel olarak iki teorinin etkisi görülmektedir ("Topolojik Teori-Piaget" ve "Geometrik Düşünme Düzeyleri-van Hiele"). Testte yer alan sorular NCTM'nin belirlediği ve okul öncesi eğitimden 12. sınıfa kadar öğretimsel programlarda göz önünde bulundurulması gereken geometri standartları, Milli Eğitim Bakanlığı tarafından hazırlanan Okul Öncesi Eğitim Programı ve Matematik Dersi Öğretim

Programında (1-5. sınıflar) yer alan kazanım ve göstergeler temel alınarak hazırlanmıştır (MEB, 2009; 2013). Testin taslak formunda çocukların geometri becerilerinin ölçülmesi için araştırmacı tarafından çeşitli kaynaklardan faydalanılarak 65 maddeye yer verilmştir. Oluşturulan bu maddeler uzman görüşleri alınarak değerlendirilmiştir. Uzmanlardan elde edilen görüşler sonucunda geçerlik, güvenirlik çalışmaları da tamamlanmış olup nihai testte 42 maddeye yer verilmiş ve ve maddelerin puanlanması doğru-yanlış üzerine yapılandırılmıştır. Çocuklar ile bire bir uygulanan testin uygulama süresi yaklaşık olarak 30-45 dakika arasında değişim göstermiştir.

**Şekil 13**

*Sezer (2015) Tarafından Hazırlanan "Erken Beceri Geometri Testi"ne Ait Örnek Sorular*




Yukarıdaki şekilde Sezer (2015) tarafından geliştirilen testte yer alan Madde 3 ve Madde 27 sorularına ilişkin görsel yer almaktadır. Madde 3'te öğrencilerden dikdörtgeni bulmaları, Madde 27'de ise üstteki görselde boşluk olan kısmın aşağıdaki geometrik şekillerden hangisi ile doldurulabaileceğinin bulunması istenmiştir.

*4.3.1.1. Türkiye'de En Sık Kullanılan Ölçme Aracının Anlaşılabilirliğine Yönelik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri:* Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini ölçmek için Usiskin (1982) tarafından geliştirilen testin Türkiye'de Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlanması ve geçerlilik-güvenirlilik çalışmalarının yapılmış olması bu alanda yapılan araştırmalara hız kazandırmıştır. Araştırmacılar düzey belirleme testi için bu testi sıkça tercih etmişlerdir. Literatür incelendiğinde uyarlaması yapılan testin birtakım eleştirilere de maruz kaldığı görülmüştür (Gökbulut vd., 2010; Kaleli- Yılmaz ve Koparan, 2015). "Testin güvenilirliğinin düşük olması, Türkçe'ye çevirisindeki eksikliklerden olabileceği düşünüldüğünden, test bu şekli ile kullanılmamalı, çevirisi tekrar gözden geçirilmelidir"

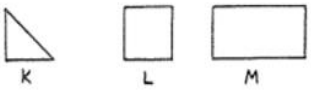
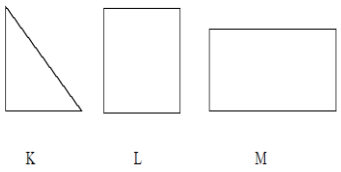
(Gökbulut vd., 2010, s.391). Bu nedenle teoriye ve testte yönelik olarak detaylı incelemelerin yapıldığı bu çalışmada bu durumdan yola çıkarak lisans eğitiminde bu konu ile ilgili dersler almış öğretmen adayları ve alanda çalışmaları bulunan lisansüstü öğretmenlerin uyarlanan bu testin anlaşılabilirliği hakkındaki görüşleri alınmıştır.

*1. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri:*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 1. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 32**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 1.Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 1. Which of these are squares?<br>(A) K only<br>(B) L only<br>(C) M only<br>(D) L and M only<br>(E) All are squares.<br><br> | 1- Aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri karedir?<br>a) Yalnız K<br>b) Yalnız L<br>c) Yalnız M<br>d) L ve M<br>e) Hepsi karedir.<br><br> |

**Tablo 33**

*1. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| L şekli dikdörtgen gibi durmaktadır daha düzgün verilebilir. | Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö10, Ö15, Ö18, Ö20, Ö21, Ö22, Ö23 | 14 |
| E seçeneğinde sadece "hepsi" demesi yeterlidir. | Ö1, Ö5, Ö6, Ö8, Ö10, Ö12, Ö13, Ö14, Ö16, Ö18, Ö20, Ö21, Ö23, | 13 |
| Soru kökünde "hangileri" demesi yeterlidir. | Ö1, Ö4, Ö5, Ö8, Ö10, Ö17, Ö20, Ö21, Ö23 | 9 |
| Soru cümlesi "Aşağıdaki geometrik şekillerden hangisi ya da hangileri karedir?" şeklinde olmalıdır. | Ö2, Ö3, Ö6, Ö7, Ö15, Ö16, Ö18, | 7 |
| Şekillerin kenar uzunlukları açıları veya paralel olup olmadıkları hakkında hiçbir veri yok, verilmelidir. | Ö7, Ö9, Ö12, Ö13, Ö16 | 5 |
| E seçeneğinde "K, L ve M" denmesi uygundur. | Ö2, Ö12, Ö16, Ö17, | 4 |

Yukarıdaki verilen tabloda öğretmenlerin geometrik şekil çizimlerine ilişkin görüşleri incelendiğinde "L şekli dikdörtgen gibi durmaktadır daha düzgün verilebilir. " ifadesi ve sorunun seçenekleri hakkındaki görüşlerinde ise "E seçeneğinde sadece "hepsi" demesi yeterlidir." ifadesinin daha fazla olduğu dikkat çekmektedir. Buna ilişkin olarak geometrik

şekil çizimlerine Ö5 kodlu öğretmen *"Şekillere ait temel özellikler belirtilmeli veya soru "kare olabilir", " Kareye benzemektedir?" Şeklinde sorulmalı. Örneğin karede dik açılar ve kenar eşitliği gibi. Çünkü bu şekilde sadece görsel düzeydeki öğrencilere yönelik bir soru gibi duruyor.L şekli dikdörtgen gibi durmaktadır daha düzgün verilebilir.",* Ö7 kodlu öğretmen *"Öğrenci, soruda verilen 4 kenarlı şekillerin kenarlarının eş uzunlukta ve birbirine dik olma durumunu kendi görsel muhakemesi ile belirleyecektir. Bu nedenle şekillerin kenar uzunluklarının ve diklik durumlarının çok belirgin şekilde çizilmesi gerekmektedir. Ancak L şekli M şeklinin döndürülmüş hali gibi algılanabilmektedir. Oysa ki Usiskin'in orijinal formunda L şeklinin kenar uzunlukları M şeklinden belirgin şekilde farklı çizilmiş ve L nin kenar uzunluklarının birbirine yakın ya da eşit olduğu düşünülebilmektedir. Bu nedenle Duatepe'de (2004) L şeklindeki kenar uzunlukları güncellenmelidir.",* Ö9 kodlu öğretmen *"Şekillerin kenar uzunlukları açıları veya paralel olup olmadıkları hakkında hiçbir veri yok.", Ö15 kodlu öğretmen "L şeklinde uzun ve kısa kenar gözle ayırt edilebilecek şekilde olduğu için hiçbiri kare gibi durmuyor. Van Hiele düzeylerinine uygunluğu bakımından baktığımızda ise L şekli bir kare olarak yani tüm kenarları eşit olarak çizilmezse 1. düzeyi ölçemez"* şeklinde görüş bildirmişlerdir. Soru cümlesinin nasıl olması gerektiğine dair görüşlerde Ö1, Ö4, Ö5, Ö8, Ö10, Ö17, Ö20, Ö21, Ö23 kodlu öğretmenler sadece "hangileri" yazılmasını yeterli bulurken; Ö2, Ö3, Ö6, Ö7, Ö15, Ö16, Ö18 kodlu öğretmenler "hangisi yada hangileri" kelime kalıbının kullanımını daha uygun ifade etmişlerdir. Birbirinden farklı görüşlerin olması düşündürücü bir durumdur. Nitekim E seçeneğinin "hepsi" olarak yazılması yönünde de görüş birliği olduğu görülmektedir.

**Tablo 34**

*1. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| "L" şekli dikdörtgen gibi durmakta, düzeltilmelidir. | ÖA1, ÖA2, ÖA3, ÖA4, ÖA5, ÖA6, ÖA10, ÖA11, ÖA13, ÖA14, ÖA16, ÖA18, ÖA21, ÖA22, ÖA23, ÖA24, ÖA25, ÖA26, ÖA27, ÖA29, ÖA31, ÖA32, ÖA34, ÖA35, ÖA37, ÖA38, ÖA39, ÖA40, ÖA41 | 29 |
| Soru cümlesinde "hangileri" demesi yeterlidir. | ÖA1, ÖA3, ÖA4, ÖA6, ÖA7, ÖA8, ÖA9, ÖA10, ÖA11, ÖA13, ÖA14, ÖA17, ÖA20, ÖA21, ÖA22, ÖA23, ÖA24, ÖA25, ÖA26, ÖA27, ÖA28, ÖA31, ÖA32, ÖA33, ÖA36, ÖA37, ÖA39, ÖA41 | 28 |
| "E" seçeneğinin "hepsi" olarak düzeltilmelidir. | ÖA1, ÖA3, ÖA4, ÖA6, ÖA10, ÖA11, ÖA13, ÖA14, ÖA16, ÖA17, ÖA18, | 28 |

| | | |
|---|---|---|
| | ÖA20, ÖA23, ÖA24, ÖA25, ÖA26, ÖA27, ÖA29, ÖA30, ÖA31, ÖA32, ÖA33, ÖA35, ÖA37, ÖA38, ÖA39, ÖA40, ÖA41 | |
| Seçeneklerde "hiçbiri" olacak şekilde düzenleme yapılabilir. | ÖA2, ÖA8, ÖA9 | 3 |
| Şıkların büyük harfle yazılması ve soru numaralarının yanına nokta konulması daha uygun olacaktır. | ÖA6, ÖA8 | 2 |
| Şekillerin üzerinde açılar belirtilebilir. | ÖA29 | 1 |
| Şekillerde kenar uzunlukları eş olan kenarlar işaretlenmelidir. | | |

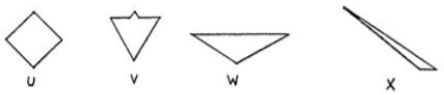
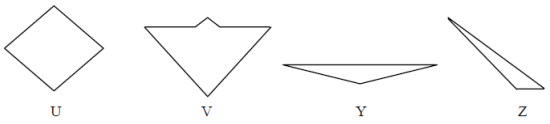
Yukarıda verilen tabloda öğretmen adaylarının geometrik şekil çizimlerine ait görüşleri incelendiğinde "L" şeklinin düzeltilmesine yönelik olarak önerilerde bulunduğu tespit edilmiştir. ÖA25 kodlu öğretmen adayı *"Verilen şekillerde L ve M nin dikdörtgenden ayırt edilebilmesi için kenar uzunlukları verilmeli ya da L şekli dikdörtgene benzemektedir, bu durum düzeltilmelidir."* ve ÖA35 kodlu öğretmen adayı *"L ve M şekilleri dikdörtgen gibi durmaktadır. En az birinin daha düzgün çizilmesi gerekir. Soru 0. van Hiele düzeyindedir. Bu düzeyde olan biri geometrik şekillerin en fazla isimlerini bilir. Bunu da şekle bakarak anlar. Yani her karenin aynı zamanda bir dikdörtgen olduğunu bilemez. Ancak soruda kare sormasına rağmen dikdörtgene benzer şekillere yer verilmiş. Şekiller düzgün çizilerek van Hiele düzeyine uygun hale getirilebilir."* geometrik şekil çizimindeki durumu bu şekilde dile getirmektedir. Ayrıca soru cümlesinde sadece "hangileri" ve E seçeneğinin de "hepsi" olarak yapılandırılmasını önermektedirler. Ayrıca ÖA29 kodlu öğretmen adayı ise soruda bulunan geometrik şekillerin açı ve kenar uzunluklarına dair bilgilerin verilmesi gerektiğini de dile getirmiştir.

*2. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 2. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 35**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 2.Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 2. Which of these are triangles?<br><br><br>(A) None of these are triangles.<br>(B) V only<br>(C) W only<br>(D) W and X only<br>(E) V and W only | 2- Aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri üçgendir?<br><br><br>a) Hiçbiri üçgen değildir.<br>b) Yalnız V<br>c) Yalnız Y<br>d) Y ve Z<br>e) V ve Y |

**Tablo 36**

*2. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| "A" seçeneği "hiçbiri" olarak düzeltilmelidir. | Ö1, Ö6, Ö8, Ö12, Ö13, Ö16, Ö18, Ö20, Ö21, Ö23 | 10 |
| Soru cümlesinde "hangileri" demesi yeterlidir. | Ö1, Ö5, Ö6, Ö8, Ö10, Ö17, Ö20, Ö21, Ö23 | 9 |
| Geometrik şekiller düzenlenmelidir. | Ö1, Ö8, Ö23 | 3 |
| Şıklarda "yalnız" ifadesi yerine "sadece" kullanılması daha iyi olabilir. | Ö5, Ö13 | 2 |
| A şıkkı "Şekillerden hiçbiri üçgen değildir." veya "Şekiller arasında üçgen yoktur." şeklinde düzenlenebilir. | Ö5, Ö14 | 2 |
| Seçeneklere "V, Y ve X" de konulmalıdır. | Ö10 | 1 |
| Şekillerin adlandırılmasında W yerine Y kullanılması Türkiye'de kullanılan alfabeye uygunluk yönünden daha anlaşılır olacaktır. | Ö12 | 1 |
| Seçeneklerin sırası değişebilir. | Ö16 | 1 |
| E seçeneği "V,Y ve Z" olacak şekilde düzenlenebilir. | Ö20 | 1 |

Yukarıda verilen tabloda 2. soruda öğretmenlerin sorunun seçeneklerine ilişkin görüşlerinde ""A" seçeneği "hiçbiri" olarak düzeltilmelidir." ve sorunun dil ve anlaşırlık bakımından "Soru cümlesinde "hangileri" demesi yeterlidir." düzeltme önerilerinin çoğunlukta olduğu görülmektedir. Ö1, Ö8 ve Ö23 kodlu öğretmenlerin soruda yer alan geometrik şekil çizimlerine dair iyileştirme önerileri de yer almaktadır. Ö1 kodlu öğretmen *"Y şeklinin kenarlarından biri eğri gibi durmaktadır daha düzgün verilebilir.",* Ö8 kodlu öğretmen *"Geometrik şekiller daha özenli çizilebilir"* ve Ö23 kodlu öğretmen *"V şekli üçgene benziyor,onu biraz daha büyüterek üçgen benzerliği azaltılabilir."* şeklindedir. Ayrıca Ö17 kodlu öğretmen *"U şekline dair seçenek bulunmaması o şeklin sorudaki anlamını ortadan*

*kaldırmaktadır."* şeklinde görüş belirtmektedir. Bu durumun sorunun güvenirliği ile birtakım soru işaretlerini de beraberinde getirdiği düşünülmektedir.

**Tablo 37**

*2. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Soru cümlesinde "hangileri" demesi yeterlidir. | ÖA1, ÖA4, ÖA6, ÖA7, ÖA8, ÖA9, ÖA10, ÖA14, ÖA17, ÖA19, ÖA20, ÖA21, ÖA22, ÖA23, ÖA24, ÖA25, ÖA26, ÖA27, ÖA28, ÖA31, ÖA32, ÖA33, ÖA35, ÖA36, ÖA37, ÖA39, ÖA41 | 27 |
| "A" seçeneği "hiçbiri" olarak düzeltilmelidir. | ÖA2, ÖA3, ÖA5, ÖA6, ÖA7, ÖA8, ÖA9, ÖA16, ÖA17, ÖA18, ÖA19, ÖA20, ÖA22, ÖA26, ÖA29, ÖA30, ÖA31, ÖA32, ÖA33, ÖA35, ÖA37, ÖA38, ÖA39, ÖA40, ÖA41 | 25 |
| Soruda verilen geometrik şekiller soru cümlesinin üst kısmında yer almalıdır. | ÖA29, ÖA35 | 2 |
| "Y" ve "Z" şekilleri çok basık çizilmiştir daha düzgünü çizilebilir. | ÖA8 | 1 |
| Şıkların büyük harfle yazılması ve soru numaralarının yanına nokta konulması daha uygun olacaktır. | ÖA6 | 1 |

Yukarıda verilen tabloya bakıldığında öğretmen adaylarının dil ve anlaşılırlık bakımından soru cümlesinin "Soru cümlesinde "hangileri" demesi yeterlidir." ve soru seçeneklerinden "A" seçeneği "hiçbiri" olarak düzeltilmelidir." şeklinde düzeltme önerilerinde bulunduğu görülmektedir. ÖA8 kodlu öğretmen adayı ise sorunun görselinde verilen geometrik şekil çiziminin nasıl olması gerektiğine dair görüşünü dile getirmektedir. ÖA8 kodlu öğretmen adayı *"Y ve Z şekilleri çok basık daha düzgün çizilebilirdi."* ve aynı zamanda *"U şeklinin üçgen olmadığı çok açıktır bu şekil yerine üçgeni daha çok andıran bir şekil tercih edilebilir."* düzeltme önerilerinde bulunduğu görülmektedir. ÖA7 kodlu öğretmen adayı ise *"U şekli verilmiş ancak şıklarda yer almıyor. U şekli yerine farklı bir üçgene benzer bir geometrik çizim konulabilirdi. Böylece soru daha karmaşık olacaktır."* şeklinde durumu dile getirmiş ve öneride bulunmuştur. ÖA12 kodlu öğretmen adayı *"Bence bu soruya bulunduğu van Hiele düzeyi dolayısıyla akılda canlanan ilk haliyle düzgün bir üçgen de eklenmeliydi. Verilen V şeklinin alakasız olduğunu düşünüyorum. Yine başta verilen şekillere yamuk da eklenebilirdi."* şeklinde görüşünü dile getirmektedir. ÖA35 kodlu öğretmen adayı "*Geometrik şekillerin çizimi uygun değildir. Çünkü van Hiele düzeylerine baktığımızda soru 0. düzeye göre hazırlanmış. Bu düzeydeki kişiler üçgeni sadece tabanı altta olacak şekilde*

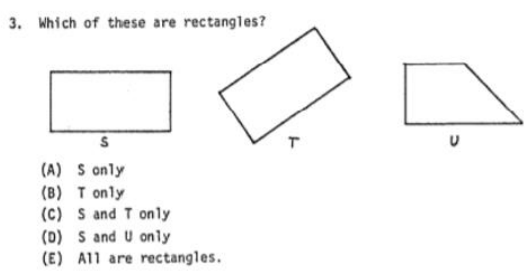
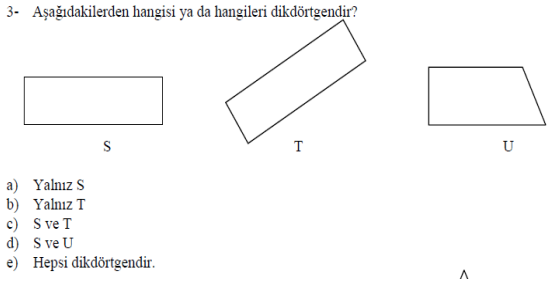
*düşünmektedir. Oysa soruda farklı tarzdaki üçgen çizimlerine yer verilmiş. Şekillerin daha uygun hale getirilmesi gerekir. Geometrik şekillerin soru cümlesi ile cevap seçeneklerinin arasında olması anlaşılırlık ve sorunun okunurluğu açısından uygun değildir. Bu nedenle şekillerin soru cümlesinin üst kısmında olması gerekir"* bu şekilde düzeltme önerisinde bulunmaktadır.

*3. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 3. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 38**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 3.Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
|  |  |

**Tablo 39**

*3. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| E seçeneği "hepsi" olarak düzeltilmelidir. | Ö1, Ö6, Ö8, Ö12, Ö14, Ö16, Ö18, Ö20, Ö21, Ö23 | 10 |
| Soru cümlesinde "hangileri" demesi yeterlidir. | Ö1, Ö5, Ö8, Ö10, Ö17, Ö20, Ö21, Ö23 | 8 |
| Dikdörtgene ait temel özellik şekillerde belirtilebilir veya soru "dikdörtgen olabilir" şeklinde sorulmalıdır. | Ö5, Ö8, Ö9 | 3 |
| Şıklarda "yalnız" ifadesi yerine "sadece" kullanılması daha iyi olabilir. | Ö5 | 1 |
| E seçeneği "S, T ve U" yada "S, T, U" formunda da olabilir | Ö12 | 1 |

Tablo incelendiğinde öğretmenler dil ve anlaşılırlık bakımından soru seçeneğini "E seçeneği "hepsi" olarak düzeltilmelidir." ve soru cümlesini "Soru cümlesinde "hangileri" demesi yeterlidir." şeklinde düzeltme önerilerini dile getirmişlerdir. Ö5 kodlu öğretmen

seçeneklerde "yalnız" ifadesi yerine "sadece" kullanılmasını; Ö12 kodu öğretmen ise E seçeneğinin "S, T ve U" ya da "S, T, U" formunda değiştirilebileceğini ifade etmiştir.

**Tablo 40**

*3. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| E seçeneği "hepsi" olarak düzeltilmelidir. | ÖA2, ÖA3, ÖA5, ÖA6, ÖA7, ÖA9, ÖA10, ÖA13, ÖA16, ÖA17, ÖA18, ÖA19, ÖA20, ÖA23, ÖA26, ÖA27, ÖA29, ÖA30, ÖA31, ÖA32, ÖA33, ÖA35, ÖA37, ÖA38, ÖA39, ÖA41 | 26 |
| Soru cümlesinde "hangileri" demesi yeterlidir. | ÖA1, ÖA4, ÖA6, ÖA7, ÖA8, ÖA9, ÖA14, ÖA17, ÖA19, ÖA20, ÖA21, ÖA22, ÖA23, ÖA24, ÖA25, ÖA26, ÖA27, ÖA28, ÖA31, ÖA32, ÖA33, ÖA35, ÖA36, ÖA37, ÖA39 | 25 |
| E şıkkında "hepsi dikdörtgendir." yerine "S, T ve U" şeklinde yazılmalıdır. | ÖA8, ÖA22, ÖA34, ÖA40 | 4 |
| Soruda verilen geometrik şekiller soru cümlesinin üst kısmında yer almalıdır. | ÖA29, ÖA35 | 2 |
| Geometrik şekillerinin açı ölçüleri ve kenar uzunlukları belirtilebilir. | ÖA25, ÖA29 | 2 |
| Şıkların büyük harfle yazılması ve soru numaralarının yanına nokta konulması uygundur. | ÖA6 | 1 |

Yukarıdaki tabloya ilişkin öğretmen adaylarının görüşleri incelendiğinde, dil ve anlaşılırlık bakımından sorunun seçeneklerinde "E seçeneği "hepsi" olarak düzeltilmelidir." ve soru cümlesinin "Soru cümlesinde "hangileri" demesi yeterlidir." önerilerinin olduğu dikkat çekmektedir. ÖA32 koldu öğretmen adayı *"Bu seviyedeki biri T şeklini dikdörtgen olarak görmeyebilir. T şeklinin tabanı aşağıda olacak şekilde verilebilir"* ÖA35 kodlu öğretmen adayı *"Geometrik şekillerin çizimi uygun değildir. Çünkü sorunun bulunduğu 0. düzeyde olan bireyler T şeklinin de bir dikdörtgen olduğunu anlayamazlar. Onlara göre dikdörtgen sadece S şeklinde göründüğü şekildedir."* şeklinde birbirlerine yakın görüş belirtmişlerdir.

ÖA6 kodlu öğretmen adayı ise soru seçeneklerinde yer alan harflerin büyük harfle yazılmasını ve numaralandırma işleminin ise nokta konularak yapılması gerektiğini dile getirmiştir.

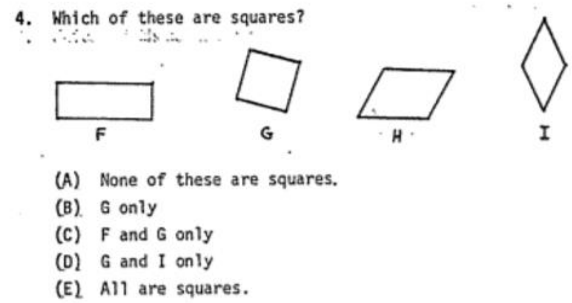
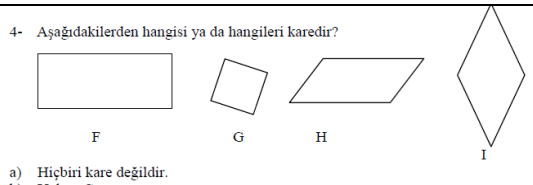
*4. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 4. sorusuna ilişkin

karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 41**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 4. Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
|  |  |

**Tablo 42**

*4. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| "E" seçeneği "hepsi" olarak düzeltilmelidir. | Ö1, Ö6, Ö8, Ö12, Ö14, Ö16, Ö17, Ö18, Ö20, Ö21, Ö23 | 11 |
| "A" şıkkında "hiçbiri" demesi yeterlidir. | Ö1, Ö6, Ö8, Ö12, Ö14, Ö16, Ö17, Ö18, Ö20, Ö21, Ö23 | 11 |
| Soru cümlesinde "hangileri" demesi yeterlidir. | Ö1, Ö8, Ö10, Ö17, Ö20, Ö21, Ö23 | 7 |
| G şeklinin tam olarak kareye benzetilmesi daha uygun olur. | Ö8, Ö12, Ö13, Ö16, Ö23 | 5 |
| Soruda kenar uzunlukları ve açılar verilmelidir. | Ö9 | 1 |
| Şıklarda "yalnız" ifadesi yerine "sadece" kullanılması daha iyi olabilir. | Ö5 | 1 |

Tablo incelendiğinde öğretmenlerin soru cümlesi ve seçeneklerine dair dil ve anlaşılırlık bakımından "soru cümlesinde "hangileri" demesi yeterlidir.", "E seçeneği "hepsi" olarak düzeltilmelidir." ve "A şıkkında "hiçbiri" demesi yeterlidir." düzeltme önerilerinin diğerlerine oranla daha fazla olduğu görülmektedir. Soru cümlesinin çoğunlukta olan düzeltme önerisine karşılık olarak Ö7 kodlu öğretmenin *"Sorudaki şekillerin kenar uzunluğu ve açı bilgileri verilmediği için L ve M şekillerinin dörtgen olduğu kesin olarak belirtilebilir ancak özel dörtgenlerden kare olup olmadığı hakkında net bir şey söylenemez, sadece fikir yürütülebilir. Bu nedenle soru kökünde "hangisi ya da hangileri kare olabilir?" şeklinde bir ifade kullanılması daha uygun olabilir."* şeklinde karşıt bir görüş içinde olduğu tespit edilmiştir. Geometrik şekil çizimleri konusunda Ö15 kodlu öğretmen *"Bu soru okulöncesi*

*grubuna uygulanırsa bile G şeklini kare olarak algılamada zorlanabilir ya da ileri düzeylerden birine uyguladığımızda G şeklinin kare olduğuna ilişkin sezgisel olmayan bir ispat sürecine girmesi beklenebilir bu nedenle bu soru için hem ilk hem de son düzeyleri de düşünerek ya diğer sorularda olduğu gibi biraz daha prototip bir örnek ya da kenar eşitliği vs gibi bir şekil kullanılabilir. Duatepenin 1. sorusuna baktığımızda bu soruda F şeklini bile kare olarak kabul edilebilceğine dikkat edilmelidir."* şeklinde görüşünü belirtmektedir.

Ayrıca Ö9 kodlu öğretmen, soruda geometrik şekillere ilişkin olarak kenar uzunluklarının ve açı ölçülerinin verilmesi gerektiğini dile getirmektedir. Ö5 kodlu öğretmen ise soru seçeneklerinde "yalnız" ifadesi yerine "sadece" kelimesinin kullanımının daha uygun olduğunu belirtmektedir.

**Tablo 43**

*4. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| "E" seçeneği "hepsi" olarak düzeltilmelidir. | ÖA2, ÖA3, ÖA4, ÖA5, ÖA6, ÖA7, ÖA9, ÖA10, ÖA13, ÖA17, ÖA18, ÖA19, ÖA20, ÖA23, ÖA25, ÖA26, ÖA27, ÖA29, ÖA30, ÖA31, ÖA33, ÖA35, ÖA37, ÖA38, ÖA39, ÖA41 | 26 |
| Soru cümlesinde "hangileri" demesi yeterlidir. | ÖA1, ÖA4, ÖA6, ÖA7, ÖA8, ÖA9, ÖA17, ÖA19, ÖA20, ÖA21, ÖA22, ÖA23, ÖA24, ÖA25, ÖA26, ÖA27, ÖA28, ÖA31, ÖA32, ÖA33, ÖA35, ÖA36, ÖA37, ÖA39, ÖA40 | 25 |
| "A" şıkkında "hiçbiri" demesi yeterlidir. | ÖA4, ÖA5, ÖA6, ÖA7, ÖA8, ÖA9, ÖA16, ÖA17, ÖA18, ÖA19, ÖA20, ÖA22, ÖA23, ÖA26, ÖA29, ÖA30, ÖA31, ÖA32, ÖA33, ÖA35, ÖA37, ÖA38, ÖA39, ÖA41 | 24 |
| Geometrik şekiller daha net çizilebilir (G ve I). | ÖA10, ÖA12, ÖA13, ÖA20, ÖA21, ÖA30, ÖA32, ÖA35, ÖA38, | 9 |
| E seçeneği "F, G, H ve I" şeklinde yazılabilir. | ÖA8, ÖA22, ÖA34 | 3 |
| Soruda verilen geometrik şekiller soru cümlesinin üst kısmında yer almalıdır. | ÖA29, ÖA35 | 2 |
| Şıkların büyük harfle yazılması ve soru numaralarının yanına nokta konulması daha uygun olur. | ÖA6, ÖA8 | 2 |

Yukarıda verilen tabloya bakıldığında öğretmen adaylarının dil ve anlaşılırlık bakımından soru cümlesi ve seçeneklerine ait görüşlerinde "Soru cümlesinde "hangileri" demesi yeterlidir.", "E seçeneği "hepsi" olarak düzeltilmelidir." ve "A şıkkında "hiçbiri" demesi yeterlidir." yer almaktadır. Geometrik şekillerin çizimleri konusunda ise ÖA12 kodlu

öğretmen adayı *"Bu soruda şekillerin net olmadığını düşünüyorum. Özellikle I şekli döndürülmüş kare mi yoksa paralelkenar mı belli değil. Çizimler daha net olabilirdi.",* ÖA20 kodlu öğretmen adayı *"Şekillerin birbiriyle boyut olarak orantılı konulması daha kolay algılanabilmesi için ve estetik açıdan da daha iyi olur.",* ÖA21 kodlu öğretmen adayı *"I şekli kafa karışıklığı yaratabilir. Bu yüzden o şekil değiştirilmelidir.".* ÖA32 kodlu öğretmen adayı *"Bu seviyedeki kişi G şeklini kare olarak görmeyebilir. G şeklinin tabanı düz olacak şekilde verilebilir.",* ÖA35 kodlu öğretmne adayı *"Geometrik şekillerin çizimi, G şeklinin daha düzgün çizilmesi halinde uygun olacaktır. Bakıldığında G şekli de kare olarak gözüküyor ancak sorunun bulunduğu düzeydeki biri onun kare olduğundan habersizdir. Bu düzeydeki bireyler kareyi düz haliyle bilmektedir."* şeklinde görüşlerini dile getirmişlerdir.

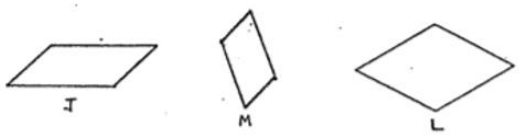
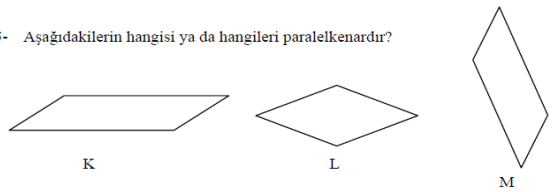
Ayrıca ÖA29 ve ÖA35 kodlu öğretmen adayı ise soruda yer alan geometrik şekillerin soru cümlesinin üst kısmında yer alması gerektiğini ifade etmektedir. ÖA6 ve ÖA8 kodlu öğretmen adayları ise; soru seçeneklerindeki harflerin büyük olarak yazılması gerektiğini ve soru numaralarının yanına nokta konulması gerektiğiyle ilgili düzeltme önermektedirler.

*5. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 5. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 44**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 5. Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 5. Which of these are parallelograms?<br><br><br>(A) J only<br>(B) L only<br>(C) J and M only<br>(D) None of these are parallelograms.<br>(E) All are parallelograms. | 5- Aşağıdakilerin hangisi ya da hangileri paralelkenardır?<br><br><br>a) Yalnız K<br>b) Yalnız L<br>c) K ve M<br>d) Hiçbiri paralel kenar değildir.<br>e) Hepsi paralel kenardır. |

**Tablo 45**

*5. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| D şıkkında "hiçbiri" demesi yeterlidir. | Ö1, Ö6, Ö8, Ö12, Ö13, Ö14, Ö16, Ö17, Ö18, Ö20, Ö21, Ö23 | 12 |
| E seçeneği "hepsi" olarak düzeltilmelidir. | Ö1, Ö6, Ö8, Ö12, Ö13, Ö14, Ö16, Ö18, Ö20, Ö21, Ö23 | 11 |
| Soru cümlesinde "hangileri" demesi yeterlidir. | Ö1, Ö8, Ö10, Ö17, Ö20, Ö21, Ö23 | 7 |
| Paralelkenar birleşik yazılır. Bunun düzeltilmesi gereklidir. | Ö2, Ö12 | 2 |
| K harfi yerine orijinal soruya uygun olması adına J harfi kullanılabilir. | Ö2 | 1 |
| Şıklarda "yalnız" ifadesi yerine "sadece" kullanılması daha iyi olabilir. | Ö5 | 1 |
| L şeklinin paralelkenar mı yoksa eşkenar dörtgen mi olduğu ayırt edilemiyor, ilgili düzeltme yapılabilir. | Ö6 | 1 |
| Geometrik şekiller soruyla orantısız şekilde verilmiştir, düzeltilebilir. | Ö8 | 1 |
| Soru kökünde yer alan şekillerde açı, kenar veya paralellik bilgisi yoktur, verilebilir. | Ö9 | 1 |
| D seçeneği ile A seçeneği yer değiştirilmelidir. | Ö22 | 1 |

Yukarıdaki tabloya bakıldığında öğretmenlerin sorunun dil ve anlaşılırlık bakımından uygunluğuna dair görüşlerinde seçeneklerin, "D şıkkında "hiçbiri" demesi yeterlidir." ve "E seçeneği "hepsi" olarak düzeltilmelidir."; soru cümlesinin ise "Soru cümlesinde "hangileri" demesi yeterlidir." şeklinde olduğu görülmektedir. Soru cümlesinin yapılandırılmasına yönelik olarak Ö7 kodlu öğretmenin *"Soru köküne paralelkenar olabilir? Şeklinde ifadenin eklenmesi önerilmektedir. Çünkü her ne kadar görsel muhakeme ile paralele kenar olduğuna karar versek de kesin bir yargıda bulunmak için karşılıklı kenarların paralelliği gerekli ölçümlerle desteklenmelidir."* şeklinde görüşüne yer verilmiştir.

Ayrıca Ö2 kodlu öğretmenin sorunun orijinalinde verilen harflerin kullanılmasının; Ö5 kodlu öğretmenin seçeneklerde "yalnız" yerine "sadece" ifadesinin kullanımının daha yerinde olacağına dair görüşleri mevcuttur. Aynı zamanda soruda yer alan geometrik şekil çizimlerine dair birtakım düzeltme önerilerinin de olduğu görülmektedir. Ö6 kodlu öğretmen "L" şeklinin hangi geometrik şekil olduğunun belirlenmesinde yaşanan güçlükten, Ö8 kodlu öğretmen soruyla görselin orantısız olarak verilmesinden ve Ö9 kodlu öğretmen ise geometrik

şekillere ait açı ölçüsü, kenar uzunluğu ve pararellik bilgilerininin olmamasına dair görüşlerini dile getirmektedir.

**Tablo 46**

*5. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| E seçeneği "hepsi" olarak düzeltilmelidir. | ÖA2, ÖA3, ÖA4, ÖA5, ÖA6, ÖA7, ÖA9, ÖA10, ÖA13, ÖA17, ÖA19, ÖA20, ÖA23, ÖA26, ÖA27, ÖA28, ÖA30, ÖA31, ÖA32, ÖA33, ÖA35, ÖA37, ÖA39, ÖA41 | 24 |
| Soru cümlesinde "hangileri" demesi yeterlidir. | ÖA1, ÖA4, ÖA6, ÖA7, ÖA8, ÖA14, ÖA17, ÖA19, ÖA20, ÖA21, ÖA22, ÖA23, ÖA24, ÖA25, ÖA27, ÖA28, ÖA31, ÖA32, ÖA33, ÖA37, ÖA39, ÖA40, ÖA41 | 23 |
| D şıkkında "hiçbiri" demesi yeterlidir. | ÖA2, ÖA3, ÖA4, ÖA5, ÖA7, ÖA9, ÖA13, ÖA14, ÖA17, ÖA18, ÖA20, ÖA23, ÖA26, ÖA28, ÖA31, ÖA32, ÖA33, ÖA35, ÖA37, ÖA38, ÖA39 | 21 |
| Geometrik şekiller daha net çizilebilir (K, L, M). | ÖA1, ÖA7, ÖA12, ÖA24, ÖA32, ÖA33, | 6 |
| Şıkların büyük harfle yazılması ve soru numaralarının yanına nokta konulması uygundur. | ÖA6, ÖA8 | 2 |
| Şekillerdeki paralellikler ve açılar gösterilmelidir. | ÖA25, ÖA29 | 2 |
| Soruda verilen geometrik şekiller soru cümlesinin üst kısmında yer almalıdır. | ÖA29, ÖA35 | 2 |
| E seçeneği "K, L, M" şeklinde yazılabilir. | ÖA17 | 1 |

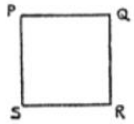
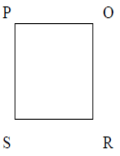
Tablo incelendiğinde öğretmen adaylarının sorunun dil ve anlaşılırlık bakımından soru cümlesi ve seçeneklerine dair düzeltme önerilerinin "Soru cümlesinde "hangileri" demesi yeterlidir." ve "E seçeneği "hepsi" olarak düzeltilmelidir." ve "D şıkkında "hiçbiri" demesi yeterlidir." şeklinde olduğu görülmektedir. Ayrıca ÖA6 ve ÖA8 kodlu öğretmen adaylarının soru seçeneklerinde yer alan harflerin büyük yazılması ve soru numaralandırılmalarının nokta konularak yazılması gerektiğine dair görüşlerini ifade etmişlerdir. ÖA25 ve ÖA29 kodlu öğretmen adayları ise verilen geometrik şekillerin açı ölçülerinin ve paralelliklerinin verilmesi gerektiğini; ÖA29 ve ÖA35 kodlu öğretmen adayları ise soruda yer alan geometrik şekillerin soru cümlesinin üst kısmında yer alması gerektiğini dile getirmişlerdir. ÖA17 kodlu öğretmen adayı ise "hepsi paralelkenardır" olan E seçeneğinin "K, L, M" şeklinde düzeltilmesi önerisinde bulunmuştur.

*6. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen Usiskin (1982) tarafından hazırlanan orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılan testin 6. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ve öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 47**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 6. Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 6. PQRS is a square.<br>Which relationship is true in all squares?<br>(A) $\overline{PR}$ and $\overline{RS}$ have the same length.<br>(B) $\overline{QS}$ and $\overline{PR}$ are perpendicular.<br>(C) $\overline{PS}$ and $\overline{QR}$ are perpendicular.<br>(D) $\overline{PS}$ and $\overline{QS}$ have the same length.<br>(E) Angle Q is larger than angle R.<br> | 6- PORS bir karedir.<br>Aşağıdakilerden hangi özellik her kare için doğrudur?<br>a) [PR] ve [RS] eşit uzunluktadır.<br>b) [OS] ve [PR] diktir.<br>c) [PS] ve [OR] diktir.<br>d) [PS] ve [OS] eşit uzunluktadır.<br>e) O açısı R açısından daha büyüktür.<br> |

**Tablo 48**

*6. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Soruda yer alan geometrik şekil biraz daha kareye benzetilebilirdi. | Ö3, Ö6, Ö8, Ö10 | 4 |
| Soru kökünde bulunan "her" kelimesi kalkmalıdır. | Ö1, Ö2, Ö20, Ö223 | 4 |
| Dil ve anlaşılırlık bakımında B cevap seçeneğinde "[OS] ve [PR] diktir." yerine "[OS] ve [PR] birbirini dik keser." ifadesi kullanılmalıdır. | Ö7, Ö12, Ö20 | 3 |
| Alfabemizde bulunan harfleri sıralı şekilde kullanarak vermesi daha iyi olabilir. | Ö4, Ö12, | 2 |
| Seçenekte verilen OS ve PR doğrularının da verilen şekil üzerinde gösterilmesi uygun olur. | Ö6, Ö17, | 2 |
| E seçeneğinde "açılar" değil de "açıların ölçüleri" karşılaştırılması daha uygun olacaktır. | Ö12, Ö17 | 2 |
| A, B, C ve D seçeneklerinde bulunan"[]" sembolleri kullanılmamalıdır. | Ö1 | 1 |
| E seçeneğinde "O açısı" yazmak yerine "s($P\hat{O}R$)" tercih edilebilir. | Ö10 | 1 |

Yukarıda verilen tablo incelendiğinde öğretmenlerin dil ve anlaşılırlık bakımından soru cümlesi için önerilerinde "Soru kökünde bulunan "her" kelimesi kalkmalıdır." görüşü yer almaktadır. Aynı zamanda soruda yer alan geometrik şekiller için "Geometrik şekil çizimi olarak çizilen şekil biraz daha kareye benzetilebilirdi." şeklinde düzeltme önerilerini dile getirmişlerdir. Ö1 kodlu öğretmen seçeneklerdeki doğru parçası sembolünün kullanılmaması

gerektiğini dile getirirken; Ö10 kodlu öğretmen ise açıyı belirtirken "O açısı" yerine bu açıyı sembolle kullanmanın daha uygun olduğunu belirtmiştir. Bu iki farklı görüşün öğretmenler tarafından verilmesi dikkat çekicidir.

**Tablo 49**

*6. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Soru cümlesi yeterince anlaşılır değildir, düzeltilebillir. | ÖA2, ÖA5, ÖA6, ÖA7, ÖA8, ÖA11, ÖA16, ÖA17, ÖA19, ÖA21, ÖA25, ÖA26, ÖA31, ÖA32, ÖA33, ÖA35, ÖA37, ÖA38, ÖA39 | 19 |
| Şekil dikdörtgen gibi durmaktadır daha düzgün verilebilir. | ÖA1, ÖA4, ÖA6, ÖA7, ÖA8, ÖA9, ÖA13, ÖA14, ÖA16, ÖA18, ÖA20, ÖA23, ÖA24, ÖA32, ÖA33, ÖA38 | 16 |
| B ve C şıklarında "birbirine diktir" ifadesinin kullanılması daha uygun olur. | ÖA2, ÖA16, ÖA17, ÖA18, ÖA22, ÖA27, ÖA31, ÖA35, ÖA39 | 9 |
| A ve D seçeneği birbirine paralel seçenekler olduğundan birinin düzenlenmesi daha uygun olur. | ÖA3, ÖA11, ÖA41 | 3 |
| E şıkkında "daha" kelimesi kaldırılmalıdır. | ÖA4, ÖA20, ÖA32 | 3 |
| E seçeneğinde "O açısının ölçüsü" ve "R açısının ölçüsü" ifadesi kullanılmalıdır. | ÖA35 | 1 |
| Şıkların büyük harfle yazılması ve soru sayılarının yanına kesme işareti değil de nokta konulması uygun olur. | ÖA6 | 1 |

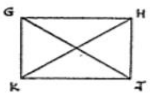
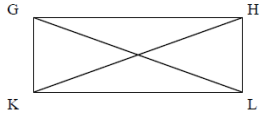
Yukarıda verilen tabloda öğretmen adaylarının dil ve anlaşılırlık bakımından soru cümlesi için "Soru cümlesi yeterince anlaşılır değildir, düzeltilebillir." görüşünün çoğunlukta olması dikkat çekicidir. Ayrıca geometrik şekil çizimleri için "Şekil dikdörtgen gibi durmaktadır daha düzgün verilebilir" şeklinde görsel açıdan sıkıntılı bir durumun olduğu dile getirilmektedir. ÖA35 kodlu öğretmen adayı "E" seçeneğinde sadece "açı" değil "açı ölçüsü" şeklinde ifadenin yazılması gerektiğini; ÖA6 kodlu öğretmen adayı ise soruda yer alan şıkların büyük harfle verilmesi gerektiğini ve numaralandırma işleminin nokta konularak gösterilmesi gerektiğini ifade etmektedir.

*7. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 7. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 50**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 7. Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 7. In a rectangle GHJK, $\overline{GJ}$ and $\overline{HK}$ are the diagonals.<br><br><br>Which of (A)-(D) is not true in every rectangle?<br>(A) There are four right angles.<br>(B) There are four sides.<br>(C) The diagonals have the same length.<br>(D) The opposite sides have the same length.<br>(E) All of (A)-(D) are true in every rectangle. | 7- Bir GHJK dikdörtgeninde, [GL] ve [HK] köşegendir. Buna göre aşağıdakilerden hangisi her dikdörtgen için doğrudur?<br><br><br>a) 4 dik açısı vardır.<br>b) 4 kenarı vardır.<br>c) Köşegenlerinin uzunlukları eşittir.<br>d) Karşılıklı kenarların uzunlukları eşittir.<br>e) Seçeneklerin hepsi her dikdörtgen için doğrudur. |

**Tablo 51**

*7. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Soru kökünde GHJK geçiyor. Ancak şekil üzerinde J harfi bulunmamaktadır. Bu nedenle şekil üzerindeki harflerle sözel anlatımda aynı harfler kullanılmalıdır. | Ö1, Ö2, Ö8, Ö9, Ö13 | 5 |
| A ve B seçeneklerindeki sayılar rakamla değil yazıyla yazılmalıdır. | Ö1, Ö4, Ö10, Ö14, Ö23 | 5 |
| Soru sorulma şekli orjinalinden farklıdır. Her dikdörtgen için doğru değildir şeklinde yazılmalıdır. (Ancak cevap seçeneklerine bakıldığında bu şekilde çevrilmesi daha uygun gözükmektedir) | Ö2, Ö11, Ö12 | 3 |
| Soru kökünde bulunan "her" kelimesi kalkmalıdır, E seçeneğinde sadece "hepsi" demesi yeterlidir. | Ö1 | 1 |
| Köşegen uzunluklarının birbirine eşit olup olmadığını şekil üzerinde vermelidir. | Ö6 | 1 |
| Soruda geometrik şekil kullanılmasına gerek yoktur. | Ö20 | 1 |
| Giriş bilgisinden sonra şekil verilmeli, soru cümlesi ise şıkların üzerinde yer almalıdır. | Ö22 | 1 |

Verilen tablo incelendiğinde öğretmenlerin 7. soruya ilişkin görüşlerinde dil ve anlaşılırlık bakımından "Soru kökünde GHJK geçiyor. Ancak şekil üzerinde J harfi bulunmamaktadır. Bu nedenle şekil üzerindeki harflerle sözel anlatımda aynı harfler kullanılmalı." düzeltme önerisinin ağırlıkta olduğu görülmektedir. Buna karşılık Ö7 kodlu öğretmen *"Soru genel bir yargı üzerine değerlendirme yapmayı gerektirdiğinden dikdörtgen*

*şeklinin verilmesi gereksizdir. Aynı zamanda dikdörtgendeki köşelerin ve köşegenlerin isimlerini belirtmenin de bir önemi olmadığı düşünülmektedir. Bu nedenle soruda sadece " Aşağıdakilerden hangisi her dikdörtgen için doğrudur?" ifadesinin kullanılması yeterli olacaktır."*şeklinde görüşünü belirtmektedir.

Aynı zamanda sorunun A ve B seçeneklerinde yer alan sayıların rakamla değil yazıyla yazılması gerektiği de çoğunlukta olan düzeltme önerisidir. Ö1 kodlu öğretmenin soru cümlesindeki "her" kelimesinin kalkması gerektiği ve seçenekler için E seçeneğinin "hepsi" olarak düzeltilmesinde dair görüşleri yer almaktadır. Ö6 kodlu öğretmen ise köşegen uzunluklarının eşit olup olmadığını şekil üzerinde gösterilmesi gerektiği; Ö20 kodlu öğretmenin soru için şekil kullanımına gerek olmadığını ve Ö22 kodlu öğretmenin ise soruda geçen geometrik şeklin giriş bilgisinden sonra verilmesi gerektiğine ilişkin görüşlerini dile getirmektedir.

**Tablo 52**

*7. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Soru cümlesinde GHJK dikdörtgeni denilmiş ama şekilde GHLK dikdörtgeni verilmiş. J yerine L harfi yazılmalıdır. | ÖA7, ÖA14, ÖA18, ÖA20, ÖA22, ÖA27, ÖA29, ÖA30, ÖA32, ÖA33, ÖA38, ÖA39 | 12 |
| E seçeneğinde "hepsi" demesi yeterlidir. | ÖA4, ÖA8, ÖA10, ÖA17, ÖA18, ÖA23, ÖA26, ÖA31, ÖA32, ÖA35 | 10 |
| A ve B seçeneklerinde yer alan sayılar rakamla değil, yazıyla yazılmalıdır. | ÖA8, ÖA16, ÖA18, ÖA19, ÖA35 | 5 |
| Soru kökünde "her dikdörtgen için" tabiri kullanılmıştır fakat "bir dikdörtgen için her zaman" tabiri daha anlaşılırdır. | ÖA21, ÖA22, ÖA25, ÖA33, | 4 |
| Şıkların büyük harfle yazılması daha iyi olacaktır. Soru sayılarının yanına kesme işareti değil de nokta koyulması soruyu bütünüyle daha iyi hale getirecektir. | ÖA6 | 1 |

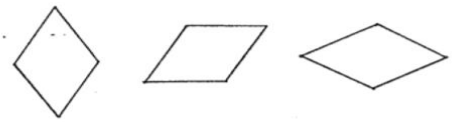
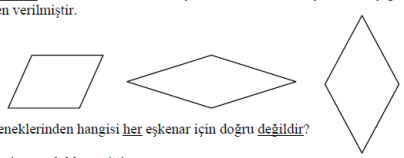
Yukarıdaki tablo incelendiğinde öğretmen adaylarının büyük bir kısmı dil ve anlaşılırlık bakımından "Soru cümlesinde GHJK dikdörtgeni denilmiş ama şekilde GHLK dikdörtgeni verilmiş. J yerine L harfi yazılmalıdır." düzeltme önerisini dile getirmiştir. Aynı zamanda soru seçeneklerinde yer alan E seçeneğinin "hepsi" olarak yazılmasının daha uygun olacağı ifade edilmiştir. ÖA6 kodlu öğretmen adayının ise seçeneklerin büyük harfle yazılması gerektiği ve soru numaralandırmalarının kesme işaretiyle değil nokta konularak gösterilmesi gerektiğine dair görüşü dikkat çekmektedir.

*8. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 8. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 53**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 8. Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 8. A rhombus is a 4-sided figure with all sides of the same length. Here are three examples.<br><br>Which of (A)-(D) is not true in every rhombus?<br>(A) The two diagonals have the same length.<br>(B) Each diagonal bisects two angles of the rhombus.<br>(C) The two diagonals are perpendicular.<br>(D) The opposite angles have the same measure.<br>(E) All of (A)-(D) are true in every rhombus. | 8- Eşkenar dörtgen tüm kenar uzunlukları eşit olan, 4 kenarlı bir şekildir. Aşağıda 3 tane eşkenar dörtgen verilmiştir.<br><br>Aşağıdaki seçeneklerinden hangisi her eşkenar için doğru değildir?<br>a) İki köşegenin uzunlukları eşittir.<br>b) Her köşegen, aynı zamanda açıortaydır.<br>c) Köşegenleri birbirine diktir.<br>d) Karşılıklı açılarının ölçüsü eşittir.<br>e) Seçeneklerin hepsi her eşkenar dörtgen için doğrudur. |

**Tablo 54**

*8. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Soru kökünde sadece "eşkenar" ifadesi kullanılmıştır, "eşkenar dörtgen" denilmesi gerekmektedir. | Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö12, Ö14 | 6 |
| A ve E seçeneklerinin ikisi de doğrudur. | Ö8, Ö21 | 2 |
| Soru cümlesinde bulunan "tüm", "uzunlukları", "4 kenarlı" ifadeleri kaldırılmalıdır. | Ö1 | 1 |
| Üst soru açıklama yerine köküne örnek olarak aşağıda eşkenar dörtgenler verilmiştir denilebilir. | Ö4 | 1 |
| Verilen şekiller üzerinde köşegen ve açıortayları göstermelidir. | Ö6 | 1 |
| Birinci sırada yer alan geometrik şekil eşkenar dörtgenden çok paralelkenara benzemektedir, düzeltilebilir. | Ö6 | 1 |
| Görsel ve soru kökü orantılı verilmemiştir, düzeltilebilir. | Ö8 | 1 |

Verilen tablo incelendiğinde öğretmenlerin dil ve anlaşılırlık bakımından soru cümlesinin "Soru kökünde sadece "eşkenar" ifadesi kullanılmıştır, "eşkenar dörtgen" denilmesi gerekmektedir." düzeltme önerisinin çoğunlukta olduğu görülmektedir. Ö1 kodlu öğretmenin soru cümlesine yönelik olarak "tüm", "uzunlukları", "4 kenarlı" ifadelerinin kaldırılması gerektiğine dair görüşü yer almaktadır. Ö6 kodlu öğretmen ise soruda verilen

geometrik şekillerin köşegen ve açıortaylarının gösterilmesi gerektiğini ayrıca şekil çizimlerinde birtakım yanlışlıklar olduğunu dile getirmektedir. Aynı zamanda Ö8 kodlu öğretmen de sorunun ve soruya dair verilen görselin orantılı olmadığından bahsetmektedir. Ayrıca bu soruda Ö8 ve Ö21 kodlu öğretmenlerin ikisi de "A ve E seçeneklerinin ikisi de doğrudur" diye görüşlerini dile getirmesi göze çarpmaktadır. Ö7 kodlu öğretmen *"Eşkenar dörtgenin tanımı bir kavram yanılgısına sebep olabilir. Sadece tanım ele alındığında aşağıdaki şeklin de 4 kenarı var ve tüm kenarları eşittir.*



*Bu nedenle tanımda kapalı şekil olmasını gerektirecek bir ifadeye ihtiyaç vardır. Sorudaki tanımda "tüm kenar uzunlukları eşit olan bir dörtgendir" ifadesinin daha doğru olacağı düşünülmektedir"* önerisi ifade etmektedir.

**Tablo 55**

*8. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| E seçeneğinde "hepsi" demesi yeterlidir. | ÖA3, ÖA4, ÖA7, ÖA8, ÖA10, ÖA17, A18, ÖA20, ÖA23, ÖA31, ÖA32, ÖA33, ÖA35, ÖA41 | 14 |
| Soru cümlesindeki eşkenar dörtgen tanımı daha iyi ifade edilmelidir. | ÖA8, ÖA11, ÖA18, ÖA19, ÖA22, ÖA23, ÖA25, ÖA27, ÖA30, ÖA31 | 10 |
| Soruda "her eşkenar" yerine "her eşkenar dörtgen" denmesi çok daha uygun olacaktır. | ÖA5, ÖA6, ÖA7, ÖA9, ÖA16, ÖA25, ÖA35, ÖA40, | 8 |
| A seçeneğinde "İki köşegenin uzunluğu" ifadesi yerine "Köşegenlerinin uzunlukları" ifadesi kullanılmalıdır. | ÖA8, ÖA18, ÖA22, ÖA25, ÖA30, ÖA31, ÖA33, ÖA37, | 8 |
| Soru sayılarının yanına kesme işareti değil de nokta koyulması soruyu bütünüyle daha iyi hale getirecektir. Şıkların büyük harfle yazılması daha iyi olacaktır. | ÖA6 | 1 |

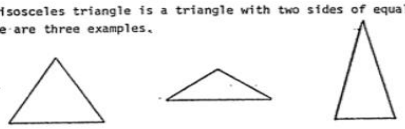
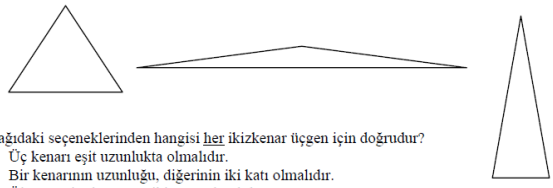
Yukarıda veilen tabloda öğretmen adaylarının sorunun dil ve anlaşılırlık kapsamındaki soru cümlesi ve seçeneklerine dair görüşleri çoğunlukla "Soru cümlesindeki eşkenar dörtgen tanımı daha iyi verilmeli." ve "E seçeneğinde "hepsi" demesi yeterlidir." şeklindedir. Buna karşılık sadece ÖA6 kodlu öğretmen adayının soru seçeneklerinin büyük harfler kullanılarak yazılması gerektiği ve soru numaralandırmasının yanına nokta konularak gösterilmesine dair görüşü de yer almaktadır.

*9. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen Usiskin (1982) tarafından hazırlanan orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılan testin 9. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ve öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 56**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 9. Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 9. An isosceles triangle is a triangle with two sides of equal length. Here are three examples.<br><br>Which of (A)-(D) is true in every isosceles triangle?<br>(A) The three sides must have the same length.<br>(B) One side must have twice the length of another side.<br>(C) There must be at least two angles with the same measure.<br>(D) The three angles must have the same measure.<br>(E) None of (A)-(D) is true in every isosceles triangle. | 9- İkizkenar üçgen, iki kenarı eşit olan üçgendir. Aşağıda üç ikiz kenar üçgen verilmiştir.<br><br>Aşağıdaki seçeneklerinden hangisi her ikizkenar üçgen için doğrudur?<br>a) Üç kenarı eşit uzunlukta olmalıdır.<br>b) Bir kenarının uzunluğu, diğerinin iki katı olmalıdır.<br>c) Ölçüsü eşit olan en az iki açısı olmalıdır.<br>d) Üç açısının da ölçüsü eşit olmalıdır.<br>e) Seçeneklerinden hiçbiri her ikizkenar üçgen için doğru değildir. |

**Tablo 57**

*9. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Görsel ve soru kökü orantılı değildir, düzeltilmelidir. | Ö1, Ö4, Ö8, Ö1, Ö4, Ö8, Ö10, Ö16 | 5 |
| "İkizkenar" bitişik yazılır, düzeltilmelidir. | Ö8, Ö10 | 2 |
| "Kenar" yerine "kenar uzunluğu" ifadesi kullanılmalıdır. | Ö8, Ö12 | 2 |
| Soru kökünde bulunan "her" kelimesi kaldırılmalıdır. | Ö1 | 1 |
| "Her ikizkenar üçgen için" yerine "her zaman" kullanılması daha anlaşılır olabilir. | Ö5 | 1 |

Yukarıda verilen tablo incelendiğinde öğretmenlerin çoğunluğu soru ve soruya ilişkin verilen geometrik şekillerin orantılı olmadığını dile getirmektedir. Aynı zamanda Ö1 kodlu öğretmenin soru cümlesinde yer alan "her" ifadesinin kalkması gerektiği; Ö5 kodlu öğretmenin ise "Her ikizkenar üçgen için" yerine "her zaman" daha anlaşılabilir" görüşleri de yer almaktadır.

**Tablo 58**

*9. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Soruda verilen görseller düzeltilmelidir. | ÖA7, ÖA13, ÖA16, ÖA18, ÖA20, ÖA22, ÖA32, ÖA34, | 8 |
| E seçeneğinde "hiçbiri" yazılması yeterlidir. | ÖA13, ÖA17, ÖA23, ÖA26, ÖA31, ÖA35 | 6 |
| E seçeneğinde "hepsi" kullanımı uygundur. | ÖA3, ÖA8, ÖA14, ÖA41 | 4 |
| E seçeneğine "hiçbiri doğru değildir" yazılmalıdır. | ÖA18, ÖA25, ÖA32, ÖA33 | 4 |
| Soru sayılarının yanına kesme işareti değil de nokta koyulması soruyu bütünüyle daha iyi hale getirecektir. Şıkların büyük harfle yazılması daha iyi olacaktır | ÖA6 | 1 |

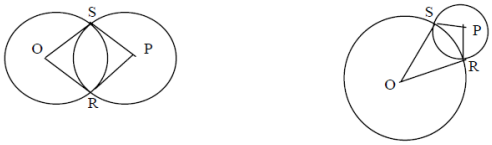
Yukarıda verilen tablo incelendiğinde öğretmen adaylarının çoğunun soruda yer alan geometrik şekillerin düzeltilmesi gerektiğine vurgu yapmaktadır. Ayrıca sorunun seçeneklerine ilişkin düzeltme önerilerine bakıldığında ÖA13, ÖA17, ÖA23, ÖA26, ÖA31, ÖA35 kodlu öğretmen adaylarının E seçeneğinde "hiçbiri"; ÖA3, ÖA8, ÖA14, ÖA41 kodlu öğretmen adaylarının E seçeneğinde "hepsi"; ÖA18, ÖA25, ÖA32, ÖA33 kodlu öğretmen adaylarının E seçeneğinde "hiçbiri doğru değildir" iafadelerinin kullanımının daha uygun olacağını dile getirmektedir. Birbirinden farklı çelişkili düzeltme önerilerinin olması sorunun seçeneklerinin öğretmen adayları tarafından yeterince anlaşılır olmadığını göstermektedir. Bu durumun soruyu çözenler tarafından da karışıklığına sebebiyet vereceğini düşündürmektedir.

*10. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 10. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 59**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 10. Sorusu*

| Usiskin(1982) | Duatepe(2004) |
|---|---|
| 10. Two circles with centers P and Q intersect at R and S to form a 4-sided figure PRQS. Here are two examples.<br><br><br>Which of (A)-(D) is not always true?<br>(A) PRQS will have two pairs of sides of equal length.<br>(B) PRQS will have at least two angles of equal measure.<br>(C) The lines $\overline{PQ}$ and $\overline{RS}$ will be perpendicular.<br>(D) Angles P and Q will have the same measure.<br>(E) All of (A)-(D) are true. | 10. Merkezleri birbirinin içinde yer almayan ve merkezleri P ve O ile adlandırılmış olan iki çember 4 kenarları PROS şeklini oluşturmak üzere R ve S noktalarında kesişirler. Aşağıda iki örnek verilmiştir.<br><br><br>Aşağıdaki seçeneklerinden hangisi her zaman doğru değildir?<br>a) PROS şeklinin iki kenarı eşit uzunlukta olacaktır.<br>b) PROS şeklinin en az iki açısının ölçüsü eşit olacaktır.<br>c) [PO] ve [RS] dik olacaktır.<br>d) P ve O açılarının ölçüleri eşit olacaktır.<br>e) Yukarıdaki seçeneklerin hepsi doğrudur. |

**Tablo 60**

*10. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Soru kökü düzenlenebilir. | Ö1, Ö6, Ö10, Ö12, Ö14, Ö17, Ö18, Ö20 | 8 |
| Soru doğru olmayanı sorduğundan E şıkkı düzeltilmelidir. | Ö10, Ö18, Ö21 | 3 |
| E seçeneğinde "hepsi" demesi yeterlidir. | Ö1, Ö16 | 2 |
| Orijinal soruda yer alan geometrik şekillerin aynısının kullanımı önerilmektedir. | Ö2 | 1 |
| E seçeneğinde "Hepsi doğru değildir" yazılması daha uygun olacaktır. | Ö23 | 1 |

Yukarıda verilen tablo incelendiğinde öğretmenlerin çoğunun soruya ilişkin görüşlerinde soru cümlesinin düzeltilmesine dair görüş birliğinde olduğu tespit edilmiştir. Ö2 kodlu öğretmen soruda yer alan geometrik şekillerin orijinal soruyla aynı yerde olması gerektiğini dile getirmiştir. Aynı zamanda bu sorunun seçeneklerinden "E" seçeneği ile ilgili birtakım karışıklıklar yaşandığı da görülmektedir. Ö10, Ö18 ve Ö21 kodlu öğretmenler soru doğru olmayanı sorduğundan seçeneğin revize edilmesini gerektiğini ifade etmektedir. Fakat Ö1 ve Ö16 kodlu öğretmenlerin seçenekte "hepsi" yazılmasını; Ö23 kodlu öğretmenin ise "Hepsi doğru değildir" kullanımının uygun olacağını belirtmektedir. Bu durumda neden bu kadar farklı cevaplar geldiği de düşündürücüdür.

**Tablo 61**

*10. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| E seçeneğinde "hepsi" kelimesinin kullanılması yeterlidir. | ÖA1, ÖA3, ÖA6, ÖA8, ÖA10, ÖA12, ÖA14, ÖA16, ÖA20, ÖA23, ÖA24, ÖA25, ÖA26, ÖA28, ÖA30, ÖA31, ÖA32, ÖA33, ÖA35, ÖA41 | 20 |
| Soru kökündeki açıklama ifadesi uzun ve gereksizdir. | ÖA2, ÖA8, ÖA9, ÖA11, ÖA19, ÖA26, ÖA29 | 7 |
| "…çember 4 kenarlı PROS…" şeklinde düzeltilmeli. | ÖA7, ÖA16, ÖA23 | 3 |
| E şıkkı "Yukarıdaki seçeneklerin hepsi bazen doğrudur." olmalıdır. (Çünkü E şıkkını değiştirmezsek D ve E şıklarının ikisi de doğru cevap olacaktır.) | ÖA27, ÖA39 | 2 |
| Seçeneklerde yer alan "olacaktır" kelimesi kaldırılmalıdır. | ÖA29, ÖA30 | 2 |
| Yalnızca şıklar büyük harfle yazılırsa daha iyi olabilir. | ÖA6 | 1 |
| Verilen görsel daha düzgün çizilmelidir. | ÖA14 | 1 |

Verilen tabloya bakıldığında öğretmen adaylarının çoğunun sorunun seçenekleri hakkında görüş birliğinde olduğunu göstermektedir. Bu durum E seçeneğinin sadece "hepsi" olarak kullanımının daha uygun olduğu yönündedir. Buna karşılık ÖA6 kodlu öğretmen adayı seçeneklerin büyük harfle yazılması gerektiğini ve ÖA14 kodlu öğretmen adayı ise geometrik şekil çizimlerinin daha düzgün olması gerektiğini belirtmektedir.

*11. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 11. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 62**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 11. Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 11. Here are two statements.<br>Statement 1: Figure F is a rectangle.<br>Statement 2: Figure F is a triangle.<br>Which is correct?<br>(A) If 1 is true, then 2 is true.<br>(B) If 1 is false, then 2 is true.<br>(C) 1 and 2 cannot both be true.<br>(D) 1 and 2 cannot both be false.<br>(E) None of (A)-(D) is correct. | 12. Önerme 1: F şekli bir dikdörtgendir.<br>Önerme 2: F şekli bir üçgendir.<br><br>Bu iki önermeye göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?<br>a) Eğer 1 doğruysa, 2 de doğrudur.<br>b) Eğer 1 yanlışsa, 2 doğrudur.<br>c) 1 ve 2 aynı anda doğru olamaz.<br>d) 1 ve 2 aynı anda yanlış olamaz.<br>e) Yukarı seçeneklerin hiçbiri doğru değildir. |

**Tablo 63**

*11. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| E seçeneğinde sadece "hiçbiri" demesi yeterlidir. | Ö1, Ö14 | 2 |
| Soru kökü anlaşılır değil, düzeltilmelidir. | Ö10, Ö13 | 2 |
| Seçenekler revize edilmelidir. | Ö16 | 1 |

Yukarıda verilen tabloda sorunun dil ve anlaşılırlık kapsamında incelenmesinin neticesinde Ö10 ve Ö13 kodlu öğretmenlerin soru kökünü anlaşılır bulmadığı yönündedir. Ö10 kodlu öğretmen "*Öğrenci şekil özelliklerinden faydalanarak önerme kurması gerektiğini anlayamayabilir*." ve Ö13 kodlu öğretmen ise "*Soru da F nin hem dikdörtgen hem üçgen olması önermesi çok anlaşılır gelmedi.*" şeklinde açıklamalarda bulunmuştur. Ö16 kodlu öğretmen ise seçeneklerin kendi görüşleri doğrultusunda tekrar yapılandırılması gerektiğine vurgu yapmaktadır. Görüşleri ise "*A seçeneği "her iki önerme aynı anda doğru olamaz*"", *B ve C seçeneklerine "ise" li cümleler yazılmalı*, "*D seçeneği "her iki önerme aynı anda yanlış olamaz*" şeklinde düzenlenmelidir.

**Tablo 64**

*11. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| E seçeneğinde "hiçbiri" ifadesinin kullanması yeterlidir. | ÖA1, ÖA3, ÖA8, ÖA10, ÖA13, ÖA17, ÖA20, ÖA23, ÖA24, ÖA26, ÖA30, ÖA31, ÖA35 | 13 |
| Seçeneklerde kullanılan "eğer" ifadesi kullanılmamalıdır. | ÖA1, ÖA4, ÖA5, ÖA13, ÖA20, ÖA21, ÖA24, ÖA26, ÖA30, ÖA32, ÖA35 | 11 |
| E şıkkında sadece "hiçbiri doğru değildir" yazılabilir. | ÖA5, ÖA7, ÖA33, ÖA39 | 4 |

| | | |
|---|---|---|
| C ve D şıklarındaki "aynı anda" ifadesi yerine "her ikisi birden" ifadesinin kullanılması doğru olur. | ÖA9, ÖA22, ÖA25 | 3 |
| Önermenin harflerle isimlendirilmesi yerine sayılarla ifade edilmesi daha uygun olabilir. | ÖA19, ÖA22, ÖA40 | 3 |
| Şıkların büyük harflerle yazılması daha uygun olabilir. | ÖA6 | 1 |
| Önermeler harfle ifade edilebilir. | ÖA20 | 1 |

Verilen tablo incelendiğinde öğretmen adaylarının sorunun seçeneklerini iyileştirmeye yönelik olarak birtakım önerilerde bulunduğu görülmektedir. Bunlardan E seçeneğinin "hiçbiri" olarak değiştirilmesi ve seçeneklerden "eğer" kelimesinin kullanılmaması yönünde olduğu görülmektedir. Ayrıca ÖA6 kodlu öğretmen adayının seçeneklerin büyük harfle yazılmasının daha uygun olacağını dile getirmektedir ve ÖA20 kodlu öğretmen adayı ise sorudaki önermelerin harflerle ifade edilmesi gerektiğini dile getirmektedir.

*12. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 12. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 65**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 12. Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 12. Here are two statements.<br>Statement S: △ABC has three sides of the same length.<br>Statement T: In △ABC, ∠B and ∠C have the same measure.<br>Which is correct?<br>(A) Statements S and T cannot both be true.<br>(B) If S is true, then T is true.<br>(C) If T is true, then S is true.<br>(D) If S is false, then T is false.<br>(E) None of (A)-(D) is correct. | 11. Önerme S: ABC üçgeninin üç kenarı eşit uzunluktadır.<br>Önerme T: ABC üçgeninde, B ve C açılarının ölçüleri eşittir.<br>Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?<br>a) S ve T önermeleri ikisi de aynı anda doğru olamaz.<br>b) Eğer S doğruysa, T de doğrudur.<br>c) Eğer T doğruysa, S de doğrudur.<br>d) Eğer S yanlışsa, T de yanlıştır.<br>e) Yukarıdaki seçeneklerin hiçbiri doğru değildir. |

**Tablo 66**

*12. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Önerme s önerme t yerine 1-2 denebilirdi. | Ö4, Ö13, Ö15 | 3 |
| E seçeneğinde sadece "hiçbiri" demesi yeterlidir. | Ö1 | 1 |
| A seçeneği düzenlenmelidir. | Ö14 | 1 |
| C ve D seçeneği düzenlenmelidir. | Ö16 | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| Soru cümlesi ve E seçeneği düzenlenmelidir. | Ö23 | 1 |

Yukarıda verilen tabloya göre öğretmenlerin çoğu soru cümlesinde verilen önermelerin harfler yerine numaralar kullanılarak yapılabileceğini belirtmişlerdir (Ö4, Ö13, Ö15). Ö1, Ö14, Ö16 ve Ö23 kodlu öğretmenler sorunun seçeneklerine ilişkin düzeltme önerilerinde bulunmuşlardır. Ö1 kodlu öğretmen E seçeneğini *"hiçbiri"* şeklinde; Ö14 kodlu öğretmen A seçeneğinin *"S ve T önermeleri aynı anda doğru olamaz."*; Ö16 kodlu öğretmen C seçeneğinin "her iki önerme aynı anda doğru olamaz" ve D seçeneğinin *"her iki önerme aynı anda yanlış olamaz"* olmalı şeklinde ve Ö23 kodlu öğretmen E seçeneğinin *"yukarıdaki seçenekler"* yerine *"A-D"* denilmesinin daha uygun olduğunu ifade ederek sorunun seçeneklerini yapılandırmışlardır. Aynı zamanda Ö23 kodlu öğretmen soru cümlesinin daha anlaşılır olması için *"Buna göre"* yerine *"önermelere göre"* denmesinin daha uygun olduğunu belirtmiştir.

**Tablo 67**

*12. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| E seçeneğinde "hiçbiri" ifadesinin kullanması yeterlidir. | ÖA1, ÖA3, ÖA8, ÖA10, ÖA13, ÖA20, ÖA23, ÖA24, ÖA26, ÖA30, ÖA31, ÖA35, ÖA37, ÖA41 | 14 |
| A seçeneği daha iyi ifade edilebilir. | ÖA7, ÖA9, ÖA10, ÖA16, ÖA20, ÖA22, ÖA23, ÖA26, ÖA29, ÖA31, ÖA32, ÖA33, ÖA35 | 13 |
| "B, C ve D" şıklarında eğer kelimesinin kullanımı yerinde değildir. | ÖA1, ÖA4, ÖA5, ÖA13, ÖA20, ÖA24, ÖA26, ÖA32 | 8 |
| Soru cümlesi daha iyi ifade edilebilir. | ÖA8, ÖA17, ÖA19, ÖA29, ÖA31, | 5 |
| E seçeneğinde "hiçbiri doğru değildir" yazılabilir. | ÖA5, ÖA33, ÖA39 | 3 |
| Üçgen ve açı sembolü kullanılmalıydı ( ^, Δ). | ÖA6, ÖA7 | 2 |
| E seçeneği daha iyi ifade edilebilir. | ÖA6, ÖA18 | 2 |
| Şıkların büyük harflerle yazılması daha uygun olabilir. | ÖA6 | 1 |

Verilen tablo incelendiğinde sorunun dil ve anlaşılırlık bakımından seçenekleri öğretmen adayları tarafından değerlendirildiğinde çoğunun E seçeneğinde "hiçbiri" ifadesinin kullanımını önerdiği görülmektedir. Aynı zamanda öğretmen adaylarının çoğunun A seçeneğinin daha iyi ifade edilmesine yönelik görüş bildirdiği görülmektedir. ÖA9 kodlu öğretmen adayı "*A şıkkındaki 'aynı anda' ifadesi yerine 'her ikisi birden' ifadesinin kullanılması daha doğru olur",* ÖA16 kodlu öğretmen adayı *"A seçeneğinde "önermelerinin"*

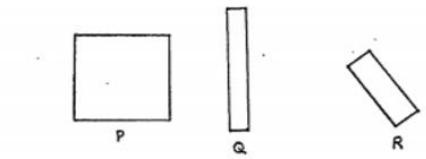
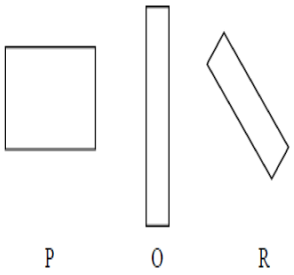
*demek daha doğru olur",* ÖA20 kodlu öğretmen adayının *"A seçeneğinde ikisinin aynı anda doğru olamayacağı yerine doğruluğun sağlanamaycağı ifade edilebilir",* ÖA23 kodlu öğretmen adayı *"A seçeneği "S ve T önermeleri aynı anda doğru olamaz."* ÖA29 kodlu öğretmen adayı *"S ve T önermelerinin ikisi de aynı anda doğru olabilir."* ÖA32 kodlu öğretmen adayı ise "*A seçeneğinden "S ve T önermeleri" kalkması gereklidir."* ve ÖA35 kodlu öğretmen adayı ise *"A seçeneğinde "önermelerinden ikisi de'' ifadesi eksiktir. Bunun yerine ''önermelerinden ikisi'' denebilir ya da ''ikisi'' ifadesi kaldırılabilir"* şeklinde görüşlerini dile getirmektedirler. Buna karşın ÖA6 ve ÖA7 kodlu öğretmen adayları önermelerde bulunan ABC üçgenlerinin sembolleri ile birlikte verilmesinin matematiksel dil açısından daha uygun olacağını ifade etmişlerdir. ÖA6 kodlu öğretmen adayı ise seçenekleri büyük harfle yazmanın daha doğru olacağı yönünde önerisini dile getirmiştir.

*13. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 13. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 68**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 13. Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 13. Which of these can be called rectangles?<br><br><br>(A) All can.<br>(B) Q only<br>(C) R only<br>(D) P and Q only<br>(E) Q and R only | 13. Aşağıdaki şekillerden hangisi ya da hangileri dikdörtgen olarak adlandırılabilir?<br>a) Hepsi<br>b) Yalnız O<br>c) Yalnız R<br>d) P ve O<br>e) O ve R<br><br> |

**Tablo 69**

*13. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Soru kökünde "hangileri" demesi yeterlidir. | Ö1, Ö8, Ö20, Ö21, Ö23 | 5 |
| R şekli; orijinal formunda dikdörtgene benzemekte iken, Duatepe'nin uyarladığı formda kenarlar birbirine dik durmamaktadır. R şekli yeniden düzenlenebilir. | Ö5, Ö7, Ö23 | 3 |
| Şekiller soru kökünden hemen sonra olmalıdır. | Ö8, Ö16, Ö17 | 3 |
| Şekillerin açı ölçüleri verilmelidir. | Ö9 | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| 1 ve 3. şeklin harf sembolleri şekillere uzak kalmıştır. | Ö22 | 1 |

Yukarıdaki tablo incelendiğinde öğretmenlerin çoğu soru cümlesinde "hangisi yada hangileri" yerine sadece "hangileri" kullanımının daha uygun olacağını dile getirmektedir. Aynı zamanda Ö5 kodlu öğretmen *"R şekli iki soruda farklı gibi duruyor. Cevap hepsi olarak kabul edilecekse R şekli dikdörtgene benzetilmeli."* Ö7 kodlu öğretmen *"R şekli; orijinal formunda dikdörtgene benzemekte iken, Duatepe'nin uyarladığı formda kenarlar birbirine dik durmamaktadır. R şekli yeniden düzenlenebilir."* Ö23 kodlu öğretmen *"R şekli yamuk mu dikdörtgen mi tam belli değil o şekil düzeltilmeli."*şeklinde görüşlerini ifade etmektedir. Ayrıca diğer öğretmenlerin yine geometrik şekil çizimlerinin anlaşılırlığı ile ilgili birtakım sorunlar yaşadığını göstermektedir. Ö16 ve Ö17 kodlu öğretmenler şekillerin soru kökünden sonra yer alması gerektiğini belirtmektedir. Ayrıca Ö9 kodlu öğretmen geometrik şekillerin açı ölçülernin verilmesi gerektiğini ve Ö22 kodlu öğretmen ise 1. ve 3. şekiller için harflerin geometrik şekillere uzak kaldığını ifade etmişlerdir.

**Tablo 70**

*13. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Soru kökünde "hangileri" demesi yeterlidir. | ÖA1, ÖA3, ÖA4, ÖA6, ÖA7, ÖA8, ÖA9, ÖA19, ÖA21, ÖA22, ÖA23, ÖA24, ÖA27, ÖA31, ÖA32, ÖA36, ÖA37, ÖA39, ÖA40, ÖA41 | 20 |
| Soruda verilen şekiller daha net ve özenli çizilebilir (R şekli). | ÖA1, ÖA3, ÖA5, ÖA8, ÖA14, ÖA16, ÖA17, ÖA18, ÖA19, ÖA22, ÖA24, ÖA25, ÖA29, ÖA30, ÖA32, ÖA35, ÖA41 | 17 |
| Şekiller seçeneklerin yukarısında yer almalıdır. | ÖA7, ÖA8, ÖA29, ÖA35 | 4 |
| A seçeneğinde "hepsi" ifadesi yerine "P,O,R" ifadesi olabilir. | ÖA22, ÖA34 | 2 |
| Şıkların büyük harfle yazılması daha iyi olabilir. | ÖA6 | 1 |

Verilen tabloya bakıldığında öğretmen adaylarının çoğunun soru cümlesinin "hangileri" olarak yazılmasının daha anlaşılır olması bağlamında tercih ettiklerini göstermektedir. Geometrik şekil çizimlerine dair görüşler incelendiğinde çizimlerin daha net ve özenli olmasına yönelik birtakım öneriler mevcuttur. Bunlardan ÖA1 kodlu öğretmen adayı *"R şekli yatay ya da dik halle getirilmesi gerekmektedir",* ÖA14 kodlu öğretmen adayı *"R şekli kafa karıştırıcı tam olarak ne olduğu belli olmuyor.",* ÖA16 kodlu öğretmen adayı *"P şeklinin kare mi dikdörtgen mi olduğu anlaşılmamaktadır.",* ÖA18 kodlu öğretmen adayı *"R*

*şekli paralelkenara benzemiş ama dikdörtgen olması gerekiyordu sanırım şekil daha düzgün verilebilirdi.",* ÖA19 kodlu öğretmen adayı *"Soruda verilen P şeklinin kare mi yoksa dikdörtgen mi olduğu tam anlaşılmıyor. Daha düzgün ve anlaşılabilir bir şekil kullanılabilirdi.",* ÖA25 kodlu öğretmen adayı *"Verilen şekiller çok kolaydır ve ne oldukları tam olarak belli değildir. Bu şekillere bir tane dikdörtgenin yanında kare ,eşkenar dörtgen de eklenebilir."* ÖA41 kodlu öğretmen adayıise "*P şekli kare mi dikdörtgen mi olduğu daha anlaşılır verilmelidir."*şeklinde görüşlerini ifade etmişlerdir. ÖA6 kodlu öğretmen adayı ise seçeneklerin büyük harfle yazılmasının daha doğru olacağına dair öneri getirmektedir.

*14. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 14. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 71**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 14. Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 14. Which is true?<br>(A) All properties of rectangles are properties of all squares.<br>(B) All properties of squares are properties of all rectangles.<br>(C) All properties of rectangles are properties of all parallelograms<br>(D) All properties of squares are properties of all parallelograms.<br>(E) None of (A)-(D) is true. | 15- Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?<br>a) Dikdörtgenlerin tüm özellikleri, tüm kareler için geçerlidir.<br>b) Karelerin tüm özellikleri, tüm dikdörtgenler için de geçerlidir.<br>c) Dikdörtgenin tüm özellikleri, tüm paralel kenarlar için geçerlidir.<br>d) Karelerin tüm özellikleri, tüm paralel kenarlar için geçerlidir.<br>e) Yukarıdaki seçeneklerin hiçbiri doğru değildir. |

**Tablo 72**

*14. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| E seçeneğinde sadece "hiçbiri" demesi yeterlidir. | Ö1 | 1 |
| Seçeneklerde "tüm kareler" ya da "tüm dikdörtgenler" şeklinde yer alan ifadelerden "tüm" kelimesi çıkarılmalıdır. | Ö10 | 1 |
| Şıkların her birine "kare" yerine paralelkenar yazmalıdır. | Ö14 | 1 |

Yukarıdaki tablo öğretmenlerden sorunun dil ve anlaşılırlık bakımından düzeltme önerileri incelendiğinde Ö1 kodlu öğretmenin E seçeneğine "hiçbiri" yazılmasının yeterli olduğunu ifade etmektedir. Ö10 kodlu öğretmen ise seçeneklerde bahsi geçen *"tüm kareler"* yada *"tüm dikdörtgenler"* ifadelerindeki "tüm" kelimesinin kaldırılmasının daha uygun olacağını savunmaktadır. Buna istinaden *"Çeşitli kareler mi var ki? Belki kenar uzunlukları*

*farkından dolayı bir fark gözetiliyor olabilir ama gereksiz bir ayrıntı, kaldırılabilir."* şeklinde görüş bildirmektedir.

**Tablo 73**

*14. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| Belirtilen düzeltme önerileri | Öğretmen Adayı kodları | f |
|---|---|---|
| E seçeneğinde *"hiçbiri"* yazması yeterlidir. | ÖA8, ÖA10, ÖA16, ÖA17, ÖA18, ÖA20, ÖA21, ÖA26, ÖA30, ÖA31, ÖA32, ÖA35, ÖA40 | 13 |
| Seçenekler düzenlenmelidir. | ÖA2, ÖA7, ÖA11, ÖA14, ÖA19, ÖA25, ÖA26, ÖA31, ÖA32, ÖA33 | 10 |

Verilen tablo incelendiğinde öğretmen adaylarının çoğunun "E seçeneğinde *"hiçbiri"* yazması yeterlidir." şeklinde görüş bildirdiği tespit edilmiştir. Yine bir hayli öğretmen adayının da seçeneklerin düzenlenmesi yönünde ifadelerinin olduğu görülmektedir. Bunlardan ÖA19 kodlu öğretmen adayı *"Seçeneklerde tüm-tüm olarak sürekli vurgulanması yerine soruda bir kere bu şart konulsaydı şıklarda tekrar etmeye gerek kalmazdı. Bu açıdan yetersiz buldum.",* ÖA26 kodlu öğretmen adayı *"Her seçenekte bir defa "tüm " sözcüğünü kullanmak yeterlidir",* ÖA31 kodlu öğretmen adayı *"A, C, D seçeneklerinde yer alan için kelimesinden sonra –de eki gelmelidir."* şeklinde seçeneklerin yapılandırılmasına dair görüşlerini dile getirmektedir.

*15. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 15. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 74**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 15. Sorusu*

| Usiskin (1982) | Duatepe (2004) |
|---|---|
| 15. What do all rectangles have that some parallelograms do not have?<br>(A) opposite sides equal<br>(B) diagonals equal<br>(C) opposite sides parallel<br>(D) opposite angles equal<br>(E) none of (A)-(D) | 14. Tüm dikdörtgenlerde olup, bazı paralelkenarlarda olmayan özellik nedir?<br>a) Karşılıklı kenarları eşittir.<br>b) Köşegenler eşittir.<br>c) Karşılıklı kenarlar paraleldir.<br>d) Karşılıklı açıları eşittir.<br>e) Yukarıdaki seçeneklerin hiçbiri doğru değildir. |

**Tablo 75**

*15. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| Belirtilen düzeltme önerileri | Öğretmen kodları | f |
|---|---|---|
| Şıklarda "kenar uzunluğu", "açı ölçüsü", "köşegen uzunluğu" ifadelerinin kullanılması gerekir. | Ö8, Ö9, Ö10, Ö12 | 4 |
| Soru cümlesinde bulunan "tüm" ve "bazı" kelimeleri kaldırılmalıdır. | Ö1, Ö10, Ö14 | 3 |
| E seçeneğinde sadece "hiçbiri" demesi yeterlidir. | Ö1, Ö16 | 2 |

Yukarıdaki tablo incelendiğinde öğretmenlerin sorunun yapılandırılmasına dair görüşleri dikkate alındığında seçeneklerin revize edilmesi gerektiği yönünde görüş bildirdiği görülmektedir. Seçeneklerde yer alan kenar, açı ve köşegen terimlerin; "kenar uzunluğu", "açı ölçüsü" ve "köşegen uzunluğu" şeklinde yazılmasının daha uygun olacağı yönünde ortak görüş tespit edilmiştir. Ayrıca Ö1, Ö10 ve Ö14 kodlu öğretmenlerin soru cümlesinde yer alan "tüm" ve "bazı" kelimelerinin kaldırılmasının daha uygun olacağını dile getirmektedirler. Ö1 ve Ö16 kodlu öğretmenler ise E seçeneğinin "hiçbiri" şeklinde yapılandırılması gerektiğini savunmaktadır.

**Tablo 76**

*15. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| Belirtilen düzeltme önerileri | Öğretmen Adayı kodları | f |
|---|---|---|
| E seçeneğinde *"hiçbiri"* ifadesi yeterlidir. | ÖA6, ÖA8, ÖA16, ÖA17, ÖA20, ÖA21, ÖA23, ÖA26, ÖA30, ÖA31, ÖA33, ÖA35, ÖA37, ÖA39, ÖA40 | 15 |
| Soru cümlesi yeniden düzenlenmelidir. | ÖA2, ÖA5, ÖA22, ÖA29, ÖA30, ÖA37 | 6 |
| Seçeneklerde yer alan kenar yerine "kenar uzunluğu", açı yerine "açı ölçüsü" şeklinde düzenleme yapılmalıdır. | ÖA7, ÖA11, ÖA19 | 3 |
| C ve D seçenekleri ile, A ve B seçenekleri birbirini destekler niteliktedir, yeniden revize edilmelidir. | ÖA3, ÖA41 | 2 |
| Şıkların büyük harflerle yazılması daha iyi olabilir. | ÖA6 | 1 |

Verilen tabloda öğretmen adaylarının dil ve anlaşılırlık kapsamında sorunun seçeneklerine dair görüşlerine bakıldığında çoğunun E seçeneğinin *"hiçbiri"* şeklinde düzeltilmesi gerektiğini savunduğu tespit edilmiştir. Aynı zamanda öğretmen adaylarının soru cümlesinin yeniden düzenlenmesi yönünde görüşlerinin olduğu da görülmektedir. Bunlardan ÖA2 kodlu öğretmen adayı*"Soru kolay olmasına rağmen her şıkkı okuyunca tekrar soruyu okuma isteği uyandırıyor o yüzden çok uygun bulmadım.",* ÖA5 kodlu öğretmen adayı *"Tüm*

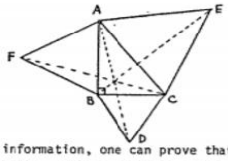
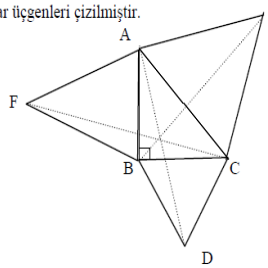
*dikdörtgenlerde olup her paralelkenarda olmayan özellik nedir diye sorması anlaşılırlık bakımından daha iyi olabilirdi. Soru bulunduğu geometrik düzeye uygun fakat daha iyi anlaşılması için birkaç kelime değişikliği yapılmalıydı."* ÖA22 kodlu öğretmen adayı *"Soru kökünden sorulmak istenen kolaylıkla anlaşılmamaktadır. Kökte yer alan tabir yerine "Aşağıda verilen hangi özellik her dikdörtgende olduğu halde bazı paralelkenarlarda yoktur?" kullanılmalıdır."* ÖA29 kodlu öğretmen adayı *"Soruya "aşağıdaki verilen özelliklerden hangisi"* ifadesiyle başlanması daha uygundur. *Soruda "bazı paralelkenarlar" için yerine "bütün paralel kenarlar için doğru değildir" şeklinde ifadenin yer alması soruyu daha akıcı hale getirecektir.",* ÖA30 kodlu öğretmen adayı *"Sorunun sorulma biçimi bana pek doğru gelmedi. Tüm dikdörtgenlerde olup paralelkenarlarda olmayan özellik diye sorulabilirdi."* şeklinde ifade etmişlerdir. ÖA3 ve ÖA41 kodlu öğretmen adaylarının *"C ve D seçenekleri ile, A ve B seçeneklerinin birbirini destekler niteliktedir."* şeklindeki görüşlerinin olduğu ve seçeneklerin yapılandırılmasında bunlardan birinin kaldırılması gerektiğini dile getirdikleri görülmektedir.

*16. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 16. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 77**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 16. Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 16. Here is a right triangle ABC. Equilateral triangles ACE, ABF, and BCD have been constructed on the sides of ABC.<br><br><br>From this information, one can prove that $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, and $\overline{CF}$ have a point in common. What would this proof tell you?<br>(A) Only in this triangle drawn can we be sure that $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ and $\overline{CF}$ have a point in common.<br>(B) In some but not all right triangles, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ and $\overline{CF}$ have a point in common.<br>(C) In any right triangle, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ and $\overline{CF}$ have a point in common.<br>(D) In any triangle, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ and $\overline{CF}$ have a point in common.<br>(E) In any equilateral triangle, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ and $\overline{CF}$ have a point in common. | 16- Aşağıda bir ABC dik üçgeni verilmiştir. ABC üçgeninin kenarları üzerinde; ACE, ABF ve BCD eşkenar üçgenleri çizilmiştir.<br><br><br>Bu bilgilerden [AD], [BE] ve [CF] ortak bir noktadan geçtikleri kanıtlanabilir. Bu kanıt size neyi ifade eder?<br>a) Yalnızca bu üçgen için; [AD], [BE] ve [CF] nin ortak bir noktası olduğundan emin olabiliriz<br>b) Sadece bazı dik üçgenlerde; [AD], [BE] ve [CF] nin ortak bir noktası vardır.<br>c) Herhangi bir dik üçgende, [AD], [BE] ve [CF]nin ortak bir noktası vardır.<br>d) Herhangi bir üçgende, [AD], [BE] ve [CF]nin ortak bir noktası vardır.<br>e) Herhangi bir eşkenar üçgende, [AD], [BE] ve [CF]nin ortak bir noktası vardır. |

**Tablo 78**

*16. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Soru kökü anlaşılırlığı az, revize edilmelidir. | Ö4, Ö14, Ö17, Ö20 | 4 |
| Görsel biraz daha aşağıda olabilirdi. | Ö8 | 1 |

Yukarıda verilen tablo incelendiğinde sorunun anlaşılırlığı kapsamında Ö4, Ö14, Ö17 ve Ö20 kodlu öğretmenlerin soru cümlesinin yeterince anlaşılır olmadığını ifade etmektedir. Örneğin Ö14 kodlu öğretmen soru cümlesinin *"Aşağıda bir dik üçgen ve bu dik üçgenin kenarları üzerine çizilen eşkenar üçgenler verilmiştir."* şeklinde, Ö17 kodlu öğretmen *"ACE, ABF, BCD eşkenar üçgenleri ABC dik üçgeninin kenarları üzerinde çizildiğinde AB, BF ve CF doğruları ortak bir noktada kesişmektedir. Buna göre bu önermeden çıkarılabilecek sonuç aşağıdakilerden hangisidir?"* şeklinde düzeltme önerilerinde bulunmuştur. Buna karşın Ö8 kodlu öğretmen soru cümlesi ve görselin konumları ile ilgili öneri getirmektedir. Bu öneriler soru kökünde *"Bu kanıt size neyi ifade eder?"* yerine *"bu bilgiler doğrultusunda aşağıdakilerden hangisi doğrudur?"* ifadesi kullanılmalı şeklindedir.

**Tablo 79**

*16. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Soru cümlesi yeniden düzenlenmelidir. | ÖA5, ÖA6, ÖA7, ÖA8, ÖA17, ÖA19, ÖA23, ÖA25, ÖA29, ÖA31, ÖA35, ÖA38 | 12 |
| B seçeneğinde "sadece" yerine "yalnızca" demelidir. | ÖA7, ÖA31, ÖA32, ÖA40 | 4 |
| A seçeneğinde "yalnızca" demesi yeterlidir. | ÖA3, ÖA10, ÖA41 | 3 |
| Şıkların büyük harfle yazılması gerekmektedir. | ÖA6 | 1 |
| Üçgen sembolleri kullanılabilirdi. | ÖA7 | 1 |
| Soruda verilen bir noktada kesişme noktasında haflendirme yapılmamış. O noktada da harflendirme yapılması daha uygun olurdu. | ÖA21 | 1 |
| Geometrik şekiller soru cümlesinin üst kısmında yer alırsa daha iyi olur. | ÖA35 | 1 |

Verilen tablo incelendiğinde 16. sorunun dil ve anlaşılırlık kapsamındaki düzeltme önerilerinde çoğunlukla soru cümlesinin yeniden düzenlenmesi gerektiğine dair vurgu yapılmaktadır. ÖA5 kodlu öğretmen adayı *"Soru kökü biraz devrik cümle biraz daha iyi kurulabilirdi."* ÖA6 kodlu öğretmen adayı *"Soru kökünün son kısmında size neyi ifade eder şeklinde değil de nasıl bir sonuç çıkarılır gibi daha net yargıyla sorulsaydı daha güzel*

*olabilirdi."* ÖA8 kodlu öğretmen adayı *"Soru kökünde "Bu kanıt size neyi ifade eder?" yerine "bu bilgiler doğrultusunda aşağıdakilerden hangisi doğrudur?" ifadesi kullanılmalıdır."* ÖA25 kodlu öğretmen adayı *""[AD] ,[BE] ve [CF] doğru parçaları ortak bir noktada kesişmektedir. Buna göre nasıl bir sonuç çıkarılabilir?"şeklinde değiştirilmelidir."* ÖA29 kodlu öğretmen adayı *"Verilen soru cümlesi açık uçlu soru formatında gibidir. Bu yüzden çoktan seçmeli maddelerin bulunduğu test için uygun değildir. Bu nedenle soru cümlesinin yapılandırılması gereklidir."* şeklinde önerilerini ifade etmektedir. Ayrıca ÖA35 kodlu öğretmen adayı ise geometrik şekillerin soru cümlesinin üstünde yer almasına dair önerisini dile getirmektedir.

*17. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 17. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 80**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 17. Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 17. Here are three properties of a figure.<br>Property D: It has diagonals of equal length.<br>Property S: It is a square.<br>Property R: It is a rectangle.<br>Which is true?<br>(A) D implies S which implies R.<br>(B) D implies R which implies S.<br>(C) S implies R which implies D.<br>(D) R implies D which implies S.<br>(E) R implies S which implies D. | 17- Aşağıda bir şeklin üç özelliği verilmiştir.<br>Özellik D: Köşegenleri eşit uzunluktadır.Özellik S: Bir karedir.Özellik R: Bir dikdörtgendir.<br>Bu özellikler dikkate alındığında aşağıdakilerden hangisi doğrudur?<br>a) D gerektirir S, o da gerektirir R.<br>b) D gerektirir R, o da gerektirir S.<br>c) R gerektirir D, o da gerektirir S.<br>d) R gerektirir S, o da gerektirir D.<br>e) S gerektirir R, o da gerektirir D. |

**Tablo 81**

*17. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Sorunun seçeneklerini değiştirmeye gerek vardır. "O da gerektirir" ifadeleri yerine önermenin adını yazmak daha doğru olacaktır. | Ö1, Ö3, Ö4, Ö10, Ö11, Ö12 | 6 |
| Özelliklerin alt alta sıralanması daha uygun olur. | Ö4, Ö8, Ö11, Ö13, Ö14, Ö22 | 6 |
| Soru cümlesi kısaltılmalı, sadeleştirilmelidir. | Ö1, Ö17, Ö18 | 3 |
| Özellikler S, D, R yerine "Özellik 1, 2, 3" olarak isimlendirilebilir. | Ö6 | 1 |
| Önermeden ilerlenmesi gerektiği sorudan anlaşılmıyor dolayısıyla şıklar anlamsız kalıyor, düzeltilmelidir. | Ö10 | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| Soru kökü ve seçenekler Baki (2019) daki gibi değiştirilebilirse daha anlaşılır ve kolay şekilde soru çözülebilir. | Ö20 | 1 |
| Soru kökünde özellikler yerine önerme olarak verilebilir. | Ö23 | 1 |
| Şıklarda gerektirir yerine ise (→) sembolü kullanılabilir. | Ö23 | 1 |

Yukarıda verilen tabloda öğretmenlerin çoğunun sorunun seçeneklerinin daha anlaşılır olmasına ilişkin önerileri incelendiğinde seçeneklerde yer alan "o da gerektirir" ifadesi yerine harflendirme yapılmasının yani "D gerektirir S, S gerektirir R" gibi daha uygun olacağını dile getirmektedirler. Aynı zamanda Ö4, Ö8, Ö11, Ö13, Ö14 ve Ö22 kodlu öğretmenler soru cümlesinde yer alan özelliklerin yan yana değil de alt alta sıralanmasının daha uygun ve görsel açıdan daha şık duracağını dile getirmektedirler. Ö10 kodlu öğretmenin sorunun çözümü için verilen özellikleri kullanarak ilerlenmesi gerektiğini sorudan çıkaramadığını ve bu nedenle seçeneklerin anlamsız kaldığını ifade etmesi dikkat çekicidir. Ö23 kodlu öğretmen ise seçeneklerde "gerektirir" ifadesi yerine matematiksel sembol kullanımının daha yerinde bir kullanım olacağını ifade etmektedir.

**Tablo 82**

*17. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Şıklar da bulunan "o da" ifadesi gereksiz kullanılmıştır, düzeltilmelidir. | ÖA6, ÖA7, ÖA8, ÖA10, ÖA13, ÖA14, ÖA16, ÖA20, ÖA21, ÖA22, ÖA25, ÖA31, ÖA33 | 13 |
| Sorunun özellikleri verilirken yan yana değil de alt alta yazılması daha uygun olabilir. | ÖA5, ÖA6, ÖA8, ÖA18, ÖA23, ÖA26, ÖA29, ÖA31, | 8 |
| "Özellik" ifadesi yerine "Önerme" yazılmalıdır. | ÖA8, ÖA9, ÖA11, ÖA14, ÖA20, ÖA25, ÖA29, ÖA33, | 8 |
| Soru açıklanırken önermelerin özellik d vs. şeklinde verilmesini doğru bulmadım sayıyla ifade edilebilirdi ya da sadece genellikle önermelerde sık kullanılan harfler yer alabilirdi. | ÖA19, ÖA40 | 2 |
| "şekil" ifadesi yerine "geometrik şekil" ifadesi kullanılmalıdır. | ÖA23, ÖA40 | 2 |
| Şıklar büyük harfle yazılmalı, soru sayısının yanındaki işaret nokta olmalıdır. | ÖA6 | 1 |

Yukarıda incelenen tabloda öğretmen adaylarının sorunun dil ve anlaşılırlık kapsamında düzeltme önerilerinde çoğunlukla seçeneklerde yer alan *"o da"* ifadesinin kullanımına ilişkin görüş bildirdiği tespit edilmiştir. Bu ifadenin yerine özelliğin isimlendirilmesinin tercih edilmesinin daha uygun olacağı yönünde ortak görüş

belirtmişlerdir. Aynı zamanda soruda geçen özelliklerin yan yana değil de alt alta sıralanmasının soruyu daha anlaşılır kılacağı yönündedir. Ayrıca ÖA8, ÖA9, ÖA11, ÖA14, ÖA20, ÖA25, ÖA29 ve ÖA33 kodlu öğretmen adayları soru cümlesinde yer alan *"özellik"* ifadesi yerine *"önerme"* nin kullanımının daha uygun olacağını dile getirmektedirler. ÖA6 kodlu öğretmen adayı ise seçeneklerde kullanılan harflerin büyük yazılmasını ve aynı zamanda numaralandırma işleminin nokta konularak yapılmasının önemine dikkat çekmektedir.

*18. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 18. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 83**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 18. Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 18. Here are two statements.<br>I: If a figure is a rectangle, then its diagonals bisect each other.<br>II. If the diagonals of a figure bisect each other, the figure is a rectangle.<br>Which is correct?<br>(A) To prove I is true, it is enough to prove that II is true.<br>(B) To prove II is true, it is enough to prove that I is true.<br>(C) To prove II is true, it is enough to find one rectangle whose diagonals bisect each other.<br>(D) To prove II is false, it is enough to find one non-rectangle whose diagonals bisect each other.<br>(E) None of (A)-(D) is correct. | 18. Aşağıda iki önerme verilmiştir.<br>I- Eğer bir şekil dikdörtgense, köşegenleri birbirini ortalayarak keser.<br>II- Eğer bir şeklin köşegenleri birbirini ortalayarak kesiyorsa şekil dikdörtgendir.<br>Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?<br>a) I'in doğru olduğunu kanıtlamak için, II nin doğru olduğunu kanıtlamak yeterlidir.<br>b) II'nin doğru olduğunu kanıtlamak için, I in doğru olduğunu kanıtlamak yeterlidir.<br>c) II'nin doğru olduğunu kanıtlamak için, köşegenleri birbirini ortalayan bir dikdörtgen bulmak yeterlidir.<br>d) II nin yanlış olduğunu kanıtlamak için, köşegenleri birbirini ortalayan dikdörtgen olmayan bir şekil bulmak yeterlidir.<br>e) Yukarıdaki seçeneklerin hiçbiri doğru değildir. |

**Tablo 84**

*18. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Seçeneklerdeki "kanıt" kelimesi yerine "ispat" kelimesi kullanılabilir. | Ö10, Ö20, Ö23 | 4 |
| Ortalayarak yerine ortadan, ortalar kullanılabilir. | Ö2, Ö14 | 2 |
| E seçeneğinde sadece "hiçbiri" demesi yeterlidir. | Ö1 | 1 |
| "Önerme" kelimesi yerine "İfade" kelimesi kullanılabilir. | Ö2 | 1 |

Yukarıda verilen tablo incelendiğinde Ö10, Ö20 ve Ö23 kodlu öğretmenlerin seçeneklerin daha anlaşılır olmasına yönelik görüşlerinde yer verilen "kanıt" kelimesi yerine "ispat" kelimesinin daha uygun olacağı yönündedir. Ö2 ve Ö14 kodlu öğretmenlerin sorunun öncüllerinde verilen cümlelerde yer alan "ortalayarak" ifadesi yerine "ortadan, ortalar" ifadelerinin kullanılabileceğinin daha uygun olacağı dile getirilmektedir. Ö1 kodlu öğretmen

E seçeneğinin "hiçbiri" olarak düzenlenmesi gerektiğini, Ö2 kodlu öğretmen ise "önerme" yerine "ifade" nin kullanılmasını belirtmektedir.

**Tablo 85**

*18. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| E seçeneğinde "hiçbiri" ifadesini kullanması yeterlidir. | ÖA3, ÖA8, ÖA16, ÖA17, ÖA20, ÖA21, ÖA22, ÖA23, ÖA26, ÖA30, ÖA31, ÖA32, ÖA35, ÖA37, ÖA39, ÖA40, ÖA41 | 17 |
| Şıklardaki "kanıtlamak" kelimesi yerine başka bir kelime tercih edilebilir. | ÖA9, ÖA11, ÖA19, ÖA22, ÖA33, | 5 |
| Soru kökünde "Önermelere dayanarak aşağıdakilerin hangisi doğrudur" denilmesi gerekmektedir. | ÖA1, ÖA20, ÖA24, ÖA31 | 4 |
| Şıklar büyük harfle yazılırsa daha iyi hale gelecektir. | ÖA6 | 1 |

Yukarıda verilen tablo incelendiğinde sorunun E seçeneğinin "hiçbiri" şeklinde düzeltilmesi önerisi çoğunluk tarafından uygun olarak görülmüştür. Ayrıca soru cümlesinde geçen "kanıtlamak" kelimesi yerine başka bir alternatif kelime tercih edilmesinin daha iyi olacağı yönünde görüş bildirmişlerdir. Örneğin ÖA9 kodlu öğretmen adayı *"'kanıt' ifadesi yerine 'ispat' ifadesinin kullanılması matematik açısından daha uygundur."* ÖA19 kodlu öğretmen adayı *"Soruda kanıt ifadesi yerine ispat ifadesinin kullanılması matematiksel yazım dili anlamında daha doğru olurdu diye düşünüyorum.",* ÖA22 kodlu öğretmen adayı *"Şıklarda yer alan "olduğunu kanıtlamak"* demek yerine *"doğruluğunu ispatlamak" demek daha açık ve anlaşılırdır."* ve ÖA33 kodlu öğretmen adayı *"Matematiksel dil açısından "kanıt" yerine "ispat" sözcüğü daha uygun olur."* diye düzeltme önerilerini belirtmişlerdir. Ayrıca ÖA1, ÖA20, ÖA24 ve ÖA31 kodlu öğretmen adayları ise soru cümlesindeki öncülleri kullanılarak sorunun çözülmesine vurgu yapan ifadenin kullanılması gerektiğini ifade etmişlerdir.

*19. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 19. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 86**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 19. Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 19. In geometry:<br>(A) Every term can be defined and every true statement can be proved true.<br>(B) Every term can be defined but it is necessary to assume that certain statements are true.<br>(C) Some terms must be left undefined but every true statement can be proved true.<br>(D) Some terms must be left undefined and it is necessary to have some statements which are assumed true.<br>(E) None of (A)-(D) is correct. | 20- Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?<br>Geometride,<br>a) Her terim tanımlanabilir ve her doğru önermenin doğru olduğu kanıtlanabilir.<br>b) Her terim tanımlanabilir ama bazı önermelerin doğru olduğunu varsaymak gerekir.<br>c) Bazı terimler tanımsız kalmalıdır, ama bütün doğru önermelerin doğruluğu kanıtlanabilir.<br>d) Bazı terimler tanımsız kalmalıdır ve doğru olduğu varsayılmış bazı önermelere gerek vardır.<br>e) Yukarıdaki seçeneklerinden hiçbiri doğru değildir. |

**Tablo 87**

*19. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Şıklarda "kanıtlanabilir" ifadesi yerine "ispatlanabilir" olmalıdır. | Ö4, Ö10 | 2 |
| Soru kökü düzenlenebilir. | Ö20, Ö23 | 2 |
| B ve D seçenekleri revize edilmelidir. | Ö7 | 1 |
| Geometri ifade ortak kök olarak yazılmak yerine ABCD seçeneklerinin hepsinin başına tekrar tekrar yazılabilir. | Ö12 | 1 |
| E şıkkı "hiçbiri" olarak değiştirilebilir. | Ö14 | 1 |

Yukarıda verilen tablo incelendiğinde seçeneklerin daha anlaşılır olması adına "kanıtlanabilir" ifadesi yerine "ispatlanabilir" ifadesinin daha uygun olacağını belirtmektedirler. Ö20 ve Ö23 kodlu öğretmen ise soru kökünün düzenlenmesi gerektiği yönde görüş bildirmektedir. Ö20 kodlu öğretmen orijinal formundakiyle aynı kalmasını uygun görürken Ö23 kodlu öğretmen *"Soru kökünde "Aşağıda geometri için verilen ifadelerden hangisi doğrudur?" sorusu kullanılmalıdır"* diye geribildirimlerde bulunmaktadır. Ö7 kodlu öğretmen seçeneklerin düzenlenmesi yönündeki görüşlerinde; B seçeneği için ""*varsaymak" kelimesinin yerine "kabul etmek" ifadesi daha uygun olabilir.*" ve D seçeneği için ""*bazı terimler tanımsız kalmak zorundadır ve bazı önermeleri doğru olarak kabul etmek gereklidir.*" ifadelerini dile getirmektedr. Ö14 kodlu öğretmen ise E seçeneğinin "hiçbiri" olarak düzenlenmesini önermektedir.

**Tablo 88**

*19. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| E seçeneğinde hiçbiri yazması yeterlidir, bu şekilde diğer seçeneklerin doğru olmadığı anlaşılır. | ÖA8, ÖA16, ÖA20, ÖA21, ÖA23, ÖA26, ÖA28, ÖA31, ÖA32, ÖA33, ÖA35, ÖA37, ÖA39, ÖA40, ÖA41 | 15 |

| | | |
|---|---|---|
| Soru kökü yeniden düzenlenebilir. | ÖA8, ÖA14, ÖA19, ÖA23, ÖA29, ÖA31, ÖA35, ÖA41 | 8 |
| "Kanıt" yerine "ispat" kelimesinin kullanılması matematiksel açıdan daha doğru olacaktır. | ÖA9, ÖA17, ÖA18, ÖA19, ÖA25 | 5 |
| Şıklar büyük harflerle yazılmalı, soru sayısının yanında nokta işareti olmalıdır. | ÖA6 | 1 |

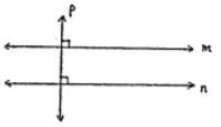
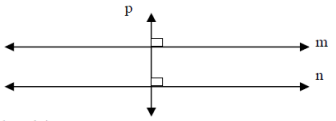
Yukarıda verilen tablo incelendiğinde öğretmen adaylarının çoğunun seçeneklerin daha anlaşılır olması için E seçeneğinde "hiçbiri" yazılmasının yeterli olacağı yönünde fikir birliği olduğu görülmektedir. Aynı zamanda sorunun dil ve anlaşılırlık bakımından yeniden düzenlenmesi gerektiği de öğretmen adayları tarafından dile getirilmektedir. ÖA8 kodlu öğretmen adayı *"Soru kökündeki "Geometri'de ifadesi, soru cümlesinin başında yer almalıdır.",* ÖA14 kodlu öğretmen adayı *"Soru cümlesi uygun değildir.Geometride, ifadesi her seçeneğin başına eklenmelidir.",* ÖA29 kodlu öğretmen adayı *"Sorunun sorulma şekli anlaşılırlık bakımından uygun değildir. Çünkü sorunun neyle ilgili olduğu soru kalıbında değinilmemiştir. Bu sebepten dolayı "geometri ile ilgili" ifadesi soru kalıbına eklenirse soru daha anlaşılır olacaktır.",* ÖA31 kodlu öğretmen adayı *"Soru kökü: Geometri ile ilgili verilen bilgilerden hangisi doğrudur? Şeklinde olmalıdır."* ve ÖA35 kodlu öğretmen adayı *"Geometride ifadesinin en başta yazılıp seçeneklerin onun altında verilmesi madde türü açısından uygun değildir"* şeklinde önerilerde bulunmuşlardır. Aynı zamanda öğretmen adaylarında *"kanıt"* yerine *"ispat"* kelimesinin kullanılması matematiksel açıdan daha doğru olduğuna yönelik bir görüş de mevcuttur.

*20. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 20. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 89**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 20. Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 20. Examine these three sentences.<br>(1) Two lines perpendicular to the same line are parallel.<br>(2) A line that is perpendicular to one of two parallel lines is perpendicular to the other.<br>(3) If two lines are equidistant, then they are parallel.<br>In the figure below, it is given that lines m and p are perpendicular and lines n and p are perpendicular. Which of the above sentences could be the reason that line m is parallel to line n?<br>(A) (1) only<br>(B) (2) only<br>(C) (3) only<br>(D) Either (1) or (2)<br>(E) Either (2) or (3)<br> | 19- Aşağıdaki üç ifadeyi inceleyin.<br>{1} Aynı doğruya dik olan iki doğru paraleldir.<br>{2} İki paralel doğrudan birine dik olan doğru, diğerine de diktir.<br>{3} Eğer iki doğru eş uzaklıktaysa paraleldir.<br>Aşağıdaki şekilde, m ve p, n ve p doğrularının birbirine dik olduğu verilmiştir. Buna göre yukarıdaki cümlelerden hangisi ya da hangileri m doğrusunun n doğrusuna paralel olmasının nedeni olabilir?<br><br>a) Yalnız {1}<br>b) Yalnız {2}<br>c) Yalnız {3}<br>d) {1} ya da {2}<br>e) {2} ya da {3} |

**Tablo 90**

*20. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Soru kökü düzenlenebilir. | Ö1, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10 | 5 |
| D ve E seçeneğindeki "ya da" bağlacı yerine "ve" bağlacı kullanılmalıdır. | Ö6, Ö12, Ö21 | 3 |
| Görsel soru kökünün üstünde olmalıdır. | Ö8, Ö9 | 2 |
| Seçeneklerden "Yalnız 2" çıkarılıp "1,2,3" seçeneği eklenmelidir. | Ö10 | 1 |
| Soru kökünde hangi doğru hangi doğruya dik anlaşılmamaktadır. | Ö12 | 1 |
| E şıkkı "hiçbiri" olarak değiştirilebilir. | Ö14 | 1 |
| 3. öncül düzenlenmelidir. İki doğru arasındaki uzaklık her yerde eşit olmalıdır. | Ö22 | 1 |

Yukarıdaki tablo incelendiğinde öğretmenlerin soru cümlesinin düzenlenmesi gerektiğine dair görüşleri de şu şekildedir; Ö1 kodlu öğretmen *"Soru cümlesinde bulunan"{}" işaretleri kalkmalıdır.",* Ö7 kodlu öğretmen *"Soru metninde m, n ve p doğrularının diklik durumu hakkında bilgi verilmesi gereksiz görülmektedir, şekil olarak verilmesi yeterlidir."*, Ö8 kodlu öğretmen *"Sorudaki "hangisi yada" ifadesi kaldırılmalıdır"* Ö9 kodlu öğretmen *"m ve ne doğrularının paralel olması ifadesi kullanırsa daha iyi olur"*, Ö10 kodlu öğretmen *"Soru kökü uygun fakat "m doğrusunun n doğrusuna paralel olmasının nedeni olabilir" demek yerine m doğrusunun n doğrusuna paralel olması ile ilgili doğru bir ifadedir" denmelidir."*, Ö21 kodlu öğretmen *"Soru kökünde "m doğrusunun n doğrusuna paralel olmasının nedenidir?" ifadesi yerine "m doğrusunun n doğrusuna paralel olduğunu göstermektedir? İfadesi kullanılabilir"*şeklinde görüşlerini dile getirmişlerdir.

Öğretmenlerin sorunun seçeneklerine ilişkin ortak görüşlerinde D ve E seçeneğindeki "ya da" bağlacı yerine "ve" bağlacının kullanılması gerektiğini belirtmiştir. Ayrıca Ö10 kodlu

öğretmen *"seçeneklerden "Yalnız 2" çıkarılıp "1,2,3" seçeneği eklenmeli."* Ö14 kodlu öğretmen ise *"E şıkkı "hiçbiri" olarak değiştirilebilir."* şeklinde düzeltme önerilerini ifade etmişlerdir.

Ö12 kodlu öğretmen ise soru cümlesinde yer alan bilgilerde hangi doğru hangi doğruya dik olduğunun anlaşılmadığını ifade etmektedir. Bu durum soruyu çözerken soruya karşı duyulan güveni sarsmaktadır.

**Tablo 91**

*20. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| D ve E şıklarında "ya da" yerine "ve" kullanımı uygundur. | ÖA1, ÖA5, ÖA8, ÖA13, ÖA17, ÖA19, ÖA23, ÖA24, ÖA25, ÖA31, ÖA32, ÖA33, ÖA35, ÖA38, ÖA39 | 15 |
| Soru kökünde hangileri denmesi yeterlidir. | ÖA1, ÖA6, ÖA7, ÖA10, ÖA17, ÖA24, ÖA25, ÖA31, ÖA32, ÖA39 | 10 |
| 3. ifadede yer alan "…eş uzaklıktaysa …" tabiri yerine "…birbirine eşit uzaklıkta ise …" tabiri kullanılmalıdır. | ÖA7, ÖA10, ÖA11, ÖA12, ÖA18, ÖA19, ÖA22, ÖA23, ÖA25 | 9 |
| Soru kökü yeniden düzenlenebilir. | ÖA3, ÖA6, ÖA8, ÖA9, ÖA11 | 5 |
| Öncüllerdeki ve seçeneklerdeki {} parantezler kullanılmamalıdır. | ÖA8, ÖA26, ÖA33 | 3 |
| Şekil yukarda, öncüller altında verilmelidir. | ÖA8, ÖA29 | 2 |
| Aynı şekilde şıklar büyük harfle yazılmalıdır. | ÖA6 | 1 |

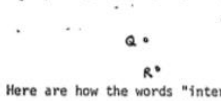
Yukarıdaki verilen tablo incelendiğinde öğretmen adaylarının sorunun seçeneklerine ilişkin değerlendirilmesinde çoğunun *"D ve E şıklarında "ya da" yerine "ve" kullanımı uygundur."* görüşleri yer almaktadır. Ayrıca öğretmen adayları soru cümlesinde *"hangisi yada hangileri*" söz kalıbı yerine *"hangileri"* ifadesinin kullanılmasının daha uygun olacağını düşünmüşlerdir. Yine çoğunluk soru cümlesinin 3. öncülünün değiştirilmesi yönünde görüşlerini bildirmişlerdir. Görüşler *"...eş uzaklıktaysa ..." tabiri yerine "...birbirine eşit uzaklıkta ise ..."* tabiri kullanılmalıdır." şeklindedir. ÖA6 kodlu öğretmen adayı ise seçeneklerin büyük harfle yazılması gerektiğini belirtmektedir.

*21. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 21. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 92**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 21. Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 21. In F-geometry, one that is different from the one you are used to, there are exactly four points and six lines. Every line contains exactly two points. If the points are P, Q, R, and S, the lines are {P,Q}, {P,R}, {P,S}, {Q,R}, {Q,S}, and {R,S}<br><br>Here are how the words "intersect" and "parallel" are used in F-geometry. The lines {P,Q} and {P,R} intersect at P because {P,Q} and {P,R} have P in common.<br>The lines {P,Q} and {R,S} are parallel because they have no points in common.<br>From this information, which is correct?<br>(A) {P,R} and {Q,S} intersect.<br>(B) {P,R} and {Q,S} are parallel.<br>(C) {Q,R} and {R,S} are parallel.<br>(D) {P,S} and {Q,R} intersect.<br>(E) None of (A)-(D) is correct. | 23- F geometrisinde, her şey alışık olduklarımızdan farklıdır. Burada sadece dört nokta ve 6 doğru vardır. Her doğru iki nokta içerir. Eğer P, O, R ve S nokta ise, {P,O}, {P,R}, {P,S}, {O,R}, {O, S} ve {R, S} doğrulardır.<br><br>Kesişme ve paralel terimlerinin F- geometrisindeki kullanımı şöyledir: {P, O} ve {P,R} doğruları P' de kesişirler çünkü P {P, O} ve {P,R} ın ortak noktasıdır. {P, O} ve {R, S} doğruları paraleldir çünkü ortak hiçbir noktaları yoktur.<br>Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?<br>a) {P, R} ve {O, S} kesişirler.<br>b) {P, R} ve {O, S} paraleldir.<br>c) {O, R} ve {R,S} paraleldir.<br>d) {P, S} ve {O, R} kesişirler.<br>e) Yukarıdaki seçeneklerin hiçbiri doğru değildir. |

**Tablo 93**

*21. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Soru kökü düzenlenebilir. | Ö1, Ö14, Ö17, Ö18, Ö20 | 5 |
| E seçeneğinde sadece "hiçbiri" demesi yeterlidir. | Ö1, Ö23 | 2 |
| Soruda verilen noktaların daha özenli verilmesi gerekmektedir. | Ö6, Ö7 | 2 |
| Seçenekler karışıktır ve sadeleştirilmelidir. | Ö1 | 1 |
| Noktaların Q ve P / R ve S paralel gelebilir şeklinde koyulması daha uygun olacaktır. | Ö23 | 1 |

Yukarıda verilen tablo incelendiğinde öğretmenlerin çoğu sorunun anlaşılır olabilmesi için soru cümlesinin düzeltilmesi gerektiğinden bahsetmişlerdir. Hatta Ö14 kodlu öğretmen *"Soru cümlesinin ilk iki cümlesi yerine "F geometrisinde sadece dört nokta ve altı doğru vardır." cümlesi yazılabilir."* diye görüş bildirmiştir. Aynı zamanda sorunun seçeneklerinin karışık ve sadeleştirilmesinin gereğini dile getirmektedirler. Ö1 kodlu öğretmen E seçeneğinin "hiçbiri" olarak değiştirilmesine dair görüşünü bildirmektedir. Soruda verilen noktaların soruda daha iyi konumlandırılması gerektiğine dair öğretmenler önerilerde bulunmuşlardır. Bunlardan Ö6 kodlu öğretmen *"Soruda verilen noktaların, doğru oluşturulduğunda daha paralel görünmesi gerekmektedir" ve* Ö7 kodlu öğretmenin görüşleri *"Bu sorunun orijinal formuna göre P ve O noktalarının yeri ters verilmiştir. Bu noktalar ve soru metnindeki açıklamalar temel alınarak soru çözüldüğünde D seçeneğinde bir çelişki oluşmaktadır. Metin dikkate alındığında bu cevap seçeneği yanlış iken, Şekil temel*

*alındığında doğru olmaktadır. Bu nedenle P ve O noktalarının orijinal formundaki gibi yerlerinin değiştirilmesi önerilmektedir"* şeklindedir.

**Tablo 94**

*21. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| E seçeneğinde hiçbiri denilmesi yeterlidir. | ÖA3, ÖA6, ÖA8, ÖA13, ÖA14, ÖA20, ÖA26, ÖA31, ÖA33, ÖA35, ÖA37, ÖA39, ÖA41 | 13 |
| Sorunun açıklama kısmı gereksiz uzun ve anlaşılır değil, düzeltilmelidir. | ÖA2, ÖA3, ÖA5, ÖA9, ÖA18, ÖA19, ÖA22, ÖA29, ÖA33 | 9 |
| Doğruların küme parantezi ile verilmesi uygun değildir. [ ] kapalı parantezi ile doğruların gösterilmesi daha uygundur. | ÖA7, ÖA29, ÖA37 | 3 |
| Seçenekler büyük harfle ifade edilmelidir. | ÖA6, ÖA8 | 2 |

Yukarıda verilen tablo incelendiğinde öğretmen adaylarının çoğunun soru seçeneklerinin daha anlaşılır olmasına yönelik olarak görüşlerinde E seçeneğinin "hiçbiri" olarak düzeltilmesi gerektiğine dair ortak görüş bildirmişlerdir. Aynı zamanda soru cümlesinin yeterince anlaşılır olmadığından ve düzeltilmesi gerektiğinden bahseden öğretmen adaylarının da olduğu görülmektedir. Bunlardan ÖA2 kodlu öğretmen adayı *"Biraz anlaması güç bir soru birkaç tekrar gerektiriyor ancak bu da sorunun tarzından kaynaklı sanırım.",* ÖA3 kodlu öğretmen adayı *"Açıklama kısmı uygun verilmemiş ve soru kökü problemlidir.",* ÖA5 kodlu öğretmne adayı *"Sorunun açıklama kısmını gereksiz uzun ve yorucu buldum. Daha net olabilirdi."*, ÖA9 kodlu öğretmen adayı *"Soru cümlesindeki 'alışık olduklarımızdan' ifadesi açık bir şekilde belirtilmeli.Soru tanımlamasının karışık olması sorunun zorluk düzeyini olduğundan daha yüksekte gösteriyor.",* ÖA19 kodlu öğretmen adayı *"Soruda '6 doğru vardır' demek yerine 'altı doğru vardır' denilmesi daha doğru bir kullanım olacaktır çünkü altı ile herhangi bir işlem yapılmayacaktır."*, ÖA22 kodlu öğretmen adayı *"F geometrisinin bilinen Öklid geometrisinden farklı bir geometri olduğunun belirtilmesi için soru köküne "Öklid geometrisi dışında bir F geometrisinde" şeklinde bahsedilmelidir. Bu durum düzeltildiğinde soru kökü anlaşılır ve doğru bir hale gelir.",* ÖA29 kodlu öğretmen adayı *"Sorunun giriş cümlesi bilim diline uygun olacak şekilde olmalıdır."* ve ÖA33 kodlu öğretmen adayı *"Matematiksel dil açısından uygun ve yeterli bulmadım çünkü "F geometrisi'ni öğrenciler ayrı bir çalışma alanı olarak düşünebilir. Bu nedenler Öklid dışı bir geometri olduğu belirtilmeliydi."*şeklinde görüşlerini belirtmişlerdir. ÖA12 kodlu öğretmen adayı "*Sorunun yorum sorusu olduğunu düşünüyorum. Bu düzeyde yorum soruları kullanılabilir fakat bence daha fazla geometrik bilgi bilmeyi gerektiren yorum soruları daha*

*uygun olacaktır."* ve ÖA28 kodlu öğretmen adayı ise *"Verilen açıklamaya uygun olarak seçenekler arasında muhakeme yapma ve akıl yürütmeyle doğru sonuca ulaşılabilecek anlamlı bir soru. Ancak seçeneklerde yer alan ifadelerin belirtmiş olduğu yargıların çeldiricilikleri yüksek derecededir."* şeklinde soruya genel yapı ve özellikleriyle ilgili görüşlerini dile getirmişlerdir.

*22. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 22. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 95**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 22. Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 22. To trisect an angle means to divide it into three parts of equal measure. In 1847, P.L. Wantzel proved that, in general, it is impossible to trisect angles using only a compass and an unmarked ruler. From his proof, what can you conclude?<br>(A) In general, it is impossible to bisect angles using only a compass and an unmarked ruler.<br>(B) In general, it is impossible to trisect angles using only a compass and a marked ruler.<br>(C) In general, it is impossible to trisect angles using any drawing instruments.<br>(D) It is still possible that in the future someone may find a general way to trisect angles using only a compass and an unmarked ruler.<br>(E) No one will ever be able to find a general method for trisecting angles using only a compass and an unmarked ruler. | 21- Bir açıyı üçlemek demek onu üç eşit parçaya bölmek demektir. 1847 yılında, P.L. Wantzel bir açının yalnızca pergel ve işaretlenmemiş cetvel kullanarak üçlenemeyeceğini kanıtlamıştır. Bu kanıttan nasıl bir sonuca varabilirsiniz?<br>a) Açılar yalnızca pergel ve işaretlenmemiş cetvel kullanarak iki eş parçaya ayrılamazlar.<br>b) Açılar yalnızca pergel ve işaretlenmiş cetvel kullanarak üçlenemezler.<br>c) Açılar herhangi bir çizim aracı kullanarak üçlenemezler.<br>d) Gelecekte, birinin yalnız pergel ve işaretlenmiş cetvel kullanarak açıları üçlemesi mümkün olabilir.<br>e) Hiç kimse, açıları yalnızca pergel ve işaretlenmemiş cetvel kullanarak üçleyecek genel bir yöntem bulamayacaktır. |

**Tablo 96**

*22. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| "Üçlemek" kelimesi fazla ayrıntı ve gereksizdir. | Ö10, Ö12 | 2 |
| Soru cümlesi kısaltılmalıdır, sadeleştirilmelidir. | Ö1 | 1 |
| D seçeneğinde işaretlenmiş cetvel yazılmış hatalı olmuş orijinalinde işaretlenmemiş yazmaktadır, düzeltilmelidir. | Ö3 | 1 |
| Seçeneklerde "genelde" ve "imkansızdır" ifadelerinin yazılması seçenekleri daha anlamlı hale getirecektir. | Ö3 | 1 |
| Soru kökünün hikayeleştirilmesi anlaşılırlığına zorluk katmış, sadeleştirilmelidir | Ö4 | 1 |
| B seçeneğinde "işaretlenmiş cetvel" ifadesi yeterince açık değildir, açıklanmalıdır. | Ö7 | 1 |
| Soru kökü revize edilmelidir. | Ö14 | 1 |

Yukarıda verilen tablo incelendiğinde öğretmenlerin soruda yer alan "üçlemek" ifadesinin kullanımının gereksiz olduğu yönünde görüş bildirdikleri görülmektedir. Ö1 kodlu

öğretmen sorunun bu haliyle uzun olduğundan ve sadeleştirilmesi gerektiğinden bahsetmektedir. Hatta *"Bir açının pergel ve işaretsiz cetvel ile üçe bölünemeyeceği ispatlanmıştır. Buna göre hangisi çıkarılabilir?* şeklinde revize edilebileceğini önermektedir. Ö3 kodlu öğretmen ise sorunun orijinal haliyle uyarlanmış versiyonundaki halinden farklı olduğunu tespit etmiştir. Ö14 kodlu öğretmen ise soru kökünün *"Bu kanıttan aşağıdaki sonuçlardan hangisi çıkarılabilir?" şeklinde değiştirilebilir."* şeklinde düzeltilebileceğini önermektedir.

**Tablo 97**

*22. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| *"kanıt"* yerine *"ispat"* ifadesi kullanılmalı. | ÖA9, ÖA22, ÖA25 | 3 |
| Şıklardaki *"üçlemek"* kelimesi yerine *"3 eşit parçaya bölmek"* kullanılmalıdır. | ÖA17, ÖA22, ÖA25 | 3 |
| Sorunun orijinaliyle arasında farklı kelimelerin altı çizilmiş, gerekli değişiklk yapılmalıdır. | ÖA7, ÖA19 | 2 |
| Soru cümlesi sadeleştirilebilir. | ÖA2 | 1 |
| Şıklar büyük harfle yazılmalıdır. | ÖA6 | 1 |

Yukarıda verilen tabloya göre öğretmen adaylarının soruda geçen "kanıt" kelimesi yerine "ispat" kelimesinin kullanımını daha uygun buldukları görülmektedir. ÖA22 kodlu öğretmen adayı tarafından *""Bu kanıttan nasıl bir sonuca varabilirsiniz?" yerine "Bu ispattan nasıl bir sonuca varılabilir?" cümlesindeki gibi ispat kelimesinin kullanılması daha alışık olduğumuz bir durumdur."* görüş bildirilmiştir. ÖA17, ÖA22 ve ÖA25 kodlu öğretmen adayları ise seçeneklerde kullanılan "üçlemek" tabiri yerine "üç eşit parçaya bölmek" tabirinin kullanılmasının seçeneklerin daha anlaşılır olması açısından önemli olduğuna vurgu yapmaktadırlar. ÖA7 ve ÖA19 kodlu öğretmen adayları seçeneklerde yer alan bazı ifadelere vurgu yapılmasının yerinde olmadığına dair görüş belirtmişlerdir. Hatta ÖA19 kodlu öğretmen adayı *"Seçeneklerdeki bazı ifadelerin altının çizilmesin doğru bulmadım çünkü bu soruda dikkat çekmesi gereken yerleri işaret edecektir ancak öğrencinin bunu kendisinin fark etmesi daha önemlidir."* şeklinde görüşünü dile getirmektedir. ÖA2 kodlu öğretmen ise "*Soruyu bu kadar uzatmaya gerek olduğunu düşünmüyorum gereksiz uzatıldığını ve öğrencide sınav anında paniğe sebebiyet verebileceğini düşünüyorum onun yerine direkt sorulmak istenen soru verilebilir."* şeklindeki görüşünde soru cümlesinin kısaltılması yönünde görüşünü dile getirmiştir.Buna karşın ÖA6 kodlu öğretmen adayı ise seçeneklerin büyük harfle yazılması gerektiğin beyan etmektedir.

*23. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 23. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 98**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 23.Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 23. There is a geometry invented by a mathematician J in which the following is true:<br>The sum of the measures of the angles of a triangle is less than 180°.<br>Which is correct?<br>(A) J made a mistake in measuring the angles of the triangle.<br>(B) J made a mistake in logical reasoning.<br>(C) J has a wrong idea of what is meant by "true."<br>(D) J started with different assumptions than those in the usual geometry.<br>(E) None of (A)-(D) is correct. | 22- Ali adlı bir matematikçinin kendi tanımladığı geometriye göre, aşağıdaki önerme doğrudur.<br>Bir üçgenin iç açılarının ölçüsü toplamı 180 dereceden azdır.<br>Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?<br>a)Ali üçgenin açılarını ölçerken hata yapmıştır.<br>b)Ali mantıksal bir hata yapmıştır.<br>c)Ali doğru sözcüğünün anlamını bilmiyordur.<br>d)Ali bilinen geometridekilerden farklı varsayımlarla başlamıştır.<br>e)Yukarıdaki seçeneklerden hiçbiri doğru değildir. |

**Tablo 99**

*23. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| D seçeneğinde "bilinen geometriden" yerine "Öklid geometrisinden" yazılması daha uygun olur. | Ö3, Ö4, Ö7, Ö8, Ö10, Ö15, Ö23 | 7 |
| Soruda bahsi geçen önerme tırnak içine alınmalıdır. | Ö8, Ö9, Ö14 | 3 |
| Önermede derece sözel olarak yazılmamalı sembolle gösterilmelidir. | Ö9, Ö14 | 2 |
| Soru cümlesinde bulunan isim kaldırılmalıdır. | Ö1, Ö10 | 1 |
| E seçeneğinde sadece "hiçbiri" demesi yeterlidir. | Ö1, Ö23 | 1 |
| Soru kökünün hikayeleştirilmesi anlaşılırlığına zorluk katmış, sadeleştirilmelidir. | Ö4 | 1 |
| C cevap seçeneğinde geçen "doğru" kelimesinin anlamı hakkındaki karışıklık düzeltilebilir. | Ö7 | 1 |

Yukarıda verilen tablo incelendiğinde öğretmenlerin sorunun daha anlaşılır olmasına ilişkin görüşlerinde D seçeneğinde yer alan *"bilinen geometriden"* ifadesi yerine *"Öklid geometrisi"* nin kullanımını tercih ettiği görülmektedir. Aynı zamanda soru cümlesinde verilen önermenin tırnak içinde vurgulu olarak kullanımının daha uygun olduğunu belirten öğretmen görüşleri de mevcuttur. Ayrıca Ö1 ve Ö10 kodlu öğretmenler *"Soru cümlesinde bulunan isim kaldırılmalıdır."* diye görüş bildirirken; Ö13 kodlu öğretmen *"Ali denmesi soruda öğrenci tarafından sempati oluşturabilir."*diye karşıt bir görüş bildirmektedir. Ö7 kodlu öğretmen ise "*C cevap seçeneğinde geçen "doğru" kelimesi geometrik anlam da taşıyabilmektedir. Ancak orijinal soruda doğru kelimesinin karşılığı olarak "true" kelimesi kullanılmıştır. Bu karışıklığı önlemek için "Bu matematikçi realitenin "hakikatin" ne anlama*

*geldiği hakkında bir bilgiye sahip değildir" ifadesinin kullanılması önerilmektedir*." şeklinde düzeltmede bulunmaktadır.

**Tablo 100**

*23. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| E seçeneğinde "hiçbiri"yazılması yeterlidir. | ÖA6, ÖA8, ÖA16, ÖA23, ÖA26, ÖA30, ÖA31, ÖA33, ÖA35, ÖA37, ÖA40, ÖA41 | 12 |
| "Ali" adlı matematikçi şeklinde ifadeyle somutlaştırmaya gerek yoktur. | ÖA5, ÖA19, ÖA20, ÖA22, ÖA26, ÖA29, ÖA33, | 7 |
| Soruda verilen önerme tırnak içinde gösterilmelidir. | ÖA6, ÖA9, ÖA19, ÖA21, ÖA22, ÖA33 | 6 |
| Soru cümlesinde "iç açılarının ölçüleri toplamı 180 dereceden küçüktür" ifadesi kullanılmalıdır. | ÖA10, ÖA11, ÖA13, ÖA26, ÖA33 | 5 |
| "B" ve "C" şıkları anlam olarak yakın olduklarından birisi kaldırılmalıdır. | ÖA3, ÖA5 | 2 |
| Şıklar büyük harfle yazılırsa daha iyi olabilir. | ÖA6 | 1 |
| Seçeneklerde öznenin tekrar tekrar verilmesine gerek yoktur. | ÖA19 | 1 |

Verilen tablo incelendiğinde sorunun dil ve anlaşılırlık kapsamındaki öğretmen adaylarının görüşleri incelendiğinde çoğunluğu E seçeneğindeki sadece "hiçbiri" ifadesinin kullanımının yeterli olacağı görüşündedir. Aynı zamanda soru cümlesinde kullanılan isimlendirmeye gerek olmadığına dair şu şekilde belirtilen görüşler mevcuttur; ÖA19 kodlu öğretmen adayı *"Soruda Ali adında uydurma bir matematikçi verilmesi gereksizdir. Herhangi bir hayali matematikçiden rastgele bahsedilebilirdi.",* ÖA20 kodlu öğretmen adayı *"Bir matematikçi konular bunun bir örnek ifade olması sağlanabilir Ali adlı matematikçi şeklinde ifadeyle somutlaştırmaya gerek yoktur.",* ÖA22 kodlu öğretmen adayı *"Soru kökünde yer alan Ali adındaki matematikçi kafa karıştırıcıdır. Bunu yerine "bir matematikçi" olarak bahsedilebilir.",* ÖA29 kodlu öğretmen adayı *"Soruya "Ali adlı matematikçi" ifadesi yerine "bir matematikçi" ifadesiyle başlanılması daha uygun olacaktır.".* ÖA3 ve ÖA5 kodlu öğretmen adayları ise "B" ve "C" şıklarının anlam olarak birbirine yakın oldukları için birisinin kaldırılması yada gerekli düzenlenmenin yapılmasını önermektedir.

*24. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 24. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 101**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 24. Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 24. Two geometry books define the word rectangle in different ways. Which is true?<br>(A) One of the books has an error.<br>(B) One of the definitions is wrong. There cannot be two different definitions for rectangle.<br>(C) The rectangles in one of the books must have different properties from those in the other book.<br>(D) The rectangles in one of the books must have the same properties as those in the other book.<br>(E) The properties of rectangles in the two books might be different. | 24- İki ayrı geometri kitabı 'dikdörtgen' sözcüğünü iki farklı şekillerde tanımlamıştır. Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?<br>a) Kitaplardan birinde hata vardır.<br>b) Tanımlardan biri yanlıştır. Dikdörtgen için iki farklı tanım olamaz.<br>c) Bir kitapta tanımlanan dikdörtgenin özellikleri diğer kitaptakinden farklı olmalıdır.<br>d) Bir kitapta tanımlanan dikdörtgenin özellikleri diğer kitaptakiyle aynı olmalıdır.<br>e) Kitaplarda tanımlanan dikdörtgenlerin farklı özellikleri olabilir. |

**Tablo 102**

*24. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Soru kökü revize edilmelidir. | Ö1, Ö6, Ö14 | 1 |
| A ve B şıkkı arasındaki fark yeterince açık değil, düzeltilmelidir. | Ö15, Ö23 | 2 |

Yukarıda verilen tabloya göre belirtilen düzeltme önerilerinde, Ö1 kodlu öğretmen soru cümlesinde yer alan *"ayrı"* kelimesinin kaldırılmasını ve bir kere *"iki"* kelimesinin kullanılmasını daha uygun görmektedir. Ö1 kodlu öğretmenin soru cümlesinin revizesine ilişkin olarak *"İki geometri kitabı dikdörtgeni farklı şekilde tanımlamaktadır. Buna göre hangisi doğrudur?"*önerisinde bulunmaktadır. Ö6 kodlu öğretmen sorunun bu haliyle soruluş biçiminde *"Sorunun 3 tane doğru cevabı (A-C-D) vardır."* bunu önlemek adına soru kökünün *"İki farklı geometri kitabı dikdörtgeni farklı şekillerde tanımlamıştır."* şeklinde revize edilmesini önermektedir. Aynı zamanda Ö14 kodlu öğretmen ise soru kökünün *"İki farklı geometri kitabı "dikdörtgen" kavramını iki farklı şekilde tanımlamıştır."* şeklinde değiştirilebileceğini önermiştir. Öğretmenlerin bu sorunun cevaplarına ilişkin önerilerinde ise Ö15 kodlu öğretmen "*A ve B şıkkı arasındaki fark açık değil."* ve Ö23 kodlu öğretmen *"A ve B şıklarda aynı mantık olmuş oluyor. Bu yüzden B şıkkının "Dikdörtgenin iki faklı tanım olamaz" şeklinde kullanımı yeterli olacaktır."* şeklinde görüş bildirmektedir.

**Tablo 103**

*24. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Soru cümlesinde "iki farklı şekillerde" yerine "iki farklı şekilde" ifadesi kullanılmalıdır. | ÖA7, ÖA8, ÖA9, ÖA16, ÖA22, ÖA31, ÖA37 | 7 |
| Soru cümlesinde yer alan "ayrı" yerine "farklı" ifadesinin kullanımı daha uygun olacaktır. | ÖA25, ÖA32, ÖA37 | 3 |
| B şıkkındaki "için" kelimesi kaldırılmalıdır. | ÖA17, ÖA25 | 1 |
| Şıkların büyük harfle yazılması ve soru sayısının önüne nokta koyulması çok daha uygun olacaktır. | ÖA6 | 1 |
| Soru öncülündeki "dikdörtgen sözcüğü" ifadesi yerine "dikdörtgenin tanımı" ifadesi kullanılmalıdır. | ÖA8 | 1 |
| A şıkkında "hata vardır" yerine "hatalıdır veya yanlıştır" ifadesi kullanılmalı. | ÖA9 | 1 |
| "İki farklı geometri kitabı" denilmesine gerek yoktur, bunun yerine "iki geometri kitabı" yazılması yeterlidir. | ÖA14 | 1 |
| "İki geometri kitabı dikdörtgeni farklı şekillerde tanımlıyor" soru cümlesi daha doğru bir ifadedir. Ayrıca "dikdörtgen sözcüğü" yerine "dikdörtgen şekli" denmesi daha doğru olur. | ÖA19 | 1 |
| A şıkkı "Kitaplardan birinde hata vardır." yerine "Kitaplardan biri hatalıdır." olmalıdır.<br>C şıkkı "Kitaplardan birindeki dikdörtgenin diğer kitaptaki dikdörtgenden farklı özellikleri vardır." olarak düzenlenmelidir. | ÖA22 | 1 |
| E şıkkı "Dikdörtgenlerin özellikleri iki kitapta farklı olabilir" olarak düzeltilmelidir. | ÖA25 | 1 |
| Kullanılan dil açısından anlaşılırlığı arttırabilmek adına 1. kitap, 2. kitap gibi ifadeler kullanılmış olsaydı daha doğru olabilirdi. | ÖA28 | 1 |
| C ve D seçenekleri diğer kitaptaki dikdörtgenin özellikleri şeklinde olmalıdır. | ÖA31 | 1 |
| Seçeneklerde A ve B seçeneklerinden birinde "hata vardır" diğerinde "yanlıştır" denmesi uygun değildir. | ÖA33 | 1 |

Verilen tablo incelendiğinde öğretmen adayların bu sorunun anlaşılır olması adına çok ve farklı görüşlerde olduğu görülmektedir. Öğretmen adaylarının büyük bir kısmı soru cümlesinde *"iki farklı şekillerde"* kullanılan ifade yerine *"iki farklı şekilde"* ifadesinin kullanımını daha uygun bulmaktadır. Aynı zamanda seçenekleri daha anlaşılır olması adına yapılan düzeltme önerileri de birbirinden farklı niteliktedir. Bunlara örnek olarak ÖA9 kodlu öğretmen adayı *"A şıkkında hata vardır yerine hatalıdır veya yanlıştır ifadesi kullanılmalı. Sözcüğü yerine direkt dikdörtgeni tanımladığımız için o sözcük kaldırılmalı.",* ÖA17 kodlu öğretmen adayı *"B şıkkındaki "için kelimesi kaldırılıp "dikdörtgenin iki farklı tanımı olamaz"*

*olmalıdır.",* ÖA22 kodlu öğretmen adayı *"A şıkkı "Kitaplardan birinde hata vardır." yerine "Kitaplardan biri hatalıdır." olmalıdır. C şıkkı "Kitaplardan birindeki dikdörtgenin diğer kitaptaki dikdörtgenden farklı özellikleri vardır." olarak düzenlenmelidir."* ve ÖA28 kodlu öğretmen adayı *"Kullanılan dil açısından anlaşılırlığı arttırabilmek adına 1. Kitap, 2. Kitap gibi ifadeler kullanılmış olsaydı daha doğru olabilirdi."* verilebilir.

*25. Soruya İlişkin Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri*

Araştırma kapsamında incelenen, Usiskin (1982) tarafından hazırlanmış orjinal test sorusu ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlaması yapılmış testin 25. sorusuna ilişkin karşılaştırmalı test tablosu ile öğretmen ve öğretmen adaylarının düzeltme önerileri aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 104**

*Karşılaştırmalı Test Tablosu 25. Sorusu*

| **Usiskin (1982)** | **Duatepe (2004)** |
|---|---|
| 25. Suppose you have proved statements I and II.<br>I. If p, then q.<br>II. If s, then not q.<br>Which statement follows from statements I and II?<br>(A) If p, then s.<br>(B) If not p, then not q.<br>(C) If p or q, then s.<br>(D) If s, then not p.<br>(E) If not s, then p. | 25- Varsayalım aşağıdaki önerme I ve II yi kanıtladınız.<br>I. Eğer p ise q dir.<br>II. Eğer s ise q değildir.<br>Buna göre önerme I ve II den aşağıdakilerden hangisi çıkartılabilir?<br>a) Eğer s ise, p değildir.<br>b) Eğer p değil ise q değildir.<br>c) Eğer p veya q ise s dir.<br>d) Eğer p ise s dir.<br>e) Eğer s değil ise p dir. |

**Tablo 105**

*25. Soruya Yönelik Öğretmenlerin Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Matematiksel semboller kullanılmalıdır. | Ö4, Ö10, Ö22 | 3 |
| Soru cümlesinde bulunan "varsayalım" kelimesi kaldırılmalıdır. | Ö1 | 1 |
| Soru kökünde "Varsayalım ki" kalıbı kullanılmalıdır. | Ö10 | 1 |
| D seçeneği "eğer s ise p değildir" şeklinde düzeltilmelidir. | Ö12 | 1 |
| Soru ifadesi "Önerme I ve II'yi kanıtlamanız durumunda aşağıdaki ifadelerden hangisine ulaşabilirsiniz?" olarak değiştirilebilir. | Ö14 | 1 |
| Soru kökünde "ifadeleri inceleyiniz" veya "bu ifadelerden hangisi doğrudur" kullanımları daha uygun olacaktır. | Ö23 | 1 |

Yukarıda verilen tabloya bakıldığında öğretmenlerin sorunun anlaşılır olması adına soru cümlesinde yer ifadelerin matematiksel sembollerle gösteriminin daha uygun olacağı yönünde görüşlerini bildirmiştir. Ö4 kodlu öğretmen *"Neden sözel ifade etti? Düzeyi etkiler mi bilmiyorum ama matematiksel kavramlarla verilmesi daha anlaşılır olcaktır"* ve Ö10

kodlu öğretmen "*Sözel olarak ifade edilmesi kabul edilebilir ancak soru düzeyi gereği semboller verilmelidir"* şeklinde görüşlerini dile getirmektedirler. Ö1 kodlu öğretmen soru cümlesinde yer alan "varsayılım" ifadesinin kaldırılmasını uygun bulurken Ö10 kodlu öğretmenin "varsayalım ki" yazılımını uygun bulması da karşıt bir görüş olmaktadır. Ö14 ve Ö23 kodlu öğretmenlerin soru cümlesinde belirtilen düzeltme önerilerinin olduğu görülmektedir.

**Tablo 106**

*25. Soruya Yönelik Öğretmen Adaylarının Düzeltme Önerileri*

| **Belirtilen düzeltme önerileri** | **Öğretmen Adayı kodları** | **f** |
|---|---|---|
| Sorunun şıkları sözel ifadeler yerine matematiksel dille ifade edilmesi daha anlaşılır olacaktır. | ÖA2, ÖA5, ÖA9, ÖA13, ÖA14, ÖA16, ÖA20, ÖA23, ÖA26, ÖA28, ÖA32, ÖA33, ÖA36, ÖA37 | 14 |
| Şıkların büyük harfle yazılması ve soru sayılarının yanına kesme işareti değil de nokta konulması daha iyi olacaktır. | ÖA6 | 1 |
| Soru kökü "I ve II yi kanıtladığınız kabul edlirse aşağıdakilerden hangisi doğrudur?" şeklinde değiştirilmelidir. | ÖA8, ÖA16 | 2 |
| Soru cümlesindeki "varsayalım" ile başlayan ifade kaldırılıp direkt önermeler verilmelidir. | ÖA9, ÖA20 | 2 |
| Seçeneklerdeki ve soru kökündeki "Eğer" ifadesine gerek yoktur. | ÖA20, ÖA32 | 2 |
| "Kanıtladınız" kelimesi yerini "ispatladınız" kelimesini kullanmak daha uygundur. | ÖA18 | 1 |
| A şıkkı ve C şıkkı çevirinin doğruluğu için yer değiştirmelidir. | ÖA25 | 1 |
| Soru kökünde yer alan "Varsayalım aşağıdaki 2 önermeyi kanıtladınız" ifadesi kullanılmamalı. | ÖA26 | 1 |
| Soru kökünde "varsayalım kanıtladınız" ifadesi yerine "kanıtlandığı varsayılmıştır" ifadesinin yazılması soruyu objektif bir forma getirecektir. | ÖA29 | 1 |
| Önermeler soru cümlesinin üst kısmında yer alırsa daha uygun olacaktır. | ÖA35 | 1 |
| Dil kullanımı ve anlaşılırlık açısından "çıkartılabilir" kelimesi "çıkarılabilir" olarak düzeltilmelidir. | ÖA35 | 1 |
| "Varsayalım ki önerme 1 ve 2 ispatlanmış önermelerdir." şeklinde soru cümlesi düzenlenmelidir. | ÖA40 | 1 |
| A ve D şıkları aynı olduğundan birisi kaldırılmalıdır. | ÖA41 | 1 |

Verilen tablo incelendiğinde son soruya ilişkin öğretmen adaylarının dil ve anlaşılırlık bakımından düzeltme önerileri oldukça fazladır. Öğretmen adaylarının çoğunluğu matematiksel dil açısından sorunun sözel olarak ifade edilmesi yerine matematiksel

sembolleri kullanarak ifade etmenin daha uygun olacağı yönünde görüş belirtmektedirler. ÖA2 kodlu öğretmen adayı *"Dilini çok sade bulamadım biraz karışık geldi yani anlamak güç seçeneklerden de işaretlerin yazıyla yazılması anlamayı zorlaştırıyor biraz.",* ÖA5 kodlu öğretmen adayı *"Sorunun şıklarını sözel ifadeler yerine matematiksel dille ifade etseydi daha anlaşılır olurdu bu durumda şıkları anlayıp soruyu cevaplandırmak uzun zaman alır.",* ÖA28 kodlu öğretmen adayı *"Verilen önermeler sözel olarak değil de semboller yardımıyla belirtilmiş olduğunda daha anlamlı olabilirdi"* ve ÖA37 kodlu öğretmen adayı ise *"Soru kökünde bir problem yoktur.Yalnızca sorularda ve şıklarda verilen 'ise, değil' gibi ifadeler sözlü olarak değil sembol olarak gösterilirse daha anlaşılır olur o yüzden sembolle gösterilmelidir."* şeklindedir. Soru cümlesinin revize edilmesi gerektiğine dair de birbirinden farklı ve değişik görüşler sunulmaktadır. Örneğin; ÖA8 kodlu öğretmen adayı *"Soru kökü "I ve II yi kanıtladığınız kabul edilirse aşağıdakilerden hangisi doğrudur?" şeklinde değiştirilmelidir."*, ÖA19 kodlu öğretmen adayı *"Önermelerin doğruluğu veya yanlışlığı hakkında bilgi verilmemiştir. Önermelerden yola çıkarak farklı önermeler yapabilmemiz için doğruluğu veya yanlışlığı bilinmelidir. 'varsayalım aşağıdaki önerme I ve II' yi kanıtladınız.' cümlesi hatalıdır."*, ÖA22 kodlu öğretmen adayı *"Soru kökü üzerinde değişiklik yapılmalıdır. Değişikler, "Varsayalım aşağıdaki önerme I ve II yi kanıtlayınız." yerine "Aşağıdaki iki önermeyi inceleyiniz." "Buna göre önerme I ve II den aşağıdakilerden hangisi çıkartılabilir?"* yerine *"Buna göre çıkarımlardan hangisi doğrudur?" olmalıdır."* gibi birbirinden farklı düzeltme önerileri mevcuttur. ÖA41 kodlu öğretmen adayının ise seçeneklerden A ve D'nin aynı anlama geldiğini ve bundan dolayı seçeneklerden birinin kaldırılması gerektiğini düşünmesi de dikkat çekicidir.

**4.3.2. Uluslararası Alanyazında Kullanılan Ölçme Araçları:** Uluslararası alanyazında van Hiele geometrik düşünme düzeylerini belirlemede kullanılan ölçme araçları aşağıda tanıtılacaktır. Bunlar;

- Geometri Kavram Testi, görsel kavramlar ve becerilerin kazanılmasının test edilmesinde kullanılan bu test proje kapsamında uyarlanmıştır. Testte üç tip soru bulunmaktadır. Bunlar; çoktan seçmeli sorular, açık uçlu sorular ve yapılandırma sorularıdır. Testin içeriğinde daire, kare, üçgen, dikdörtgen şekillerini tanıma, daireleri ve kareleri bulma, daire çizimi, kare çizimi, çizgi tanıma, kareleri birleştirme, dağa ağaç çizimi, örüntü, nasıl üçgen yapıldığını açıklama ve çevredeki daireleri bulma soruları bulunmaktadır (Schrier, 1994).
- Şekil Seçme Testi, çocukların çember, üçgen, kare ve dikdörtgen şekillerini tipik, atipik ve geçersiz örneklerinden seçmeleri için hazırlanmış bir testtir. Bu test van Hiele Teorisi

ve bir proje kapsamında Razel ve Eylon (1990) tarafından hazırlanmıştır. Testin uygulanması yaklaşık 20 dakika sürmektedir. Cevaplar puanlandıktan sonra kodlanmaktadır (Clements vd., 1999).

- Van Hiele geometrik düşünme teorisine dayanan, Chicago Üniversitesi'nden Usiskin (1982) tarafından oluşturulan VHGT yaygın olarak kullanılmaktadır. Test maddeleri, her düzey için van Hiele düzey tanımlayıcılarına ve öğrencinin anlayıp gerçekleştirebilmesi gerekenlere doğrudan karşılık gelecek şekilde yazılmıştır. Bu bağlamda amaçlanan öğrencinin düzeyi değil, geometrik olarak nasıl düşünebildiğidir (Usiskin ve Senk, 1990). Usiskin (1982) tarafından yapılan çalışma kapsamında bir yıllık geometri dersine kayıtlı 13 okuldan seçilen 2699 öğrenci farklı okullar ve sosyoekonomik durumlardan seçilmiştir. Lise geometrisine kayıtlı öğrencilerin çoğu 10. sınıfta olmasına rağmen, öğrencilerin bulundukları sınıf seviyeleri 7. ila 12. sınıf arasında değişmektedir.

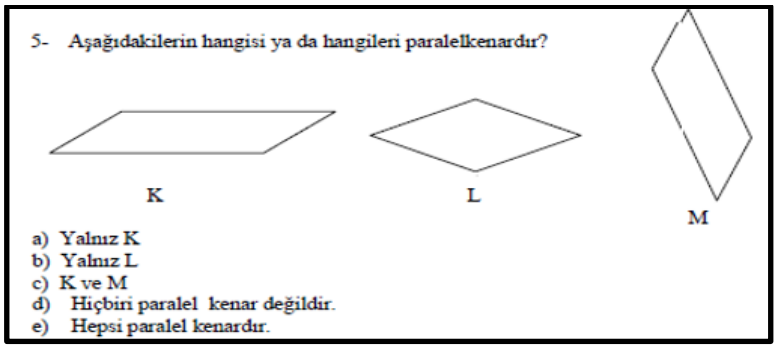
Van Hiele düzeylerini yeterince ayrıntılı olarak tanımlayan detaylı ve kapsamlı bir test aracı geliştirmek için, CDASSG projesindeki araştırmacılar ilk olarak van Hiele'nin dokuz orijinal eserini (bunlardan dördü İngilizce olarak yazılmış ve beşi Hollandaca, Almanca veya Fransızca'dan İngilizce'ye çevrilmiştir) gözden geçirmişlerdir. Van Hiele'nin eserlerinden belirli bir düzeydeki öğrencilerin davranışlarını tanımlayan tüm alıntılar derlenmiştir. Alıntılara bir örnek olarak, aşağıda Usiskin'in (1982) CDASSG proje raporunda sunduğu düzey 1 davranışlarının bir listesi verilmiştir:

Düzey 1 (temel düzey, düzey 0)

1. "Şekiller, görünümlerine göre değerlendirilir."
2. "Bir çocuk dikdörtgeni biçimine, şekline göre tanır."
3. "Dikdörtgen ona kareden farklı görünüyor."
4. "Bir çocuk eşkenar dörtgendeki paralelkenarı tanımaz."
5. "Bir öğrenci bu şekilleri hatasız üretebildi ..."

**Şekil 14**

*Van Hiele Testinde Yer Alan Düzey 1'e Karşılık Gelen Test Sorusu*



Van Hiele testi yirmi beş sorudan oluşmaktadır ve 35 dakikalık bir zaman çerçevesinde uygulanmaktadır. Bir öğrenci daha sonra belirli bir düzeyde ne kadar iyi performans gösterdiğine göre puanlanır. 2 tür değerlendirme sistemi vardır. Bunlar; Tip I hatası, bir öğrencinin o bölümde 5 sorudan 4'ünü doğru yaparsa bir düzeyi geçmesine; Tip II hatası, öğrencinin 5 sorudan 3'ünü doğru yaparsa geçmesine izin vermektedir. Değerlendirme sistemindeki kriterler değişirse, öğrencilerin düzeylerinin de değişeceği kabul edilmelidir (Usiskin, 1982). Bu bağlamda değerlendirme aşamasında seçilecek olan kriter araştırmada kontrol altına alıncak olan hata türüne göre değişiklik göstermektedir. Dolayısıyla araştırmada, bireyin bulunduğu geometrik düşünme düzeyinin daha altında bir düzeye atanması önlenmek isteniyorsa 5 sorudan en az 3'ünü; geometrik düşünme düzeyinin üzerinde bir düzeye atanması kontrol altına alınmak isteniyorsa 5 sorudan en az 4'ünü doğru cevaplamış olma kriteri aranmalıdır (Usiskin, 1982). Bu nedenle bahsi geçen kriterlerden hangisinin kullanılacağı araştırmacıların kendi tercihlerine bırakılmıştır (Knight, 2006). Hatta geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili yapılan çalışmaların bazılarında 5 sorudan en az 3'ünü (Bal, 2012; Coşkun, 2009; Polat vd., 2010) bazılarında ise 5 sorudan en az 4'ünü (Kılıç, 2003; Oral ve İlhan, 2012; Şahin, 2008) doğru cevaplama şartının arandığı görülmektedir. Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin hiyerarşik yapısından dolayı öğrencilerin sonraki düzeylere geçiş yapabilmesi için önceki düzeyleri başarıyla geçmesi şartına bağlı kalınmıştır.

Usiskin (1982) tarafından öğrencilerin teste verdiği cevaplara yönelik olarak verilen puanlama sistemi şu şekilde gerçekleşmektedir; (düzey 1), 1-5. sorularda kriteri sağlıyorsa 1 puan; (düzey 2), 6-10. sorularda kriteri sağlıyorsa 2 puan; (düzey 3), 11-15. sorularda kriteri sağlıyorsa 4 puan; (düzey 4), 16-20. sorularda kriteri sağlıyorsa 8 puan ve son olarak (düzey 5), 21-25. sorularda kriteri sağlıyorsa 16 puan verilecektir. Puanlama sisteminde öğrencinin hangi düzeyde olduğunun belirlenebilmesi için ağırlıklı toplam puanına bakılmıştır. Bu puanlama sistemine göre bir öğrencinin birinci düzeyde olabilmesi için gereken puan bir; ikinci düzeyde olabilmesi için gereken puan üç; üçüncü düzey için gereken puan yedi; dördüncü düzey için gereken puan 15; beşinci düzey için gereken puan 31 olmaktadır.

Örneğin 19 puan, öğrencinin düzey 1 (1 puan), düzey 2 (2 puan) ve düzey 5 (16 puan) kriterlerine ulaştığını gösterir. Bu nedenle, ağırlıklı toplamı 1 + 2 + 16 = 19 olan bir öğrenci, düzey 1, düzey 2 ve düzey 5 kriterlerini karşılayabilir ve van Hiele Düzey 2'ye atanır. Çünkü bir öğrenci, n düzeyine kadar ve dahil olmak üzere her düzeyi geçme kriterini karşılıyorsa ve yukarıdaki tüm düzeyler için kriterleri karşılayamıyorsa, öğrenci n düzeyine atanmıştır; öğrenci herhangi bir düzeye atanamazsa, o öğrencinin uygun olduğu söylenmez (Usiskin, 1982).

**Tablo 107**

*Usiskin (1982) VHGT Yer Alan Sorulara İlişkin Veriler*

| Sorular | Düzey Özellikleri | Sorulara Ait Özellikler |
|---|---|---|
| 1-5 | İlk düzeyde geometrik şekillerin öğrenciler tarafından şekle bakarak görüntüsünden şekli tanıyıp tanımadıklarını belirlemek amaçlanmaktadır. | Üçgen, kare, dikdörtgen ve paralelkenarın seçilebilmesi ile ilgili sorular. |
| 6-10 | İkinci düzeyde geometrik şekillerin özelliklerinin öğrenciler tarafından bilinip bilinmediğini anlamak amaçlanmaktadır. | Paralelkenar, kare, dikdörtgen, ikizkenar üçgen, eşkenar dörtgen, deltoit ve çemberin özelliklerinin algılanması ile ilgili sorular. |
| 11-15 | Üçüncü düzeyde öğrencilerin şekiller arasındaki bağlamları fark edip edemediklerini belirlemek amaçlanmaktadır. Ayrıca sorulara doğru cevap veren öğrencilerin aksiyomlar ve tanımlar hakkında da bilgiye sahip oldukları düşünülmektedir. | Farklı üçgenler, dikdörtgen ile üçgen ve farklı dikdörtgenler arasındaki ilişkilerin ve dikdörtgenin paralelkenar, karenin de bir dikdörtgen olması gibi birbirinin alt sınıfı olan geometrik şekiller arasındaki ilişkilerin algılanması ile ilgili sorular. |
| 16-20 | Dördüncü düzeyde geometrik muhakeme ve mantıksal çıkarımlar yapmayı içeren sorular yer almaktadır. Dolayısıyla öğrencilerin ispat yazma ve anlama bilgisine sahip olup olmadıklarını anlamak amaçlanmıştır. | Eşkenar ve dik üçgenlerdeki basit ispatlar, kare ve dikdörtgenle ilgili ispat, aksiyom ve önermelerin algılanması ile ilgili sorular. |
| 21-25 | Beşinci düzeyde öğrencilerin Öklid ve Öklid dışı geometride akıl yürütme becerisini belirlemek amaçlanmaktadır. | Geometride açılar, tanımlar, geometrik uzay, metrik yapı (tanımlamış kendine özel metrik yapı), kesişme ve paralellik, aynı geometrik cisimlerin farklı tanımları ile ilgili sorular. |

− Buna karşılık, Burger ve Shaughnessy (1986), "Geometride van Hiele Düzey Gelişiminin Temel Özellikleri" adlı araştırmasında farklı yaş aralıklarında yer alan öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini yürüttüğü klinik mülakatlar ile belirlemeyi amaçlamaktadır. Bu bağlamda öğrencilerden mülakatlarda sırasıyla: farklı üçgenler çizmeleri, birtakım geometrik şekil arasından paralelkenar, dikdörtgen, kare ve eşkenar üçgen olanları ayrı ayrı belirlemeleri, verilen geometrik şekiller arasındaki benzerlik ve farklılıkları tek tek listelemeleri ve özellikleri verilen geometrik şekillerin türlerini belirlemeleri ve son olarak aksiyom, teorem ve ispata örnek vermeleri istenmiştir. Bu değerlendirme aracında her bir problem için, her öğrencinin cevabı analiz edilip, cevapta kanıtlanan baskın düzeye göre bir van Hiele düzeyi atanmaktadır.

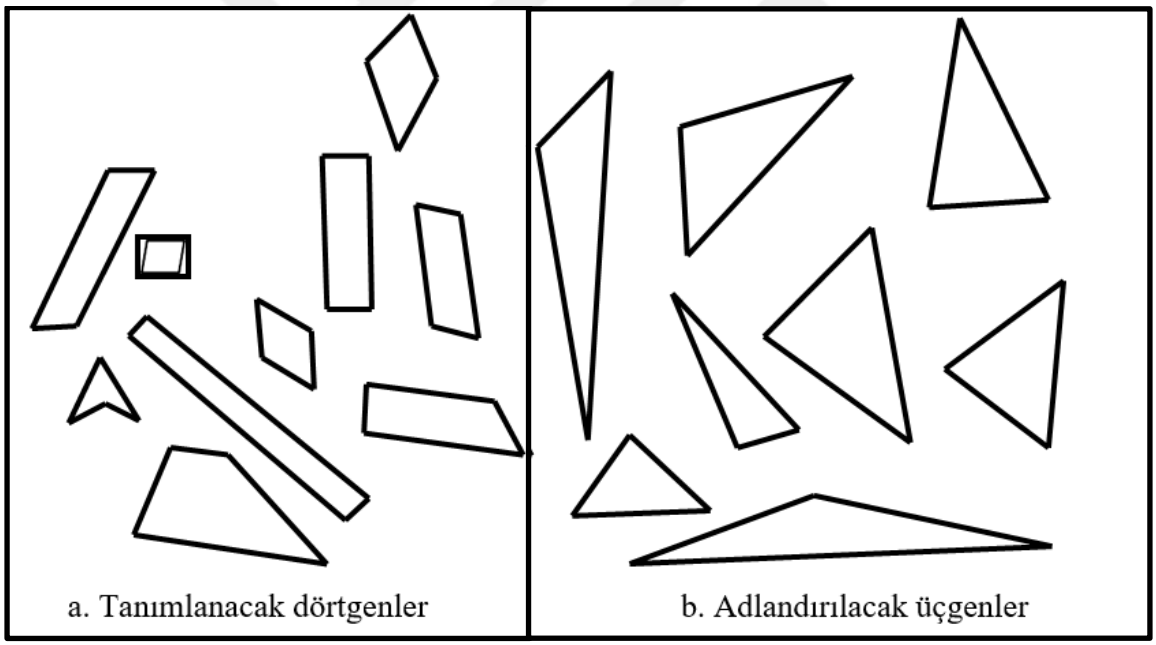
Burger ve Shaughnessy (1986) tarafından hazırlanan klinik mülakatta yer alan bir soru örneği aşağıdaki gibidir. Şekil 16 mülakatta kullanılan Tanımlama (a) ve Adlandırma (b) görevlerini göstermektedir.

*Tanımlama ve Adlandırma:*

Öğrencilere dörtgenleri içeren bir çalışma sayfası verilmiş (Şekil 16) ve her kareye bir S ve her dikdörtgene bir R yazmaları (terimlerle ilgili öğrencilerdeki benzerlikleri görmek için) ve eğer öğrenci terimlere aşinaysa, her paralelkenara bir P ve her eşkenar dörtgende bir B harflerinin konulması istenmiştir. Ayrıca görüşmeler sırasında, öğrencilerden yazdıklarını açıklamaları da istenmiştir. Etkinliğin tanımlama bölümünde öğrenciye, "Çalışma sayfasındaki tüm dikdörtgenleri seçmek için birine neyi aramasını söylersiniz?" ya da "Daha kısa bir liste yapabilir misiniz? 2 numara dikdörtgen midir? 9 numara bir paralelkenar mı? " şeklinde sorular sorulmuştur.

**Şekil 15**

*Oregon Projesi'nden İki Deneysel Görev*



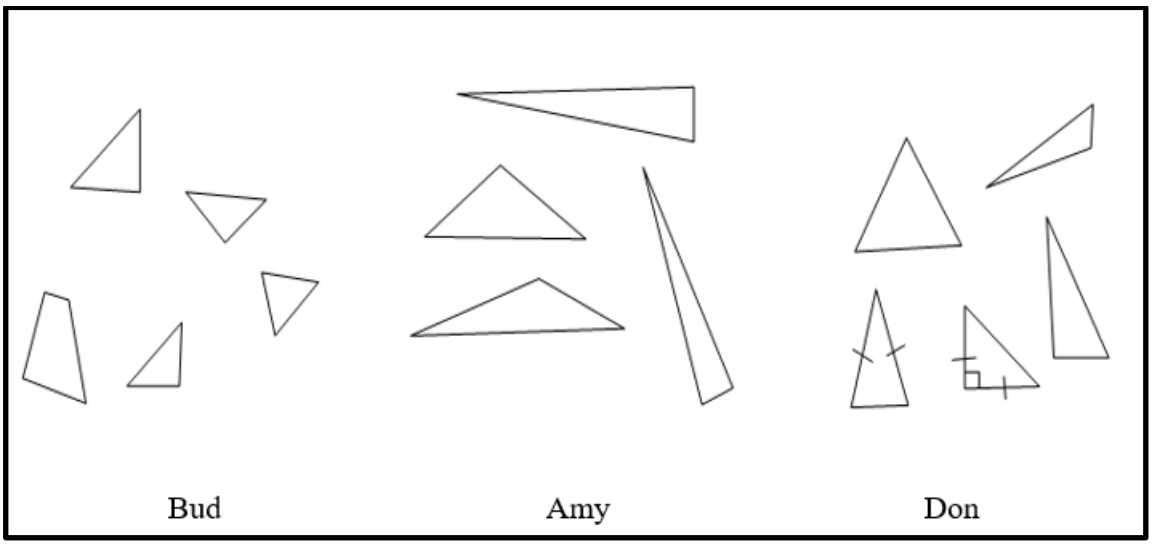

*Adlandırma:*

Masaya birbirinden farklı kesilmiş üçgenler yerleştirilmiştir (Şekil b). Öğrenciye, "Bunlardan bir şekilde birbirine benzeyenleri bir araya getirebilir misin? Nasıl benziyorlar? Birbirine benzeyenlerin bazılarını farklı şekillerde bir araya getirebilir misin? Nasıl benziyorlar? " (s.34) şeklinde sorular sorulmuştur. Öğrenci yeni sıralama stratejileri geliştirebildiği sürece bu sorgulama hattı devam etmiştir. Bu etkinlikler, öğrencinin tanımlarını ve derse dahil ettiklerini keşfetmeyi amaçlamıştır.

Örneğin, “Üçgen Çizme” etkinliğinde görüşülen öğrencilerden “farklı üçgenler” çizmeleri istenmiştir. Burger ve Shaughnessy (1986), görüşmeler sırasında görüşülen kişilerin çizimlerine dayanarak, 5. sınıf öğrencisi Bud için “farklı üçgenlerin” yalnızca farklı yönlerde veya konumlarda üçgenler anlamına geldiğini bulmuştur. Bunun aksine, 8. sınıf öğrencisi Amy için “farklı üçgenler”, farklı açı ölçüleri ve boyutları anlamında ve 10. sınıf öğrencisi Don için “farklı üçgenler” farklı üçgen türleri anlamında olmuştur. Şekil 17, Bud, Amy ve Don’un çizimlerini göstermektedir.

**Şekil 16**

*“Üçgen Çizme” Etkinliğinde Bud, Amy ve Don'un Çizimleri*




Burger ve Shaughnessy (1986) tarafından geliştirilen “düzey göstergeleri” sırasıyla 0’dan 4’e kadar tanımlanmıştır. Görüşmeler sırasında öğrencilerin yanıtlarına göre, her üç öğrencinin de “farklı üçgenler” ile ne kastedildiğini düşünmelerine ve çizim sağlayabilmesine rağmen, üç öğrencinin daha sonra üç farklı van Hiele düzeyinde olduğu belirlenmiştir; Bud (Düzey 0), Amy (Düzey 1) ve Don (Düzey 2). Bu örnek, “aynı dilin” kullanımını, ancak çok farklı akıl yürütme süreçlerinden geçtiğini göstermektedir. Burger ve Shaughnessy (1986) ayrıca görüşülen öğrencilerle görevi tamamlamaları için soruların sorulduğu orijinal senaryoları da belgelemişlerdir. Örneğin, “Üçgen Çizme” etkinliği için görüşülen öğrencilerden bir üçgen (No.1 olarak adlandırılır) ve ardından bir şekilde ilkinden farklı olan başka bir üçgen (No.2 olarak adlandırılır) çizmeleri istenmiştir. Görüşülen öğrenciden bunu yaptıktan sonra, ilk iki üçgenden farklı olan üçüncü bir üçgen çizmesi istenmiştir ve bu böyle devam etmiştir. Daha sonra görüşülen öğrencilere “2 numara, 1 numaradan nasıl farklıdır?”, “Birbirlerinden nasıl farklı olabilirler?” gibi sorular sorulmaktadır.

Görüşülen öğrencilerin bir yandan yazılı çalışmaları, diğer yandan sorulara verdikleri sözlü yanıtları, verilerin güvenilirliğini artırmak ve verilerin araştırmacılar tarafından nasıl analiz edilip yorumlandığına dair güçlü kanıtlar sağlamak için birleştirilmiştir. Klinik görüşmelerin en büyük avantajı, görüşmelerden elde edilen bilgilerin, öğrencilerin akıl yürütme yolları hakkında daha derin bir bilgi vermesidir. Bununla birlikte, bu çalışma, çok geniş bir yaş aralığını (anaokulundan liseye) temsil eden küçük bir öğrenci grubu ile sınırlandırılmıştır. Bu tür araştırmalar zaman alıcıdır ve birçok öğrenciyi değerlendirmek adına uygun değildir.

Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini konu alan çalışmalarda kullanılan yöntemlerin gözden geçirilmesi, önerilen çalışmanın tasarımını etkilemektedir. Öğrencilerin van Hiele düzeylerini belirlemek için kullanılan van Hiele Geometri Testi, öğrencilerin düşünme düzeyleri hakkında ilk bilgileri elde etmede etkilidir ve CDSSAG projesi bunun iyi test edilmiş ve tasarlanmış bir test aracı olduğunu göstermiştir. Diğer yandan Oregon projesi, klinik mülakatların temel geometrik şekiller hakkında öğrencilerin düşünme süreçlerini nasıl iyi tespit edebileceğine dair bir örnek vermektedir.

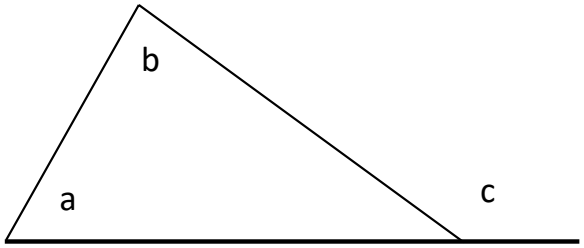
- Fuys ve arkadaşları (1988) tarafından geliştirilen projenin bir parçası da öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için değerlendirme aracı geliştirmek olmuştur. Bu nedenle, Amerika'da 6. sınıfta matematik derslerinde kullanılan van Hiele Teorisi'ne dayalı olarak hazırlanmış kitap serisini ve öğretmenlerin van Hiele düzeylerini adlandırıp adlandıramadıklarını analiz etmek istemişlerdir. Araştırma kapsamında on altı altıncı sınıf ve on altı dokuzuncu sınıf öğrencisiyle yapılan görüşmeler boyunca yirmi yedi etkinlik verilmiştir. Araştırmacılar projelerinin bir parçası olarak, görüşmeler için bir bağlam sağlamak amacıyla "öğrencinin geometride düşünmeyi olumsuz etkileyebilecek düşünme, bilişsel süreçler ve öğrenme zorluklarına ışık tutabilecek" üç öğretim modülü geliştirmişlerdir. Amaç, öğrencilerin görüşmeler sırasında öğretim etkinlikleriyle ilerledikçe daha gerçekçi bir potansiyel çalışma seviyesi ortaya çıkarıp çıkarmadıklarını belirlemek olmuştur. Etkinlikler, belirli van Hiele düzey tanımlayıcıları ile ilişkilendirilmiştir ve kısmen van Hiele-Geldof'un doktora araştırmasındaki materyaline dayanmaktadır. Diğer görevler, Burger ve Shaughnessy (1986) tarafından geliştirilenlere benzemektedir. Bu çalışmada ele alınan geometri konuları, dörtgenlerin özellikleri, üçgenler ve dörtgenler açıları ve açı toplamları ve son olarak dikdörtgenlerin, paralelkenarların ve üçgenlerin alanıdır (Fuys vd.,1988). Değerlendirme, her öğrenci ile 45 dakikalık 6-8 seansta gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler, araştırmacı ile modüller boyunca çalışmış ve oturumlar videoya alınmıştır. Öğrencilerin yanıtlarını analiz etmek için ayrıntılı bir protokol formu geliştirilmiş ve tanımlanan düzeylere göre öğrenci ataması

yapılmıştır. Çalışma sonucunda elde edilen bulgular (video ile kayıt altına alınan görüşmeler) analiz edilip, 6. sınıf öğrencileri üç grupta sınıflandırılmıştır. Bu sınıflandırma; düzey 1'e ilerlemeyen düzey 0 öğrencileri, düzey 1'e doğru ilerleyen düzey 0 öğrencileri ve düzey 1 öğrencileri şeklinde olmuştur. Düzey 1'e ilerlemeyen düzey 0 öğrencilerinden birçoğu farklı durumlarda yer alan geometrik şekilleri tanımlamakta zorluk yaşamışlardır. Dikdörtgeni tanımlaması istenen bir öğrenci iki kısa iki uzun kenarı olduğunu ve beklenmeyen ilginç bir durum olarak da iki öğrencinin paralelkenar ve dörtgen terimlerini duymadıklarını ifade etmişlerdir. Düzey 1'e doğru ilerleyen düzey 0 öğrencileri ise dikdörtgen ve kareyi tanımlamak için sıklıkla şekil özelliklerini kullanmışlar, fakat yamuk ve paralelkenar tanımlarında zorlanmışlardır. Düzey 1 grubunda yer alan öğrenciler geometrik şekilleri sınıflandırmak için ilgili özellikleri ve sınıflar arasındaki ilişkileri tanımlamaya çalışmışlardır. Bu araştırmadan elde edilen tüm sonuçlar van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin hiyerarşik bir yapıda olduğunu kanıtlamıştır. Elde edilen sonuçlara bağlı olarak çocukların geometrik şekilleri tanımlamaları hem teori hem de yapısalcılık merkezli müfredat geliştirenler için önem arz etmektedir. Çünkü çoğu öğretmen ve müfredat yazarı okul öncesi döneminde yer alan çocukların basit şekilleri ayırmada zorlandıklarını ya da hiç ayıramadıklarını düşünmektedirler. Ayrıca bu çocukların geometrik şekil bilgisini basit düzeyde gösterdiklerini ve geometrik etkinliklerden uzak kalan çocukların ise geometri derslerinde zorlanabileceklerini söylemektedirler. Ayrıca sonuçlar dilin geometri gelişiminde oldukça etkili bir faktör olduğunu göstermektedir. Öğrenciler kelimelerin ortak kullanımını matematiksel tanımlarla karıştırmışlardır. Bu nedenle, öğrencilerin terminoloji anlayışlarının değerlendirilmesi öğretimin bir parçası olmalıdır. Bu çalışmadan, öğrenci geometri hakkında ne kadar uygun bir bağlamda çalışabiliyorsa düzeylerdeki ilerlemenin o kadar kolay olduğu ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin düşüncelerini açıklamak için seçebilecekleri iyi görsel materyaller ve manipülatiflerin, dil boşluğunu kapatmaya yardımcı olabileceğini göstermektedir. Öğrencilerin anlayışlarında görsel algılama güçlükleri de belirgin bir şekilde ortaya çıkmıştır. Bir kavramın doğru tanımına sahipken, aynı zamanda uygulama zorluklarına yol açan kavramla sıkı bir şekilde ilişkili özel bir görsel imgeye sahip olabilirler (Fuys vd, 1988). Bu zorluk da genellikle öğrencilerin belirli bir yönelimle sınırlı olan deneyimlerinin bir sonucu olarak ortaya çıkmıştır.

Aşağıda Fuys ve diğerleri (1988) tarafından hazırlanan etkinlikte yer alan bir soruya örnek verilmiştir;

**Şekil 17**

*Bir Üçgenin Dış Açısı*




Şekil 17'de yer alan bir üçgenin bir dış açısının diğer açılarla ilişkisinin değerlendirilmesine yönelik olarak hazırlanmış açık uçlu soru örneğinde öğrencilere "c açısı, a açısı veya b açısı ile ilgili midir?" şeklinde sorular sorulmuştur.

- Stellenbosch Üniversitesi Matematik Eğitimi Araştırma Birimi'nin (RUMEUS testi) bir parçası olarak De Villiers ve Njisane (1987) tarafından geliştirilen bir başka van Hiele geometrik düşünme düzeylerini ölçmede kullanılan yazılı test elli üç açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Soruların doğası, paralel doğrular verildiğinde verilmeyen açıları bulma, paralelkenar gibi belirli bir şeklin özelliklerini listeleme gibi basit sorulardan; tanımların yorumlanmasını ve ispatların oluşturulmasına kadar zor soruları kapsamaktadır. Testte yer alan sorular daha çok lise müfredatıyla ilgili konulardan oluşmaktadır. Testte yer alan örnek soruya aşağıda yer verilmiştir:

Soru 31: Kare dikdörtgen midir?

Soru 32: 31'de verdiğiniz cevabın nedenini belirtiniz.

Düzey atamasına ilişkin olarak, öğrencilerin yanıtları değerlendirildiğinde örnek olarak "31. Evet 32. Bir dikdörtgene benziyor "ifadesi görsel düşünceleri yansıttığı için düzey 1 olarak sınıflandırılır. Ancak "31. Evet 32. Kare eşit kenarlı bir dikdörtgendir" cevabı ise hiyerarşik düşünmeyi gerektirdiğinden 3. düzey olarak sınıflandırılır.

- Bu test daha sonra Smith (1989) tarafından van Hiele düşünme düzeylerini belirlemek için geliştirilen ikinci bir test aracıyla teorik ve deneysel bir karşılaştırma yapmak için kullanılmıştır. Geliştirilen bu ikinci test, Chicago Üniversitesi'nde Usiskin (1982) tarafından geliştirilen testin biraz değiştirilmiş bir versiyonu olmuştur. Testte van Hiele düşünme düzeylerini test etmek için üç kavramı kapsayan yirmi beş çoktan seçmeli soru kullanılmıştır. Her iki test için değerlendirme, Mayberry (1981) tarafından tasarlanan değerlendirme sistemine benzer olmuştur. Her iki testin de öğrencilerin van Hiele düzeylerinin dağılımında faydalı olduğu görülmüştür. Mayberry'nin (1981) öğrencilerin farklı kavramlar için farklı düzeylerde olduğu iddiasının ışığında, bunun her iki testte de ciddi bir sınırlama olduğu, ancak genel olarak De Villiers ve Njisane (1987) tarafından geliştirilen testin sadece daha fazla

içeriği değil, aynı zamanda daha fazla süreci de kapsadığı iddia edilmektedir. Bu test, neredeyse tüm yönlerden Smith (1989) tarafından geliştirilen testten daha iyi performans göstermesine rağmen, ikincisi, daha kısa ve uygulanması daha kolay olma avantajına sahip olarak görülmüştür.

- Mayberry (1981) yaptığı doktora çalışmasında öğretmen adaylarının van Hiele düzeylerini ve bu düzeylerin hiyerarşik olup olmadığını araştırmıştır. Bunun için öğretmen adayları ile haftalık mülakatlar yapılarak öğretmen adaylarının farklı konulardaki van Hiele düzeyleri belirlenmiştir. 19 ilköğretim okulundan seçilen aday öğretmenlere iki görüşme boyunca 7 geometri kavramıyla ilgili 52 soru sorulmuştur (kare, dik üçgen, ikizkenar üçgen, daire, paralel kenar, eşkenar üçgen). Her bir soru, bir öğrencinin belirli bir düzeyde mantık yürütme yeteneğini incelemek için tasarlanmış olup bu soruların hepsi düzeylerin tümünü içermektedir. Mayberry (1981) tarafından geliştirilen test EK-5'de sunulmuştur. Öğrenci o düzey ve konu için testte kritik bir puana ulaşırsa, öğrencinin belirli bir konuda bir düzeye hakim olduğu söylenmektedir. Çalışma kapsamında verilerin analizinde kavram bazında bir matris kullanılmıştır. Her öğrenci için, o hücreye ilişkin sorulara verilen yanıtlar düzey için performans kriterini karşılıyorsa hücreye bir "1", aksi halde "0" konulmuştur. Örneğin bir öğrencinin puanı 11000 ise öğrenci ilk iki düzeyi kazanmış fakat 3, 4 ve 5. düzeyleri kazanamamış olduğu söylenmektedir. Ayrıca bu puan hiyerarşiyi bozmayan bir puandır. Fakat eğer bir öğrencinin puanı 10110 ise bu öğrenci 2. ve 5. düzeyleri kazanamamış fakat diğer düzeyleri kazanmıştır. Ancak bu öğrencinin puanı hiyerarşik olmayıp 1 hata mevcuttur. Çalışma kapsamında hata son 1'in öncesindeki 0'ların sayısı olarak belirtilmiştir. Bu genel perspektif içerisinde çalışma sonucunda düzeylerin hiyerarşisi ile elde edilen veriler Guttman Scalogram analizi ile analiz edilmiştir. Bu analiz sonucunda çoğaltılabilirlik puanı r=0,97 olarak bulunmuştur. Bulunan bu puan 0,90'dan büyük bir değer olduğu için düzeylerin hiyerarşik olduğuna karar verilmiştir. Ayrıca Mayberry (1981) öğrencilere her konu için van Hiele düzeyinde bir düşünme atanabileceğini, ancak bir öğrencinin farklı konularda aynı düzeyde düşünme süreçlerini göstermediğini keşfetmiştir. Mayberry (1983) ilkokul öğretmenlerinin söz konusu belirli geometrik içeriğe bağlı olarak aynı anda birden fazla van Hiele düzeyinde olabileceğini keşfetmiştir. Ayrıca sonuçlar lise geometrisi alan birçok öğretmenin düzey 3'ün altında olduğunu göstermiştir. Öğretmenlerin çoğu ne düzey 1 karakteristiğinde şekillerin özelliklerini algılamakta ne de düzey 2 karakteristiğinde şekillerin özelliklerini ve aralarındaki ilişkiyi algılayabilmektedir. Aşağıda Mayberry (1981) tarafından geliştirilen mülakata ait düzeyler bazında soru örneklerinin yer aldığı tablo verilmiştir.

**Tablo 108**

*Mayberry (1981) Tarafından Hazırlanan Mülakatta Yer Alan Sorulara Örnekler*

| |
|---|
| Düzey 0 (Başarı kriteri:%50) |
| 1. Geometrik şekle isim verin. |
| 2. Kavramların örnek olanını ve olmayanı seçin. |
| Düzey I (Başarı kriteri:% 80) |
| 1. Kavramın özelliklerini açıklayın. |
| Örneğin: |
| Dik üçgenin en uzun kenarı var mı? (Evet ise, sözlü soru "Hangisi?") |
| Bir karenin (ikizkenar üçgen) kenarları (açıları) hakkında doğru olan nedir? |
| Düzey II (Başarı kriteri:% 65) |
| 1. Verilen özellikler listesinden hangisinde bir kareye (daire, ikizkenar üçgen vb.) sahip olduğunuzu varsayar? |
| 2. Sınıfa dahil etme |
| (Bir dik üçgen aynı zamanda ikizkenar üçgen olabilir mi? Neden?) |
| 3. İlişkiler |
| (A karesi her zaman, bazen, hiçbir zaman B karesine benzemez (uyumludur)? Neden?) |
| 4. Çıkarımlar |
| (AQB üçgeninde Q açısı dik açıdır. Bu size A ve B açıları hakkında ne söyler? Q 90 dereceden küçükse, üçgen bir dik üçgen olabilir mi? Neden? Q 90 dereceden büyükse, üçgen bir dik üçgen olabilir mi? Neden?) |
| Düzey III (Başarı kriteri:% 60) |
| 1. Bir ispattaki adımlar için nedenler belirtin. |
| 2. Adımlar verilir ve neyin kanıtlandığı konusunda sorular sorulur. |
| 3. Basit bir ispat yapın. |
| Düzey IV (Başarı kriteri:% 50) |
| 1. Bir çelişki varsayımının nedenlerini dolaylı bir ispatta sunun. |
| 2. Aksiyomlar ve teoremler arasında ayrım yapın. |
| 3. Sonlu geometri hakkındaki ifadelerden gerçekleri çıkarın. |

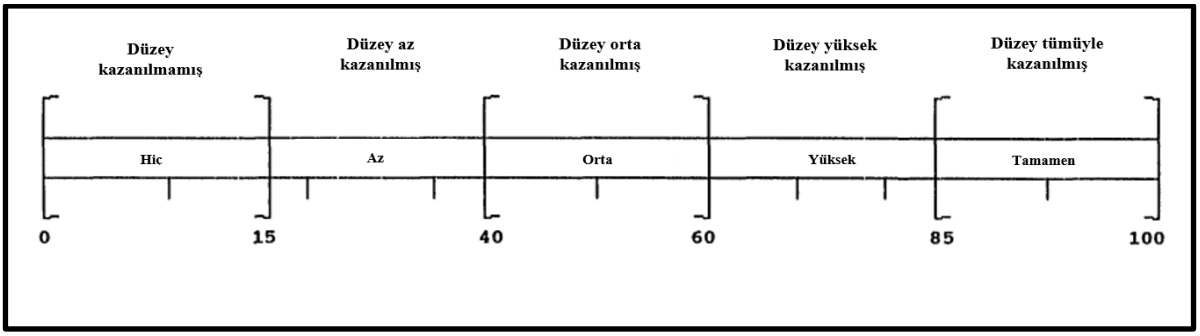
Van Hiele çiftine (1959) göre, düzeyler birbirlerinden niteliksel olarak farklı olmaları bakımından ayrıktır ve "süreksizlikler ... öğrenme eğrisindeki sıçramalardır ve bu sıçramalar düzeylerin varlığını ortaya çıkarır" (s. 76). Araştırmalar, beş van Hiele düzeyinin niteliksel olarak birbirinden farklı olduğunu doğrulamaktadır. Bununla birlikte, birçok çalışma van

Hiele düzeylerinin ayrık olup olmadığını sorgulamıştır, çünkü bazı öğrencilerin geometri düşünme düzeylerinin iki düzey arasında salınım yaptığını göstermektedir (Burger ve Shuaghnessy, 1986; Fuys vd., 1988). Örneğin, öğrencilerin Burger ve Shaughnessy (1986) projesinde van Hiele düzeyleri tespit edilirken, öğrencilerin van Hiele düzey 0 da mı yoksa düzey 1 de mi yer alması gerektiğine ilişkin anlaşmazlıkları çözememişlerdir (Burger ve Shaughnessy, 1986). Bu sonuçlar, araştırmacıları daha dinamik ve sürekli bir değerlendirme sistemi geliştirmeye teşvik etmiştir.

Van Hiele Teorisi'yle de ilgilenen diğer ülkelerden araştırmacılar da farklı kültürlerdeki öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerine yönelik anlayışa ışık tutmuştur. Gutierrez vd., (1991) alternatif bir paradigma önererek öğretmen adaylarının van Hiele düzeyi kazanımlarını değerlendirmek için bir araştırma yapmıştır. Bu araştırma, öğrencileri bir düzeye atamak yerine (Mayberry, 1981; Usiskin, 1982), belirli bir düzeyin edinim derecesine (örn. düşük, orta, yüksek kazanımlar…) göre sınıflandırması amacıyla diğer araştırmalardan farklıdır. Araştırma kapsamında, öğrencilerin üç boyutlu geometride düşünme yeteneklerinin değerlendirilmesine yönelik olarak uzamsal geometri testi kullanılmıştır. Araştırmada öğrencilerin teste vermiş oldukları yanıtlara göre van Hiele düzeylerine göre sınıflandırılması yapılmıştır. Gutierrez vd. (1991) van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasında 100 puanlık bir sayısal ölçek kullanmıştır. Bu sayısal ölçek beş nitel ölçeğe bölünmüştür: Aralıktaki değerler [%0, %15] aralığında ise "düzey kazanılmamış", (%15, %40) düzeyin "az kazanılmış", [%40, %60] aralığındaki değerler, düzeyin "orta düzeyde kazanılmış", (%60, %85) düzeyin "yüksek düzeyde kazanılmış" ve son olarak [%85, %100] aralığındaki değerler düzeyin "düzey tümüyle kazanılmış" olduğu anlamına gelmektedir.

**Şekil 18**

*Van Hiele Düzeylerinin Kazanım Dereceleri*




*Kaynak: Gutierrez vd.,1991.*

Elde edilen bu sonuçların van Hiele düzeylerinin değerlendirilmesine yönelik olarak önerilen yöntemin uygulanabilir ve tutarlı olduğunu göstermektedir. Bu çalışmada kullanılan van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin değerlendirilmesine ilişkin yöntem, bir öğrencinin eş zamanlı olarak arka arkaya gelen iki düzeyde olabileceğini fakat bu durum düşük düzeyin elde edilme derecesinin yüksek düzeyden daha fazla olduğunu göstermektedir.

- Shaughnessy ve arkadaşları (1991) van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin ayrık olup olmadığını tespit etmek ve düzeyleri değerlendirebilmek için uygun bir test aracını tasarlamak için bir araya gelmiştir. Gutierrez ve Jaime açık uçlu sorular yardımıyla sürekli ölçüm elde etme derecesini kullanarak öğrencilere düzeyler atamışlardır. Burger ve Shaughnessy ise öğrencilerle yaptıkları klinik görüşmeler yardımıyla baskın bir düşünme düzeyi (veya bazı durumlarda iki) atamışlardır. Her iki orijinal örnekten de, düşünme spektrumunu en iyi temsil edecek altı öğrenciden oluşan bir alt örneklem seçilmiştir. Sonra her bir araştırmacı çifti, diğer çiftin alt örneklemini kendi orijinal puanlama teknikleriyle puanlamıştır. Yapılan karşılaştırma neticesinde, edinme derecesinin (her düzey için 4x1 yüzde matrisi) tek bir baskın düzeyden (veya düzeylerden) bir öğrencinin geometrik düşünme düzeyine ilişkin çok daha net bir resim ortaya çıkarmıştır; ancak bu durum van Hiele düzeylerinin ayrı olduğu fikrine aykırı görünmektedir. Ayrıca, iki farklı değerlendirme yöntemi arasında yüksek oranda fikir birliği sağlanmıştır. Burger ve Shaughnessy'nin öğrencileri arasında, belirsiz yanıtların açıklığa kavuşturulmasına izin veren görüşme ortamı nedeniyle diğer değerlendirme yöntemine göre daha iyi bir uyum olduğu gözlemlenmiştir.
- Gutierrez (1992) tarafından yapılan araştırma van Hiele Teorisi'ne dayalı yapılan öğretimin öğrencilerin üç boyutlu geometriyi öğrenme ve uzamsal yeteneklerinin gelişim sürecini incelemeyi amaçlamaktadır. Bu nedenle araştırma kapsamında altıncı sınıf öğrencileriyle van Hiele Teorisi'ne yapılandırılmış üç boyutlu geometri konularını içeren ünitedeki etkinliklerde yer alan uygulamalara bakılmıştır. Ayrıca araştırmada, bir erkek ve iki kız öğrenciyle klinik mülakatlar da yapılmıştır. Araştırmadan elde edilen veriler van Hiele Teorisi'ne dayalı olarak gerçekleştirilen öğrenme-öğretme sürecinin öğrencilerin üç boyutlu geometriyle ilgili konuları öğrenmelerinde etkili olduğu ve öğrencilerin uzamsal yeteneklerini geliştirdiğini göstermektedir.
- Jaime ve Gutierrez (1994), van Hiele akıl yürütme düzeyini değerlendirmek bağlamında ölçme aracı tasarlamak için bir çerçeve önermektedir. Bu çerçeve, her düşünme düzeyinde yer alan farklı anahtar süreçlerin dikkate alınmasına ve açık uçlu soruların kullanımına dayanmaktadır (Jaime ve Gutierrez, 1994). Araştırmacılar, van Hiele'nin 1-4 düzeylerini karakterize eden ana süreci şu şekilde özetler:

Düzey l: Geometrik bir şeklin ait olduğu ailenin tanımlanması.

Düzey 2: İki farklı bakış açısından anlaşılan kavramların tanımı.

Düzey 3: Tanımların okunması, verilen bir tanımı kullanmak, geometrik şekiller sınıfı için formüle edilmiş tanımları belirtmek ve geometrik şekillerin farklı ailelere göre sınıflandırılması.

Düzey 4: Özelliklerin veya ifadelerin ispatı.

- Uluslararası perspektiften yapılan diğer araştırma, İngiltere'den Saads ve Davis (1997) tarafından yapılmıştır. Van Hiele Teorisi'ndeki önceki araştırmalar 2 boyutlu geometride (Henderson, 1988; Mayberry, 1983) ve 3 boyutlu geometride (Gutierrez ve diğerleri, 1991) uygulanmış olsa da, geometrik anlamadaki uzamsal yetenek için ölçme-değerlendirme için bir araç geliştirmemiştir. Saads ve Davis (1997), geometrinin gelişimde uzamsal yeteneklerin önemini incelemiştir. 25 ortaokul öğretmeni adayının van Hiele düzeylerini ve uzamsal yeteneklerini araştırmak ve öğrencilerin sorgulama ve dil kullanımını her iki düzeyle ilişkilendirmek için bir çalışma tasarlamışlardır. Saads ve Davis (1997), katılımcıların van Hiele düzeylerini ve uzamsal yeteneklerini belirlemek için çoktan seçmeli yedi soruluk bir test oluşturmuştur. Katılımcıların hem van Hiele geometrik düşünme düzeylerini hem de uzamsal yeteneklerini belirlemek için aynı test kullanılmıştır.
- Lawrie ve Pegg (1997) tarafından yapılan çalışma, New England Üniversitesi'ndeki 60 birinci sınıf öğretmen adayıyla Avustralya ülkesi bağlamında gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmanın amacı, Mayberry (1981) çalışmasını bazı alternatif formatlarda değerlendirmek ve test sorularının geçerliliğini analiz etmektir. Geliştirilen mülakat, daha fazla sayıda öğrencinin değerlendirilmesine olanak tanıyan Mayberry (1981) testinin yazılı bir versiyonunu oluşturacak şekilde değiştirilmiştir. Test, orijinal soruların çoğunu içermektedir, ancak "her bir sorunun amacı net olacak şekilde" gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Öğrencilere testin tamamlanması için verilen süre 2 saat olarak önerilmiştir. Yazılı testte düzey değerlendirmesinin güvenilirliğini kontrol etmek için öğrencilerle sekiz seçilmiş soru üzerinde görüşme yapılmıştır. Temel olarak, seçilen sorular birkaç düzeyde cevaplanabilen sorulardan oluşmaktadır. Görüşme süresi her öğrenci için 30-40 dakika olarak belirlenmiştir.

Yazılı testin bulguları, Mayberry (1981) testi gibi Avustralyalı öğrenciler arasında da benzer bulguları (2. düzeyden daha yüksek değil) göstermektedir. Lise geometrisi (düzey 3 veya 4) almış olan öğrenciler düzey 3' ün özelliklerini gösterememişlerdir (Lawrie ve Pegg, 1997). Bazı öğrenciler için düzeylerin atanmasında sorunlar yaşanmıştır, bu da bazı öğrencilerin düzey hiyerarşisini doğrulamadığı anlamına gelmektedir. Nitekim Mayberry

(1981) tarafından hazırlanan testin bazı yönlerinin "öğrencinin anlama düzeylerinin yanlış değerlendirilmesine yol açma potansiyeline" sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

- Yıllar sonra, Gutierrez ve Jaime (1998), öğrencilerin geometriyi anlama düzeylerini ve akıl yürütme becerilerini minimum soruyla ölçebilecek EK-4'te sunulan değerlendirme aracını geliştirmişlerdir. Araştırmacılar bir öğrencinin van Hiele muhakeme düzeyinin geçerli bir değerlendirmesini yapabilen bir testin; tanımların ifade edilmesi, formüle edilmesi ve kullanılması, sınıflandırma, ispat süreçlerinin kullanılması gerektiğine; her öğrencinin maksimum akıl yürütme yeteneğine göre soruları cevaplama olanağına sahip olmasına ve öğrencilere, cevaplarının nedenlerini açıklama fırsatı sunabilen özelliklere sahip olmasına vurgu yapmışlardır. Bu kapsamda çalışma 11-18 yaş arası 309 öğrenciyle yürütülmüş olup 50-60 dakikalık bir süre zarfında uygulanmıştır.

Çok çeşitli sınıflardan öğrencilerin değerlendirilmesi gerektiğinden, testin uygulanabilirliğinin kolay olması ve alt sınıftaki öğrenciler için çok fazla zor sorulardan ve üst sınıflardaki öğrenciler için çok fazla kolay sorulardan kaçınmak adına her öğrenciye sekiz maddenin sadece bir kısmı verilmiştir. Bu kapsamda, sonuçların karşılaştırılmasının geçerliliğini garanti etmek için tüm testlerde aynı olan üç maddenin her biri beş maddeden oluşan üç farklı alt test seti oluşturulmuştur. Bu sekiz sorudan 1., 2. ve 4. sorular birinci ve ikinci düzey ile; 3. soru birinci, ikinci ve üçüncü düzey ile; 5., 6/1. ve 7. sorular ikinci ve dördüncü düzey ile; 6/2. ve 6/3. sorular ikinci ve üçüncü ve en nihayet 8. soru üçüncü ve dördüncü düzey ile ilgilidir. Bu ayrıntı dikkate alınarak bir öğrencinin geometriyi anlama düzeyi için tüm soruların sorulması yerine, bu sorulardan elde edilen üç alt testten (A, B ve C testleri) birinin kullanılması uygun bulunmuştur.

İlköğretim 6, 7 ve 8. sınıfları için Test A: 1, 3, 4, 6, 7.

Lisenin 9. ve 10. sınıfları için B Testi: 1, 2, 3, 5, 6.

Lisenin 11. ve 12.sınıfları için C testi: 1, 3, 5, 6, 8.

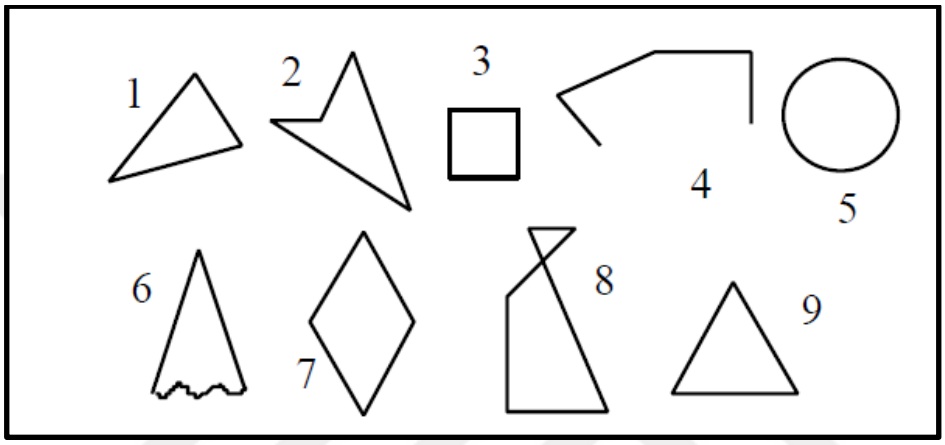
Her öğrencinin değerlendirmesinin sonucunda değerler [%0,%15] aralığında ise "düzey kazanılmamış" , (%15,%40) düzeyin "az kazanılmış" , [%40,%60] aralığındaki değerler, düzeyin "orta düzeyde kazanılmış", (%60,%85) düzeyin "yüksek düzeyde kazanılmış" ve son olarak [%85,%100] aralığındaki değerler düzeyin "düzey tümüyle kazanılmış" olduğu anlamına gelmektedir.

**Şekil 19**

*Gutierrez ve Jaime (1998) Tarafından Geliştirilen Testin Düzey 1 Sorusuna Örnek*

Soru 1.

- Çokgenlere P, çokgen olmayanlara N yazın; üçgenlere T yazın, dörtgenlere Q yazın. Gerekirse, her şeklin üzerine birkaç harf yazabilirsiniz.
- Çokgen olmayan şekillerin numaralarını yazın ve neden çokgen olmadığını açıklayın.
- Üçgen olan şekiller ve dörtgen olan şekiller için aynı sorular.
- Şekil 8 bir çokgen midir? Neden? Şekil 2 bir üçgen midir? Neden?




Geliştirilen test uygulanan birkaç pilot çalışma ve van Hiele Teorisi alanında uzun deneyime sahip birkaç araştırmacı tarafından yapılan analizdir. Ayrıca, testteki öğelerin hiyerarşisini ölçerek Guttman Ölçeklenebilirlik Katsayısı hesaplanmıştır. Elde edilen Guttman Katsayısının değerleri 0,98 ile 1,00 arasında değişerek testlerin güvenilirliğini doğrulanmıştır. Testten elde edilen sonuçlara bakıldığında; altıncı ve ikinci sınıftaki pek çok öğrencinin 1. düzeyi kazanmayı tamamlamamış olması, ancak 2. düzeyi kazanmaya doğru ilerlemesidir. Bu durum, van Hiele (1986) tarafından tanımlanan van Hiele düzeylerinin hiyerarşik yapısıyla çeliştiğini göstermektedir.

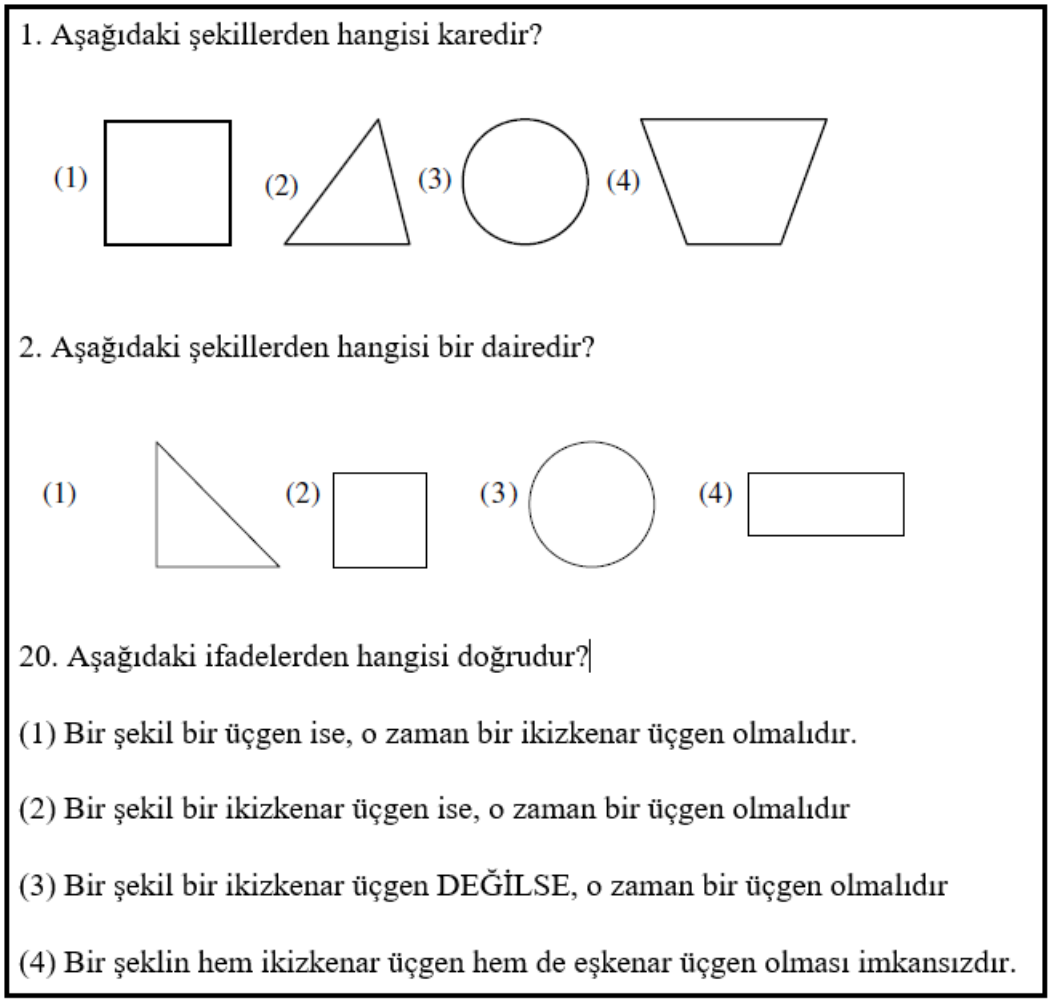
Ayrıca geliştirilen test belirli bir van Hiele düzeyini değerlendirmekten ziyade düzeyleri entegre eden bazı süreçlerin kullanımının amaçlandığı bir test olmuştur. Test, farklı öğrencilerin muhakeme düzeylerinde, öğrencilerin akıl yürütme düzeylerini klasik değerlendirme yöntemleriyle fark edilmeyecek küçük farklılıklar göstermektedir. Bu değerlendirme tekniği, van Hiele düzeylerinin kullanımında açıkça bir ilerlemedir.

- Wu ve Ma (2006) yaptıkları çalışmada ilköğretim öğrencilerinin van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin ilk üç düzeyine ilişkin geometrik kavramları incelemişlerdir. Çalışma kapsamında EK-7'de yer alan WGT Çin ülkesi için özel olarak tasarlanmıştır. Bu araç van Hiele düzey tanımlayıcıları ve Fuys vd. (1988) tarafından tanımlanan örnek yanıtlar temel

alınarak düzenlenmiştir. Geliştirilen testte üçgen, dörtgen ve daire kavramlarına odaklanılmış olup birinci düzey için 25, ikinci düzey için 20 ve üçüncü düzey için 25 çoktan seçmeli soru bulunmaktadır. Testin değerlendirilmesi Usiskin (1982) tarafından belirlenen kriterler kullanılarak geçme oranı %60 olarak belirlenmiştir. Testin geçerliğini belirlemek üzere ilköğretim okulu öğretmenleri, matematik alanında öğrenim gören lisansüstü öğrenciler ve yine aynı alandaki profesörlerden oluşan uzmanlardan görüş alınmıştır. Bu uzmanların, her madde için uygun olup olmadığına dair görüşleri ve önerileri alınmıştır. Testin güvenirliği için 1. ve 6. sınıflar arasındaki teste daha önce katılmamış ilköğretim öğrencisi 289 çocuğa test uygulanmıştır. Testin güvenirlik katsayısı van Hiele'in ilk düzeyi için .67, 2. düzey için 0.88 ve 3. düzey için 0.94 olarak hesaplanmıştır (Wu ve Ma, 2006).

**Şekil 20**

*Wu'nun Geometri Testi'nde Yer Alan Örnek Sorular*




– Patkin (2014) tarafından öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerini ölçmek için EK-6'da sunulan "Küresel van Hiele ölçeği" geliştirilmiştir. Bu ölçek düzlem ve

katı geometri konularına ilişkin olarak katılımcıların sadece ilk üç düşünme düzeyini incelemektedir (Patkin, 1990; Patkin, 2010; Patkin ve Levenberg, 2004). Nitekim, öğrencilerin geometrideki üç düşünme düzeyine ne kadar hakim olduklarını belirlemek ve akademik çalışmaları sırasında daha üst düzeylere hakim olmak için onları eğitmek, daha yüksek öğretim çalışmalarının başlangıcında önem arz ettiğinden ölçeğin kullanılması önemlidir.

Küresel van Hiele ölçeği, beş seçenekli çoktan seçmeli sorulardan oluşmaktadır. Aşağıda ölçeğin yapısı verilmiştir:

a. Birinci düzeyde üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin beş soru (1-5 arası sorular), ardından daire ile ilgili beş soru (6-10 arası sorular) ve dörtgenler konusuna ilişkin beş soru bulunmaktadır (soru 11-15).

b. Üç konunun her biri ile ilişkili ikinci düşünme düzeyindeki beş soru (üçgenler ve dörtgenler ile ilgili 16-20 arası sorular, daire ile ilgili 21-25 arası sorular ve katılar ile ilgili 26-30 arası sorular).

c. Aynı konuları ele alan üçüncü düzeyde 15 soruluk bir grup (üçgenler ve dörtgenler hakkında 31-35 arası sorular, daire hakkında 36-40 arası sorular ve katılar hakkında 41-45 arası sorular). Ölçek 45-60 dakikalık süre zarfında uygulanmaktadır. Bir konudaki düşünme düzeyinin belirlenmesi, cevapların puanlanması ve puanların ağırlıklandırılması yoluyla şu şekilde belirlenir:

a. Cevapları puanlaması aşağıda belirtildiği gibidir:

1. Birinci düzeyde beş cevaptan en az üç/dört doğru yanıt verilmesi 1 puan
2. İkinci düzeyde beş cevaptan en az üç/dört doğru yanıt vermek 2 puan
3. Üçüncü düzeyde beş cevaptan en az üç/dördünü doğru yanıtlamak 4 puan kazandırmaktadır.

b. Ağırlıklı bir puan şu şekilde oluşur: birinci düzeydeki kritere uygunluk + ikinci düzeydeki kritere uygunluk + üçüncü düzeydeki kritere uygunluk vb.. Eğer a herhangi bir düzeyde ölçüte uyumu temsil eden değişken ise, a 0 (ölçüte uymuyor) veya 1 (öğrenci beş doğru yanıttan üç ya da dördünü verdiği için ölçüte uyuyor) değerlerini alabilir. Bu durumda ağırlıklı puan şu şekilde gösterilebilir: a.1+a.2+a.4 = ağırlıklı puan. Bu nedenle, geometride ilk dört düşünme düzeyinden üçünde ustalıkla ilgili puan aralığı, her konu için (üçgenler ve dörtgenler – birinci konu, çemberler ve orantı – ikinci konu ve katılar – üçüncü konu) 0 – 7 arasındadır (Patkin, 1990; Sarfaty ve Patkin, 2013).

Yukarıdakilerin ışığında, van Hiele Teorisi'ne göre hiçbir öğrenci x-1 düzeyinde uzmanlaşmadan x düzeyinde olamaz. Yani, öğrenenler önceki tüm düşünme düzeylerinde bilgi sahibi olmalıdırlar; aksi halde "tutarsız" olarak adlandırılırlar. Ağırlıklı puanlar,

öğrencilerin düşünme düzeylerinin belirlenmesini şu şekilde kolaylaştırır: İlk düşünme düzeyinde uzmanlaşmamış olan öğrenciler 0 puan alırlar. Birinci düzeyde düşünme konusunda ustalaşmış olan öğrenciler 1 puan alırlar. ikinci düzey düşünmede usta olanlar 3 (1.1+1.2) puan alacaklar ve üçüncü düzeyde düşünmede usta olanlar 7 (1.1+1.2+1.4) puan alacaklardır. Diğer puanlar, incelenen konudaki "tutarsız" öğrencileri temsil etmektedir.

Ölçekte yer alan ilk düzey soru örnekleri:

Birinci düzeydeki sorular, tanımlama ve ayırt etme sorularını içermektedir. Başlangıç düzeyinde öğrenciler geometrik şekilleri tanımlayabilir ve bir çizime göre aralarında ayrım yapabilmektedirler. Şekil görüldüğü gibi bir bütündür. Bu düzeyde öğrenciler bu şekillerin özelliklerinde uzmanlaşmamışlardır.

Aşağıda testte yer alan örnek sorulara yer verilmiştir:

**Şekil 21**

*Patkin (2014) Küresel Van Hiele Ölçeğinde Daire Konusuyla İlgili 1. Düzeyde Yer Alan Bir Soru Örneği*

Aşağıda O, M ve A merkezli üç daire bulunmaktadır. Buna göre aşağıda verilenlerden hangisi doğrudur?

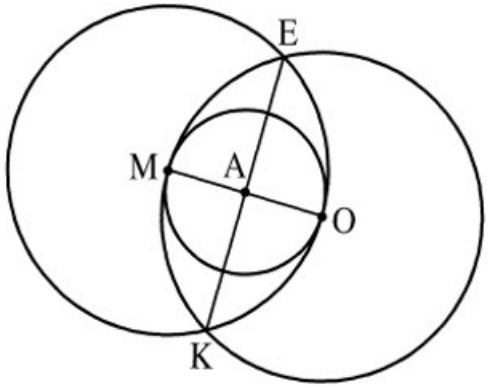
A) A - MA dairesinde bir çaptır;

B) O – KE çemberinde bir çaptır;

C) A – MO çemberinde bir çaptır.

D) O – MO çemberinde bir çaptır;

E) M - KE dairesinde bir çaptır.




İkinci düzeydeki sorular, iki veya üç boyutlu şekillerin geometrik özellikleri ile ilgilidir. Bu düzeyde öğrencilerin belirli bir şekli tanımlaması, onun birçok özelliği olduğunun farkında olması ve şekil açısından özelliklerin varlığını veya yokluğunu kontrol etmesi beklenmektedir.

**Şekil 22**

*Patkin (2014) Küresel Van Hiele Ölçeğinde Katılar Konusuyla İlgili 2. Düzeyde Yer Alan Bir Soru Örneği*

Aşağıdaki ifadelerden hangisi her prizma için doğrudur?

A) Prizmanın yan yüzeyi tamamen üçgenlerden oluşur.

B) Prizmanın iki paralel tabanı vardı.

C) Prizmanın tabanı dikdörtgendir.

D) Prizmanın yan yüzeyi düzgün çokgenlerden oluşur.

E) Dört yüz prizmanın her köşesini keser.

Üçüncü düzey, çeşitli şekiller ve katılar arasındaki bağlantı ilişkileri ve sonuç çıkarma ile ilgili soruları içermektedir. Bu düzeyde öğrenciler özellikleri manipüle edebilir ve kendilerine sunulan diğer özelliklere dayalı olarak şekillerin özellikleri hakkında bilgi elde edebilirler.

**Şekil 23**

*Patkin (2014) Küresel Van Hiele Ölçeğinde Katılar Konusuyla İlgili 3. Düzeyde Yer Alan Bir Soru Örneği*

Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

A) Bir nesnenin 8 köşesi varsa, dikdörtgen paralel yüzlü olmalıdır.

B) Bir cismin 8 köşesi varsa o bir küp olmalıdır.

C) Bir cismin 8 köşesi varsa piramit olmalıdır.

D) Bir nesnenin 8 köşesi varsa, düzenli bir çokyüzlü olmalıdır.

E) A – D ifadeleri yanlıştır.

Patkin (2014) tarafından hazırlanan ölçekte farklı konular için farklı düzeylerde yer alan soru örnekleri verilmiştir.

*4.3.2.1. Uluslararası Literatürde Usiskin (1982) Tarafından Geliştirilen Van Hiele Testine Yönelik Görüşler*: Uluslararası literatürde araştırmacılar tarafından sıkça tercih edilen öğrencilerin van Hiele geometri düşünme düzeylerini belirlemede Usiskin (1982) tarafından hazırlanan çoktan seçmeli test kullanılmıştır. Bu değerlendirme aracının çoktan seçmeli maddelerden oluşması, kısa sürede büyük bir çoğunluğa uygulanabilmesi ve puanlamanın hızlı olması açısından etkili olduğu görülse de geçerli ve güvenilir bir yöntem olduğu sorgulanmaktadır (Crowley, 1989; Pegg 1992; Wilson, 1990).

Geliştirilen testin çok sayıda soru içermesi ve verilen doğru yanıtların sınıf içi öğretim yöntemleriyle ilişkili olması ve buna ilave olarak yüksek düzeyde bulunan öğrenciler için kolay, düşük düzeydeki öğrenciler için zor soruları fazlaca içermesi teste yapılan eleştirilerin başında gelmektedir (Gutiérrez ve Jaime, 1998). Ayrıca geometrik düşünme düzeylerinin sıralı olduğu ve bir düzeyde olabilmek için bir öncekinin mutlaka geçilmiş olması gerektiği belirtilse de bu testten elde edilen verilerle bu tezin uyuşmadığı yönündedir (Altun, 2018). Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin başlangıç durumlarını belirlemek ve ilerlemelerini değerlendirmek için bu testten elde edilen verileri kullanmak faydalı olmaktadır. Ancak akıl yürütmenin maddeler aracılığıyla ölçülmesinin uygulanabilirliği ve maddelerin iç tutarlılığı ile ilgili sorular ve şüpheler de bulunmaktadır (Crowley, 1990; Wilson, 1990). Usiskin ve Senk (1990) tarafından Crowley (1990)'ın eleştirilerine verilen yanıt, testi kullanmadaki amaçlarının, öğrencilerin düşüncelerini tanımlamada van Hiele Teorisi'nin doğru olup olmadığını ve geometride başarıyı tahmin etmede yararlı olup olmadığını belirlemek olduğu ifade edilmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin geometriyi anlama düzeyleri ve akıl yürütme becerilerini minimum soruyla ölçebilecek değerlendirme aracı yaratmanın gerekliliğiyle birçok başka çalışma yapılmıştır (Gutiérrez ve Jaime, 1998).

Manizade (2006) ve Lenhart (2010) van Hiele Testinin çeşitli versiyonlarının (Usiskin ve Senk, 1990; Wilson, 1990) öğretmenlerin geometri alan bilgilerini güvenilir bir şekilde değerlendirmek için kullanılsa da, bu testin öğretmenlerin pedagojik alan bilgisi hakkında fikir vermediğini belirtmişlerdir.

Senk (1989), değerlendirme araçlarının konuya özel olması gerektiğini öne sürmüştür. Bu fikri araştırmak için klinik mülakat tasarlayan Mayberry (1981), on dokuz öğrenciden yalnızca ikisinin konular üzerinde fikir birliğine vardığını bulmuş ve testlerin konuya özel olması gerektiği fikrini de desteklemiştir. Pegg (1992), öğrencilerin farklı kavramlar için aynı düzeyde olamayacağını ve bu durumda da testin temelde kusurlu olduğunu öne sürmüştür. Crowley (1990), çoktan seçmeli testin daha fazla rafine edilmesi ve değerlendirilmesi

gerektiğini belirtirken, Gutierrez vd., (1991) açık uçlu sorulardan oluşan değerlendirmeyi ve ardından kısa hedefli görüşmeleri en umut verici olasılık olarak düşündüğünü belirtmektedir.

Ayrıca düzeylerin tekdüze sıralaması için anormal frekans sorunu, diğer araştırmacılar tarafından da gözlemlenmiştir (Wilson, 1990). Smith (1987) ve De Villiers (1987) çalışmalarında, öğrencilerin hiyerarşik sınıflandırma ile ilgili maddeleri (düzey 3) bazı üst düzey sorulardan (düzey 4 ve 5) daha zor bulduğuna erişmişlerdir. Stols (2012) ve Stols vd., (2015) çalışmalarında öğrencilerin düzey 5 sorularında düzey 4 sorularına kıyasla biraz daha iyi performans gösterdiğini bulmuştur.

Stols (2012) tarafından yapılan çalışmada Öklid geometrisine odaklanan Usiskin (1982) tarafından geliştirilen van Hiele testinin kullanılmış olması çalışmanın bir kısıtlılığı olarak öne sürülmüştür. Çalışmada ise ders sadece Öklid geometrisini değil, aynı zamanda analitik geometriyi, dönüşüm geometrisini ve hacimleri ve yüzey alanlarını da kapsamaktadır. Nitekim bu test, öğrencilerin bu konulardan birini anlamaları konusunda geri bildirim sağlamıştır. Bu nedenle araştırmacı yeni ve daha kapsamlı bir geometri testinin geliştirilmesi konusunda önerilerde bulunmaktadır. Ayrıca öğrenciler düzey 5 sorularında düzey 4 sorularına göre daha iyi performans göstermişlerdir. Bu durum, bir düzeyde ustalaşmanın bir sonraki düzeyde ustalaşma için bir ön koşul olduğunu öne süren van Hiele Teorisi'ne göre beklenmeyen bir durumdur. Aynı zamanda aynı düzeydeki diğer sorulara göre kötü cevaplanan soruların 10, 19, 21 ve 22. sorular oldukları da tespit edilmiştir.

Stols vd., (2015) tarafından yapılan çalışmada da van Hiele testinde yer alan bazı maddelerin van Hiele Teorisi'nin hiyerarşi özelliğinin sağlamadığını göstermektedir. Bu maddeler; madde 19 (düzey 4) için son derece zor olarak kalibre edilmiştir ve bu sonuç teoriye göre beklenmemektedir, madde 9 (2. düzey), madde 7 (düzey 2), madde 14 (düzey 3) ve madde 25 (düzey 5) yerinde olmadığı tespit edilmiştir. Madde 25, van Hiele Teorisi'nde düzey 5'i işlevsel hale getirmek için tasarlanmıştır ve bu nedenle bu çalışmadaki yeterlilik kapsamının ötesinde olarak algılanmıştır, ancak nispeten bu düzey için kolay olduğu görülmüştür. Çünkü bu madde mantıksal akıl yürütmeye odaklanır ve öğrencilerin mantıksal ifadeleri birleştirmelerini gerektirir. Ayrıca öğrencilerin 14. soruyu 3. düzeydeki diğer sorulardan (11-15) daha zor buldukları ortaya çıkmıştır.

Stols vd., (2015) çalışmasından elde edilen bulgular soru bazlı olarak şu şekilde değerlendirilmiştir. 7. soru için; öğrencilerin 2. düzeydeki akıl yürütmelerini değil, dikdörtgenin özellikleri hakkındaki bilgilerini test edebilir. 2. düzey soruları, öğrencilerin şekillerin belirli kısımlarını ve özelliklerini tanımalarını ve sadece özellik bilgilerini test etmemelerini gerektirmelidir. 9. soru için; 7. sorunun aynısı, öğrencilerin ikizkenar üçgenlerin

özellikleri hakkındaki bilgilerini test eden 9. madde için de geçerlidir. Bununla birlikte, bu araştırmanın tüm öğretmen adaylarının bu özellikleri bilmemesi ve en azından bazı matematik öğretmenlerinin madde için yanlış bir seçenek seçmesi rahatsız edicidir. 14. soru için; öğrenciler 14. soruyu 3. düzeydeki diğer sorulardan (11-15. sorular) daha zor bulmuşlardır. Bu bulgu, Smith (1987) araştırmasıyla paralellik göstermektedir. Van Hiele'ye göre öğrencilerin sınıfa dahil etme ile ilgili soruları bazı sorulardan daha zor bulduklarını ve van Hiele'ye göre 3. düzeyin üzerinde yer almaktadır. 19. soru için; bu soru, bu öğrenci grubu için son derece zor ve van Hiele Teorisi'ne göre beklenmeyen bir sonuç olarak görülmüştür. Muhtemel bir açıklama, geometri dersinin resmi tümdengelim sistemleri bilgisini kapsamadığıdır. Bu ihmalin tahmin yapmaya yol açabileceği teorize edilmektedir. 25. soru için; soru bir "tahmin" maddesi olarak tanımlanmamaktadır. Bu aşamada, bu öğrenci grubunun bu soruyu, görünüşe göre van Hiele 5. düzeyde, nispeten kolay bulmasının nedeni açıklanmamıştır. Bu soru, sırasıyla 2. ve 3. düzeylerde akıl yürütmeyi test etmesi gereken 7. ve 13. sorularla aynı zorluk düzeyinde bulunmaktadır. Soru 25, 5. düzeyde tasarım gereğidir ve bu nedenle kursta sergilenen yeterlilik kapsamının dışında olduğu sonucuna varılmıştır.

Chen ve arkadaşları (2019) tarafından yapılan çalışmanın amacı, klasik test teorisi (CTT) ve bilişsel tanısal modelleme (CDM) çerçevelerini kullanarak van Hiele Geometri Testi'nin psikometrik özelliklerini incelemek ve çeşitli sınıflandırma kriterlerinin öğrencilere van Hiele düzeylerini nasıl atadığını karşılaştırmaktır. Bulgular, van Hiele Teorisi'nin ve düzeylerinin hiyerarşik özelliğini desteklemektedir. Bir düzeydeki ustalığı belirlemek için geleneksel ve birleşik ölçütler kullanıldığında, genel bir düzeye sınıflandırılan öğrencilerin yüzdeleri nispeten yüksek bulunmuştur. Bazı maddelerin anormal güçlükleri ve düşük madde ayırt ediciliği olmasına rağmen, düzeyler arasında kriterlerin çeşitli seçimi, özellikle düşük madde ayırt edicilik indeksi (IDI) tahminleri olan maddeler için madde ayırt etme gücünü artırmaktadır. Bulgulara dayanarak, van Hiele Geometri Testinde gözden geçirilebilecek maddeler belirlenmiş ve teoriye göre genel bir geometri düşüncesi düzeyi atanabilecek öğrenci sayısını artırmak için sınıflandırma kriterlerinde değişiklikler önerilmektedir. Testte yer alan soru soru değerlendirme ise şu şekildedir; 2. ve 3. soru için; Bu araştırmadaki en kolay sorular olarak belirlenmiş ve ilkokul geometri müfredatında üçgeni veya dikdörtgenleri tanıma ile ilgili olduğu belirtilmiştir. 7. soru için; Wilson (1990) ve Stols vd. (2015), bir dikdörtgenin özellikleriyle ilgilenen bu soru, bu çalışmada düzey 2 özniteliği için çok kolay görülmüş ve daha düşük bir beceriyi ölçebileceğini belirtmiştir. Bu durum, van Hiele Geometri Testi'nin ilk geliştirilmesinden bu yana müfredatta yapılan değişikliklerle, daha fazla öğrencinin, tanım açısından dikdörtgenlerin temel özelliklerini (örneğin, dört dik açı, zıt

taraflar uyumlu) çalıştığı varsayımından yola çıkılarak bu soru onların için temel bilgilerini test etmektedir. 10. soru için; bu soru düzey 2 özellikleri için çok zor bulunmuş olup düzey 3 de yer alması gerektiği düşünülmüştür. Bu soruda sıralama ve öğrencilerin şekillerden bazı temel çıkarımlar yapması beklenmektedir. 11. ve 13 soru için; ölçme değerlendirme açısından 11. ve 13. sorular düzey 3 için çok kolay olmasına rağmen, bu araştırma ekibindeki matematik eğitimcileri bu iki maddenin düzey 3 özelliğini gerektirdiğini düşünmektedirler. 19. soru; Stols ve ark. (2015), bu sorunun zorluk derecesine göre son derece zor olduğunu; öğrencilerin tanımlanmamış terimler, varsayımlar ve kanıtlanacak ifadeler arasındaki ilişki hakkındaki sorunları tanımasını gerektirdiğini ifade etmektedir.

### 4.4. VHGDD'ni Geliştirmeye Yönelik Kullanılan Öğretim Uygulamaları

Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerini geliştirmeye yönelik gerek ulusal gerek uluslararası alanyazında farklı öğretim uygulamaları kullanılmaktadır. Araştırmanın bu bölümünde öncelikle Türkiye'deki çalışmalarda yer alan öğretim uygulamaları örneklerle tanıtılmıştır.

**4.4.1. Türkiye'deki Çalışmalarda Kullanılan Öğretim Uygulamaları:** Tablo 109'da Türkiye'deki çalışmalarda kullanılan öğretim uygulamaları yer almaktadır.

**Tablo 109**

*Türkiye'deki Çalışmalarda Kullanılan Öğretim Uygulamaları*

| Öğretim Uygulaması | Çalışmalar | Frekans |
|---|---|---|
| DGY İle Yapılan Öğretim | A14, A23, A34, A45, A46, A52, A59, A63, A66, A77, A81 | 11 |
| Van Hiele Teorisi'ne Dayalı Öğretim | A21, A30, A44, A50, A74 | 5 |
| Origami Etkinlikleriyle Yapılan Öğretim | A20, A22, A39 | 3 |
| 5E Öğrenme Modeliyle Yapılan Öğretim | A25, A53, A83 | 3 |
| Bilgisayar Destekli Öğretim | A41, A65, A76 | 3 |
| Somut Materyallerle Desteklenen Öğretim | A46, A59, A77 | 3 |
| Probleme Dayalı Öğrenme (PDÖ) Yaklaşımıyla Yapılan Öğretim | A3, A17 | 2 |
| Geometrik Çizim Yöntemleri Kullanılarak Yapılan Öğretim | A40, A43 | 2 |
| Kavram Haritalarıyla Yapılan Öğretim | A2 | 1 |
| Oluşturmacı Öğrenmeyle Yapılan Öğretim | A10 | 1 |
| Geometrik-Mekanik Zekâ Oyunları ile Yapılan Öğretim | A27 | 1 |
| Dijital Fotoğraflar Kullanılarak Yapılan Öğretim | A34 | 1 |
| Buluş Yoluyla Yapılan Öğretim | A64 | 1 |
| Somut ve Sanal Manipülatif Destekli Eğitim | A72 | 1 |
| RBC Teorisi ile Yapılan Öğretim | A78 | 1 |
| Mesleki Gelişim Modeli ile Yapılan Öğretim | A84 | 1 |

| **Toplam** | 40 |
|---|---|

Tablodan görüldüğü gibi VHGDD geliştirmeye yönelik Türkiye'de van Hiele Teorisi'ne dayalı, origami etkinlikleri, 5E öğrenme modeli, bilgisayar destekli, somut materyallerle destekli öğretim, probleme dayalı öğrenme yaklaşımı, geometrik çizim yöntemleri, kavram haritaları, oluşturmacı öğrenme yaklaşımı, geometrik-mekanik zekâ oyunları, dijital fotoğraflar, buluş yolu ile öğrenme modeli, somut ve sanal manipülatif destekli, RBC teorisi ve mesleki gelişim modeli ile yapılan öğretim şeklindedir. Bunlardan en çok tercih edileni DGY ile yapılan öğretimdir. Bunu van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretim takip etmektedir. Aşağıda bu öğretim yöntemlerinin hangi çalışmalarda nasıl kullanıldığı detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

- *Dinamik Geometri Yazılımları İle Yapılan Öğretim:*

Türkiye'de tez çalışması kapsamında incelenen 11 çalışmada (A14, A23, A34, A45, A46, A52, A59, A63, A66, A77, A81) VHGDD'ni artırmak için DGY ile öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışmalar sırası ile tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

A14 kodlu araştırmada matematik öğretmeni adaylarının çember konusunun DGY ile öğrenmelerinin van Hiele geometrik düşünme düzeylerine ve geometri başarılarına etkisinin belirlenmesi amaçlanmıştır.

**Şekil 24**

*A14 Kodlu Araştırmanın Tasarlama Süreci*



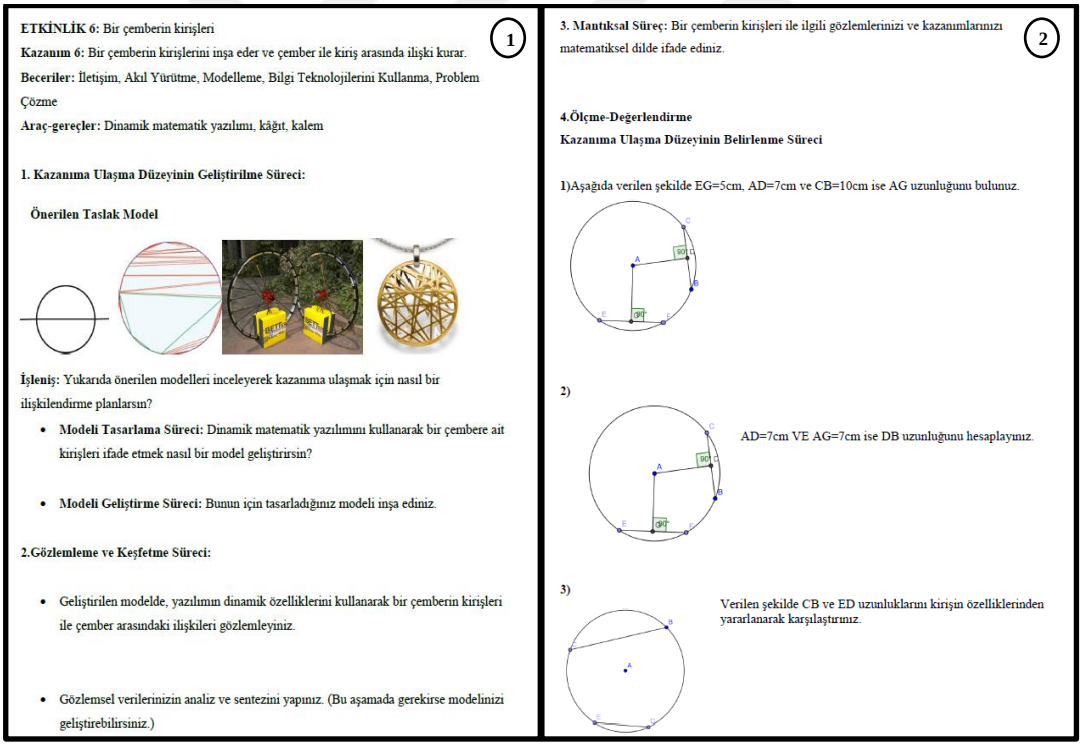

*(Kaynak: Bulut, 2013, s:34)*

Uygulama başlamadan önce ilgili literatür taraması detaylı bir şekilde yapılmıştır. YÖK'ün ilköğretim matematik öğretmenliği için hazırladığı ders içerikleri dikkate alınarak "Geometride Seçme Konular" dersi kapsamında çember konusuyla ilgili 9 kazanım belirlendikten sonra öğretim sürecinde kullanılacak olan etkinliklerin hazırlanması sürecine geçilmiştir. Etkinlikler gerçek yaşam durumları bağlamında geometri ile ilişkili olmasının yanında dinamik yazılımı kullanırken öğretmen adaylarının kendi bilişsel gelişimlerine katkıda bulunmalarına imkân tanıyacak şekilde oluşturulmuştur. Etkinlikler araştırmacı ve

danışmanın görüşleri doğrultusunda yapılandırılmıştır. Etkinlikler; 1. Kazanıma ulaşma düzeyinin geliştirilme süreci, 2. Gözlemleme ve keşfetme süreci, 3. Mantıksal süreç, 4. Ölçme-değerlendirme (kazanıma ulaşma düzeyinin belirlenme süreci) olmak üzere dört süreçten geçerek hazırlanmıştır. Bu süreç sonunda hazırlanan etkinliklerin gönüllü 8 öğretmen adayıyla ön çalışması yapılmıştır. Pilot uygulamaya katılan öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımını kullanmada yeterli bilgi ve beceriye sahip olamamaları bu süreçte sıkıntı yaşamalarına sebep olmuştur. Bu nedenle uygulama yapılacak grupta bu durumun yaşanmaması için bilgisayar okuryazarlığı ve dinamik geometri yazılımı (Geogebra) kullanımı hakkında 5 haftalık eğitim araştırmacı tarafından verilmiştir. Uygulama grubunda yapılan etkinlikler yazılım kullanılarak yapılandırılmış ve uygulama süreci 5 hafta toplamda 15 ders saati sürmüştür. Bu süreçte öğretmen adayları 2'li gruplar halinde derslere etkin katılım göstermişlerdir.

**Şekil 25**

*A14 Kodlu Çalışmanın Uygulama Sürecinde Kullanılan Bir Etkinlik Örneği*



**ETKİNLİK 6:** Bir çemberin kirişleri
**Kazanım 6:** Bir çemberin kirişlerini inşa eder ve çember ile kiriş arasında ilişki kurar.
**Beceriler:** İletişim, Akıl Yürütme, Modelleme, Bilgi Teknolojilerini Kullanma, Problem Çözme
**Araç-gereçler:** Dinamik matematik yazılımı, kâğıt, kalem

**1. Kazanıma Ulaşma Düzeyinin Geliştirilme Süreci:**

**Önerilen Taslak Model**

**İşleniş:** Yukarıda önerilen modelleri inceleyerek kazanıma ulaşmak için nasıl bir ilişkilendirme planlarsın?

- **Modeli Tasarlama Süreci:** Dinamik matematik yazılımını kullanarak bir çembere ait kirişleri ifade etmek nasıl bir model geliştirirsin?
- **Modeli Geliştirme Süreci:** Bunun için tasarladığınız modeli inşa ediniz.

**2.Gözlemleme ve Keşfetme Süreci:**

- Geliştirilen modelde, yazılımın dinamik özelliklerini kullanarak bir çemberin kirişleri ile çember arasındaki ilişkileri gözlemleyiniz.
- Gözlemsel verilerinizin analiz ve sentezini yapınız. (Bu aşamada gerekirse modelinizi geliştirebilirsiniz.)

**3. Mantıksal Süreç:** Bir çemberin kirişleri ile ilgili gözlemlerinizi ve kazanımlarınızı matematiksel dilde ifade ediniz.

**4.Ölçme-Değerlendirme**
**Kazanıma Ulaşma Düzeyinin Belirlenme Süreci**

1)Aşağıda verilen şekilde EG=5cm, AD=7cm ve CB=10cm ise AG uzunluğunu bulunuz.

2)

AD=7cm VE AG=7cm ise DB uzunluğunu hesaplayınız.

3)

Verilen şekilde CB ve ED uzunluklarını kirişin özelliklerinden yararlanarak karşılaştırınız.

*(Kaynak: Bulut, 2013, s:174-175)*

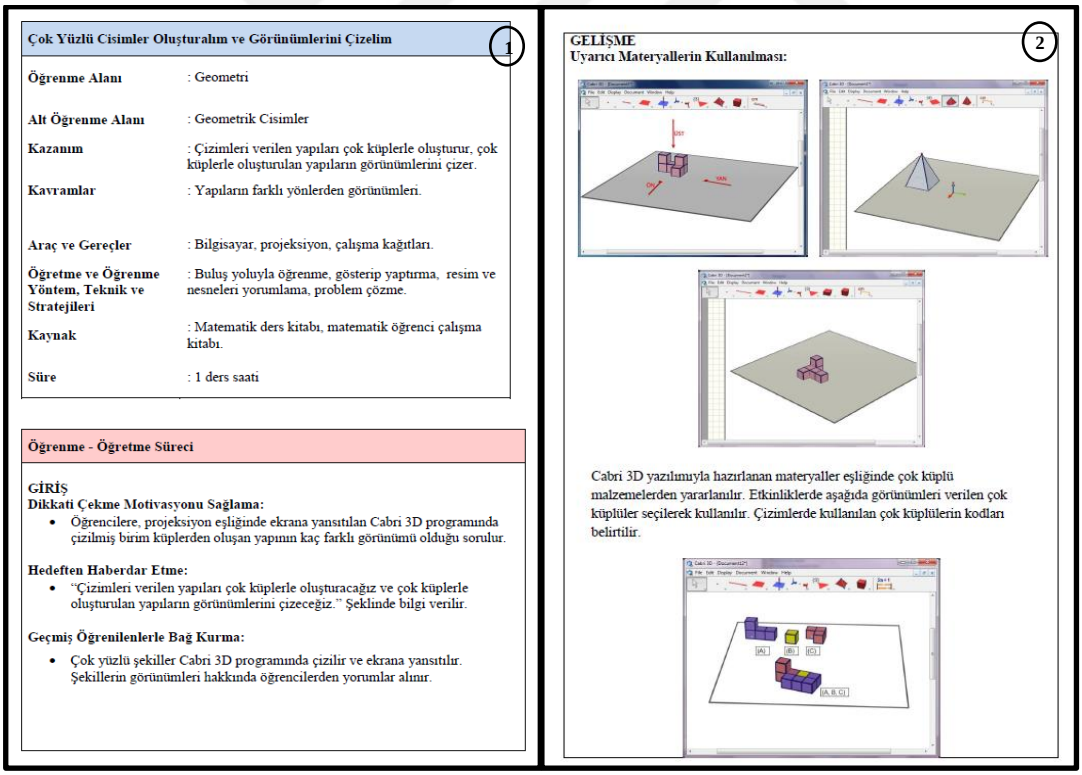
Şekil 25'de görüldüğü gibi A14 kodlu çalışmada "Bir çemberin kirişlerini inşa eder ve kiriş arasında ilişki kurar." kazanımına ilişkin etkinlik örneği yer almaktadır.

Yapılan çalışmanın sonuçlarına bakıldığında öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilen uygulama sonucunda VHGDD'nde ve geometri başarılarında öğretim süreci boyunca gelişme gösterdiği görülmüştür.

VHGDD'ni artırmak için DGY kullanılan bir diğer çalışma A23 kodlu çalışmadır. A23'ün amacı, dinamik bir üç boyutlu geometri yazılımı Cabri 3D'nin, öğrencilerin akademik başarılarına ve geometrik düşünme düzeylerine nasıl bir etkisi olduğunu araştırmaktır. Deneysel desenin yürütüldüğü bu çalışmada deney ve kontrol gruplarının kullanımı için uygulama öncesinde tüm kazanımlara ait ders planları hazırlanmıştır. Deney grubu öğrencileri için programda tüm kazanımlar için ayrı ayrı çalışma yaprakları düzenlenmiş, öğrencilerin bilgisayarlarında uygulama fırsatı sağlanmıştır. Deney grubuna ait geometri dersleri Cabri yazılımını kullanmak için bilgisarlarla donatılmış olan bilgi teknolojileri sınıfında (B/T) işlenmiştir. B/T sınıfında 24 öğrenci, 1 adet öğretmen bilgisayarı mevcuttur. Öğretmene ait bilgisayar projeksiyon ile bağlantılıdır. Ayrıca öğretmene ait bilgisayarda öğrencilerinkini uzaktan yönetebilme imkânı sunan bir bilgisayar yazılımı mevcuttur. Matematik dersi öğretmenine ve B/T sınıfı öğrencilerine çalışma başlamadan önce Cabri dinamik geometri yazılımı kullanım eğitimi verilmiştir.

**Şekil 26**

*A23 Kodlu Çalışmada Kullanılan Ders Planı*



**Çok Yüzlü Cisimler Oluşturalım ve Görünümlerini Çizelim** 1

| | |
|---|---|
| **Öğrenme Alanı** | : Geometri |
| **Alt Öğrenme Alanı** | : Geometrik Cisimler |
| **Kazanım** | : Çizimleri verilen yapıları çok küplerle oluşturur, çok küplerle oluşturulan yapıların görünümlerini çizer. |
| **Kavramlar** | : Yapıların farklı yönlerden görünümleri. |
| **Araç ve Gereçler** | : Bilgisayar, projeksiyon, çalışma kağıtları. |
| **Öğretme ve Öğrenme Yöntem, Teknik ve Stratejileri** | : Buluş yoluyla öğrenme, gösterip yaptırma, resim ve nesneleri yorumlama, problem çözme. |
| **Kaynak** | : Matematik ders kitabı, matematik öğrenci çalışma kitabı. |
| **Süre** | : 1 ders saati |

**Öğrenme - Öğretme Süreci**

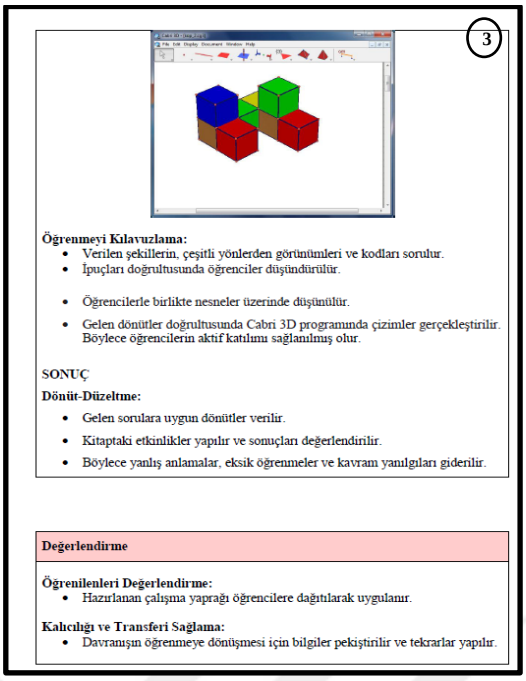
**GİRİŞ**
**Dikkati Çekme Motivasyonu Sağlama:**
- Öğrencilere, projeksiyon eşliğinde ekrana yansıtılan Cabri 3D programında çizilmiş birim küplerden oluşan yapının kaç farklı görünümü olduğu sorulur.

**Hedeften Haberdar Etme:**
- "Çizimleri verilen yapıları çok küplerle oluşturacağız ve çok küplerle oluşturulan yapıların görünümlerini çizeceğiz." Şeklinde bilgi verilir.

**Geçmiş Öğrenilenlerle Bağ Kurma:**
- Çok yüzlü şekiller Cabri 3D programında çizilir ve ekrana yansıtılır. Şekillerin görünümleri hakkında öğrencilerden yorumlar alınır.

**GELİŞME** 2
**Uyarıcı Materyallerin Kullanılması:**

Cabri 3D yazılımıyla hazırlanan materyaller eşliğinde çok küplü malzemelerden yararlanılır. Etkinliklerde aşağıda görüntümleri verilen çok küplüler seçilerek kullanılır. Çizimlerde kullanılan çok küplülerin kodları belirtilir.



3



**Öğrenmeyi Kılavuzlama:**

- Verilen şekillerin, çeşitli yönlerden görünümleri ve kodları sorulur.
- İpuçları doğrultusunda öğrenciler düşündürülür.
- Öğrencilerle birlikte nesneler üzerinde düşünülür.
- Gelen dönütler doğrultusunda Cabri 3D programında çizimler gerçekleştirilir. Böylece öğrencilerin aktif katılımı sağlanılmış olur.

**SONUÇ**

**Dönüt-Düzeltme:**

- Gelen sorulara uygun dönütler verilir.
- Kitaptaki etkinlikler yapılır ve sonuçları değerlendirilir.
- Böylece yanlış anlamalar, eksik öğrenmeler ve kavram yanılgıları giderilir.

**Değerlendirme**

**Öğrenilenleri Değerlendirme:**

- Hazırlanan çalışma yaprağı öğrencilere dağıtılarak uygulanır.

**Kalıcılığı ve Transferi Sağlama:**

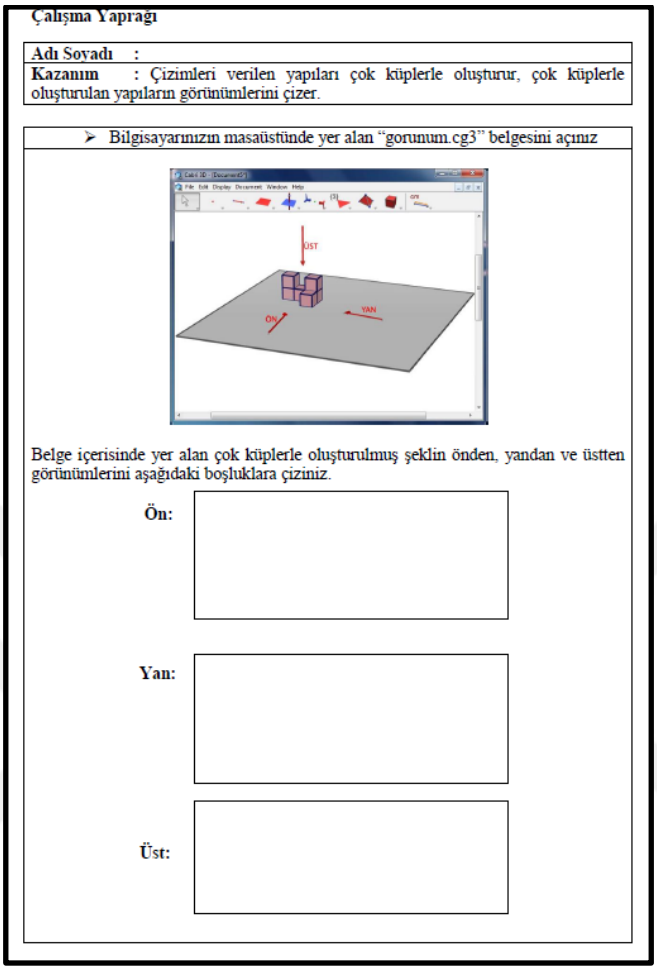
- Davranışın öğrenmeye dönüşmesi için bilgiler pekiştirilir ve tekrarlar yapılır.

*(Kaynak: Demir, 2010, s:99-100-101)*

Şekil 26'da görüldüğü üzere A23 kodlu çalışmada kullanılmak üzere hazırlanan "Çok yüzlü cisimler oluşturalım ve görünümlerini çizelim." kazanımına ilişkin olarak buluş yoluyla öğrenme, gösterip yaptırma gibi öğretim yöntem ve teknikleri kullanılarak hazırlanan çalışma planına yer verilmiştir.

**Şekil 27**

*A23 Kodlu Çalışmada Yer Alan Çalışma Yaprağı*



Çalışma Yaprağı

**Adı Soyadı :**

**Kazanım** : Çizimleri verilen yapıları çok küplerle oluşturur, çok küplerle oluşturulan yapıların görünümlerini çizer.

➢ Bilgisayarınızın masaüstünde yer alan "gorunum.cg3" belgesini açınız



Belge içerisinde yer alan çok küplerle oluşturulmuş şeklin önden, yandan ve üstten görünümlerini aşağıdaki boşluklara çiziniz.

**Ön:**

**Yan:**

**Üst:**

*(Kaynak: Demir, 2010, s: 102)*

Şekil 27'de çalışmada kullanılmak üzere hazırlanan dinamik geometri yazılımı ile hazırlanan "Çizimleri verilen yapıları çok küplerle oluşturur ve bunlarla hazırlanan yapıların görünümlerini çizer." kazanımı doğrultusuna hazırlanan çalışma yaprağı yer almaktadır.

A23 kodlu araştırmanın sonuçlarına bakıldığında ise kontrol ve deney gruplarının uygulama sonrasında her ikisi arasında herhangi bir farklılık oluşmadığını göstermektedir. Yani yapılan öğretim sürecinin dinamik geometri yazılımına dayandırılarak hazırlanmış dersin herhangi olumlu bir etkisi görülmemiştir.

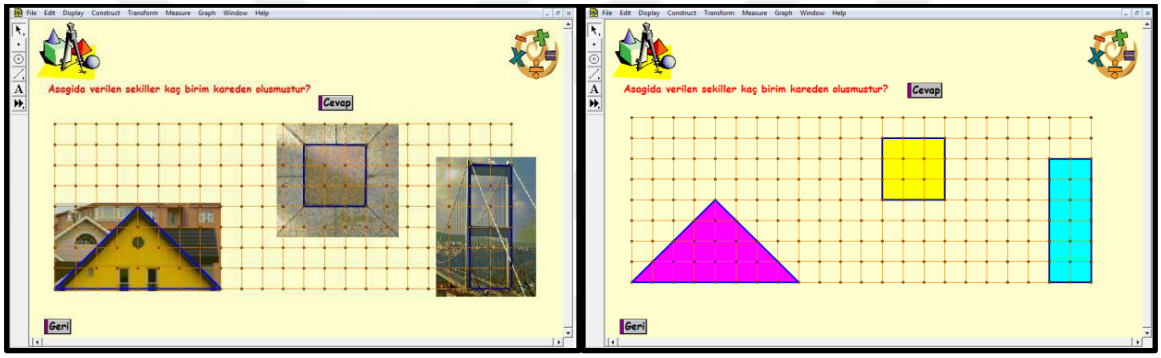
DGY kullanılan bir diğer çalışma olan A34 kodlu çalışmada, DGY ve dijital fotoğrafların öğretim sürecine dahil edilmesinin 4. ve 8. sınıf öğrencilerinin geometrik başarı ve düşünme düzeylerine etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu çalışmada 4. sınıflara "Üçgen, Kare ve Dikdörtgen", "Çevre" ve "Alan" konuları; 8. sınıflara ise "Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik", "Üçgen Prizmayı Tanıyalım", "Üçgen Prizmanın Yüzey Alanı ve Hacmi" ile "Dik Piramidin Yüzey Alanı ve Hacmi" konuları anlatılırken ders kitaplarından

faydalanılmıştır. Ayrıca konu anlatımları için bilgisayar destekli materyaller geliştirilmiştir. Materyaller için önce uzman görüşü alınmış ve öneriler doğrultusunda öğrencilerin kontrol edilebilmesi için oluşturulan butonlarla süre sınırlaması getirilmiştir. Bunlar basıldıktan 4 dakika sonra çalışır duruma gelecek şekilde ayarlanmış olup, öğrencinin kendi değerlendirmesini yapması sağlanmıştır. Materyallerin pilot çalışmalar esnasında ileri-geri butonunun eklenmesiyle kullanıcı dolaşımının daha rahat bir şekilde yapılması amaçlanmıştır.

GSP dinamik geometri yazılımı araştırma sürecinde her iki grupta da kullanılmıştır. Uygulama aşamasına geçilmeden bir hafta önce öğretimin yapılacağı laboratuvardaki bilgisayarlara yazılımı yüklenmiştir. Uygulamada kullanılan GSP taslakları aşağıda verilmiştir.

**Şekil 28**

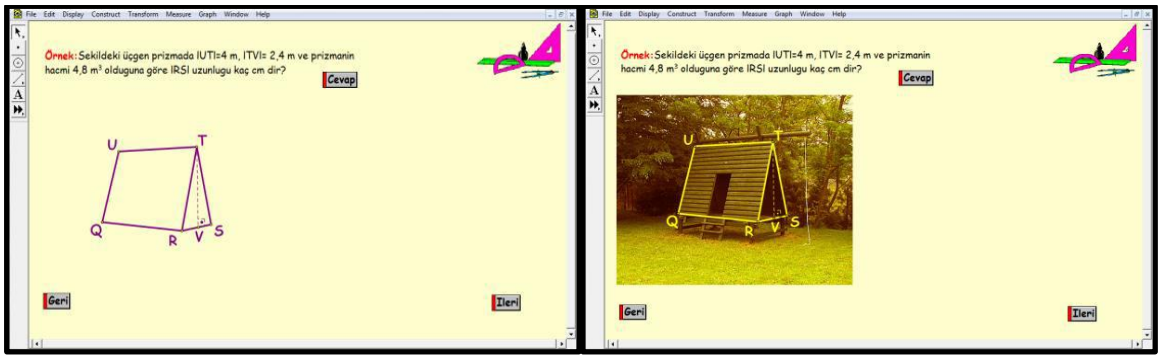
*4. Sınıf Deney ve Karşılaştırma Grubu GSP Ekran Görüntüsü Örnekleri*




*(Kaynak: Gecü, 2011, s:34)*

**Şekil 29**

*8. Sınıf Deney ve Karşılaştırma Grubu GSP Ekran Görüntüsü Örnekleri*




*(Kaynak: Gecü, 2011, s:34)*

Şekil 28 ve 29'da 4. ve 8. sınıf uygulama ve kontrol grupları için oluşturulan GSP ile hazırlanmış ekran görüntüleri yer almaktadır.

Yarı deneysel desenle yürütülen bu çalışmada aşağıdaki süreç takip edilmiştir;

- Bir devlet okulunun 4. ve 8. sınıflarından birer şube deney, diğerleri ise karşılaştırma grupları olacak şekilde sınıflar seçilip, öğretmenleri ile görüşülerek, uygulama hakkında bilgi verilmiş ve konuların paralel olarak işlenmesi için bir ders planlaması yapılmıştır.
- 4. ve 8. sınıf konularına yönelik olarak hazırlanan geometri başarı testi ve VHGT ölçme aracı olarak kullanılmıştır.
- Araştırmacı tarafından GSP yazılımı için kullanılacak 4. ve 8. sınıf düzeyinde çalışma yaprakları oluşturulmuştur.
- Uygulama yapılabilmesi için gerekli izinler alınmıştır.
- Asıl uygulama öncesi çalışma yapılacak okula gidip belirlenen deney ve kontrol gruplarına gerekli bilgiler verildikten sonra ölçme araçları ön test olarak uygulanmış ve dinamik geometri yazılımı hakkında eğitim verilmiştir.
- Daha sonrasında tüm gruplarda derse başlanılmış ve gruplar bilgisayar laboratuvarına götürülmüştür. Araştırmacı tarafından yazılım kullanılarak işlenen dersler toplamda beş hafta sürmüştür. Uygulama bittikten sonra tüm öğrencilere geometri başarı testi ve düzey belirleme testi uygulanmıştır. Sonrasında ise gruplardan rastgele seçilen on altı öğrenciye hazırlanmış olan eğitim yazılımına ilişkin değerlendirme yapabilmeleri için görüş formu verilmiştir.

Yapılan araştırma sonucunda ise 4. ve 8. sınıf öğrencilerinin van Hiele geometrik düşünme düzeyleri incelendiğinde 4. sınıf öğrencilerinde deney grubu lehine anlamlı farklılık bulunurken, 8. sınıf grupları arasında bir farka rastlanmadığı tespit edilmiştir.

DGY kullanılarak yapılan bir diğer A45 kodlu çalışmada ise, 7. sınıf öğrencilerinin çok küplü geometrik cisimler konusundaki öğrenimlerinde dinamik bir geometri yazılımı olan Cabri-3D yardımıyla daha da zenginleştirilmiş bir öğrenmenin öğrencilerin uzamsal yönelim becerileri üzerine olan etkilerini belirleyebilme, aynı öğrencilerin matematik başarıları ile geometri anlayabilme seviyesi arasındaki bağlantının anlaşılabilmesi ve tasarlanmış olan öğretim ortamı konusunda öğrenci ile öğretmenlerin fikirlerinin tespit edilebilmesi amaçlanmıştır.

*1. Çalışmada yer alan konuyla ilgili öğrenme ortamının tasarlanması:* İlk olarak üzerinde çalışılması planlanan konu hakkında karar verildikten sonra konu ile alakalı ders ortamı hazırlanmıştır. Konunun, *cisimlerin farklı yönlerden görünümleri* alt öğrenme alanı ve *geometri ve ölçme* öğrenme alanı kazanımları dahildir. Çalışma için yapılacak kazanımlar tespit edilirken literatür detaylı bir şekilde incelenmiş, uzamsal yönelim beceri ile alakalı olduğu değerlendirilen bir konu tercih edilmiştir. Uzamsal yönelim becerisi, herhangi bir

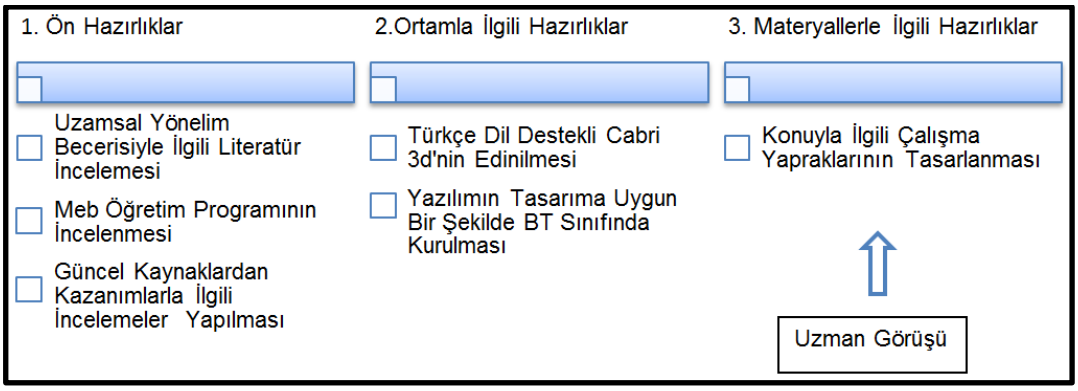
modele ait alt elemanların düzenini kavrayabilme, uzamsal nesnenin bakıldığı yöne göre değişmesine ile ilgili olarak yeni oluşan yapıya adapte olabilme, oluşmuş olan yeni yapıyı bozmadan tekrardan oluşturabilme ve de kişinin bakışına istinaden uzamsal yönün belirlenebilmesi, uzamsal örüntüleri kavrayabilme ve aralarında kıyas yapabilme benzeri yeteneklerin oluşturulduğu uzamsal bir beceridir.

Bu sebeplerden ötürü, belirlenmiş olan kazanımlar tercih edilmiş ve bu sözü edilen kazanımların yazılım tabanlı öğrenme ortamında verilmesi kararlaştırılmıştır. Uygulama kapsamında 3 boyutlu cisimler, birbirine eş küplerden meydana getirilmiş yapılardır. Bahse konu yapılar çalışma kapsamında çok küplü geometrik cisimler olarak adlandırılmıştır. Ders ortamında verilen kazanımlar kapsamında, öğrencilerden çok küplü geometrik cisimlerin değişik açılardan 2 boyutlu görünümlerini çizmeleri, çizilen şekilleri aralarında ilişkilendirmeleri, farklı açılardan 2 boyutlu görünümleri bulunan çok küplü geometrik cisimlerin hepsini kafalarında canlandırarak izometrik bir kâğıda resmedebilmeleri amaç edinilmiştir.

Çalışma süresince, çok küplü geometrik şekillerin öğrenciler tarafından Cabri-3D (DGY) kullanılması yardımıyla çizilmesine olanak sağlayan bir mekan oluşturulmaya çalışılmıştır. Öğrencilerin şekilleri Cabri-3D yazılımını kullanarak kendi başlarına çizmesinin, şeklin tamamını daha da kolay kavramalarını sağlayacağı değerlendirildiği için öğrencilerin yazılımı vasıtasıyla görünümlerini inceleyebilecekleri şekilleri kendi başlarına çizmelerine karar verilmiştir. Yazılım sayesinde şekillerin 360 derece döndürülebilme özelliği öğrencilerin yapıları daha kolay kavrayabilmesini sağlayacağı düşünülmüştür. Cabri-3D ile elde edilen ebatlarda, yerde ve miktarda küp ile arzu edilen şekli oluşturma ve oluşturulmuş olan yapıya her taraftan bakabilme hususunda etkili olduğundan, bilgisayarlar ile zenginleştirilmiş derslik hazırlanmıştır. Konu üzerine öğretim ortamı tasarısı hazırlık aşaması Şekil 30’de sunulmuştur.

**Şekil 30**

*A45 Kodlu Çalışmada Tasarlanan Öğrenme Ortamına İlişkin Hazırlık Süreci*




*(Kaynak: Kalay, 2015, s:39)*

*2. Konuyla ilgili çalışma yapraklarının hazırlanması:* Uygulama kapsamında 5 adet çalışma yaprağı tasarlanmıştır. 5 çalışma yaprağının da hazırlanma amacı değişkenlik göstermektedir. Çalışma yapraklarının tasarlanma hedefleri aşağıda belirtilmiştir.

1. çalışma yaprağı: Birçok birim küpten meydana gelmiş yapıların barındırdığı küp miktarını tespit etmeyi ve belirli sayıdaki birim küpten oluşan bir yapıyı küpe devşirmek maksadıyla gerekecek küp miktarını tespit etmeyi amaçlamaktadır.

2. çalışma yaprağı: Birim küplerden oluşan yapıları Cabri-3D ile çizebilme, çizilen yapıları bakış yönünü hiç değiştirmeden çizebilme ve verilmiş şeklin talep edilen farklı bir bakış açısı ile çizilebilmesi amaçlanmaktadır.

3. çalışma yaprağı: İzometrik görüntüsü verilmiş olan şekillerin Cabri-3D programı vasıtasıyla oluşturulup şekillere daha farklı bakış yönlerinden bakmak amacıyla ortografik görüntülerini çizebilmek amaçlanmaktadır.

4. çalışma yaprağı: Ortografik görüntüleri verilmiş olan birim küplerden oluşan yapının verilmemiş başka bir açıdan ortografik görüntüsünün çizilmesini ve kodları ile beraber ortografik bir biçimde üst taraftan görüntüsü verilmiş yapının diğer taraflardan görüntülerinin ortografik olarak çizilmesi amaçlanmaktadır.

5. çalışma yaprağı: Farklı taraflardan ortografik görüntüleri verilmiş yapının Cabri-3D programında oluşturulması ile talep edilen taraftan izometrik biçimde çizilmesi amaç edinilmiştir.

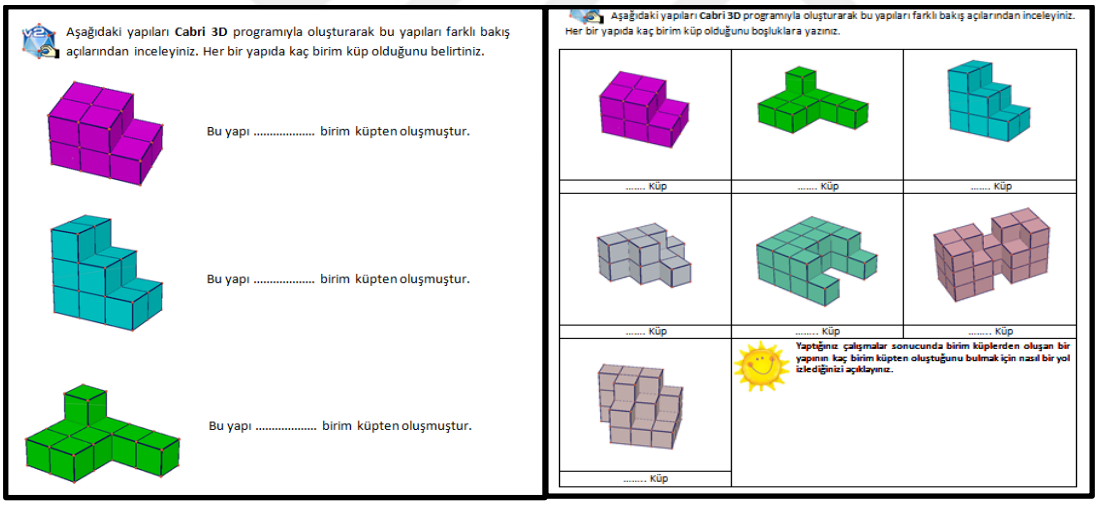
*3. Pilot çalışma ve asıl çalışma için yapılan çalışmalar:* Bu aşamada hazırlanmış çalışma yapraklarının ve geliştirilmiş olan ölçme araçlarının çalışabilirliğini/güvenilirliğini ölçebilmek maksadıyla pilot bir çalışma yapılmıştır. Çalışmada uzamsal yönelim testi (UYT) (araştırmacı tarafından geliştirilmiştir) uygulanmadan evvel güvenirliğinin tespiti maksadıyla

108 7. sınıf öğrencisine uygulanmış, güvenirlik katsayısı 0,85 olarak tespit edilmiştir. Geçerliliği/güvenilirliği onaylanan UYT, pilot çalışma kapsamında ön ve son test olarak tercih edilmiştir. Pilot çalışma 16 adet 7.sınıf öğrencisiyle icra edilmiştir. Çalışmaya başlanmadan evvel, öğrenciler UYT'ye tabi tutulmuştur. Sonrasında, öğrenciler Cabri-3D programıyla tanıştırılmışlardır. Öğrencilerin programı kavrayabilmesi amacıyla bir saat süre ile kurs yapılmıştır.

Öğrencilere Cabri-3D programı öğretildikten sonra, daha önceden hazırlanmış olan çalışma yaprakları rehberliğinde dersler işlenmeye başlanmıştır. Dersler sırasında öğrencilerin birim küplerden oluşan şekilleri Cabri-3D programı ile başarılı bir biçimde çizdikleri ve etkinlikleri istenenler çerçevesinde yeterince yapabildikleri ancak, izometrik şekilleri çizerken zorlandıkları tespit edilmiştir. Aşağıda, Şekil 31'de çalışma yaprağı-1 için pilot çalışmadan öncesindeki ve sonrasındaki değişimi gösterir bir kesit sunulmuştur.

**Şekil 31**

*A45 Kodlu Çalışmada Kullanılan Çalışma Yaprağının Pilot Çalışmadan Öncesindeki ve Sonrasındaki Değişimi Gösterir Bir Kesit*




*(Kaynak: Kalay, 2015, s:42)*

Şekil 31'de Cabri 3D programı kullanılarak hazırlanan yapıları farklı bakış açılarından incelenmesi ve her bir yapıda kaç birim küp olduğunun bulunmasına yönelik hazırlanan çalışma yaprakları yer almaktadır.

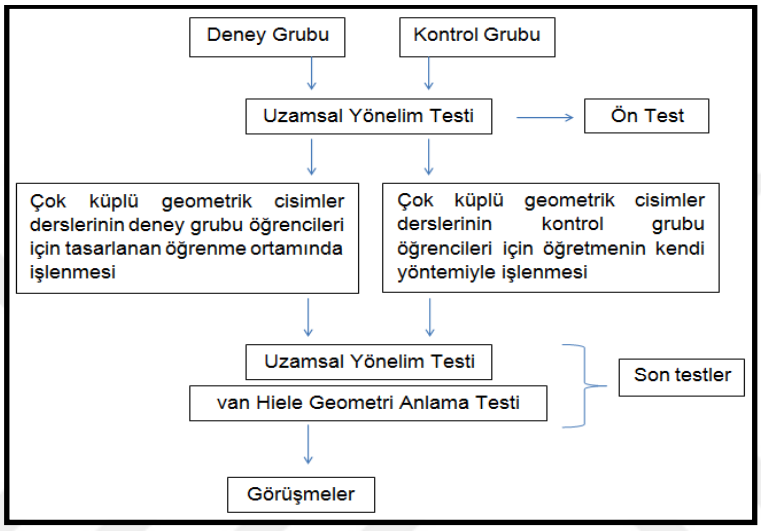
Uygulamalar sona erdikten sonra, başlangıçta ön test kapsamında uygulanan UYT, derslerin sona ermesiyle tekrardan son test olarak uygulanmıştır. İlave olarak, öğrencilerin geometri anlama düzeylerini tespit edebilmek maksadıyla öğrenciler van Hiele geometri anlama sınavına girmişlerdir. Pilot çalışmanın nihayetinde öğrencilerle uygulama hakkındaki

görüşlerini içeren birtakım görüşmeler yapılmıştır. Pilot çalışma iki haftalık bir süreyi kapsamıştır.

Deney grubu derslerinin yürütülmesi: Pilot çalışma sayesinde, çalışma yaprakları eksiklerinin giderilmesi ve düzeltmelerinin yapılması ile tekrardan gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Sonrasında, asıl çalışma uygulamalarına başlanmıştır. 4 adet 7. sınıf grubu seçilmiş, 2'si deney, diğer 2'si kontrol grubu olacak biçimde çalışmalara başlanmıştır.

**Şekil 32**

*A45 Kodlu Çalışmanın Asıl Çalışma Kapsamında Yapılan İşlemlerin Akış Şeması*




*(Kaynak: Kalay, 2015, s:49)*

Şekil 32'de görüldüğü üzere araştırmaya başlanmadan önce, kontrol ve deney gruplarına UYT testi ön test kapsamında uygulanmıştır. Daha sonra derslere başlanmıştır.

Deney grubu öğrencileri bilişim sınıfında Cabri-3D programı ile derslerini işlemişlerdir. Bu derslere paralel olarak daha önce hazırlanmış olan çalışma yaprakları çerçevesinde dersler işlenmiştir. Deney grubunun tabi tutulduğu bilgisayar destekli ders programı toplam 8 dersten oluşmuştur. Bu süreçte 5 aşamalı çalışma yaprakları takip edilmiştir. Böylece kolaydan zora ve bilinenden bilinmeyene olacak şekilde kademeli bir ilerleyiş benimsenmiştir. Deney grubu derslerini bilişim sınıfında kontrol grubu kendi sınıfında uygulamaya tabi olmuşlardır.

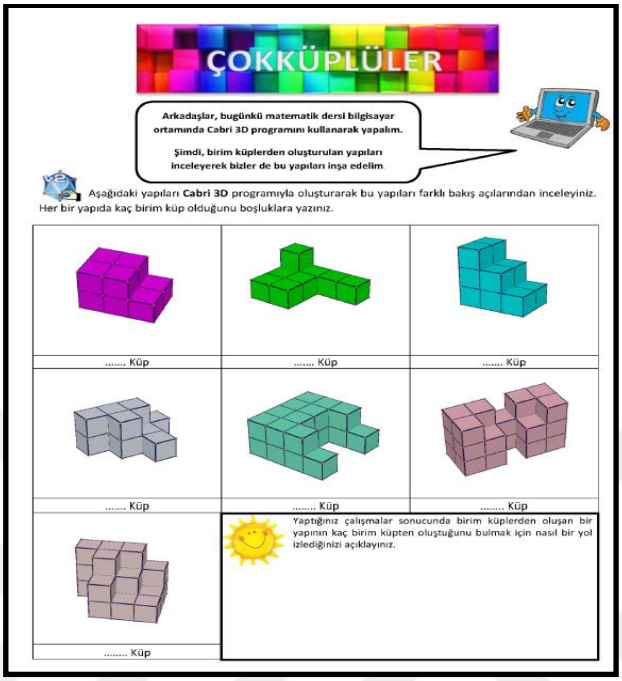
Deney grubunun dersleri sona erdikten sonra, çalışma başında ön test olarak uygulanan UYT son test olarak tekrardan uygulanmış, ilave olarak da geometri anlama düzeylerini belirleyebilmek amacıyla van Hiele geometri anlama testi uygulanmıştır.

*Kontrol grubu derslerinin yürütülmesi:* Kontrol grubuna da ön test kapsamında UYT uygulanmıştır. Kontrol grubunda yer alan öğrenciler deney grubu öğrencilerinin öğrenmiş olduğu aynı konuyu kendi sınıflarında ve geleneksel yöntemlerle öğrenmişlerdir. Kontrol

grubunun derslerinin bitimini müteakip deney grubu ile aynı şekilde son test kapsamında UYT ve van Hiele geometri anlama testi uygulanmıştır.

**Şekil 33**

*A45 Kodlu Çalışmada Kullanılan Çalışma Yaprağı Örneği*




*(Kaynak: Kalay, 2015, s:127)*

Şekil 33'te görüldüğü üzere çok küplüler konusu için Cabri -3D programı kullanılarak hazırlanan çalışma yaprağı örneği verilmiştir.

Yapılan araştırma sonucunda; kontrol ve deney gruplarında uzamsal yönelim becerileri bağlamında anlamlı bir artış tespit edilmiştir. Grupların son testleri mukayese edildiğinde; deney grubu açısından lehine anlamlı bir farklılık görülmüştür.

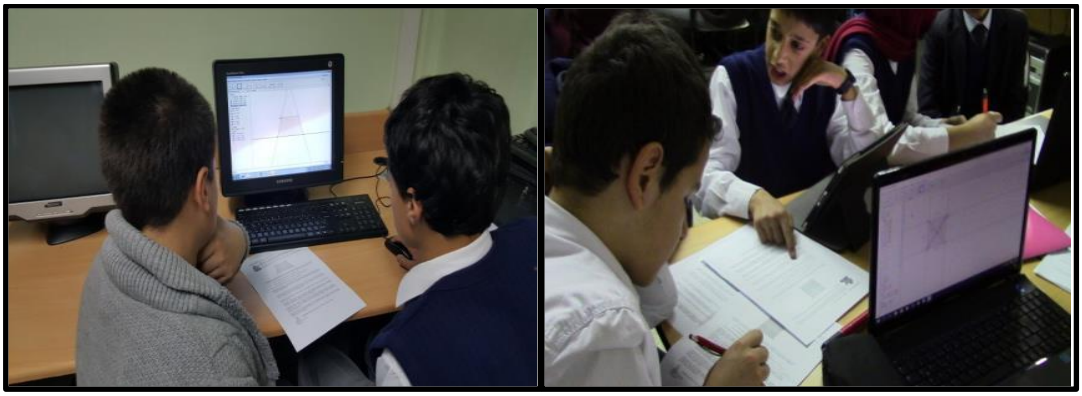
DGY yazılımı kullanarak yapılan bir diğer A46 kodlu araştırmada 7. sınıfta öğrenim gören öğrencilerden van Hiele ikinci düzeyinde yer alanların geometrik düşünme düzeylerini yükseltmek amacıyla çokgenler konusunda tasarlanan farklı öğrenme ortamlarının uygulanması ve değerlendirilmesi yapılmıştır.

Yarı deneysel yöntemin benimsendiği bu çalışmada üç şubeden ikisi deney grubu biri kontrol grubunu oluşturmuştur. Birinci deney grubu "bilgisayar grubu", ikinci deney grubu "manipülatif grup" ve kontrol grubu "geleneksel grup" olarak adlandırılmıştır. Araştırma kapsamında bilgisayar grubunda yer alan öğrencilere öncelikle Geogebra dinamik yazılımı hakkında bilgi verilmiş sonrasında dağıtılan çalışma yaprakları eşliğinde uygulamalı olarak derslerde kullanımının pozitif etkisi gösterilmeye çalışılmıştır. Mevcut imkânlar doğrultusunda her öğrencinin yazılımı etkin bir şekilde kullanımına özen gösterilmiş ve bu

alışma sürecinin ardından yazılımın teknik boyutları da öğretilmeye başlanmıştır. Grupta dersler bilgisayar labaratuvarında ve çalışma yaprakları eşliğinde sürdürülmüştür. Süreç yapılandırmacı yaklaşımın benimsediği ilkelerle araştırmacı tarafından yürütülmüş olup öğrencilerin de derste aktif katılım göstermeleri beklenmiştir. Öğrencilerin çalışma yapraklarındaki soruları yazılımı kullanarak tahmin ve ilişki kurma becerileri çerçevesinde doldurmaları istenmiştir. Arada yapılan grup çalışmalarıyla akran öğrenme ve iş birliği dayalı öğrenme yollarının da önü açılmıştır. Süreç boyunca öğrenciler devamlı gözlemlenmiş olup sorun yaşadıkları noktalar tespit edilmiş ve van Hiele geometrik düşünme düzeylerini yükseltebilmek için yapılması gereken düzeltmeler not alınmıştır.

**Şekil 34**

*A46 Kodlu Çalışmada Yer Alan Bilgisayar Grubundan Bir Kesit*

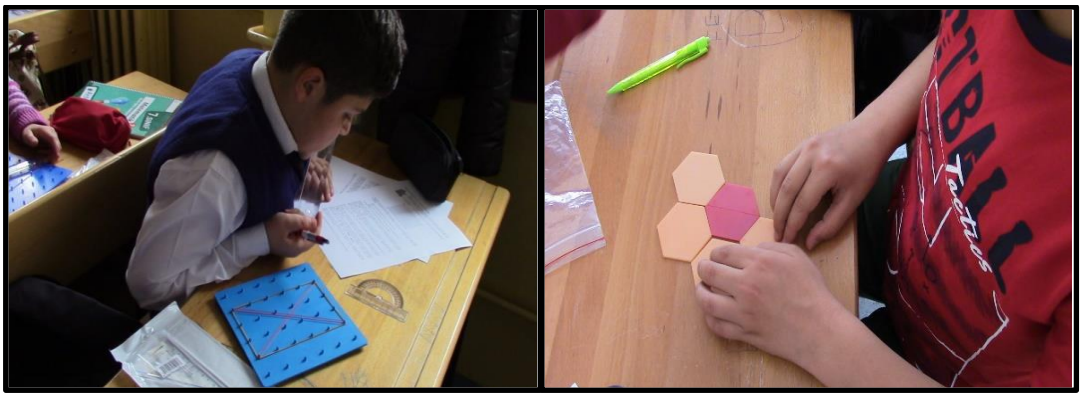


*(Kaynak: Kaleli-Yılmaz ve Yüksel, 2019, s:432)*

Diğer deney grubu olan manipülatif grupta, yapılandırmacı yaklaşım doğrultusunda hazırlanmış çalışma yaprakları ve etkinliklerle somut materyaller kullanılarak geleneksel sınıf ortamında dersler yürütülmüştür. Uygulamalara başlanmadan önce süreçte kullanılacak olan materyallerin kısaca tanıtımları yapılmış olup hangi amaçla kullanılacakları konusunda gerekli bilgilendirme yapılmıştır. Öğrencilerin ders boyunca aktif katılımları sağlanmış, yaparak-yaşayarak öğrenmeleri için gerekli ortamlar hazırlanmış ve rehberlik edilmiştir. Uygulamalarda tangram, geometri tahtası ve geometri şeritleri gibi somut materyaller kullanılmış olup bunların çalışma yaprağında nasıl kullanılacağı ile ilgili yönergeler yer almıştır. Bu grupta da grup çalışması yöntemi benimsenmiş olup öğrencilerin tartışma ve ilişkileri keşfetmeleri için rehberlik edilmiştir.

**Şekil 35**

*A46 Kodlu Çalışmada Yer Alan Manipülatif Grubundan Bir Kesit*

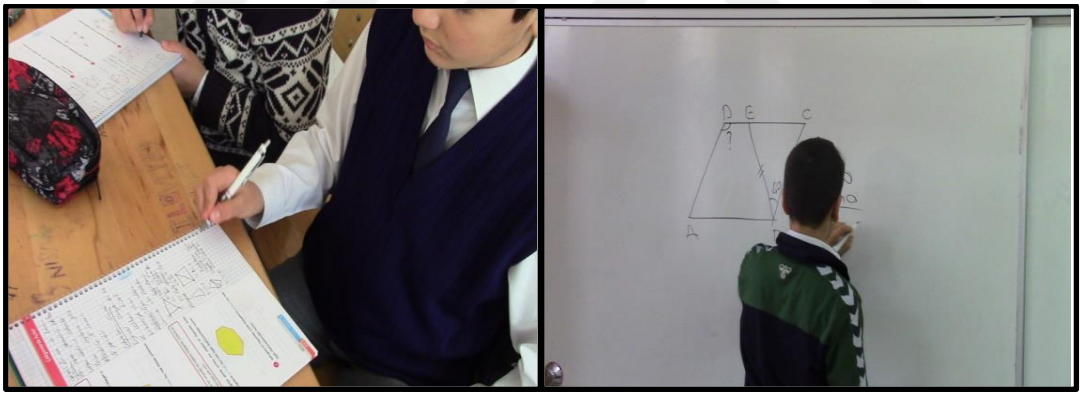


*(Kaynak: Kaleli-Yılmaz ve Yüksel, 2019, s:433)*

Geleneksel grupta ise dersler geleneksel yöntemlerle rutin bir şekilde işlenmiştir. İki deney grubunun aksine bu grupta herhangi bir yazılım veya çalışma yaprağı kullanılmamış olup, dersler anlatım sunu yöntemiyle işlenmiştir. Bu gruba öğretim süresince hiçbir müdahelede bulunulmamıştır.

**Şekil 36**

*A46 Kodlu Çalışmada Yer Alan Geleneksel Grubundan Bir Kesit*



*(Kaynak: Kaleli-Yılmaz ve Yüksel, 2019, s:434)*

Yapılan araştırmanın sonuçlarına bakıldığında ise, bilgisayar ve somut materyal kullanımına yönelik olarak tasarlanan öğrenme ortamlarının öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini artırmada önemli bir etkiye sahip olduğu görülmüştür.

A52 kodlu çalışmada 10. sınıf öğrencileriyle yapılan çalışmada DGY ile yapılan öğretim uygulamasında öğrencilerinin ispat yazma becerisi, geometri başarısı ve van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Dinamik geometri yazılımı GSP ile yapılan öğretimin olduğu grupta dersler geliştirilen etkinliklerle 12 hafta boyunca devam etmiştir. Bu etkinlikler dönüşüm geometrisini, açıortay-kenarortay-orta dikme ve özelliklerini, üçgende kenar-açı bağıntılarını, Öklit-Menalaus-Ceva ve Carnot teoremlerini

kapsamaktadır. Bu grupla dersler bilgisayar laboratuvarında ve dersin öğretmeni ile beraber gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışmada, öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini ölçmek için (GDT-geometrik düşünme testi), ispat yapma becerilerini ölçmek için (GİT- geometri ispat testi) ve geometrik akademik düzeylerini ölçmek için (GBT- geometri başarı testi) kullanılmıştır. Bu üç test hem uygulama öncesi hem de sonrasında ön test-son test şeklinde uygulanmıştır.

Uygulama sonucunda ise bilgisayar destekli öğretim grubunda üç testin de ortalamalarında anlamlı artışlar görülmüş olup son testlerde gruplar arasında anlamlı bir fark bulunamamıştır. Aynı zamanda tüm öğrencilerin üç test bazında genel olarak ortalamalarının düşük olduğu, temel geometrik kavramları yapılandıramadıkları, kavramlar arası ilişki kuramadıkları ve farklı durumlarda uygulayamadıkları da gözlenen sonuçlar arasındadır.

A59 kodlu çalışmada DGY ile tasarlanan öğrenme ortamlarının 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenleri tanıyabilme, sınıflandırabilme ve birbirleri arasında mantıksal çıkarım yapabilme becerilerinin incelenmesi ve bu ortamların öğrencilerin van Hiele düşünme düzeylerinin 3. düzeye çıkarabilmedeki rolünün incelenmesi amaçlanmıştır. 1 kontrol grubu, 2 deney grubu kullanılarak tasarlanan çalışmada kontrol grubundaki dersler öğretim programı doğrultusunda somut materyaller kullanılarak işlenmişken, deney gruplarının ilkinde *the Geometric Supposer* yazılımı ile öğretim yapılmışken diğer deney grubunda *Cabri Geometry* yazılımı kullanılmıştır.

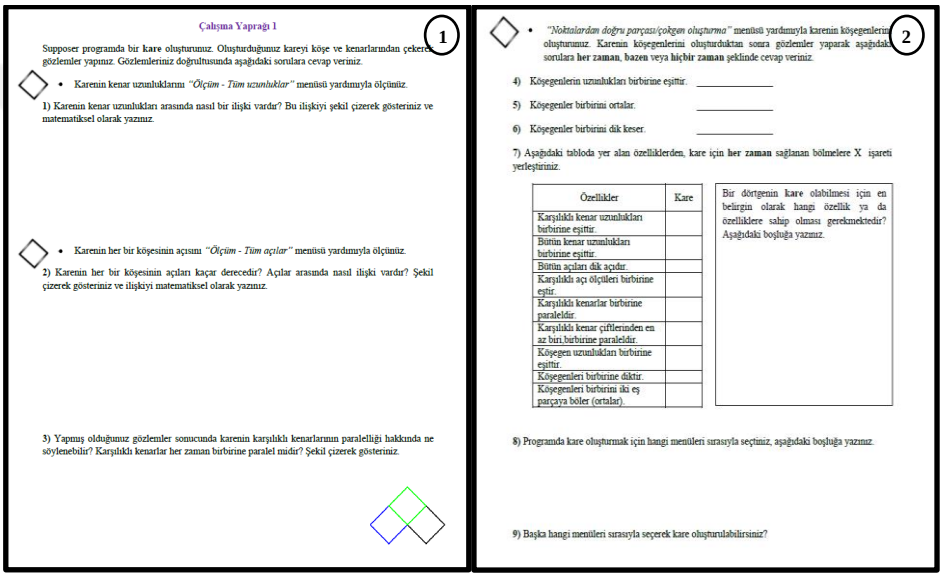
*Deney Grubu 1 (G1) için Tasarlanan Öğretim Faaliyetleri:* Geometric Supposer yazılımı kullanılarak öğretim yapılan deney 1 grubundaki öğrencilere uygulamaya başlanmadan önce matematik öğretmeni tarafından bilgisayar laboratuvarında kısa bir eğitim verilmiştir. Verilen eğitimde yazılımda dörtgen çeşitlerinin tümünün yer aldığı *Şekiller* araç çubuğunun tanıtımı yapılmış olup öğrenciler tarafından keşfetmeleri sağlanmıştır. Ayrıca yazılımdaki kenar uzunluğu ve açı ölçüsü hesabı ve köşegen oluşturma gibi özellikler de gösterip yaptırma tekniği ile öğrencilere tanıtılmıştır. Bu grupta yer alan öğrenciler yazılım kullanarak yarı yapılandırılmış şekilleri öğrenmişlerdir. Dörtgen çeşitleri ise menü çubuklarında doğrudan bulunduğundan özellikleri bilmeden geometrik şekilleri oluşturmuşlar sonrasında ise oluşturulan şekillerin özelliklerini keşfetmişlerdir.

Bu grup için hazırlanan çalışma yaprağı diğer gruplar için hazırlanan çalışma yaprakları ile benzerlikler göstermektedir. Grup öğrencileri yazılımı kullanarak dörtgenlerin açı ve kenar-köşegen uzunluklarını belirleyebilmekte ve çalışma yapraklarında yer alan yönergelere göre cevap verebilmektedir. Fakat bu yazılımda nesnelerin pararelliğini

sorgulamaya dair bir araç çubuğu bulunmamaktadır. Bundan dolayı öğrenciler nesnelerin paralellik özelliklerini sorgulamak isterlerse geometrik şekillerin açı özelliklerine veya kenar uzunlukları arasındaki ilişkiye bakarak söyleyebilmektedirler. Aynı zamanda dörtgenler arası ilişkiler çalışma yapraklarındaki yönergelerde verilmiştir. Mesela, "*Bir paralelkenar köşelerinden çekildiğinde, tüm açıları birbirine eş olur mu?"* şeklindeki bir soruda dikdörtgen ile paralelkenar arasındaki ilişkinin öğrenciler tarafından keşfettirilmesi sağlanmıştır. Çalışma yapraklarının son kısmında ise yazılımı kullanarak "*İstediğiniz bir dikdörtgeni oluşturmak için kullandığınız menü sıralamasını yazınız"* gibi değerlendirme soruları da yer almıştır.

**Şekil 37**

*A59 Kodlu Çalışmada Deney Grubu 1 (G1) İçin Hazırlanan Çalışma Yaprağı Örneği*



Çalışma Yaprağı 1

1

Supposer programda bir **kare** oluşturunuz. Oluşturduğunuz kareyi köşe ve kenarlarından çekerek gözlemler yapınız. Gözlemleriniz doğrultusunda aşağıdaki sorulara cevap veriniz.

- Karenin kenar uzunluklarını *"Ölçüm - Tüm uzunluklar"* menüsü yardımıyla ölçünüz.

1) Karenin kenar uzunlukları arasında nasıl bir ilişki vardır? Bu ilişkiyi şekil çizerek gösteriniz ve matematiksel olarak yazınız.

- Karenin her bir köşesinin açısını *"Ölçüm - Tüm açılar"* menüsü yardımıyla ölçünüz.

2) Karenin her bir köşesinin açıları kaçar derecedir? Açılar arasında nasıl ilişki vardır? Şekil çizerek gösteriniz ve ilişkiyi matematiksel olarak yazınız.

3) Yapmış olduğunuz gözlemler sonucunda karenin karşılıklı kenarlarının paralelliği hakkında ne söylenebilir? Karşılıklı kenarlar her zaman birbirine paralel midir? Şekil çizerek gösteriniz.

2

- *"Noktalardan doğru parçası/çokgen oluşturma"* menüsü yardımıyla karenin köşegenlerini oluşturunuz. Karenin köşegenlerini oluşturduktan sonra gözlemler yaparak aşağıdaki sorulara **her zaman**, **bazen** veya **hiçbir zaman** şeklinde cevap veriniz.

4) Köşegenlerin uzunlukları birbirine eşittir. _____

5) Köşegenler birbirini ortalar. _____

6) Köşegenler birbirini dik keser. _____

7) Aşağıdaki tabloda yer alan özelliklerden, kare için **her zaman** sağlanan bölmelere X işareti yerleştiriniz.

| Özellikler | Kare |
|---|---|
| Karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşittir. | |
| Bütün kenar uzunlukları birbirine eşittir. | |
| Bütün açıları dik açıdır. | |
| Karşılıklı açı ölçüleri birbirine eşittir. | |
| Karşılıklı kenarlar birbirine paraleldir. | |
| Karşılıklı kenar çiftlerinden en az biri,birbirine paraleldir. | |
| Köşegen uzunlukları birbirine eşittir. | |
| Köşegenleri birbirine diktir. | |
| Köşegenleri birbirini iki eş parçaya böler (ortalar). | |

Bir dörtgenin **kare** olabilmesi için en belirgin olarak hangi özellik ya da özelliklere sahip olması gerekmektedir? Aşağıdaki boşluğa yazınız.

8) Programda kare oluşturmak için hangi menüleri sırasıyla seçtiniz, aşağıdaki boşluğa yazınız.

9) Başka hangi menüleri sırasıyla seçerek kare oluşturulabilirsiniz?

*(Kaynak: Okumuş, 2011, s:204-205)*

Şekil 37'de A59 kodlu çalışmada Deney 1 grubunda (Supposer ile öğretim yapılan grup) kullanılmak üzere hazırlanmış dokuz soruluk çalışma yaprağı verilmiştir.

*Deney Grubu 2 (G2) için Tasarlanan Öğretim Faaliyetleri:* Deney gruplarından ikincisi olan bu grupta dersler Cabri Geometry yazılımı kullanılarak işlenmiştir. Uygulama için gerekli ön testler yapıldıktan sonra öğrencilerle yazılım tanıtım etkinlikleri gerçekleştirilmiştir. Matematik öğretmeni tarafından gösterip yaptırma yöntemi ile yapılan tanıtımlarda yazılım tamami ile öğretilmemiş dörtgen çeşitleri için gerekli önkoşul bilgiler verilmiştir. Daha sonrasında öğrencilerin yazılımı kullanmasındaki yeterliliklerine göre çalışma yapraklarına geçilmiştir.

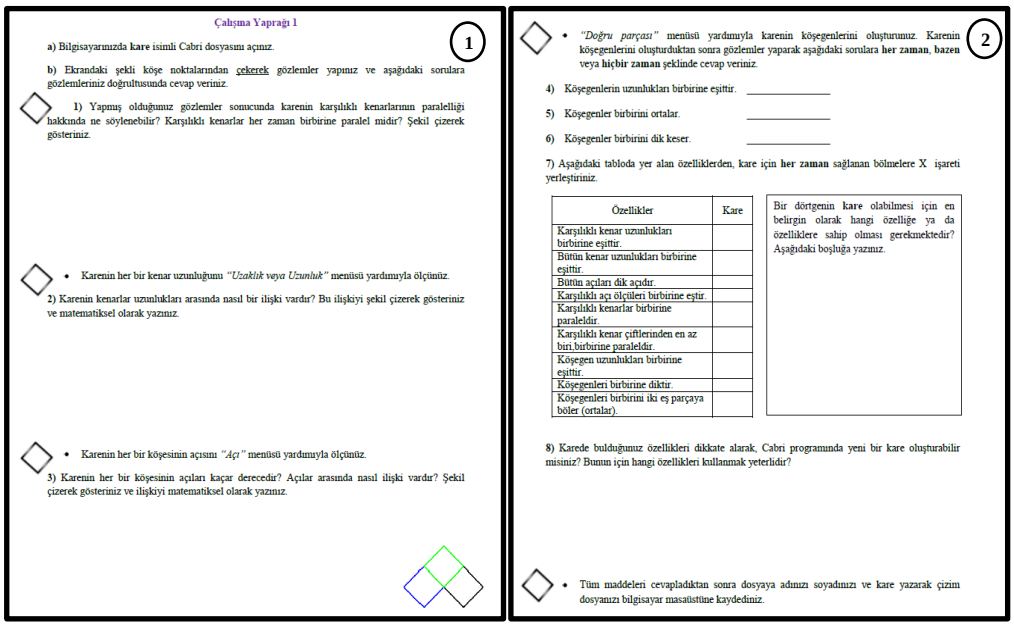
Geliştirilen bilgisayar destekli çalışma yaprakları içerdiği mevcut yönergelerle öğrencilere yazılım kullanarak keşif yapma olanağı vermiştir. Bu deney grubu için öğrencilerden dörtgen çeşitlerini oluşturması beklenirken, öğrencilere bu yazılımda yarı

yapılandırılmış dörtgen çeşitleri verilmiştir. Fakat Cabri Geometry'nin bağımsız bir yapılanmaya izin veren bir yazılım çeşidi olmasından ötürü, dörtgen çeşitlerini bilmeyen öğrencilerden bunları yapmasını beklemek pek olası görülmemektedir. Mesela paralelkenarın karşılıklı kenarlarının paralel olduğunu bilmeyen bir öğrencinin yazılımın parallellik özelliklerini kullanarak paralelkenar oluşturması kesinlikle beklenmemektedir. Çalışma yaprağında tüm dörtgen çeşitlerinin özelliklerini keşfeden öğrencilerden ilgili türleri kendilerinin oluşturmaları istenmiştir. Bu nedenle araştırmacı her çalışma yaprağının sonunda öğrencilerin oluşturduğu şekilleri bellekle almış ve teker teker şekillerin nasıl yapıldığını incelemiştir.

Bu deney grubundaki çalışma yapraklarının içeriği incelendiğinde dörtgenlerin; kenar ve köşegen uzunlukları yazılımın *uzunluk veya uzaklık,* paralelliği *paralel mi?* ve açı ölçüleri ise *açı* menülerinin olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrenciler kendilerine verilen yarı yapılandırılmış şekilleri menüleri kullarak çeşitli özellliklerini inceleyebildiği gibi dörtgenler arası ilişkileri de gözlemlemişlerdir. Mesela, kare ile eşkenar dörtgen arasındaki ilişki için "*Eşkenar dörtgen köşelerinden çekildiğinde oluşan geometrik şeklin her açısı birbirine eşit oluyor mu?"* gibi sorularla yazılım kullanarak öğrencilerin gözlem yapmaları sağlanmış olup dörtgen türleri arasında ilişkilerin sezdirilebilmesi amaçlanmıştır.

**Şekil 38**

*A59 Kodlu Çalışmada Deney Grubu 2 (G2) İçin Hazırlanan Çalışma Yaprağı Örneği*



Çalışma Yaprağı 1

1

a) Bilgisayarınızda **kare** isimli Cabri dosyasını açınız.

b) Ekrandaki şekli köşe noktalarından çekerek gözlemler yapınız ve aşağıdaki sorulara gözlemleriniz doğrultusunda cevap veriniz.

1) Yapmış olduğunuz gözlemler sonucunda karenin karşılıklı kenarlarının paralelliği hakkında ne söylenebilir? Karşılıklı kenarlar her zaman birbirine paralel midir? Şekil çizerek gösteriniz.

• Karenin her bir kenar uzunluğunu *"Uzaklık veya Uzunluk"* menüsü yardımıyla ölçünüz.

2) Karenin kenarlar uzunlukları arasında nasıl bir ilişki vardır? Bu ilişkiyi şekil çizerek gösteriniz ve matematiksel olarak yazınız.

• Karenin her bir köşesinin açısını *"Açı"* menüsü yardımıyla ölçünüz.

3) Karenin her bir köşesinin açıları kaçar derecedir? Açılar arasında nasıl ilişki vardır? Şekil çizerek gösteriniz ve ilişkiyi matematiksel olarak yazınız.

2

• *"Doğru parçası"* menüsü yardımıyla karenin köşegenlerini oluşturunuz. Karenin köşegenlerini oluşturduktan sonra gözlemler yaparak aşağıdaki sorulara **her zaman**, **bazen** veya **hiçbir zaman** şeklinde cevap veriniz.

4) Köşegenlerin uzunlukları birbirine eşittir. _____

5) Köşegenler birbirini ortalar. _____

6) Köşegenler birbirini dik keser. _____

7) Aşağıdaki tabloda yer alan özelliklerden, kare için **her zaman** sağlanan bölmelere X işareti yerleştiriniz.

| Özellikler | Kare |
|---|---|
| Karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşittir. | |
| Bütün kenar uzunlukları birbirine eşittir. | |
| Bütün açıları dik açıdır. | |
| Karşılıklı açı ölçüleri birbirine eştir. | |
| Karşılıklı kenarlar birbirine paraleldir. | |
| Karşılıklı kenar çiftlerinden en az biri,birbirine paraleldir. | |
| Köşegen uzunlukları birbirine eşittir. | |
| Köşegenleri birbirine diktir. | |
| Köşegenleri birbirini iki eş parçaya böler (ortalar). | |

Bir dörtgenin **kare** olabilmesi için en belirgin olarak hangi özelliğe ya da özelliklere sahip olması gerekmektedir? Aşağıdaki boşluğa yazınız.

8) Karede bulduğunuz özellikleri dikkate alarak, Cabri programında yeni bir kare oluşturabilir misiniz? Bunun için hangi özellikleri kullanmak yeterlidir?

• Tüm maddeleri cevapladıktan sonra dosyaya adınızı soyadınızı ve kare yazarak çizim dosyanızı bilgisayar masaüstüne kaydediniz.

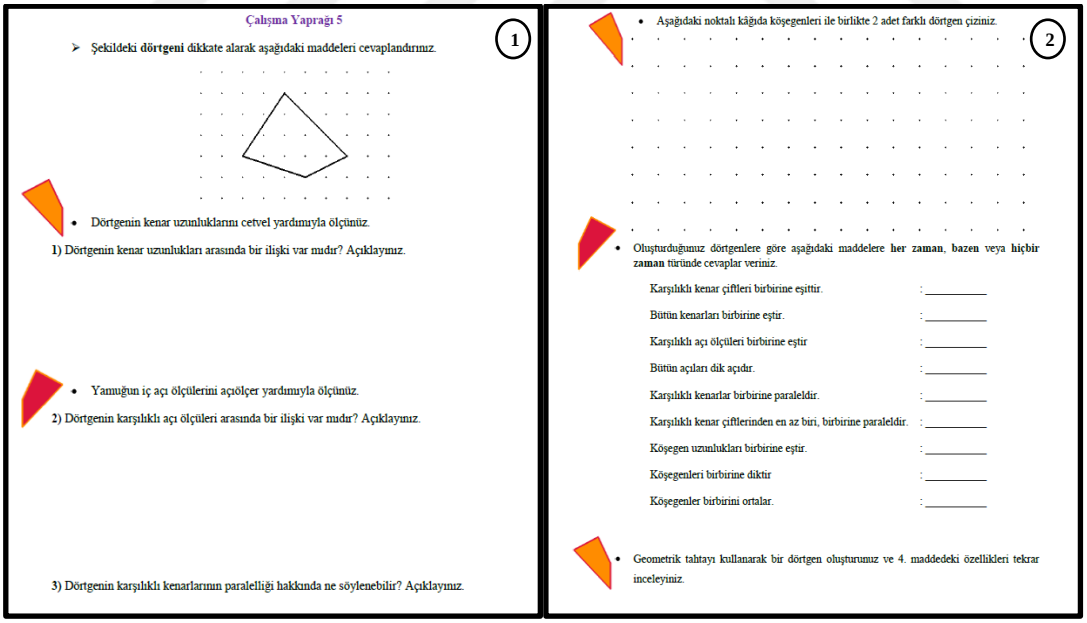
*(Kaynak: Okumuş, 2011, s:219-220)*

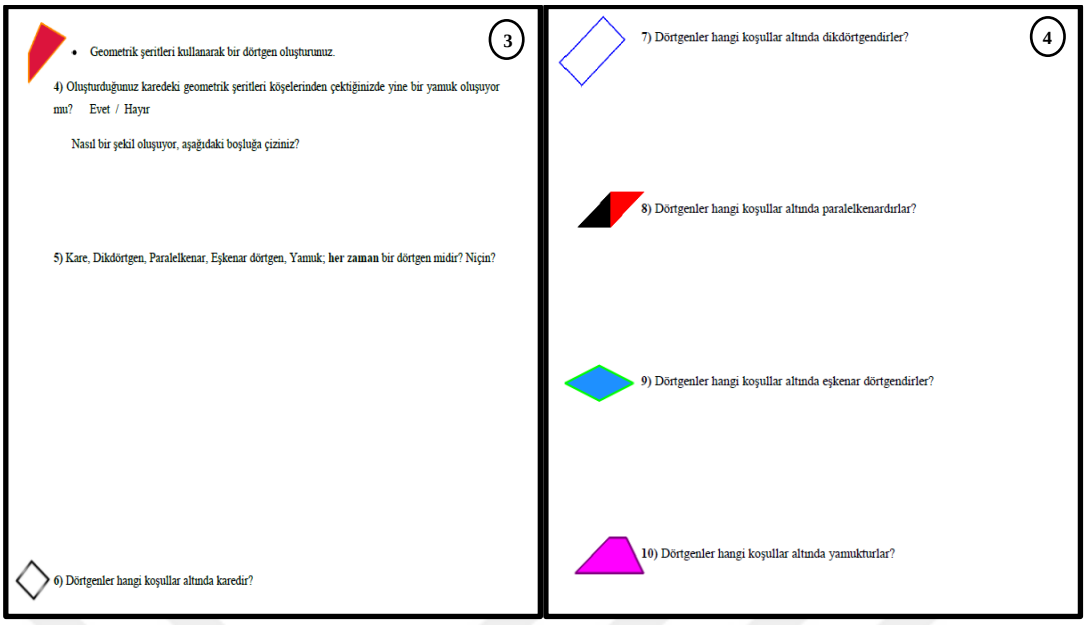
Şekil 38'de A59 kodlu çalışmada Deney 2 grubunda (Cabri geometry ile öğretim yapılan grup) kullanılmak üzere hazırlanmış sekiz soruluk çalışma yaprağı verilmiştir.

*Kontrol Grubu için Tasarlanan Öğretim Faaliyetleri:* Bu gruptaki öğrencilere öğretim sürecinde kullanılacak olan ana materyaller tanıtılmış ve açıölçer-cetvel kullanımının nasıl yapılacağı gösterilmiştir. Diğer deney gruplarındaki gibi bu grupta herhangi bir yazılım kullanmayı içeren eğitimler verilmemiştir. Kontrol grubu için öğretim programı doğrultusunda noktalı kâğıt, geometrik şekiller ve geometrik tahta kullanarak dörtgenlerin özellikleri ve arasındaki ilişkiler keşfettirilmeye çalışılmıştır. Bu nedenle bu grup için hazırlanan çalışma kağıtlarında öncelikle noktalı kâğıt kullanılarak dörtgen çeşitleri sunulmuş ve öğrencilerden belli başlı özelliklerin belirlenmesi istenmiştir. Gruptaki öğrenciler istenilen dörtgen türlerini verilen noktalı kâğıtta oluşturmuş ve geometrik tahta kullanarak dörtgenlerin açı, kenar ve köşegen özelliklerine dair bilgileri pekiştirmeleri sağlanmıştır. Geometrik şeritlerle dörtgenler arası geçişler gerçekleştirilmiştir. Ayrıca bu grupta da deney grubunda olduğu gibi dörtgenler arası geçişler sorgulanmıştır. Mesela geometrik şeritler kullanılarak oluşturulan eşkenar dörtgenlerle kare arasındaki ilişkiyi "*Eşkenar dörtgendeki geometrik şeritler köşelerinden çekildiğinde oluşan geometrik şeklin her açısı birbirine eşit oluyor mu?*" şeklindeki bir soruyla görmeleri istenmiştir.

**Şekil 39**

*A59 Kodlu Çalışmada Kontrol Grubu İçin Tasarlanmış Çalışma Yaprağı Örneği*






*(Kaynak: Okumuş, 2011, s:252-253-254-255)*

Şekil 39'da A59 kodlu çalışmada kontrol grubunda kullanılmak üzere hazırlanmış on soruluk çalışma yaprağı verilmiştir.

Bu çalışmanın sonuçlarına bakıldığında ise her üç öğrenme ortamında öğrencilerin VHGDD 3. düzeye yükseltmede başarısız sonuçlandığı görülmüştür. Fakat dörtgenler konusunun genel özelliklerini öğrenmede her üç ortamın da etkili olduğu hatta Cabri Geometry ile yapılan öğretimin diğer gruplara istatistiksel olarak üstünlük sağladığı gözlemlenmiştir.

A63 kodlu araştırmada, 7. sınıf öğrencilerinin çokgenler konusunda DGY kullanılarak gerçekleştirilen öğrenme süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Dörtgenler ve özelliklerinin öğrenildiği dinamik geometri ortamında geometrik inşalar gerçekleştirerek öğrenmeleri inecelenecek olup ve süreçte ortaya çıkan geometrik düşünmeleri ve düşünme düzeylerindeki gelişimin nasıl olduğu araştırılmak istenen esas konudur.

*Çalışma için öğretim sürecinin planlanması:* Öğretim deneyiyle gerçekleştirilen bu çalışmada kullanılan dinamik geometri yazılımı Geogebra'dır. Hazırlanan öğrenme ortamı, araştırmacı ile öğrencilerin aktif ve birbirleriyle iletişimin güçlü olacak şekilde tasarlanmıştır. Her öğrencinin kendi bireysel yapılandırılmasını sağlamak için, kendine ait bilgisayarının olmasına özen gösterilmiş ve ekranları birbirini görmeyecek şekilde oturmaları istenmiştir. Ayrıca araştırmacı tarafından öğrencilerin öğrenme süreçlerini ortaya koyabilmek için klinik görüşme kâğıtlarına benzer çalışma yaprakları hazırlanmıştır. Uygulama başında araştırmacı tarafından öğrencilere çalışma kağıtları dağıtılmış ve kendileri için ayrılan bölümü doldurmaları istenmiştir.

Uygulama öncesinde öğrencilerle ön öğretim gerçekleştirilmiş olup öğrencilerin Geogebra'ya ısınmaları ve çizim/inşa farkını anlayabilmeleri için etkinlikler verilmiştir. Verilen ön öğretimler toplamda dört öğretim bölümünden oluşmaktadır. Burada öğretim programında temel geometrik inşalar kısmına yer verilmiştir.

**Şekil 40**

*A63 Kodlu Çalışmada Yer Alan Öğretim Bölümleri ve Bu Bölümlerde Yapılan Etkinlikler*

**Öğretim bölümleri ve bu bölümlerde yapılan etkinlikler**

| Öğretim Bölümü | Ele alınan özel dörtgen | Yapılan Etkinlikler | Süre |
|---|---|---|---|
| 1. Öğretim Bölümü | Dikdörtgen ve Kare | Dikdörtgen ve kare inşa edilir.<br>Dikdörtgen ve karenin özellikleri (ortak ve ayıran özellikler) keşfedilir.<br>Dikdörtgen ve karenin kritik özellikleri keşfedilir.<br>Dikdörtgen ve kareye için farklı tanımlar yapılır.<br>Dikdörtgen ve kare arasındaki ilişki keşfedilir. | 40+40 dakika |
| 2. Öğretim Bölümü | Eşkenar Dörtgen ve Kare | Eşkenar dörtgen inşa edilir.<br>Eşkenar dörtgen ve karenin özellikleri (ortak ve ayıran özellikler) keşfedilir.<br>Eşkenar dörtgen ve kareye için farklı tanımlar yapılır.<br>Eşkenar dörtgen ve karenin kritik özellikleri keşfedilir.<br>Eşkenar dörtgen ve kare arasındaki ilişki keşfedilir. | 40+40 dakika |
| 3. Öğretim Bölümü | Paralelkenar, Eşkenar Dörtgen ve Kare | Paralelkenar inşa edilir.<br>Paralelkenar eşkenar dörtgen ve karenin özellikleri (ortak ve ayıran özellikler) keşfedilir.<br>Paralelkenarın kritik özellikleri keşfedilir.<br>Paralelkenar, eşkenar dörtgen ve kare için farklı tanımlar yapılır.<br>Paralelkenar eşkenar dörtgen ve kare arasındaki ilişki keşfedilir. | 40+40 dakika |
| 4. Öğretim Bölümü | Paralelkenar, Dikdörtgen ve Kare | Paralelkenar inşa edilir.<br>Paralelkenar dikdörtgen ve karenin özellikleri (ortak ve ayıran özellikler) keşfedilir.<br>Paralelkenarın kritik özellikleri keşfedilir.<br>Paralelkenar, dikdörtgen ve kare için farklı tanımlar yapılır.<br>Paralelkenar dikdörtgen ve kare arasındaki ilişki keşfedilir. | 40+40 dakika |
| 5. Öğretim Bölümü | Yamuk ve Paralelkenar | Yamuk inşa edilir.<br>Yamuk ve paralelkenarın özellikleri (ortak ve ayıran özellikler) keşfedilir.<br>Yamuğun kritik özellikleri keşfedilir.<br>Yamuk için farklı tanımlar yapılır.<br>Yamuk ve paralelkenar arasındaki ilişki keşfedilir.<br>Yamuğun tüm dörtgenlerle olan ilişkisi keşfedilir. | 40+40 dakika |
| 6. Öğretim Bölümü | Tüm Dörtgenler | Dörtgen inşa edilir.<br>Dörtgenler arası ilişkiler keşfedilir.<br>Dörtgenler arası ilişkiler farklı biçimlerde ifade edilir.<br>Dörtgenlerin hiyerarşik sınıflandırması keşfedilir ve ifade edilir.<br>Hiyerarşik sınıflama hakkında açıklamalarda bulunulur.<br>Dörtgenler arası asimetrik ilişkiler açıklanır ve örneklenir.<br>Tüm dörtgenler arasından hiyerarşik sınıflandırmaya uygun seçimler yapılır.<br>Tüm dörtgenler farklı biçimlerde tanımlanır.<br>Tüm dörtgenlere yönelik en az sayıda tanımlama listesinden ekonomik ve doğru tanımlar yapılır.<br>Geometrik düşünme düzeyi 4'e yönelik ispat ve keşfetme etkinlikleri yapılır. | 40+40 dakika |

*(Kaynak: Önel, 2021, s:35)*

Şekil 40'ta A63 kodlu çalışmada asıl öğretim uygulamasında yer alan öğretim bölümleri ve yapılan etkinlik uygulamaları gösterilmiştir.

Uygulamada yer alan öğretim bölümlerindeki inşa problemlerinin birden fazla yolu olup, öğretmen tarafından da öğrencilerden tek bir doğru yanıt vermemeleri beklenmiştir. Öğrencilerle her fırsatta bu durum paylaşılmış olup, başlangıçta zorlansalar bile sonradan bu duruma alışmışlardır. Örneğin başlangıçta kareyi inşa etmeleri uzun bir zaman diliminde gerçekleşse de sonradan eşkenar dörtgenleri daha kısa zamanda inşa etmişlerdir. Öğrenciler bu inşa süreçlerini anlamlandırdıktan sonra çemberin önemini anlayıp GeoGebra'da pergel kullanmaya başladıktan sonra inşa süreçlerinde zorlanmamışlardır. Uygulama sürecinde öğrencilerin sorgulama becerileri geliştirilmiş olup yazılım ve çalışma yaprakları ile yalnız bırakılmışlardır. Öğrencilere her fırsatta geometrik inşanın özellikleri vurgulanmış ve

yapılanların doğru olup olmadığını öğrenmek için araştırmacı tarafından sürükleme testine yönlendirilmişlerdir. Burada oluşturdukları şeklin sürükleme işlemini yaptıktan sonra çizim mi inşa mı olduğuna karar verilmiş ve duruma göre yeni bir adıma geçilmiştir. Gerçekleştirdikleri oluşumlar çizimse yeniden inşa etmeye çalışmışlar eğer inşa özellikleri taşıyorsa sorgulama ve keşfetme etkinliklerine geçmişlerdir.

Bu bölümden sonra dörtgenlerin önemli özelliklerine, dörtgenlerde hiyerarşik sınıflandırma ve dörtgenler arası dönüşümlere ve dörtgenlerin sürüklemeyle değişmeyen ve değişen özelliklerine geçilmiştir. Son öğretim bölümünde ise öğrenilen tüm dörtgenleri içeren etkinliklere yer verilmiştir. Ayrıca her öğretim bölümü bir öncekini kapsayacak şekilde ilerlemekte olup, her bölüm sonrası yapılan geriye dönük analizlerle öğretim sürecinde gerekli düzenlemeler yapılmıştır.

Son öğretim bölümü tüm dörtgenleri kapsayacak şekilde farklı etkinlikler içermektedir. Bu bölümde uzman görüşleri doğrultusunda van Hiele geometik düşünme düzeyinin 4. düzeyinde ait etkinliklere de yer verilmiştir. Öğretim programı doğrultusunda deltoid konusu öğretim bölümlerine dâhil edilmemişti fakat son öğretim bölümünde öğrencilerin keşfetmesi için bir etkinlik hazırlanmıştır. Bu bağlamda öğrencilere "*Şimdiye kadar öğrenmiş olduğunuz dörtgen türlerinin dışında kendiniz bir dörtgen tasarlayınız. Bu süreçte dörtgenlerin farklı özelliklerini kullanmayı düşünebilirsiniz, oluşturacağınız dörtgenin hangi özelliklere sahip olmasını istersiniz? Açıklayınız."* sorusu sorulmuştur. Araştırmacı tarafından öğrencilere GeoGebra kullanarak ve farklı yarıçaplara sahip çemberler kullanarak inşa edebilecekleri yapılar olduğundan bahsedilerek ipuçları verilmiştir. Bu bölümde yer alan bir diğer etkinlik ise geriye dönük analizler sonucunda oluşturulmuş tanımlama listesi etkinliğidir. Analizlere bakıldığında özel dörtgenlerin farklı tanımlarının öğrenciler tarafından yapılmadığı görülmüş ve bu nedenle en az sayıda özellikle farklı tanımlar yapmlarını sağlayacak etkinlik geliştirilmiştir. Bu etkinlikle öğrencilerin dörtgen tanımlarında bulunması gereken özellikleri keşfetmeleri sağlanmıştır.

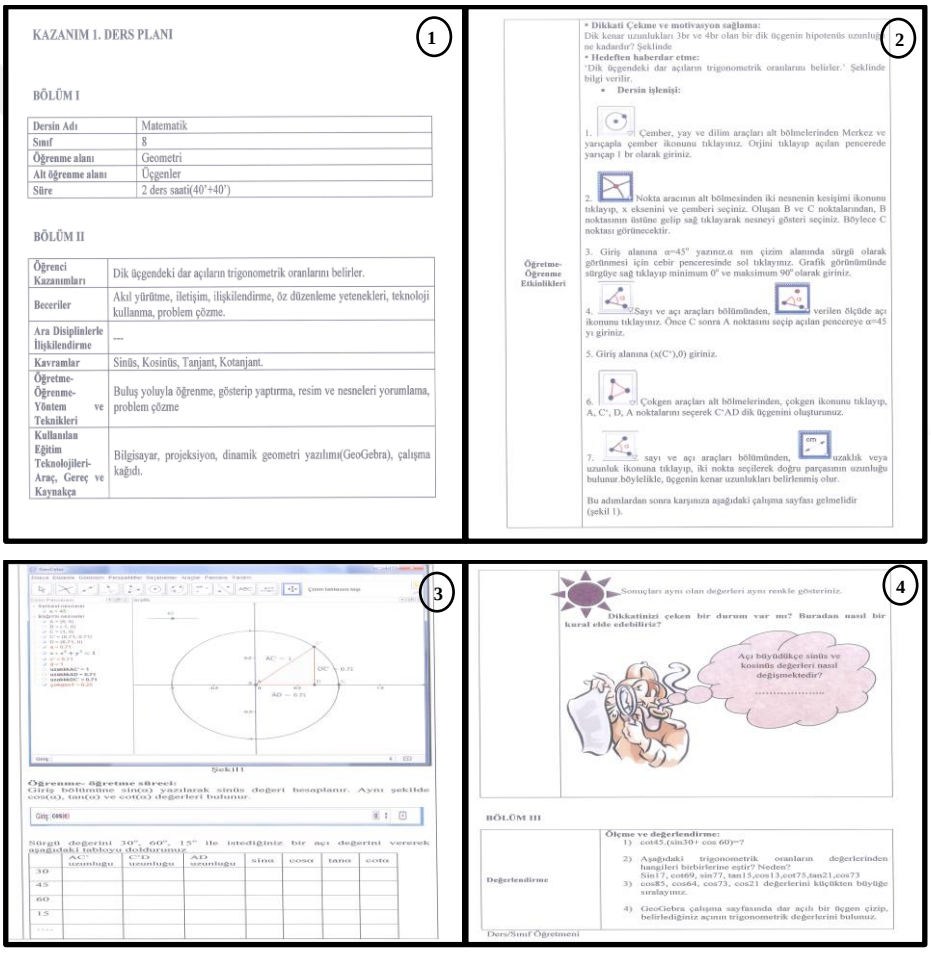
Araştırmanın sonuçlarına göre GeoGebra dinamik yazılımı ile tasarlanan öğrenme ortamlarının öğrencilerin geometrik düşünme becerilerinin gelişiminde ve başarılarının arttırılmasında etkili olduğu görülmektedir.

DGY kullanılarak hazırlanan bir diğer çalışma olan A66'daki amaç 8. sınıf matematik dersinde trigonometri ve eğim konularına ait kazanımların öğretiminde GeoGebra kullanımının öğrencilerin matematiksel başarılarına ve van Hiele geometri düşünme düzeylerine etkisini belirlemektir.

Birinci aşamada ilköğretim 8. sınıf 2. dönem konularından trigonometrik oranlar ve eğime ait kazanımlar ele alınmıştır. Bahse konu kazanımlara dair yararlanılabilecek GeoGebra yazılımı ile hazırlanmış materyaller tasarlanmıştır. Uygulama için deney ve kontrol grupları oluşturulmuştur. Deney grubu için bilgisayar laboratuvarı, kontrol grubu için ise matematik sınıfı ayarlanmıştır. Deney grubu öğrencilerine uygulama aşamasında kullanacakları GeoGebra uygulamasının kullanımına yönelik eğitim verilmiştir. Bilgisayar laboratuvarındaki tüm bilgisayarlara GeoGebra programı kurulmuştur. Daha sonra her iki grup ile birlikte araştırmaya başlanmıştır.

**Şekil 41**

*A66 Kodlu Çalışmada Yer Alan Örnek Ders Planı*



KAZANIM 1. DERS PLANI

BÖLÜM I

| | |
|---|---|
| Dersin Adı | Matematik |
| Sınıf | 8 |
| Öğrenme alanı | Geometri |
| Alt öğrenme alanı | Üçgenler |
| Süre | 2 ders saati(40'+40') |

BÖLÜM II

| | |
|---|---|
| Öğrenci Kazanımları | Dik üçgendeki dar açıların trigonometrik oranlarını belirler. |
| Beceriler | Akıl yürütme, iletişim, ilişkilendirme, öz düzenleme yetenekleri, teknoloji kullanma, problem çözme. |
| Ara Disiplinlerle İlişkilendirme | --- |
| Kavramlar | Sinüs, Kosinüs, Tanjant, Kotanjant. |
| Öğretme-Öğrenme-Yöntem ve Teknikleri | Buluş yoluyla öğrenme, gösterip yaptırma, resim ve nesneleri yorumlama, problem çözme |
| Kullanılan Eğitim Teknolojileri-Araç, Gereç ve Kaynakça | Bilgisayar, projeksiyon, dinamik geometri yazılımı(GeoGebra), çalışma kağıdı. |

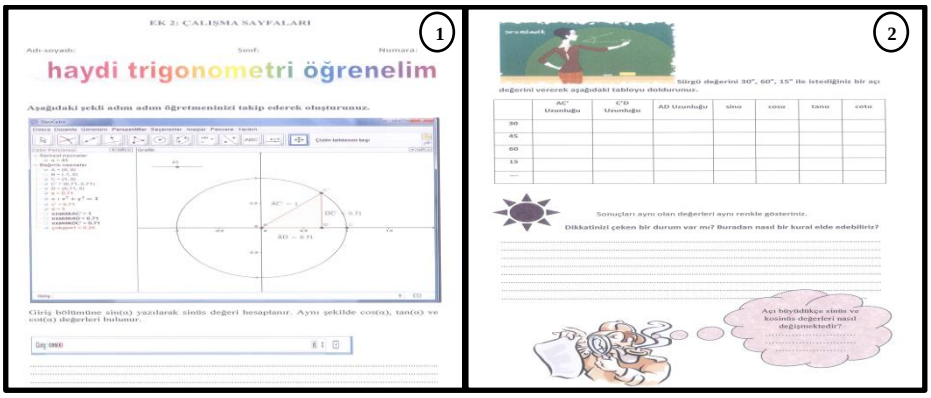


*(Kaynak: Öztürk, 2012, s:103-104-105-106)*

Şekil 41'de üçgenler alt öğrenme alanından "Dik üçgendeki dar açıların trigonometrik oranlarını belirler." kazanımına ilişkin olarak hazırlanan ders planı verilmiştir.

**Şekil 42**

*A66 Kodlu Çalışmada Yer Alan Örnek Çalışma Kağıdı*




*(Kaynak: Öztürk, 2012, s:125-126)*

Şekil 42'de Geogebra programı kullanılarak hazırlanmış çalışma yaprağı görseli verilmiştir.

Yapılan bu araştırmanın sonuçlarına bakıldığında GeoGebra programının öğrencilerin VHGDD arttırmada etkisinin anlamlı düzeyde olmadığı saptanmıştır.

A77 kodlu çalışmada, 4. sınıf öğrencilerinin geometri öğretiminde DGY ve somut materyalleri kullanımının van Hiele geometri anlama düzeylerine ve bilişsel anlamalarına etkisini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır.

*Çalışma Tasarlanma Süreci:* Öncelikle en az beş yıllık mesleki deneyime sahip olan sınıf öğretmenlerinden oluşan bir çalışma ekibi kurulmuştur. Sonrasında çalışma ekibiyle beraber öğretim programında yer alan çalışılacak konuyla ilgili konu ve kazanımlar incelenmiştir. Sınıf öğretmenlerinin öneri ve görüşleri doğrultusunda somut nesneye dayalı öğretim materyalleri geliştirilmiştir. Geliştirilen bu materyallerde kullanılacak olan somut nesneler kare, dikdörtgen ve üçgen şeklinde kesilen mukavvalardan, tangram ve geometri tahtasından oluşmuştur. Sonrasında alınan uzman görüşlerinden sonra ilgili ve gerekli düzeltmeler (mukavva yerine medefe kullanmak gibi) yapılıp, nesnelere son halleri verilmiştir. Çalışma grubuyla geliştirilen bu nesnelerin aktif olarak kullanımının sağlanabilmesi etkinliklerin amaçları doğrultusunda her öğrencinin etkinlik içine gömülü olan matematiksel yapıyı görüp ortaya çıkarmaları için onlara yardımcı olmak amacıyla çalışma yaprakları geliştirilmiştir. Ayrıca öğretmenlerin uygulayacağı program için bir kılavuz geliştirilmiştir. Somut nesnelere dayalı öğretim materyalleri geliştirildikten sonra gerçek sınıf ortamında iki dönem boyunca pilot uygulaması yapılmıştır. Yapılan pilot uygulama sonrasında gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Aynı zamanda bu çalışma için ilgili konu ve kazanımlara uygun olarak Cabri dinamik geometri yazılımının kullanıldığı öğretim materyalleri ve bunlara uygun olarak çalışma yaprakları da hazırlanmıştır. Ayrıca

öğretmenlerin uygulayacağı program için bir kılavuz geliştirilmiştir. Somut nesnelere dayalı öğretim materyalleri geliştirildikten sonra gerçek sınıf ortamında iki dönem boyunca pilot uygulaması yapılmıştır. Yapılan pilot uygulama sonrasında gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Araştırmanın diğer alt problemleri için uygulamanın başında ve sonunda ön test-son test olarak van Hiele geometri anlama düzeyleri testi, geometri başarı sınavı ve geometriye karşı tutum ölçeği uygulanmıştır. Geometri başarı testi ve geometriye karşı tutum ölçeği araştırmacı tarafından Bloom taksonomisine uygun olarak geliştirilmiştir. Çalışmada kullanılacak diğer ölçme aracı de Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Baki (1996) tarafından uyarlaması yapılan van Hiele geometri anlama düzeyleri testi, öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için kullanılmıştır.

*Deney-1 (D1) Grubu (Somut Nesneye Dayalı Öğretim Materyalinin Uygulandığı Grup):* Deney 1 grubunda yapılan uygulama iki dönem süre zarfında 20 ders saati olmak üzere toplam 15 hafta boyunca sürmüştür. Bu grupta yapılan bir derse örnek olarak;

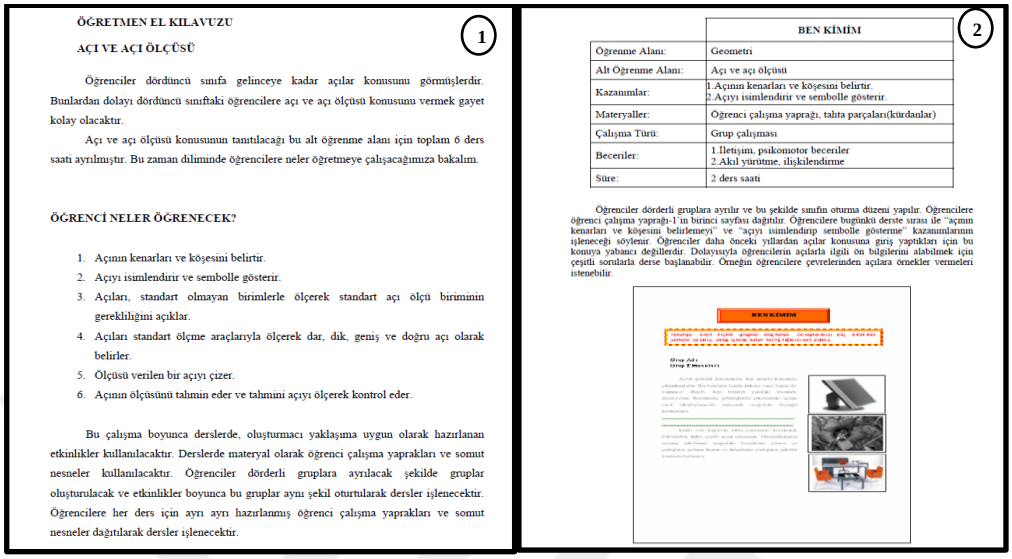
*Açılar konusu: Birinci ve İkinci Ders*

Uygulama başında ilk etkinlik olarak seçilen "Ben Kimim", öğrencilerin "Açının kenarlarını ve köşesini belirtir" ve "Açıyı isimlendirir ve sembolle gösterir" kazanımları doğrultusunda hedeflerine ulaşmaları için hazırlanmıştır. Bu amaçla hazırlanmış olan çalışma yaprakları öğrencilere öğretmen tarafından dağıtılmıştır. Çalışma yapraklarında günlük yaşamlarında çevrede karşılaşabilecekleri herhangi üç resim vardır ve bunları incelemeleri sonrasında sınıf arkadaşlarıyla tartışmaları istenmiştir. Burdaki amaç konunun günlük yaşam bağlamında sunulması ve öğrencilerin günlük hayatla ilişkilendirme becerilerinin sağlanmasıyla konunun zevkli hale getirilmeye çalışılmasıdır. Tartışma ortamından sonra öğrencilere dağıtılan tahta parçaları ile birbirinden farklı açılar oluşturmaları ve bunları çalışma yapraklarındaki ilgili yerlere çizmeleri beklenmektedir. Bu etkinlikteki amaç da hep karşılaşılan açıların soyut olarak kalması ve ona dokunma hareket ettirme gibi durumların yaşanmamış olmasıdır. Bu nedenle öğrencilerden onlara dokunma hareket ettirme ve istedikleri gibi şekillere çevirme imkanları sunulmuştur. Ve burda yine öğrencilere çalışma yapraklarındaki ilgili yerleri doldurmaları istenmektedir. Ders devamında öğrencilere çalışma yaprağının diğer sayfası dağıtılmış ve öğrencilerden yanında oturan arkadaşının ve öğretmeninin isimlerinin yazılması istenmiştir. Burda öğrencileri açıların isimlendirilmesi kazanımına yönlendirmek amaçlanmıştır. Sonrasında ise çalışma yapraklarındaki hikaye öğrencilere sunulmuş ve sonunda isimlendirme bağlamında bir soru sorulmuştur ve öğrencilere burda iki tane açı verilip bunlar isimlendirilmiştir. Grup öğrencilerinden yapılan

etkinliklerin incelenmesi istenir ve burda amaçlanan isimlendirmeyi görmeleridir. Bu nedenle öğrenciler açıların nasıl isimlendirildiğini görüp kavramış olacaklardır.

**Şekil 43**

*A77 Kodlu Çalışmada Kullanılan D1 Grubu İçin Hazırlanan Öğretmen El Kılavuzu*



ÖĞRETMEN EL KILAVUZU

AÇI VE AÇI ÖLÇÜSÜ

1

Öğrenciler dördüncü sınıfa gelinceye kadar açılar konusunu görmüşlerdir. Bunlardan dolayı dördüncü sınıftaki öğrencilere açı ve açı ölçüsü konusunu vermek gayet kolay olacaktır.

Açı ve açı ölçüsü konusunun tanıtılacağı bu alt öğrenme alanı için toplam 6 ders saati ayrılmıştır. Bu zaman diliminde öğrencilere neler öğretmeye çalışacağımıza bakalım.

ÖĞRENCİ NELER ÖĞRENECEK?

1. Açının kenarları ve köşesini belirtir.
2. Açıyı isimlendirir ve sembolle gösterir.
3. Açıları, standart olmayan birimlerle ölçerek standart açı ölçü biriminin gerekliliğini açıklar.
4. Açıları standart ölçme araçlarıyla ölçerek dar, dik, geniş ve doğru açı olarak belirler.
5. Ölçüsü verilen bir açıyı çizer.
6. Açının ölçüsünü tahmin eder ve tahmini açıyı ölçerek kontrol eder.

Bu çalışma boyunca derslerde, oluşturmacı yaklaşıma uygun olarak hazırlanan etkinlikler kullanılacaktır. Derslerde materyal olarak öğrenci çalışma yaprakları ve somut nesneler kullanılacaktır. Öğrenciler dörderli gruplara ayrılacak şekilde gruplar oluşturulacak ve etkinlikler boyunca bu gruplar aynı şekil oturtularak dersler işlenecektir. Öğrencilere her ders için ayrı ayrı hazırlanmış öğrenci çalışma yaprakları ve somut nesneler dağıtılarak dersler işlenecektir.

2

| | BEN KİMİM |
|---|---|
| Öğrenme Alanı: | Geometri |
| Alt Öğrenme Alanı: | Açı ve açı ölçüsü |
| Kazanımlar: | 1.Açının kenarları ve köşesini belirtir.<br>2.Açıyı isimlendirir ve sembolle gösterir. |
| Materyaller: | Öğrenci çalışma yaprağı, tahta parçaları(kürdanlar) |
| Çalışma Türü: | Grup çalışması |
| Beceriler: | 1.İletişim, psikomotor beceriler<br>2.Akıl yürütme, ilişkilendirme |
| Süre: | 2 ders saati |

Öğrenciler dörderli gruplara ayrılır ve bu şekilde sınıfın oturma düzeni yapılır. Öğrencilere öğrenci çalışma yaprağı-1'in birinci sayfası dağıtılır. Öğrencilere bugünkü derste sırası ile "açının kenarları ve köşesini belirlemeyi" ve "açıyı isimlendirip sembolle gösterme" kazanımlarının işleneceği söylenir. Öğrenciler daha önceki yıllardan açılar konusuna giriş yaptıkları için bu konuya yabancı değillerdir. Dolayısıyla öğrencilerin açılarla ilgili ön bilgilerini alabilmek için çeşitli sorularla derse başlanabilir. Örneğin öğrencilere çevrelerinden açılara örnekler vermeleri istenebilir.



3

Bunun akabinde öğrencilerden kendilerine dağıtılan öğrenci çalışma yaprağı-1'in birinci sayfasındaki resimleri incelemeleri ve bu resimde gördükleri açıları sınıf arkadaşlarıyla tartışarak verilen boşluğu doldurmaları istenir. Devamında öğrencilere tahta parçaları dağıtılır. Öğrencilerden kendilerine dağıtılan tahta parçalarından birbirinden farklı çeşitli açılar oluşturmaları ve bu oluşturdukları açıları uygun boşluğa çizmeleri istenir. Bu arada gruplar arasında dolaşılarak öğrencilerin etkinlikteki yönergelere uyup uymadıkları kontrol edilir. Öğrencilerden çizdikleri açıların kenarlarını ve köşesini şekil üzerinde göstermeleri istenir.



**Dikkat:** Bazı öğrenciler kenar ile köşeyi karıştırabilecekleri için bazı öğrenciler tahtaya kaldırılıp çalışma yaprağında yaptıklarını tahtada da yapmaları istenebilir. Böylece hem tahtaya kalkan öğrencilerin yaptıkları kontrol edilmiş olur, hem de hata yapan öğrencilerin kendi hatalarını görmeleri sağlanmış olabilir.

Öğrencilere öğrenci çalışma yaprağı-1'in ikinci sayfası dağıtılır. Öğrencilerden, öğretmeninin ve yanında oturan arkadaşının adını kendilerine dağıtılan öğrenci çalışma yaprağında verilen uygun yerlere yazmaları istenir. Burada amacımız öğrenciyi açıyı

4

isimlendirmenin gerekli olduğuna yavaş yavaş fark etmesine olanak sağlamaktır. Arkasından öğrencilerin öğrenci çalışma yaprağında verilen paragrafı okumaları sağlanır. Hatta olayı daha iyi anlayabilmeleri için birkaç öğrenci tahtaya kaldırılıp kendi aralarında yapmaları istenebilir. Böylece isimlendirmenin önemini daha iyi kavrayabilirler. Bunun sonucunda sınıf tartışması yaptırılarak verilen boşluğu doldurmaları sağlanır. Boşluğu doldurduktan sonra öğrencilerin kendilerine verilen öğrenci çalışma yaprağı-1'in ikinci sayfasında verilen "A" ve "M" açılarını incelemeleri için onlara birkaç dakika süre verilir.

Buradaki amaç öğrencilerin "A" ve "M" açılarının sembolle gösterilmesini fark etmeleri ve gösterimler arasındaki farkı anlamalarıdır. Şekiller incelendikten sonra "A" ve "M" açıları arasındaki benzerlik ve farklılıklar sınıf tartışması yaptırılarak daha iyi kavratılabilirler.

*(Kaynak: Tutak, 2008, s:308-309-310-311)*

Şekil 43'te açı ve açı ölçüsü konusu için hazırlanmış 6 ders saatinde yapılacak olan oluşturmacı öğrenme etkinliklerinin yer aldığı "Somut nesneye dayalı öğretim materyalinin uygulandığı grup" için hazırlanan öğretmen el kılavuzu verilmiştir.

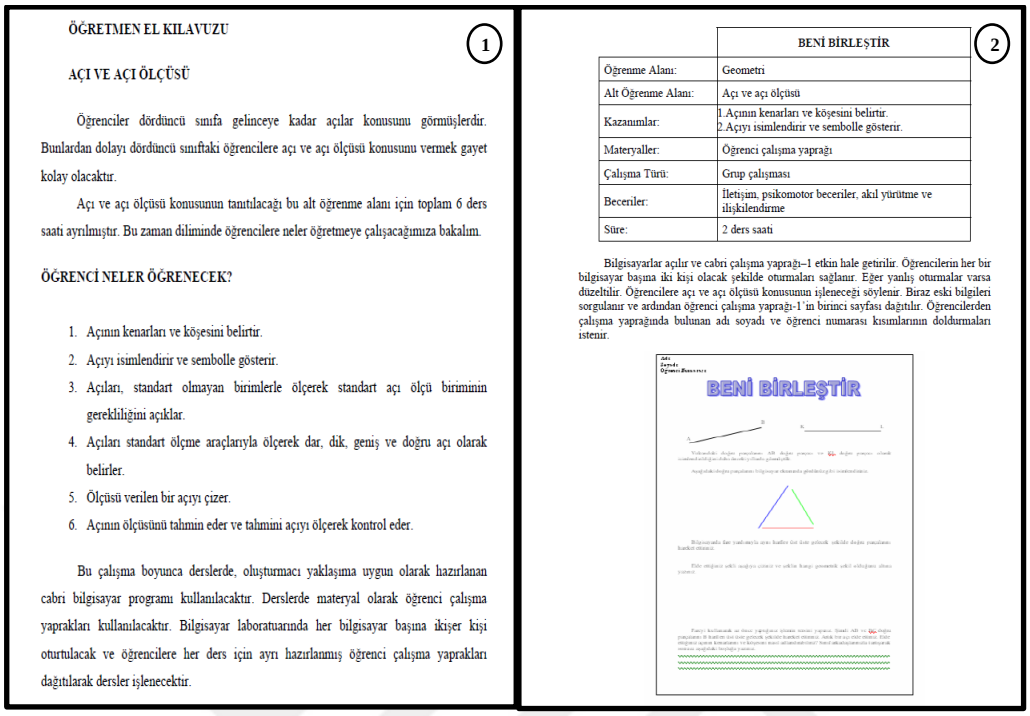
*Deney-2 (D2) Grubu (Dinamik Geometri Yazılımı Cabri ile Geliştirilen Öğretim Materyalinin Uygulandığı Grup):* Deney 1 grubunda yapılan uygulama iki dönem süre zarfında 20 ders saati olmak üzere toplam 15 hafta boyunca sürmüştür. Bu grupta yapılan bir derse örnek olarak;

*Açılar konusu: Birinci ve İkinci Ders*

Uygulamanın dinamik geometri yazılımı kullanılarak yapılan bu grupta "Beni birleştir" adlı etkinlik "Açının kenarları ve köşesini belirtir ve Açıyı isimlendirir ve sembolle gösterir." kazanımları doğrultusunda hazırlanmıştır. Cabri yazılımında öğrenciler için hazırlanan sayfa bilgisayarlarda açılır ve çalışma yaprağının birinci sayfası dağıtılmıştır. Öğrencilerin ekranında aynı durumda verilen doğru parçaları birbirinden üç farklı renktedir. Çalışma yapraklarında ise ekranda gösterilen doğru parçaları isimlendirilmeden verilmiştir. Bu aşamada öğrencilerden ekranda gördükleri gibi doğru parçalarını isimlendirmeleri istenmiştir. Sonrasında ise fare yardımıyla verilen komutların uygulamaları beklenmektedir. Öğrenciler istenilenleri yaptıkları takdirde artık bir açı elde etmiş olacaklarından elde ettikleri açıyı köşe ve kenarlarını nasıl isimlendireceklerine yönelik yapacakları sınıf tartışmasıyla edindikleri bilgileri çalışma yaprağındaki ilgili yerleri doldurmaları istenmektedir. Sonrasında öğrencilerin fare yardımıyla ekranda farklı açılar oluşturup çalışma yapraklarını doldurmaları istenmektedir. Öğrenciler farklı açılar oluşturabilecekleri gibi yazılımın avantajlarını kullanarak doğru parçalarının verilen yerlerini değiştirerek de daha farklı açılar elde edebilirler. Dağıtılan çalışma yapraklarında isimlendirmelerin nasıl olduğuna dair verilen örneklerin incelenmesi ve kendi çizdikleri açıları tekrar çizip isimlendirmeleri ve uygun boşluğa doldurmaları istenmiştir. Bu aşamada amaç öğrencilerin açıları ne ölçüde isimlendirebildiklerini görmüş olmaktır. Sonrasında öğretmen tarafından çalışma yaprakları kontrol edilerek etkinlik bitirilmiştir.

**Şekil 44**

*A77 Kodlu Çalışmada Kullanılan D2 Grubu İçin Hazırlanan Öğretmen El Kılavuzu*



ÖĞRETMEN EL KILAVUZU

1

AÇI VE AÇI ÖLÇÜSÜ

Öğrenciler dördüncü sınıfa gelinceye kadar açılar konusunu görmüşlerdir. Bunlardan dolayı dördüncü sınıftaki öğrencilere açı ve açı ölçüsü konusunu vermek gayet kolay olacaktır.

Açı ve açı ölçüsü konusunun tanıtılacağı bu alt öğrenme alanı için toplam 6 ders saati ayrılmıştır. Bu zaman diliminde öğrencilere neler öğretmeye çalışacağımıza bakalım.

ÖĞRENCİ NELER ÖĞRENECEK?

1. Açının kenarları ve köşesini belirtir.
2. Açıyı isimlendirir ve sembolle gösterir.
3. Açıları, standart olmayan birimlerle ölçerek standart açı ölçü biriminin gerekliliğini açıklar.
4. Açıları standart ölçme araçlarıyla ölçerek dar, dik, geniş ve doğru açı olarak belirler.
5. Ölçüsü verilen bir açıyı çizer.
6. Açının ölçüsünü tahmin eder ve tahmini açıyı ölçerek kontrol eder.

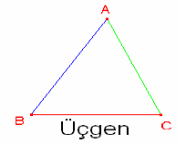
Bu çalışma boyunca derslerde, oluşturmacı yaklaşıma uygun olarak hazırlanan cabri bilgisayar programı kullanılacaktır. Derslerde materyal olarak öğrenci çalışma yaprakları kullanılacaktır. Bilgisayar laboratuarında her bilgisayar başına ikişer kişi oturtulacak ve öğrencilere her ders için ayrı hazırlanmış öğrenci çalışma yaprakları dağıtılarak dersler işlenecektir.

2

| | BENİ BİRLEŞTİR |
|---|---|
| Öğrenme Alanı: | Geometri |
| Alt Öğrenme Alanı: | Açı ve açı ölçüsü |
| Kazanımlar: | 1.Açının kenarları ve köşesini belirtir.<br>2.Açıyı isimlendirir ve sembolle gösterir. |
| Materyaller: | Öğrenci çalışma yaprağı |
| Çalışma Türü: | Grup çalışması |
| Beceriler: | İletişim, psikomotor beceriler, akıl yürütme ve ilişkilendirme |
| Süre: | 2 ders saati |

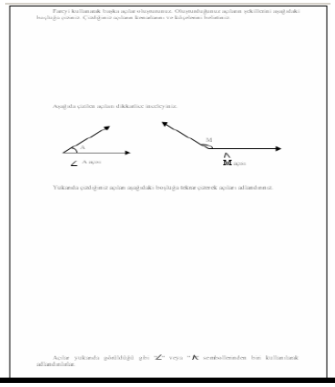
Bilgisayarlar açılır ve cabri çalışma yaprağı–1 etkin hale getirilir. Öğrencilerin her bir bilgisayar başına iki kişi olacak şekilde oturmaları sağlanır. Eğer yanlış oturmalar varsa düzeltilir. Öğrencilere açı ve açı ölçüsü konusunun işleneceği söylenir. Biraz eski bilgileri sorgulanır ve ardından öğrenci çalışma yaprağı-1'in birinci sayfası dağıtılır. Öğrencilerden çalışma yaprağında bulunan adı soyadı ve öğrenci numarası kısımlarının doldurmaları istenir.

Öğrencilerden öğrenci çalışma yaprağında gördükleri doğru parçalarını bilgisayar ekranında gördükleri şekilde isimlendirmeleri istenir. Öğrencilerin fare yardımıyla ekranda gördükleri doğru parçalarını aynı harfler üst üste gelecek şekilde hareket ettirmeleri istenir. Bu aşamadan sonra ekranda oluşan geometrik şekli öğrenci çalışma yaprağında verilen boşluğa çizmeleri ve adını yazmaları sağlanır. Öğrencilerin boşluğu; 3




Üçgen

Şeklinde doldurmaları beklenir. Öğrencilerin yaptıkları işlemin tersini yapmaları sağlanır. Böylece doğru parçaları az önceki gibi birbirinden ayrı olacaktır. Öğrencilerin AB ve BC doğru parçalarını B harfleri üst üste gelecek şekilde hareket ettirmeleri ve dolayısıyla bir açı elde etmeleri sağlanır. Elde ettikleri açının kenarlarını ve köşesini nasıl adlandırabileceklerini sınıf arkadaşlarıyla tartışarak sonucunu verilen boşluğa yazmaları sağlanır. Sınıf tartışmasının ardından öğrenci çalışma yaprağının ikinci sayfası dağıtılır.



Öğrencilerden fare yardımıyla başka açılar oluşturmaları ve oluşturdukları açıları öğrenci çalışma yaprağında verilen boşluğa çizerek adlandırmaları istenir. Burada amaç öğrencilerin hangi açıları oluşturabileceğini ve açıyı adlandırabildiğini kontrol etmektir. Bu arada öğretmen öğrenciler arasında bir rehber şeklinde dolaşarak öğrencilerin etkinliği yapmaları için gerekli yönlendirmeleri yapar. Öğrencilerden öğrenci çalışma yaprağında verilen iki açıyı incelemeleri istenir ve bunlar arasında fark olup olmadığını öğrencilerin anlaması için sınıf tartışması yaptırılır. Öğrencilerin az önce kendi çizdikleri açılar tekrar çizdirilerek bunları adlandırmaları sağlanır. Böylece öğrencilere açı ve açı ölçüsü konusunun 1 ve 2. kazanımları verilmiş olur. 4

**Dikkat:** Öğrencilerde yoğun olarak görülen hatalar;

1. Açıların kenarlarını ve köşesini karıştırmaları; kenara köşe, köşeye ise kenar demeleri,
2. Kenar köşe karıştırmasında dolayı bir açıda üç köşe, bir kenar gibi hataları çok yapmaları şeklinde sıralanabilir.

*(Kaynak: Tutak, 2008, s:343-344-345-346)*

Şekil 44'te açı ve açı ölçüsü konusu için hazırlanmış 6 ders saatinde yapılacak olan oluşturmacı öğrenme etkinliklerinin yer aldığı "Dinamik geometri yazılımı cabri ile geliştirilen öğretim materyalinin uygulandığı grup" için hazırlanan öğretmen el kılavuzu verilmiştir.

*Kontrol (K) Grubu (Hiçbir Müdahalenin Yapılmadığı Grup):* Kontrol grubnda dersler sınıf öğretmeni tarafından öğretim programı doğrultusunda geleneksel yöntemlerle işlenmiştir. Bu grupta da diğer gruplara yapılan ön test-son testler kullanılmış olup, ayrıca bu gruba araştırmacı tarafından kazanımların ne kadar öğrenildiğine dair açık uçlu geometri başarı testi uygulanmıştır. Araştırmacı bu grubun derslerine katılarak informal gözlemler yapmıştır.

Araştırmanın sonuçlarına bakıldığında ise öğrencilerin geometri başarılarında ve VHGDD'nde Cabri yazılımından çok somut nense kullanımının daha etkili olduğu görülmüştür.

DGY kullanılarak hazırlanmış son çalışma olan A81 kodlu araştırmada işitme durumu farklı öğrencilerin Euclidean Reality programı kullanılarak yapılan öğretim uygulamalarında van Hiele geometri düşünme düzeyleri ve geometri başarılarının incelenmesi amaçlanmıştır. Deneysel desenin kullanıldığı araştırmada normal işiten ve işitme engeli olan öğrenciler olmak üzere iki grup oluşturulmuştur. Uygulama sürecinde, oluşturulan bu gruplara aynı konuları (temel geometrik kavramlar ve çokgenler) kapsayan ve Euclidean Reality programı da destekli 15 etkinlik hazırlanmıştır. Hazırlanan etkinlikler, ilköğretim 6-8.sınıflar matematik dersi öğretim programındaki konular dâhilinde olup yardımcı kaynaklardan da yararlanarak elde edilmiştir. Uygulama, 20 ders saati süre zarfında toplamda 6 haftada her iki gruba da uygulanmıştır. Uygulamaya başlamadan önce bilgisayar laboratuarındaki kullanılacak olan bilgisayarlara Euclidean Reality 3.0 yazılımı yüklenmiş ve ana bilgisayar ile diğerleri arasında ağ bağlantısı kurulmuş ve hazırlanan etkinlikler bilgisayarlara aktarılmıştır. Daha sonra kullanılacak olan yazılım ve çalışma planı hakkında öğrencilere bilgi verilmiştir. Süreçte yapılacak olan etkinlikler projeksiyon makinesi perdeye yansıtılması sağlanmış ve öğrencilerin de yapılanları izleyerek kendi bilgisayarlarında uygulamaları istenmiştir. Etkinlik bitiminde öğrencilerle yapılan etkinlik hakkında konuşup tartışmaları istenmiştir. Aşağıda iki etkinlik örneğine yer verilmiştir;

**Şekil 45**

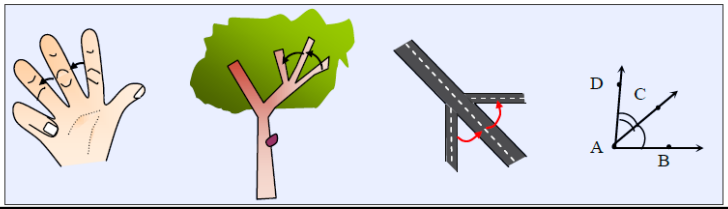
*A81 Kodlu Çalışmada Yer Etkinlik-10 (Açılar) Örneği*

**ETKİNLİK 10**
**AÇILAR**

Üç Komşu, tümler, bütünler ve ters açıların özelliklerini açıklar.

- Bir elin yan yana açık ve gergin tutulan üç parmağının durumu, bir ağacın aynı kök veya budağından çıkan uygun üç dalı, üç yol kavşağı vb. modellerle komşu açıların, köşeleri ile birer kenarları ortak; fakat ortak iç noktaları olmayan açılar olduğu fark ettirilir
- Kesişen iki doğru çizdirilir. Bir açının köşe noktasına göre veya açıortayına köşede dik olan doğruya göre simetriğini aldırarak ters| açıların köşeleri aynı, kenarları doğrudaş fakat ters yönlü açılar olduğu keşfettirilir. Ters açıların eş oldukları, kâğıt katlama yoluyla veya ölçtürerek sezdirilir.
- Herhangi iki açının eşleri birer kenarları ortak olacak biçimde çizildiğinde bir doğrusal çift (veya dik açı) oluşturursa bu iki açının bütünler (veya tümler) olduğu vurgulanır.

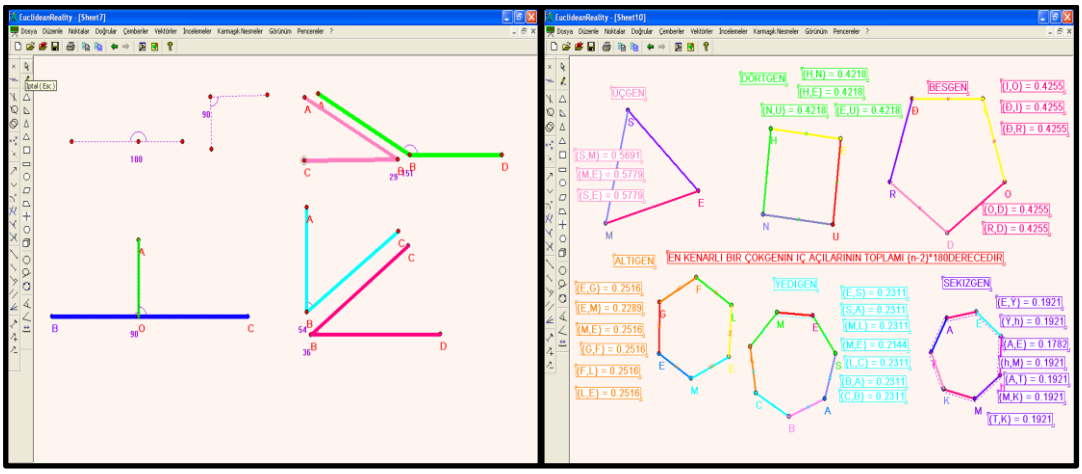
[!] Komşu tümler ve komşu bütünler açılar açıklanır.
[!]Komşu açıların ortak olmayan kenarlarının da başka bir açı oluşturduğu vurgulanır.
[!]Bir kenarları ortak, diğer kenarları aynı doğrultuda; fakat ters yönde olan komşu bütünler açıların, aynı zamanda bir "doğrusal çift" oluşturduğu vurgulanır.




*(Kaynak: Yıldırım ve Anapa-Saban, 2014, s:378)*

**Şekil 46**

*A81 Kodlu Çalışmada Yer Etkinlik-11 Örneği*



*(Kaynak: Yıldırım ve Anapa-Saban, 2014, s:379)*

Şekil 45 ve 46'da A81 kodlu çalışmada kullanılmak üzere hazırlanmış iki etkinlik örneğine ilişkin görsellere yer verilmiştir.

Yapılan bu araştırmanın sonucunda, DGY kullanılarak yapılan öğretimin öğrencilerin geometri başarılarını arttırdığı görülmüştür. Nitekim işitme engelli öğrencilerin uygulama önce ve sonrasında VHGDD'nde anlamlı bir fark yokken normal işiten öğrencilerde anlamlı bir fark elde edilmiştir.

- *Van Hiele Teorisi'ne Dayalı Öğretim:*

Türkiye'de tez çalışması kapsamında incelenen 5 çalışmada (A21, A30, A44, A50, A74) VHGDD'ni artırmak için van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışmalar sırası ile tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

A21 kodlu çalışmada, van Hiele düzeylerine göre yapılan geometri öğretiminin 6. sınıf öğrencilerinin geometrik başarı ve tutumlarına etkisi araştırılmak istenmiştir.

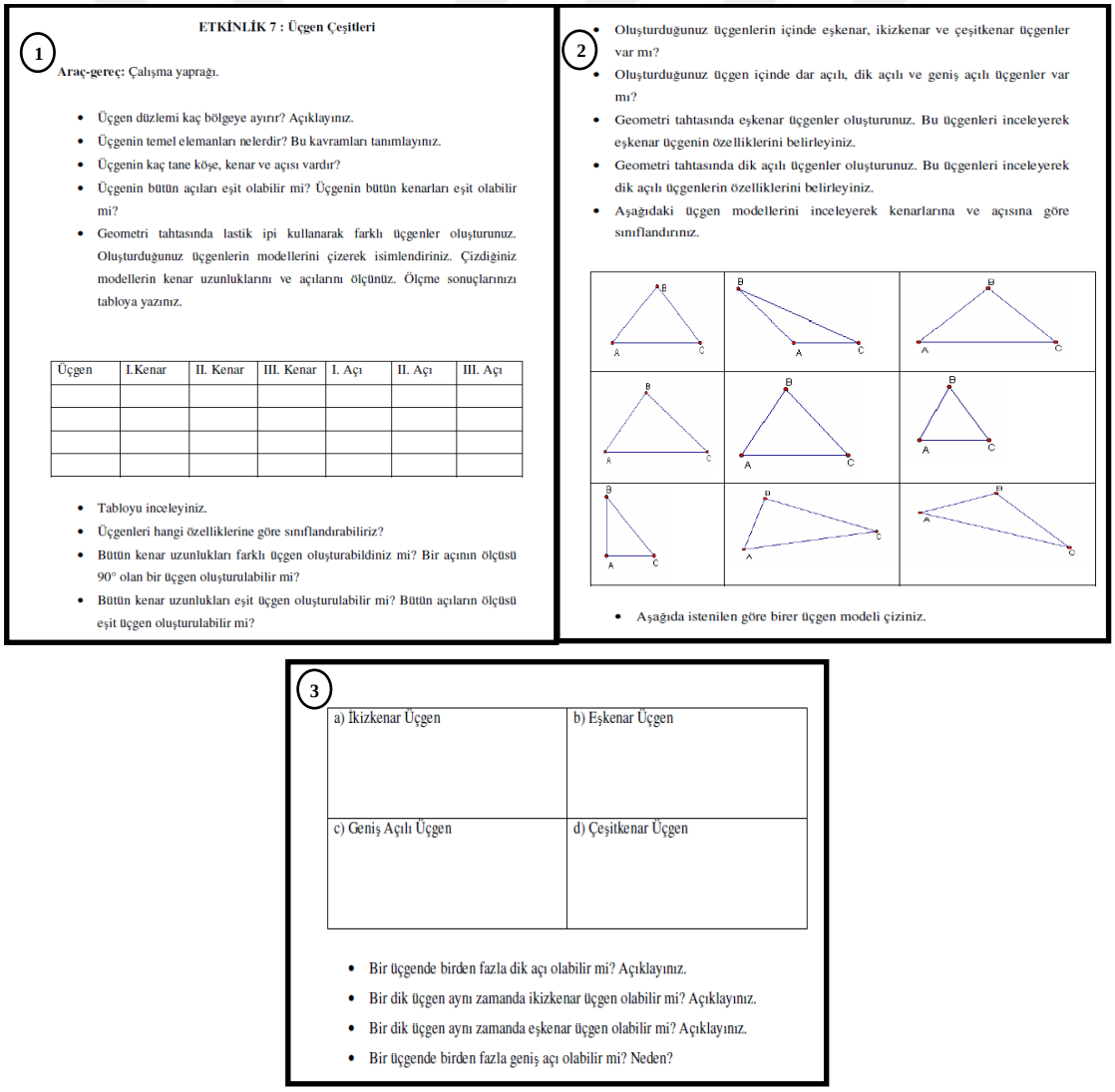
Deneysel desenin kullanıldığı araştırmada, deney gruplarına van Hiele'nin geometrik düşünme düzeylerine uygun öğretim yapılırken diğer grupta ise geleneksel yöntemle dersler işlenmiştir. Bu nedenle her iki grup içinde araştırmacı tarafından 7 etkinlik hazırlanmış olup, bunlar 3 hafta sürecince 12 ders saatinde uygulanmıştır. Uygulamanın yapıldığı grupta van Hiele Teorisi'ne yönelik olarak hazırlanan etkinliklerle grup çalışması, tartışma, yaparak-yaşayarak öğrenme gibi öğretim yaklaşımları tercih edilirken diğer grupta öğretmenin merkezde olduğu geleneksel yöntemle dersler işlenmiştir. Ayrıca uygulamalar yapılırken yardımcı ders materyalleri (tangram, bilgisayar, cetvel, açıölçer vb.) kullanılmıştır. Süreçte kullanılacak olan etkinliklere ilaveten çalışma yaprakları da hazırlanmıştır. Uygulama esnasında ilk önce somut materyaller kullanılmış ve öğrencilerden bu deneyimlerini çalışma

yapraklarına not etmeleri istenmiştir. Etkinlikler van Hiele Teorisi'nin 0, 1 ve 2 düzeylerine uygun olarak hazırlanmıştır. Hazırlanan etkinliklere bir örnek aşağıda verilmiştir;

Etkinlik 7 Üçgen Çeşitleri: Bu etkinlik için öğrencilerden küçük gruplar oluşturulmuş ve oluşturulan her gruba lastik ip ve geometri tahtası dağıtılmıştır. Sonrasında gruplardan farklı farklı üçgenler inşa etmeleri istenmiştir. Daha sonra oluşturulan üçgenleri defterlerine çizerek her biri için açı, kenar ölçümleri yapmaları ve sonuçları için tablo oluşturup yazmalarını ve en sonda özelliklerine göre sınıflandırmaları istenmiştir. Ayrıca renkli karton kullanarak hazırlanmış üçgenleri dağıtıp, elde ettikleri üçgenlerle eşleştirmeleri beklenmiştir. Etkinlik bitiminde tartışma ortamı yaratıp öğrencilerin öğrendiklerini paylaşmaları istenmiştir.

**Şekil 47**

*A21 Kodlu Çalışmada Yer Alan "Etkinlik 7 Üçgen Çeşitleri"*



**ETKİNLİK 7 : Üçgen Çeşitleri**

1

**Araç-gereç:** Çalışma yaprağı.

- Üçgen düzlemi kaç bölgeye ayırır? Açıklayınız.
- Üçgenin temel elemanları nelerdir? Bu kavramları tanımlayınız.
- Üçgenin kaç tane köşe, kenar ve açısı vardır?
- Üçgenin bütün açıları eşit olabilir mi? Üçgenin bütün kenarları eşit olabilir mi?
- Geometri tahtasında lastik ipi kullanarak farklı üçgenler oluşturunuz. Oluşturduğunuz üçgenlerin modellerini çizerek isimlendiriniz. Çizdiğiniz modellerin kenar uzunluklarını ve açılarını ölçünüz. Ölçme sonuçlarınızı tabloya yazınız.

| Üçgen | I.Kenar | II. Kenar | III. Kenar | I. Açı | II. Açı | III. Açı |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

- Tabloyu inceleyiniz.
- Üçgenleri hangi özelliklerine göre sınıflandırabiliriz?
- Bütün kenar uzunlukları farklı üçgen oluşturabildiniz mi? Bir açının ölçüsü 90° olan bir üçgen oluşturulabilir mi?
- Bütün kenar uzunlukları eşit üçgen oluşturulabilir mi? Bütün açıların ölçüsü eşit üçgen oluşturulabilir mi?

2

- Oluşturduğunuz üçgenlerin içinde eşkenar, ikizkenar ve çeşitkenar üçgenler var mı?
- Oluşturduğunuz üçgen içinde dar açılı, dik açılı ve geniş açılı üçgenler var mı?
- Geometri tahtasında eşkenar üçgenler oluşturunuz. Bu üçgenleri inceleyerek eşkenar üçgenin özelliklerini belirleyiniz.
- Geometri tahtasında dik açılı üçgenler oluşturunuz. Bu üçgenleri inceleyerek dik açılı üçgenlerin özelliklerini belirleyiniz.
- Aşağıdaki üçgen modellerini inceleyerek kenarlarına ve açısına göre sınıflandırınız.

- Aşağıda istenilen göre birer üçgen modeli çiziniz.

3

| a) İkizkenar Üçgen | b) Eşkenar Üçgen |
|---|---|
| c) Geniş Açılı Üçgen | d) Çeşitkenar Üçgen |

- Bir üçgende birden fazla dik açı olabilir mi? Açıklayınız.
- Bir dik üçgen aynı zamanda ikizkenar üçgen olabilir mi? Açıklayınız.
- Bir dik üçgen aynı zamanda eşkenar üçgen olabilir mi? Açıklayınız.
- Bir üçgende birden fazla geniş açı olabilir mi? Neden?

*(Kaynak: Çelebi-Akkaya, 2006, s:104-105-106)*

Şekil 47'de üçgen çeşitleri konusuna ilişkin olarak hazırlanan çalışma yaprağına ait görsele yer verilmiştir.

*Etkinlik 7 Üçgen Çeşitleri için Örnek Uygulama I (Deney Grubu):* "Üçgen Çeşitleri Etkinliği" için araştırmacı tarafından uygulamaya geçilmeden önce geometri tahtası modelleri ve renkli kartondan yapılmış üçgen çeşitleri sınıfa getirilmiştir. Öğretim van Hiele Teorisi'nin öğrenme aşamalarına göre planlanmış olup aşağıdaki gibidir;

1. Görüşme: Uygulamaya başlarken öğrencilerin ön bilgilerini ortaya çıkarmak için, "Üçgenin bütün açıları eşit olabilir mi, bütün kenarları eşit ya da farklı olabilir mi? Ya da bir açısının ölçüsü doksan derece olan üçgen çizilebilir mi? gibi sorular yöneltilmiştir. Ayrıca üçgen çeşitleri geometri tahtasında gösterilmiş ve öğrencilerin ilgi ve dikkati çekilmeye çalışılmıştır.
2. Yöneltme: Bu aşamada öğrenciler gruplar şeklinde ayrılmıştır. Her gruba lastik ip ve geometri tahtası temin edilmiş ve öğrencilerin geometri tahtasını kullanarak oluşturduğu üçgenleri incelemeleri istenmiştir. Sonrasında gruplardan üçgenlerin çeşitlerini inceleyip, kendilerinin de yeni farklı üçgenler oluşturmaları beklenmiştir.
3. Netleştirme: Öğrencilerden yapmış oldukları üçgenlerin ölçüm sonuçlarına göre düzenledikleri tabloyu dikkatlice incelemeleri istenmiştir. İnceledikleri tablodan üçgenlerin nasıl sınıflandırıldıklarını görmeleri ve bunun üzerine düşünmeleri beklenmiştir. Yeterli süre verildikten sonra öğrencilerle, tablodan da hareket ederek üçgenlerin özellikleri ve nasıl sınıflandırıldıklarına dair tartışma ortamı yaratılmıştır.
4. Serbest Çalışma: Bu aşamada öğrencilerden renkli karton kullanarak yapmış oldukları üçgenleri istenilen özelliklere göre eşleştirmelerini ve çalışma yapraklarındaki ilgili bölümü doldurmaları istenmiştir**.**
5. Bütünleme: Son aşamada öğrencilerden üçgen ve üçgenleri sınıflandırırken hangi kriterleri göz önüne aldıkları hakkında bilgi vermeleri istenmiştir. Sonrasında araştırmacının konuyu pekiştirmek adına soracağı sorularla derin düşünmeye sevk edilmektedir. Mesela ögrencilerden eşkenar üçgenin bir ikizkenar üçgen olup olmayacağı örneklerle açıklanması beklenmektedir.

*Etkinlik 7 Üçgen Çeşitleri için Örnek Uygulama II (Kontrol Grubu):*

1. Giriş: Dersin bu aşamasında öğrencilere önceki derslerde açılar konusunda neler bildikleri sorulmuş ve ilgili sorularla cevaplar alınmaya çalışılmıştır. Renkli kartonlar üzerinde oluşturulmuş üçgenlerin açıların çeşitlerinin belirlenmesi istenmiştir.
2. Gelişme: Bu aşamada daha önceden hazırlanmış olan üçgen modelleri tahtaya yapıştırılmıştır. Sonrasında bir öğrenci seçilmiş ve her üçgen için ayrı ayrı açı ölçümleri yapılmıştır. Açılarına göre üçgenler hakkında kısa bilgiler verilmiş ve istekli olan öğrencilerle

örneklere devam edilmiştir. Tahtaya çizilen örnek üçgenlerin açılarına göre sınıflandırmaları istenmiştir. Sonrasında bunlara kenar uzunlukları da eklenmiş ve kenalarına göre hangi çeşit üçgen olduklarını göstermeleri istenmiştir.

3. Sonuç: Dersin sonunda tahtaya 50–80–50 iç açılarına sahip bir üçgen çizip, öğrencilere çeşidi sorulmuştur. Dersin devamında üçgenlerin açı ve kenar uzunluklarına göre nasıl sınıflandırıldıkları sorulmuş ve ders bitirilmiştir.

İncelenen bu araştırma sonucunda, van Hiele Teorisi'nin öğretim aşamalarına göre yapılandırılmış dersin geleneksel yöntemle işlenen derse göre öğrencilerin geometri başarılarında ve derse yönelik tutumlarında gelişme görüldüğü gözlemlenmiştir.

VHGDD'ni arttırmak için van Hiele Teorisi'nin öğrenme aşamalarına göre yapılan A30 kodlu çalışmada sınıf öğretmenliği öğretmen adaylarının matematik öğretim programındaki geometri öğrenme alanına ilişkin hazırbulunuşluk düzeylerinin tespit edilmesi ve bu hazırbulunuşluk düzeyleri üzerindeki etkisini belirlemek amacıyla yapılmıştır.

Deneysel desenle yürütülen çalışmada deney grubuna van Hiele Teorisi'nin öğrenme aşamalarına göre öğretim yapılırken diğer gruba ise geleneksel yöntemlerle öğretim yapılmıştır. Araştırmacı tarafından her iki gruba da 14 etkinlik hazırlanmıştır. Etkinliklerin hazırlanmasında matematik öğretim programındaki geometri konularının içeriği esas alınmış, konuyla ilgili yardımcı kaynaklardan da yararlanılmıştır. Hazırlanan etkinlikler 6 haftalık periyotta toplam 18 ders saatinde araştırmacı tarafından uygulaması gerçekleştirilmiştir. Öğretim yapılan grupta dersler yapılandırmacı yaklaşımı esas alan öğretim yöntem ve tekniklerle gerçekleştirilirken, diğer grupta ise geleneksel yöntemle genelde öğretmen merkezli yaklaşımla devam edilmiştir. Kontrol gruplarında öğretmen adayları için hazırlanan etkinlikler düz anlatımla açıklanarak araştırmacının etkinlikleri kendisinin yaptığı ve sonucunu adaylarla paylaştığı eğitimler verilmiştir. Deney gruplarında ise van Hiele Teorisi'nin öğrenme aşamalarına uygun olarak hazırlanan öğretim ortamında araştırmacı rehber konumundadır. İlk aşama için somut materyallerle (simetri aynası, geometri tahtası, birim küpler, örüntü blokları, geometri şeritleri, tangram vb.) derse geçilmiş sonrasında edindikleri deneyimleri çalışma kağıtlarına aktarmaları istenmiştir. Derste işlenilen geometrik kavramların birbiriyle ilişkileri neden sonuç bağlamlarında anlatılmış olup kural ya da formül ezberlemeleri istenmemiştir.

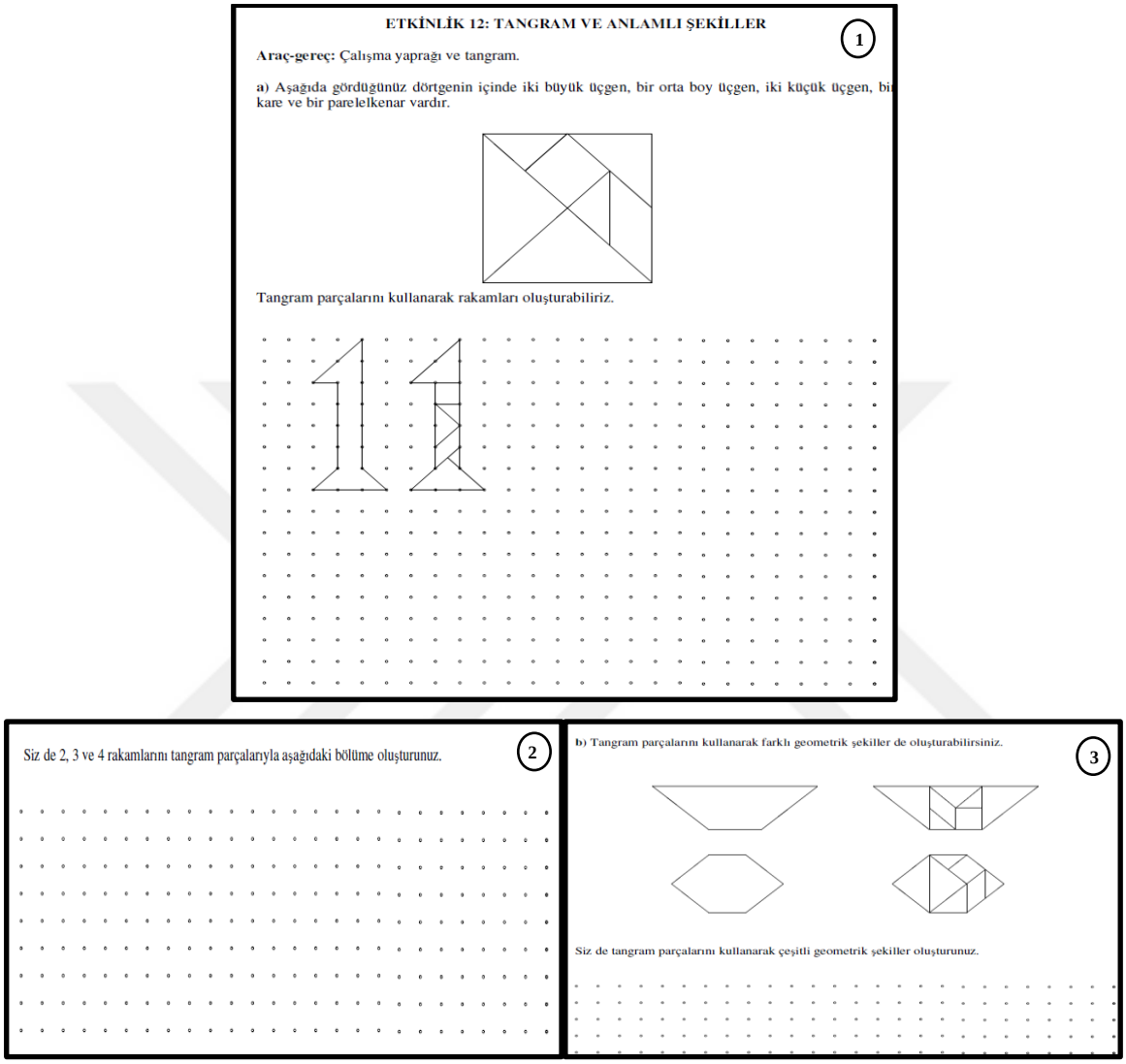
Van Hiele Teorisi öğrenme aşamalarına göre yapılan örnek etkinlik aşağıda verilmiştir;

*Etkinlik 12 "Tangram ve Anlamlı Şekiller":* Bu etkinlikte, verilen tangram setinde bu şekilleri kullanarak oluşturulmuş rakam ve geometrik şekil örnekleri verilmiştir. Öğretmen

adaylarından da beklenen tangram parçalarını kullanarak farklı rakam ve geometrik şekiller oluşturmalarıdır.

**Şekil 48**

*A30 Kodlu Çalışmaya Ait "Tangram ve Anlamlı Şekiller" Etkinlik Örneği*




*(Kaynak: Erdoğan, 2006, s:137-138-139)*

Şekil 48'de tangram ve anlamlı şekiller çalışma yaprağına ilişkin olarak hazırlanan çalışma yaprağına ait görsele yer verilmiştir.

*Etkinlik 12 Tangram ve Anlamlı Şekiller Örnek Uygulama I (Deney Grubu):* "Tangram ve Anlamlı Şekiller Etkinliği" için araştırmacı tarafından öğretime başlanmadan önce renkli kartonlardan yapılmış tangram modelleri ve bunlarla oluşturulmuş çeşitli geometrik şekiller sınıfa getirilmiştir.

*1. Görüşme:* Araştırmacı tarafından bu ilk aşamada öğretmen adaylarının ön bilgilerini ortaya çıkarmak için "Tangram nedir? ve Tangram kavramı sizlere ne ifade ediyor?" gibi sorular

sorulmuştur. Öğretmen adaylarının konuya ilgisini çekmek için renkli karton kullanılarak yapılmış tangram örnekleri ve tangramla ilgili çeşitli geometrik şekiller gösterilmiştir.

*2. Yöneltme:* 2. aşamada öğretmen adayları gruplara ayrılmış ve oluşturulan gruplara tangram örnekleri verilmiş ve detaylı incelemeleri istenmiştir.

*3. Netleştirme:* 3. aşamada tangram kullanılarak çeşitli şekiller oluşturulmuş ve bunların yapısı üzerine düşünmeleri sağlanmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarıyla tangramın hangi geometrik şekillerden oluştuğu ve bunlar kullanılarak hangi şekiller oluşturulabileceği üzerine tartışma ortamları yaratılmıştır.

*4. Serbest Çalışma:* Araştırmacı bu aşamada öğretmen adaylarından tangram modellerini kullanarak farklı geometik şekiller ve figürler oluşturmalarını istemektedir.

*5. Bütünleme:* Son aşamada tangramın yapısı ve tangram kullanılarak oluşturulan farklı şekil ve nesnelerin nasıl kullanıldığı hakkında öğretmen adaylarının bilgi vermesi beklenmektedir. Ayrıca tangramı kullanarak oluşturulan şekil ve nesnelerin nasıl yapıldığını örneklerle açıklanması beklenmektedir.

*Etkinlik 12 Tangram ve Anlamlı Şekiller Örnek Uygulama II (Kontrol Grubu):*

1. Giriş: Araştırmacı bu aşamada tangram modelinin yapısı hakkında sınıfı bilgilendirmiştir. Tangram kullanılarak oluşturulabilecek nesne ve şekilleri örnek çizimler ile sınıfa göstermiştir.

2. Gelişme: Bu aşamada öğretmen adaylarından tangram modelleri çizmeleri ve çizimleriyle tangram yapısını anlatmaları beklenmektedir. Daha sonra tangram kullanılarak oluşturulan farklı nesne ve şekiller öğretmen adaylarına çizdirilmiştir.

3. Sonuç: Son aşamada araştırmacı öğretmen adaylarından tangram kullanarak oluşturulan şekilleri parçalarına ayırmasını istemektedir. Eksik parçaları olan nesne ve şekiller verilerek bunların tamamlanması da istenmektedir. Ayrıca bu aşamada öğretmen adaylarından tangramın yapısının sözel olarak ifade edilmesi de beklenmektedir.

Çalışma sonucuna bakıldığında ise yapılan öğretim uygulaması ile öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin ve geometriye ilişkin hazırbulunuşluk düzeylerinin geliştiği görülmüştür. Kontrol gruplarındaki verilen öğretim sonucunda ise öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerinde herhangi bir gelişme görülmediği sonucuna ulaşılmıştır.

A44 kodlu araştırmada ise 9. sınıf öğrencilerinin van Hiele Teorisi'ne dayalı olarak yapılan öğretim uygulamasının öğrencilerin problem çözme başarılarına ve öğrenme kalıcılığına etkisinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Deneysel çalışmanın yürütüldüğü bu çalışmada;

- Bu çalışmanın birinci aşamasında deney grubunda bulunan katılımcıların geometrik düşünme düzeylerini ölçebilmek amacıyla görüşmeler yapılmıştır. Görüşmelerde van Hiele geometri testi uygulanmış ve her bir katılımcıya uygulanan test kâğıdı ile birlikte cevaplarını işaretleyebilecekleri cevap kâğıtları da dağıtılmıştır. Teste başlanmadan önce araştırmacı tarafından tüm katılımcılara testi nasıl dolduracaklarına dair ön bilgilendirme yapılmıştır. Katılımcılardan tüm soruların cevaplarını yalnızca kendilerine dağıtılmış olan cevap kâğıtlarına yazmaları istenmiştir. Test süresi olarak 35 dakika belirlenmiştir.
- İkinci aşamada ise kontrol ve deney gruplarına ön-test olarak geometri başarı testi verilmiş, katılımcılara test süresi olarak 50 dakika tanınmıştır.
- Üçüncü aşamada deney grubu katılımcılarına yapılmış olan van Hiele geometri testi sonuçları göz önünde bulundurularak bahsi geçen van Hiele Teorisi'ne uygun öğretim yöntemleri uygulanmıştır. Kontrol grubu öğretiminde ise aksine geleneksel metotlar uygulanmıştır. Uygulamalar haftada 2 ders saati ile sınırlandırılmıştır.
- Dördüncü aşamada, kontrol ve deney gruplarına son-test olarak geometri başarı testi uygulanmış ve test süresi olarak 50 dakika belirlenmiştir. Bu aşamada toplamda 4 ders saatinden oluşmuş, yani 2 haftayı kapsamıştır.
- Son aşamada ise uygulanan öğretimin kalıcılığı ölçülmek istenmiştir. Bu kapsamda eğitim dönemi sonunda geometri başarı testi yeniden uygulanmıştır. Test sonucunda hangi öğretim metodunu daha kalıcı olduğu saptanmaya gayret edilmiştir.

Çalışma sonuçlarında ise deney grubu öğrencilerin VHGDD'nin düşük düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Genel olarak van Hiele 1-2 düzeylerinde yer aldıkları gözlemlenmiştir. Ayrıca van Hiele Teorisi odaklı bir öğretime tabi tutulan deney grubununun geometrik başarı testi sonuçlarındaki artış kontrol grubunun artışından fazla olmuş ve geleneksel eğitime nazaran yapılan uygulamanın daha kalıcı olduğu tespit edilmiştir.

A50 kodlu çalışma, ilköğretim 5. sınıf matematik dersinde van Hiele düzeylerine göre yapılan geometri öğretiminin öğrencilerin akademik başarıları, tutumları ve hatırda tutma düzeyleri üzerindeki etkisini saptamayı amaçlamıştır.

*Çalışmanın uygulama süreci:* Araştırma kapsamında gerekli izinlerin alınmasının ardından bir ilköğretim okulunda uygulamaya başlanmıştır. Uygulamaya başlanmadan önce kontrol ve deney gruplarının başlangıç durumlarının tespiti için; van Hiele Geometri testi, tutum ölçeği ve geometri başarı testi uygulanmıştır. Öğrencilerin geometri ile ilgili davranış, düşünce düzeyleri ve tutumları tespit edildikten sonra van Hiele Teorisi ile uyumlu öğretim planları hazırlanmıştır. Bahse konu planlar öğrencilerin geometrik düşünce düzeyleri,

ilköğretim 5. sınıf matematik programında yer alan hedefler ve davranışsal hedefler ile uygulamanın bir dönem boyunca devam edecek geometri konularını içermesine özen gösterilmiştir. Yaklaşık bir yıl süren araştırma sürecinde öncelikle kontrol ve deney gruplarında yer alan öğrencilere geometri konularının öğretiminde van Hiele Teorisi'nin işlevini ölçmek maksadıyla bir çalışma yapıldığı söylenmiştir.

Uygulamaya başlanmadan önce öğrencilere ve deney grubu içerisinde yer alan öğretmene bilgilendirme amaçlı sunum yapılmıştır. Van Hiele Teorisi ile uyumlu planlar hazırlanırken bahse konu teorinin 5 aşaması göz önüne alınmıştır. Öğretim aşamasında van Hiele Teorisi'nin araştırma, yöneltme, netleştirme, serbest çalışma ve bütünleştirme evreleri dikkate alınmıştır. Uygulama süresince; üçgenler, dörtgenler ve çokgenleri tanıma/çıkarım yapma/alan ve çevre hesapları çalışmaları yapılmıştır.

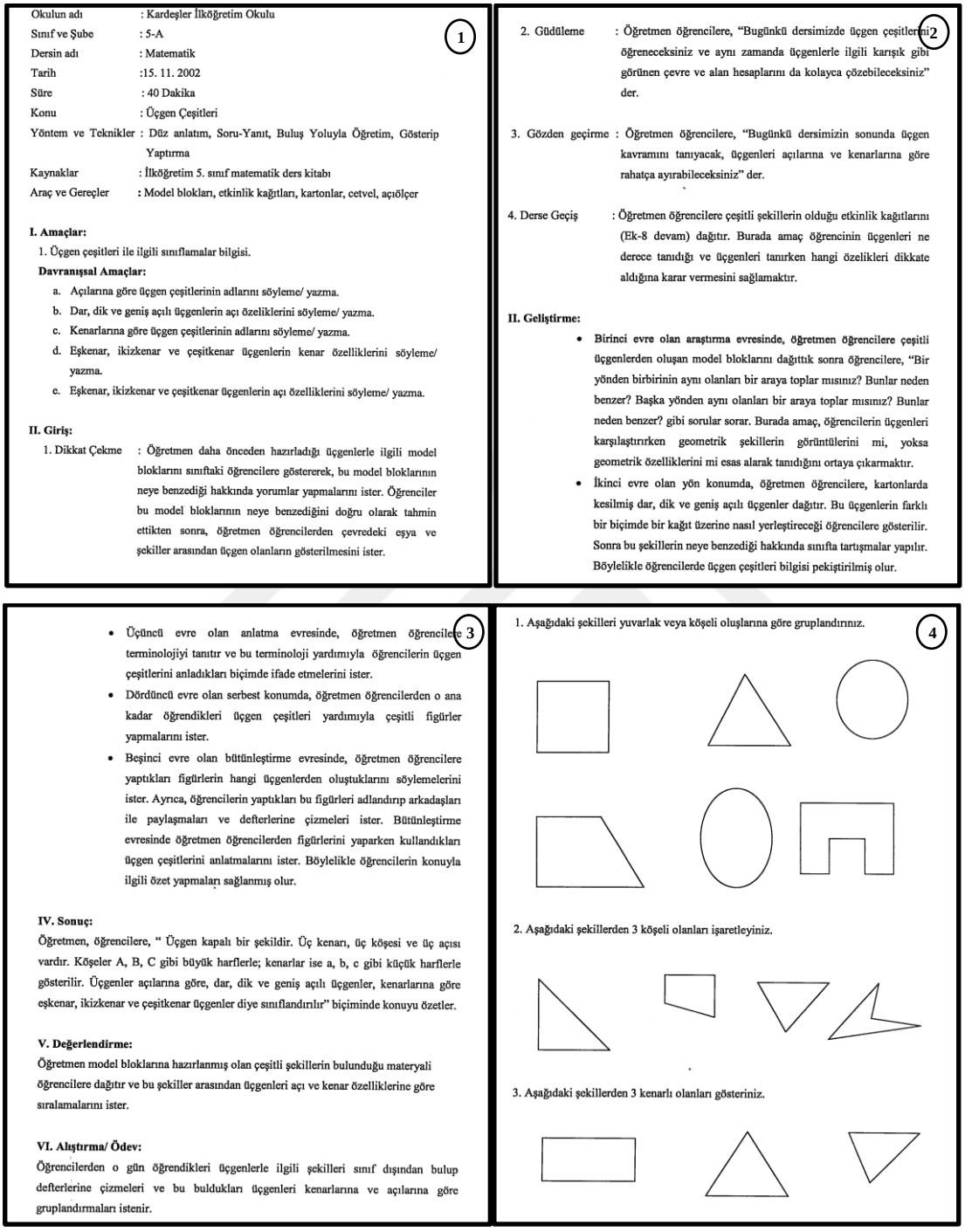
Uygulama 18 ders saatini kapsamıştır. Deney grubunda geometri öğretimi öğrencilerin düşünme düzeylerine istinaden yapılmış, kontrol grubu için ise böyle bir uygulama yapılmamıştır. Uygulamanın güvenilirliğini ölçmek maksadıyla araştırmacı tarafından bir gözlem formu oluşturulmuş, bu form ders öğretmeni tarafından doldurulmuştur. Bahse konu forma göre uygulama daha önceden belirlenmiş ilkeler doğrultusunda istenen şekilde ilerlemiştir.

Uygulama yapılacak olan gupta van Hiele Teorisi'ne uygun öğrenme materyalleri de hazırlanmıştır. Van Hiele Teorisi ile uyumlu öğretim materyallerinin hazırlanması aşamasında gösterilen geometri derslerinin davranışsal, özel hedefler ve öğrencilere ait geometrik düşünme düzeyleri tespit edilmiş, daha sonra söz edilen hedeflere öğrencileri sevk edecek ve düşünme düzeyleri ile uyumlu ders planları ve materyalleri ayarlanmıştır. Bu süreçte, müfredatta bulunan konularla alakalı bilgi birikimini ve kazanımları öğrencilere aktaracak ve de öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri ile uyumlu olmasına özen gösterilmiştir.

Uygulama aşamasının tamamlanmasının ardından son test olarak geometri başarı testi ve tutum ölçeği deney ve kontrol gruplarına uygulanmıştır. Öğrenmenin kalıcılığının ölçülebilmesi maksadıyla son testten yaklaşık 3 hafta sonra son testte yer alan testler her iki gruba tekrar uygulanmıştır. Çalışma sonucunda deney grubu öğrenci ve öğretmeni süreç boyunca uygulamaların eğlenceli ve faydalı olduğunu ifade etmiştir.

**Şekil 49**

*A50 Kodlu Çalışmada Kullanılan Örnek Ders Planı ve van Hiele Teorisi'ne Dayalı Materyal Örneği*



1

Okulun adı : Kardeşler İlköğretim Okulu
Sınıf ve Şube : 5-A
Dersin adı : Matematik
Tarih :15. 11. 2002
Süre : 40 Dakika
Konu : Üçgen Çeşitleri
Yöntem ve Teknikler : Düz anlatım, Soru-Yanıt, Buluş Yoluyla Öğretim, Gösterip Yaptırma
Kaynaklar : İlköğretim 5. sınıf matematik ders kitabı
Araç ve Gereçler : Model blokları, etkinlik kağıtları, kartonlar, cetvel, açıölçer

**I. Amaçlar:**

1. Üçgen çeşitleri ile ilgili sınıflamalar bilgisi.

**Davranışsal Amaçlar:**

a. Açılarına göre üçgen çeşitlerinin adlarını söyleme/ yazma.
b. Dar, dik ve geniş açılı üçgenlerin açı özeliklerini söyleme/ yazma.
c. Kenarlarına göre üçgen çeşitlerinin adlarını söyleme/ yazma.
d. Eşkenar, ikizkenar ve çeşitkenar üçgenlerin kenar özelliklerini söyleme/ yazma.
e. Eşkenar, ikizkenar ve çeşitkenar üçgenlerin açı özelliklerini söyleme/ yazma.

**II. Giriş:**

1. Dikkat Çekme : Öğretmen daha önceden hazırladığı üçgenlerle ilgili model bloklarını sınıftaki öğrencilere göstererek, bu model bloklarının neye benzediği hakkında yorumlar yapmalarını ister. Öğrenciler bu model bloklarının neye benzediğini doğru olarak tahmin ettikten sonra, öğretmen öğrencilerden çevredeki eşya ve şekiller arasından üçgen olanların gösterilmesini ister.

2

2. Güdüleme : Öğretmen öğrencilere, "Bugünkü dersimizde üçgen çeşitlerini öğreneceksiniz ve aynı zamanda üçgenlerle ilgili karışık gibi görünen çevre ve alan hesaplarını da kolayca çözebileceksiniz" der.

3. Gözden geçirme : Öğretmen öğrencilere, "Bugünkü dersimizin sonunda üçgen kavramını tanıyacak, üçgenleri açılarına ve kenarlarına göre rahatça ayırabileceksiniz" der.

4. Derse Geçiş : Öğretmen öğrencilere çeşitli şekillerin olduğu etkinlik kağıtlarını (Ek-8 devam) dağıtır. Burada amaç öğrencinin üçgenleri ne derece tanıdığı ve üçgenleri tanırken hangi özelikleri dikkate aldığına karar vermesini sağlamaktır.

**II. Geliştirme:**

- **Birinci evre olan araştırma evresinde, öğretmen öğrencilere çeşitli** üçgenlerden oluşan model bloklarını dağıttık sonra öğrencilere, "Bir yönden birbirinin aynı olanları bir araya toplar mısınız? Bunlar neden benzer? Başka yönden aynı olanları bir araya toplar mısınız? Bunlar neden benzer? gibi sorular sorar. Burada amaç, öğrencilerin üçgenleri karşılaştırırken geometrik şekillerin görüntülerini mi, yoksa geometrik özelliklerini mi esas alarak tanıdığını ortaya çıkarmaktır.
- İkinci evre olan yön konumda, öğretmen öğrencilere, kartonlarda kesilmiş dar, dik ve geniş açılı üçgenler dağıtır. Bu üçgenlerin farklı bir biçimde bir kağıt üzerine nasıl yerleştireceği öğrencilere gösterilir. Sonra bu şekillerin neye benzediği hakkında sınıfta tartışmalar yapılır. Böylelikle öğrencilerde üçgen çeşitleri bilgisi pekiştirilmiş olur.

3

- Üçüncü evre olan anlatma evresinde, öğretmen öğrencilere terminolojiyi tanıtır ve bu terminoloji yardımıyla öğrencilerin üçgen çeşitlerini anladıkları biçimde ifade etmelerini ister.
- Dördüncü evre olan serbest konumda, öğretmen öğrencilerden o ana kadar öğrendikleri üçgen çeşitleri yardımıyla çeşitli figürler yapmalarını ister.
- Beşinci evre olan bütünleştirme evresinde, öğretmen öğrencilere yaptıkları figürlerin hangi üçgenlerden oluştuklarını söylemelerini ister. Ayrıca, öğrencilerin yaptıkları bu figürleri adlandırıp arkadaşları ile paylaşmaları ve defterlerine çizmeleri ister. Bütünleştirme evresinde öğretmen öğrencilerden figürlerini yaparken kullandıkları üçgen çeşitlerini anlatmalarını ister. Böylelikle öğrencilerin konuyla ilgili özet yapmaları sağlanmış olur.

**IV. Sonuç:**

Öğretmen, öğrencilere, " Üçgen kapalı bir şekildir. Üç kenarı, üç köşesi ve üç açısı vardır. Köşeler A, B, C gibi büyük harflerle; kenarlar ise a, b, c gibi küçük harflerle gösterilir. Üçgenler açılarına göre, dar, dik ve geniş açılı üçgenler, kenarlarına göre eşkenar, ikizkenar ve çeşitkenar üçgenler diye sınıflandırılır" biçiminde konuyu özetler.

**V. Değerlendirme:**

Öğretmen model bloklarına hazırlanmış olan çeşitli şekillerin bulunduğu materyali öğrencilere dağıtır ve bu şekiller arasından üçgenleri açı ve kenar özelliklerine göre sıralamalarını ister.

**VI. Alıştırma/ Ödev:**

Öğrencilerden o gün öğrendikleri üçgenlerle ilgili şekilleri sınıf dışından bulup defterlerine çizmeleri ve bu buldukları üçgenleri kenarlarına ve açılarına göre gruplandırmaları istenir.

4

1. Aşağıdaki şekilleri yuvarlak veya köşeli oluşlarına göre gruplandırınız.

2. Aşağıdaki şekillerden 3 köşeli olanları işaretleyiniz.

3. Aşağıdaki şekillerden 3 kenarlı olanları gösteriniz.

*(Kaynak: Kılıç, 2003, s: 98-99-100-101)*

Şekil 49'da üçgen çeşitleri konusu doğrultusunda hazırlanmış buluş yolu öğretim stratejsinin işe koşulduğu ders planı verilmiştir.

Yapılan bu çalışma sonucunda deney grubunda akademik başarı ve hatırda tutma düzeyi kontrol grubuna göre daha yüksek olurken tutum puanları arasında anlamlı bir fark olmadığı görülmüştür.

Son olarak van Hiele Teorisi'ne dayalı olarak hazırlanan A74 kodlu araştırmada, öğrencilerin geometrik düşünme becerilerinin ve geometri başarılarının van Hiele öğrenme teorisine dayalı öğretim uygulamalarıyla etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır.

Deneysel desenin tercih edildiği bu çalışmada kontrol grubunda dersler geleneksel yöntemlerle işlenirken deney grubunda ise van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretim uygulanmıştır. Bu nedenle çalışmanın uygulama grubu için araştırmacı tarafından 11 etkinlik hazırlanmış olup 6 haftalık sürede 24 saat boyunca dersler işlenmiştir. Etkinliklerin uygulanmasında van Hiele Teorisi kapsamında farklı öğrenme yaklaşımları (tartışma, grup çalışması, işbirlikli öğrenme vb.) kullanılırken, kontrol grubunda ise müfredat doğrultusunda eğitimler verilmiştir. Deney grubunda etkinliklerin uygulamasında van Hiele Teorisi'nin öğrenme aşamalarına özen gösterilmiş ve düzeyler arasındaki geçişlere dikkat çekmek için özellikle belirleyici sorular sorulmuştur. Her iki grupta da yeni matematik program felsefesinin bakış açısıyla derslerde geometri konularıyla ilgili olarak materyaller (örüntü blokları, geometri şeritleri, geometri tahtası, birim küpler vb.) kullanılmıştır. Etkinliklerin uygulanmasında somut materyaller ilk aşamada kullanılmış olup, geometrik kavramları adlandırabilmeleri ve ilişki kurabilmeleri aynı zamanda edindikleri tecrübeleri etkinliğin ilerleyen aşamalarında kullanabilmeleri için bir basamak oluşturmuştur.

Deney grubunda yer alan öğrencilere kontrol grubundan farklı olarak yapılan etkinliklerdeki kazanımlarını ortaya çıkarabilecek teori kapsamında yönlendirici sorular sorularak konu ile ilgili üst düzey düşünme becerileri kazandırılmaya çalışılmış olup, bunun öğrenciler tarafından nasıl algılandığına da önem gösterilmiştir. Bu süreçte yaşanan herhangi bir algılama sorununda bir önceki van Hiele geometrik düşünme düzeyine yönelik olarak hazırlanan soru ve yönergelerle etkinliğin anlaşılması sağlanmaya çalışılmıştır. Araştırmacı tarafından düzeyler arası geçişin yapılan etkinlik ve sorulan yönlendirici sorularla öğrenciler tarafından daha bilinçli yapılması sağlanmıştır. Kontrol grubunda ise derslerde uygulanan etkinlikler öğretim programında yer alan çalışmalardan oluşmaktadır. Öğretmen kılavuz kitapları ve matematik ders planları doğrultusunda hazırlanmıştır.

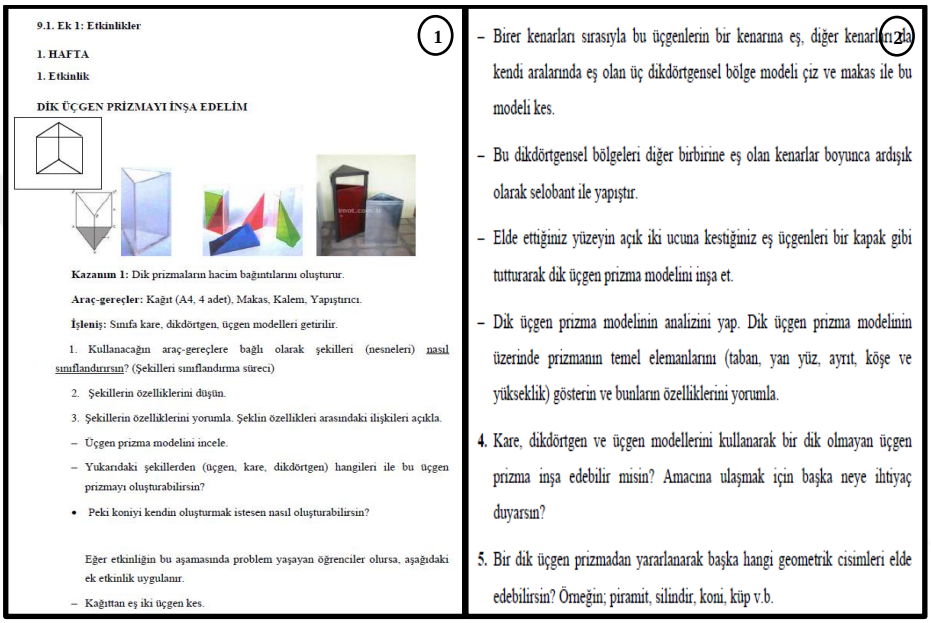
*Çalışmada deney ve kontrol gruplarında işlenen ders örneği:*

Deney grubu öğrencilerine ilk hafta "Dik Üçgen Prizmayı İnşa Edelim" etkinliği uygulanmıştır. Bunun için öncelikle tüm etkinliklerde kullanılacak olan araç ve gereçler öğretmen masasının yanında oluşturulan masaya konulmuştur. Bu etkinlik beş aşamadan

oluşmakta olup, her aşama araştırmacı tarafından dikkatlice uygulanmıştır. İlk aşama sonunda süreçte yapılan gözlemler neticesinde sorun yaşayan öğrencilere rehberlik yapılarak sürece dahil olmaları sağlanmıştır. Etkinliğin aşamalarında öğrencilerin düşünme becelerine yönelik olarak ilgili soru ve yönergelerle öğrencilerin süreçte aktif olmalarına gayret gösterilmiştir. Diğer grupta ise matematik ders kitabının "Kazanım 1: Dik prizmaların hacim bağıntılarını oluşturur." kazanımı geleneksel yöntemlerle işlenmiştir.

**Şekil 50**

*A74 Kodlu Araştırmada Yer Alan 1. Hafta Etkinlik Örneği*



9.1. Ek 1: Etkinlikler

1. HAFTA

1. Etkinlik

DİK ÜÇGEN PRİZMAYI İNŞA EDELİM

**Kazanım 1:** Dik prizmaların hacim bağıntılarını oluşturur.

**Araç-gereçler:** Kağıt (A4, 4 adet), Makas, Kalem, Yapıştırıcı.

**İşleniş:** Sınıfa kare, dikdörtgen, üçgen modelleri getirilir.

1. Kullanacağın araç-gereçlere bağlı olarak şekilleri (nesneleri) nasıl sınıflandırırsın? (Şekilleri sınıflandırma süreci)
2. Şekillerin özelliklerini düşün.
3. Şekillerin özelliklerini yorumla. Şeklin özellikleri arasındaki ilişkileri açıkla.

– Üçgen prizma modelini incele.

– Yukarıdaki şekillerden (üçgen, kare, dikdörtgen) hangileri ile bu üçgen prizmayı oluşturabilirsin?

• Peki koniyi kendin oluşturmak istesen nasıl oluşturabilirsin?

Eğer etkinliğin bu aşamasında problem yaşayan öğrenciler olursa, aşağıdaki ek etkinlik uygulanır.

– Kağıttan eş iki üçgen kes.

1

– Birer kenarları sırasıyla bu üçgenlerin bir kenarına eş, diğer kenarları ise kendi aralarında eş olan üç dikdörtgensel bölge modeli çiz ve makas ile bu modeli kes.

– Bu dikdörtgensel bölgeleri diğer birbirine eş olan kenarlar boyunca ardışık olarak selobant ile yapıştır.

– Elde ettiğiniz yüzeyin açık iki ucuna kestiğiniz eş üçgenleri bir kapak gibi tutturarak dik üçgen prizma modelini inşa et.

– Dik üçgen prizma modelinin analizini yap. Dik üçgen prizma modelinin üzerinde prizmanın temel elemanlarını (taban, yan yüz, ayrıt, köşe ve yükseklik) gösterin ve bunların özelliklerini yorumla.

4. Kare, dikdörtgen ve üçgen modellerini kullanarak bir dik olmayan üçgen prizma inşa edebilir misin? Amacına ulaşmak için başka neye ihtiyaç duyarsın?

5. Bir dik üçgen prizmadan yararlanarak başka hangi geometrik cisimleri elde edebilirsin? Örneğin; piramit, silindir, koni, küp v.b.

2

*(Kaynak: Terzi, 2010, s:123-124)*

Şekil 50'de "Dik prizmaların hacim bağıntılarını oluşturur." kazanımına ilişkin olarak hazırlanmış etkinliğe ilişkin görsele yer verilmiştir.

Bu araştırmadan elde edilen sonuçlara göre, uygulama öncesinde öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri ve geometri akademik başarılarında anlamlı fark bulunmazken sonrasında van Hiele öğrenme teorisinin aşamalarını dikkate alarak yapılan öğretimde öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin geliştiği ve geometri akademik başarılarının arttığı görülmüştür.

– *Origami Etkinlikleriyle Yapılan Öğretim:*

Türkiye'de tez çalışması kapsamında incelenen 3 çalışmada (A20, A22, A39) VHGDD'ni artırmak için origami etkinlikleri kullanılarak öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışmalar sırası ile tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

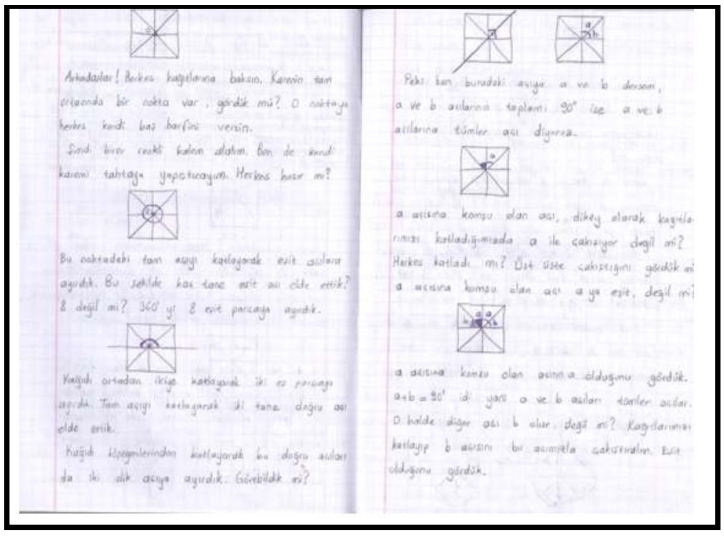
A20 kodlu çalışmada**,** ilköğretim matematik öğretmen adaylarının van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile origaminin matematik eğitiminde kullanılmasına yönelik

inançları arasındaki ilişkiyi ve bu ilişkinin "Origami ile Matematik" seçmeli dersinin uygulama sonrasındaki değişimlerinin belirlenlenmesi amaçlanmıştır. Araştırmada deneysel desen kullanılmış olup veriler "Matematik Eğitiminde Origami İnanç Ölçeği" ve **"**van Hiele Geometrik Düşünme Testi" ile toplanmıştır.

"Origami ile Matematik" seçmeli dersi, haftada 3 saat olmak üzere 14 haftalık derstir. Dersin ilk haftasında dersi veren öğretim üyesi tarafından origami ile ilgili kısa bilgi verilmiş olup kullanımı ve temel katlama şekilleri hakkında bilgilendirme yapılmıştır. Uygulamanın 2.-6. haftaları arasında öğretmen adaylarına, tavşan, ortanca, midilli, zambak, çam ağacı, kelebek, muhabbet kuşu, kaplumbağa, japon balığı ve zıplayan kurbağa modelleri gösterip-yaptırma yöntemi kullanılarak anlatılmıştır. Bu süreçte yapılan modeller sonrasında model akış şemaları incelenerek origaminin ortaokul matematik derslerinde nasıl kullanılabileceği yapılan beyin fırtınası yöntemiyle belirlenmiştir. Gösterip-yaptırma yöntemi sonrasında yedinci haftadan itibaren mikro öğretim sunumlarına geçilmiş ve öğretmen adaylarından matematik programından bir kazanım belirleyerek bunu origami kullanarak anlatmaları istenmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarına haftalık olarak her ders sonrasında iki ya da üç sorunun yanıtlanabileceği günlükler verilmiş ve incelenmesi için üç gün sonunda tekrar günlükler toplanmıştır. Öğrenci günlüklerinde yer alan 2. hafta görevlerinden birine örnek verilecek olursa; "Derste gördüğünüz origami modellerinden bir tanesini seçerek, ortaokul matematik öğretim programında hangi kazanım için kullanabileceğini nedenleriyle anlatınız (Anlatım esnasında kendinizi bir öğretmen gibi düşününüz.)" şeklindedir.

**Şekil 51**

*A20 Kodlu Çalışma Yer Alan Öğrenci Günlüğü Örneği*



*(Kaynak: Ergene, Masal, Masal ve Takunyacı, 2017, s:3792)*

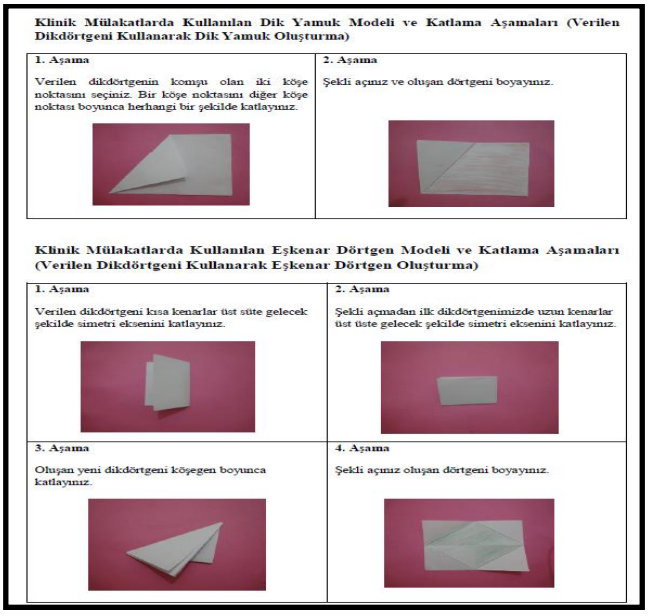
Bu çalışmanın sonucunda, öğretmen adaylarının VHGDD'nde ve origami etkinliklerinin matematik eğitimi kapsamındaki derslerde kullanılabilirliğine yönelik faydalılık inançlarında artışların olduğu belirlenmiştir.

A22 kodlu araştırmanın amacı, 5. sınıf öğrencilerinin origami uygulamalarıyla dörtgenlerdeki yeterliliklerinin nasıl bir değişime tabi olduğunun ortaya konması ve bahse konu değişikliğin van Hiele geometri düşünme düzeylerine etkilerinin belirlenmesidir.

Araştırma, 5. sınıf öğrencilerinin dörtgenleri tanımlama, dörtgenlerin geometrik elemanları ve geometrik özelliklerini içeren problemlerine origami uygulamaları ile çözüm bulabilmek amacıyla bir ilköğretim okulunda gerçekleştirilmiştir. 5. sınıf öğrencilerinden 20 tane öğrenciye van Hiele geometri testi uygulanmış ve 5 tane öğrenci belirlenmiştir. Sonrasında seçilmiş olan 5 öğrenciye 16 açık uçlu soru sorulmuştur. Bu 5 öğrenciye 2 ders saati boyunca dörtgenlerin; açı, köşegen, köşe noktası, yükseklik, kenar, simetri ekseni gibi kavramlar açıklanmış ve kâğıt katlama yöntemi ile bu elemanların nasıl elde edilebileceği öğretilmiştir. Verilen eğitimden sonra her öğrenci ile tüm dörtgen çeşitleri için ayrı ayrı klinik mülakatlar yapılmış ve bu süreç 4 haftayı kapsamıştır. Klinik mülakatların hepsi video kaydı altına alınmıştır. Klinik mülakatların ardından ilk teste giren aynı 5 öğrenciye van Hiele geometri testi ile 16 açık uçlu sorudan oluşan sınav uygulanmıştır. Bu sayede bu 5 öğrencinin araştırma öncesi durumları ve uygulama sonrası durumları karşılaştırılabilmiştir.

**Şekil 52**

*A22 Kodlu Çalışmada Klinik Mülakatlarda Kullanılan Origami Uygulamaları*



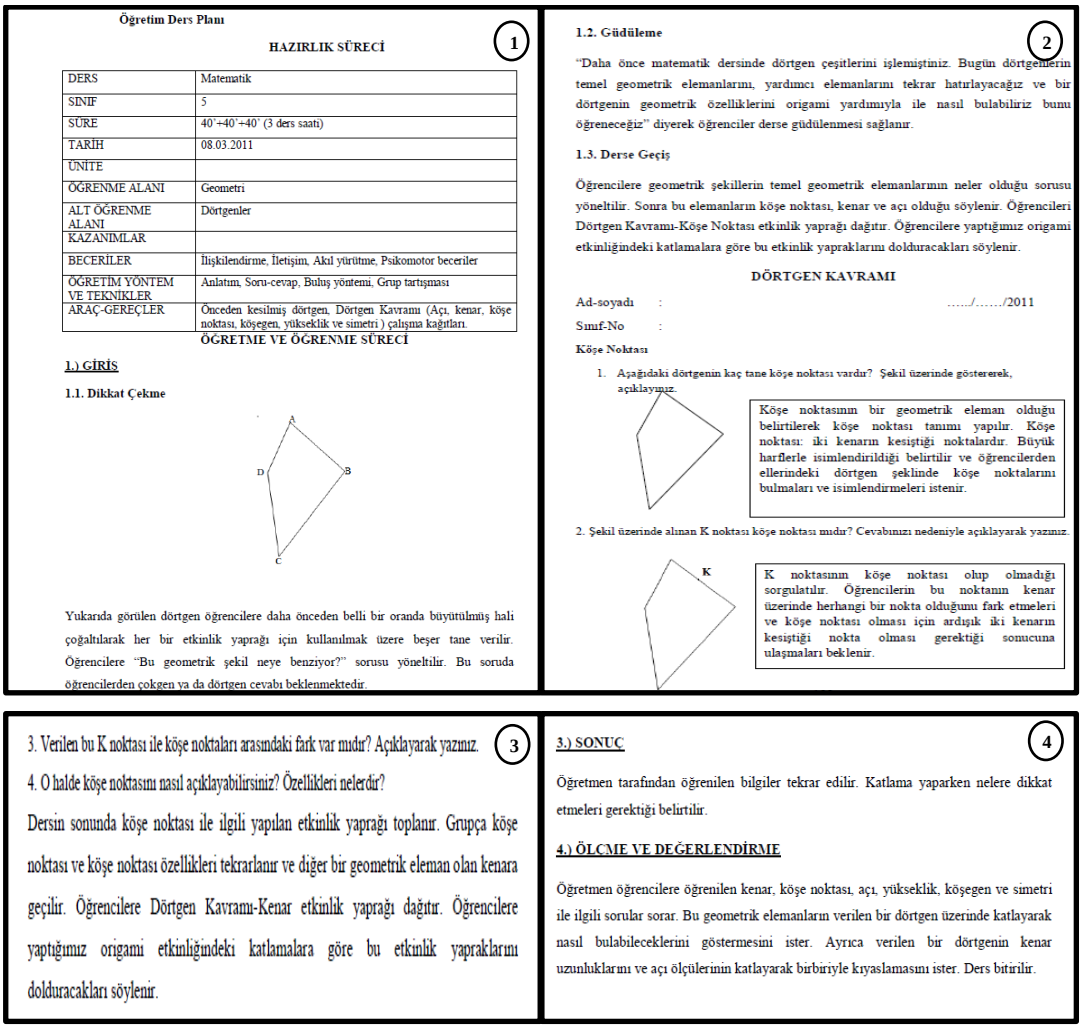

*(Kaynak: Dağdelen, 2012, s:199)*

Şekil 52'de mülakatlarda kullanılan dik yamuk ve eşkenar dörtgene modeli için hazırlanmış katlama aşamalarına dair görsele yer verilmiştir.

Bu süreçte yapılan karşılaştırmada öğrencilerin başarısından ziyade, onların dörtgen şekli kapsamında; kenar, köşe noktası, yükseklik, simetri ekseni, açı, köşegenin özelliklerinin ifadesi ve tanımlanması kapsamındaki değişimleri gözlenmeye çaba gösterilmiştir.

**Şekil 53**

*A22 Kodlu Çalışmada Kullanılan Örnek Ders Planı*



Öğretim Ders Planı

HAZIRLIK SÜRECİ

| | |
|---|---|
| DERS | Matematik |
| SINIF | 5 |
| SÜRE | 40'+40'+40' (3 ders saati) |
| TARİH | 08.03.2011 |
| ÜNİTE | |
| ÖĞRENME ALANI | Geometri |
| ALT ÖĞRENME ALANI | Dörtgenler |
| KAZANIMLAR | |
| BECERİLER | İlişkilendirme, İletişim, Akıl yürütme, Psikomotor beceriler |
| ÖĞRETİM YÖNTEM VE TEKNİKLER | Anlatım, Soru-cevap, Buluş yöntemi, Grup tartışması |
| ARAÇ-GEREÇLER | Önceden kesilmiş dörtgen, Dörtgen Kavramı (Açı, kenar, köşe noktası, köşegen, yükseklik ve simetri ) çalışma kağıtları. |

ÖĞRETME VE ÖĞRENME SÜRECİ

1.) GİRİŞ

1.1. Dikkat Çekme

Yukarıda görülen dörtgen öğrencilere daha önceden belli bir oranda büyütülmüş hali çoğaltılarak her bir etkinlik yaprağı için kullanılmak üzere beşer tane verilir. Öğrencilere "Bu geometrik şekil neye benziyor?" sorusu yöneltilir. Bu soruda öğrencilerden çokgen ya da dörtgen cevabı beklenmektedir.

1.2. Güdüleme

"Daha önce matematik dersinde dörtgen çeşitlerini işlemiştiniz. Bugün dörtgenlerin temel geometrik elemanlarını, yardımcı elemanlarını tekrar hatırlayacağız ve bir dörtgenin geometrik özelliklerini origami yardımıyla ile nasıl bulabiliriz bunu öğreneceğiz" diyerek öğrenciler derse güdülenmesi sağlanır.

1.3. Derse Geçiş

Öğrencilere geometrik şekillerin temel geometrik elemanlarının neler olduğu sorusu yöneltilir. Sonra bu elemanların köşe noktası, kenar ve açı olduğu söylenir. Öğrencileri Dörtgen Kavramı-Köşe Noktası etkinlik yaprağı dağıtır. Öğrencilere yaptığımız origami etkinliğindeki katlamalara göre bu etkinlik yapraklarını dolduracakları söylenir.

DÖRTGEN KAVRAMI

Ad-soyadı : ...../...../2011

Sınıf-No :

Köşe Noktası

1. Aşağıdaki dörtgenin kaç tane köşe noktası vardır? Şekil üzerinde göstererek, açıklayınız.

Köşe noktasının bir geometrik eleman olduğu belirtilerek köşe noktası tanımı yapılır. Köşe noktası: iki kenarın kesiştiği noktalardır. Büyük harflerle isimlendirildiği belirtilir ve öğrencilerden ellerindeki dörtgen şeklinde köşe noktalarını bulmaları ve isimlendirmeleri istenir.

2. Şekil üzerinde alınan K noktası köşe noktası mıdır? Cevabınızı nedeniyle açıklayarak yazınız.

K noktasının köşe noktası olup olmadığı sorgulatılır. Öğrencilerin bu noktanın kenar üzerinde herhangi bir nokta olduğunu fark etmeleri ve köşe noktası olması için ardışık iki kenarın kesiştiği nokta olması gerektiği sonucuna ulaşmaları beklenir.

3. Verilen bu K noktası ile köşe noktaları arasındaki fark var mıdır? Açıklayarak yazınız.

4. O halde köşe noktasını nasıl açıklayabilirsiniz? Özellikleri nelerdir?

Dersin sonunda köşe noktası ile ilgili yapılan etkinlik yaprağı toplanır. Grupça köşe noktası ve köşe noktası özellikleri tekrarlanır ve diğer bir geometrik eleman olan kenara geçilir. Öğrencilere Dörtgen Kavramı-Kenar etkinlik yaprağı dağıtır. Öğrencilere yaptığımız origami etkinliğindeki katlamalara göre bu etkinlik yapraklarını dolduracakları söylenir.

3.) SONUÇ

Öğretmen tarafından öğrenilen bilgiler tekrar edilir. Katlama yaparken nelere dikkat etmeleri gerektiği belirtilir.

4.) ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Öğretmen öğrencilere öğrenilen kenar, köşe noktası, açı, yükseklik, köşegen ve simetri ile ilgili sorular sorar. Bu geometrik elemanların verilen bir dörtgen üzerinde katlayarak nasıl bulabileceklerini göstermesini ister. Ayrıca verilen bir dörtgenin kenar uzunluklarını ve açı ölçülerinin katlayarak birbiriyle kıyaslamasını ister. Ders bitirilir.

*(Kaynak: Dağdelen, 2012, s:191-192-193-198)*

Şekil 53'te dörtgenler konusunun öğretimi için buluş yolu öğrenme stratejisinin kullanıldığı ders planına ait görsel yer almaktadır.

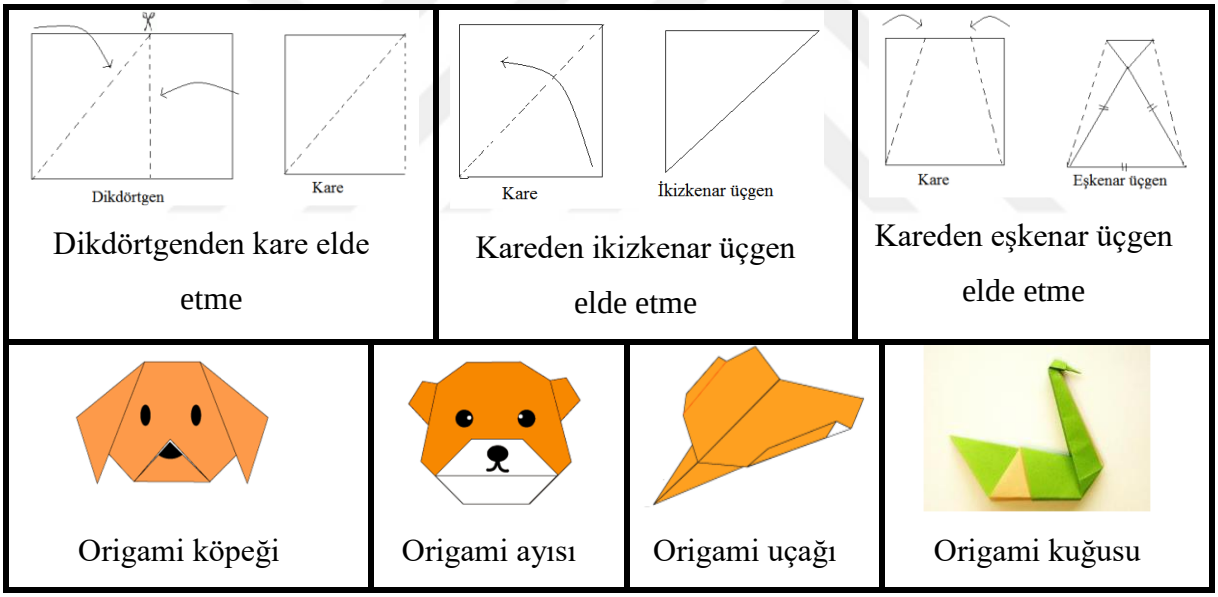
Bu araştırmanın sonuçları incelendiğinde origami uygulamaları kullanılarak yapılan öğretimin 5. sınıf öğrencilerinin VHGDD gelişimine, temel ve yardımcı elemanların belirlenmesine, özel dörtgenlerin çizimine, bahse konu elemanların özelliklerinin tespitine ve özel dörtgenlerin aralarında ilişkilendirilmesinde pozitif katkı sağladığı gözlenmiştir.

A39 kodlu çalışmada ise, 9. sınıf öğrencilerinin üçgenler konusuna yönelik olarak origami yardımıyla düzenlenen etkinliklerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisini incelemek amaçlanmıştır.

Çalışma için ortaöğretim matematik programı 9. sınıf üçgenler konusuna ait beş kazanım esas alınmıştır. Deneysel desenle yürütülen çalışmada öğretim yapılan gruba araştırmacı tarafından kazanımlara uygun olarak hazırlanan origami etkinlikleriyle, kontrol grubuna ise geleneksel yöntemlerle mevcut matematik öğretmeni tarafından dersler verilmiştir. Öğretime başlamadan önce her iki gruba da van Hiele geometrik düşünme testinin ilk 15 sorusu ön-test olarak uygulanmıştır. Deney grubunda öğretime başlanılmadan önce araştırmacı tarafından origami ve kullanımı hakkında bilgi verilmiş ayrıca sınıfa getirilen "Matematik ve Origami" adlı kitaptan çok sayıda origami örnekleri sınıfla paylaşılmıştır. Aşağıda öğrencilere gösterilen origami örneklerine yer verilmiştir;

**Şekil 54**

*A39 Kodlu Çalışmada Kullanılan Origami Örnekleri*




*(Kaynak: Güney, 2018, s:23-24-25)*

Şekil 54'te A39 kodlu çalışmada kullanılan origami örnekleri ve bunların yapılışında gerekli olan geometrik şekillere ilişkin görseller yer almaktadır.

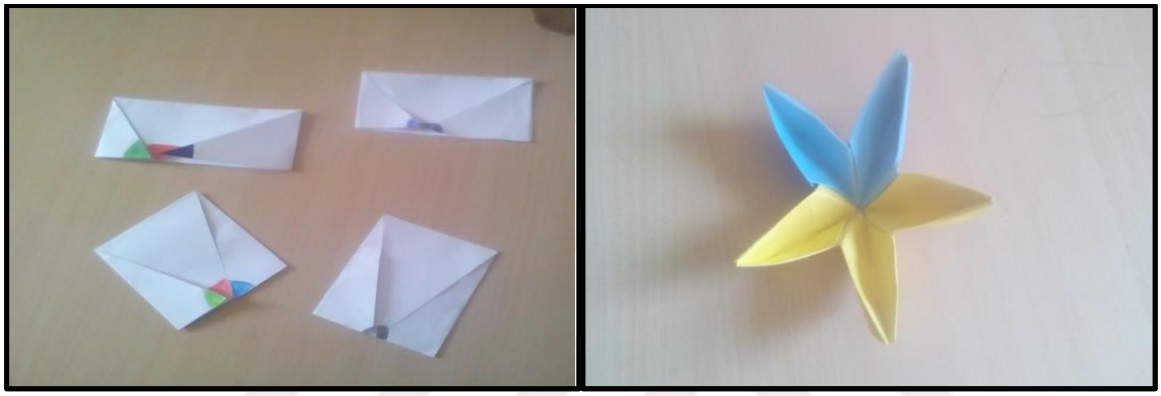
"Bir üçgenin iç açıları toplamının 180 derece olduğunu gösterir." kazanımı uygulamanın birinci haftasında buna yönelik olarak hazırlanan etkinliklerle başlamıştır. Öncelikle öğrencilere bir A4 kâğıdı verilmiş ve herhangi bir üçgen çizmeleri ve çizdikleri üçgenlerin açılarının renkli kalemlerle belirginleştirmeleri istenmiştir. Öğrenciler tarafından oluşturulan üçgenler ters çevirilip katlama adımları sırasıyla uygulanmıştır. Sonrasında bu üç

açının yan yana geldiğinde nasıl bir açı oluşturduğu sınıfa sorulmuş ve açı ölçüsünün 180 derece olduğunun bulunması üzerine sorularla daha da derinleştirilerek etkinlik sonlandırılmıştır.

Ayrıca ilk kazanımın ardından "İki üçgenin eşliğini açıklar, iki üçgenin eş olması için gerekli olan asgari koşulları belirler." kazanımı doğrultusunda etkinliklere devam edilmiştir. Buna yönelik olarak "japon kiraz çiçeği" yapımına geçilmiş ve aşamalar akıllı tahta yardımıyla öğrencilere gösterilmiş ve etkinlik uygulanmıştır.

**Şekil 55**

*A39 Koldu Çalışmada Birinci Hafta Etkinlik Örnekleri*



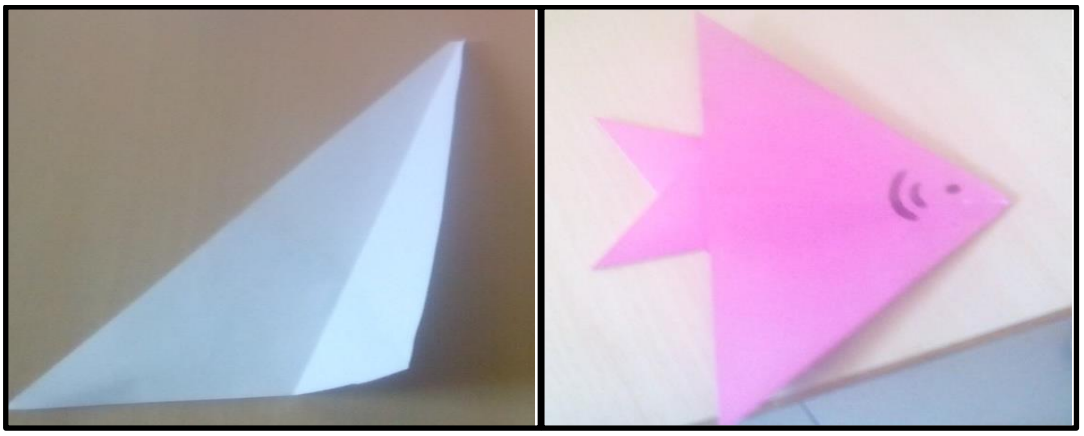
*(Kaynak: Güney, 2018, s:26-27)*

Uygulamanın ikinci haftasında "Bir açının açıortayını çizer ve özelliklerini açıklar." kazanımı ele alınmıştır. Bu nedenle öğrencilere A4 kağıdı dağıtılmış ve herhangi bir üçgen çizmeleri istenmiştir. Sonrasında çizilen üçgenlerin herhangi bir açısının açıortayını kat izi olarak göstermeleri istenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin açıortay ve bu kavramın kâğıt katlama etkinliğiyle uygulamasının kavranması sağlanmıştır.

Açıortay etkinliğinin ardından kavramın pekişmesi için kare şeklindeki bir elişi kâğıdı öğrencilere verilmiştir. Ve uygulama aşamaları sırasıyla akıllı tahtada gösterilmiş ve onlardan balık şekli yapmaları istenmiştir. Bu etkinlikte tekrar açıortay kavramına vurgu yapılmış ve etkinlikle bilginin derinleşmesi sağlanmıştır.

**Şekil 56**

*A39 Kodlu Çalışmada "Üçgende Açıortayı Gösterme ve Origami Balığı Etkinlik Örneği"*



*(Kaynak: Güney, 2018, s:28-29)*

Uygulamanın üçüncü haftasında "Üçgende kenarortayların bir noktada kesiştiğini gösterir ve kenarortayla ilgili özellikleri açıklar." kazanımı doğrultusunda hazırlanan etkinliklerin uygulaması yapılmıştır. Bu nedenle öğrencilere A4 kâğıdı verilmiş ve birer üçgen çizmeleri istenmiştir. Çizilen üçgenlerde her kenara ait kenarortayın kat izini oluşturmaları sağlanmış ve kenarortay kavramı somut olarak kavratılmıştır. Üçgenin bütün kenarortayları ayrı ayrı bulunarak ağırlık merkezi kavramına geçiş yapılmıştır.

Kenarortay kavramının verilmesinin ardından kavramın pekiştirilmesi için öğrencilerden yıldız şekli yapılması istenmiştir. Yıldız şeklinin seçilmesindeki amaç; şeklin yapım aşamalarında kenarortayların kesim noktası kavramını içermesidir. Bu bağlamda öğrencilerin kavramı somutlaştırarak öğrenmesi hedeflenmiştir.



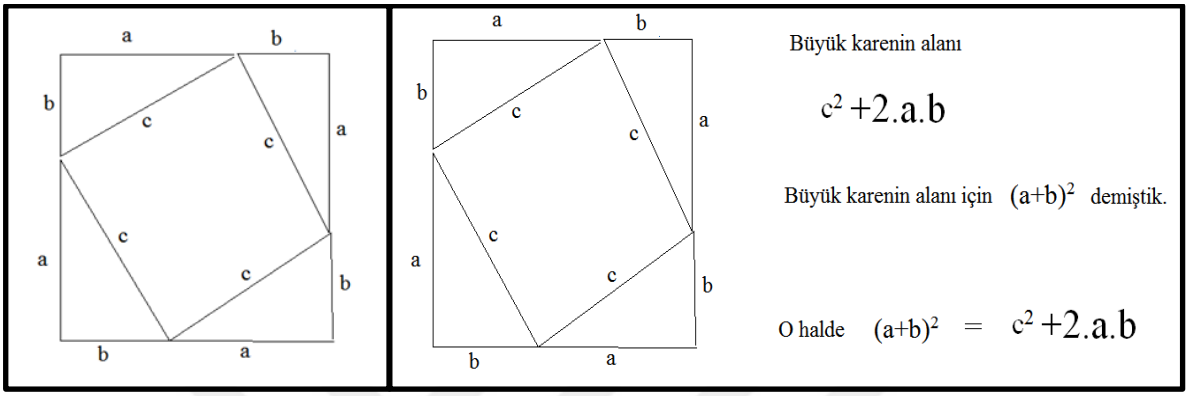
*(Kaynak: Güney, 2018, s:29-30)*

Uygulamanın son haftasında "Dik üçgende Pisagor teoremini ispatlar ve uygulamalar yapar." kazanımı doğrultusunda etkinliklerin uygulaması yapılmıştır. Bu nedenle uygulama

için kâğıttan yapılmış dört adet eş dik üçgen öğrencilere verilmiş ve akıllı tahta ile yapılma aşamaları gösterilmiştir. Uygulamada alan bağıntılarıyla cebirsel ifadeler oluşturularak dağıtılan dik üçgenlerde Pisagor bağıntısının ispatı yapılmıştır.

**Şekil 57**

*A39 Kodlu Çalışmada "Dik Üçgenlerin Diziliş Biçimi ve Pisagor Teoreminin İspatı Etkinliği"*




*(Kaynak: Güney, 2018, s:31)*

Araştırma sonuçlarına bakıldığında, origami ile üçgenler konusunun öğretimine ilişkin uygulama öncesinde her iki grup arasında öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri arasında anlamlı bir fark bulunmazken, uygulama sonrasında deney grubu lehine anlamlı fark oluşmuştur. Ayrıca öğrencilerin origamiye karşı olumlu görüş geliştirdikleri görülmüştür.

- *5E Öğrenme Modeliyle Yapılan Öğretim:*

Türkiye'de tez çalışması kapsamında incelenen 3 çalışmada (A25, A53, A83) VHGDD'ni artırmak için 5E öğrenme modeli kullanılarak öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışmalar sırası ile tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

A25 kodlu çalışmanın amacı, ortaokul matematik öğretimi programı dahilinde verilen 7. sınıf dönüşüm geometrisi konusunun öğretimi sırasında, 5E öğrenme modeli çerçevesinde gerçekleştirilen eylem araştırmasının öğrencilerin van Hiele dönüşüm geometrisi düşünme düzeylerine olan etkisi incelenmiştir. Çalışma amacına uygun olarak öncelikle öğrencilerin bu doğrultudaki van Hiele dönüşüm geometrisi düşünme düzeyleri tespit edilmiştir. Araştırma, 7. sınıf matematik öğretim programı kapsamında bulunan "eş şekiller, öteleme ve yansıma" dönüşüm geometrisi başlıklarıyla sınırlandırılmıştır. Öğretim amacıyla planlanmış olan uygulama periyodu, matematik öğretim programında belirtilmiş olan 20 ders saatlik bir program ile sınırlandırılarak öğrencilere verilmiştir. Uygulama toplamda 4 ayrı eylem planından oluşmaktadır. Bahse konu eylem planları 5E öğrenme modelinin basamaklarıyla

uyumlu olacak şekilde hazırlanmış ve uygulanmıştır. Aşağıda hazırlanan 4 eylem planına yönelik detaylı açıklamalara yer verilecektir:

1. eylem planında eş şekiller odaklı çalışmalara yer verilmiştir. Eş şekiller konusunun yansıma, öteleme ve ötelemeli-yansıma konuları için ön şart olduğu öne sürülmüştür. Eş şekiller konusundaki kazanıma uygun olacak şekilde 5E modelinin giriş, keşfetme, açıklama, derinleştirme ve değerlendirme basamaklarına yer verilmiştir. 1. eylem planı değerlendirilmiş ve öğrenci eksiklikleri/hataları bulunmuş, bu eylem planında yer alan etkinliklerin işlevselliği/yeterliliği tespit edilmiş, buna göre 2. eylem planı hazırlanmaya çalışılmıştır.

2. eylem planında öteleme kapsamındaki çalışmalara ağırlık verilmiştir. Öteleme konusundaki kazanımlarla paralel olarak 5E modelinin giriş, keşfetme, açıklama ve derinleştirme basamakları ile uyumlu etkinlikler planlanmıştır. 2. eylem planı değerlendirildiği zaman, bazı etkinliklerin fazla geldiği tespit edilmiş, öğrencilerin eksiklikleri gün yüzüne çıkmıştır. Bu nedenle etkinlik miktarının azaltılması ile öğrenci eksikliklerini gidermeye yönelik yeni etkinlikler hazırlanarak 3. eylem planı hazırlanmıştır.

3. eylem planında yansıma konusu üzerinde çalışmalarda bulunulmuştur. Yansıma konusundaki kazanımlarla uyumlu olacak şekilde 5E modelinin giriş, keşfetme, açıklama ve derinleştirme basamakları kullanılmıştır. 3. eylem planı değerlendirilmiş, öteleme ve yansıma konularında öğrencilerin eksiklerinin görülemediği, bu konularda anlaşılmayan bir husus olmadığı, etkinliklerin yeterli seviyede olduğu sonucuna varılmış, 4. eylem planı bu doğrultuda hazırlanmıştır.

4. eylem planında ötelemeli-yansıma konusuna çalışılmıştır. Ötelemeli-yansıma konusundaki kazanımlarla paralel 5E öğretim modeli basamaklarından derinleştirme ve değerlendirmeye yer verilmiştir. Giriş, keşfetme ve açıklama basamakları öğrencilerden gelen talep nedeniyle, aşırı sayıda etkinliğin öğrencilerin derse olan alakalarının kaybolmasına sebep olduğu gerekçesi ile plandan çıkarılmış, eylem planının son hali kullanılmıştır. Uygulama sürecinin sonunda, eylem araştırmasının öğrencilerin van Hiele dönüşüm geometrisi düşünme düzeylerinin gelişimine olan etkilerini ortaya koymak maksadıyla van Hiele dönüşüm geometrisi düşünme düzeyleri testi tekrardan uygulanmıştır.

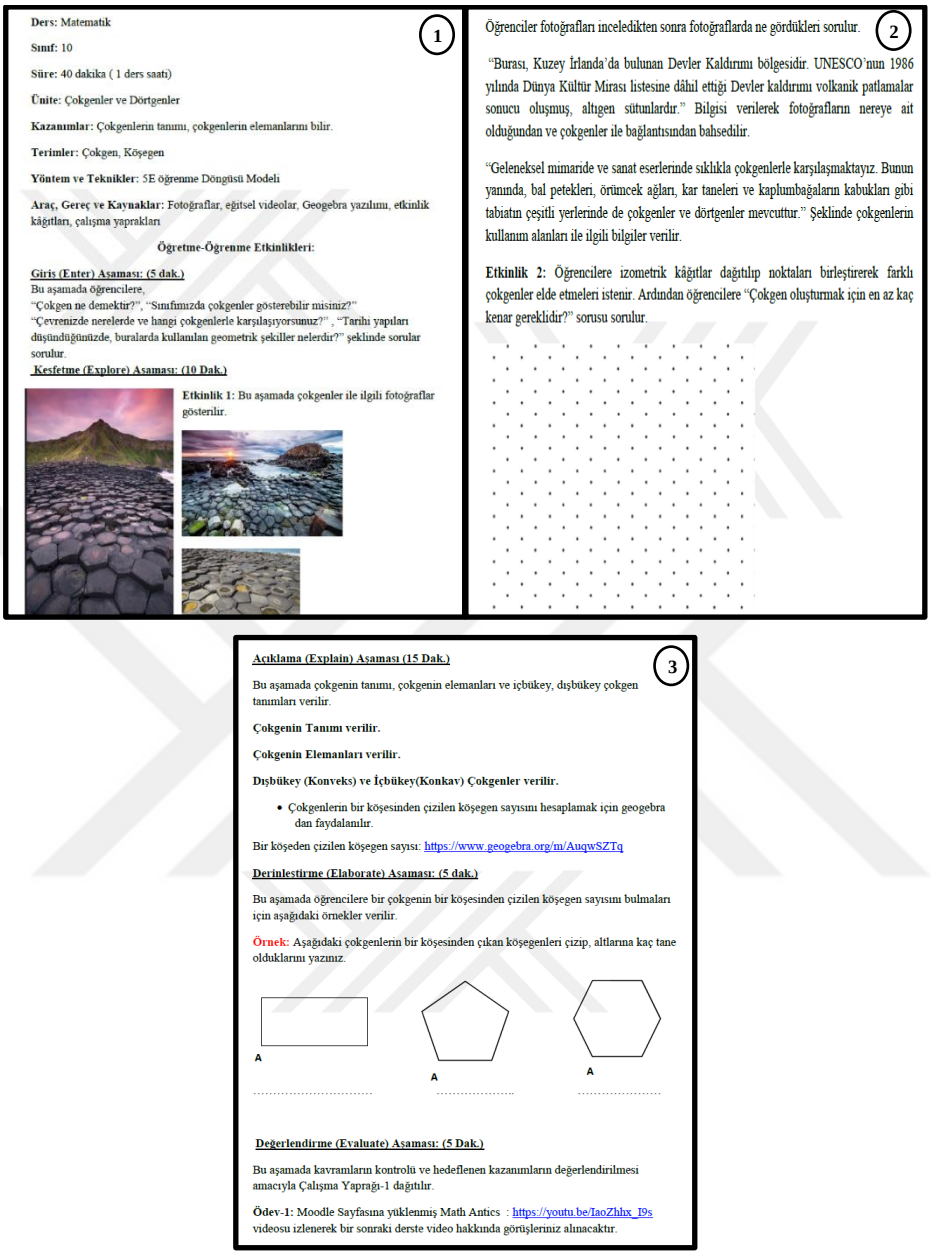
Bu araştırmada, öğrencilerden bir kısmının uygulama sonucunda dönüşüm geometrisindeki ilişkilendirebilme düzeyi 3. düzeye ulaşmaları çok önemli bir sonuç olarak görülmüştür. Ayrıca araştırmada kapsamında, 5E öğrenme modeli ile uyumlu olarak hazırlanan eylem planlarının öğrencilerin van Hiele Teorisi'ne göre beklenen düzeye erişmelerinde etkili olduğu görülmüştür.

A53 kodlu çalışmada amaç, 10. sınıf öğrencilerinin çokgenler, dörtgenler ve yamuk konularının öğretiminde 5E öğrenme döngüsü modeli çerçevesinde yapılan öğretimin öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerine olan etkisinin incelenmesidir.

Deney ve kontrol gruplarıyla yürütülen çalışmada her iki gruba da ön test olarak "van Hiele geometrik düşünme testi" 40 dakikalık süre zarfında uygulanmıştır. Uygulama yapılacak olan grupta 5E öğrenme modülüne uygun olarak ders planları geliştirilmiş ve geliştirilen planlar doğrultsusunda çalışma yaprakları hazırlanmıştır. İlgili uzman görüşleri ile incelemeler yapılmış ve son hali verilmiştir. İçeriklerin hazırlanma sürecinde matematik öğretim programına bağlı kalınmış ve MEB onaylı içerikler etraflıca incelenmiştir. Ders planlarının geliştirilmesinde eğitim teknolojilerinden faydalanılmış, konu ile ilgili geliştirilmiş bazı Web 2.0 araçları ve GeoGebra öğretim materyali kullanılmıştır. GeoGebra etlinliği yapılacak olan derslerde okuldaki bilgisayar sınıfları kullanılmıştır. Uygulama yapılan gruba öğrenme modeli ile ilgili bilgiler verildikten sonra hazırlanan ders planlarıyla 27 saatlik süre boyunca öğretim yapılmıştır. Kontrol grubunda ise dersler öğretim programı ve ders kitabındaki mevcut etkinliklere göre yürütülmüştür. Uygulama bitiminde son test olarak "van Hiele geometrik düşünme testi" uygulanmıştır. "Moodle Sınav sistemi" çevrimiçi yapılacak sınav için en uygun platform olarak belirlenmiş ve bu süreçte yaşanabilecek sıkıntılar için sınav süresi 50 dakika olarak belirlenmiştir. Sınav süresince bir eğitim teknoloji uzmanı ve araştırmacı öğrencilere anında müdahele edebilmek amacıyla çevrimiçi olarak bulunmuşlardır.

**Şekil 58**

*A53 Kodlu Çalışmada Kullanılan Örnek Ders Planı*



**Ders:** Matematik

**Sınıf:** 10

**Süre:** 40 dakika ( 1 ders saati)

**Ünite:** Çokgenler ve Dörtgenler

**Kazanımlar:** Çokgenlerin tanımı, çokgenlerin elemanlarını bilir.

**Terimler:** Çokgen, Köşegen

**Yöntem ve Teknikler:** 5E öğrenme Döngüsü Modeli

**Araç, Gereç ve Kaynaklar:** Fotoğraflar, eğitsel videolar, Geogebra yazılımı, etkinlik kâğıtları, çalışma yaprakları

**Öğretme-Öğrenme Etkinlikleri:**

**Giriş (Enter) Aşaması: (5 dak.)**
Bu aşamada öğrencilere,
"Çokgen ne demektir?", "Sınıfımızda çokgenler gösterebilir misiniz?"
"Çevrenizde nerelerde ve hangi çokgenlerle karşılaşıyorsunuz?" , "Tarihi yapıları düşündüğünüzde, buralarda kullanılan geometrik şekiller nelerdir?" şeklinde sorular sorulur.

**Keşfetme (Explore) Aşaması: (10 Dak.)**

**Etkinlik 1:** Bu aşamada çokgenler ile ilgili fotoğraflar gösterilir.

Öğrenciler fotoğrafları inceledikten sonra fotoğraflarda ne gördükleri sorulur.

"Burası, Kuzey İrlanda'da bulunan Devler Kaldırımı bölgesidir. UNESCO'nun 1986 yılında Dünya Kültür Mirası listesine dâhil ettiği Devler kaldırımı volkanik patlamalar sonucu oluşmuş, altıgen sütunlardır." Bilgisi verilerek fotoğrafların nereye ait olduğundan ve çokgenler ile bağlantısından bahsedilir.

"Geleneksel mimaride ve sanat eserlerinde sıklıkla çokgenlerle karşılaşmaktayız. Bunun yanında, bal petekleri, örümcek ağları, kar taneleri ve kaplumbağaların kabukları gibi tabiatın çeşitli yerlerinde de çokgenler ve dörtgenler mevcuttur." Şeklinde çokgenlerin kullanım alanları ile ilgili bilgiler verilir.

**Etkinlik 2:** Öğrencilere izometrik kâğıtlar dağıtılıp noktaları birleştirerek farklı çokgenler elde etmeleri istenir. Ardından öğrencilere "Çokgen oluşturmak için en az kaç kenar gereklidir?" sorusu sorulur.

**Açıklama (Explain) Aşaması (15 Dak.)**

Bu aşamada çokgenin tanımı, çokgenin elemanları ve içbükey, dışbükey çokgen tanımları verilir.

**Çokgenin Tanımı verilir.**

**Çokgenin Elemanları verilir.**

**Dışbükey (Konveks) ve İçbükey(Konkav) Çokgenler verilir.**

- Çokgenlerin bir köşesinden çizilen köşegen sayısını hesaplamak için geogebra dan faydalanılır.

Bir köşeden çizilen köşegen sayısı: https://www.geogebra.org/m/AuqwSZTq

**Derinleştirme (Elaborate) Aşaması: (5 dak.)**

Bu aşamada öğrencilere bir çokgenin bir köşesinden çizilen köşegen sayısını bulmaları için aşağıdaki örnekler verilir.

Örnek: Aşağıdaki çokgenlerin bir köşesinden çıkan köşegenleri çizip, altlarına kaç tane olduklarını yazınız.

A ..... A ..... A .....

**Değerlendirme (Evaluate) Aşaması: (5 Dak.)**

Bu aşamada kavramların kontrolü ve hedeflenen kazanımların değerlendirilmesi amacıyla Çalışma Yaprağı-1 dağıtılır.

**Ödev-1:** Moodle Sayfasına yüklenmiş Math Antics : https://youtu.be/IaoZhhx_I9s videosu izlenerek bir sonraki derste video hakkında görüşleriniz alınacaktır.

*(Kaynak: Kobal, 2020, s:88-89-90)*

Şekil 58'de "Çokgenlerin tanımı, çokgenlerin elemanlarını bilir." kazanımı doğrultusunda 5E modeli baz alınarak hazırlanmış ders planına yer verilmiştir.

Yapılan uygulama sonucunda 5E öğrenme modeline uygun olarak yapılan öğretimde öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin pozitif yönde etkilendiği görülürken; kontrol grubunda bu durum gözlemlenmemiştir.

Son olarak 5E öğrenme modeline göre yapılan A83 kodlu çalışmada, öğretim uygulamasının 6. sınıf öğrencilerinin van Hiele geometrik düşünme düzeylerine ve geometri

başarılarına etkisi incelenmek amaçlanmıştır. Bu araştırmada "Açılar, Çokgenler ve Dönüşüm" konuları ele alınmıştır.

Uygulamanın yapılabilmesi için gerekli izinler aldındıktan sonra bir devlet okulunun iki 6. sınıfı arasında yansız atama yöntemi ile kura çekilmiş ve sonucuna göre bir deney bir de kontrol sınıfı oluşturulmuştur. Uygulamaya başlamadan önce "van Hiele geometrik düşünme testi" ve "geometri başarı testi" her iki grubada 40 dakikalık süre zarfında uygulanmıştır. Uygulamada kullanılacak olan ders planları 5E modeline uygun olarak hazırlanmış olup, uzman görüşü için matematik öğretmenleri ve uzman kişilere başvurulmuştur. Yapılan geri bildirimlerden sonra ilgili düzeltmelerden sonra pilot uygulaması da yapılmış ve planlara son şekli verilmiştir. Deney grubunda derslere başlamadan önce 5E modeli ile ilgili bilgiler verilmiş ve model doğrultusunda hazırlanan ders planlarıyla öğretime geçilmiştir. Öğretim 4 hafta boyunca haftada 5 saat olmak üzere toplamda 20 saatte tamamlanmıştır. Diğer grupta ise dersler mevcut programa bağlı olarak geleneksel yöntemlerle sürdürülmüştür.

Uygulamanın son aşamasına gelindiğinde "van Hiele geometrik düşünme testi" ve "geometri başarı testi" her iki grubada 40 dakikalık süre zarfında uygulanmıştır.

**Şekil 59**

*A83 Kodlu Çalışmada 5E Öğrenme Modeline Uygun Olarak Hazırlanan Ders Planı Örneği*

**EK 3. 5E Öğrenme Döngüsü Modeline Dayalı Olarak Geliştirilen Örnek Bir Ders Planı** (1)

**DERS PLANI 1**

**Öğrenme Alanı:** Geometri

**Alt Öğrenme Alanı:** Açılar

**Kazanımlar:**

**1.** Açının düzlemde ayırdığı bölgeleri belirler.

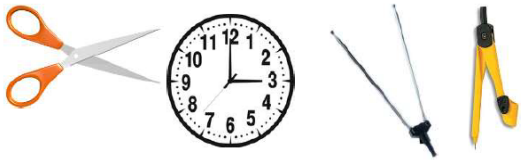
**2.** Bir açıya eş bir açı inşa eder ve bir aşıyı iki eş açıya ayırır.

**Beceriler:** Akıl yürütme, iletişim, ilişkilendirme

**ÖĞRENME-ÖĞRETME ETKİNLİKLERİ**

**1) GÜDÜLEME (ENGAGE) AŞAMASI**

Günlük hayatımızda kullandığımız açı modellerinin fotoğrafları gösterilir ve resimlerin öğrenciler tarafından incelenmesi için süre verilir.



Yukarıdaki resimleri inceleyen öğrencilere aşağıdaki sorular sorulur.

- ✓ Makasın kolları, TV anteninin kolları ve akrep ile yelkovan arasındaki ilişki nedir?
- ✓ Akrep ile yelkovan yaklaştırıldığında aralarındaki açıklığın değişimi nasıldır?
- ✓ Akrep ile yelkovan uzaklaştırıldığında aralarındaki açıklığın değişimi nasıldır?
- ✓ Resimdekilere benzer günlük hayattan örnekler verebilir misiniz?

Aşağıdaki resim öğrencilere gösterilerek resimle ilgili sorular sorulur. Böylece öğrencilerin derse karşı olan ilgileri artmış olur. (2)



a) Yukarıdaki resimde futbolcular sahanın neresindedir?

b) Resimde seyirciler sahanın neresindedir?

Giriş aşamasında kesinlikle konu anlatılmaz. Anlatılacak konunun ne olduğu bile söylenmez.

**2) KEŞFETME (EXPLORE) AŞAMASI**

Öğrencilerin öğrenmeye aktif olarak katıldıkları aşamadır. Öğrenciler 2-4 kişiden oluşan gruplara ayrılır. Öğretmen etkinlikler hakkında kısa bir bilgi verir ve her bir gruba aşağıdaki 4 etkinlik yaptırılır.

**Etkinlik 1:**

- ✓ Beyaz A4 bir kâğıt alınız.
- ✓ Kâğıt üzerinde istediğiniz yere bir nokta işaretleyiniz.
- ✓ Kâğıdınızı bu noktadan geçecek şekilde iki farklı doğrultuda katlayınız.
- ✓ Katlı kâğıdı açarak katlama çizgilerini kaleminizle çizerek belirginleştiriniz.
- ✓ Bu çizgilerin birer uçlarına ok yaparak iki ışın oluşturunuz. (Işınların başlangıç noktası kâğıt üzerinde işaretlediğiniz nokta olmalı.)
- ✓ İki ışının arasında kalan bölge ile diğer bölgeyi farklı renklere boyayınız.

**Etkinlik 2:** (3)

- ✓ Birbirine eş iki çember çiziniz.
- ✓ Çemberleri keserek iki daire oluşturunuz.
- ✓ Dairelerin birer yüzünü aynı renkte boyayınız.
- ✓ Daireleri merkeze kadar yarıçap boyunca kesiniz.
- ✓ Daireleri aynı renk yüzler dış tarafta kalacak şekilde kesilen yarıçaplar boyunca iç içe geçiriniz.
- ✓ Daireleri birbirine zıt yönde çevirerek farklı açılar oluşturunuz.
- ✓ Oluşan açılardan aynı renkli açılar arasındaki ilişki nasıldır?

**Etkinlik 3:**

- ✓ Bir açı çiziniz ve bu açıyı keserek kâğıdınızdan ayırınız.
- ✓ Açının kenarları çakışacak şekilde ikiye katlayınız.
- ✓ Açının köşesi başlangıç noktası olacak şekilde kat yerinden bir ışın çiziniz.
- ✓ Çizdiğiniz ışın sonucu oluşan iki açıyı ayrı ayrı ölçünüz.
- ✓ Oluşan bu açı arasındaki ilişki nasıldır?

**Etkinlik 4:**



Ankara'daki radarın taradığı alanı verilmiştir. Bu radarın taradığı ve taramadığı illerden üçer tane örnek veriniz.

a) Taradığı iller:

b) Taramadığı iller:

Etkinlikler boyunca öğretmen rehber konumundadır. Öğrencilerin yaptıkları yanlışlıkları hemen düzeltmek yerine onlara gerekli ipuçlarını verir. (4)

**3) AÇIKLAMA (EXPLAIN) AŞAMASI**

Bu aşamada ilk olarak öğrenciler elde ettikleri bulguları arkadaşları ile paylaşırlar. Daha sonra öğretmen formal açıklamaları öğrencilere yapar.

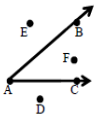
Dersin öğretmen tarafından anlatıldığı bu aşamada öğretmen düz anlatım yöntemini kullanabileceği gibi drama, video gösterimi gibi farklı yöntemleri de kullanır.

**4) DERİNLEŞTİRME (ELABORATE) AŞAMASI**

Gerekli düzeltme ve açıklamalar yapıldıktan sonra işlenen konuya yeniden dönülür. "Çözelim Öğrenelim" etkinliği öğrencilere yaptırılır. Öğretmen gruplar arasında dolaşarak öğrencilerin etkinliği yapmaları yönünde teşvik eder. Bu aşamada öğrencilerden daha fazla sorumluluk ve doğruluk beklenir.

**ÇÖZELİM ÖĞRENELİM**

a)




Yandaki A, B, C, D, E ve F noktalarını aşağıdaki tabloda uygun yerlere yazınız.

| Üzerindeki Noktalar | İç Bölgedeki Noktalar | Dış Bölgedeki Noktalar |
|---|---|---|
| | | |

(5)

**5) DEĞERLENDİRME (EVALUATE) AŞAMASI**

Değerlendirme sadece son aşamada yapılması gerekmez. Süreç boyunca da değerlendirme yapılabilir. Öğrencilerin istenilen hedefe ulaşıp ulaşamadıklarını belirlemek için "Öğrendiklerimi Değerlendirelim" etkinliği yaptırılır. Bu değerlendirme not verme amaçlı değildir.

*(Kaynak: Yıldız, 2014, s:74-75-76-77-78)*

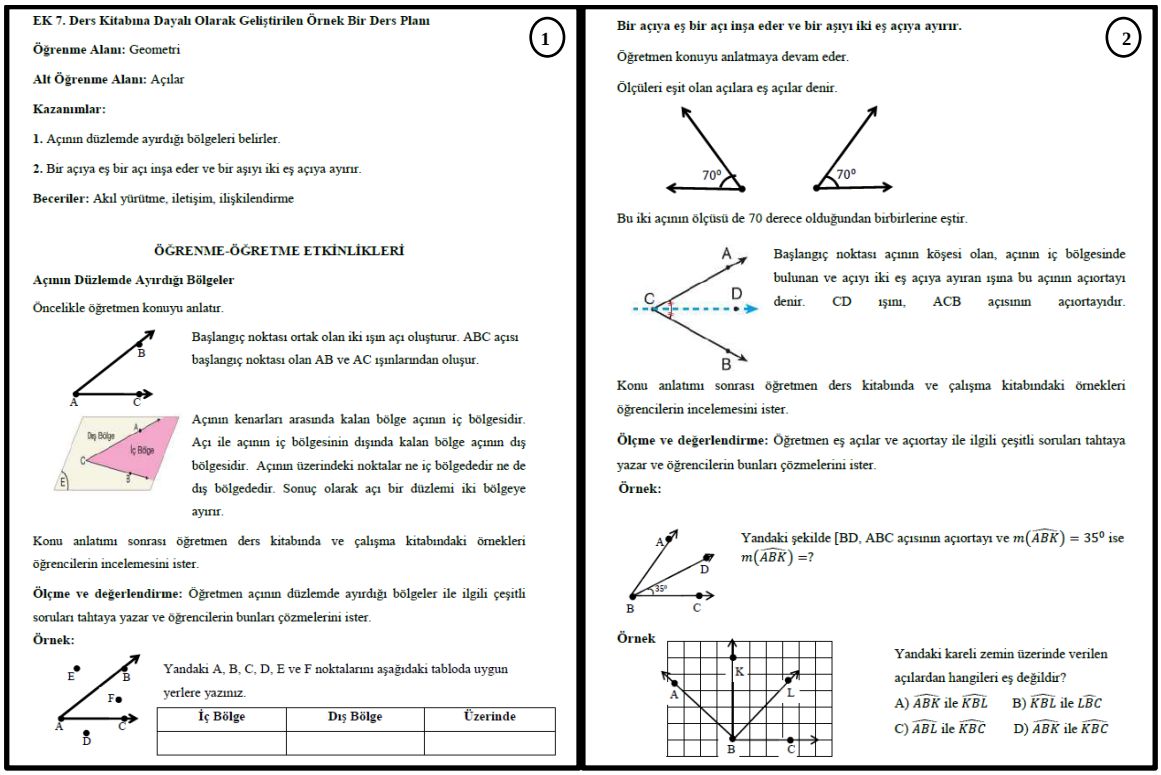
Şekil 59'da açılar konusuna ilişkin olarak 5E modeline dayalı olarak geliştirilen örnek bir ders planı verilmiştir.

Çalışmanın sonucunda, 5E öğrenme modeline göre yapılan uygulamanın öğrencilerin VHGDD'ni ve geometri başarılarını olumlu yönde etkilediğini göstermektedir. Geleneksel yöntemle derslerin işlendiği grupta ise öğrencilerin VHGDD'nde olumlu bir etki yaratmamıştır.

*Aşağıda 5E öğrenme modeline uygun olarak hazırlanan ders planı örneği verilmiştir;*

**Şekil 60**

*A83 Kodlu Çalışmada Ders Kitabına Uygun Olarak Hazırlanan Ders Planı Örneği*



**EK 7. Ders Kitabına Dayalı Olarak Geliştirilen Örnek Bir Ders Planı** (1)

**Öğrenme Alanı:** Geometri

**Alt Öğrenme Alanı:** Açılar

**Kazanımlar:**

**1.** Açının düzlemde ayırdığı bölgeleri belirler.

**2.** Bir açıya eş bir açı inşa eder ve bir aşıyı iki eş açıya ayırır.

**Beceriler:** Akıl yürütme, iletişim, ilişkilendirme

**ÖĞRENME-ÖĞRETME ETKİNLİKLERİ**

**Açının Düzlemde Ayırdığı Bölgeler**

Öncelikle öğretmen konuyu anlatır.

Başlangıç noktası ortak olan iki ışın açı oluşturur. ABC açısı başlangıç noktası olan AB ve AC ışınlarından oluşur.

Açının kenarları arasında kalan bölge açının iç bölgesidir. Açı ile açının iç bölgesinin dışında kalan bölge açının dış bölgesidir. Açının üzerindeki noktalar ne iç bölgededir ne de dış bölgededir. Sonuç olarak açı bir düzlemi iki bölgeye ayırır.

Konu anlatımı sonrası öğretmen ders kitabında ve çalışma kitabındaki örnekleri öğrencilerin incelemesini ister.

**Ölçme ve değerlendirme:** Öğretmen açının düzlemde ayırdığı bölgeler ile ilgili çeşitli soruları tahtaya yazar ve öğrencilerin bunları çözmelerini ister.

**Örnek:**

Yandaki A, B, C, D, E ve F noktalarını aşağıdaki tabloda uygun yerlere yazınız.

| İç Bölge | Dış Bölge | Üzerinde |
|---|---|---|
| | | |

**Bir açıya eş bir açı inşa eder ve bir aşıyı iki eş açıya ayırır.** (2)

Öğretmen konuyu anlatmaya devam eder.

Ölçüleri eşit olan açılara eş açılar denir.

Bu iki açının ölçüsü de 70 derece olduğundan birbirlerine eştir.

Başlangıç noktası açının köşesi olan, açının iç bölgesinde bulunan ve açıyı iki eş açıya ayıran ışına bu açının açıortayı denir. CD ışını, ACB açısının açıortayıdır.

Konu anlatımı sonrası öğretmen ders kitabında ve çalışma kitabındaki örnekleri öğrencilerin incelemesini ister.

**Ölçme ve değerlendirme:** Öğretmen eş açılar ve açıortay ile ilgili çeşitli soruları tahtaya yazar ve öğrencilerin bunları çözmelerini ister.

**Örnek:**

Yandaki şekilde [BD, ABC açısının açıortayı ve $m(\widehat{ABK}) = 35^0$ ise $m(\widehat{ABK})$ =?

**Örnek**

Yandaki kareli zemin üzerinde verilen açılardan hangileri eş değildir?

A) $\widehat{ABK}$ ile $\widehat{KBL}$ B) $\widehat{KBL}$ ile $\widehat{LBC}$

C) $\widehat{ABL}$ ile $\widehat{KBC}$ D) $\widehat{ABK}$ ile $\widehat{KBC}$

*(Kaynak: Yıldız, 2014, s:92-93)*

Şekil 60'da açılar konusuna ilişkin olarak ders kitabına dayalı olarak geliştirilen etkinliklerin yer aldığı örnek bir ders planı verilmiştir.

- *Bilgisayar Destekli Öğretim:*

Türkiye'de tez çalışması kapsamında incelenen 3 çalışmada (A41, A65, A76) VHGDD'ni artırmak için bilgisayar destekli öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışmalar sırası ile tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

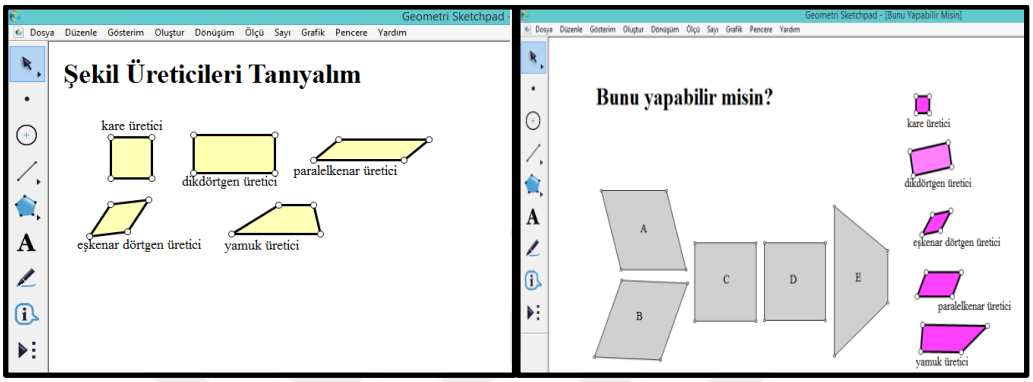
A41 kodlu araştırmanın amacı, 5. sınıf seviyesinde verilen dörtgenlerin hiyerarşik yapısının öğrenciler tarafından nasıl yapılandırılacağını belirleyebilmektir.

Pilot çalışma sonucunda önemi vurgulanan noktalara istinaden hazırlanarak uygulanan öğretimin ilerleyiş sırası aşağıda sunulmuştur.

1. ders, öğrencilerin programa ve şekil çizme araçlarına aşinalığının artması amacıyla yapılmıştır. Bu aşamada öğrencilerin şekil çizme araçlarıyla dörtgenlere ait dinamik yapının farkına varmaları sağlanmaya gayret edilmiştir.

**Şekil 61**

*A41 Kodlu Çalışmada 1. Dersin Etkinlikleri*

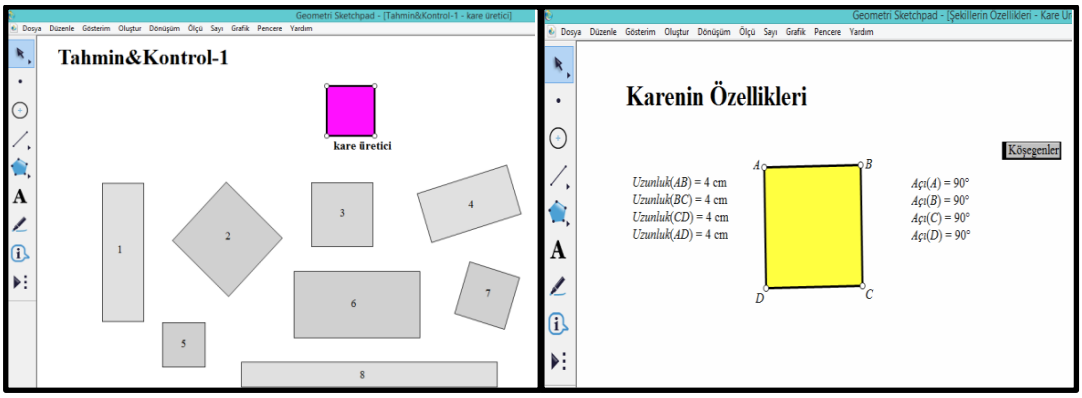



*(Kaynak: Gürhan, 2015, s: 36)*

2. ders ise öğrencilerin kare-dikdörtgen ilişkisini kavrayabilmeleri amacıyla yapılmıştır. Bu ders içeriği olarak, öğrencilerin kare çizme aracı ile dikdörtgen çizme aracının verilmiş olan (kare-dikdörtgen) şekillerden hangisini çizebilecekleri konusuna odaklanılmış, dikdörtgen çizme aracının esnekliğini sağlayan ve karenin kısıtlı olmasına neden olan durumları öğrencinin fark etmesi gaye edinilmiştir. "Kısıtlılık" ve "esneklik" kavramlarının başlangıçtan itibaren sistematik olarak kullanılmış olması, öğrencinin şekil sınıflarını anlamlandırabilmesine yardım etmek maksadıyla tercih edilmiştir. İkinci kısmı da ise kare ve dikdörtgene ait özelliklerin (köşegen, açı, kenar, paralellik) araştırılmasından oluşmaktadır. Bahse konu kısımda, öğrenci daha önce öğrenmemiş olduğu özellikleri inceleme, yanlış öğrenmiş olduklarını ise düzeltme imkânına sahip olmaktadır. İlave olarak, öğrenci şekilleri incelediğinde devamlı bir önceki şekilde üzerinden bu özelliğin nasıl olduğu sorusu yöneltilmiş, öğrencinin verilmiş olan iki şekli de karşılaştırarak devam etmesine özen gösterilmiştir. Ders sonunda ise öğrencinin "kare her zaman bir dikdörtgendir" çıkarımına özellik odaklı yaklaşmasına neden olacak bir takım sorgulama periyodu yer almaktadır.

**Şekil 62**

*A41 Kodlu Çalışmada 2. Dersin Etkinlikleri*

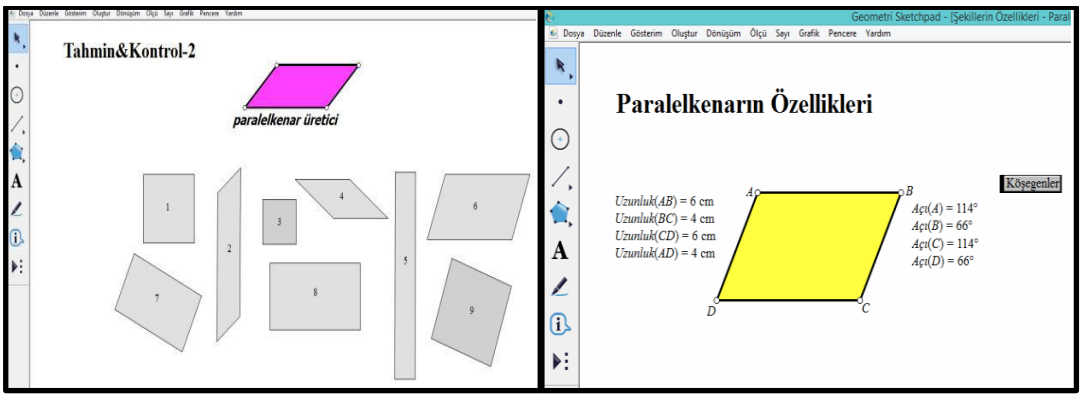



*(Kaynak: Gürhan, 2015, s: 36)*

3. öğretim tasarımı kapsamındaki 3. ders, öğrencilerin kare-dikdörtgen-paralelkenar arasındaki hiyerarşik yapıyı anlamlandırabilmeleri amacıyla hazırlanmıştır. 3. ders de aynı 2. derste yer aldığı gibi kare, dikdörtgen ve paralelkenar çizme aracının hangi şekilleri çizebilme imkânının sorgulandığı kısım ile başlamıştır. Daha sonra öğrenciden paralelkenarın özelliklerini araştırması talep edilmiş, öğrenci önceden öğrendiği şekillerle mukayese etmeye teşvik edilmiştir. Sonrasında paralelkenar ile dikdörtgen arasında özellik kapsamında sorgulama süreci takip edilmiş, bahsi geçen iki şekil arasındaki hiyerarşik düzen tesis edilmeye gayret sarf edilmiştir. Daha sonra öğrenciden kare ve paralelkenar arasındaki bağlantıyı ifade etmesi talep edilmiştir. Bu dersin son kısmı ise bu üç şekil üzerine kurulan bilmecelerden oluşmaktadır.

**Şekil 63**

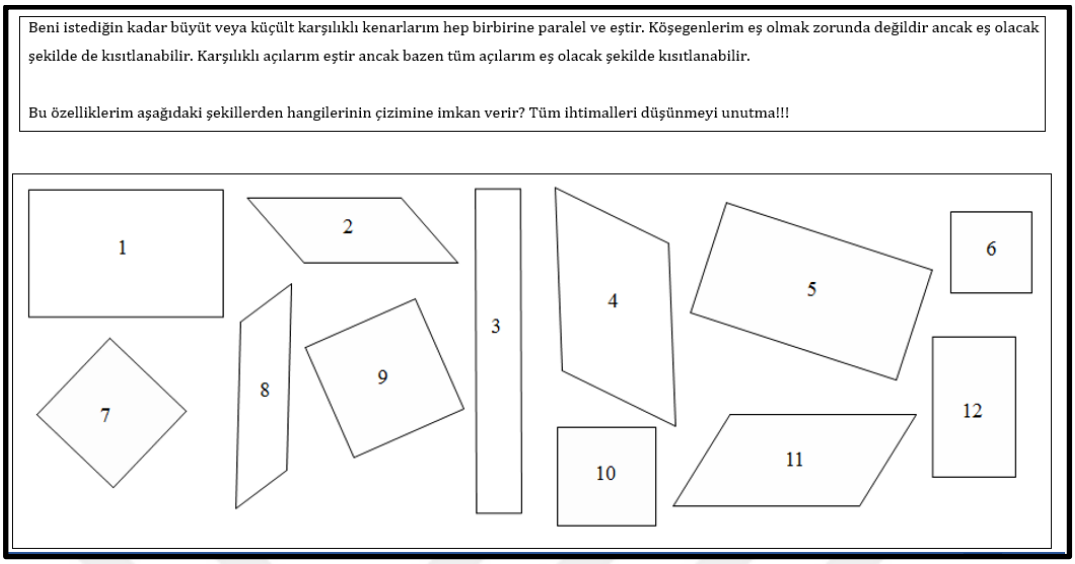
*A41 Kodlu Çalışmada 3. Dersin Etkinlikleri-1*




*(Kaynak: Gürhan, 2015, s: 37)*

**Şekil 64**

*A41 Kodlu Çalışmada 3. Dersin Etkinlikleri -2*

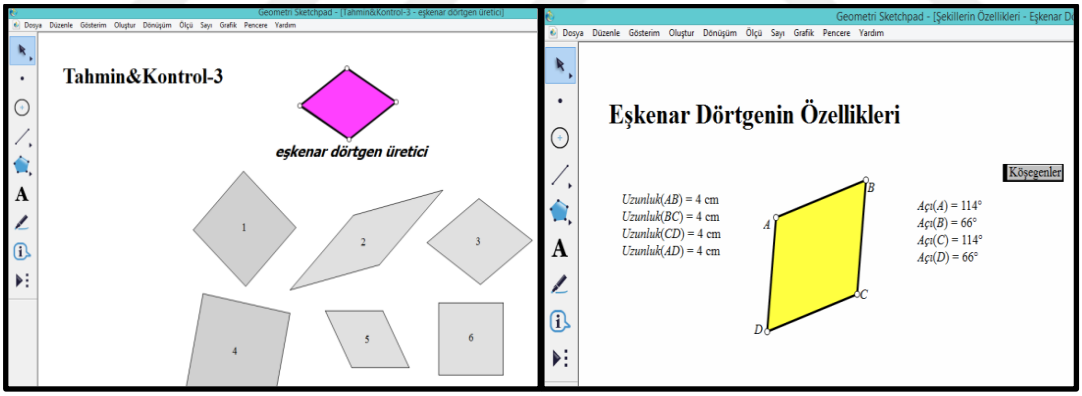



*(Kaynak: Gürhan, 2015, s: 37)*

4. ders öğrencinin kare ile eşkenar dörtgen arasındaki bağıntıyı oluşturabilmesi amacıyla yapılmıştır. Ders 2. ders ile aynı doğrultuda işlenmiştir.

**Şekil 65**

*A41 Kodlu Çalışmada 4. Dersin Etkinlikleri*

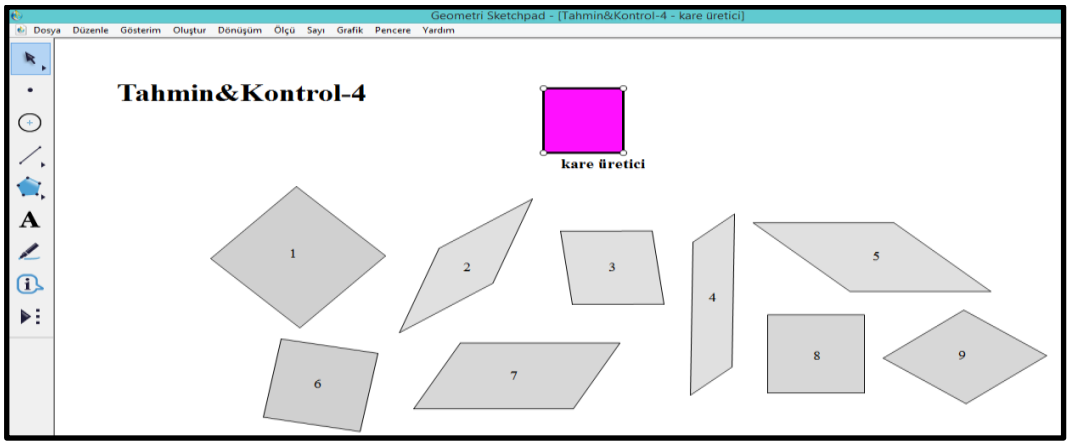



*(Kaynak: Gürhan, 2015, s: 38)*

5. derste öğrencinin kare-eşkenar dörtgen–paralelkenar arasındaki bağıntıyı oluşturabilmesi maksadıyla yapılmıştır. Ders 2. ders ile aynı doğrultuda işlenmiştir.

**Şekil 66**

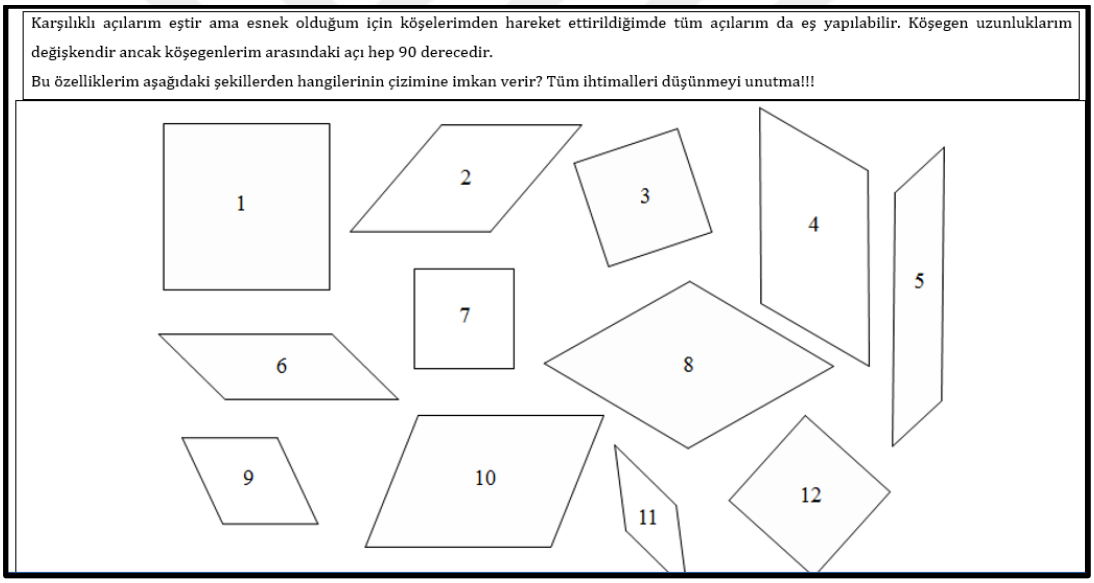
*A41 Kodlu Çalışmada 5. Dersin Etkinlikleri-1*




*(Kaynak: Gürhan, 2015, s: 38)*

**Şekil 67**

*A41 Kodlu Çalışmada 5. Dersin Etkinlikleri-2*

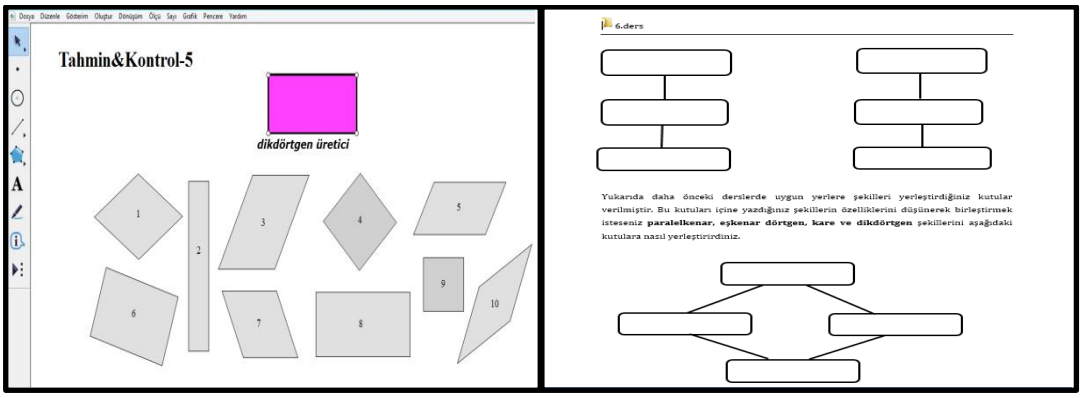



*(Kaynak: Gürhan, 2015, s: 38)*

6. dersin amacı ise diğer derslerden farklı olarak öğrencinin hiyerarşik yapıyı oluştururken bazı dörtgenler arasında ilişki olmayabileceğini kavramasıdır. Bu ders kapsamında eşkenar dörtgen ve dikdörtgen çizme aracı verilmiş, bunlarla belirtilen şekillerden (kare, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, paralelkenar) hangilerinin çizebileceği sorusu yöneltilmiştir. Öğrencinin iki şekil çizme aracının birbirlerini çizemeyeceğini fark etmesi sağlanarak, baştan beri oluşturmuş olduğu yapıları (kare-dikdörtgen-paralelkenar ile kare-eşkenar dörtgen-paralelkenar) birleştirmesi talep edilmiştir.

**Şekil 68**

*A41 Kodlu Çalışmada 6. Dersin Etkinlikleri*

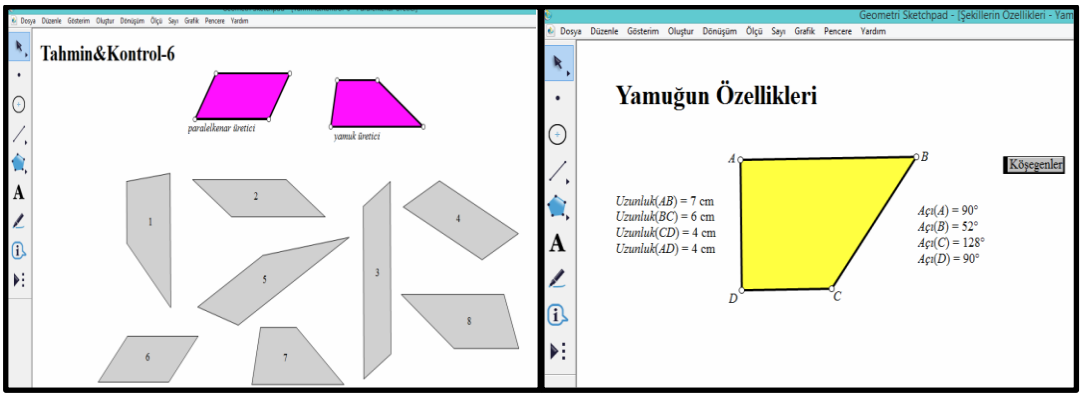



*(Kaynak: Gürhan, 2015, s: 39)*

7. ve sonuncu ders ise öğrencinin yamuğun kapsamlı yapısını kavrayabilmesi maksadıyla yapılmıştır. Ders kapsamında yamuk çizme aracı ve paralelkenar çizme aracı beraber verilmiş, müteakiben 2. derste yer alan aynı süreç izlenmiştir. Öğrenciye yamuk çizme aracının paralelkenar çizebilmesinin nedeninin yamuğun özelliklerinin paralelkenarın özelliklerini kapsamasından ötürü olduğu kavratılmaya çalışılmıştır. Bu derste en önemli husus yamuğun paralellik özelliğinin aktarılabilmesidir. Daha sonra 6. derse benzer hiyerarşik yapıda yamuğun nereye yerleştirilebileceği, sebebi sorulmuştur. Müteakiben öğrencilere etkinlik kapsamında bir takım bilmeceler yöneltilmiştir.

**Şekil 69**

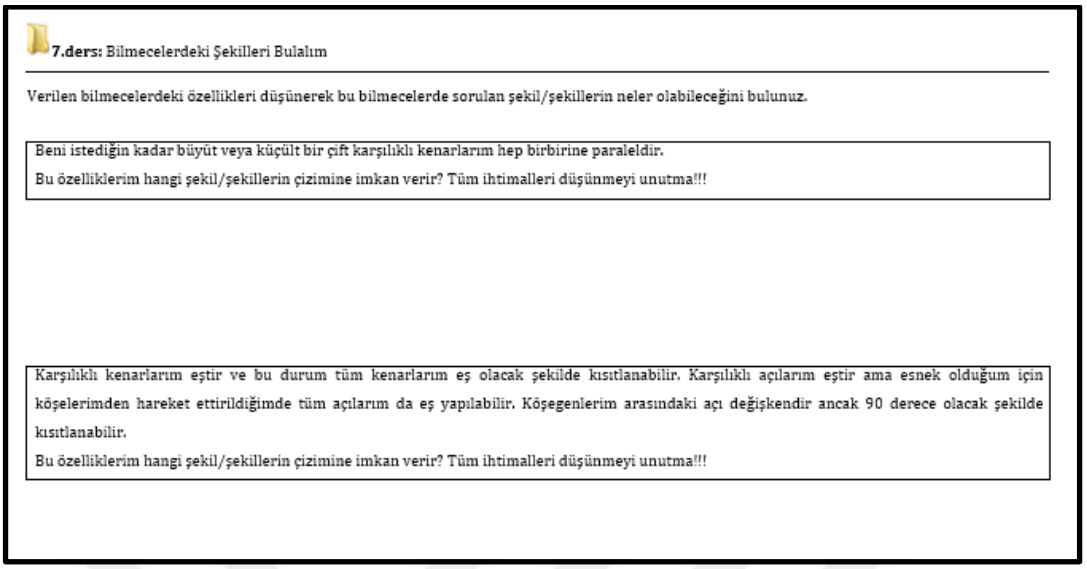
*A41 Kodlu Çalışmada 7. Dersin Etkinlikleri-1*




*(Kaynak: Gürhan, 2015, s: 40)*

**Şekil 70**

*A41 Kodlu Çalışmada 7. Dersin Etkinlikleri-2*



**7.ders:** Bilmecelerdeki Şekilleri Bulalım

Verilen bilmecelerdeki özellikleri düşünerek bu bilmecelerde sorulan şekil/şekillerin neler olabileceğini bulunuz.

Beni istediğin kadar büyüt veya küçült bir çift karşılıklı kenarlarım hep birbirine paraleldir.
Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!

Karşılıklı kenarlarım eştir ve bu durum tüm kenarlarım eş olacak şekilde kısıtlanabilir. Karşılıklı açılarım eştir ama esnek olduğum için köşelerimden hareket ettirildiğimde tüm açılarım da eş yapılabilir. Köşegenlerim arasındaki açı değişkendir ancak 90 derece olacak şekilde kısıtlanabilir.
Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!

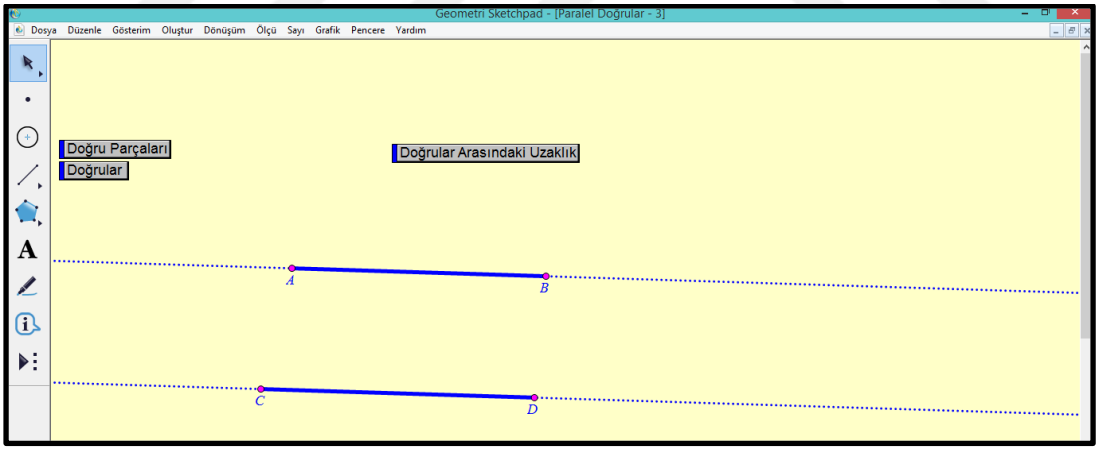
*(Kaynak: Gürhan, 2015, s: 40)*

Ders işlenişine örnek olarak uygulama süreci:

1.ders için uygulama süreci:

**Şekil 71**

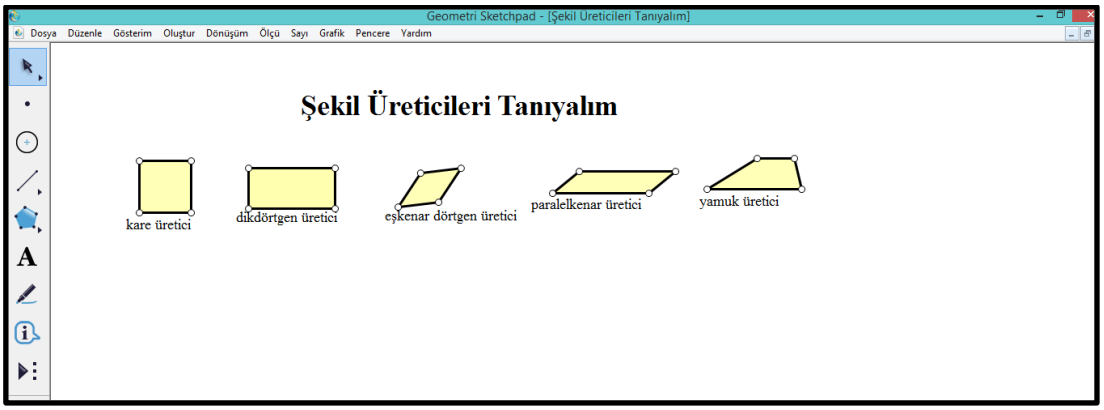
*A41 Kodlu Çalışmada Yer Alan 1. Paralel Doğrular (GSP)*




*(Kaynak: Gürhan, 2015, s: 125)*

**Şekil 72**

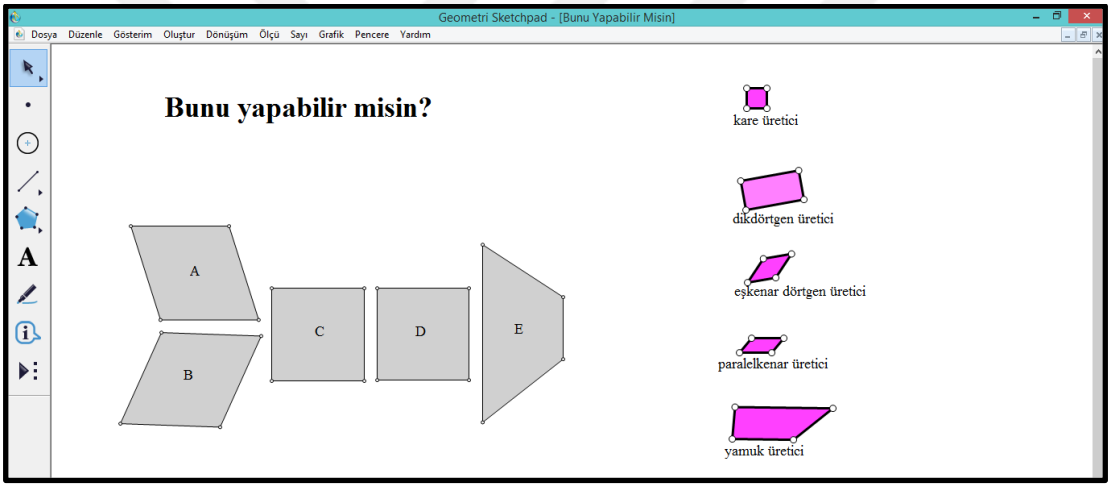
*A41 Kodlu Çalışmada Yer Alan 2. Şekil Çizme Araçları (GSP)*




*(Kaynak: Gürhan, 2015, s: 125)*

**Şekil 73**

*A41 Kodlu Çalışmada Yer Alan "Bunu yapabilir misin?(GSP\WORD)" Örneği*



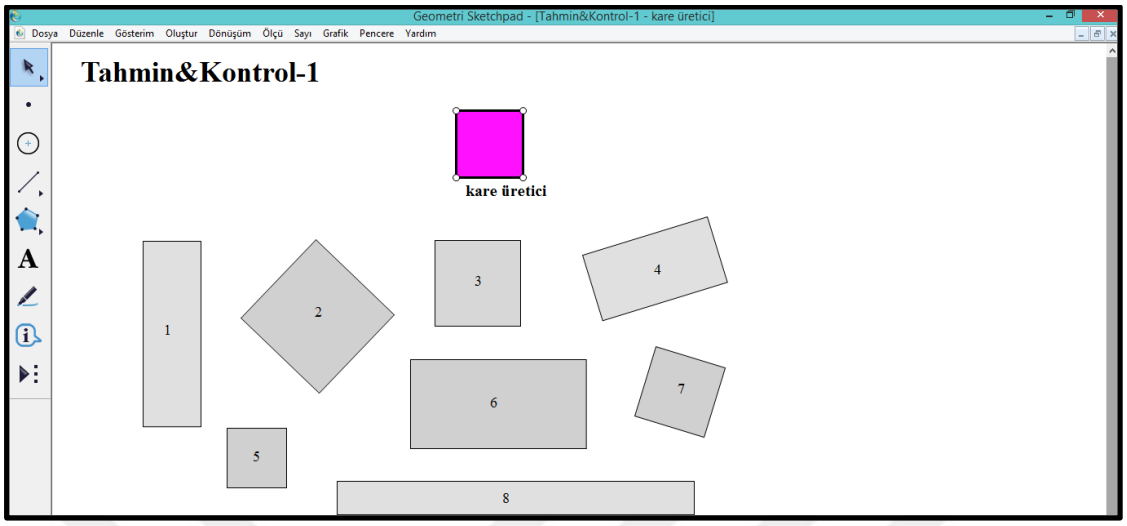

*(Kaynak: Gürhan, 2015, s: 126)*

Burada yapılan etkinlikler uygulama öncesi öğrenciye programı tanıtmak, şekil çizme aracını, özelliklerini ve öğrencinin GSP'ye aşinalığını geliştirmektir.

2. Ders için yapılan uygulama süreci:

**Şekil 74**

*A41 Kodlu Çalışmada Yer Alan 1. Tahmin&Kontrol-1(GSP\WORD) Etkinliği*

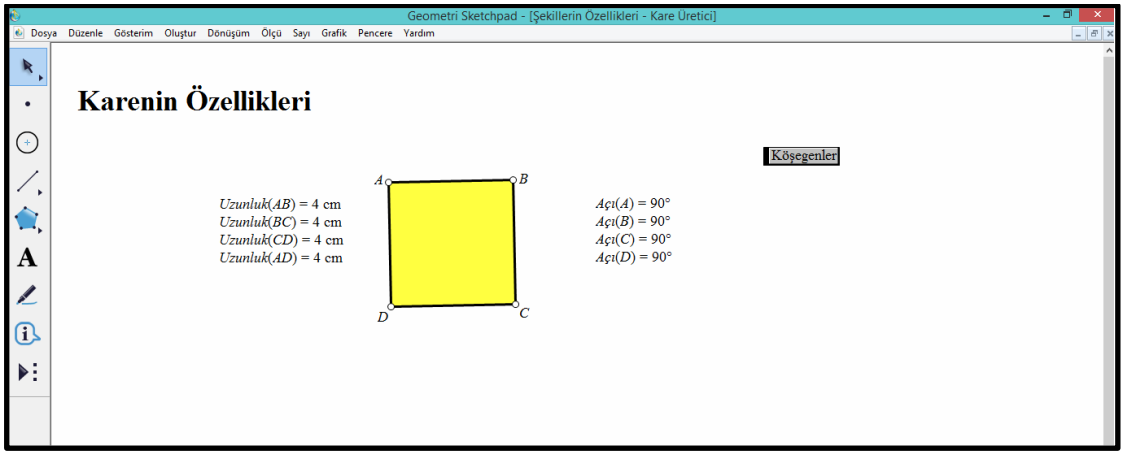


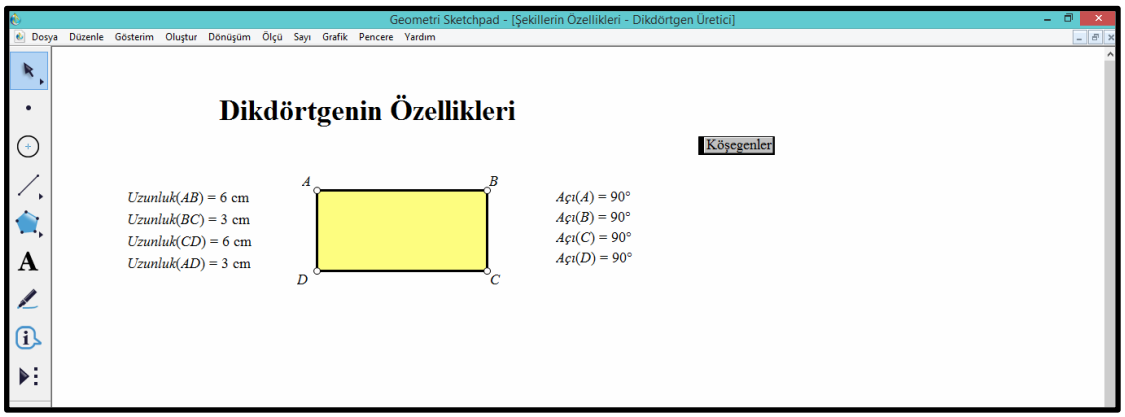

*(Kaynak: Gürhan, 2015, s: 126)*

Bu etkinlikte amaç kare çizme aracının yalnızca kareyi üretebildiği, ancak dikdörtgen çizme aracının ise kare ve dikdörtgeni çizebildiğini göstermektir. Bu nedenle kare ve dikdörtgen çizme araçları verilir. Öğrenciye verilen bir takım (kare ve dikdörtgenlerden oluşan) şekil için bu araçların nasıl işlediği araştırılması istenir.

**Şekil 75**

*A41 Kodlu Çalışmada Yer Alan 2. Şekillerin Özellikleri (gsp\word)[kare-dikdörtgen]*






*(Kaynak: Gürhan, 2015, s: 127)*

Bu etkinlikte amaç 1. derste üzerinde fazlaca durulmamış olan kare ve dikdörtgenin özelliklerinin ele alınması, öğrencinin bu özellikleri van Hiele geometrik 1 düzeyinde uygulayıp, van Hiele geometrik 2 düzeyine ön hazırlık olacak biçimde öğrenebilmesi sağlamaktır. Bu nedenle kare çizme aracı verilir. Kenar, açı, köşegen, köşegenler arasındaki açı ve paralellik özellikleri inceletilir.

Bu çalışmanın sonuçlarına bakıldığında öğrencilerin van Hiele 1 düzeyinden van Hiele 2 düzeyine kısıtlılık ve esneklik mantığıyla dörtgenlerin özelliklerin incelenmesi ve sonrasında özelliklerin birbirini gerektirmesinin kavranması ve bunun aile mantığı ile ilişkilendirilmesi sonucunda mümkün olduğunu göstermektedir. Ayrıca, öğretim süresince öğrencileri derinlemesine düşünmeye sevk etmiş olan soruların yöneltilmesi, matematiksel ifadelerdeki vurgulara ve öğretimde kullanılmış olan dile özen gösterilmesi de VHGDD artışını destekleyen diğer önemli noktalar olmuşlardır.

A65 kodlu çalışmada, ortaokul öğrencilerinin bilgisayar destekli iş birliğiyle geliştirilmiş olan Sanal Matematik Takımları (VMT) ile oluşturulmuş öğrenme ortamında van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin nasıl gelişim gösterdiği incelenmiştir.

Uygulama öncesinde ortaokul matematik öğretim programı ve "dörtgenler" konusu detaylı bir şekilde incelenmiştir. Sonrasında ortaokul öğrencilerinin düzey 1'den düzey 2'ye geçmelerine yardımcı olmak amacıyla van Hiele öğrenme aşamalarına dayalı olarak beş VMT etkinliği oluşturulmuştur. Oluşturulan etkinlikler dörtgenler ve özelliklerini ve birbiriyle olan ilişkilerini içermektedir. Daha sonra etkinliklerin sınıf düzeyi ve içerik bakımından uygun olup olmadığının uzmanlar tarafından incelenmesi yapılmıştır. Uzman görüşleri doğrultusunda yapılandırılmış etkinliklerden sonra öğrencilerden oluşan çalışma gruplarına çalışma takvimi bildirilmiş ve her grup istediği ortamdan kendi kişisel bilgisayarları ile farklı zamanlarda beş etkinliğe katılmışlardır. Her oturum 1 saat sürmüş olup, araştırmacı bu

oturumlar için her seferinde çevrimiçi bulunmuştur. Aşağıda van Hiele Teorisi'nin beş aşamasına göre hazırlanan VMT etkinlikleri yer almaktadır;

**Tablo 110**

*A65 Kodlu Çalışmada Van Hiele Teorisi'nin Beş Aşamasına Göre Hazırlanan VMT Etkinlikleri*

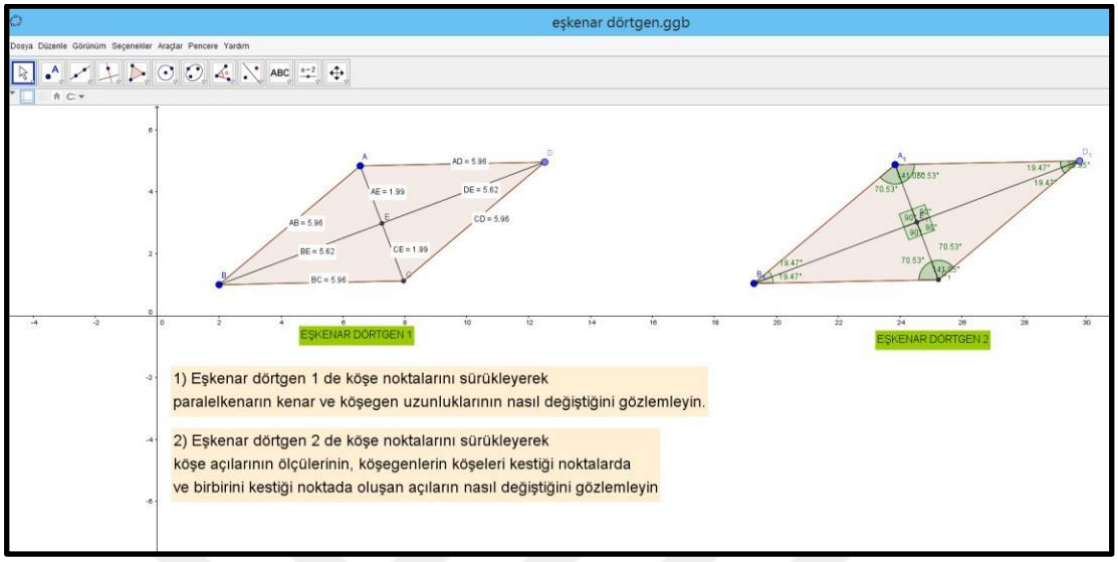
| Etkinlik | Aşama | Etkinliğin İçeriği |
|---|---|---|
| 1 | Bilgi | Önceden hazırlanmış bir GeoGebra taslağını ve dörtgen türlerini (dikdörtgen, kare, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuk) keşfedin; geometrik kavramları kullanarak özelliklerini tartışın ve grup olarak bir çalışma sayfası doldurun. |
| 2 | Yönlendirilmiş Oryantasyon | Köşegen uzunlukları, kenar uzunlukları, açı ölçüleri açısından dörtgen türlerinin özelliklerine ilişkin önceden hazırlanmış GeoGebra çalışma sayfalarını keşfedin (örnek olarak Şekil 78'e bakın) ve sonrasında görüş ve gözlemlerinizi grup arkadaşlarınızla paylaşın ve grup olarak bir çalışma sayfası doldurun. |
| 3 | Açıklama | Öğrencilere tanımlarla ilgili geometrik terminoloji verilir ve her bir dörtgeni bu terminolojiyle ifade eden tanımlarla ifade etmesi beklenmektedir. |
| 4 | Serbest Oryantasyon | Önceden hazırlanmış GeoGebra çalışma yaparğını keşfedin ve VMT ekranında sağlanan kaydırma aracını kullanarak kenar uzunluklarının ve açıların ölçülerini değiştirerek dörtgenler (kare, dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuk) oluşturun; her öğrencinin dörtgenlerin teorik özelliklerini bildiği düşünülüp istenilen dörtgeni çizmesi beklenmektedir ve grup olarak bir çalışma sayfası doldurmaları istenmektedir. |
| 5 | Entegrasyon | Çalışılan tüm dörtgenlerin özelliklerine tekrar edip ve özetleyin; grup olarak bir çalışma sayfası doldurun. |

*(Kaynak: Özkan ve Öner, 2019, s:478)*

Tablo 110'da görüldüğü üzere dörtgenler konusuna ilişkin olarak Sanal Matematik Takımları (VMT) ile oluşturulmuş öğrenme ortamında van Hiele Teorisi'nin beş aşamasına dayalı olarak hazırlanmış etkinliklere yer verilmiştir.

**Şekil 76**

*A65 Kodlu Çalışmada Etkinlik 2'deki Önceden Hazırlanmış Geogebra Sketch Rhombus Ekranı*




*(Kaynak: Özkan ve Öner, 2019, s:479)*

Bu çalışmanın sonuçlarına bakıldığında çalışmada yer alan öğrencilerden yaklaşık yarısına yakını VHGDD'ni 2. düzeye çıkarırken, bir öğrencinin de 3.düzeye çıktığı görülmüştür. Bu durumun öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin geliştirmede işbirliğinin önemine vurgu yapmaktadır. Bilgisayar uygulama ortamında sadece işbirliği becerileri değil aynı zamanda geometrik düşünme düzeyleri de gelişmektedir.

A76 kodlu araştırmada, öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin teknoloji destekli lineer cebirle oluşturulan öğrenme ortamında nasıl geliştiğini incelemek amaçlanmıştır.

Deneysel desenle yürütülen bu çalışmada deney grubunda lineer cebir öğretiminn ilkeleri doğrultusunda hazırlanmış öğretim planları oluşturulmuştur. Ayrıca somutluk, gereklilik ve genellenebilirlik ilkelerine göre; 9 haftalık uygulama periyodunda geometrinin kullanımına, ders içi etkinlik ve ders sonu yapılacak olan mini sınavlara ve soyut vektör uzaylarının kullanımı göz önünde bulundurularak yapılmıştır. Aynıı zamanda her öğrencinin düşünme şekillerini (sentetik-geometrik, analitik-aritmetik ve analitik-yapısal) de göz önünde bulunduracak şekilde hazırlanacak etkinlikler özenle seçilmiştir. Derslerde yapılacak olan sunumlarda, Mathematica programı, Wolframalpha internet sitesi, projeksiyon cihazıyla birlikte de tahta da kullanılmıştır. Araştırmanın diğer çalışma grubunda (kontrol) ise dersler geleneksel öğretimle devam etmiş olup bu süreçte sadece tahta kullanılarak dersler işlenmiştir.

A76 kodlu araştırma sonuçlarına göre, öğrencilerin VHGDD'nin teknoloji destekli öğrenme ortamında yapılan lineer cebir öğretiminin etkisinin olmadığı görülmüştür.

- *Probleme Dayalı Öğrenme (PDÖ) Yaklaşımıyla Yapılan Öğretim:*

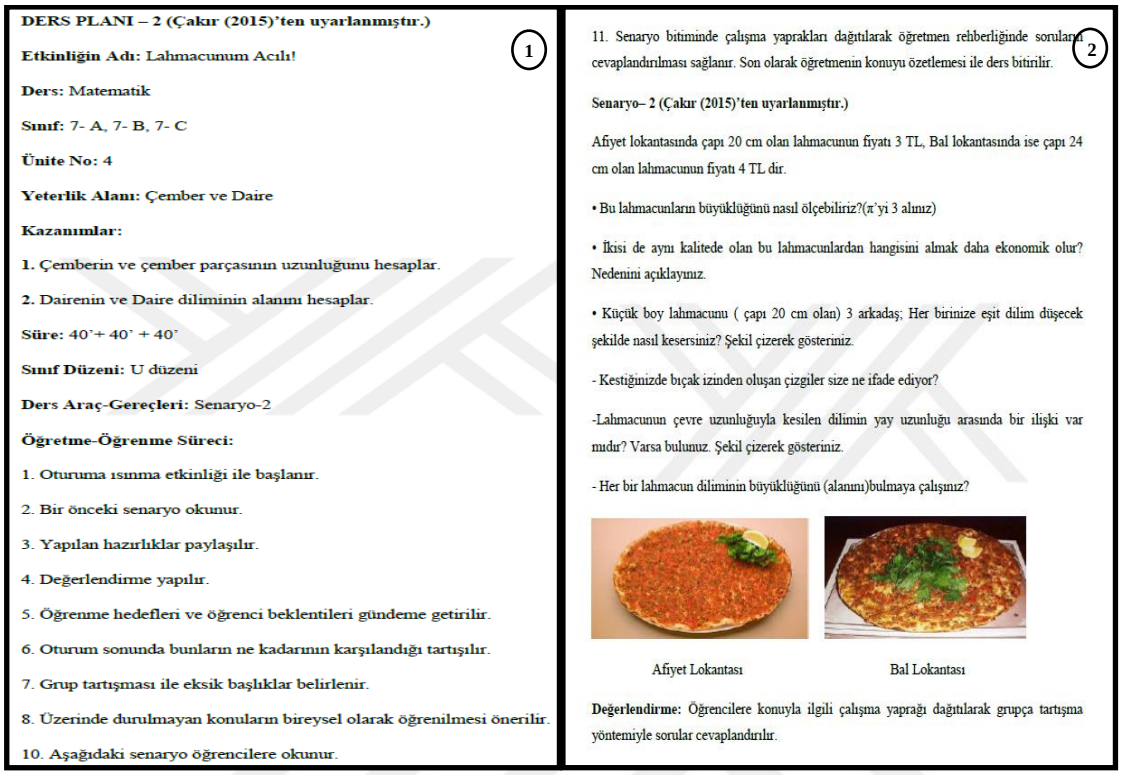
Türkiye'de tez çalışması kapsamında incelenen 2 çalışmada (A3, A17) VHGDD'ni artırmak için PDÖ yaklaşımı ile öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışmalar sırası ile tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

A3 kodlu çalışmada matematik dersinde kullanılan PDÖ yönteminin öğrencilerin van Hiele geometri düşünme düzeylerine etkisini incelemek amaçlanmıştır. PDÖ yönteminin kullanıldığı sınıflarda bir problemin çözüm yollarını arayan bu süreçte konuyla ilgili araştırma yapan aynı zamanda sınıftaki arkadaşlarıyla işbirliği yapabilen ve bulduğu çözüm yollarını tartışabilen öğrenciler ders sürecinde aktif bir rol oynamaktadır. Bu nedenle bu çalışmada bunun önemine vurgu yapılmış ve geometri öğretimi için iki üniteyi kapsayacak şekilde etkinlikler geliştirilmiştir. Bu bağlamda bu çalışmada kullanılan öğretim yönteminin nasıl uygulandığı ve gerçek yaşam temelli senaryoların nasıl hazırlandığı konularında detaylı açıklamalara yer verilmektedir.

Araştırmanın başlangıcında uygulama için gerekli izinler alınmış ve sonrasında veri toplama araçları hazırlanıp, çoğaltılıp araştırmacı tarafından uygulanmıştır. Uygulama grubuna öncelikle yöntem hakkkında bilgilendirme yapılmış olup süreç hakkında ayrıntılı bilgi verilmiştir. Hazırlanan problemler öğrencilere doküman şeklinde verilmiştir. Çember-daire ve çokgenler konularında hazırlanan problemlerin öğrencilerin grup çalışmasıyla değerlendirmesi istenmiştir. Grup çalışması yapmadaki amaç işbirlikçi ortamın yaratılması ve süreç içinde öğrencinin aktif rol alması istendiği içindir. Verilen problemlerin önce grup içinde tartışılması ve ardından elde edilen sonuçların tüm sınıfla paylaşılması istenmiştir. Çözülen problemlerin sonucunda eksik veya yanlış öğrenmeler tespit edilmiş ve giderilmeye çalışılmıştır. Bu uygulama 10 hafta boyunca toplamda 50 saatte tamamlanmıştır. Öğretimin başında ve yapılan testler bu sürecin dışında tutulmuştur. Diğer grupta ise dersler öğretim programı kapsamında gerçekleştirilmiştir.

**Şekil 77**

*A3 Kodlu Çalışma İçin Hazırlanan Örnek Ders Planı*



**DERS PLANI – 2 (Çakır (2015)'ten uyarlanmıştır.)** 1

**Etkinliğin Adı:** Lahmacunum Acılı!

**Ders:** Matematik

**Sınıf:** 7- A, 7- B, 7- C

**Ünite No:** 4

**Yeterlik Alanı:** Çember ve Daire

**Kazanımlar:**

**1.** Çemberin ve çember parçasının uzunluğunu hesaplar.

**2.** Dairenin ve Daire diliminin alanını hesaplar.

**Süre:** 40'+ 40' + 40'

**Sınıf Düzeni:** U düzeni

**Ders Araç-Gereçleri:** Senaryo-2

**Öğretme-Öğrenme Süreci:**

1. Oturuma ısınma etkinliği ile başlanır.
2. Bir önceki senaryo okunur.
3. Yapılan hazırlıklar paylaşılır.
4. Değerlendirme yapılır.
5. Öğrenme hedefleri ve öğrenci beklentileri gündeme getirilir.
6. Oturum sonunda bunların ne kadarının karşılandığı tartışılır.
7. Grup tartışması ile eksik başlıklar belirlenir.
8. Üzerinde durulmayan konuların bireysel olarak öğrenilmesi önerilir.
10. Aşağıdaki senaryo öğrencilere okunur.

11. Senaryo bitiminde çalışma yaprakları dağıtılarak öğretmen rehberliğinde soruların cevaplandırılması sağlanır. Son olarak öğretmenin konuyu özetlemesi ile ders bitirilir. 2

**Senaryo– 2 (Çakır (2015)'ten uyarlanmıştır.)**

Afiyet lokantasında çapı 20 cm olan lahmacunun fiyatı 3 TL, Bal lokantasında ise çapı 24 cm olan lahmacunun fiyatı 4 TL dir.

• Bu lahmacunların büyüklüğünü nasıl ölçebiliriz?(π'yi 3 alınız)

• İkisi de aynı kalitede olan bu lahmacunlardan hangisini almak daha ekonomik olur? Nedenini açıklayınız.

• Küçük boy lahmacunu ( çapı 20 cm olan) 3 arkadaş; Her birinize eşit dilim düşecek şekilde nasıl kesersiniz? Şekil çizerek gösteriniz.

- Kestiğinizde bıçak izinden oluşan çizgiler size ne ifade ediyor?

-Lahmacunun çevre uzunluğuyla kesilen dilimin yay uzunluğu arasında bir ilişki var mıdır? Varsa bulunuz. Şekil çizerek gösteriniz.

- Her bir lahmacun diliminin büyüklüğünü (alanını)bulmaya çalışınız?

Afiyet Lokantası Bal Lokantası

**Değerlendirme:** Öğrencilere konuyla ilgili çalışma yaprağı dağıtılarak grupça tartışma yöntemiyle sorular cevaplandırılır.

*Kaynak: (Altıntaş,2018, s:83-84)*

Şekil 77'de "Çember ve çember parçasının uzunluğunu hesaplar." kazanımı için hazırlanan etkinlik içeren örnek ders planı aşağıda verilmiştir.

Bu çalışmadan elde edilen sonuçlar incelendiğinde, uygulamada kullanılan PDÖ yaklaşımı kapsamında hazırlanan etkinliklerin öğrencilerin VHGDD'ni artırmada etkili olduğunu göstermektedir. Aynı zamanda geleneksel yöntemle ders işlenen grupta da van Hiele Teorisi'nin beş farklı öğrenme düzeyinde de öğrencilerin geometri düşünme düzeylerine katkı sağladığı görülmektedir. Nitekim başlangıç düzeyinde PDÖ konuların öğreniminde, geleneksel yöntemle ders işlenen gruba göre başarının daha fazla arttığı gözlemlenmiştir.

A17 kodlu araştırmada ortaokul matematik dersinde PDÖ yaklaşımının uygulanabilirliğini incelemek amaçlanmıştır. Bu bağlamda PDÖ yaklaşamının öğrencilerin çeşitli değişkenler (inanç, tutum, beceri vb.) ile van Hiele geometrik düşünme düzeyleri üzerindeki etkisine bakılmıştır. Deneysel desenin tercih edildiği araştırmada uygulama sırasında PDÖ yönteminin uygulanabilmesi için çeşitli materyaller hazırlanmıştır. 7. sınıf "Açılar ve Çokgenler" ünitesine yönelik olarak hazırlanan üç modülde PDÖ yönteminin temel ilkeleri esas alnmış ve senaryolar günlük yaşam bağlamında yazılmıştır. Ayrıca uygulama

esnasında kullanılacak olan çalışma yaprakları ve sorular da hazırlanmıştır. Değerlendirme yapmak üzere her modül sonrası formlar da oluşturulmuştur.

Modüllerin ve senaryoların hazırlanmasından önce ilgili literatür taranmıştır. Ayrıca senaryoların hazırlanmasından önce araştırmacı ilgili gözlemler yapmış ve konu ile ilgili detaylı bilgi sahibi olmuştur. "Açılar ve Çokgenler" ünitesini temel alacak çalışma için modüllerden biri açıları, diğeri üçgenleri ve bir diğeri de çokgenler konusu çerçevesinde yapılandırılmıştır. Uygulamada kullanılacak olan bu öğrenme aracına senaryolar genelden özele ve öğrenciye öğretirken düşündüren yapıdadır. Aynı zamanda bu aracı daha işlevsel hale getirmek için kavram haritaları da kullanılmıştır. Kavram haritalarındaki amaç araştırmacı için yol haritası olması niteliğindedir. Aynı zamanda öğrencilerin konuyu ne kadar iyi anlayıp anlamadığını da yardımcı olacaktır.

**Şekil 78**

*A17 Kodlu Çalışmada Hazırlanan Modüllerin Uygulanması Sırasında Ögrencilerden Beklenen Hedef Davranışlar*

**Öğrencilerin Çıkarması Beklenen Öğrenme Hedefleri**

| Modül Adı | Konu | Oturumlar | Hedefler |
|---|---|---|---|
| Acemi Güvenlik Görevlisi | Açılar | 1. Oturum | Sorunun belirlenmesi, hipotezlerin ortaya koyulması ve tartışılması, yön kavramının çıkarılması, |
| | | 2. Oturum | Yeni bilgilerle hipotezlerin daraltılması, Yöndeş ve ters açı kavramının çıkarılması, |
| | | 3. Oturum | Senaryonun sonlandırılması, Bilgi transferi sağlayan soruların sorulması, yöndeş ve ters açı kavramlarını kullanarak senaryodaki sorunun çözülmesi, |
| İlginç Ev Projeleri | Üçgenler | 1. Oturum | Problemin belirlenmesi, hipotezlerin ortaya koyulması, geometrik şekilleri tartışma, |
| | | 2. Oturum | Yeni bilgilerle hipotezlerin daraltılması, üçgen çizebilme, üçgenin elemanları ve birbirleriyle ilişkilerinin çıkarılması, |
| | | 3. Oturum | Üçgenin çevresi ve alanını hesaplayarak senaryonun sonlandırılması, |
| Geometri Parkı | Çokgenler | 1. Oturum | Sorunun belirlenmesi, hipotezlerin ortaya koyulması, geometrik şekillerin araştırılması, |
| | | 2. Oturum | Yeni bilgilerle hipotezlerin daraltılması, dörtgenlerin özelliklerinin çıkarılması, |
| | | 3. Oturum | Dörtgenlerin çevresi ve alanını hesaplayarak senaryonun sonlandırılması. |

*(Kaynak: Cantürk- Günhan, 2006, s:168)*

Şekil 78'de açılar, üçgenler ve çokgenler konularına ilişkin olarak hazırlanan modüllerin her biri için hedeflenen davramışların yer aldığı görsel verilmiştir.

Öğrenme hedeflerine dayalı olarak hazırlanan modüller için uzman görüşleri alındıktan sonra gerekli düzenlemelerle son hali verilmiştir. Asıl uygulamaya geçmeden üç hafta önce pilot çalışma yapılmış ve yaşanan sorunlar tespit edilmiş ve bu doğrultuda yapılandırılmaya gidilmiştir. Araştırmanın PDÖ yaklaşımının ve kontrol grubunun uygulaması aşağıda detaylı bir şekilde açıklanmıştır:

PDÖ yaklaşımı kullanarak yapılan uygulama süreci:

- Araştırmanın uygulaması altı hafta sürmüş olup her modül yaklaşık 8 ders saatinde uygulanmıştır.
- Uygulama esnasında öğrenciler beşerli gruplara ayrılmış ve her hafta bu gruplardaki öğrencilerin yer değiştirmesi istenmiştir. Böylece işbirlikçi ortam yaratılmış olup öğrencilerin farklı kişilerle çalışması sağlanmıştır.
- Araştırmacı tarafından öğrencilere uygulamanın amacından bahsedilmiş ve sürecin nasıl olacağında dair bilgilendirme yapılmıştır.
- Sürecin sağlıklı yürütülebilmesi için alınacak önlemlerden bahsedilmiştir.
- Her uygulama öncesi öğrencilerin aktif olduğu ve ısınma aşanması için günlük yaptıkları faaliyetlerden veya hoşlandıkları konulardan kısa süreli de olsa bahsedilmesi istenmiştir.
- Her modülün uygulanması sırasında öğrencilerin ön bilgilerini grup içerisinde beyin fırtınası tekniğiyle ortaya çıkarmalarını ve kendileri için öğrenme hedefleri belirlemeleri istenmiştir.
- Uygulama esnasında araştırmacı gözlemci ve rehber konumunda olmuştur.
- Uygulama sırasında öğrenmeyi daha güçlü kılacak nitelikte hazırlanan çalışma yaprakları, tangram ve sorularla sürece destek sağlanmıştır.
- Her modül bitiminde konuyla ilgili problem çözümü dersleri yapılmıştır.
- Modüllerin sonunda ögrencilere, kendi öz değerlendirmelerini, süreci ve araştırmacıyı değerlendirmeleri için değerlendirme formları verilmistir
- Uygulama esnasında öğrencilerin davranışlarının değerlendirilmesi için araştırmacı tarafından öğrenci değerlendirme formları doldurulmuştur.
- Uygulama bitiminde PDÖ yöntemi hakkında görüşmeler yapılmıştır.

Geleneksel uygulama için izlenen süreç:

- Kontrol grubunda ise öğretmenler düz anlatım yöntemi ile dersleri işlemiştir.

- Öğrencilerin not tutmaları istenmiş ve ders esnasında konuyla ilgili sorular sorulmuştur.
- Ders sonunda anlatılan konunun özeti yapılarak ders bitirilmiştir.

Bu araştırma sonuçları incelendiğinde, PDÖ yaklaşımı kullanılarak işlenen derslerin öğrencilerin VHGDD'ni geleneksel yönteme göre daha fazla geliştirdiği görülmüştür.

- *Geometrik Çizim Yöntemleri Kullanılarak Yapılan Öğretim:*

Türkiye'de tez çalışması kapsamında incelenen 2 çalışmada (A40, A43) VHGDD'ni artırmak için geometrik çizim yöntemleri kullanılarak ile öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışmalar sırası ile tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

A40 kodlu çalışmada, temel geometrik çizim uygulamalarında pergel-cetvel kullanılarak yapılan öğretim uygulamalarının öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerine ve matematiğe yönelik tutumlarına nasıl etki ettiğini belirlemek amacıyla yapılmıştır.

Temel geometrik çizim uygulamaları haftada 2'şer saat ve toplamda 5 haftalık süre zarfında 2. ve 4. sınıf öğrencileri ile farklı ders saatlerinde gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte pergel ve cetvel kullanarak gerçekleştirmeleri gereken (bir doğru parçasının taşıma, verilen verilerden yola çıkarak üçgen çizimi, üçgenin iç açıortaylarının kesim noktasının bulunması gibi) çalışmaları içeren yaprakları öğretmen adaylarına verilmiştir. Uygulama aşamasında öğretmen adaylarından adım adım çizim yapmaları, bu çizimlerini farklı bir şekilde gerçekleştirmeleri ve çizimlerinin nasıl yapıldığını açıklamaları istenmiştir. Ayrıca uygulama öncesi ve sonrasında adaylara van Hiele geometrik düşünme düzey testi ve matematiğe yönelik tutum ölçeği uygulanmıştır.

Araştırma sonuçlarına göre öğretmen adaylarının uygulama öncesinde van Hiele Teorisi'ne göre farklı düzeylerde dağılım gösterdikleri bulunmuştur. Yapılan temel geometrik çizim uygulamaları sonucunda ise temel düzeylerde (1 ve 2) öğretmen adayı bulunmazken, üst düzeylerde (4 ve 5) yoğunluk artmıştır.

A43 kodlu çalışma, geometrik çizimler konusunun farklı çizim araç ve yöntemlerinin kullanılması ile tasarlanmış öğrenme ortamının öğrencilerin geometri başarılarına, tutumlarına ve van Hiele geometri anlama düzeylerine olan etkisini belirlemek amacıyla yapılmıştır. Yeni hazırlanan müfredat kapsamında geometrik çizimle konusu daha önem kazanmış ve çizimlerin farklı araçlarla yapılmasına vurgu yapılmıştır. Bu çalışmada da hazırlanacak olan etkinliklerin yeni müfredat ışığında yapılmasına karar verilmiştir. Farklı çizim uygulamalarının öğrenciler üzerindeki etkisini yordayabilmek için dersler 8. sınıflarla pergel-cetvel materyalleri ile 7. sınıftaki dersler ise açıölçer-cetvel ve katlama yöntemleri

kullanılarak sürdürülmüştür. Sınıflar için kullanılan materyaller farklı olsa her iki grupta da dersler aynı konu sırası ile yürütülmüştür. Uygulamalar 6 haftalık bir süre zarfında haftada 2 saat olmak üzere iki grupta da devam etmiştir. Bu uygulamalar araştırmacının görev yaptığı okulda derslerine girdiği kendi öğrencileriyle yapıldığından doğal bir öğrenme ortamı sağlanmıştır. Uygulamalar sonucunda toplanan veriler 3 farklı amaca yöneliktir;

1. farklı çizim yöntemleri kullanmanın farklı gruplardaki öğrencilerin konuya ilişkin sorulan sorulara verdikleri cevaplarda van Hiele anlama düzeylerine göre gösterdiği çeşitliliği tespit edebilmek için iki fraklı gruptan da rastgele seçilen öğrencilerle klinik mülakatlar yapılarak cevapların van Hiele anlama düzeylerine göre analizleri yapılmıştır. Yapılan mülakatlarla derslerde yoğun olarak kullandıkları araçları farklı araçlara aktarıp aktaramadıkları da bu amaç kapsamında araştırılmıştır. Örnek verilecek olursa, derslerde baskın olarak katlama ve açı ölçerle çizim yapan öğrencilerin bilgilerini pergel çizimlerinde de kullanıp kullanamadıkları araştırılmıştır.

2. öğrenci başarılarının geometrik çizimler konusunda farklılaşıp farklılaşmadığını da tespit etmek için her iki gruba da 10 soruluk geometrik çizimler sınavı uygulanmıştır. Burdaki etkiyi daha iyi görebilmek adına başka bir okulun hiç bu dersi almamış 7. sınıflarında da uygulama yapılmıştır. Elde edilen verilerde geometrik düşünme düzeylerine bakılmadan sadece öğrencilerin çizimlerini hangi oranda doğru yaptıklarına bakılmıştır.

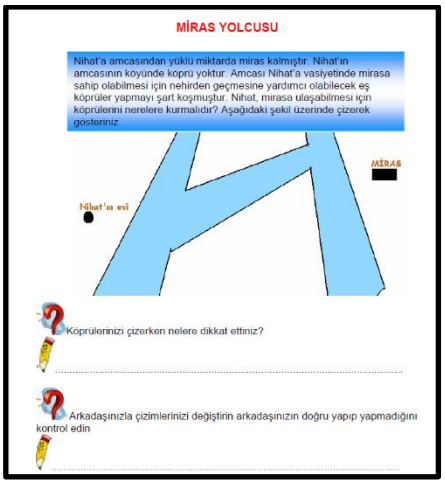
3. öğrencilerin algılarında farklılıp olup olmadığını tespit etmek için her iki gruba da 15 soruluk geometrik çizimler tutum testi uygulanmıştır.

Geometrik çizimler konusu yeni ilköğretim matematik programında 6. sınıf konuları arasında yer almaktadır. Doğrudan programda böyle bir üniteye yer verilmeyip konular arasına dağıtılmıştır. Bu dağıtılmış kazanımlar toplanarak bu çalışma için oluşturulmuştur. Kazanımlar incelendiğinde pergel ve cetvelle konunun işlenmesi gerektiği vurgulanmakta ve farklı çizim yöntemlerine fırsat vermemektedir. Bu çalışmada 6 haftalık süre zarfında deney grubu öğrencileri ile yeni müfredat doğrultusunda hazırlanan müfredat ile dersler yürütülürken, kontrol grubuyla eski müfredat kullanılarak derslere devam edilmiştir.

Kazanımlar dikkate alınarak hazırlanan ünitede haftalık olarak konular işlenmiştir. Konuların derslerde uygulanması için araştırmacı tarafından geliştirilmiş etkinliklerden kitapçık hazırlanmış ve öğrencilere dağıtılmıştır. Aşağıda “Bir doğru parçasına eş doğru parçası oluşturma.” kazanımına ilişkin olarak hazırlanan etkinlik örneğine yer verilmiştir:

**Şekil 79**

*A43 Kodlu Çalışmada Yer Alan "Miras Yolcusu" Etkinliği*




*(Kaynak: Güven, 2006, s:132)*

Bu çalışmanın sonuçlarına bakıldığında deney grubunda uygulanan yöntem ve oluşturulan programın öğrencilerin, geometrik şekilleri tanımlamalarına, özelliklerini ilişkilendirmelerine ve sınıflandırma yapmalarına ve bunlardan yola çıkarak van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin yükseltmelerinde pergel kullanılan gruba göre çok yardımcı olmaktadır.

- *Kavram Haritalarıyla Yapılan Öğretim:*

Türkiye'de tez çalışması kapsamında incelenen A2 kodlu çalışmada VHGDD'ni artırmak için kavram haritalarıyla öğretim yapılmıştır. Bu çalışma aşağıda tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

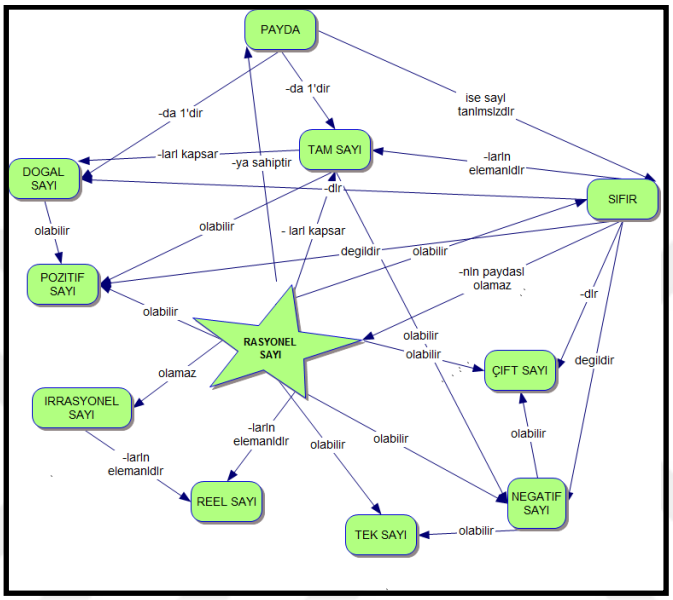
A2 kodlu çalışmada öğretmen adaylarının geometri kavram bilgilerini ve ilişkilerini, oluşturdukları kavram haritalarıyla derinlemesine incelemek ve van Hiele geometrik düşünme düzeylerine yansımasının nasıl olduğunu belirlemek amaçlanmıştır. Bu nedenle araştırmanın uygulaması her sınıf için yaklaşık 95 dakikalık bir süre içerisinde ve tek oturumda gerçekleşmiştir. Uygulama, öğretmen adaylarının kendi ders saatlerinde ve dersin öğretim elemanı sınıftayken yapılmıştır. Uygulama süreci üç bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde öğretmen adaylarına kavram haritası anlatılmış, ikinci bölümde öğretmen adayları kendi geometri kavram haritalarını oluşturmuş, üçüncü bölümde ise öğretmen adayları van Hiele geometri testini çözmüşlerdir. Bölümlerin açıklamaları aşağıda detaylıca verilmiştir;

*1. Öğretmen Adaylarına Kavram Haritasının Anlatılması:* Uygulamanın bu ilk bölümü yaklaşık 20 dakikada öğretmen adaylarına "Daha önce kavram haritası gördünüz mü?", "Kendiniz bir kavram haritası oluşturdunuz mu?", "Hangi konuda harita oluşturdunuz?" soruları sorularak başlamıştır. Bu ilk bölümde amaç öğretmen adaylarının kavram haritası

hakkındaki ön bilgilerini belirlemektir. Genelde öğretmen adayları kavram haritalarıyla daha önce karşılaştıklarını ve konu hakkında bilgi sahibi olduklarından bahsetmiştir. Fakat hiçbiri daha önce geometri konusunda bir kavram haritası oluşturduğundan bahsetmemiştir. Bu bağlamda araştırmacı tarafından oluşturulmuş rasyonel sayılar konusunu anlatan örümcek ağı yapısındaki kavram haritası örneği adaylara verilmiştir.

**Şekil 80**

*Örümcek Ağı Yapısındaki Bir Kavram Haritası*




*(Kaynak: Akkurt, 2010, s:100)*

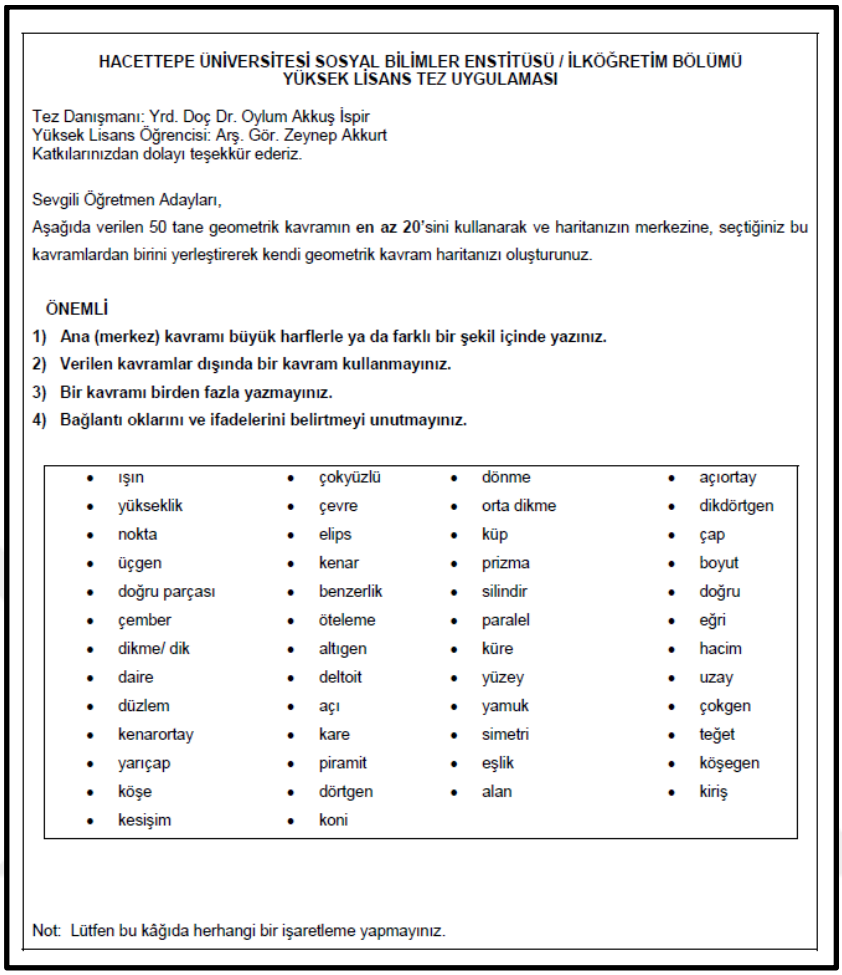
Şekil 80'de rasyonel konusu için hazırlanmış örümcek ağı yapısındaki kavram haritası yer almaktadır.

Ön uygulama sırasında daha önce matematikte kavram haritası oluşturmamış öğretmen adaylarına örümcek yapılı bir kavram haritası verilmesinin amacı kendilerinden de bu yapıda istenecek olmasıdır. Öğretmen adayları, verilen örnek haritayı detaylıca incelemiş ve araştırmacı, kavram haritalarının genel özelliklerinden, faydalarından ve yapısından bahsetmiş ve gelen soruları cevaplandırmıştır. Örnek haritaların detaylı incelenmesi bittikten sonra bu haritalar geri araştırmacı tarafından toplanmıştır.

*2. Öğretmen Adaylarının Kendi Geometri Kavram Haritalarını Oluşturmaları:* Bu bölüm yaklaşık 40 dakikalık bir süreçte uygulanmıştır. Öğretmen adaylarına 50 geometri kavramın bulunduğu uygulama kâğıdı ile boş bir A4 kağıdı verilmiştir.

**Şekil 81**

*A2 Kodlu Çalışmada Kullanılan Uygulama Kağıdı*



HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ / İLKÖĞRETİM BÖLÜMÜ
YÜKSEK LİSANS TEZ UYGULAMASI

Tez Danışmanı: Yrd. Doç Dr. Oylum Akkuş İspir
Yüksek Lisans Öğrencisi: Arş. Gör. Zeynep Akkurt
Katkılarınızdan dolayı teşekkür ederiz.

Sevgili Öğretmen Adayları,

Aşağıda verilen 50 tane geometrik kavramın **en az 20**'sini kullanarak ve haritanızın merkezine, seçtiğiniz bu kavramlardan birini yerleştirerek kendi geometrik kavram haritanızı oluşturunuz.

**ÖNEMLİ**

1) **Ana (merkez) kavramı büyük harflerle ya da farklı bir şekil içinde yazınız.**
2) **Verilen kavramlar dışında bir kavram kullanmayınız.**
3) **Bir kavramı birden fazla yazmayınız.**
4) **Bağlantı oklarını ve ifadelerini belirtmeyi unutmayınız.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| • ışın | • çokyüzlü | • dönme | • açıortay |
| • yükseklik | • çevre | • orta dikme | • dikdörtgen |
| • nokta | • elips | • küp | • çap |
| • üçgen | • kenar | • prizma | • boyut |
| • doğru parçası | • benzerlik | • silindir | • doğru |
| • çember | • öteleme | • paralel | • eğri |
| • dikme/ dik | • altıgen | • küre | • hacim |
| • daire | • deltoit | • yüzey | • uzay |
| • düzlem | • açı | • yamuk | • çokgen |
| • kenarortay | • kare | • simetri | • teğet |
| • yarıçap | • piramit | • eşlik | • köşegen |
| • köşe | • dörtgen | • alan | • kiriş |
| • kesişim | • koni | | |

Not: Lütfen bu kâğıda herhangi bir işaretleme yapmayınız.

*(Kaynak: Akkurt, 2010, s:92)*

Öğretmen adaylarından oluşturacakları kavram haritasının özgün olacağı, zihinsel yapılarındaki resmi ortaya çıkarması bakımından kimseyle ortak çalışma yapmamaları konusunda bilgilendirilmişlerdir. Adaylara verilen boş kâğıdı kendi demografik bilgileriyle doldurmaları istenmiş ve sonrasında araştırmacıya konuyla ilgili sorular sorabilceklerini belirtmişlerdir. Uygulama sırasında öğretmen adayları tarafından konuyla alakalı sıkça sorular sorulmuş ve çok müdahele olmadan araştırmacı tarafından cevaplandırılmaya çalışılmıştır. Tüm adaylar kavram haritalarını tamamladıktan sonra, her iki uygulama kâğıdı da araştırmacı tarafından toplanmıştır.

*3. Öğretmen Adaylarının Van Hiele Geometri Testi'ni Çözmeleri:* Son bölüm yaklaşık 35 dakika süre zarfında gerçekleştirilmiştir. Bu testteki amaç adayların geometrik düşünme düzelerinin belirlenmesi olup kısa bir önem konuşması yapıldıktan sonra adayların testi çözmesi için istekli olması beklenmiştir. Daha sonra 25 sorudan oluşan van Hiele geometri testi adaylara dağıtılmıştır.

Bu testin de uygulanmasıyla birlikte araştırmanın uygulama süreci yaklaşık 95 dakika içerisinde tamamlanmıştır.

Bu çalışmadan elde edilen sonuçlara bakıldığında öğretmen adayları tarafından oluşturulan kavram haritalarının içerik ve yapıları van Hiele geometrik düşünme düzeylerine bağlı olarak değiştiği gözlemlenmiştir. Yani geometrik düşünme düzeyleri ile kavram haritalarından elde ettikleri puanların orantılı olduğu görülmüştür. Bu bağlamda öğrencilerin VHGDD'nin, geometri deneyim ve içerik bilgisinin kavram haritalarıyla ortaya çıkarılabilmesi açısından etkili araçlar olduğu görülmektedir.

- *Oluşturmacı Öğrenmeyle Yapılan Öğretim:*

Türkiye'de tez çalışması kapsamında incelenen A10 kodlu çalışmada VHGDD'ni artırmak için oluşturmacı öğrenme ile öğretim yapılmıştır. Bu çalışma aşağıda tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

A10 kodlu çalışma, geometri öğretiminde kullanılan oluşturmacı yaklaşımın sınıf öğretmeni öğretmen adaylarının van Hiele geometrik düşünme düzeylerine ve akademik başarılarına etkisini belirlemek amacıyla yapılmıştır.

Bu çalışma, lisans Temel Matematik II dersinin geometri öğrenme alanında haftada iki saat olmak üzere altı haftalık süreçte uygulanmıştır. Uygulamaya başlamadan önce öğretmen adaylarına geometri başarı testi ve van Hiele geometri düşünme düzeyleri testi uygulanmıştır. Uygulanan test sonuçlarına göre ile deney ve kontrol grubunun denkliği sağlanmıştır. Sonrasında deney grubundaki öğretmen adaylarına konuya başlamadan önce ürün seçki dosyası hazırlama ve kullanılacak olan öğretim yaklaşımı ile ilgili ön bilgiler verilmiştir. Verilen eğitim içeriğinde oluşturmacı öğretim yaklaşımının ders sürecinde kullanılmasına ilişkin bazı temel bilgilere vurgular yapılmıştır. Yaklaşımın temel ilkeleri dikkate alınarak yapılacak öğrencinin aktif olacağı grup çalışmaları, problem çözme etkinlik ve materyalleri geliştirilmiştir. Bu çalışma kapsamında hazırlanan bir etkinlik örneği şu şekildedir; "Dörtgen Etkinliği" başlığıyla hazırlanan etkinlikte amaç, öğrencilerin konu hakkındaki ön bilgilerini tespit etmek, gerekli dönüşümlerle oluşturulan dörtgenlerin eşit olduğunu öğrencilere sezdirmektir. Bu amaçla öğrencilerin gruplar oluşturulması istenmiş ve dağıtılan noktalı kağıtlara kendilerinin bildikleri 3x3'lük dörtgenleri çizmeleri istenmiştir. Çizilen dörtgenlerden farklı büyüklükte oluşturulan karelerin birbirinden farklı olup olmadığı konusu kendi aralarında tartışma yaratmıştır. Bu nedenle grup çalışmasından sonra sınıfla yapılan tartışmalarla öğrencilere iki geometrik şekil arasındaki benzerlik ve farklılıklar sezdirilmeye çalışılmıştır. Aynı zamanda bazı grupların da dönüşümler yapıldıktan sonra oluşan şekillerin eşit olup olmadığı konusunda sıkıntı yaşadıkları tespit edilmiştir. Öğretmen

rehberliğinde yapılan tartışma sonucuna göre şekillere yapılan dönüşüm hareketlerinin şekillerde bir değişikliğe neden olmadığı öğrenciler tarafından anlaşılmıştır. Son aşamada ise gruplar çizebildikleri tüm dörtgenleri belirledikten sonra sınıf ortamında diğer gruplarla paylaşmışlardır. Oluşturulan her yeni şekil tanıtılmış ve daha önce oluşturulan şekillerle benzerlik ve farklılıkları konuşulmuştur.

Oluşturmacı yaklaşımı benimseyip buna uygun olarak hazırlanan bu tür materyal ve etkinliklerin öğrencilerin süreçte aktif olduğunu ve neden-sonuç çıkarımlarıyla öğrenmede etkili olduğunu göstermektedir. Bu çalışmada araştırmacı sadece rehber konumunda olup ihtiyaç duyulduğunda gerekli yardımlarda bulunmuştur. Ayrıca süreç sonunda oluşturulan sınıf içi/dışı tüm çalışmalar ürün seçki dosyalarına konulmuştur. Aynı zamanda öğrencilerden bu süreçte öğrendikleri, öğrenemedikleri durumları ve duygu, düşüncelerini içeren günlük tutmaları da istenmiştir. Uygulama sürecinde oluşturulan grup çalışmalarından sonra akran değerlendirilmesi de yapılmıştır.

Kontrol grubunda ise bu süreçte dersler geleneksel yöntemle işlenmiş olup; düz anlatım, soru-cevap ve gösterip yaptırma yöntemleri işe koşulmuştur. Konu öğrencilere düz anlatım yapıldıktan sonra, konuyu pekiştirmek adına problem çözümüne geçilmiştir. Anlaşılmayan yerler için tekrar kısa özetler yapılmış ve öğrencilerin anlamadığı yerleri sormaları için cesaretlendirilmiştir. Anlatılan konu niteliğinde uygun ve yeterli sayıda problem çözümü yapıldıktan sonra ders bitirilmiştir.

Yapılan öğretimler sonucunda öğretmen adaylarına tekrar geometri başarı testi ve van Hiele geometri düşünme düzeyleri testi uygulanmıştır.

Bu çalışmanın sonucunda ise öğretim yapılan grupta van Hiele geometri düşünme düzeyleri açısından anlamlı bir fark bulunmuştur. Bu nedenle oluşturmacı öğrenme yaklaşımı ile yapılan öğretimin öğretmen adaylarının VHGDD'ni olumlu yönde etkilediği görülmektedir.

- *Geometrik-Mekanik Zekâ Oyunları ile Yapılan Öğretim:*

Türkiye'de tez çalışması kapsamında incelenen A27 kodlu çalışmada VHGDD'ni artırmak için geometrik-mekanik zekâ oyunları ile öğretim yapılmıştır. Bu çalışma aşağıda tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

A27 kodlu araştırmada, geometrik-mekanik zekâ oyunlarının öğretim sürecinde kullanılmasının öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin gelişimine nasıl etkisinin olduğunun belirlenmesi amaçlanmıştır. Araştırma bir devlet üniversitesinde öğrenim gören ilköğretim matematik öğretmen adaylarıyla tek grup desenli ön test-son test deneysel desene göre tasarlanmış olup, iki deney grubu ile yürütülmüştür. Uygulama, 9 hafta boyunca haftada ikişer saat olmak üzere gerçekleştirilmiştir. Uygulamaya başlanmadan önce her iki

deney grubuna da geometrik düşünme testi ön test olarak uygulanmıştır. Sonrasında bu gruplarla her oyun için üçer hafta olmak üzere Katamino, Q.bitz Extreme, Architecto oyunları uygulanmıştır. Uygulanan oyunlardaki kuralları da dikkate alınarak başlangıç, orta ve ileri düzey olmak üzere üç aşama şeklinde sunulmuştur. Bu süreçte her iki deney gruplarıyla yapılan uygulamalar aynıdır. İki deney grubu arasındaki tek fark, deney-I grubunda somut materyallerle, deney-II grubunda ise uygulamaların bilgisayar ortamında sunulmasıdır. Uygulama sonrasında, deney- I ve deney-II gruplarına geometri düşünme testi son test olarak uygulanmıştır.

Uygulama sürecinde somut materyal olarak kullanılan Q.bitz Extreme, Katamino ve Architecto oyunları üniversitenin bilimsel araştırma proje desteği kapsamında satın alınmıştır. Uygulamanın bilgisayar ortamındaki Q.bitz Extreme, Katamino ve Architecto oyunları ise orjinallerinin birebir aynısı olacak şekilde bilgisayar mühendisi ve araştırmacı ile birlikte geliştirilmiştir.

Araştırma sonuçları incelendiğinde ise, hem bilgisayar ortamında hem de somut materyallerle gerçekleştirilen etkinliklerle yapılan öğrenme ortamında öğretmen adaylarının VHGDD'ni arttırdığı gözlemlenmiştir.

- *Buluş Yoluyla Yapılan Öğretim:*

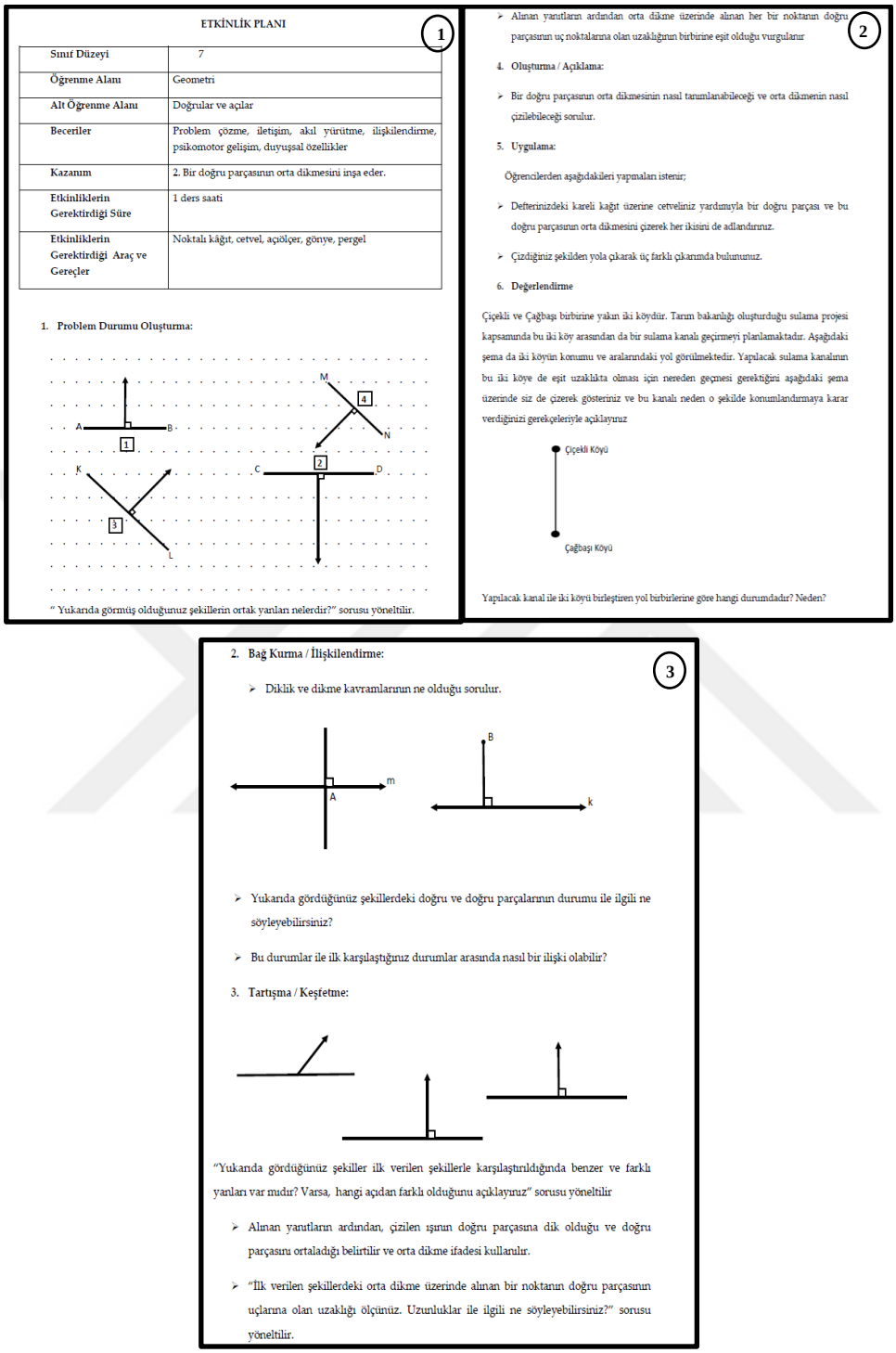
Türkiye'de tez çalışması kapsamında incelenen A64 kodlu çalışmada VHGDD'ni artırmak için buluş yolu ile öğretim yapılmıştır. Bu çalışma aşağıda tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

A64 kodlu araştırmada, buluş yoluyla öğrenme stratejisinin kullanıldığı öğretim uygulamasının 7. sınıf öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesinde etkili olup olmadığını incelemek amacıyla yapılmıştır.

Deneysel çalışma kapsamında ilk olarak kontrol ve deney gruplarına öntest-sontest olarak van Hiele geometrik düşünme düzeyleri testi uygulanmıştır. Öğretim uygulamasının yapıldığı grupta dersler araştırmacı tarafından hazırlanan etkinlikler doğrultusunda işlenmiştir. Hazırlanan etkinlikler matematik öğretim programındaki 19 kazanımı (doğrular ve açılar, çokgenler, eşlik ve benzerlik, çember ve daire) içermekte olup toplamda 28 ders saatini kapsamaktadır. Ayrıca etkinlikler buluş yolu öğrenme stratejisine uygun olarak hazırlanmıştır. Kontrol grubunda ise dersler matematik öğretim programına ve ders kitabına bağlı olarak işlenmiştir. Aşağıda doğrular ve açılar alt öğrenme alanına ilişkin örnek bir etkinlik planı yer almaktadır;

**Şekil 82**

*A64 Kodlu Çalışmada Yer Alan Örnek Bir Etkinlik Planı*



ETKİNLİK PLANI

| | |
|---|---|
| Sınıf Düzeyi | 7 |
| Öğrenme Alanı | Geometri |
| Alt Öğrenme Alanı | Doğrular ve açılar |
| Beceriler | Problem çözme, iletişim, akıl yürütme, ilişkilendirme, psikomotor gelişim, duyuşsal özellikler |
| Kazanım | 2. Bir doğru parçasının orta dikmesini inşa eder. |
| Etkinliklerin Gerektirdiği Süre | 1 ders saati |
| Etkinliklerin Gerektirdiği Araç ve Gereçler | Noktalı kâğıt, cetvel, açıölçer, gönye, pergel |

1. Problem Durumu Oluşturma:



" Yukarıda görmüş olduğunuz şekillerin ortak yanları nelerdir?" sorusu yöneltilir.

- Alınan yanıtların ardından orta dikme üzerinde alınan her bir noktanın doğru parçasının uç noktalarına olan uzaklığının birbirine eşit olduğu vurgulanır

4. Oluşturma / Açıklama:

- Bir doğru parçasının orta dikmesinin nasıl tanımlanabileceği ve orta dikmenin nasıl çizilebileceği sorulur.

5. Uygulama:

Öğrencilerden aşağıdakileri yapmaları istenir;

- Defterinizdeki kareli kağıt üzerine cetveliniz yardımıyla bir doğru parçası ve bu doğru parçasının orta dikmesini çizerek her ikisini de adlandırınız.
- Çizdiğiniz şekilden yola çıkarak üç farklı çıkarımda bulununuz.

6. Değerlendirme

Çiçekli ve Çağbaşı birbirine yakın iki köydür. Tarım bakanlığı oluşturduğu sulama projesi kapsamında bu iki köy arasından da bir sulama kanalı geçirmeyi planlamaktadır. Aşağıdaki şema da iki köyün konumu ve aralarındaki yol görülmektedir. Yapılacak sulama kanalının bu iki köye de eşit uzaklıkta olması için nereden geçmesi gerektiğini aşağıdaki şema üzerinde siz de çizerek gösteriniz ve bu kanalı neden o şekilde konumlandırmaya karar verdiğinizi gerekçeleriyle açıklayınız



Yapılacak kanal ile iki köyü birleştiren yol birbirlerine göre hangi durumdadır? Neden?

2. Bağ Kurma / İlişkilendirme:

- Diklik ve dikme kavramlarının ne olduğu sorulur.



- Yukarıda gördüğünüz şekillerdeki doğru ve doğru parçalarının durumu ile ilgili ne söyleyebilirsiniz?
- Bu durumlar ile ilk karşılaştığınız durumlar arasında nasıl bir ilişki olabilir?

3. Tartışma / Keşfetme:



- Alınan yanıtların ardından, çizilen ışının doğru parçasına dik olduğu ve doğru parçasını ortaladığı belirtilir ve orta dikme ifadesi kullanılır.
- "İlk verilen şekillerdeki orta dikme üzerinde alınan bir noktanın doğru parçasının uçlarına olan uzaklığı ölçünüz. Uzunluklar ile ilgili ne söyleyebilirsiniz?" sorusu yöneltilir.

*(Kaynak: Özcan ve Türnüklü, 2013, s:43-44-45)*

Şekil 82'de "Bir doğru parçasının orta dikmesini inşa eder." kazanımı doğrultusunda buluş yolu öğretim stratejisinin kullanıldığı etkinlik planına ait görsel verilmiştir.

Araştırma sonucunda, buluş yoluyla öğrenme stratejisinin kullanıldığı öğrenme ortamında kullanılan etkinliklerin öğrencilerin VHGDD'ni geliştirdiği söylenmektedir.

- *Somut ve Sanal Manipülatif Destekli Eğitim:*

Türkiye'de tez çalışması kapsamında incelenen A72 kodlu çalışmada VHGDD'ni artırmak için somut ve sanal manipülatif destekli ile öğretim yapılmıştır. Bu çalışma aşağıda tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

A72 kodlu araştırmada, 5. sınıf öğrencilerin, sanal ve somut manipülatif kullanarak yapılan öğretim uygulamasında "Geometrik yapıları inşa etme ve çizme" dersindeki geometri başarılarına etkisi araştırılmak istenmiştir. Aynı zamanda geometrik düşünme düzeyleri ve uzamsal yeteneklerinin geometrik başarılarını etkileyip etkilemediği de incelenmiştir.

Uygulama 5. sınıf "Geometrik yapıları inşa etme ve çizme" konusunda yer alan kazanımlara yönelik olarak olarak tasarlanan etkinlikler doğrultusunda yapılmıştır. Deneysel desenle yürütülen bu çalışmada uygulama grubuna hafta boyunca 5 ders saatinde araştırmacı tarafından hazırlanan etkinliklerle çalışma yaprakları eşliğinde dersler yapılmıştır. Öğrencilere hazırlanan etkinliklerde önce somut materyallerle çalışma ortamı sağlanmış sonrasında çalışma yapraklarındaki şekilleri bilgisayara aktarıp soyutlaştırmaları istenmiştir. Uygulama sonunda yapılan etkinliklerin çalışma kağıtlarında yer alan değerlendirme sorularını öğrenciler araştırmacıyla beraber çözmüşlerdir.

Bu uygulama için hazırlanan etkinliklerin kısaca amaçlarına değinmek gerekirse;

1. etkinlikte amaç verilen açınımların küpe ait olup olmadığını belirleyebilmeleridir. Aynı zamanda bu etkinlikte amaç doğrultusunda öğrencilerin önce tahmin etmeleri sonrasında çalışma kağıtlarındaki verilen açınımları keserek birleştirmeleri ve bilgisayar yardımıyla bunları görselleştirip anlamlandırmaları beklenmektedir.

2. etkinlikte amaç verilen açınımların dikdörtgenler prizmasına ait olup olmadığını belirleyebilmeleri ve verilen şeklin dikdörtgenler prizması olabilmesi için gerek ve yeter şartların bilincinde olmalarıdır.

3. etkinlikte amaç öğrencilere verilen bir yapının kaç birim küpten yapıldığını söyleyebilmeleri ve kendilerinden de bu yapıyı tekrar oluşturabilmeleridir.

4. etkinlikte amaç verilen açınımların kapatıldığında kübe ait olup olmadığını belirleyebilmeleri ve verilen şeklin küpün açınımı olabilmesi için gerek ve yeter şartların bilincinde olmalarıdır.

5. etkinlik ve son etkinlikte amaç verilen şekillerin hacimlerinin kaç birim küpten meydana geldiğinin bulunmasıdır.

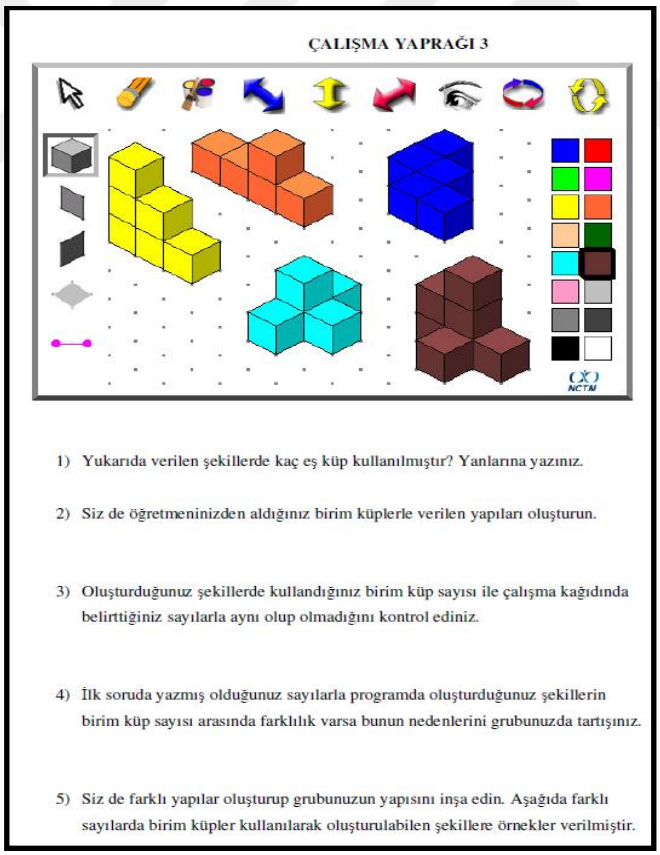
*Uygulama yapılan sınıftaki örnek bir dersin işlenişi aşağıdaki gibidir;*

3. etkinlik için sınıfta gruplar oluşturulmuş ve her bir gruba verilmek üzere dizüstü bilgisayar, birim küpler ve etkinlik için hazırlanan çalışma yaprakları getirilmiştir. Çalışma

yaprağı aşağıdaki görselde verilmiştir. Uygulama esnasında gruplara bilgisayarlar ve çalışma yaprakları dağıtılmıştır. Öncelikle çalışma yaprağındaki yapıları oluşturan birim küplerin kaçar tane olduğunu yazmaları istenmiş ve sonrasında dağıtılan birim küplerle kâğıtta yer alan şekillerin inşa edilmesi istenmiştir. Öğretmen bu süreçte rehber konumda olup grupların performanslarına göre sınıfta tartışma ortamı yaratmıştır. Tartışmayla beraber öğrencilerde denge durumu oluştuktan sonra öğrencilere bu sefer de aynı yapıların bilgisayar ortamında yapılması istenmiştir. Bilgisayarda yapılan yapıların öğrencilerdeki somut materyaller kullarak yaptıkları hataları görebilmeleri onları motive etmiştir. Uygulama bitiminde öğrencilerden aynı birim küp sayısını içeren farklı yapılar inşa etmelerini ve grup şeklinin yapılması istenmiştir. Bu etkinliğin sonunda öğrencilere verilen bir yapının kaç birim küpten yapıldığını söyleyebilmeleri ve kendilerinden de bu yapıyı tekrar oluşturabilmeleri beklenmektedir.

**Şekil 83**

*A72 Kodlu Araştırmada Yer Alan Çalışma Yaprağı-3*




*(Kaynak: Şahin, 2013, s:93)*

Araştırma sonucunda sanal ve somut manipülatif kullanarak yapılan öğretim uygulamasının geleneksel öğretim yapılan gruba göre öğrenci başarısının, VHGDD'ne göre istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık oluşturmadığı görülmüştür. Fakat sıra ortalamalarına

bakıldığında VHGDD arttıkça geometrik yapıları inşa etme ve çizme testi puanlarında artış gözlemlenmiştir.

- *RBC Teorisi İle Yapılan Öğretim:*

Türkiye'de tez çalışması kapsamında incelenen A78 kodlu çalışmada VHGDD'ni artırmak için RBC teorisi destekli öğretim yapılmıştır. Bu çalışma aşağıda tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

A78 kodlu çalışma, 7. sınıf geometrik düşünme düzeyleri birbirinden farklı olan öğrencilerin geometri öğrenme alanında bilgiyi oluşturma süreçlerindeki bilişsel yapılarını keşfetmek ve geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesinde bilgiyi oluşturma süreçlerinin yapısını incelemek amacıyla yapılmıştır. Bu bağlamda öğrencilerin birbirinden farklı geometrik düşünme düzeylerine sahip olmasının bilgi oluşturmadaki benzerlik ve farklılıklarının neler olduğu ve bu süeçleri etkilyen faktörlerin analizi yapılacaktır. Bu amaç doğrultusunda analiz için RBC teorisi kullanılacaktır.

Bu çalışma için öğrencilere 9 problem sorulmuş ve yanıtlar görüşme ve gözlem yoluyla toplanmıştır. Makalede tüm problemlere yer verilmemiş olup örnek olay üzerinden toplanan veriler sunularak değerlendirilmesi yapılmıştır. Çalışmada kullanılan bir probleme örnek verilecek olursa; "Bir açının kenarları diğer açının kenarlarına karşılıklı olarak paralel olan açılara kenarları paralel açılar denir. Verilen bilgiye göre kenarları paralel açıların ölçüleri arasında bir ilişki var var mıdır ve varsa yanıtınızı açıklayın."

Yukarıda yer alan problem araştırmacılar tarafından hazırlanmıştır. Problemin pilot çalışması ise araştırmada yer almayan farklı iki öğrenci ile yapılmıştır. Çalışma sonucunda gelen dönütler doğrultusunda sorular yapılandırılmış ve son hali çalışmada kullanılmıştır. Bu problemin kullanılmasında amaç temel geometrik kavramları ve iki paralel doğruyu kesen bir doğru ile oluşan açılar arasındaki ilişkilerin incelenmesi durumunda öğrencilerin bilgiyi tanıma, kullanma ve hedef yapıyı oluşturma süreçlerini detaylı olarak gözlemlenmesine fırsat tanımasıdır.

Problemin öğrencilere dağıtılıp kendi doğal ortamlarında çözmeleri istenmiş ve çözümler katılımcı gözlem yoluyla toplanmıştır. Bu sırada öğrencilerden gelen sorular yanıtlanmış ve süreç kayıt altına alınmıştır.

Bu araştırmanın sonuçlarına bakıldığında ise VHGDD farklı olan öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin de birbirinden farklı olduğu görülmüştür. Ayrıca bu çalışmada da VHGDD düşük olan öğrencinin dili tam ve doğru olarak kullanamadığı tespit edilmiştir.

- *Mesleki Gelişim Modeli İle Yapılan Öğretim:*

Türkiye'de tez çalışması kapsamında incelenen A84 kodlu çalışmada VHGDD'ni artırmak için mesleki gelişim modeli hazırlanmıştır. Bu çalışma aşağıda tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

A84 kodlu çalışmada, ortaokul öğrencileri ve öğretmenlerine geometrik düşünme alışkanlıklarının kazandırılması amacıyla hazırlanan bir mesleki gelişim programının, öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi araştırılmıştır. Ayrıca bu çalışma bir proje ürünü olarak ortaya çıkmıştır.

Araştırma amacı doğrultusunda devlet okulları bünyesinde görev yapan matematik öğretmenlerine hizmet içi eğitimler verilmiştir. Bu eğitimler sadece haftasonları verilmiş olup haftada 4 saat olmak üzere toplamda 10 hafta boyunca devam etmiştir. Eğitimlere katılan öğretmenlerin geometrik düşünme ve gerekçeleriyle matematiksel dil kullanarak açıklama yapma becerileri, geometrik şekillerin çevre, alan, uzunluk gibi özelliklerini ölçme becerileri, derslerdeki sınıf içi uygulamaları ve öğrencilerinin geometrik düşünme şekillerinin bilincinde olmaları, geometrik düşünme alışkanlıklarına bağlı olarak incelenmiştir. Eğitimler boyunca her hafta katılımcı öğretmenlerden öğrencilerinin geometri ve ölçme bilgilerine bağlı olarak geometrik düşünme alışkanlıklarının gelişimi için etkinlikler hazırlayıp uygulamaları istenmiştir. Etkinlikler tangram, kağıt katlama gibi materyaller kullanılarak geometrik şekiller oluşturma ve özelliklerini inceleme aynı zamanda alan ve uzunluklarını kareli kağıt kullanarak ölçme görevlerini kapsamaktadır. Yapılan etkinlikler boyunca öğrencilere geometrik alışkanlığını ortaya çıkarmaya yönelik dört soru sorulup, sorulan sorulara gerekçeli cevaplar verilmesi beklenmiştir. Geliştirilmeye çalışan bu programla öğrenci ve öğretmenlere geometrik düşünme alışkanlıkları kazandırmanın yanında sorgulayan, eleştiren ve dinamik iletişim sağlanan sınıf kültürünün yapısını inşa etmek hedeflenmiştir.

Yapılan bu araştırma sonucuna göre, verilen eğitimlerle öğrencilerin VHGDD'nin değişmediği ve zaten düşük olan düzeylere hiçbir katkıda bulunmadığı görülmüştür.

**4.4.2. Uluslararası Çalışmalarda Kullanılan Öğretim Uygulamaları:** Tablo 111'de uluslararası çalışmalarda kullanılan öğretim uygulamaları yer almaktadır.

**Tablo 111**

*Uluslararası Çalışmalarda Yer Alan Öğretim Uygulamaları*

| Öğretim Uygulaması | Çalışmalar | Frekans |
|---|---|---|
| DGY İle Yapılan Öğretim | E22, E35, E37, E41, E47, E48, E49, E50, E52, E57, E68, E70 | 12 |
| Van Hiele Teorisi'ne Dayalı Öğretim | E2, E12, E13, E14, E16, E28, E46, E47, E59, E61, E67, E79, | 12 |
| Modül Kullanılarak Yapılan Öğretim | E4, E11, E41, E47, E60 | 5 |

| | | |
|---|---|---|
| Gerçekçi Matematik Eğitimi (RME) Öğretim Teorisi | E67, E81 | 2 |
| Eğitici Video Kullanılarak Yapılan Öğretim | E5 | 1 |
| Plomp Modeli | E10 | 1 |
| Solo Modeli | E14 | 1 |
| GeoCAL Adlı Multimedya Destekli Öğrenme Programı | E19 | 1 |
| Van Hiele Web-Tabanlı Öğrenme | E20 | 1 |
| APOS Teorisi | E22 | 1 |
| Geometri Öğretim Prog. Tasarlamak | E27 | 1 |
| Quick Draw Etkinlikleri | E31 | 1 |
| Etnomatematik Etkinlikleri | E33 | 1 |
| Animasyonlu Videolar | E40 | 1 |
| Mira Aşamasına Dayalı Öğretim | E45 | 1 |
| VH-İstem Öğrenme Stratejisi | E53 | 1 |
| Multimedya Eğitim Yazılımı | E56 | 1 |
| Moore Öğretim Yöntemi | E62 | 1 |
| Tangram Ekinliklerine Dayalı | E65 | 1 |
| Günlük Yazma | E69 | 1 |
| Bilgisayar Destekli Öğretim | E70 | 1 |
| 4D Geliştirme Araştırma Modeli | E71 | 1 |
| Öğretmen Enstitüsü Oluşumu | E73 | 1 |
| Proje Tabanlı Öğretim Modeli | E77 | 1 |
| ARCS | E77 | 1 |
| Etkileşimci Yaklaşım | E81 | 1 |
| **Toplam** | | 53 |

Tablodan görüldüğü gibi VHGDD geliştirmeye yönelik uluslarası alanda DGY ile, van Hiele Teorisi'ne dayalı, modül kullanılarak, RME, eğitici video kullanılarak, Plomp Modeli, Solo Modeli, GeoCAL adlı multimedya destekli öğrenme programı, van Hiele Web-Tabanlı Öğrenme, APOS Teorisi, geometri öğretim programı tasarımı ile, Quick Draw ve etnomatematik etkinlikleri ile, animasyonlu videolar, Mira aşamasına dayalı, VH-İstem öğrenme stratejisi ile, multimedya eğitim yazılımı ile, Moore öğretim yöntemi ile, tangram ekinlikleriyle, günlük yazma, bilgisayar destekli öğretim, 4D geliştirme araştırma modeli, öğretmen enstitüsü kurularak, proje tabanlı, ARCS modeli ve etkileşimci yaklaşımla yapılan öğretim şeklindedir. Bunlardan en çok tercih edileni DGY ile yapılan öğretimdir. Bunu van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretim ve modül kullanılarak yapılan öğretim takip etmektedir. Aşağıda bu öğretim yöntemlerinin hangi çalışmalarda nasıl kullanıldığı detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

- *DGY İle Yapılan Öğretim:*

Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 12 çalışmada (E22, E35, E37, E41, E47, E48, E49, E50, E52, E57, E68, E70) VHGDD'ni artırmak için dinamik geometri

yazılımları ile öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışmalar sırası ile tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

E22 kodlu çalışmanın amacı, GeoGebra'nın daire geometrisi öğretimi ile bütünleştirilmesinin 11. sınıf öğrencilerinin başarısına, van Hiele düzeylerine ve motivasyonuna etkisini araştırmaktır. Çalışma, genel teorik çerçevesi olarak APOS teorisini ve geometri öğretmek ve öğrenmek için teorik çerçeve olarak van Hiele Teorisi'ni benimsemiştir.

*Çalışmanın teorik çerçevesi "APOS teorisi"*

Matematiksel öğrenmeyi kavramsal ve işlemsel öğrenme olarak ele alan kuramsal açıklamaların yanınında matematiksel kavramın anlamlandırabilmesine yönelik olarak uygun zihinsel yapılara sahip olması gerektiğini öne süren teoridir (Maharaj, 2010). Bu bağlamda çalışma, APOS teorisinin dört aşamasını (eylem, süreç, nesneler ve şema) sırayla takip ederek, öğrenciler tarafından anlaşılması zor olan bir konunun (daire geometrisi) öğretilmesinde GeoGebra'yı kullanmayı amaçlamaktadır.

APOS teorisi bağlamında eylem, nesneleri dönüştüren dinamik zihinsel yada fiziksel manipülasyondur (Dubinsky, 1984). Daire geometrisinin öğrenilmesinde ve öğretilmesinde kullanılan bir dairenin eşit açılarını, paralel doğrularını, ilgili çeşitli doğru parçalarını ve bölgelerini belirlemek eylemlerdir. GeoGebranın etkileşimli özelliğini kullanarak, öğrenci doğru parçalarının, açıların veya dairenin bölgelerinin özelliklerini öğrenene kadar eylemler birkaç kez tekrarlanabilir. Öğrenci diyagramlı veya diyagramsız olarak verilen bir özelliği hemen tanımlayabildiğinde, Geogebra kullanımının fiziksel bir eylemin (sürükleme) zihinsel eyleme dönüştürülmesinde yardımcı olduğu söylenmektedir.

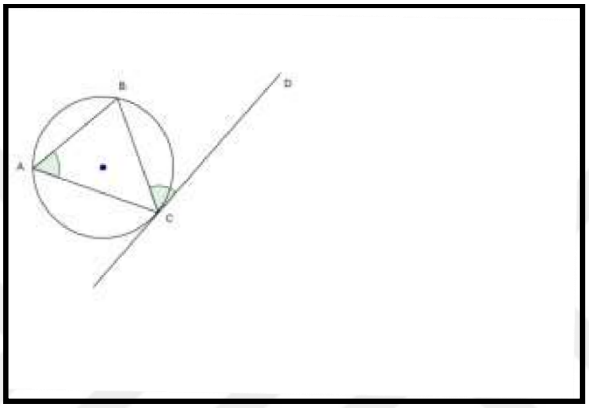
APOS teorisi bağlamında süreç, zihinde gerçekleşen bilişsel eylemdir (Dubinsky, 1984). Öğrenci bir eylemi sürekli tekrarlayıp üzerinde fazlaca düşündükçe, zihinsel olarak içselleştirebilir. Bir dairenin açılarının ve doğru parçalarının ilgili özelliklerini belirleme eylemi, öğrencilerin görsel diyagramlar kullanmadan zihinsel süreçlerini formüle edebilecekleri şekilde içselleştirilebilir.

Her süreç bir sonuç veya nesne ile sonuçlanacaktır (Dubinsky, 1984). Eğer bir öğrenci bir problemi çözme girişiminde bulunan sürecin farkına varırsa, o zaman öğrenci süreci bilişsel bir nesneye dönüştürmüştür (Dubinsky, 1984). Daire geometrisinde öğrenciler, çemberler, paralel doğrular, üçgenler ve dörtgenlerdeki çeşitli açı özelliklerini içselleştirdikten sonra, çeşitli nesneleri (daire teoremleri) ifade edebileceklerdir. Bir süreç ve bir nesne arasındaki fark, bir sürecin, üzerinde eylemlerin ve süreçlerin yapılabileceği bir varlık olarak algılandığında bir nesne haline gelmesidir (Dubinsky, 1984).

APOS teorisi bağlamında bir şema, bilişsel nesnelerin ve bu nesneleri manipüle etmek için içsel süreçlerin az çok tutarlı bir koleksiyonudur (Dubinsky, 1984). Bir şema, öğrencilerin "algılanan bir problem durumunu anlamalarına, ele almalarına, düzenlemelerine veya anlamlandırmalarına" yardımcı olabilir (Dubinsky, 1991). Daire geometrisi örneğinde, nesneler (daire teoremleri) gruplandırılabilir ve başka bir teoremin resmi ispatında uygulanabilir. Örneğin, teoremi kanıtlamak için: Bir teğet ile kiriş arasındaki açı, kirişin çevre üzerindeki açıya eşittir; dört nesneden oluşan bir koleksiyon kullanılabilir.

**Şekil 84**

*E22 Kodlu Çalışmada Yer Alan Teğet ve Kiriş Teoremi*




*Kaynak: (Chimuka, 2017, s:17)*

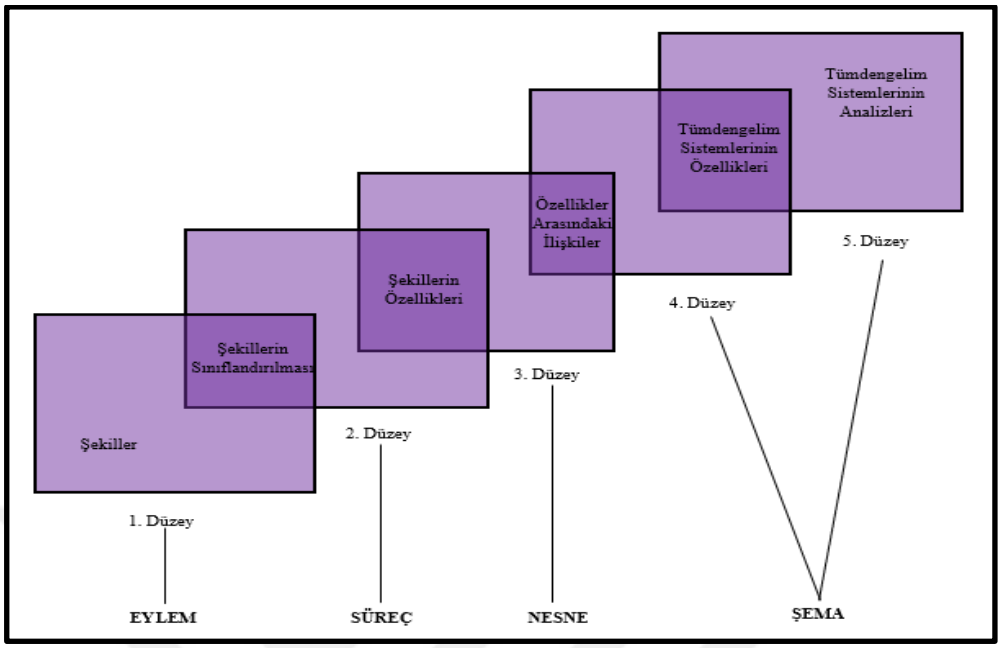
APOS teorisine göre bir şema olan Şekil 84'te gösterilen teoremin biçimsel kanıtı, kendileri de geometrik teoriler olan dört nesnenin kullanımını gerektirebilir:

1. Eşit kenarların karşısındaki açılar eşittir.
2. Bir üçgendeki açıların toplamı 180'dür.
3. Merkezdeki açı, çevre açının iki katıdır.
4. Teğet ile yarıçap/çap arasındaki açı 90'dür.

Bu çalışmada, GeoGebra yazılımının entegrasyonunun 11. sınıf öğrencilerinin geometri ders başarısı, motivasyonu ve van Hiele geometrik düşünme düzeyleri üzerindeki etkisini araştırmak için van Hiele ve APOS teorileri ile birlikte kullanılmıştır. Teoriler belirgin biçimde farklı zamanlarda ortaya atılmış olsalar da (1957'de yayınlanan van Hiele Teorisi ve 1984'te yayınlanan APOS teorisi), o zamandan beri eğitim öğretimi alanına benzer katkılarda bulunmuş ve dolayısıyla bu çalışmanın temellerini oluşturmuşlardır.

**Şekil 85**

*E22 Kodlu Çalışmanınn Teorik Çerçevesi "Van Hiele ve APOS Teorilerinin Birleşimi"*




*Kaynak: (Chimuka, 2017, s:21)*

Şekil 85'den görüldüğü gibi çalışmada esas alınan teorik çerçeve: van Hiele ve APOS teorilerinin birleşimi görseldeki gibidir.

Şekilde beş van Hiele düzeyi ve dört APOS düzeyi ile örtüşmektedir. Örneğin eylemler doğrudan görselleştirme ile ilgili olmasına rağmen, bunlar aynı zamanda analiz düzeyi ile de ilişkilidir ve bu örtüşme diğer tüm seviyeler için geçerlidir. Bazı durumlarda, her van Hiele düzeyinde dört APOS teori düzeyinin tamamını elde etmek mümkündür, ancak bu çalışmanın amaçları doğrultusunda van Hiele Teorisi ile APOS teorisi arasındaki ilişki yukarıdaki şekilde gösterildiği gibidir.

Hem APOS hem de van Hiele teorilerinin kökleri, öğrenmenin bilginin edinilmesinden ziyade aktif, bağlamsallaştırılmış bir bilgi yapılandırma süreci olarak görüldüğü yapılandırmacılığın öğrenme teorisine dayanmaktadır (Devries ve Zan, 2003).

Öğretim uygulamasının yapıldığı deney grubuna GeoGebra kullanılarak eğitim verilmiştir. GeoGebra ve bilgisayara giriş dersleri ve bir gün konu tanıtımı (günde 2 saat ders) sonrasında ders sunumu sırasında içerik geliştirme çalışma sayfaları kullanılmıştır. Her gruba (kontrol ve deney) toplam on ders işlenmiştir. Çalışma kağıtlarında, öğrencilerin farklı çözüm stratejilerini ve/veya daire geometri sorularını yanıtlama becerilerini keşfetmelerine olanak sağlamak için "açık uçlu" sorular yer almıştır. İçerik geliştirme çalışma yaprakları, öğretme ve öğrenme yaklaşımları farklı olmasına rağmen hem kontrol grubu hem de deney grubu için

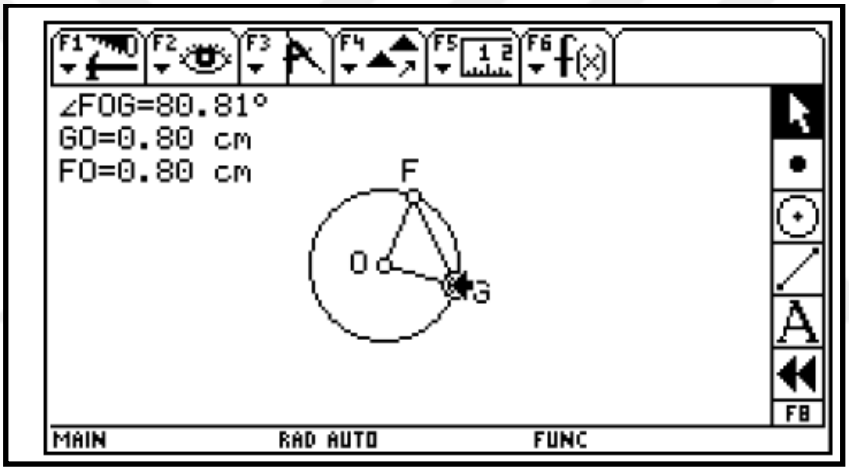
aynı içeriktedir. Her çalışma sayfası, teorem(ler)i kanıtlamak için gereken prosedürlerin uzunluğuna bağlı olarak bir veya iki daire teoremini kapsamaktadır.

Bu çalışmanın sonuçlarına bakıldığında, DGY kullanılarak yapılan öğretimin geleneksel yöntemle kıyasla kullanımının, van Hiele düzey 1 ve düzey 2'de önemli fark yarattığı, ancak diğer üç düzeyde bir değişiklik olmadığı sonucuna varılmıştır.

E35 kodlu çalışmada öğrencilerin Geometers Sketchpad yazılımı kullanımının van Hiele geometrik düşünce düzeylerine ve akademik başarıya etkisini araştırmak amaçlanmıştır. Deneysel desenin tercih edildiği bu çalışmada kontrol ve deney grupları için farklı öğretim materyalleri kullanılmıştır. Uygulamanın deney grubu, Şekil 86 ve 87'de gösterildiği gibi Geometers' Sketchpad'e dayalı öğretim etkinliklerini kullanmışlardır.

**Şekil 86**

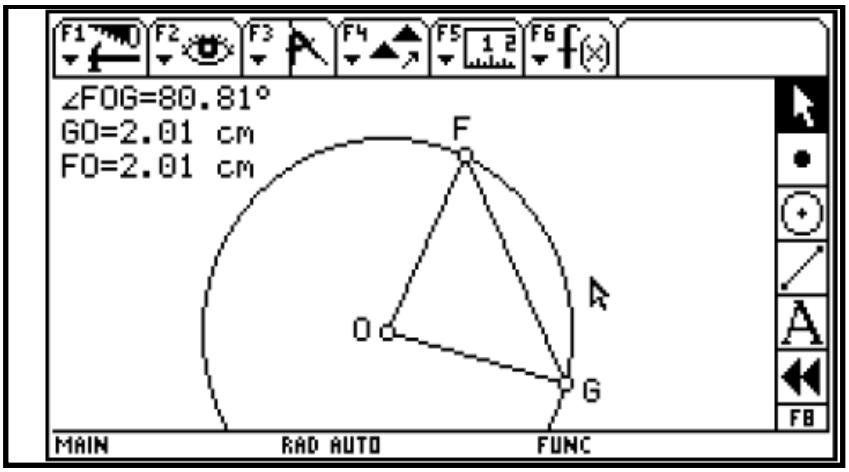
*E35 Kodlu Çalışma Yer Alan Üçgen Çizimi Etkinliği Görseli*




*(Kaynak: Idris, 2007, s:175)*

**Şekil 87**

*E35 Kodlu Çalışma Yer Alan Üçgenin Büyütülmesi Etkinliği Görseli*




*(Kaynak: Idris, 2007, s:175)*

Uygulamada kullanılacak olan etkinlikler, deney grubu öğrencilerinin matematiksel ve geometrik düşünmelerini geliştirmelerine ve istenilen düzeyde akademik başarı elde etmelerine fayda sağlamak adına Geometer's Sketchpad'e dayalı olarak geometrik kavramları araştırmalarına, keşfetmelerine, yansıtmalarına ve görselleştirmelerine imkan sağlamıştır.

Uygulamanın başında öğrencilere önce Geometers' Sketchpad'in temel kullanımının içeriği hakkında bir giriş dersi verilmiştir. Araştırmacı tarafından hazırlanan etkinlikler ise sonraki derslerde kullanılmıştır. Aynı zamanda öğretmenler de dersler ilerledikçe Geometers' Sketchpad yazılımı hakkında verilen derslere devam etmişlerdir. Kontrol grubunda ise dersler matematik ders kitabı kullanılarak geleneksel yöntemlerle ilerlemiştir.

Bu çalışmadan elde edilen sonuçlara bakıldığında öğretimde DGY kullanımının ortaokul düzeyinde geometri öğretiminde önemli bir yere sahip olduğunu göstermektedir. Bu bağlamda geometrik yapıya dinamik geometri yazılımının eklenmesinin öğrencilerin geometriye olan ilgilerini ve anlayışlarını artırdığı söylenmektedir.

E37 kodlu çalışmada üç boyutlu geometri öğretiminde GSP tabanlı bir öğretim uygulamasının kullanımının öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerine ve üç boyutlu uzamsal becerilerine etkisini araştırmak amaçlanmıştır. Çalışmada GSP yazılımının tercih edilmesinin nedeni kullanıcıların geometrik kavramları araştırmasına, keşfetmesine ve geometrik yapıları manipüle etmesine olanak sağlayan dinamik ve etkileşimli bir bilgisayar programı olmasından ötürüdür. GSP'yi bir öğretim aracı olarak kullanan araştırmalar, odak nokta olarak iki boyutlu geometride öğretme ve öğrenme olarak belirlemişlerdir.

Çalışmanın öğretim uygulamaları, 10. sınıf geometri sınıfında 10 haftalık süre zarfında yürütülmüştür. Çalışmada araştırmacı, öğretmen ve öğretim görevlisi yer almıştır. Çalışmanın başında ve sonunda van Hiele düzey testi ve uzamsal yetenek testi ön test ve son test olarak uygulanmıştır. Sınıf gözlemlerinin alan notları belgelenmiştir. Mümkün olduğunda, sınıf oturumları videoya alınmıştır. Sınıf içi oturumlarda, öğrenciler ve araştırma ekibi arasındaki bireysel diyaloglar hem sesli hem de görüntülü olarak kayıt altına alınmıştır. Uygulamaya katılan 8 öğrenci belirlenmiş ve çalışmanın bitiminden üç ay sonra her öğrenci ile yaklaşık dört veya beş saatlik klinik mülakatlar yapılmıştır.

Veri indirgeme ve yorumlama arasında geçiş yapan analitik süreçler, saha notlarından ve görüşmelerden elde edilen verileri analiz etmek için kullanılmıştır. Uygulamada yapılan analizin amacı, GSP'nin tercih edildiği bir öğretim uygulamasında yer alan öğrencilerin geometrik düşünme ve uzamsal yeteneklerinin modellerini ortaya çıkarmaktır.

Çalışmanın öğretim uygulamları önceki çalışmalara, yayınlanmış müfredat projelerine ve çokyüzlüler üzerine matematik kitaplarına dayanılarak geliştirilmiştir. Çalışmaya

başlamadan önce, temel öğretim etkinliklerinin ana hatlarını içeren bir öğretim planı geliştirilmiştir. Derslerin içeriğinin haftalık bir özetini, belirli etkinliklerin günlük bir taslağını ve soru ve tartışmalar için önerileri içermektedir. Çalışmaya başlamadan önce, araştırma ekibine tüm çalışma için etkinlikleri içeren eksiksiz bir öğretim planı verilmiştir. Çalışma ilerledikçe, öğrencilerin ilerlemesine ve araştırma ekibiyle yapılan tartışmalara dayalı olarak öğretim planı gerektiği gibi değiştirilmiştir. Değiştirilen dersler araştırma ekibine haftalık olarak dağıtılmıştır. Bu şekilde öğretim bölümleri hem araştırma ekibinin hem de öğrencilerin bir ürünü olmuştur. Aşağıda verilen tablo, etkinliklerin ikinci haftasının kısmi bir örneğini sunmaktadır.

**Tablo 112**

*E37 Kodlu Çalışmada Yer Alan "Düzenli Çokyüzlülerin Keşfi" Etkinliği*

2. Hafta: Düzenli Çokyüzlülerin Keşfi
Pzt. 28 Şubat - Cum. 3 Mart
*Perspektif ve Yapı
Öğrenciler, Platonik Katıların modellerini oluşturmak ve keşfetmek için çeşitli yapım kitlerini kullanacaklar ve GSP kullanarak üç boyutlu nesneleri iki boyutlu temsillere çevireceklerdir.
* Katlama ve Açma
Öğrenciler bu etkinlikte basit çokyüzlülerin (örneğin, küp) ağlarını keşfedecek ve GSP ortamında katının katlanması ve açılmasının simülasyonlarını üreteceklerdir.

| **Gün** | **Açıklama** |
|---|---|
| 28 Şubat<br>50dk | Öğrencilerden Platon'un hikayesini okunmasını ve görselleştirme becerilerinin geometride önemini tartışmasını sağlayın.<br>Etkinlik 1: Dörtlü Gruplar - İki Çift.<br>Her Platonik Katı için: Öğrencilerden bir çift Polydron kitini ve platonik katıları oluşturmalarını isteyin.<br>Zome Sistemi kiti (bir çift).<br>Açıklama:<br>Her öğrenciden Polydron ve Zome Sistemi'ni çalışma kağıdına yan yana çizmesini isteyin.<br>Öğrenciler yaptıkları çizimlerinin altına aşağıda verilenleri de eklemelidir:<br>1) katı hakkında gözlemler ve<br>2) katıyı bir başkasının inşa etmesi için verilecek talimatlar.<br>Platonik Katıları tartışın - isimlerini tanıtın. düzenli dörtyüzlü, küp, düzenli sekizyüzlü, düzenli dodekahedron ve düzenli ikosahedron.<br>Öğrencilerin katılar hakkında yaptıkları gözlemleri tartışın (platonik katıların özellikleri - kaç tane yüz, ne tür yüzler, hepsinin ortak noktası ne, nasıl farklılar vs.)<br>Düzenli kavramını tartışın ve iki ve üç boyutlu olarak tanımlayın. |

| | |
|---|---|
| | Öğrenciler Platonik Katılar için genel bir tanım üretebilir mi?<br>(Normal bir çokyüzlü veya Platonik Katı, aşağıdaki özelliklere sahip bir çokyüzlüdür...)<br>Açıklama: Terimler sözlüğü<br>Bkz. Etkinlik 1: The Platonic Solids Activity Book - Key Curriculum Press - Pg. 25 |

*(Kaynak: July, 2001, s:60)*

Tablo 112'de, "Düzenli Çokyüzlülerin Keşfi"ne ilişkin olarak hazırlanmış etkinlikler "Perspektif ve Yapı" ve "Katlama ve Açma" uygulamaları ile ilgili açıklamaların yer aldığı görülmüştür.

Öğretim planı araştırma ekibi tarafından genel bir rehber olarak kullanılmıştır. Uygulama başlamadan önce, çalışmanın amacını, metodolojiyi, geometri içeriğini ve ardından araştırmadaki ilgili rolleri tartışmak için araştırma ekibi çok kez bir araya gelmiştir. Bu tartışmaların amacı, çalışmanın hedefleri hakkında koordineli bir bakış açısı ve ortak bir anlayış geliştirmektir.

*Öğretim Uygulaması:* Çalışmanın ilk gününde 10. sınıf öğrencilerine, öğrencilerin üç boyutlu uzamsal becerilerini ve geometrik düşünmelerini geliştirmeyi amaçlayan bir araştırmayı beraber yürütecekleri bilgisi verilmiştir. Ön testler, çalışmanın ilk iki haftasında talimatlarla kademeli olarak yapılmıştır. Öğrencilerin sınavlarla ilgili duydukları kaygıyı hafifletmek için bu sınavlara not verilmeyeceği söylenmiştir. Testin asıl amacının çalışmanın sonunda ilerlemelerini ölçmek için kullanılacağı açıklanmıştır. Öğrencilerden zaman ayırmalarını ve sınavlarda ellerinden gelenin en iyisini yapmaları istenmiştir. Uygulama sınıfı, uygulamanın başında ve sonunda yapılan testler hariç, yaklaşık 55 saatlik eğitim süresi boyunca bir araya gelmiştir. Bu sırada öğrenciler düşüncelerini diğer öğrencilerle tartışmakta, ihtiyaç duyduklarında manipülatifleri kullanmakta ve istendiğinde daha fazla açıklama almak için matematik sözlükleri gibi kitapları kullanmakta özgür bırakılmışlardır.

Uygulama sınıf oturumları, sunumlar ve öğrenci konuşmaları gelecekteki analizler için ses veya video ile kayıt altına alınmıştır. Araştırmacı ve öğretim görevlisi, çalışma sırasında sınıf içi etkinliklerin alan notlarını belgelemişlerdir. Öğretim sonunda öğrencilere aynı testler son test olarak uygulanmıştır. Bu testler iki hafta boyunca kademelendirilmiştir. Öğrencilerden son testi tamamlamadıkları günlerde, uygulama esnasında oluşturdukları GSP dosyalarını tamamlamaları istenmiştir. Uygulama için hazırlanan son testler de tamamlandığında, öğrencilere değerlendirme kağıtları verilmiştir. Öğrenciler, bilgisayarda yer alan bir kelime işlemci programını kullanarak çalışma kağıdındaki sorulara cevaplar vermişlerdir.

*Öğretim Etkinliklerinden Örnekler:* Yapılan çalışmanın öğretim amacı, öğrencilerin üç boyutlu geometrik nesneleri anlamalarını geliştirmektir. Geometri içeriği, çalışmanın sonuna doğru Arşimet Katılarına girişle birlikte Platonik Katıları içermektedir. Çalışmada tamamlanan başlıca faaliyetlerin kısa bir özeti aşağıda sunulmuştur.

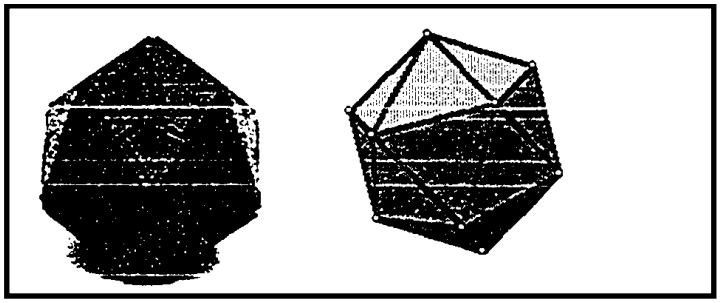
*1-3. Haftalar:* Platonik Katıların Keşfi ve Uzayda Hareketleri ilk üç hafta içinde araştırma ön testleri uygulanmıştır. Öğrenciler, Platonik Katılara aşina oldular ve GSP'de katıların dinamik yapılarını oluşturmayı öğrenmişlerdir. Katıların uzayda dönüşünü ve bir katı oluşturmak için bir ağın katlanmasını incelemişlerdir.

*Perspektif ve yapı:* Öğrenciler, Polyhedron ve Zome System kitlerini kullanarak Platonik Katıların fiziksel modellerini oluşturmuşlardır. Sonrasında oluşturulan bu modelleri kağıt kullanarak iki boyutlu temsillere çevirmişlerdir. Burada Platonik Katıların köşe, yüz, kenar sayısı gibi özellikleri tartışılmıştır. Ayrıca öğrenciler, düzenli olmayan katıları düzenli katılarla karşılaştırıp, düzenli çokgenler ve düzenli çokyüzlülerin özelliklerini tartışmışlardır.

*Rotasyon:* Öğrenciler, çeşitli Platonik Katıların GSP yapılarını geliştirmişlerdir. GSP yazılımının rotasyon yapısı, bir elips etrafında dönen noktaların oluşturulmasını ve dinamik yapının başlangıç noktaları olarak paralel, yatay kesitlerin kullanılmasını içermektedir. Düzenli bir ikosahedronun farklı temsilleri Şekil 90'da sunulmaktadır. Şekil 91'de dönen bir küp gösterilmektedir.

**Şekil 88**

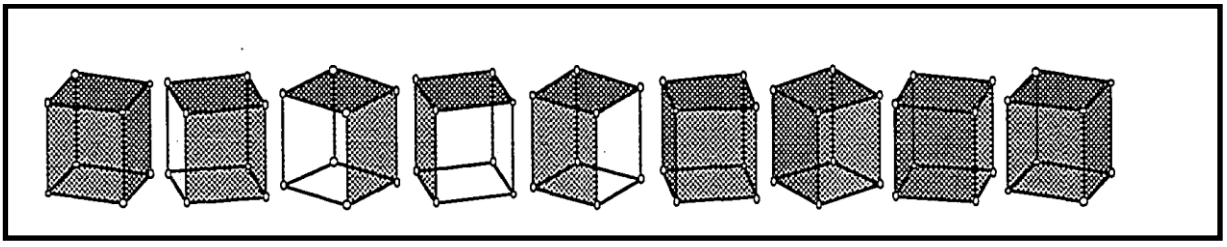
*E37 Kodlu Çalışmada Yer Alan "Düzenli Bir İkosahedronun Polidron ve GSP Temsilleri"*



*(Kaynak: July, 2001, s:64)*

**Şekil 89**

*E37 Kodlu Çalışmada Yer Alan "GSP'de Dönen Küp"*

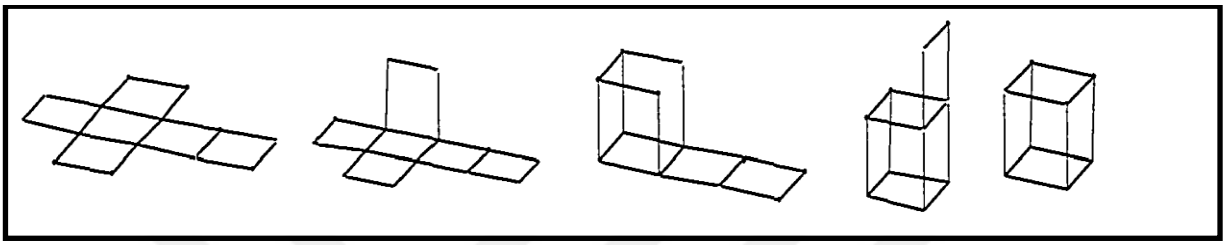


*(Kaynak: July, 2001, s:64)*

*Katlama ve açma:* Öğrenciler, kağıt ve GSP kullanarak Platonik katıların ağlarını keşfetmişlerdir. Kendi ağlarını çizip ve Platonik Katılar için kendi kağıt modellerini yaratmışlardır. Öğrenciler ayrıca GSP'de küpün katlanması ve açılmasının bilgisayar simülasyonlarını üretmişlerdir. GSP'de oluşturulan bir katlanır ağ örneği Şekil 92'de gösterilmektedir.

**Şekil 90**

*E37 Kodlu Çalışmada Yer Alan "GSP'de Oluşturulmuş Bir Küpün Dinamik Katlanması"*



*(Kaynak: July, 2001, s:65)*

Çalışmanın sonuçları, DGY kullanılarak yapılan öğretimin öğrencilerin geometrik düşünmelerini ve üç boyutlu uzamsal yeteneklerini geliştirmede önemli olduğunu göstermektedir. Çalışmada üç boyutlu nesnelerin dinamik, iki boyutlu GSP temsilleri, öğrencilere üç boyutlu nesnelerin basit bir statik çiziminde iletilebileceğinden daha fazla bilgi sağladığı görülmüştür.

E41 kodlu durum çalışmasının amacı, (a) PCLogo ve GSP kullanımının çocuklarda geometrik düşünmenin etkisinin incelenmesi ve (b) Çocukların van Hiele'nin geometrik düşünme düzeyleri hiyerarşisinde kullanılan düşünme süreçlerini belirlemektir.

Çalışmada katılımcıların sadece öğrenme çıktılarıyla değil aynı zamanda öğrenme sürecini gözlemleyerek nasıl öğrendikleri hakkında bilgi sahibi olunmak istenmiştir. Dolayısıyla, çocukların düşünme süreçlerinde kullandıkları soyut geometrik ilkeleri açıklanabilirse, çocuklar için bir öğrenme modeli geliştirilebilmektedir. Bu nedenle bu bu çalışma için yapılan gözlemleri yapılandırmak için aşağıdaki sorular sorulmuştur:

- ✓ Bir öğrenci geometrik kavramları nasıl öğrenir?
- ✓ Bir öğrenci geometrik kavramları öğrenmek için düşünme becerilerini nasıl uygular?
- ✓ Bir öğrenci, geometrik kavramları öğrenmek için PCLogo ve Geometer's Sketchpad'i nasıl kullanır?

Öğrenme süreçlerinin altında yatan varsayımlar: Somut-soyut (CA) ve soyut-somut (AC) öğrenme süreçleri teoriye göre (Liu ve Cummings, 1997), iki varsayımda bulunulmuştur.

İlk olarak, katılımcıların somut-soyut düşünme gerçekleştirdiklerini ve eğer yapabilirlerse geometrik kavramları öğrenmek için CA sürecini kullandıkları varsayılmıştır:
1. Geometrik bir şekil oluşturmak, şeklin temel bileşenlerinin özelliklerini analiz etmek ve şeklin tanımını doğru bir şekilde özetlemek için PCLogo komutlarını kullanmak,
2. Bir şeklin temel bileşenlerini (çizgiler ve açılar) ölçmek, bu bileşenlerin özelliklerini analiz etmek ve bu özellikleri geometrik bir konseptte doğru bir şekilde özetlemek için Geometer's Sketchpad'i kullanmaktır.

Geometrik bir kavram, içinde birkaç temel bileşen içermektedir. Örneğin "dikdörtgen" kavramının temel bileşenleri kenarlar, kenar uzunlukları, açılar, açıların dereceleri, kenar ve açı sayılarıdır. Bu bileşenler, (a) benzerliklerini gözlemleyerek, (b) farklılıklarını görerek ve (c) özelliklerde değişiklik yapıldığında geçerli olan belirli kuralları keşfederek analiz edilebilen bir dikdörtgenin "somut" kısımlarını oluşturmaktadır (bir kenarı uzatma veya bir açının derecesini değiştirme gibi). Sonuç olarak, herhangi bir geometrik şeklin somut bileşenlerinin özelliklerinin analizinden soyut bir "dikdörtgen" kavramı özetlenebilmektedir. Bunlar, somut-soyut (CA) düşünmenin geliştirilmesinde yer alan süreçlerdir.

İkinci olarak, çocukların soyut-somut düşünme gerçekleştirdiklerini ve eğer yapabilirlerse, geometrik kavramları uygulamak için AC sürecini kullandıklarını varsayılmıştır:
1. Yeni bir şeklin özelliklerini analiz etmek, yeni şekli üretmek için PCLogo kodunu yazmak ve şeklin tanımını doğru şekilde özetlemek,
2. Yeni bir şeklin özelliklerini analiz etmek, şeklin bileşenlerini ölçmek için işlemleri Geometer's Sketchpad ile yürütmek ve şeklin kavramsal özelliklerini doğru bir şekilde özetlemek.

Bunlar, soyut bir kavramın somut uygulamasında yer alan problem çözme süreci olan soyut-somut (AC) düşünme ile ilgili süreçlerdir. Çocuklar, CA sürecinde edindikleri soyut bilgileri kullanarak geometrik bir şeklin özelliklerini analiz ederek sürece başlamaktadırlar. CA sürecindeki ve AC sürecindeki özelliklerin analizi arasında bir fark vardır. CA sürecinde çocuklar, kendilerine sağlanan bir dizi talimata yanıt olarak geometrik bir şekil üretirken; AC sürecinde, çocuklar geometrik bir şekil üretmek için talimatları o şeklin özelliklerini anlamalarına dayalı olarak formüle etmektedirler.

Öğrenme süreçlerinin varsayımlarının karşılanıp karşılanmadığını belirlemek için aşağıda öğrenme görevlerine yer verilmiştir. Katılımcıların CA ve AC düşünme süreçlerini incelemek için dört geometrik görev:

*Birinci Görev (CA süreci ile Logo):* “4 tekrarla [ileri 100 sağa 90]” Logo kodu verildiğinde, çocuktan şunları yapmasını isteyin:

1. Şekli oluşturmak için PCLogo'yu kullanın (bu şeklin bir “kare” olduğunu açıklayın);
2. 100 kenar uzunluğunu üç farklı sayı ile değiştirmek için Logo kodunu kullanın ve üç şekli üretin; ve
3. “kare” tanımını özetleyin.

*İkinci Görev (AC süreci ile logo):* Kısa kenarı 100 ve uzun kenarı 150 olan bir “dikdörtgen” şekli verildiğinde, çocuktan şunları yapmasını isteyin:

1. Bu şekli, kenarları ve açıları açısından bir kare ile karşılaştırın;
2. Dikdörtgeni oluşturmak için Logo kodunu yazın ve ardından farklı uzunluk ve genişlikte iki dikdörtgen şekli daha üretin;
3. “dikdörtgen” tanımını özetleyin.

*Üçüncü Görev (Geometer's Sketchpad ve CA süreci):* Verilen bir üçgende çocuktan şunları yapmasını isteyin:

1. Her bir açıyı ölçün ve üç açının toplam derecesini hesaplayın;
2. Kenarların uzunluğunu veya üçgenin açılarının derecesini değiştirmek için bir açıyı sürükleyin ve her açının değişimini ve üç açının toplam derecesini yazın; ve
3. Bir üçgenin üç iç açısının toplam derecesi hakkında bir sonuç çıkarın.

*Dördüncü Görev (Geometer's Sketchpad ve AC süreci):* Herhangi bir dörtgen şeklin toplam açı derecesini özetlemek için Görev 3’te kullanılan yöntemi tekrarlayın.

Birinci ve üçüncü görevler somut-soyut düşünmeyi, ikinci ve dördüncü görevler ise soyut-somut düşünmeyi gerektirir. Katılımcıların bu görevlerin her biri üzerindeki performansını değerlendirmek için aşağıdaki kriterler kullanılmıştır:

1. Tanımlar veya sonuçlar doğru bir şekilde tanımlanmalıdır.
2. Logo kodu doğru ve görevlere özel olmalıdır.
3. Ölçümler ve hesaplamalar doğru olmalıdır.
4. Prosedürler mantıklı bir sıra içinde olmalıdır.

*Uygulamada Gözlemler:* Her çocuğun performansını gözlemlenmiş ve dört görevi tamamlamak için kullanılan prosedürler hakkında ayrıntılı notlar alınmıştır. Prosedürler, kullanılan Logo kodunu, üretilen alternatif açıları veya kenarları ve yapılan ölçümleri ve hesaplamaları içermektedir. Gözlemler için çerçeve olarak CA ve AC düşünme/öğrenme süreçlerini kullanarak, çocukların her bir görevdeki performanslarının varsayılan süreçlerle tutarlı veya farklı olup olmadığına odaklanılmıştır. Aynı zamanda, yönergeler olmadan

yapılan öğretimde bağımsız olarak öğrenip öğrenmediği veya belirli yönergelere mutlak ihtiyaç duyup duymadığı da dikkate alınmıştır.

*Uygulamada Durumlar ve Bulgular:* Gözlemlerin özeti, (a) her çocuğa PCLogo'yu ve GSP'i nasıl kullanacağını öğretmek için gereken eğitim türüne, (b) her çocuğun dört görevin her birindeki performansına ve (c) bulgulara göre yapılandırılmıştır. Dört durumda da çocuklar aynı prosedürleri izleyerek öğrenmişlerdir:

- ✓ PCLogo yazılımını öğrenmek,
- ✓ Görev bir ve iki üzerinde çalışmak,
- ✓ GSP yazılımını öğrenmek ve
- ✓ Görev üç ve dört üzerinde çalışmak.

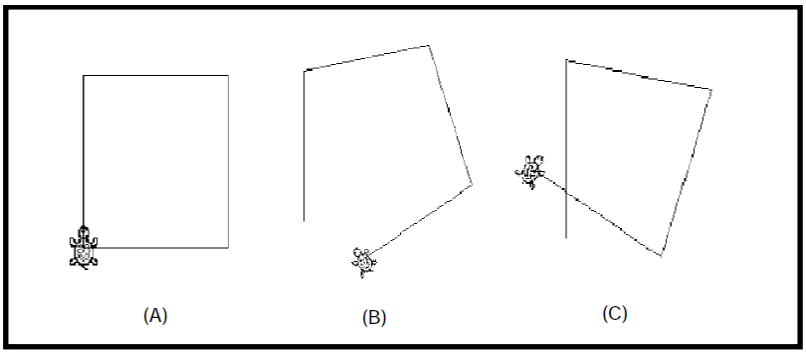
*Birinci Durum:* Katılımcı, bir devlet okulunda üçüncü sınıf öğrencisi olan sekiz yaşında bir kız çocuğuydu. Bilgisayarlarla önceki tek deneyimi oyun oynamak olan öğrenci, PCLogo ve GSP'i öğrenmekle ilgilenmektedir. Bu programları kullanmak için adım adım yazılı talimatlar hazırlanmasına rağmen, katılımcı materyalleri okuyup anlayamamıştır. Daha sonra yazılımı ona gösterilmiş ve programdaki her adımda nasıl çalışacağını öğretilmiştir. Adımları doğru takip etmiş ve dört görevi de çözmek için gerekli becerileri öğrenmiştir. Eğitim sürecindeki performansına ilişkin gözlemlerden görsel örnekler ve somut sözlü yönergelerle iyi öğrendiği sonucuna varılmıştır. Bu nedenle, dört görevin her birini çözmeye yönelik süreçleri, kendisi üzerinde çalışmaya başlamadan önce ona gösterilmiştir.

Ardından, kenar uzunluklarını sırasıyla 150, 200 ve 300 olarak değiştirmesi istenmiştir. Kenar uzunluğundaki her değişiklik için kodu doğru yazmış ve üç kareyi üretmiştir. Ancak, "kare"nin tanımını özetleyen 3. adımı gerçekleştirmekte güçlük çekmiştir. Bu kgüçlüğün giderilmesi için, bir çalışma yaprağı hazırlanmıştır. Sonrasında her bir şekil için açı derecelerine ve kenar uzunluklarına baktığında, çalışma yaprağındaki dört şeklin de "dört eşit uzunlukta kenar ve dört 90 derecelik açı" olduğunu doğru bir şekilde ifade edebilmiştir. Somut-soyut (CA) düşünme/öğrenme sürecinin performansını göstermiştir.

Görev Bir'deki öğrenme deneyimleri nedeniyle, öğrenci Görev İki'deki adımları tamamlamada daha büyük başarı elde etmiştir. İlk önce verilen dikdörtgenin şeklini Durum Bir'de üretilen dört kare ile karşılaştırmış ve ardından Logo kodunu doğru bir şekilde "ileri 100 sağ 90, ileri 150 sağ 90, ileri 100 sağ 90, ileri 150 sağ 90" olarak yazmıştır. Bu görevi başarıyla tamamlaması, kare kavramıyla ilgili yeni anlayışını bir dikdörtgenin inşasına uygulayabileceğini göstermektedir. İki dikdörtgen daha üretmiş ve ardından dikdörtgenin özelliklerini doğru bir şekilde özetlemek için çalışma sayfasını yardımsız kullanmıştır.

**Şekil 91**

*E41 Kodlu Çalışmada Yer Alan Logo Ve CA Süreci (Koddan Şekle)*



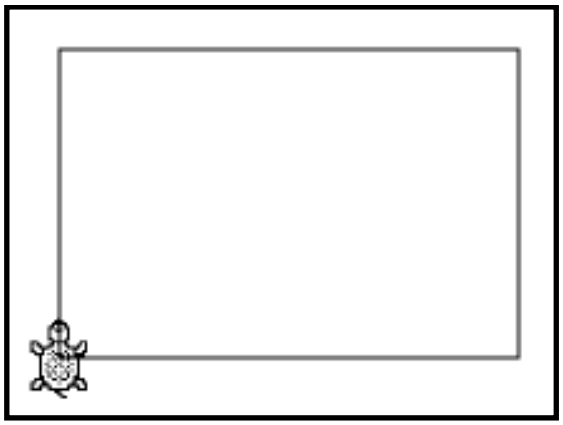

*(Kaynak: Leping ve Rhoda, 2001, s:95)*

Görev Üç'ün gerekliliklerini açıkladıktan sonra öğrenci iyi bir performans sergilemiştir. Geometer's Sketchpad'i kullanarak üçgenin üç açısını ölçmüş ve ardından toplamıştır. Ardından, talimat verildiği gibi, her açıyı farklı pozisyonlara sürüklemiştir. Her yeni pozisyonda, ona bu görev için herhangi bir çalışma sayfası sağlamamış olsak da, açıların değişimini yazmıştır. Ardından, Geometer's Sketchpad ekranının sağ üst köşesinde görüntülenen farklı açıların ölçümlerinin ve toplamlarının değişikliklerine bakmıştır. Sonunda doğru bir şekilde "bir üçgenin üç iç açısının toplamı 180 derecedir" sonucuna varmıştır. Ancak bu öğrenci, soyut bir sonuca varmak için açıların toplamını ve ölçümüne ilişkin somut anlayışını uygulayabilse de, bir üçgenin özellikleri hakkında bir sonuca varırken, sonucunun genelliği hakkında tam olarak net değildir.

Dördüncü Görev, öğrencinin herhangi bir dörtgen şeklindeki açıların toplam derecesi hakkında sonuçlar çıkarmak için bir üçgenin özellikleri hakkındaki soyut anlayışını kullanmasını gerektirmektedir. Ancak bu görevde öğrenci sorunu tanımlayamadığı ve temsil edemediği için nereden başlayacağına karar vermekte güçlük çekmektedir. Ona yardımcı olmak için kare veya dikdörtgen olmayan herhangi bir dört kenarlı şekil oluşturması söylenmiştir. Açıları kolayca ölçüp toplayarak bu görevi başarıyla gerçekleştirmiştir. Daha sonra şeklin farklı açılarını sürüklerip ve ölçümlerdeki değişiklikleri gözlemlemiştir. Son olarak, açıların toplamının "360 derece" olduğu sonucuna varmıştır. Ancak, Üçüncü Görevde olduğu gibi, bu sonucun genelliğini bunun "herhangi bir" dörtgen şekle uygulanıp uygulanmayacağını hala anlayamamıştır.

**Şekil 92**

*E41 Kodlu Çalışmada Yer Alan Logo ve AC Süreci (Şekilden Koda)*

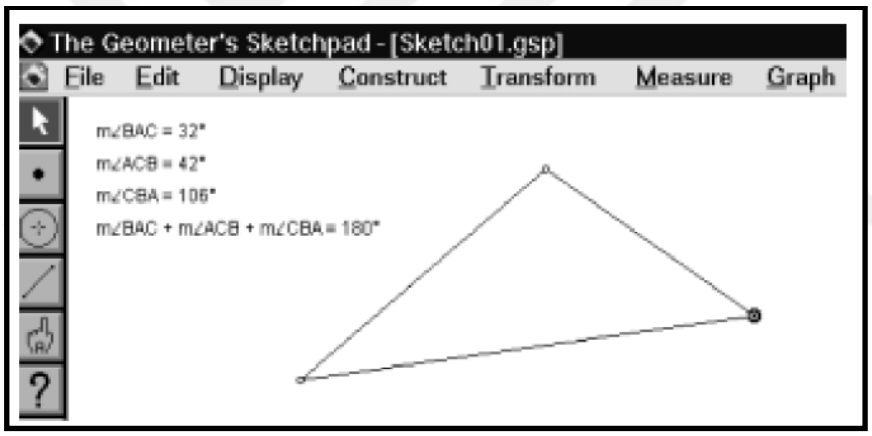


tekrar 2 [ileri 100 sağa 90 ileri 150 sağa 90]

*(Kaynak: Leping ve Rhoda, 2001, s:96)*

**Şekil 93**

*E41 Kodlu Çalışmada Yer Alan Geometer'in Sketchpad ve CA Süreci*

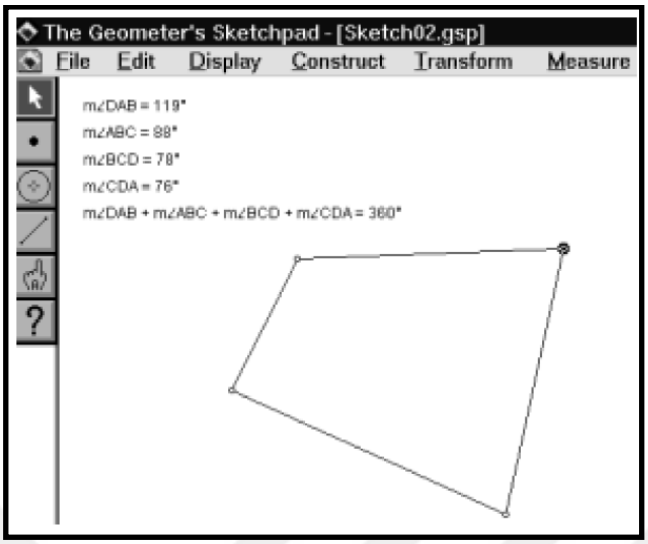



*(Kaynak: Leping ve Rhoda, 2001, s:96)*

Özetle, bu öğrenci dört görevin her birini başarıyla tamamlamıştır. Ancak, görevleri bağımsız olarak çözememiş ve her görev için rehberli yardıma ihtiyaç duymuştur. En iyi somut görsel örnekler ve sözlü talimatlarla öğrendiği için, düşüncesi somut düzeye yerleştirilmiştir. Bununla birlikte, doğrudan yönergeler ve örnekler verildiğinde, dört görevi de tamamlayabilmiş, bu da düşünme/öğrenme süreçlerinin somut-soyut öğrenme süreci yoluyla soyut düzeye ilerleyebildiğinin bir göstergesi olmuştur. Bu nedenle, öğrenci ile, öğretmenin onu düşünme/öğrenme süreçlerinde yönlendirmesi ve soyut düzeye hareketi kolaylaştırmak için bu etkinlikleri uygulamak için bol bol fırsat sağlaması gerekmektedir.

**Şekil 94**

*E41 Kodlu Çalışmada Yer Alan Geometer'in Sketchpad ve AC Süreci*




*(Kaynak: Leping ve Rhoda, 2001, s:97)*

*Durum İki ve Üç:* Durum iki ve üç, farklı yer ve zamanlarda gözlemlenmiştir. Ancak, dört görevdeki performans benzerlikleri nedeniyle bunları birlikte özetlenmiştir. İkinci ve üçüncü durumda, katılımcılar on yaşında devlet okulunun dördüncü sınıf öğrencisiydi.

Her iki öğrenci de daha önce kelime işlem, grafik oluşturma ve oyunlarla ilgili bilgisayar deneyimine sahiptir. Her ikisi de PCLogo ve Geometer's Sketchpad'i kullanma talimatlarını anlamıştır. Ayrıca, her iki teknoloji aracının hızlı bir şekilde gösterilmesinden sonra, yazılı talimatları takip etmişler ve dört görevi gerçekleştirmek için gereken becerileri hızla öğrenmişlerdir. Bu nedenle, eğitim bölümünden, bu çocukların her ikisinin de bağımsız olarak çalışırken iyi öğrenebilecekleri ve böylece yalnızca yazılı yönergeleri kullanarak dört görevi tamamlayabilecekleri sonucuna varılmıştır.

Birinci Görev'de, her iki çocuk da ilk kare şeklini doğru şekilde üretmiştir. Ancak sonraki adımda, her iki çocuk da kenar uzunluklu sayıları değiştirmek için görev gerekliliklerini yerine getirememiştir. Bir öğrenci (ikinci katılımcı) ayrıca 90 açısını 80 açısıyla ve diğer açıları farklı derecelerle değiştirmiştir. Diğer çocuk (üçüncü katılımcı), 90 açısını 120 açısı ve farklı derecelerdeki diğer açılarla değiştirmiştir. Her iki çocuk da tekrar komutundan sonra çeşitli sayılar kullanmış ve ardından yarattıkları garip şekiller karşısında heyecanlanmışlardır. Sonunda, her iki çocuk da farklı boyutta kareler oluşturmak için çeşitli kenar uzunluklarını kullanarak görevi doğru bir şekilde gerçekleştirmiştir. Tüm şekilleri yazıp, karşılaştırmış ve "kare" tanımını doğru bir şekilde özetlemişlerdir.

İkinci Görevde, her iki çocuk da dikdörtgen şekli oluşturmak için "tekrar" komutunu kullanmayı öğrenmiştir (tekrar 2 [ileri 100 sağ 90 ileri 150 sağ 90]). Birinci Görev'de olduğu

gibi, her iki çocuk da sadece hangi şekilleri oluşturabileceklerini görmek için kenar uzunluklarını ve açıların sayılarını değiştirmiştir. Ancak her ikisi de bir dikdörtgenin özelliklerini doğru bir şekilde özetleyebilmiştir.

Görev Üç'te, her iki çocuk da üçgenin üç iç açısını ölçerek ve toplayarak verilen görevleri takip etmiştir. 180 derece olan doğru cevaba ulaşmış ve bunun herhangi bir üçgenin iç açılarının toplamı olduğunu ifade etmişlerdir. Aynı zamanda verilen üçgenlerin kenar uzunluklarının da ölçümü yapılmıştır. Son durumda, herhangi bir üçgenin yazılım kullanarak açılarını sürüklediklerinde, sonraki tüm değişiklikleri kenar uzunluklarında, iç açıların her birinin ölçümlerinde ve açıların toplamında kaydetmişlerdir. Ancak kenar uzunlukları arasındaki ilişkiler henüz çözümlenmemiştir.

Görev Dört'te, her iki çocuk da tüm prosedürleri doğru bir şekilde takip etmiştir. Önce dört kenarlı bir şekil çizmişler, sonra şeklin dört açısını teker teker ölçüp ve toplamışlardır. Son durumda, her iki çocuk da herhangi bir dörtgenin açılarının toplam derecesini doğru bir şekilde özetleyebilmiştir. Ancak bir öğrenci daha da ileri gitmiş ve bir beşgenin beş iç açısının toplamını ölçüp ve 540 derecelik doğru cevaba ulaşmıştır.

Bu durumların her ikisinde de, öğrencilerin ilk düşünme düzeyleri için açık bir ispat yoktur. Fakat dört görevin çözüm sürecinde her ikisi de somut-soyut ve soyut-somut görevleri ek yönerge gerektirmeden gerçekleştirmiştir. Her ikisi de farklı kenar uzunlukları ve açıları deneyerek yaratıcılık göstermiştir. Böylece, CA ve AC öğrenme süreçlerinin bu iki durumda etkin bir şekilde kullanıldığı ortaya çıkmıştır Gerekli görevler onları doğru çözümlere ve diğer tümdengelimli çözümlere götürmüştür.

*Dördüncü Durum:* Dördüncü Durum, beşinci sınıfta olan ve ortalama sınıf öğrenimi ve başarısı gösteren 11 yaşında bir erkek öğrenci gözlemidir. Eğitim sürecinde, dört görevin her birinde adımları gerçekleştirmek için PCLogo ve Geometer's Sketchpad'i kullanma konusunda ona yazılı talimatlar sağlanmıştır. Ancak, eğitim materyallerimizdeki adımları tam olarak takip etmemiş, ancak iki programı denemiş ve bunların nasıl kullanılacağını kendi başına keşfetmiştir. Somut yönergelerden bağımsız öğrenebildiği için geometrik düşünme düzeyi belirlenemese de temel düşünme becerilerinin soyut düzeyde olması olası görülmüştür.

İlk üç görevi çözerken, bu öğrenci görev gereksinimlerini kolayca takip etmiş ve gösterilenlere benzer doğru yanıtları almıştır. Görev Dört'te çocuk doğru cevabı yazmıştır. Dörtgenin iç açılarının toplamını ön bilgilerini kullanarak hesaplamıştır. Aynı zamanda birbirinden farklı dörtgenlerle uygulamalar yaptıktan sonra, açıların toplam derecelerini doğru bir şekilde özetleyebilmiş ve sonuçlarını dörtgenler dışındaki şekillere genelleştirebilmiştir.

Dördüncü durumda yer alan çocuk, soyut-somut ve somut-soyut düşünme/öğrenme görevlerini başarıyla gerçekleştirmiştir. Aynı zamanda, gösterdiği performans diğer katılımcılardan farklı olarak hem tümdengelim hem de tümdengelimsel akıl yürütme sergilemesi olmuştur. Belirli durumlardan yola çıkarak genel kuralları özetlemiş ve ardından genel kuralı ispatlamak için özel durumları kullanmıştır.

Görevler sonucunda her çocuğun performansını gözlemlenmiş ve dört görevi tamamlamak için kullanılan prosedürler hakkında ayrıntılı notlar alınmıştır. Bu prosedürler, çalışmada kullanılan Logo kodunu, üretilen alternatif açıları veya kenarları ve yapılan ölçümleri ve hesaplamaları içermektedir. Gözlemler için çerçeve olarak CA ve AC düşünme/öğrenme süreçlerini kullanarak, çocukların her bir görevdeki performanslarının varsayılan süreçlerle tutarlı veya farklı olup olmadığına odaklanılmıştır. Ayrıca, bir çocuğun yönergeler olmadan bağımsız olarak öğrenip öğrenmediğini veya görevi tamamlamak için belirli yönergelere ihtiyaç duyup duymadığını da belirlemişlerdir.

4) Geliştirilen Öğrenme Modeli:

Çocukların geometrik kavramlar hakkında akıl yürütürken gösterdikleri performansların gözlemlenmesinin sonucu olarak, çocuklara geometriyi öğretmek için bir öğrenme modeli geliştirilmiştir. Model, içinde çocukların geometrik düşünmeyi kolaylaştıran akıl yürütme süreçlerinin bir tanımını içermektedir. Modelin geliştirilmesi iki adımdan oluşmaktadır:

1. Geometrik düşünme için gerekli olan akıl yürütme süreçlerini ve bu süreçleri etkin bir şekilde harekete geçirebilecek teknoloji araçlarını belirlenmiştir. Böylece aşağıdaki varsayımlar dikkate alınmıştır:

a. CA ve AC düşünme süreçlerinin varlığı,

b. Geometrik kavramları özetlemek ve uygulamak için CA ve AC süreçlerinin gerekli olduğu,

c. CA ve AC süreçlerinin PCLogo ve GSP kullanılarak uyarılabileceğini ve CA ve AC düşünme süreçlerini teşvik etmek için öğrenme görevleri tasarlanabileceği.

2. Eğer çocuklar öğrenme görevlerini başarılı bir şekilde yerine getirebilirlerse, aşağıdakilerin varsayabileceği sonucuna ulaşılmıştır:

a. Çocuklar CA ve AC düşünme süreçlerini etkili bir şekilde kullandığı,

b. PCLogo ve GSP, CA ve AC düşünme süreçlerini harekete geçirmek için kullanışlı araçlar olduğudur.

Bu varsayımları göz önünde bulundurarak, yaşanan durumların üçünde çocukların dört görevi başarıyla yerine getirmek ve geometri problemlerine doğru çözümlere ulaşmak için CA ve AC düşüncesini kullandıkları gözlemlenmiştir. Durumlardan sadece birinde,

birinci durumda, çocuk görevleri başlatmadan ve tamamlamadan önce somut talimatlara ihtiyaç duymuştur. Ancak bu çocuk bile sonunda sorunları doğru bir şekilde çözmek için CA ve AC düşünme süreçlerini kullanmıştır. Dolayısıyla çocukların düşünme süreçleri ve performansları, Tablo 113'te gösterilen C-A-C Modeli olarak kavramsallaştırıldığı öğrenme modelinin varsayımlarını karşılamıştır.

Tablo 113'te gösterilen C-A-C modeli, CA ve AC süreçlerinin birleşimini temsil etmektedir. Geliştirilen bu modelin altında yatan temel düşünce, geometri öğrenmede çocuklara süreç başında geometrik şekillerin inşasını içeren somut görevler verildiğidir. Bu görevlerin tamamlanması, daha sonra çocukları, şekillerin özellikleriyle ilgili olan geometrik kavram veya ilke hakkında soyut olarak akıl yürütmeye yönlendirmektedir. Son durumda, öğrencilerin düşüncelerinin altında yatan geometrik kavramları anladıktan sonra, yeni fakat ilgili somut görevleri çözmek için soyut düşünme süreçlerini uygulamaktadır. Dört işlem - PCLogo ile CA ve AC (belirli bir kodla şekil üretin ve belirli bir şekli oluşturmak için kod yazımı), GSP ile CA ve AC (belirli bir şeklin veya nesnenin açılarını ölçün ve toplayın ve geometrik ilke hakkında sonuçlar çıkarımı)- çocuklara, geometrik düşünmeyi teşvik etmek için programlama ve keşif yazılımı kullanma konusunda pratik deneyimler sağlayan dört göreve entegre edilmiştir.

**Tablo 113**

*E41 Kodlu Çalışmada Geliştirilen C-A-C Öğrenme Modeli*

| **Model** | **C-A-C** | |
|---|---|---|
| Süreçler | C-A | A-C |
| PCLogo | Kod- Şekil | Şekil- Kod |
| Geometer's Sketchpad | Şekil-Ölçüm ve Hesaplama | Yapı prosedürleri-Ölçme ve Hesaplama |

*(Kaynak: Leping ve Rhoda, 2001, s:101)*

Bu çalışmanın sonuçları, matematik öğretmenlerine, yenilikçi teknolojilerin sınıf öğretimi ile entegrasyonunu vurgulayan NCTM standartlarını karşılamaya yönelik olarak hazırlanan C-A-C öğrenme modeli, düşünmeyi somuttan soyut düzeye taşıyan süreçleri açıklamak için etkili bir modeldir ve bu çalışmada açıklanan öğrenme görevleri matematik müfredatına dahil edilmesi önerilmektedir.

E47 kodlu çalışmada, Google SketchUp (VH-GSU), van Hiele's Phases Learning (VH-PL) ve geleneksel öğretim modülü (NVH-CI) kullanarak öğrencilerin van Hiele'nin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek; geometri öğreniminde van Hiele düzeylerine göre öğretim stratejilerinin öğrenci kazanımlarına etkisini karşılaştırmak; ve üç farklı öğretim stratejisini (VH-GSU, VH-PL ve NVH-CI) kullanan öğrenciler arasında ön test, son test ve

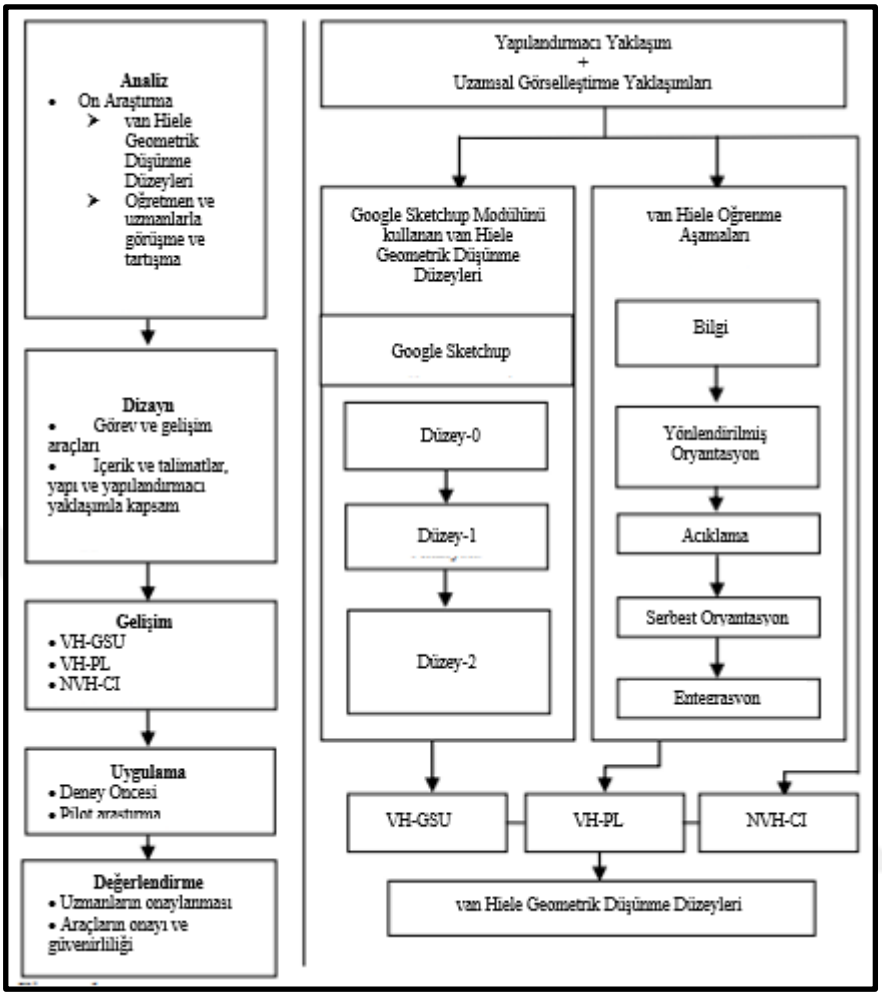
kalıcılık testinde van Hiele'nin geometrik düşünme düzeylerine göre performansta tutarlılık olup olmadığını belirlemek amaçlanmıştır.

Bu çalışmada, van Hiele'nin Google SketchUp (VH-GSU) modülü ve van Hiele'nin faz öğrenme (VH-PL) modülü kullanılarak geometrik düşünme düzeyleri, öğrencilerin van Hiele teorsinin ilk üç düzeyinde ilerlemelerine yardımcı olmak için özenle tasarlanmış öğrenme etkinlikleri aracılığıyla geliştirilmiştir. Modüller ADDIE modeline (analiz, tasarım, geliştirme, uygulama ve değerlendirme) göre tasarlanmış ve geliştirilmiştir. Modüller Ünite 1 (Üç Boyutlu Şekiller), Ünite 2 (Üçgenler), Ünite 3 (Kareler ve Dikdörtgenler) ve Ünite 4 (Küpler ve Küboidler) olmak üzere dört alt birimden oluşmaktadır. Van Hiele'nin geometrik düşünme düzeylerinde tanımlandığı gibi, öğrencilerin mevcut düzeylerinden daha yüksek bir düzeye ilerlemelerine yardımcı olmak için her ünitede belirli görevleri tamamlamaları istenmiştir.

Aşağıda Şekil 95 bu çalışmanın teorik çerçevesini göstermektedir. Aşama I, temel bilgilerin analizini içermektedir. Modüllerin öğrenme ihtiyaçları, Malezya ilköğretim matematik müfredatına (1-6. sınıf), Q metodolojisini kullanarak öğrencilerin van Hiele'nin geometri düşünme düzeylerine ilişkin ön araştırma ve matematik öğretmenleriyle tartışmaya dayalı olarak belirlenmiştir. Bu nedenle araştırmacı, elde edilen sonuçlar bağlamında çalışma için geliştirilecek öğrenme hedef ve öğelerini gerekçelendirebilmiştir. Q-metodolojisinin kullanım amacı, öğrencilerin farklı görüşlerinin çalışılan konulara bağlı olarak daha büyük bir tematik anlayış geliştirip geliştirmediğini belirlemektir (Brown, 2004). Bu amaçla öğrencilerin geometri öğretiminin temelini oluşturan teoriyi belirlemek ve akademik başarılarının tespiti için uzman ve matematik öğretmenleriyle konu ile ilgili görüşmeler ve tartışmalar yapılmıştır.

**Şekil 95**

*E47 Kodlu Çalışmanın Teorik Çerçevesi*




*(Kaynak: Md. Yunus, Mohd Ayub ve Hock, 2019, s:1099)*

Aşama II'de, öğrenme modüllerinin tasarım yapılarının belirlenmesi, bu çalışmada kullanılacak van Hiele'nin geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesini; içerik ve talimatların tasarımı, modüllerdeki yapı düzenlemesi, içeriğin kapsamı; her bir öğrenme modülü için yapılandırmacı öğrenme yaklaşımlarının tasarımı, Google SketchUp modülü kullanılarak VH-PL ve van Hiele geometrik düşünme düzeyleri için görselleştirme odaklı öğrenme etkinliklerinin tasarımını içermektedir.

Bu çalışmada, van Hiele Teorisi'nin öğrenme aşamaları ve geometrik düşünme düzeyleri etkinlik geliştirmek için kullanılmış ve öğretim yapılandırmacı yaklaşıma dayandırılmıştır. Ayrıca Google SketchUp (GSU) ile kullanım için uzamsal görselleştirme odaklı etkinlikler benimsenmiştir.

Aşama III'te van Hiele'nin öğrenme aşamaları ve geometrik düşünme düzeylerine bağlı olarak etkinlikler geliştirilmiştir. Bu aşamada uzamsal görselleştirme yeteneğini

destekleyen yapılandırmacı yaklaşım ve etkinlikler, GSU kullanılarak işlemsel ve kavramsal bilginin gelişimi ile bütünleştirilmiştir. Ayrıca bu aşamada yer alan öğrenme kitleri, öğretim tamamlanıncaya kadar ilerledikçe geliştirilen modüllerden oluşmuştur. Öğrenme modülünün geliştirilmesinde yer alan süreçlere genel bir bakış Şekil 95'de gösterilmiştir. Öğrencilerin deneyimlediği öğrenme süreçlerinin sırasını ve yapısını yansıtmaktadır. Ayrıca, kullanıcının geliştirilmiş öğrenme ortamının bir bölümünden başka bir bölümüne nasıl geçtiğini de göstermektedir.

Aşama IV, ADDIE modeline dayalı olarak araştırmanın yürütme sürecinde yer alan uygulama aşamasıdır. Etkinliklerin değerlendirilmesi, üç modüldeki öğrenme aşamalarına dayanmaktadır. Uzmanlardan ve hedef kitleden geri bildirim almak için geliştirilen öğrenme materyalleri kullanılarak bir pilot çalışma yapılmıştır. Ayrıca araçların geçerlilik ve güvenirliği de belirlenmiştir. Aşama V'de, uzmanlardan ve hedef gruptan biçimlendirici ve özetleyici değerlendirme yapılması istenmiştir.

*Çalışmanın öğretim uygulama süreci:* Öğretim gruplarının katılımcıları belirlendikten sonra tüm gruplar için araştırmacı tarafından uygulama yapılmıştır. Teknoloji destekli öğretim grubunun uygulaması okulun bilgisayar laboratuvarında, diğer iki grubun öğretimi ise normal sınıflarda gerçekleştirilmiştir. Katılımcılara öğretim uygulama sürecinde yer alan gerekli prosedür anlatıldıktan sonra uygulamanın ilk oturumda ön test uygulanmıştır. Geliştirilen (VH-PL), (VH-GSU) ve (VNH-CL) modüller kullanılarak geometri öğretimi sekiz oturumda gerçekleştirilmiştir. Bu oturumların her biri yaklaşık olarak 90 dakika süren sekiz haftadan oluşmaktadır.

İki deney ve bir kontrol grubu için ders planları gibi öğretim materyalleri araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Bu ders planları, her üç grupta da örnekler içeren içeriklerin benzerliğini sağlamak için kullanılmıştır. Bu üç farklı grupta eşit muameleyi sağlamak için dersler bir uzman tarafından rastgele kaydedilmiş ve gözlemlenmiştir. Modüller, farklı ders grupları arasında paylaşılmamasını sağlamak için her öğretim oturumundan sonra toplanmıştır.

Her iki haftada bir farklı bir modül tanıtılarak bir önceki dersin ünite testi verilmiştir. Son test, sekiz hafta sonra olan son oturumda gerçekleştirilmiştir. Deney grubuna bir ay sonra bir kalıcılık testi yapılmıştır.

Yapılan çalışmanın sonucunda, öğrencilerin Google SketchUp stratejisini kullanarak öğretim yapıldığında, van Hiele'nin Aşamalı Öğrenme (VH-PL) stratejisi ve Geleneksel Öğretim (NVH-) ile karşılaştırıldığında daha olumlu bir etkiye sahip olduğunu göstermiştir.

E48 kodlu çalışmanın amacı, van Hiele geometrik düşünme teorisine dayalı GSP'yi kullanarak aşama temelli öğretim yoluyla ilköğretim öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerini geliştirmektir. Bu nedenle bu çalışmada GSP kullanılarak aşamaya dayalı öğretimden önce, tüm öğrencilere eşkenar üçgen, kare, düzgün beşgen ve düzgün altıgen hakkında başlangıç van Hiele geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için bir ön test uygulanmıştır. Daha sonra, araştırmacı GSP kullanarak iki çift dönemli 70 dakikalık dersten oluşan aşamaya dayalı öğretim gerçekleştirmiştir. Öğrenmenin ilk iki aşaması (Bilgi ve Yönlendirilmiş Oryantasyon aşamaları) birinci derste, son üç öğrenme aşaması (Açıklama, Serbest Oryantasyon ve Entegrasyon aşamaları) ikinci derste gerçekleştirilmiştir. GSP kullanılarak aşama temelli öğretimden sonra, tüm öğrencilere düzgün çokgenler hakkında van Hiele geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için bir son test uygulanmıştır.

*Çalışmanın teorik çerçevesi:*

*Düzey 1:* Şekiller yalnızca görünüşleriyle tanınır. Bir şekil bir bütün olarak algılanır, görünür biçimiyle tanınabilir, ancak şekillerin özellikleri ayırt edilemez. Bu düzeyde bir öğrenci (1) şekilleri tanımalı ve adlandırmalıdır; (2) verilen bir nesneyi ayırt etmelidir (Mayberry, 1981).

*Düzey 2:* Şekillerin sahip olduğu özellikler bilinir. Fakat her özellik ayrı ayrı görüldüğü için özellikler arasında bir ilişki algılanmaz. Farklı şekiller arasındaki ilişkiler algılanmaz. Bu düzeydeki bir öğrenci geometrik şekillerin özelliklerini tanımalı ve adlandırmalıdır (Mayberry, 1981).

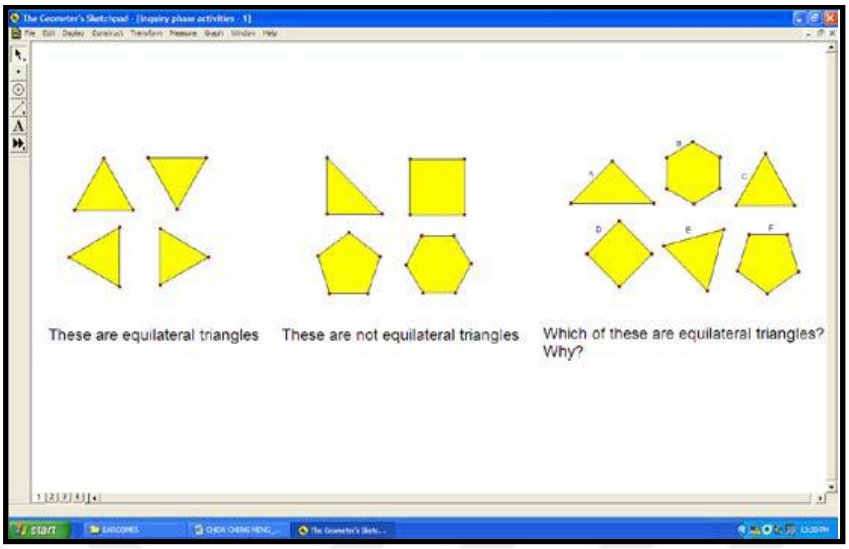
Bu düzeylerin yanı sıra, Clements ve Battista (1992), geometrik şekillerin görsel özelliklerinin sadece bir alt kümesini fark ettikleri için geometrik şekilleri ayırt edemeyen öğrencileri karakterize etmek için düzey 0'ın (ön tanıma) varlığını önermiştir (Mason, 1997).

Ayrıca, van Hiele, öğrencilerin bir geometrik düşünme düzeyinden diğerine ilerlemelerine yardımcı olmak için, faza dayalı öğretim olarak da adlandırılan beş öğrenme fazından oluşan bir dizi önermektedir (van Hiele, 1986). Bu çalışmada kullanılan bu öğrenme aşamalarının her biri aşağıda özetlenmiştir.

*1. Aşama (Bilgi):* İlk aşamada, öğrenciler önceden oluşturulmuş GSP taslağını kullanarak eşkenar üçgenlerin örneklerini ve örnek olmayanlarını incelemişlerdir, böylece öğretmen öğrencilerin hangi ön bilgileri sahip olduğunu tespit etmiştir. Daha sonra, önceden oluşturulmuş GSP eskizlerini kullanarak kareler, düzgün beşgenler ve düzgün altıgenlerin örneklerini ve örnek olmayanlarını incelemişlerdir. Böylece öğretmen öğrencilerin düzgün çokgenler hakkında hangi ön bilgilere sahip olduğunu ve öğrenciler de daha sonraki çalışmanın hangi yöne gideceğini öğrenmişlerdir.

**Şekil 96**

*E48 Kodlu Çalışmada Yer Alan "Bilgi" Aşamasına Ait Etkinlik Örneği*

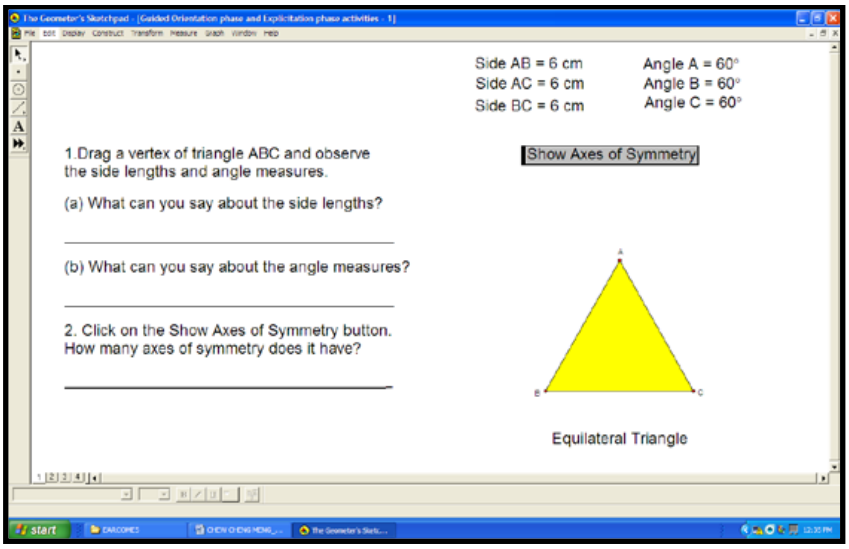



*(Kaynak: Meng ve Sam, 2013, s:37)*

*2. Aşama (Yönlendirilmiş Oryantasyon):* Öğrenciler, önceden oluşturulmuş GSP çiziminde eşkenar üçgenin bir tepe noktasını sürüklemiş ve eşkenar üçgenin özelliklerini belirlemek için kenar uzunluklarını, açı ölçülerini ve simetri eksenlerinin sayısını incelenmişlerdir. Sonrasında, uygulama için önceden oluşturulmuş GSP çizimlerinde sırasıyla kare, düzgün beşgen ve düzgün altıgenin bir tepe noktasını sürüklemişlerdir ve kenar uzunluklarını gözlemlemişlerdir.

**Şekil 97**

*E48 Kodlu Çalışmada Yer Alan "Yönlendirilmiş Oryantasyon" Aşamasına Ait Etkinlik Örneği*



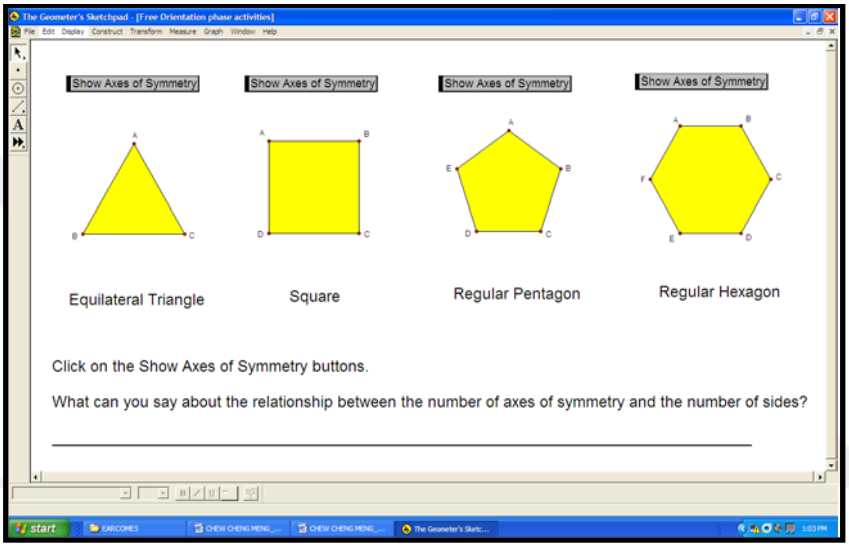

*(Kaynak: Meng ve Sam, 2013, s:38)*

*3. Aşama (Açıklama):* Öğretmen, Aşama 2'de önceden oluşturulmuş GSP etkinliklerine dayalı olarak kendi sözcüklerini kullanarak öğrencilerin düzgün çokgenlerin özelliklerini tartışmalarına liderlik etmiş ve daha sonra uygun olduğunda ilgili geometrik terminolojiyi tanıtmıştır.

*4. Aşama (Serbest Oryantasyon):* Öğrencilere, Şekil 98'de gösterildiği gibi önceden oluşturulmuş GSP taslağı kullanılarak simetri ekseni sayısı ile düzgün çokgenlerin kenar sayısı arasındaki ilişkiyi bulma görevi verilmiştir.

**Şekil 98**

*E48 Kodlu Çalışmada Yer Alan "Serbest Oryantasyon" Aşamasına Ait Etkinlik Örneği*

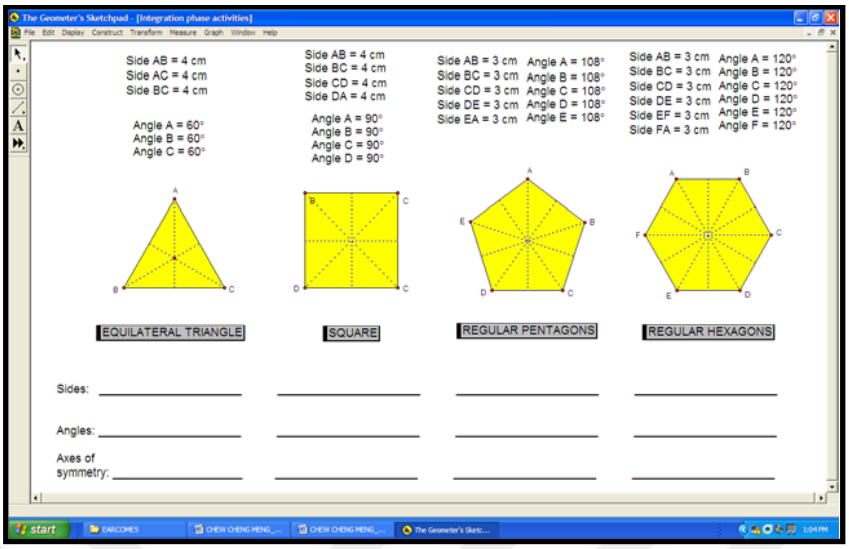



*(Kaynak: Meng ve Sam, 2013, s:39)*

*5. Aşama (Entegrasyon):* Son aşamada öğrenciler, önceden hazırlanmış GSP taslağını kullanarak düzgün çokgenlerin özellikleri hakkındaki ön bilgilerini gözden geçirmişler ve özetlemişlerdir. Ayrıca Şekil 99'da gösterildiği düzgün çokgenlerin kenar sayısı ile simetri eksenlerinin sayısısı arasındaki ilişki incelenmiştir.

**Şekil 99**

*E48 Kodlu Çalışmada Yer Alan Yönlendirilmiş "Entegrasyon" Aşamasına Ait Etkinlik Örneği*




*(Kaynak: Meng ve Sam, 2013, s:39)*

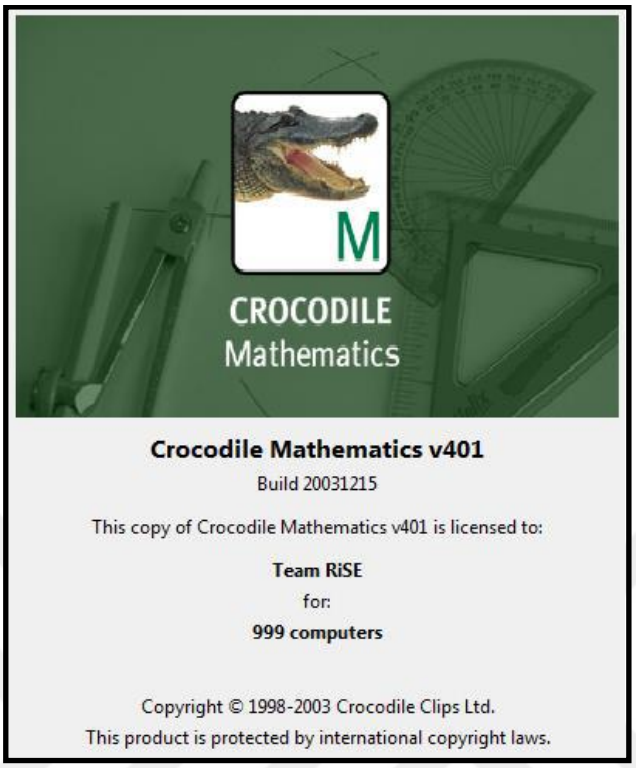
Bu araştırmanın sonuçlarına bakılarak; uygulama yapılmadan önceki testin sonuçları, öğrencilerin düzgün çokgenler konusundaki van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin düzey 0'dan düzey 2'ye kadar değiştiğini göstermiştir. GSP kullanılarak yapılan öğretimden sonra tüm düzgün çokgenler için öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde önemli bir fark gözlemlenmiş ve önemli ölçüde düzeylerde artış olduğunu göstermektedir.

E49 kodlu çalışma, Crocodile Mathematics yazılımının öğrencilerin van Hiele'nin geometrik düşünme ve matematik öğrenme motivasyonları üzerindeki etkisini araştırmak için yapılmıştır.

Çalışmada, Crocodile Mathematics yazılımının kullanımı için 9. sınıf öğrencilerine eşlik ve benzerlik konularını kapsayan geometrik şekillerle ilgili sınıf etkinlikleri geliştirilmiştir. Uygulamaya başlamadan önce ön hazırlık olarak araştırmacı ile uygulama sınıflarındaki öğretmenlerle 10 saatlik bir çalıştay düzenlenmiştir. Bu çalıştayda araştırmacı, araştırmanın hedeflerini ve bu yazılımı kullanmanın stratejisini anlatmıştır. Ayrıca, kontrol grubundaki öğrenme ortamı, öğrencilerin matematik kavramlarını ders kitaplarından düzenli bir öğrenme ortamında çalıştıkları tipik bir oturum olarak planlanmıştır. Şekil 100, uygulama sınıflarında kullanılan bir etkinliğin örneğini vermektedir.

**Şekil 100**

*E49 Kodlu Çalışmanın Uygulama Sınıflarında Kullanılan Etkinlik Örneği*




*(Kaynak: Moh'd Al-Migdady ve Qatatsheh, 2017, s:101)*

Öğretmen, öğrencileri Crocodile Mathematics Yazılımını açmaya yönlendirerek derse başlamıştır. Öğretmen, öğrencilerin bu yazılımın özelliklerini tanımalarına yardımcı olmuştur. Crocodile Mathematics V401, matematiksel modeller oluşturmak için kullanılabilecek etkileşimli bir yazılımdır. Hem öğretmenler hem de öğrenciler bunu matematiksel kavramları modellemek için kullanabilir. Ana ekran üç bölümden oluşmaktadır. Matematik alanı; kullanıcıların model oluşturmasına olanak tanır, kenar çubuğu; kullanıcıların parçaları kullanıcının modeline sürüklemesine olanak tanır ve üstteki araç çubuğu; kullanıcıların açma, kaydetme ve kopyalama gibi temel işlevlere erişmesine olanak tanır.

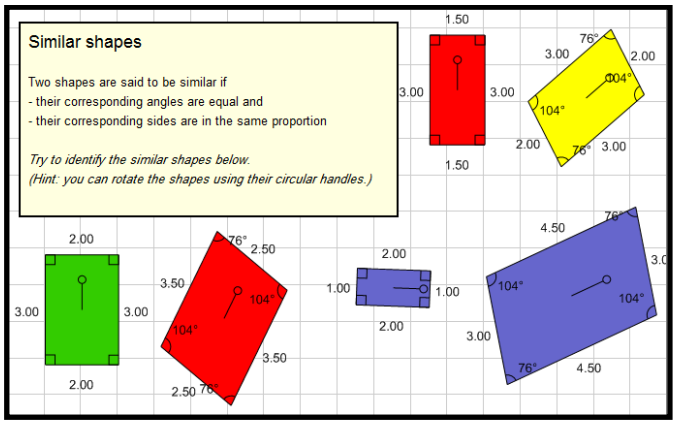
Öğretmen, öğrencilerden aşağıdaki soruları düşünmeleri ve yanıtlamaları için Crocodile Mathematics Yazılımını kullanmalarını istemiştir:

- ✓ Benzer şekiller tanımlanabilir mi?
- ✓ İki karenin benzer olduğuna nasıl karar verebiliriz?
- ✓ Bütün üçgenler benzer midir?

Crocodile Mathematics yazılımı, teknolojiyi sınıf öğrenimiyle bütünleştirmeye yardımcı olmuştur. Bu öğrenme ortamı, öğrencilere yeni bilgileri pasif bir şekilde emmek yerine kendi bilgilerini oluşturmada aktif katılımcı olmalarını sağlayan kendi kendine öğrenme fırsatları sunmaktadır.

**Şekil 101**

*E49 Kodlu Çalışmada Yer Alan Benzer Şekiller Etkinliği*




*(Kaynak: Moh'd Al-Migdady ve Qatatsheh, 2017, s:101)*

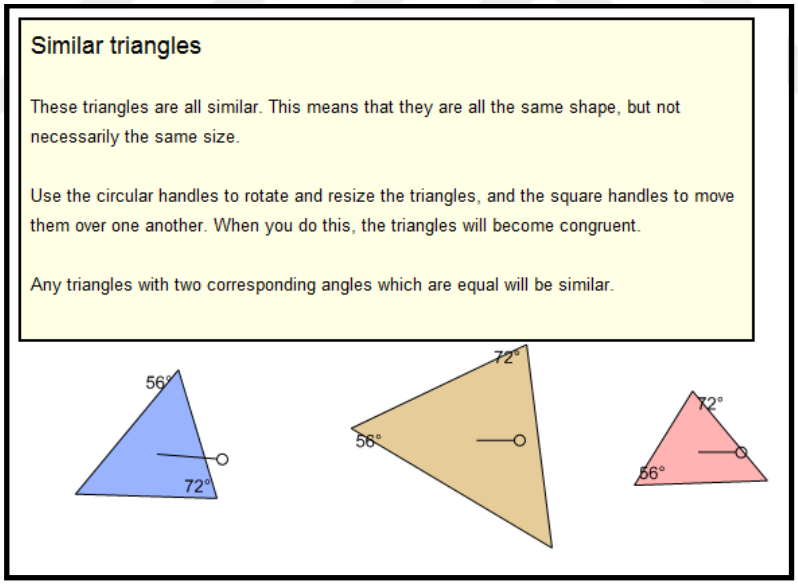
Bu öğrenme ortamında, öğretmen ve öğrenciler aşağıdaki gibi bazı soruları tartışırlar:

İki üçgen ne zaman benzer hale gelir?

İki üçgenin benzer olması için gerekli koşullar nelerdir?

**Şekil 102**

*E49 Kodlu Çalışmada Yer Alan Benzer Üçgenler Etkinliği*



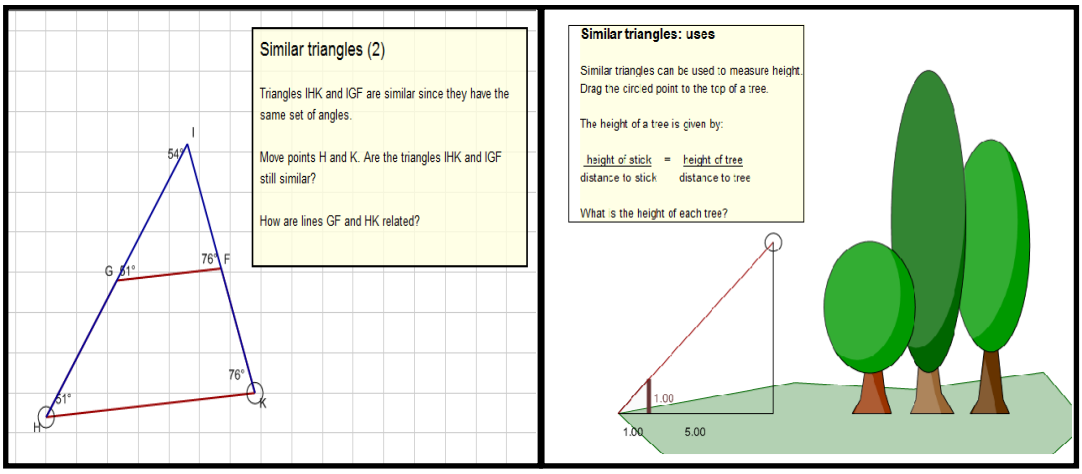

*(Kaynak: Moh'd Al-Migdady ve Qatatsheh, 2017, s:102)*

Ayrıca öğrenciler, bir üçgenin iki tarafını birleştiren ve üçüncü tarafa paralel olan bir düz çizgi çizerlerse, ortaya çıkan iki üçgenin benzer olup olmadığını inceleyebilirler.

Ayrıca yazılım, öğrencilerin öğrendiklerinin günlük yaşamlarıyla ilgili olmasını sağlamak için kullanılabilecek günlük yaşam durumları sağlar.

**Şekil 103**

*E49 Kodlu Çalışmada Yer Alan Günlük Yaşam Etkinliği*




*(Kaynak: Moh'd Al-Migdady ve Qatatsheh, 2017, s:102)*

Öğretim dört haftalık bir süre boyunca gerçekleştirilmiş ve araştırmacı tarafından her iki grubun da geometrik şekillerin eşlik ve benzerlik ünitesinin öğretimi için yaklaşık olarak aynı miktarda zaman harcadığı ve uygulama sınıfının ek bir bilgisinin olmadığının bulgusuna erişmiştir. Ayrıca sınıfta öğretim stratejisinin Crocodile Mathematics Yazılımı olduğunu doğrulamak için sınıf gözlemleri yapılmıştır.

Bu araştırmada, öğretimde kullanılan Crocodile Mathematics yazılımının geometri derslerine entegre edilmesinin sonuçlarında, öğrencilerin VHGDD'ni geliştirdiği ve aynı zamanda matematik öğrenme motivasyonlarını da teşvik ettiğini görülmüştür.

E50 kodlu çalışma, sınıf öğretmeni adayları için Logo'nun bir geometri dersine entegrasyonunun, van Hiele düzeyleri ile ölçülen şekiller ve şekiller arasındaki ilişkileri hakkındaki anlayışlarının ne derece değiştiğini araştırmaktadır.

Uygulamaya başlamadan önce, geliştirilen etkinliklerinin kullanımı için çalışma planı nasıl olacağı ve Logo kullanımı için hazırlık yapılması konularında materyalleri kullanacak öğretmen ile görüşülmüştür. Logo çalışma kitaplarına bağlı olarak Logo etkinlikleri geliştirilmiştir. Öğretimde yer etkinliklerin amaçları ise;

İlk etkinliğin odak noktası, varsayımlarda bulunmak ve temel Logo komutlarını öğrencilere tanıştırmaktır. İkinci etkinlikte öğrencilere geometrik şekiller (kare, dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgen) çizmek için komutlar yazılmıştır. Üçüncü etkinlikte yazılımda yer alan "tekrarla" komutunu nasıl kullanacaklarını öğretmek amaçlanmıştır. Dördüncü etkinlik şeklin her birini çizecek prosedürleri yazmayı öğrenmek ve beşinci etkinlik ise bu etkinliğe değişkenlerin eklenmesiyle oluşturulmuştur. Altıncı etkinlik, öğrencilerin çeşitli prosedürler arasında bağlantı kurmalarına yardımcı olmak için tasarlanmıştır. Yedinci

ve son etkinlik, öğrencilerden yazma prosedürleri bilgilerini bir eşkenar üçgen ve düzgün bir altıgen çizmek için uygulamalarıdır.

Çalışma planları ve etkinlikler hazırlandıktan sonra uygulamalar haftalık olarak planlanmıştır. Aşağıda 2. hafta etkinliğinin nasıl yapıldığına dair örnek vardır.

*Çalışmada yer alan ikinci hafta etkinliğinin detaylı açıklaması:* Grupta yer alan her öğrenciye süreçte kullanması için bilgisayar verilmiş ve yapılacak grup çalışmaları için öğrenci çiftleri yan yana otutturulmuştur. Uygulama başında öğretmen dönem için hazırlanan çalışma planını açıklamıştır. Sonrasında çalışma kağıtları ve Logo programı ile ilgili derslere giriş yapılmıştır. Öğrencilerin zorlandıkları noktalarda öğretmen yardımcı olmuştur. Daha sonra öğrencilere tamamlamaları için ilk Logo etkinliği verilmiştir. Aşağıda Logo etkinliği yer almaktadır.

**Tablo 114**

*E50 Kodlu Çalışmada Yer Alan Logo Etkinliği*

| | | |
|---|---|---|
| **Logo Etkinliği 2** | | |
| Talimatlar: | | |
| 1. Çizmek istediğiniz şekli düşünün. | | |
| 2. Şekli çizeceğini düşündüğünüz komutları yazınız. | | |
| 3. Komutları aklınıza ilk geldiği hali ile yazın. | | |
| 4. Kaplumbağanın çizdiğini çizin. | | |
| 5. Komut listenizi değerlendirin. Kaplumbağa istenilen şekli çizdi mi? Değilse, komut listesinde hangi değişikliklerin yapılması gerekiyor? | | |
| Çizilecek geometrik şekiller: | | |
| 1. Bir kare | | |
| 2. Bir dikdörtgen | | |
| 3. Bir eşkenar dörtgen | | |
| 4. Bir paralelkenar | | |
| ***Kare*** | | |
| Öngörülen komutlar | Kaplumbağa ne çizdi | Revize edilmiş komutlar |
| ***Dikdörtgen*** | | |
| Öngörülen komutlar | Kaplumbağa ne çizdi | Revize edilmiş komutlar |
| ***Eşkenar dörtgen*** | | |
| Öngörülen komutlar | Kaplumbağa ne çizdi | Revize edilmiş komutlar |
| ***Paralelkenar*** | | |
| Öngörülen komutlar | Kaplumbağa ne çizdi | Revize edilmiş komutlar |

(Kaynak: Mohr, 2005, s:210-211)

Sonrasında öğrencilerden ikinci etkinlik için ön görev analizini tamamlamaları ve farklı şekillerin her birini çizeceğini tahmin ettikleri komutları yazmaları istenmiştir. Öğrenciler etkinlikleri tamamladıkça öğretmen tarafından toplanılmış ve değerlendirmek üzere saklanmıştır.

Bu araştırmanın sonuçlarına dayanarak, Logo'nun öğretmen adayları için geometri içerik kursuna entegre edilmesinin (a) şekilleri anlamalarını, özellikle özellikleri ve sınıflandırma bilgilerini; (b) açıları anlamaları-özellikle şekillerle olan ilişkileri açısından; ve (c) değişkenleri anlamaları-bir değişkenin ne olduğu ve nasıl kullanılabileceği konusundaki görüşlerini genişletmek bakımından yararlı olduğu görülmüştür.

E52 kodlu çalışmada, GSP yazılımının kullanıldığı dinamik geometri ortamının 15-16 yaş grubu öğrencilerin van Hiele düzeyini yükseltmedeki etkililiğini yapılandırmacığa uygun olarak hazırlanmış öğrenme ortamıyla karşılaştırılması amaçlanmıştır. Deneysel desenin kullanıldığı çalışmada dört şube belirlenmiştir. Okulda bir matematik öğretmeni bu şubelerden yalnızca ikisine girerken farklı bir matematik öğretmeni ise diğer iki şubeye girmektedir. Araştırmacı her matematik öğretmenine bir deney bir de kontrol grubu atamıştır. Çalışma grubu dörtgenlerin özellikleri, dörtgenler arası ilişkileri ve dörtgenlerde dönme, yansıma ve öteleme gibi özelliklerini belirlenen öğrenme ortamında keşfetmiştir. Aşağıdaki tabloda örnek ders planına detaylı bir şekilde yer verilmiştir:

**Tablo 115**

*E52 Kodlu Çalışmada Kullanılan Örnek Ders Planı*

| |
|---|
| Örnek ders planı “GSP'nin Nasıl Kullanılacağı” |
| 1. Kenarların uç noktalarının birbirine bağlı olduğundan emin olarak bir üçgen çizin. Okun konumunun ekranın sol alt köşesinde gösterildiğine dikkat edin. Hareketi görmek için üçgenin bir tepe noktasında sürükleyin. Ayrıca üçgenin bir parçasını da sürükleyin. Üçgenin bazı yönlerinin nasıl değiştiğine ve diğerlerinin nasıl değişmediğine dikkat edin. |
| 2. Segmenti, Ölçüm Menüsü'nü, uzunluğu seçerek üçgenin kenarlarını ölçün. |
| 3. Açının 3 harfli adını, Ölçü Menüsü, açıyı seçerek üçgenin açılarını ölçün. Birden çok nesneyi seçmek için shift tuşunu kullanın. |
| 4. Üç köşeyi, Konstrüksiyon Menüsü'nü, çokgen iç kısmını seçerek çokgen içini oluşturun. |
| 5. Segment tuşunu basılı tutarak bir ışın oluşturun. Aynı şekilde bir çizgi oluşturun. |
| 6. Işını seçin ve Görüntü Menüsünü kullanarak gizleyin. |
| 7. Dosya, yeni çizim'i kullanarak yeni bir çizim oluşturun. |
| 8. Bir doğru ve doğru üzerinde olmayan bir nokta oluşturun. Noktayı ve çizgiyi seçin. Construct Menüsünü, paralel çizgiyi seçin. Noktayı ve yeni paralel çizgiyi seçin. Menü Oluştur, dikeyi seçin. |
| 9. Yeni bir çizimde öğrencilerin bir kare çizmesini sağlayın. Öğrencilere bir kare çizip sürükleyerek artık kare olmadığını fark ettirin. Öğrencilere bir kare oluşturmada rehberlik edin ve bir tepe noktası sürükleyin. Öğrenciler şeklin hala bir kare olduğunu görmelidir. El simgesine tıklayın ve bir metin kutusu oluşturun. Öğrencilerden “Çizmemiz değil, inşa etmemiz gerekiyor” metin kutusuna yazmalarını sağlayın. İnşa etmek çok önemli.” |
| 10. Yeni bir çizimde bir eksen oluşturun. Herhangi bir çizgi parçası çizin. Uç noktaları ve Ölçü, koordinatları seçin. Segmenti seçin ve Eğimi ve mesafeyi ölçün. |
| Dörtgenler için Komut Dosyalarında Paralelkenar Örneği: |
| Paralelkenar |
| • AB ve C noktası A B üzerinde olmasın. |
| • C üzerinden A B'ye paralel bir doğru oluşturun. |

• Merkezi C ve yarıçapı A B olan bir daire oluşturun. Dairenin doğru ile kesiştiği noktada bir D noktası oluşturun.
• Çizgiyi gizleyin.
• BC, CD ve AD oluşturun.

*(Kaynak: Moyer, 2003, s:169)*

Tablo 115'te GSP'nin nasıl kullanılacağı on adımda detaylı olarak açıklanmıştır.

**Tablo 116**

*E52 Kodlu Çalışmada Yer Alan Ders Örneği*

Ders 8.1: Dönüşümler
Amaç: Dönüşümleri tanımlamak, ayırt etmek ve tamamlamak
1. Aşağıdaki terimleri tanımlayın.
a. Bir görüntü, ön görüntü adı verilen orijinal bir şeklin bir dizi noktasının yeni bir konuma taşınmasının sonucudur.
b. Bir görüntünün her noktası ön görüntünün her noktasıyla eşleştirilebiliyorsa, buna dönüşüm denir.
c. İzometri, katı dönüşüm olarak da adlandırılan, boyut ve şekli koruyan bir dönüşümdür.
d. Çeviri, bir ön görüntünün yeni bir konuma kaydırılmasıyla elde edilen bir dönüşümdür. Ön görüntü, gidilecek yönü ve mesafeyi gösteren bir öteleme vektörü boyunca takip eder.
e. Döndürme, ön görüntünün bir nokta etrafında döndürülmesini gerektiren bir dönüşümdür. Dönüş açısı, mesafeyi ve yönü belirlemek için kullanılır.
f. Yansıma, aynadaki yansımaya benzer sonuçlar veren bir dönüşümdür. Ayna, yansıma çizgisine yerleştirilir.
g. Kayma yansıması, öteleme ve yansımanın birleşimidir.
h. Genişletme, belirli bir skalere göre bir ön görüntüyü büyüten veya küçülten bir dönüşümdür.

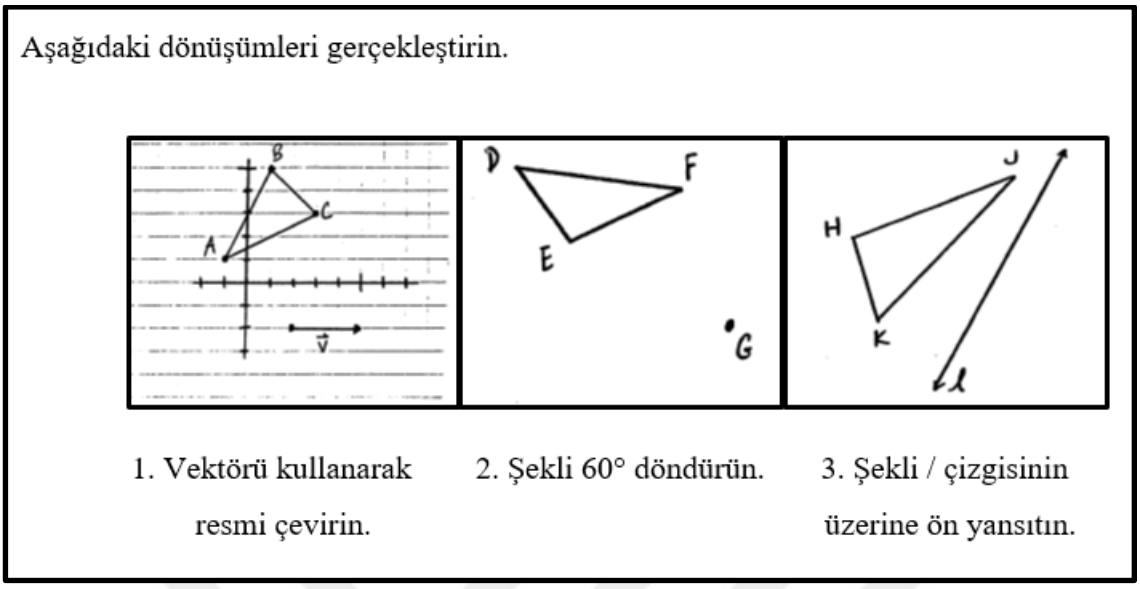
| GSP sınıfları için | GSP kullanmayan sınıflar için |
|---|---|
| Öğretmen, öğrencilere bu dönüşümleri MIRA'lar, pergeller, açıölçerler ve cetvellerle çalışma sayfasını kullanarak oluşturmalarını gösterecek ve talimat vermiştir. Öğretmen daha sonra, Ders 8.1 için GSP çalışma sayfasının Taslak bölümlerini tamamlamada öğrencilere rehberlik etmiştir. Öğretmen tanımları çalışma sayfasında göründükleri şekilde gözden geçirmiştir. Öğrenciler daha sonra, istenirse öğretmenin yardımıyla çalışma sayfasının Araştır bölümünü ve Daha Fazlasını Keşfet bölümünü tamamlayacaktır. | Öğretmen, öğrencilere bu dönüşümleri MIRA'lar, pergeller, açıölçerler ve cetvellerle çalışma sayfasını kullanarak oluşturmalarını göstermiş ve talimat vermiştir. Öğretmen tanımları çalışma sayfasında göründükleri şekilde gözden geçirmiştir. |

*(Kaynak: Moyer, 2003, s:172)*

Tablo 116'da "Dönüşümleri tanımlamak, ayırt etmek ve tamamlamak" amacıyla hazırlanan ders planı örneği hem GSP kullanan uygulama sınıfları için hem de kontrol grubu sınıfları için kapsamlı olarak verilmiştir.

**Şekil 104**

*E52 Kodlu Çalışmada Yer Alan Ders 8.1 İçin Çalışma Sayfası (Örnek 3 Soru)*




*(Kaynak: Moyer, 2003, s:173)*

Yapılan bu araştırmanın sonuçları incelendiğinde bilgisayar kullanılarak yapılan öğretim grubunun van Hiele düzeyleri bağlamında kontrol grubu ile birbirine istatistiksel olarak denk olduğu görülmüştür.

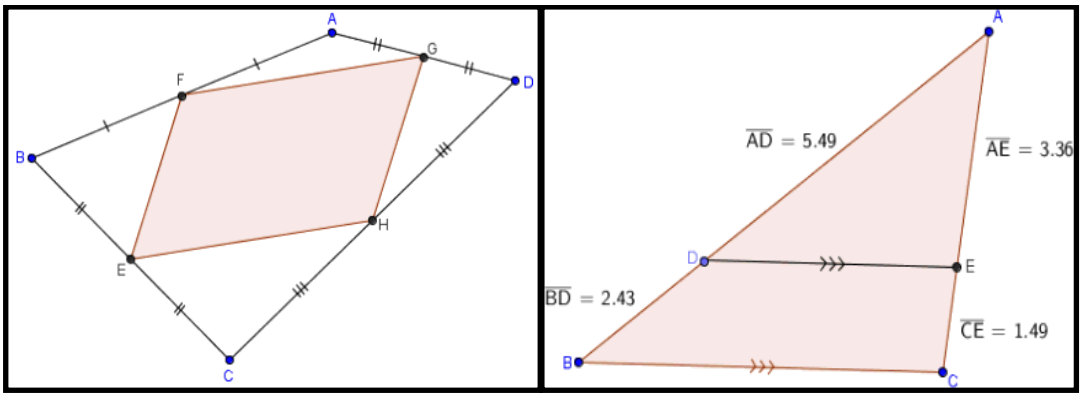
E57 kodlu çalışma, dinamik geometri yazılımının öğretimin entegre bir parçası olarak kullanılmasının, van Hiele düzeyleri bağlamında öğrencilerin geometrik bilişsel gelişimini arttırmada faydalı olup olmadığını araştırmaktadır. Bunun için yarı deneysel eşdeğer olmayan bir karşılaştırma grubu tasarımı kullanılmıştır. Kontrol ve deney grupları için benzer ders içeriği kullanılmış olup, öğrenciler bir dizi geometri etkinliği ve problemi üzerinde çalışmışlardır. Çalışmada kullanılan etkinlik örneği:

*Etkinlik:* Dörtgen olan bir arazi parçanız varsa, dört kenarının her birinin orta noktasını alıp bu orta noktaları birleştirirseniz nasıl bir dörtgen oluşur? Cevabınızı açıklayın ve gerekçelendirin.

Etkinlikte amaç yeni dörtgen EFGH'nin bir paralelkenar olduğunu araştırmak ve keşfetmektir. Deney grubu şekli yapmak için GeoGebra'yı kullanmıştır.

**Şekil 105**

*E57 Kodlu Çalışma İçin Etkinlik Örneği*




*(Kaynak: Omotosho, 2015, s:4-5)*

Şekil 105'de yer alan "Bir üçgenin bir tarafından paralel bir çizgi çizilirse, diğer iki kenarı orantılı olarak böler" etkinlik görselidir.

GeoGebra, deney grubu tarafından şekli inşa etmek ve segmentleri doğru ölçmek için kullanılmıştır.

Bu çalışma sonucunda ise teknolojiyle zenginleştirilmiş ortamın, geometrik görselleştirme, geometrik şekillerin özelliklerinin tanınması ve ispatlar ile ilgili olan van Hiele 1., 2. ve 4. düzeylerindeki öğrencilerin kavramsal geometrik gelişiminin geliştirilmesine yardımcı olduğunu göstermektedir.

E68 kodlu çalışmada amaç öncelikle Geometric Supposer yazılımı ile yapılan geometri öğretiminde öğrencilerin uzamsal görselleştirme yetenekleri, van Hiele düzeyleri ve başarıları arasındaki ilişkiyi incelemektedir. İkinci olarak, Geometric Supposer yazılımı kullanılarak işlenen derslerin öğrencilerin uzamsal görselleştirme yetenekleri üzerindeki etkilerini araştırmaktadır. Üçüncü olarak, öğrencilerin uzamsal görselleştirme yeteneği, van Hiele düzeyi ve başarı arasındaki ilişkileri araştırmaktadır. Bu ilişkilerin sentezi, geometri öğretme ve öğrenmede eğitim yazılımı kullanmanın sonuçlarının daha bütüncül bir şekilde görülmesine yardımcı olacaktır.

Çalışma iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Tüm çalışma boyunca iki geometri sınıfındaki öğrenciler katılmıştır. İlk aşamada, Ekim'den Mart'a kadar eşdeğer olmayan bir kontrol grubu tasarımı kullanılmıştır. Her iki sınıfa da ön ve son testler uygulanmıştır. Deney grubu olarak belirlenen sınıf, 5 aylık süreçte Supposer tabanlı materyalleri kullanırken, kontrol grubu olarak görev yapan diğer sınıf kullanmamıştır. Bu, araştırmacının, yazılım kullanımının uzun vadeli etkilerini ve uzamsal görselleştirme yeteneği, van Hiele düzeyi ve başarıları arasındaki ilişkileri araştırmasına olanak sağlamıştır.

İkinci aşama Mayıs ayında gerçekleştirilmiş ve tam bir haftalık uzamsal görselleştirme derslerinin deneklerin uzamsal yetenekleri üzerindeki etkilerini incelemiştir. Her iki sınıftaki denekler, derslerin verildiği birinci veya ikinci hafta boyunca derslerle çalışmak üzere rastgele atanmıştır. 2x2 faktöriyel tasarım kullanılarak, uzamsal görselleştirme derslerinin ve önceki Supposer kullanımının öğrencilerin uzamsal yetenekleri üzerindeki ana etkileri ve bu iki bağımsız değişken arasındaki etkileşim incelenmiştir.

Mevcut araştırmadan önce, yapılan pilot çalışma, materyaller, uzamsal dersler ve bir bilgisayar laboratuarında öğrencilerle çalışma ile ilgili bu çalışmanın planlanmasını etkileyen bazı önemli sonuçları ortaya çıkarmıştır. Supposers ile çalışan deneklerin uzamsal görselleştirmesini ölçmek için çeşitli testler kullanılmıştır. Kart Döndürme Testi en uygun olarak görülmüş ve bu çalışmada da tercih edilmiştir. Bu, araştırmacının bir dizi uzamsal dersi sahada test etmesi ve değişiklikler yapması için bir iyi bir fırsat olmuştur. Ayrıca, pilot çalışma, araştırmacıya, bilgisayar laboratuvarı ortamında çok az eğitim almış veya hiç eğitim almamış öğrencilerle ve Supposer yazılımında yeni olan öğrencilerle çalışırken değerli bir deneyim kazandırmıştır. Materyal seçimi, uzamsal derslerin iyileştirilmesi ve yazılımı kullanan öğrencilerle deneyim, bu çalışmanın her iki aşaması için de faydalı önkoşul bilgiler sağlamıştır.

İlk aşama, öğrencilere uygulanan ön testler ile başlayıp son testler ile sona ermiştir. 5 aylık sürenin başında ve sonunda her iki sınıftaki tüm deneklere verilen iki test, kart döndürme testi ve van Hiele geometrik düşünme testidir.

Birinci aşamanın beş aylık süresi boyunca, uygulama grubu olarak belirlenen sınıf geometrik yazılımı etkinliklerini uygularken, diğer sınıf olan kontrol grubu kullanmamıştır. Bu etkinlikler 55 dakikalık ders süreleri için tasarlanmış ve ders kitabı materyali ile bütünleştirilmiştir. Her iki sınıf da aynı ders kitabını kullanmış ve her gün aynı materyallerle dersler işlenmiştir. Deney grubu bilgisayar labaratuvarında dersleri işlemeye devem etmiştir.

İkinci aşama her iki sınıftan denekler, uzamsal eğitim almak üzere rastgele seçilmiştir. İlk hafta, tedavi ve kontrol gruplarının yaklaşık yarısı, Supposer materyalleri ile uzamsal ders serisinde yer almıştır. Bu dersler araştırmacı tarafından yürütülmüştür. Diğer yarısı, pergel ve cetvelle geometrik yapıları öğrenmek için diğer sınıf öğretmeni ile sınıfta kalmıştır. İkinci hafta için grupların yarısı yer değiştirmiştir. 2 haftalık sürenin sonunda tüm öğrenciler geometrik yapıları işleyip ve uzamsal derslerde çalışmışlardır. Uzamsal dersler Bruner ve Piaget'nin ruhuyla geliştirilmiştir. Başlangıçta, denekler ötelemeler, döndürmeler ve yansımalar yapmak için karton çokgenler kullanmışlardır. Bu dönüşümlere ilişkin temel bir

anlayışla, konular, Apple® II mikrobilgisayarlarında Supposers ile çalışmadan önce geoboard'larla devam etmiş ve kağıt-kalem alıştırmalarına geçilmiştir.

Denekler, Suppser materyalleri ile tekrar çiftler halinde çalışmışlardır. Tek sayıda denek olduğunda, ortağı olmayan öğrenci ya tek başına ya da başka bir grupla çalışmayı seçmiştir. Denekler Geometrik Ön Varsayım: Noktalar ve Doğrular ve Geometrik Varsayım: Üçgenler ve Dörtgenler'i kullanmışlardır. Döndürme ve yansımaları simüle etmek için yansıtma ve tekrarlama seçenekleri kullanılmıştır. Araştırmacı, dersleri netleştirmek ve konuları yazılıma alıştırmak için Apple® II mikrobilgisayar, LCD ve tepegöz ile alıştırmalara kısa bir giriş yapmıştır. Bu, bilgisayar alanına bir kapı ile bağlanan sınıfta yapılmıştır. Birinci haftanın sonunda, tüm deneklere son test puanları için kart döndürme testi uygulanmıştır. İkinci haftanın sonunda herhangi bir test yapılmamıştır.

*Çalışmada Kullanılan Yazılım Programları ve Ekipmanlar:* Geometric Supposer Yazılımı, her biri geometri müfredatının geniş bir bölümüyle ilgilenen dört mikrobilgisayar programından oluşan bir seridir. Serideki ilk program olan The Geometric pre-Supposer: nokta ve doğrular, öğrencileri lise geometrisine ve geri kalan üçü, The Geometric Supposer: üçgenler, dörtgenler ve daireler, ikinci bir geometri kursuna hazırlamak için tasarlanmıştır. Yazılım serisi, öğrencilerin Öklid geometrisini öğrenmede daha dinamik bir rol üstlenmelerini sağlamış ve ev ödevinin gözden geçirilmesi, yeni materyalin anlatılması ve sonraki ödevlerden oluşan daha geleneksel sınıfları desteklemiştir. Supposer yazılımı ile öğrenciler, problem çözmenin, matematiksel akıl yürütmenin ve iletişimin vazgeçilmez olduğu bir sınıf ortamında, aktif olarak açık uçlu problemleri keşfetme ve varsayımlar geliştirme ve test etme imkânı bulmuşlardır.

Çalışma sırasında The Geometric Supposer serisindeki dört yazılım programının tamamı kullanılmıştır. Bu programlar, onlara eşlik eden öğretmen kılavuzları ve LCD ekran ile, çalışmanın her iki aşamasında kullanılmak üzere Ohio Eyalet Üniversitesi'nden ödünç alınmıştır. Araştırmacı, konu ile ilgili çeşitli ders kitapları almıştır. Bunlar araştırmacı ve öğretmen tarafından okunup ve tartışılmıştır. Öğretmenlerin yazılımın sınıftaki potansiyelinin farkına varmalarına yardımcı olacak iki video kaseti, Geometric Supposer ve Supposer in the Classroom, Sunburst Communications'tan ödünç alınmış ve araştırmacı ve öğretmen tarafından izlenmiştir. Çalışmanın ilk aşamasında bir Macintosh® bilgisayar laboratuvarı ve geometri sınıfı kullanılmıştır. Laboratuar bilgisayar ile donatılmış ve sınıf tartışmaları ve etkinlikler sırasında kullanılan bir tahta, masalar ve sandalyeler mevcuttur. Macintosh® bilgisayar laboratuarında denekler 1-2 kişilik gruplar halinde üçgenler kullanılarak

çalışmışlardır. Burada araştırmacı, LCD'li ve tepegözlü bir Apple® bilgisayarı olan Geometric Supposer: Dörtgenler'i kullanarak dörtgenleri incelemede bulunmuşlardır.

Daha sonra, bilgisayar laboratuvarı kapalı olduğunda, deney grubu birkaç hafta boyunca benzer başka bir Macintosh® bilgisayar laboratuvarını kullanmış ve ardından I. Aşamanın geri kalanında geometri sınıfında çalışmışlardır. Sınıf çalışması yapmak üzere altı Apple® bilgissayarlar fen dersliklerinden ve matematik bölümü ofisinden getirilmiştir. Denekler The Geometric Supposer: Çember ve Dörtgenler yazılımı kullanılarak 2-3 kişilik gruplar halinde çalışmıştır. Denekler noktalar ve doğrular, üçgenler ve dörtgenleri yazılım programları ile çalışmıştır. Ayrıca araştırmacı uygulama boyunca, bir Apple® bilgisayar, tepegöz ve LCD ünitesi kullanarak tüm sınıfa aynı yazılımla dersleri işlemiştir.

**Tablo 117**

*E68 Kodlu Çalışmada Yer Alan Örnek Ders Planı*

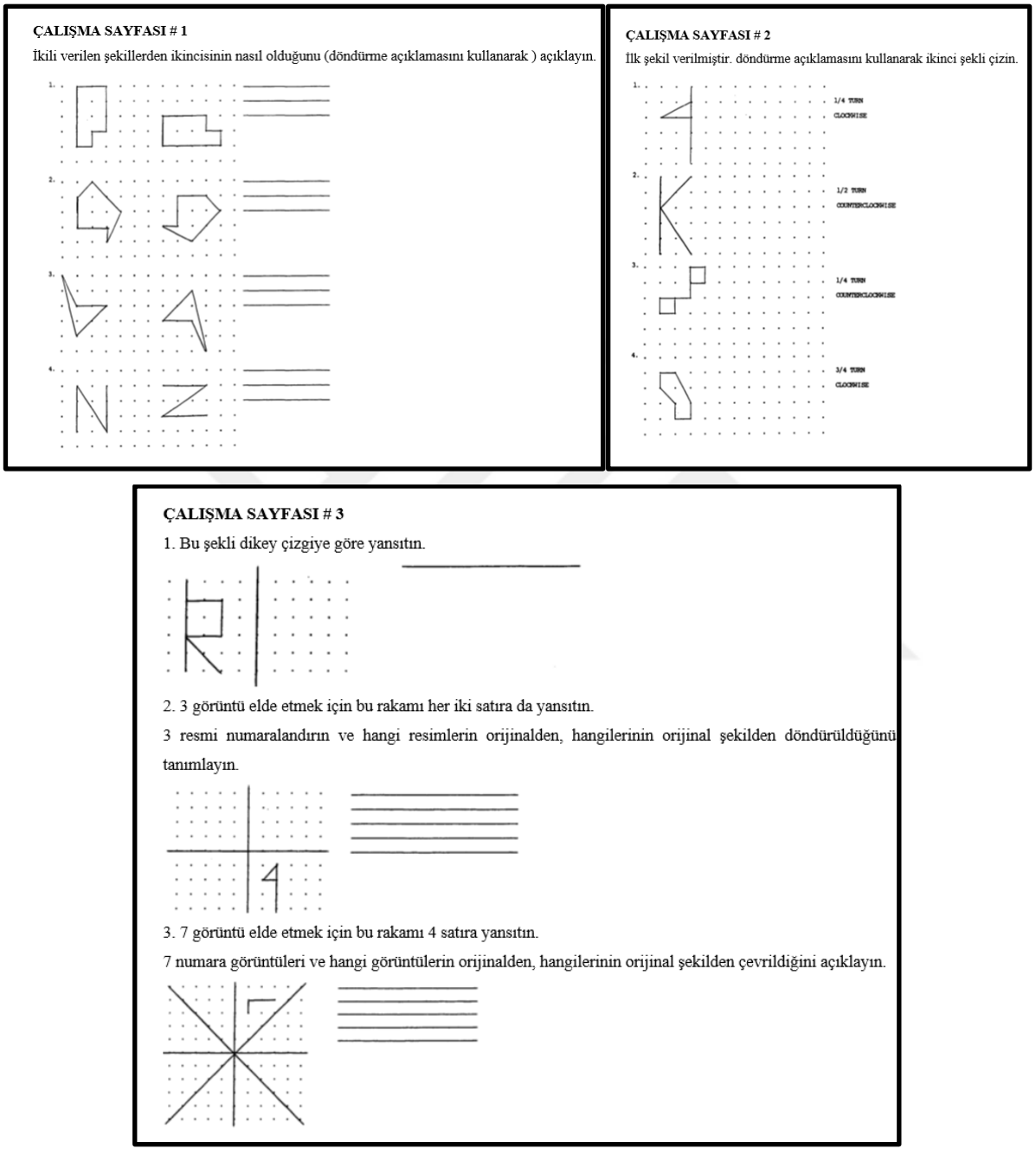
DERS 1
Konu: Dönüşümler
Hedefler:
1. Öğrenciler, önceki bilgilerini temel alarak dönüşümlerle ilgili kelimeleri öğreneceklerdir.
2. Öğrenciler elde tutulan üçgenler, geometri tahtaları, kalem ve kâğıt ile şekillerin dönüşümlerini ve yansımalarını tanımlayabilecek ve oluşturabilecektir.
Materyaller: Büyük karton üçgenler; geometri tahtası, işaretleyiciler, asetatlar ile tepegöz projektörü ve öğrenci çalışma sayfaları #1, #2, #3 ve bunların asetatları.
Uygulama:
1. Öğrencilere öncelikle bir haftalık çalışma programını verin. Sonrasında öğrencilere günlük ders programı hakkında bilgi verin.
2. Öğrencilere tepede elde tutulan üçgenler, geometri tahtaları, asetatlar ve plastik parçalar kullanarak slaytları, yansımaları ve döndürmeleri gösterin. Öğrencilerin derslere katılımını teşvik edin ve öğrencilerin dönüşümler hakkında ön bilgilerini belirleyin. Öğrencilerin günlük hayatta kullandıkları terminolojiyi kullanmalarına izin verin.
3. Öğrenciler çiftler halinde, yansımaları ve döndürmeleri oluşturmak ve belirlemek için birbirlerine meydan okumak için geometri tahtalarını kullanacaklardır.
4. Slaytların, yansımaların ve döndürmelerin ortak noktalarının neler olup olmadığını tahtaya listeleyin.
5. Öğrenciler, 1 ve 2 numaralı çalışma sayfalarını sınıfta tamamlarlar. Asetatlara çizmek için öğrencileri seçin.
Kapanış:
1. Öğrencilerden kelimeleri gözden geçirmelerini ve farklı materyallerle yansımaları ve rotasyonları göstermelerini isteyin. Öğrencilerin terminolojisini kabul edin, ancak yanıtları daha kesin terimlerle yeniden ifade edin.
2. Öğrencilerden, görüntünün bir döndürme mi yoksa orijinal şeklin bir yansıması mı olduğunu belirleme stratejilerini açıklamalarını isteyin. Dönüşümlerdeki benzerlikleri ve farklılıkları gösteren panodaki listelere bakın.
3. Ödev - 3 numaralı çalışma sayfasını dağıtın.
4. Öğrenciler, tamamlanmış çalışma sayfalarını ayrılmadan önce uygun kutulara koyarlar.

*(Kaynak: Smyser, 1994, s:98-99)*

Tablo 117'de dönüşümler konusuna ait verilen ders planı için gerekli materyaller, uygulamanın nasıl yapılacağı ve dersin sonlandırılmasına ilişkin bilgiler detaylıca verilmiştir.

**Şekil 106**

*E68 Kodlu Çalışmada Yer Alan Örnek Ders Planında Kullanılan Çalışma Yaprakları*




*(Kaynak: Smyser, 1994, s:100-101-102)*

Şekil 106'da görüldüğü üzere verilen örnek ders planında yapılması planlanan üç çalışma sayfasına ait görseller yer almaktadır.

Bu çalışmanın sonuçlarına bakıldığında öğrencilerin VHGDD ile yıl sonu akademik başarıları arasında anlamlı bir ilişki bulunmuştur. Yapılan öğretim uygulamasının sonucunda

daha yüksek van Hiele düzeylerinde akıl yürüten öğrenciler, daha düşük van Hiele düzeylerindeki öğrencilere kıyasla yıl sonu sınavlarında önemli ölçüde daha yüksek puan almıştır.

E70 kodlu araştırma, BİT kullanımının öğrencilerin van Hiele düzeyleri açısından bilişsel geometrik gelişimini etkileyip etkilemediğini ve nasıl etkilediğini araştırmayı amaçlamaktadır. Bu bağlamda, deney grubunda GeoGebra, Cabri-3D ve tablet PC, kontrol grubunda ise sadece tablet PC kullanıldığı karşılaştırmalı bir araştırmadır.

*Araştırmada kullanılan materyallere ilişkin bilgiler:*

• Tablet PC, kullanıcının klavye veya fare yerine dijital kalemle çalıştırmasını sağlayan bir dizüstü bilgisayardır. Tablet PC, ekrandaki (tahta yerine) bir veri projektörü aracılığıyla yazmayı ve açıklama yapmayı sağlamaktadır. Tablet PC kullanmanın başlıca avantajları, fosforlu kalem, farklı renk ve kalınlıktaki kalemlerin kullanımına olanak sağlaması ve ders notlarının web'de yayınlanmak üzere bir pdf dosyasına aktarılabilmesini sağlamasıdır.

• GeoGebra, aritmetik, geometri, cebir, istatistik ve hesabı birleştiren açık kaynaklı bir dinamik matematik yazılımıdır. Fonksiyon grafiklerinin oluşturulmasını da sağlayan etkileşimli bir geometri sistemidir. Program, öğretmenlerin ve öğrencilerin olası ilişkileri keşfedebilecekleri ve varsayımları test edebilecekleri sadece ekranı gözlemleyerek sürükleyerek kalıpları keşfetmelerini sağlamaktadır.

• Cabri 3D, öğrencilerin ve öğretmenlerin üç boyutlu geometri oluşturmasını ve araştırmasını sağlar. Kullanıcının nesneleri oluşturmasını, ölçmesini, açmasını ve döndürmesini sağlayarak etkileşimli geometrinin faydalarını kapsamaktadır.

*Araştırma tasarımı:* Bu araştırma için yarı deneysel, eşdeğer olmayan bir karşılaştırma grubu tasarımı kullanılmıştır. Bir dönemlik geometri dersi, öğrencilerin öğretim elemanının rehberliğinde bir dizi iyi planlanmış ve tasarlanmış etkinliklerle çalıştıkları probleme dayalı bir derstir. Bu etkinliklerin amacı, gerçek hayat ve teorik problemleri çözerken öğrencilerin geometri anlayışını geliştirmektir ve ayrıca BİT ortamı için tasarlanmıştır. Dersler araştırmacı tarafından her iki gruba da verilmiş ve her iki grupta da tablet bilgisayar kullanılmıştır. Geleneksel yöntemle işlenen ders, kısa bir giriş yapıldıktan sonra öğrencilerin bir dizi problem üzerinde çalışılması ve sonrasında problemin çıktılarına ilişkin kısa bir tartışmadan oluşmaktadır. İki grup arasındaki fark, deney grubunda GeoGebra ve Cabri3D'yi yoğun olarak kullanılması ve öğrencilerin bilgisayar laboratuvarında GeoGebra'yı kullanarak aynı problemler üzerinde iki hafta boyunca çalışılmasıdır.

**Tablo 118**

*E70 Kodlu Çalışmada Kullanılan Araştırma Tasarımı*

| | Ön-test | Deney Grubu | Son-test |
|---|---|---|---|
| Deney Grubu | CDASSG van Hiele Test | Geometri kursu & Tablet PC GeoGebra ve Cabri3D | CDASSG van Hiele Test |
| Kontrol Grubu | CDASSG van Hiele Test | Geometri kursu & Tablet PC | CDASSG van Hiele Test |

*(Kaynakça: Stols, 2020, s:151)*

Bu araştırma, öğrencilerin dersin başında Öklid geometrisi hakkında beklenen düzeyde bir anlayışa sahip olmadıklarını, aynı zamanda dersten sonra bile hem kontrol hem de deney gruplarında üst düzey düşünme düzeylerini anlamada yetersiz kaldıklarını göstermektedir. En sorunlu alanlar, ispatların inşası, aksiyomların ve tanımların rolünün anlaşılması ve Öklidyen olmayan sistemlerin anlaşılmasıdır.

Çalışma ayrıca derste BİT kullanımının öğrencilerin geometrik gelişimi daha düşük düzeylerde artırdığını, ancak daha yüksek düzeylerde geçerli olmadığı sonucunu ortaya koymuştur. GeoGebra kullanımı ile çalışmanın görselleştirmeyi ve kavramsal anlamayı geliştirebileceği düşünülmüş, ancak bu dinamik geometri yazılımıyla çalışmak tümdengelimli akıl yürütme becerilerinine etkisinin yüzde yüz sağlanamayabileceğini göstermiştir. Sorunun özü, bu durumda dinamik geometri yazılımı olan BİT'in doğasında yatmaktadır. GeoGebra ve Cabri 3D, öğrencilerin temel kavramları anlamalarını geliştirebilse de, ispat oluşturma ve aksiyomatik sistemlerin öğrenilmesi için tasarlanmamıştır. Aslında bu beceriler herhangi bir yazılım yardımıyla öğretilemez. Bu, yazılımın resmi ispatların öğretimi için işe yaramaz olduğu anlamına gelmemektedir, öğrencilerde yine de merak uyandıracak, onlara ilişkileri keşfetme fırsatı verecek ve onları ispat yapmaya teşvik edecektir.

Araştırma sonuçlarına bakıldığında, BİT ile zenginleştirilmiş ortamın, van Hiele 1, 2, 3 ve 4 düzeylerinde kavramsal geometrik düşünme düzeylerinde iyileştirmeye yardımcı olduğu sonuçlarına ulaşılmıştır. Nitekim BİT ile zenginleştirilmiş bir ortam, Düzey 5'e öğencileri yerleştirme konusunda yetersiz kalmıştır.

- *Van Hiele Teorisi'ne Dayalı Öğretim:*

Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 12 çalışmada (E2, E12, E13, E14, E16, E28, E46, E47, E59, E61, E67, E79) VHGDD'ni artırmak için van Hiele Teorisi'ne

dayalı öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışmalar sırası ile tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir

E2 kodlu van Hiele'nin geometrik öğrenme düzeyleri ve aşamalarının tanıtımına ve tartışılmasına dayanan bu çalışma, geometri konularının öğretme ve öğrenme sürecini geliştirmeyi amaçlamaktadır. Altı haftalık çalışma, 94 öğrenci ve 2 öğretmenin katıldığı bir ortaokulda yürütülmüştür. Öğrenciler kontrol ve deney gruplarına ayrılmış, uygulama öncesi ve sonrasında her iki gruba da van Hiele geometri testi uygulanmıştır.

*Çalışmada kullanılan van Hiele aşamasına dayalı öğrenme nedir?*

Van Hiele Teorisi, öğrencilerin van Hiele'nin geometrik düşünme düzeylerinden birinden daha yüksek bir düzeye geçmelerine yardımcı olabilecek öğrenme aşamaları önermektedir. Bu öğrenme aşamaları öğrencilere geometri öğrenmede yardımcı olabilir ve öğretmenlerin yardımıyla belirli kavramları tartışabilecek ve daha teknik bir dil kullanımı geliştirebilecektir. Bu beş aşamada kullanılan yaklaşım, yapılandırılmış bir ders sağlamaktadır. Bu bağlamda bilgilendirme aşamasında, tartışma yoluyla öğretmen ve öğrenciler arasındaki etkileşim vurgulanmaktadır. Yönlendirilmiş oryantasyon aşamasında, öğrenciler rehberli etkinlikleri kullanarak keşifler yaparlar. Açıklama aşamasında öğrenciler, gözlemlenen yapı hakkındaki görüşlerini açıklar ve ifade ederler. Serbest oryantasyon aşamasında öğrenciler daha karmaşık görevleri çözerler. Entegrasyon aşamasında, öğrenciler yeni bir genel bakış oluşturmak amacıyla öğrendikleri dersi özetler. Öğrenciler van Hiele'nin geometrik düşünme düzeyinin her birine ulaşmak için beş aşamanın hepsinden geçmelidir. Diğer bir deyişle, öğrencilerin birinci düzeyden ikinci düzeye geçmek için bilgi, yönlendirilmiş oryantasyon, açıklama, serbest oryantasyon ve entegrasyon aşamalarından geçmeleri, sonraki düzeylere geçmek için de aynı aşamaları tekrar etmeleri gerekmektedir.

Bu çalışmada da öğrenciler birinci düzeyden ikinci düzeye ve ikinci düzeyden üçüncü düzeye ilerlemek için iki aşamadan geçmek durumunda kalmışlardır. Bunun nedeni, ortaokul öğrencilerinin genellikle van Hiele'nin 3. geometrik düşünme düzeyine ulaşabildiklerini içeren önceki araştırmaların sonuçlarıdır.

Van Hiele'nin aşama tabanlı öğrenmesine dayalı geliştirilmiş etkinlik örneği:

Bu çalışmada araştırmacılar, dönüşümler konusu için aşamalardan yola çıkarak iki sınıf öğrencisi için etkinlikler geliştirmiştir. Alt konulardan biri "Dörtgenler, özellikleri ve ilişkisi" dir. Aşağıda, van Hiele'nin aşama tabanlı öğrenmesine dayalı olarak öğrencilerin 3.düzeye geçmelerine yardımcı etkinliklere bir örnek verilmiştir.

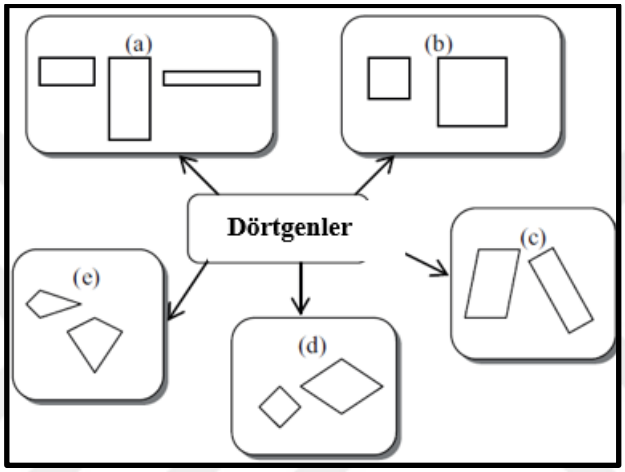
*İlk Öğrenim Oturumu:* Bu oturumda, öğrencilerin van Hiele Teorisi'nin ilk düzeyinden ilerlemelerine yardımcı olmak için öğrenme etkinlikleri tasarlanmıştır.

Etkinliklerin amacı öğrencilerin dörtgenleri tanımalarına ve özelliklerini anlamalarına yardımcı olmaktır. Örneğin, öğrenciler bir paralelkenarın eşit ve paralel karşılıklı kenarlara, eşit karşıt açılara sahip olduğunu ve köşegenlerinin birbirini ortaladığını öğreneceklerdir.

1. aşamada öğrenciler geliştirilen etkinlikle tanışmışlardır. Öğretmenler yeni bir fikir sunmuş ve öğrencilerin kavram üzerinde çalışmaya başlamalarına izin vermiştir. Öğrenciler GSP'yi kullanarak dörtgenler oluşturabilecek ve sahip oldukları özellikleri tanımlayabileceklerdir.

**Şekil 107**

*E2 Kodlu Çalışmada Kullanılan Dörtgen Türleri*

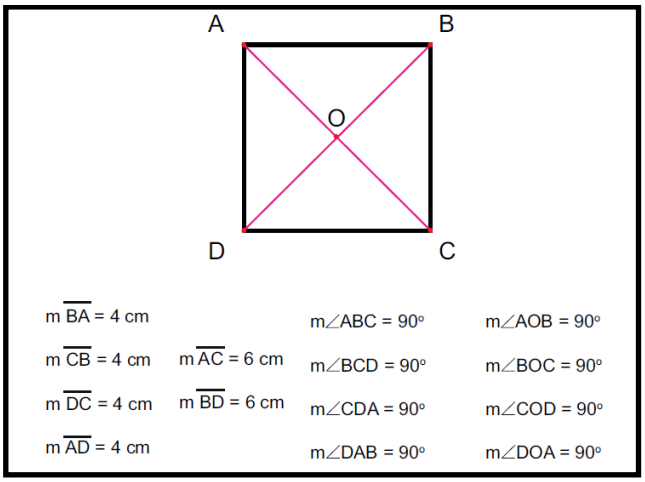



*(Kaynak: Abdullah ve Zakaria, 2013, s:4)*

2. aşama, öğrencilere herhangi bir dörtgenin sahip olduğu özellikleri GSP kullanarak keşfetme fırsatı verecektir. GSP'nin sürükleme yeteneği öğrencilerin fareyi kullanarak geometrik nesneleri manipüle etmelerine ve yeniden şekillendirmelerine izin verdiği için, dörtgen oluşturma ve özelliklerini keşfetme işlemleri kolay ve etkili bir şekilde yapılabilmektedir. Herhangi bir dinamik geometri yazılımı kullanmadan, öğrenciler şekilleri oluşturmada ve genişlikleri, uzunlukları ve açıları için doğru değerleri elde etmede zorluk yaşayabilmektedirler. Örneğin, Şekil 108'de gösterildiği gibi, öğrencilerden bir karenin sahip olduğu özellikleri keşfetmeleri istendiğinde, elde edilen veriler bir sonraki aşamada tartışma amacıyla tabloya doldurulacaktır.

**Şekil 108**

*E2 Kodlu Çalışmanın 2. Aşamasında GSP Kullanarak Kare Oluşturulması Örneği*



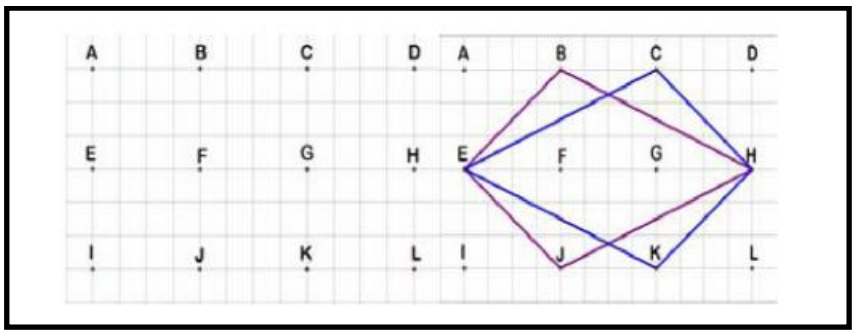

*(Kaynak: Abdullah ve Zakaria, 2013, s:5)*

3. aşamada öğrenciler bir önceki aşamada keşfettiklerini kendi sözcükleriyle ifade etmektedirler. Burada öğretmenin rolü, ilgili geometrik terimleri tanıtmaktır. Öğrenciler daha önce gerçekleştirilen etkinliklerden gözlemlerini açıklayacaklardır. GSP kullanılarak yapılan keşiflerden elde edilen verilere referansla öğrenciler artık kare, dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve uçurtmanın sahip olduğu özellikleri açıklayabilmektedirler.

4. aşamada öğrenciler daha karmaşık görevleri yerine getireceklerdir. Bu araştırmada öğrencilerden belirlenen dörtgenleri oluşturmak için belirlenen noktaları birleştirmeleri istenmektedir. Dörtgenlerin sahip olduğu özellikleri anlarlarsa belirli bir şekli doğru bir şekilde oluşturabilmektedirler.

**Şekil 109**

*E2 Kodlu Çalışmanın 4. Aşamasında Kullanılan Etkinlik Örneği*




*(Kaynak: Abdullah ve Zakaria, 2013, s:5)*

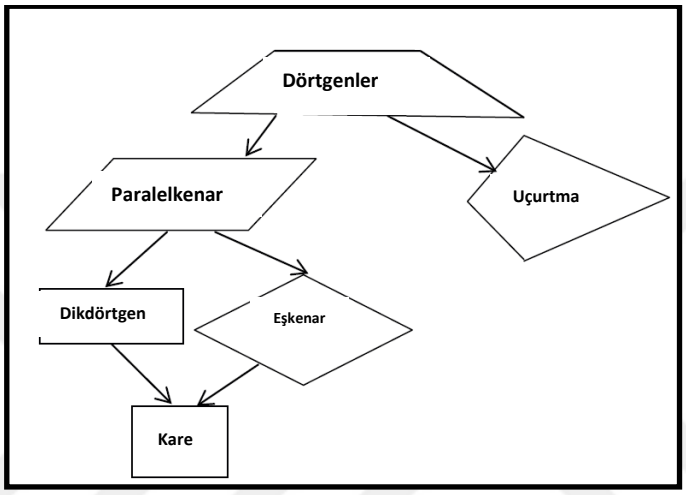
5. ve son aşamada; öğrenciler öğrendiklerini özetler ve bütünleştirir ve yeni bir nesneler ve ilişkiler ağı geliştirir. Bu araştırmada öğretmen, öğrencilerin bu öğrenme oturumunda keşfettikleri ve anladıkları kavramları özetlemelerine yardımcı olacaktır. Kare,

dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve uçurtmanın dört kenarının formlarının sahip olduğu özellikleri tanımlayabilecektirler.

*İkinci Öğrenme Oturumu:* Bu oturumun amacı, öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini 2. düzeyden 3. düzeye yükseltmelerine yardımcı olmaktır. Bu nedenle, Şekil 110'da gösterildiği gibi, bu oturumdaki etkinlikler öğrencilerin dörtgenlerin özellikleri ve aralarındaki ilişkileri keşfetmekten oluşmuştur.

**Şekil 110**

*E2 Kodlu Çalışmada Kullanılan Dörtgenler Arasındaki İlişkiler Ağı*




*(Kaynak: Abdullah ve Zakaria, 2013, s:6)*

1. aşamada; öğrenciler bir önceki oturumda ürettikleri dörtgenlerin sahip oldukları özellikleri üzerinde düşüneceklerdir. Bu oturumda GSP'yi kullanarak öğrencilerden dörtgenler oluşturmaları istenecektir. 2. aşamada etkinliklerin amacı öğrencilerin dörtgenler arasındaki ilişkileri belirlemelerine yardımcı olmaktır. İlk olarak, GSP'de dörtgenlerin özellikleri ile ilgili notlar verilmektedir ve öğrenciler sağlanan butonlara tıklayarak onların özelliklerini detaylı olarak anlayacaklardır. Dörtgenler incelendikten sonra verilen tablodaki dörtgenleri kenarlar, açılar ve köşegenler açısından sınıflandırmaları istenecektir. Verilere göre daha sonra dörtgenler arasında ilişki kurmaları istenecektir. Öğrenciler ve öğretmenler daha sonra 3. aşamada belirli bir dörtgenin neden diğer dörtgenlerden farklı olduğunu tartışacaklardır. 4. aşamada, öğrencilere belirli bir dörtgen (örneğin bir dikdörtgen) verilip, özelliklerinin değerini bulmaları istenmektedir. Daha sonra GSP'yi kullanarak dikdörtgenin herhangi bir köşesini sürükleyerek başka bir dörtgenin (örneğin bir kare) neden orijinal dörtgenin (dikdörtgen) özel bir hali olduğunu belirlemeleri beklenmektedir. Daha sonra bu dörtgenlerin sahip olduğu ortak özellikleri bulmaları istenmektedir. Son olarak, ikinci öğrenme oturumunun tamamlanmasının ardından, son aşamasında öğrenciler, dörtgenler

arasındaki tüm ilişkileri özetleyebileceklerdir. Tanımları ve sınıflandırmaları ile dörtgenleri anlayabilir ve ayırt edebileceklerdir.

E2 tarafından yapılan çalışmanın sonuçları, van Hiele'nin geometri öğrenme aşamalarının GSP yazılımı yardımıyla uygulanmasının, öğrencilerin konuları geleneksel olarak öğrenen öğrencilere kıyasla daha iyi geometrik düşünme düzeylerine ulaşmalarına yardımcı olduğunu göstermektedir.

E12 kodlu çalışma, yorumlayıcı paradigmanın ve durum çalışmalarının doğasını takip ederek, araştırmacılar tarafından matematik öğretmen adaylarının geometrik düşüncenin van Hiele düzeyleri ile tutarlı olarak geometri öğretimini ve öğrenimini ne ölçüde kolaylaştırdığını araştırmak ve detaylandırmak için yürütülmüştür.

Bu çalışmada veriler sınıf içi gözlem yoluyla toplanmıştır. Sınıf gözlem programı, van Hiele Teorisi'ne dayalı olarak Muyeghu'dan (2008) uyarlanmıştır. Program, öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin çeşitli van Hiele düzeylerinde uzmanlaşmaları ve kolaylaştırmaları gereken bilgi ve becerilere ilişkin araştırmacıların bulguları dikkate alınarak oluşturulmuştur. Araştırmada hem Görsel düzeyde hem de Analiz düzeyinde öğretmenin rolünü göz önünde bulundurularak etkinlikler gösterilmiştir. Bu etkinlikler, seçilen öğretmenlerin van Hiele 1. ve 2. düzeylerde geometrik düşünmenin gelişimini kolaylaştırmak için kullandıkları öğretim stratejilerini belirlemek için öğretmenin uygulamasına göre değerlendirilmiştir (Muyeghu, 2008). Ancak, bu çalışmanın amacı için, araştırmacılar düzey 3 ve 4'ü içerecek şekilde genişleterek gözlem programını uyarlamışlardır. Program, öğretmenlerin öğretim becerilerini üç puanlık bir ölçekte zayıf, orta ve güçlü olarak değerlendirmişlerdir. Araştırmacıların yapmak istediği herhangi bir yorum için ek bir sütun konulmuştur. Her bir öğretmen, bir eğitim fakültesi birinci sınıf sınıfında üçgenler, dikdörtgenler, paralelkenarlar, eşkenar dörtgenler, kareler ve bunların özellikleri gibi düzlemsel şekillerin öğretiminde iki kez gözlemlenmiştir. Verilerin toplandığı sırada bir sınıfta ortalama 35 öğretmen adayı bulunmuş ve her bir geometri dersi ortalama bir saat sürmüştür. Araştırmacılar özellikle van Hiele düzeylerini çevreleyen önlemlere odaklanarak derslerin yapısını, girişleri, sunumları, değerlendirmeleri ve derslerin sınıf yönetimini gözlemlemişlerdir. Her eğitmen dersi sırasında, geliştirilen gözlem kontrol listesinde Van Hiele Teorisi'ni çevreleyen çeşitli kriterlerin tanımlarına karşı gözlemler yapılmıştır. Böylece her öğretmenin dersi için van Hiele düzeyleri doğrultusunda dersin gücünün net göstergeleri yapılmıştır (yani van Hiele düzey 1, 2, 3 ve 4'te dersin geometrik düşünceyi geliştirmede zayıf, orta veya güçlü olup olmadığı). Ek yoruma ihtiyaç duyulan durumlarda araştırmacılar verilen bir sütunda belirtmişlerdir.

**Tablo 119**

*E12 Kodlu Çalışmada Kullanılan Van Hiele Teorisi'ne Yönelik Olarak Hazırlanan Gözlem Formu*

| **Etkinlikler** | **Düzey** | **Zayıf** | **Orta** | **Güçlü** | **Yorumlar** |
|---|---|---|---|---|---|
| Öğretmen, sınıfa çeşitli geometrik şekiller gösterir. | 1 | | | | |
| Öğretmen, öğrencilerden dış dünyadaki şekil örneklerini listelemelerini ister. | 1 | | | | |
| Öğretmen, şekilleri tanımlamak için resmi olmayan bir dil kullanır. | 1 | | | | |
| Öğretmen, öğrencilerden görünüşlerine göre şekiller oluşturmalarını ister. | 1 | | | | |
| Öğretmen, öğrencilerden genel olarak özelliklere atıfta bulunmak yerine şekiller üzerinde çalışarak rutin problemleri çözmelerini ister. | 1 | | | | |
| **Etkinlikler** | **Düzey** | | | | |
| Öğretmen, şekillerin özellikleri hakkında tipik bir konuyu tanıtır. | 2 | | | | |
| Öğretmen, öğrencilerden şekillerin özelliklerini listelemelerini ister. | 2 | | | | |
| Öğretmen, öğrencilerden özelliklerine göre şekiller oluşturmalarını ister. | 2 | | | | |
| Öğretmen, öğrencilere şekillerin bilinen özelliklerini kullanarak belirli bir problemi nasıl çözeceklerini öğretir. | 2 | | | | |
| Öğretmen, öğrencilere şekillerin özelliklerine odaklanmalarını gerektiren uygulamalı etkinlikler sağlar. | 2 | | | | |
| **Etkinlikler** | **Düzey** | | | | |
| Öğretmen, öğrencilerden konu hakkında öğrendiklerini kendi dillerini kullanarak açıklamalarını ister. | 3 | | | | |
| Öğretmen, öğrencilere geometrik şekillerin özelliklerini analiz etmeleri ve farklı şekil türleri arasındaki karşılıklı ilişkileri anlamaları için rehberlik eder. | 3 | | | | |
| Öğretmen, öğrencilere basit çıkarımlar yapma konusunda rehberlik eder; bir dörtgende | 3 | | | | |

| | |
|---|---|
| karşılıklı kenarların paralel olması karşı açıların eşit olmasını gerektirir. | |
| Öğretmen, doğru ve uygun terminolojinin geliştirilmesini ve kullanılmasını sağlar | 3 |
| Öğretmen, şekil özelliklerinin önemli bileşenler olduğu görevler de dahil olmak üzere, öğrencilere problem çözmede rehberlik eder. | 3 |
| **Etkinlikler** | **Düzey** |
| Öğretmen, öğrencilere açık uçlu ve çok yollu çözümlere sahip problemler sağlayan görevler tasarlar. | 4 |
| Öğretmen, öğrencilere farklı kanıtları oluşturma, karşılaştırma ve karşılaştırma konusunda rehberlik eder. | 4 |
| Öğretmen, öğrencilere resmi kanıtlardaki ifadeler için nedenler sağlama konusunda rehberlik eder. | 4 |

*Kaynak: (Armah ve Kissi, 2019, s:13)*

Bu çalışmanın sonuçlarına bakıldığında, her öğretmeninin dersi (iki boyutlu geometri üzerine), özellikle van Hiele düzeylerini çevreleyen durumlara dikkat edilerek iki kez gözlemlenmiştir. Sınıf gözlemlerinden elde edilen verilerin bağlamsal analizi, seçilen matematik öğretmen adaylarının, geometrinin öğretilmesini ve öğrenilmesini kolaylaştırmada van Hiele düzey 1 ve 2 ile tutarlı olarak iyi bir geometri kavramsal anlayışı sergilediklerini ortaya koymuştur. Nitekim matematik öğretmen adaylarının stratejileri, van Hiele 3. ve 4. düzeylerde anlatıldığı gibi geometrik düşünmenin gelişimini destekleyecek şekilde yapılandırılmamıştır.

E13 kodlu çalışma, van Hiele aşama temelli öğretim (VHPI) kullanımının öğretmen adaylarının geometrik düşünmeleri üzerindeki etkisini belirlemek için tasarlanmıştır. Çalışma boyunca deney grubuna VHPI, kontrol grubuna ise geleneksel öğretim uygulanmıştır. Derslerde işlenilen konular paralel doğruların oluşturduğu açılar ve özellikleri, dörtgenlerin özellikleri ve dörtgenler arasındaki ilişkilerdir.

Deney grubunda yapılan öğretim, van Hiele Teorisi'nin geometrik düşünme düzeylerine uygun olarak tartışma, grup çalışması, uygulamalı araştırma ve işbirlikli öğrenme yaklaşımlarının ilgili bir ağda uygulandığı bir yöntemle gerçekleştirilmiştir. VHPI ile uyumlu olarak,

*1. Aşamada (Bilgi Aşaması):* Öğretmen adaylarının çeşitli konulardaki önceki bilgilerini gözden geçirmeyi ve ayrıca konuyla ilgili olarak iyi bilinen dil sembollerinde bir

konuşma yapmayı içermektedir. Bu iki yönlü öğretmen-öğrenci etkileşimi, gözlem yapmak, soru sormak ve söz konusu geometrik şekil için kelime dağarcığını anlamak gibi belirli geometrik şekilleri anlamak için gereklidir. Bu aynı zamanda araştırmacının öğrencilerin konu hakkında hangi ön bilgilere sahip olduğunu öğrenmesine yardımcı olmuş ve ayrıca öğretmen adaylarına daha sonraki çalışmaların hangi yönde ilerleyeceği konusunda bilgi vermiştir.

*2. Aşamada (Yönlendirilmiş Oryantasyon Aşaması):* Öğretmen adaylarına geometrik kavramların birçok özelliğine aşina olmalarını sağlayan uygulamalı etkinlikler verilmiştir. Ayrıca araştırmacının dikkatlice sıraladığı katlama, ölçme ve oluşturma gibi dikkatlice yapılandırılmış ancak basit görevler atayarak talimatta kullanılan nesneleri dikkatlice keşfetmeleri için rehberlik edilmiştir. Bu aşamada, öğretmen adaylarının açılar, kenarlar, köşegenler vb. gibi özellikleri gözlemlemesi beklenmektedir.

*3. Aşamada (Açıklama Aşaması):* Öğretmen adayları bir önceki aşamada keşfettiklerini kendi cümleleriyle ifade etmişlerdir. Buradaki hedef, ilgili geometrik terminolojileri tanıtmaktır. Ayrıca, uygulamalı etkinliklerde keşfettikleri ilişkiler hakkında görüşlerini paylaşmışlardır.

*4. Aşamada (Serbest Oryantasyon Aşaması):* Öğretmen adaylarından daha karmaşık görevleri bağımsız olarak çözmeleri istenmiştir. Bu görevler, açık uçlu ve birden fazla çözüm yoluna sahip problemlerdir.

*5. Aşamada (Entegrasyon Aşaması):* Öğretmen adayları net bir amaç duygusuna sahiptir ve yeni ilişkiler ağına genel bir bakış oluşturmak amacıyla öğrendiklerini gözden geçirip özetleyebilmeleri istenmiştir. Bu aşamada hiçbir yeni materyal sunulmamış sadece daha önce öğrenilenlerin bir özeti sunulmuştur.

Bu çalışma için kullanılan öğretim materyalleri, geçmiş araştırma materyalleri, çalışma sayfaları ve ders kitapları gibi farklı kaynaklar kullanılarak tasarlanmış ve bunların uyarlanması, matematik öğretmenleri ile van Hiele Teorisi üzerine tartışılarak yapılmıştır. Materyaller daha sonra bir okulda geometri öğretimi sırasında pilot uygulama yapıldıktan sonra eksiklikleri gidermek için revize edilmiştir.

Kontrol grubunda, öğretmen adayları ile aynı konular (deney grubundaki gibi) öğretilmiş ancak öğrencilerin öğretmenin verdiği talimatı sıkı bir şekilde takip ettiği ve aktif katılımın teşvik edilmediği geleneksel öğretim ile öğretilmiştir. Bu grupta öğretmen adaylarına geometrik kavramları keşfetmelerine ve kendi bilgilerini oluşturmalarına yardımcı olacak herhangi bir uygulamalı etkinlik verilmemiştir. Başka bir deyişle, geometri öğretimi VHPI ile uyumlu olmayıp, ağırlıklı olarak ders formatında ve bu nedenle öğretim öğretici merkezli olmuştur.

**Tablo 120**

*E13 Kodlu Çalışmada VHPI'yi İçeren Eğitim Alanları*

| Ders | Konu | Amaç | VHPI |
|---|---|---|---|
| DERS-1 | Paralel doğruların oluşturduğu açılar ve özellikleri | − Paralel doğruların bazı temel özelliklerini tanımlayın.<br>− Bir çaprazla kesilen iki paralel doğrunun oluşturduğu açılar arasındaki ilişkileri keşfedin. | Matematik setlerini, karton kesimlerini, bir çift makası ve maskeleme bandını kullanarak, öğretim aşamaları boyunca rehberlik edin. |
| DERS-2 | Dörtgenlerin Özellikleri (eşlik, simetri doğrusu, dönme, karenin köşegenleri, dikdörtgenler vb.) | − Dörtgenlerin özelliklerini keşfedin (kareler, dikdörtgenler, eşkenar dörtgenler ve paralelkenarlar).<br>− Dörtgenlerin (kareler, dikdörtgenler, eşkenar dörtgenler ve paralelkenarlar) kenarları ve açıları arasındaki ilişkileri kullanın.<br>− Dörtgenlerin köşegenleri arasındaki ilişkileri kullanın. | Matematiksel setleri, karton kesimlerini, bir çift makası ve maskeleme bandını kullanarak, öğretim aşamaları boyunca rehberlik edin. |
| DERS-3 | Dörtgenlerin Özellikleri Arasındaki İlişkiler | − Dörtgenlerin özel türlerini tanımlayın ve sınıflandırın. | Matematiksel setleri, karton kesimlerini, bir çift makası ve maskeleme bandını kullanarak, öğretim aşamaları boyunca rehberlik edin. |

*Kaynak: (Armah, Cofie ve Okpoti, 2018, s: 322)*

Tablo 120’de van Hiele aşama temelli öğretim odağında hazırlanmış üç dersin konu, amaç ve bunları nasıl gerçekleştirileceğine dair uygulamalar yer almaktadır.

Yapılan çalışmadan elde edilen sonuçlar, deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin VHGDD’nde önceki düzeylerine göre artış olduğunu ortaya koymaktadır. Aynı zamanda deney grubundaki öğretmen adayları kontrol grubundakilere göre daha iyi geometrik düşünme düzeylerinde performans elde etmişlerdir. Düzey 3 ve 4'te, düzey 0, 1 ve 2’den daha fazla iyileşme, van Hiele Teorisi’ne dayalı yapılan öğretim uygulamalarının öğretmen adaylarının VHGDD üzerinde geleneksel yaklaşımdan daha olumlu bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir.

E14 kodlu tezin odak noktası, öğrencilerin doğrusal ilişkileri öğrenirken teknoloji kullanımını araştırmak ve teknolojiyi kullanırken hangi becerilerin doğrusal ilişkiler anlayışını geliştirdiğini araştırmaktır. Bu nitel çalışma, araştırma temalarını desteklemek için çerçeve olarak van Hiele öğretim aşamaları ve SOLO modeli kullanılarak tasarlanmıştır.

**Şekil 111**

*E14 Kodlu Çalışmanın Öğretim Dizisi Yapısı*




*Kaynak: (Aventi, 2018, s:70)*

Şekil 111 çalışma öğretim sırasını, planlamasını ve öğretim sırası için seçilen etkinliklerin özelliklerini açıklamaktadır. Öğretim sırası ve veri toplama, öğretim yılının üçüncü döneminin (Ağustos-Eylül) sonunda dört haftalık bir süre zarfında gerçekleştirilmiştir. Avustralya Müfredatı, GeoGebra ortamı ve van Hiele öğretim aşamaları çalışmada kullanılan öğretim dizisinin gelişimini ve yapısını oluşturmaktadır.

Öğrencilere pratik, dinamik ve somut kavramları keşfetme yöntemi sağlayabilecek bir öğrenme ortamı hazırlaması nedeniyle tercih edilen geogebra öğretim boyunca çalışmaya entegre edilmiştir. Aynı zamanda öğretim dizisinin gelişimine katkıda bulunan en önemli bir diğer öğe ise van Hiele öğretim aşamaları olmuştur. Bunlar, tüm yapıyı destekleyen bir çerçeve ve dersin anlaşılır kılınması için etkinlik seçiminde çok önemli bir role sahiptir.

**Şekil 112**

*E14 Kodlu Çalışmanın Öğretim Aşaması Yapısı*




*Kaynak: (Aventi, 2018, s:71)*

Şekil 112'de yer alan van Hiele öğretim aşamaları, öğrenci etkinliklerinin ve ardından bu çalışma için derslerin sıralanmasına yardımcı olan pedagojik bir çerçeve sağlamıştır. doğrusal ilişkiler kavramlarının anlaşılmasını geliştirmek için bir araç olarak dinamik yazılım GeoGebra'nın dâhil edilmesini desteklemektedir.

Van Hiele Teorisi ile birlikte, öğretim aşamaları, öğretmenin önemini ve öğrencilerin öğrenme sürecine rehberlik etmedeki rolünü kabul eder; içgörü geliştirmenin önemi ile birlikte dilin önemine vurgu yapmaktadır. Belirli öğretim aşamalarını hedefleyen etkinliklerin seçilmesi, öğrencilerin formülleri ezberleyerek öğrenmemelerine ve GeoGebra'nın öğrenmeyi desteklemek için bir araç olarak kullanımını geliştirmelerine neden olmuştur. Bu etkinlikler ayrıca tartışmalar için bir katalizör görevi görmüştür. Tartışmalar, kullanılan dili izleme ve değerlendirmede ve öğrencilerin doğrusal ilişkiler kavramlarını anlamalarının gelişimsel yolunu görmek için etkili olmuştur.

Bu çalışma için, öğretme aşamalarından ilki olan Bilgi, konunun bağlamıyla ilgili terimlerin tanıtılmasını sağlayan tartışmayı kolaylaştıran etkinliklerle çalışma alanının arka planını oluşturmaktadır. Bu etkinlikler, dersin ana bileşeniyle bağlantılı ön bilgi olarak kabul edilen fikirleri kullanmak için doğrudan sorgulamayı veya beyin fırtınasını içermektedir. Sonraki ikinci aşama olan Yönlendirilmiş Oryantasyon ve Açıklamayı hedefleyen etkinlikler, 4. aşama olan Serbest Oryantasyon etkinliklerine geçmeden önce genellikle tekrar tekrar spiral çizmektedir.

2. ve 3. aşamalar arasındaki spiralleşme, doğrusal ilişkiler ile ilgili kavramların pekiştirilmesinde yardımcı olmuştur. İkinci aşama, Yönlendirilmiş Oryantasyon, GeoGebra'nın incelenen doğrusal ilişkiler kavramıyla ilgili özelliklerini belirleyen, yazılım

kullanarak araştırma ve keşifleri içeren bir dizi öğretmen rehberliğinde gerçekleştirilen etkinlikleri içermektedir. Bu durum, öğrencilerde keşfederken gözlemlediklerini tartışmaya yönlendirmiş ve aynı zamanda öğretmen tarafından izlenirken ilişki kurmalarına olanak sağlanmıştır. Üçüncü aşama olan Açıklama ile bağlantıların sağlanmasına yönelik etkinlikler ve ikinci aşamada geliştirilen anlamlar sürdürülmüştür. Öğretmen, keşfedilmekte olan doğrusal ilişkiler kavramıyla ilişkili daha resmi, teknik terimler getirerek dili izlemeye devam etmiştir. Bu aşamanın etkinlikleri genellikle, sonradan dili geliştiren fikir alışverişini teşvik eden tüm sınıf tartışmasını içermektedir. Bu nedenle, 2. ve 3. aşamaları hedefleyen etkinlikler, öğrencilerin doğrusal ilişkiler kavramlarını anlamalarını geliştirmede çok önemli olmaktadır.

Öğretim dizisi için seçilen 4. aşama etkinlikleri, doğrusal ilişkiler kavramları için genelleştirilmiş formüllerin geliştirilmesinde ortaya çıkan sorunları içermektedir. Formüllerin ilk ilkelerden türetilmesi, günümüz sınıflarında sıklıkla gözden kaçırılan, çok zor ve öğrencilerin kapasitesinin ötesinde kabul edilen başka bir görevdir. Bu çalışma, sadece 9. yıl ile formüller türetmenin mümkün olduğunu değil, aynı zamanda van Hiele Öğretim Aşamaları boyunca ilerleyen etkinlikler seçildiğinde doğal bir gelişme olduğunu da göstermektedir. Bu çalışma sırasında seçilen diğer Aşama 4 etkinlikleri, geometri gibi diğer matematiksel konuları içeren problemleri çözmek için doğrusal ilişkiler kavramlarını kullanmıştır.

Son Öğretim Aşaması, Entegrasyon, öğrencilerin bulgularının yansımalarını içermektedir. Bu aşamayı hedefleyen etkinlikler, daha önce keşfedilenleri özetlemiş ve içeriğe genel bir bakış sağlamıştır. Bu, daha fazla çalışma ile onlara yardımcı olan formüllerin ve kuralların ezberlenmesini içermektedir.

Genel olarak, öğretim aşamaları derslerin sıralanmasına yardımcı olan etkili bir çerçeve sağlamıştır. Çeşitli aşamaları hedefleyen etkinliklerin dikkatlice seçilmesi, öğrencilerin eğitim ihtiyaçlarının yeterince karşılanmasını sağlamıştır. Ayrıca, SOLO modelinin yardımıyla, öğrencilerin GeoGebra kullanarak doğrusal ilişkiler kavramlarını anlamalarına yönelik yanıtları kategorize etmek için geliştirilmiştir.

*Çalışmanın teorik çerçevesinde kullanılan SOLO modeli:*

SOLO taksonomisi olarak da kullanımı tercih edilen bu model, çalışmada yer alan öğrenci cevaplarının nitelendirilmesinde bir çerçeve sağlamıştır. Uygulama, öğrencilerin tepkilerini sınıflandırarak doğrusal ilişkiler kavramlarını anlama düzeylerini sınıflandırmıştır.

SOLO modeli, öğretime yardımcı olan ve aynı zamanda öğretimi aydınlatan faydalı bir araç olarak kullanılmıştır. Cevapları izole etme yeteneği sayesinde, yanıt kategorilerinin daha derin bir yorumunu sağlamaktadır. Bu kategoriler aracılığıyla doğrusal ilişkilerin

gelişimsel büyümesinin karakterizasyonu oluşturulmuştur. Kategoriler ayrıca matematiksel fikirleri tanımlarken farklı dil kullanımını ve dilin ilerlemesini de betimlemektedir.

Bu çalışmada öğrenciler somut sembolik modda çalışırken, iki SOLO düzeyi döngüsü belirlenmiştir. Birinci döngüye göre kategorize edilen yanıtlar veren öğrenciler, ikonik moddan çeşitli düzeylerde desteklerle problem çözmede kendilerine yardımcı olmak için görsel ipuçlarını kullanarak çalıştıklarını belirtmişlerdir. İkinci yanıt döngüsü, GeoGebra'nın doğrusal ilişkiler kavramlarının anlaşılmasını desteklemek için destekleyici bir araç olarak kullanıldığını göstermektedir. Bu, görsel ipuçlarına daha az güvenerek ifade edilen, genellikle ifade edilmiş açıklamalar yerine cebir ve formülleri içeren, kullanılan dilden görülmektedir.

SOLO modeli, tanımlanacak doğrusal ilişkiler için gelişimsel yola genel bir bakış sağlamaktadır. Uygulaması, GeoGebra ile doğrusal ilişkiler kavramlarını çalışırken öğrencilerin karşılaştığı bilişsel süreçler ve engeller hakkında değerli bilgiler sağlamıştır.

**Tablo 121**

*E14 Kodlu Çalışmanın Öğretim Aşamaları İle Ders İçeriği Örneği*

| **İçerik** | **Öğrenme Aşamaları** |
|---|---|
| 1. Hafta Ders-3<br>• Giriş Etkinliği – (Cebir Yürüyüşü) Bu matematik etkinliğinde, öğrenciler boyalı bir kartezyen düzleme ait x ekseni doğrultusunda çeşitli aralıklarda yerleştirilmişlerdir. Etkinliğin başında, öğrencileri kartezyen düzlem üzerine bağlayan ve hazırbulunuşluk bilgilerini tanımlayan matematiksel dili netleştirmek için beyin fırtınası ve sorgulamayı içeren etkinlikler yapılmıştır. Etkinlik boyunca öğretmen,n rehberliğinde verilen bir eğitimle bir sonraki aşamaya ilerlenmiştir. Öğrencilerden bir dizi işlem sonucu kendilerine verilen bir $x$-değerine karşılık gelen y-değerini bulmaları istenmiştir. Burda gözlemler yoluyla öğrenci hesaplamaları izlenmiş ve öğrenciler diğer öğrencilere göre konumlarını sadece görsel olarak belirleyebilmişlerdir. Sonrasında ise karmaşık kurallar ve cebirsel denklemlere dayalı olarak verilen talimatlar, terminolojiyi ve kullanılan yapıyı daha da geliştirmiştir. Böylece, önceki aşamalarda öğrenilmiş kavramlarını ve bilgilerini daha iyi pekiştirmiş sonrasında ise öğrencilerle üçüncü aşamaya geçilmiştir. | 1. Aşama Bilgi<br>2. Aşama Yönlendirilmiş Oryantasyon<br>3. Aşama Açıklama |
| • Kibrit Çubuğu Kalıbı etkinliğinin gözden geçirilmesi - Bu etkinlikte yer alan birinci soru, öğrenci düşüncesinin başlatıldığı fakat dikkatle izlendiği 2. Aşamaya özgüdür. Öğrencilerin geometrik şekil kalıplarını genişleterek, kibrit çöplerinin ve şekillerin sayısının olduğu bir tablo yaparak, ardından kalıpları kelimelerle ifade ederek ve cebir sistemini kullanarak kural oluşturmaya çalıştıklarında bir sonraki aşamaya geçilmiştir. Bu durumda öğrenciler, verileri doğrulamak için GeoGebra'yı bir araç olarak kullanmış ve keşfettikleri yapı için düşüncelerini açıkça söylemişlerdir. Öğretmen, öğrencilerin yapıyı açıklamak için kabul edilebilir bir dil kullandığını anlamalarını sağlamak için her grubun araştırmasını izlemiştir. | 2. Aşama Yönlendirilmiş Oryantasyon<br>3. Aşama Açıklama<br>4. Aşama Serbest Yönlendirme |

| | |
|---|---|
| <br>*Cebir yürüyüşü etkinliği sırasında sayı doğrusundaki öğrenciler*<br>Bahçe Yatağı etkinliği – Bu etkinlik, öğrencilerin sorunu çözmek için kendi yollarını bulmak için kibrit çöpü deseni etkinliği sırasında önceki üç aşamadaki ilişkileri ve bağlantıları kullandığı probleme dayalı daha zor bir model sunmaktadır. Bu etkinlikte öğrenciler, çözüme daha hızlı yardımcı olacak bilgileri bir oluşturmak için ipuçlarını fark etmişlerdir.<br>• Öğrencilere ödev olarak önceden hazırlanmış çalışma kağıtları verilmiştir. | 3. Aşama<br>Açıklama |

*Kaynak: (Aventi, 2018, s:74-75)*

Tablo 121'de van Hiele Teorisi'nin öğrenme aşamaları dikkate alınarak hazırlanmış ders planında yer alan öğretim etkinlikleri detaylıca yer almıştır.

Bu çalışma, GeoGebra dinamik yazılımını bir keşif aracı olarak kullanarak etkileşimli görevleri tamamlarken doğrusal ilişkiler etkinliklerine öğrenci tepkilerinin doğasını ve öğrenci etkileşiminin doğasını araştırmıştır. Bu çalışmadan ortaya çıkan bulgular, doğrusal ilişkiler kavramlarının öğrenciler tarafından anlaşılmasına sebep olan gelişimsel bir yolu göstermektedir. Ayrıca SOLO modelinin van Hiele öğretim aşamaları ile birleştirildiğinde, uygulama yapanları ilgili konu hakkındaki kavramları araştırma, seçme ve tasarlama konusunda destekleyen, öğrencilerin ilgili konuları anlamalarını belirlemede uygulayıcılara yardımcı bir araç olduğunu göstermektedir.

E16 kodlu çalışmada, van Hiele geometrik düşünme modeline dayalı bir öğretim programının etkililiğini tasarlamak ve değerlendirmek amaçlanmıştır. Bu nedenle amaca ne ölçüde ulaşıldığını belirlemek için araştırmacı, geliştirilen öğretimsel programı test etmek için deneysel bir çalışma yapmıştır. Bu çalışmanın detaylarına ilişkin veriler aşağıdaki gibi özetlenmiştir:

Öncelikle "Geometriye Geçiş" başlıklı program, bir matematik öğretmeni tarafından iki hafta boyunca üçer saatlik 10 oturumda işlenmiştir. Chicago Üniversitesi'nde geliştirilen van Hiele Geometri Testi, öğrencilerin programa girerken ve Oregon Üniversitesi'nde oluşturulan Burger-Shaughnessy görüşmesi ise öğrencilerin öğretim sonrasındaki van Hiele

düzeyini belirlemek için kullanılmıştır. Günlükler, defterler, çalışma sayfaları ve diğer değerlendirmeler dahil olmak üzere tüm öğrenci çalışmaları toplanıp, inceleme için saklanmıştır. Akademik yıl boyunca araştırmacı, çıkış van Hiele düzeyi ile mevcut ve geçmiş matematik notları arasında bir ilişkinin olup olmadığını belirlemek ve başarı verileri elde etmek için çalışmıştır.

Örneğin uygulamanın 4. gününde öğrenciler, üçgenler konusundan dörtgenler konusuna sorunsuzca geçmek için çeşitli yöntemler kullanmışlardır (tanımların yazılması, tangramlarının kullanılması, bilgisayarlar aracılığıyla dörtgenlerin keşfi). Van Hiele Teorisi'nin tüm öğretim aşamaları, oturum sırasında bir noktada dahil edilmiştir. Gün sonunda matematik öğretmeni öğrencilerden değerlendirme sorularını yanıtlamasını istemiştir. 4. gün için ders planı aşağıdaki Tablo 122'de detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

**Tablo 122**

*E16 Kodlu Çalışmada Kullanılan 4. Gün Ders Planı*

| **4. Gün** | **09:00 - 12:00** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Dersin Hedefleri** | **Materyaller/Kaynaklar** | | | | | |
| Üçgenleri tanımlamak ve sınıflandırmak için<br>İkizkenar üçgenlerin ek özelliklerini keşfetmek için<br>Çokgenler arasındaki ilişkileri keşfetmek için<br>görsel becerileri ve somut malzemeleri kullanmak<br>Bilgisayar kullanarak dörtgenlerin özelliklerini keşfetmek | M. Sena. Disco verma Geometry 2.6. 5.2<br>NCTM. Geometry in the Middle Grades Act 6<br>EDC. Geometric Pre-Suoposer P2-2<br>Tangramlar<br>Bilgisayar | | | | | |
| **Etkinlikler** | Bilgi | Yönlendirilmiş Oryantasyon | Açıklama | Serbest Oryantasyon | Entegrasyon | |
| Üçgenleri tanımlama | | | x | | | |
| İkizkenar üçgenlerin özelliklerini keşfetme | x | x | x | x | | |
| Tangramlar ve görselleştirme | x | x | x | x | | |
| Dörtgen türlerini incelemek için bilgisayarı kullanma | x | x | x | | x | |
| **Değerlendirme:** | | | | | | |
| Bugün sınıfta ne yaptın?<br>Ne öğrendin?<br>Hangi konuları tekrar gözden geçirmek istersiniz? Niçin? | | | | | | |

*Kaynak: (Baynes, 1998, s:36)*

Uygulamanın 6. gününde, geometri dilini iletişimde kullanarak akıcılık artırılmaya ayrılmıştır. Bu uygulamada yer alan "Kelime Sıralama" etkinliğinde, öğrencilerin kendilerine

anlamlı gelen bir grup kelimeyi herhangi bir şekilde düzenlemeleri istenmiştir. Bitişik, tepe, açı, dik, simetrik, geniş vb. matematiksel terimlere yer verilmiştir. Diğer öğrencilerden akranları tarafından kullanılan kuralı tahmin etmeleri istenmiştir. 6. ders ayrıca bireysel konuşma değerlendirmesini de içermektedir. Her öğrenciden "Kelime Sıralama" terimlerini içeren bir zarftan üç kelime çıkarması, bu kelimeleri içeren bir hikaye yazması ve sonrasında bu hikayeyi sınıfta okumaları istenmiştir. Sonrasında hikayeyi dinleyen sınıftaki öğrencilerden hikayede yer alan geometrik terimlerin anlamlarını uygun olup olmadığını belirlemeleri istenmiştir. Uygulamanın 6. gün için plan aşağıdaki Tablo 123'te detaylıca açıklanmıştır.

**Tablo 123**

*E16 Kodlu Çalışmada 6. Gün Öğretim Faaliyetlerinin Analizi*

| **Amaç: Öğrencilerin Geometri Dilini Kullanarak İletişimde Akışkanlıklarını Geliştirmek** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6. GÜN | 09:00 - 12:00 | | | | |
| **Dersin Hedefleri** | | | | | |
| Temel geometrik kavramlarla ilgili kelime bilgisine sahip olmak<br>Yazma ve konuşmada geometrik dili kullanarak iletişim sağlamak<br>Akıl yürütmede tümevarımsal yeterlilik göstermek | | | | | |
| **Materyaller/Kaynaklar** | | | | | |
| NCTM, Geometry in the Middle Grades Act 7 | | | | | |
| **Etkinlikler** | Bilgi | Yönlendirilmiş Oryantasyon | Açıklama | Serbest Oryantasyon | Entegrasyon |
| Geometri Kelime Sıralama | x | x | x | | |
| Tümevarımsal akıl yürütme incelemesi ve değerlendirmesi | | x | x | | |
| Bireysel Konuşma Değerlendirmesi | | x | x | | x |
| **Değerlendirme:** | | | | | |
| Bugün sınıfta ne yaptın?<br>Ne öğrendin?<br>Hangi konuları tekrar gözden geçirmek istersiniz? Niçin? | | | | | |

*Kaynak: (Baynes, 1998, s:37)*

Araştırmacı, defterleri, günlükleri, çalışma sayfalarını ve değerlendirmeleri içeren öğrenci çalışma örneklerini incelemiştir. Öğrencilerden gelen spesifik etkinlikleri veya konuların etkinliğini belirlemek için araştırmacı materyalleri iki gruba ayırmıştır. Van Hiele düzey 2 ve düzey 3 öğrencileri tarafından tamamlanan çalışmalardan oluşmaktadır. Bir etkinlik, her iki öğrenci grubu tarafından da eşit derecede iyi yapılmışsa, etkili kabul

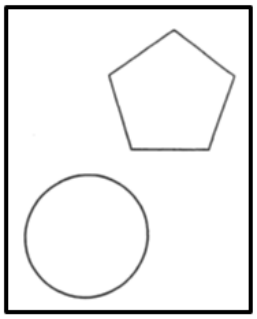
edilmiştir. Bu, çalışma bağlamında "etkili" tanımlamanın bir yolu olarak kabul edilmiştir. Öğrenci çalışmasının ikinci bir analizinde, araştırmacı düzey 2 ve düzey 3 öğrencileri arasında performans açısından önemli farklılıklar gösteren aktiviteleri belirlemiştir. Öğrencilerin "favori" olarak belirttiği üçüncü bir etkinlik grubu da oluşturulmuştur. Her üç veri türü de çalışma için tasarlanan geometri işleminin etkinliği hakkında fikir vermektedir.

*Çalışmada yer alan 2. düzey ve 3. düzey öğrenciler için etkili etkinlikler:* Öğrenci çalışmasının incelenmesinde araştırmacı, her iki öğrenci grubunun da lehine olmayan bir dizi etkinlik geliştirmiştir. Bu etkinliklerdeki öğrenci performansı genel olarak iyi bulunmuştur. Bu kategorideki en çarpıcı beş deneyim şunlardır: şekilleri görselleştirmek için tangramlarla çalışmak, simetriyi keşfetmek için Mira manipülatifini kullanmak, dörtgen türlerini karşılaştırmak için bilgisayar çalışması, ifadeleri doğrulamak için ölçüm kullanmak ve bir ızgaradaki çizimlerden mini kesintiler yapmaktır. Aşağıda çalışmada yer alan 2 favori etkinlik Şekil 113 - 114 'te gösterilmektedir:

**Şekil 113**

*E16 Kodlu Çalışmada Kullanılan Bir Görüntü Haritası Simetri Etkinliği*

*Bir Görüntü Haritası Simetri:*



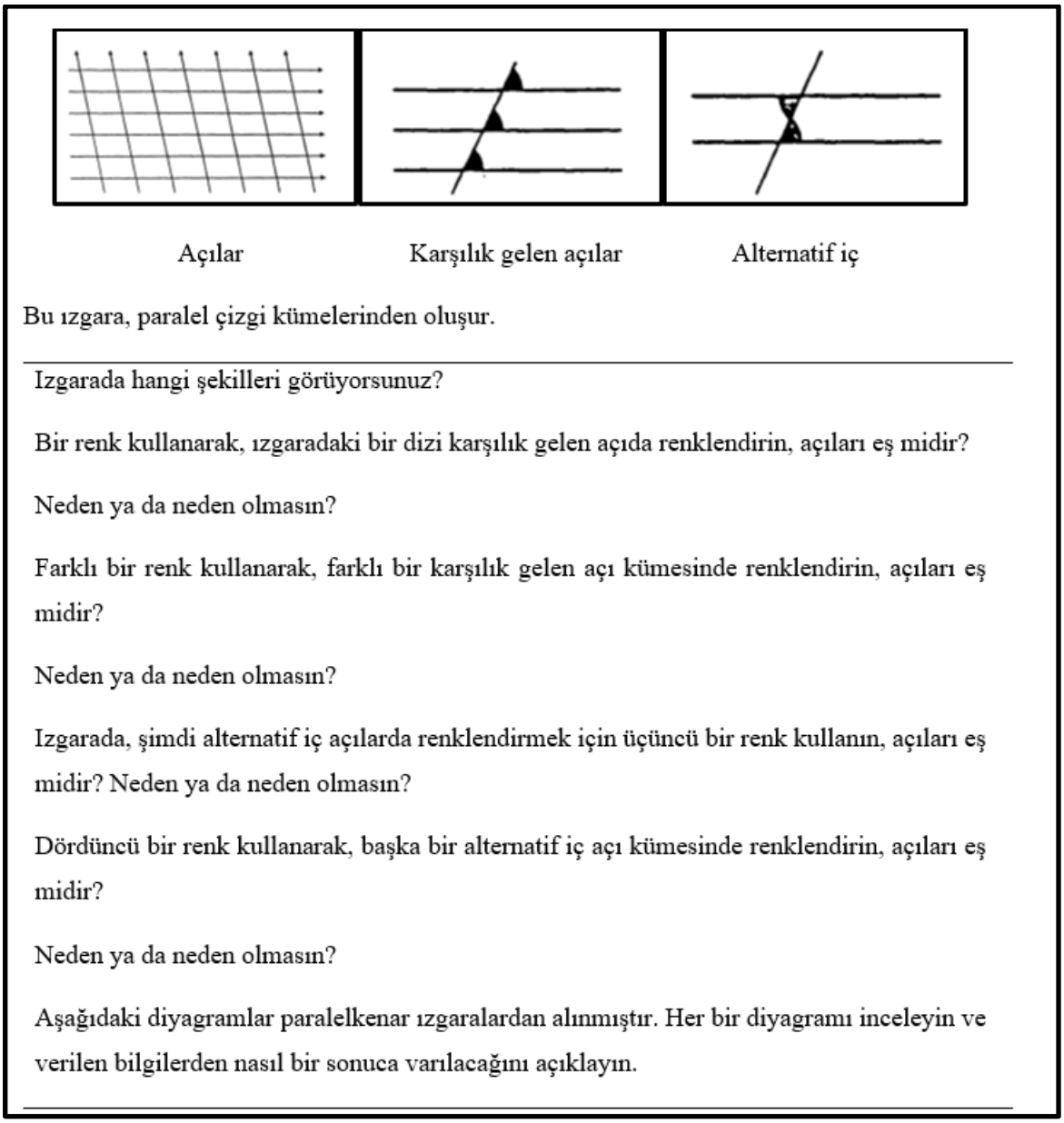
Dairenin bir yarısının görüntüsünün diğer yarısına eşlenmesi için mira kaç farklı konuma yerleştirilebilir?

Bu pentagon için kaç pozisyonda yapılabilir?

*Kaynak: (Baynes, 1998, s:127)*

**Şekil 114**

*E16 Kodlu Çalışmada Kullanılan Çıkarımlar Yapmak İçin Izgara Kullanma Etkinliği*




*Kaynak: (Baynes, 1998, s:155)*

Yapılan tez çalışması sonucunda, van Hiele Teorisi'ne uygun öğretim yapıldığında öğrencilerin VHGDD'ni yükseltebildiklerini göstermektedir. Ayrıca bu çalışmayla öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarının ve akıl yürütmelerinin ortaya çıkarıldığı görülmektedir.

E28 kodlu çalışma, van Hiele tabanlı bir ders tasarımı uygulamasının öğrenci başarısı ve anlayışı üzerindeki etkilerinin ayrıntılı bir analizini sağlayarak matematik eğitimi bilgi birikimine katkıda bulunmayı amaçlamıştır. Bu öntest-sontest kontrol gruplu çalışmanın veri toplama aşaması, hafta sonları hariç olmak üzere, birbirini takip eden toplam 20 okul günü

sürmüştür. Eğitime başlamadan önce, her iki gruptaki tüm katılımcılara her iki nicel araç da uygulanmıştır. Önce öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için düzey belirleme testi (VHGT), onun ardından her öğrencinin geometriye giriş başarı düzeyini belirlemek (EGST) uygulanmıştır.

Veri toplamanın bir sonraki aşaması geometri öğretimi için kontrol grubuna geleneksel yöntemlerle deney grubuna ise van Hiele tabanlı bir ders tasarımı ile dersleri işlemeyi içermektedir. Kullanılan mevcut geometri müfredatı, öğrencilerin ilk dört van Hiele düzeyinde mantıksal olarak ilerlemelerine izin verecek şekilde düzenlenmiştir. Ayrıca, her ünite içindeki öğretim, öğrencilerin bir düzeyden diğerine ilerlemek için gerekli olan beş öğrenme aşamasında ilerlemelerini sağlamak için tasarlanmıştır.

Son olarak öğretim aşaması tamamlandıktan sonra VHGT ve EGST son test formatında tekrar uygulanmıştır.

Yapılan bu çalışma sonucunda, van Hiele Teorisi'nin, matematik öğretiminde başarılı olduğunu kanıtlayan yapılandırmacı bir yaklaşım sağladığını göstermiştir. Ayrıca bu çalışma ile van Hiele Teorisi'nin geometride öğretmen ve öğrenci odaklı müfredat tasarlayabilmek için uygun bir araç olarak görülmektedir.

E46 kodlu çalışmanın amacı hatalı akıl yürütmeleri ele alabilecek bir van Hiele aşamasına dayalı öğretim programı tasarlamak ve lisans öğrencilerinin hatalı akıl yürütmelerinin geometrik düşünme düzeylerinde kullanımını araştırmaktır. Hatalar van Hiele aşama-tabanlı öğretim programının tasarımına eşlenmiştir.

Çalışma için veri toplam testler, görüşmeler ve öğretim tasarımı etkinlikleri olmak üzere üç aşamada gerçekleşmiştir.

*Aşama 1: Testler:* Katılımcılar, kısa bir çoktan seçmeli (MC) test ve öğrencilerin cevapları için açıklamalar yapmaları veya hesaplamaları göstermeleri gereken daha uzun bir tartışma (D) testi olmak üzere iki çeşit test hazırlamışlardır. Her iki test de, müfredatın bir parçası olarak dönüşüm geometrisinin öğretilmesi gereken döneme denk gelen yılın ilk döneminde uygulanmıştır. Testler herhangi bir konuyu öğretmeden önce yazılmıştır ve bu nedenle öğrencilerin geometrik çevirilerle ilgili zorlukları anlamalarını değerlendirmek ve ilk araştırma sorusunu yanıtlamak için tanı araçları olarak hizmet etmiştir. Test maddeleri, Soon'un (1989) dönüşüm geometrisini öğrenmek için van Hiele benzeri düzeyleri Burger ve Shaughnessy'nin (1986) van Hiele çerçevesindeki izometrik dönüşümlerinden uyarlanmıştır. Güven'in (2012) Dönüşüm Geometrisi Başarı Testi' (TGAT) ve 'Dönüşüm Geometrisi Öğrenme Düzeyleri Testi' (LLTGT). Bu, MC ve D testlerinin geçerliliğini ve güvenilirliğini

sağlamıştır, çünkü bunlar daha önce test edilmiş ve onaylanmış olan yukarıda belirtilen çerçevelere dayanmaktadır.

*Aşama 2: Mülakatlar:* Hataların gösterilmesine yol açan hatalı akıl yürütmelerine ilişkin içgörü elde etmek için kilit bilgi kaynağı olarak 21 öğrenciyle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Görüşmeye istekli kişiler, test maddelerinin geniş bir temsiline yer verecek şekilde testlerdeki performanslarına göre seçilmiştir. Öğrencinin yanıtları, yazıya dökerken ve analiz ederken doğruluk ve sözel olmayan eylemleri veya davranışları yakalamak için kaydedilmiştir. Görüşmeler, testlerden elde edilen verileri destekleyerek, araştırmacıların görüntülenen hatalarla ilgili kavram yanılgılarını anlamalarına ve ilk araştırma sorusunu tam olarak yanıtlayabilmelerine yardımcı olmuştur.

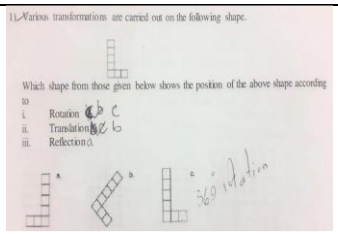
*Aşama 3: Öğretim tasarımı faaliyetleri:* Testler ve görüşmelerden elde edilen verilerin analizinin ardından, van Hiele öğrenme aşamalarına dayalı bir öğretim tasarımı programı geliştirilmiştir. Halihazırda kodlanmış ve kategorize edilmiş olan geometrik çevirilerdeki hatalar, farklı van Hiele düzeylerinde etkinlikler geliştirmek için kullanılmıştır. Etkinlikler daha sonra öğrenmenin beş van Hiele aşamasıyla ilişkilendirilmiştir.

*Çalışmanın program tasarımına genel bakış:*van Hiele program tasarımı, aşağıdaki tabloda gösterildiği gibi özetlenmiştir. Program öğrenciler için öğretim ve değerlendirme etkinliklerinin geliştirilmesinde kullanılmıştır. Her etkinlik, hem Soon'un (1989) van Hiele benzeri düzeylerine hem de van Hiele öğrenme aşamalarına uygun hale getirilmiştir.

Örneğin, Tablo 124’de, ilk dört hata ve kavram yanılgısından ilki sağ sütunda açıklanan ilk etkinlikle eşleştirilmiştir. Bu etkinlik, Soon'un 2. düzey özelliği olan “Koordinatları kullanarak dönüşümleri ilişkilendirir” ile bağlantılıdır. Aynı zamanda etkinlik “van Hiele Teorisi” altında açıklanan, van Hiele'nin Yönlendirilmiş Oryantasyon Aşaması sırasında kullanılmıştır. Her bir etkinliğin hatayla nasıl eşleştirildiğini doğrulamak için her bir etkinliğe eşlik eden ek açıklayıcı notlar tablonun 2. sütununa dâhil edilmiştir.

**Tablo 124**

*Testlerden ve Görüşmelerden Elde Edilen Verilerin Tematik Analiz Yoluyla Kodlanmasına İlişkin Örnekler*

| Soru | Öğrencilerin hatalı test yanıtlarına ilişkin örnekler | Hata/yanlış anlama ile ilgili görüşme verileri (varsa) | İlk kodlama | Ortaya çıkan temalar |
|---|---|---|---|---|
| 1 | <br>C 360° dönüşü temsil etse bile – ki bu mümkündür, o zaman B bir öteleme olamaz. O zaman bu bir hatadır. | 'Bu, orijinaliyle aynı görünüyor… 360° dönüş olmalı'. | Döndürme ile kafa karıştırıcı çeviri | Dönüşümlerin yanlış özellikleri |

*(Kaynak: Mbusi ve Luneta, 2021, s:7)*

**Tablo 125**

*Araştırma Sorusu 1'i Yanıtlamak İçin Yapılan Testler ve Görüşmelerin Analizinden Oluşturulan Temalar*

| Tema | Hatalar ve ilgili yanlış anlamalar | |
|---|---|---|
| | Sistematik olmayan hatalar | Sistematik hatalar |
| Dönüşümlerin yanlış özellikleri | - | • Örneğin, bir şeklin yönünü değiştirdiğinde veya belirli bir ötelemeden sonra bir şeklin nasıl görünmesi gerektiğini görselleştirdiğinde, geometrik ötelemeleri (görsel veya başka türlü) tanıyamama.<br>• Dönüşümlerin özelliklerini karıştırmak, değiştirmek veya sadece bazı özelliklerini dikkate almak (ve diğerlerini göz ardı etmek).<br>Örnek: Dönüşümü yansıma olarak belirleme.<br>• Bir dönüşümün fiziksel olarak gerçekleştirilememesi,dönüşümün yanlış veya uygunsuz açıklaması<br>Örneğin, dönüşümlerin her zaman 'soldan sağa doğru hareket ettiğine' inanmak |

| | | |
|---|---|---|
| | | • Bir dönüşüm her zaman bir görüntünün orijinal şekilden "farklı bir kadranda" olmasına neden olur. |
| Dil sorunlarını içeren hatalar | • x eksenini y ekseni olarak okumak/yazmak gibi dikkatsizce kelimeleri okuma/yazma. | • Translasyon vektörü x ekseni ve y ekseni gibi geometrik dönüşümlerde kullanılan belirli terminoloji hakkında yetersiz bilgi, aşinalık veya kafa karıştırıcı.<br>• Dönüşümleri tanımlarken kullanılan uygunsuz veya tutarsız kelime dağarcığı, örneğin: '…şeklin boyutunu ölçün...' (doğru dili kullanarak iletişim kurmayı zorlaştırır). |
| Yanlış okuma veya yanlış anlama talimatları | Talimatları dikkatsizce veya gerekli olana odaklanmadan okumak. | • Yanlış eylem veya dönüşümün gerçekleştirilmesine neden olacak şekilde talimatların yanlış yorumlanması. |
| Temel işlemleri içeren hatalar | - | Yanlış noktaların veya yanlış dönüşümlerin çizilmesine neden olan yanlış hesaplamalar. |
| Noktaların yanlış çizilmesi | Koordinat yazarken eksi işareti bırakmak. Yanlış noktaları işaretlemek ve sonra hatayı kendi kendine fark etmek. | • x-koordinatını y-koordinatıyla değiştirmek veya x- veya y-koordinatından negatif bir işaret bırakarak, yanlış noktaların çizilmesine ve yanlış şekillerin çizilmesine yol açar. |
| Eksik bilgi | Koordinatları yazarken olumsuz bir işaret bırakmak ve ardından dikkatsiz hatalarını kendi fark etmek. | - |

*(Kaynak: Mbusi ve Luneta, 2021, s:8)*

Tablo 125'te uygulama için yapılan testler ve görüşmeler sonucunda ortaya çıkan tema ve hatalara ilişkin kavramlara yer verilmiştir. Hatalar ve yanlış anlamalar sistematik ve sistematik olmayan hatalar olmak üzere iki başlık altında incelenmiştir.

**Tablo 126**

*Van Hiele Aşamasına Dayalı Program Tasarımına Genel Bakış*

| **Van Hiele aşamaları** | **Tasarım programı etkinliklerinin odak noktası: van Hiele 2. düzeydeki örnekler** |
|---|---|
| Bilgilendirme aşaması – Öğretmen, öğrencilerin zaten bildiklerini tanımlar. | Öğretmen, öğrencilerin bir noktada ötelemeden kaynaklanan değişikliklerin özelliklerini keşfedip keşfedemeyeceklerini ve şekillerin belirli özelliklerini tanıyıp tanımadıklarını belirler. |
| Yönlendirilmiş oryantasyon aşaması - Öğrenciler, öğretmen rehberliğinde öğretmen tarafından belirlenen görevler üzerinde çalışır. | Öğretmen, eksenlerin koordinat sistemi üzerindeki noktaların fiziksel ötelenmesi ile koordinatlardaki karşılık gelen cebirsel |

| | |
|---|---|
| | değişiklikler arasındaki ilişkiyi keşfetmeye yönlendirir. |
| Açıklama aşaması – Öğrenciler, önceki öğrenme deneyimlerine dayanarak görüşlerini açıklar ve ifade eder. | Öğrenciler, çevirilerle çalışırken hem cebirsel hesaplamalar hem de şekillerin fiziksel olarak kayması konusundaki anlayışlarını ifade ederler. |
| Serbest oryantasyon aşaması - Öğrencilere açık uçlu görevler verilir. Çok yollu çözümler ve kendi başlarına araştırma yapmaları gerekiyor. | Öğrenciler çevirinin özelliklerini kullanarak kendi çözümlerini üretirler ve verilen şekillerin birbirinin çevirisi olup olmadığı konusunda ikna edici bir şekilde tartışırlar. |
| Entegrasyon aşaması – Öğrenciler, yeni bir genel görünüm geliştirmek için öğrendiklerini gözden geçirir, bütünleştirir ve özetler. | Öğrenciler, bir sonraki van Hiele düzey 3 için aşamaya dayalı öğretim süreci tekrarlanmadan önce, mevcut van Hiele 2. düzey çeviride edindikleri temel kavramlara ve bilgilere dayalı olarak soruları cevaplarlar. |

*(Kaynak: Mbusi ve Luneta, 2021, s:8)*

Tablo 126'da van Hiele öğretim aşamalarının tek tek açıklamalarına ve bunlara karşılık gelen bu çalışmada hazırlanmış programdaki van Hiele 2. düzeyde yer alan etkinlik örnekleri yer almıştır.

Çalışmanın sonuçlarında, öğrencilerin geometrik dönüşümlerle ilgili çeşitli kavram yanılgılarına sahip oldukları görülmüştür. Öğrencilerin kavram yanılgıları ve ortaya çıkan hataların belirli van Hiele Teorisi'nin Öğrenme Aşamaları ile eşleştirilmesi durumunda geometrik dönüşümlerdeki hatalı akıl yürütmelerinin saptandığı ve etkili öğrenmenin arttığı bulunmuştur.

E59 kodlu araştırma, van Hiele Teorisi'nin öğrencilerin platonik katı konusundaki uzamsal yeteneklerini incelemeyi amaçlamıştır. Van Hiele (1986) ve Clements ve Battista (1992) de öğretmenlerin sınıfta geometri öğretmek için yapması gereken beş aşama olduğunu belirtmiştir. Adımlar: Bilgi, Yönlendirilmiş Oryantasyon, Açıklama, Serbest Oryantasyon ve Entegrasyon'dur. Geometri öğrenirken öğrencilerin bir sonraki aşamaya geçmeden önce bir aşamadan geçmeleri gerekir. Parwati ve arkadaşlarına (2018) göre, öğrenme sürecini tasarlarken ve yürütürken öğretmenlerin öğrencilerin bilişsel gelişimine odaklanmaları gerekmektedir. Bu nedenle van Hiele öğrenme teorisinin özellikle geometri öğrenmede uygulanmaya uygun olduğu görülmüştür.

Van Hiele öğrenme teorsinin aşamalarını uygulamak, öğrencilerin temel geometri kavramını anlamalarına yardımcı olmaktadır. Van Hiele öğrenme teorisinin aşamaları, öğrencilerin uzamsal etkinliklerini geliştirme çabasıyla ilgilidir. İlk olarak, Bilgi aşamasında öğrencilere geometrik nesneyi görselleştirmelerine yardımcı olan bir katının somut bir nesnesi

verilmektedir. Kelly (2006), manipülatif nesnelerin öğrencilerin soyut geometrik kavramları anlamalarına yardımcı olabileceğini belirtmektedir. Ayrıca bu aşamada, öğretmen ve öğrenciler, öğrencilerin ilk anlayışlarını incelemek için konu hakkında soru-cevap oturumu yapmaktadırlar.

İkinci aşamada, öğrenciler, geometrik nesneler arasındaki ilişkiyi değerlendirmek için verilen nesnelerin belirli özelliklerini gözlemlemektedirler. Üçüncüsü aşamada, öğrenciler bir önceki aşamada keşfettiklerini açıklar ve sonrasında öğretmenler gerek duyarsa açıklamalar yapar ve anlama ve görselleştirme yeteneklerini kontrol etmek için sorular sormaktadır. Dördüncüsü, Serbest Oryantasyonda öğrenciler bir problemi çözmek için uzamsal yeteneklerini kullanmaktadırlar. Son olarak, Entegrasyon aşamasında öğrenciler öğrendikleri materyalleri gözden geçirmektedirler.

Yukarıda bahsedilen açıklamalara dayanarak, van Hiele öğrenme teorisi ile öğrencilerin uzamsal becerilerinin geleneksel öğrenme ile öğretilenlere göre daha iyi olduğu tahmin edilmektedir. Sadece van Hiele Teorisi'nin geometri düşünme düzeyleri üzerindeki etkisini inceleyen önceki çalışmalardan farklı olarak, bu çalışma van Hiele öğrenme teorisinin öğrencilerin uzamsal yetenekleri üzerindeki etkisini göstermektedir.

Deneysel çalışmanın yürütüldüğü bu çalışmada deney sınıfı ve kontrol sınıfındaki öğrenme aşamalarının farkı Tablo 127'de açıklanmıştır.

**Tablo 127**

*E59 Kodlu Çalışmanın Deney ve Kontrol Sınıflarında Öğrenme Aşamaları*

| Aşama | Van Hiele Teorisi | Geleneksel öğretim |
|---|---|---|
| 1 | *Bilgi Aşaması*<br>- Öğretmen öğrencilere somut bir nesne verir ve geometrik bir nesneyi temsil etmek için GeoGebra'yı kullanır.<br>• Öğrenciler, öğretmen tarafından verilen somut nesneyi gözlemlerler.<br>- Öğretmen nesne hakkında bir soru verir.<br>• Öğrenci, öğretmenin sorusuna yanıt verir. | *Yeni materyali tanıtmak ve öğrencilere motivasyon vermek*<br>- Öğretmen yeni bir materyal hakkında bilgi verir ve öğrencilere motivasyon verir.<br>• Öğrenciler öğretmenin açıklamasını dinler ve açıklamanın anlaşılır olup olmadığını öğretmene sorar. |
| 2 | *Yönlendirilmiş Oryantasyon Aşaması*<br>- Öğretmen öğrencilerden verilen geometri nesnesinin özelliklerini incelemelerini ister.<br>• Öğrenciler verilen geometri nesnesinin özelliklerini inceler. | *Öğrencilerin çalışma grupları halinde organize edilmesi*<br>- Öğretmen, öğrencilerin çalışma grupları oluşturmasına yardımcı olur.<br>• Öğrenciler öğretmenin yönlendirmesine göre bir çalışma grubu kurarlar. |

| | | |
|---|---|---|
| | - Öğretmen, öğrencilerden problemi çalışma yaprağında tartışmalarını ister ve rehberlik eder.<br>• Öğrenciler verilen problemi tartışırlar. | |
| 3 | *Açıklama Aşaması*<br>- Öğretmen öğrencilerden verilen problemle ilgili tartışma sonuçlarını açıklamalarını ister.<br>• Öğrenciler verilen problemle ilgili tartışma sonucunu açıklar. | *Her gruba rehberlik sağlamak*<br>- Öğretmen, öğrencilerden çalışma gruplarıyla ikili olarak çalışmalarını ister.<br>• Öğrenciler, çalışma gruplarında problemi çalışma yapraklarında tartışırlar. |
| 4 | *Serbest Oryantasyon Aşaması*<br>- Öğretmen öğrencilere açık uçlu problemler verir<br>• Öğrenciler öğretmenin verdiği problemi cevaplar. | *Değerlendirme*<br>- Öğretmen öğrencilerden verilen problemle ilgili tartışma sonuçlarını açıklamalarını ister ve gerekirse açıklama yapar.<br>• Öğrenciler verilen problemle ilgili tartışma sonucunu açıklar. |
| 5 | *Entegrasyon Aşaması*<br>- Öğretmen öğrencilerden ders hakkında bir değerlendirme yapmalarını ister.<br>• Öğrenciler ders hakkında bir değerlendirme yapar. | *Geri dönüş vermek*<br>- Öğretmen, tartışmada aktif olan öğrencilere geri bildirimde bulunur.<br>• Öğrenciler, öğretmenlerin geri bildirimlerini alırlar. |

*(Kaynak: Pujawan, Suryawan ve Prabawati, 2020, s:466)*

Bu çalışmada öğrencilerin uzamsal yetenekleri, Maier'e (1996) göre beş tür uzamsal yetenek (1) Uzamsal Algı, (2) Uzamsal Görselleştirme, (3) Zihinsel Döndürme, (4) ve Uzamsal Yönelim (5) aşağıdaki tablo ile gösterilen Uzamsal İlişki testleri ile değerlendirilmiştir.

**Tablo 128**

*E59 Kodlu Çalışmada Kullanılan Uzamsal İlişki Testi Göstergeleri*

| Uzamsal Tip | Uzamsal Gösterge | Soru Göstergesi |
|---|---|---|
| Uzamsal Algı | Öğrenciler bir nesneyi hem dikey hem de yatay olarak algılayabilirler. | − Düz düzlem üzerine yerleştirilmiş su dolu bir kap resmi verildiğinde, öğrencilerden geminin konumu değiştiriliyorsa suyun yüzeyini çizmeleri istenir.<br>− Bir platonik cisim verildiğinde, öğrencilerden platonik cisimlerden köşegen düzlem çizmeleri ve bahsetmeleri istenir. |
| Uzamsal Görselleştirme | Öğrenciler katı bir cismin hareketini görselleştirebilir. | − Platonik katıları oluşturmak için hangi ağların uygun olduğunu belirleyin. |
| Zihinsel Rotasyon | Öğrenciler, belirli bir yönde döndürüldükten | − Bir platonik katı verildiğinde, öğrencilerden nesne |

| | | |
|---|---|---|
| | sonra bir cismin konumunu belirleyebilirler. | döndürüldükten sonraki konumu çizmeleri istenir. |
| Uzamsal İlişki | Öğrenciler bir nesnenin öğelerini ve bir öğenin diğer öğeyle olan ilişkisini anlayabilirler. | − Geometrik bir problemin ilişkisine veya modeline bakarak platonik hacmin veya yüzeyin belirlenmesi. |
| Uzamsal Yönelim | Öğrenciler farklı bir perspektiften bakıldığında bir cismin şeklini görebilirler. | − Farklı bir perspektiften bakıldığında bir nesnenin şeklini belirleyin.<br>− Küp dizisinden boyadan etkilenen birim küp sayısını belirleyin. |

*(Kaynak: Pujawan, Suryawan ve Prabawati, 2020, s:467)*

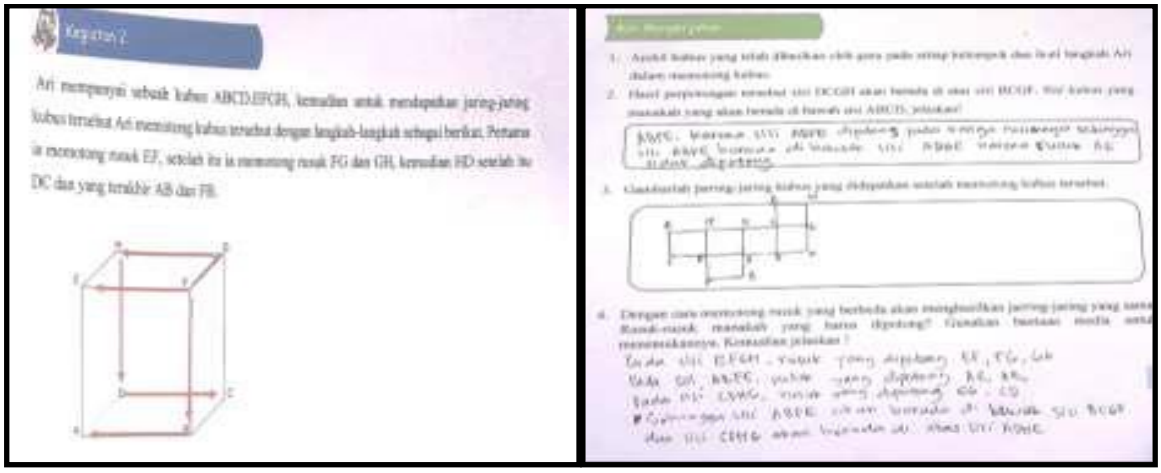
Tablo 128'de ise E59 kodlu çalışmada kullanılan uzamsal tiplere göre hazırlanmış uzamsal ve soru göstergeleri detaylı bir şekilde verilmiştir.

Van Hiele öğrenme teorisinin aşamalarını uygulamak, öğrencilerin temel geometri kavramını anlamalarına yardımcı olmaktadır. Van Hiele öğrenme teorisinin aşamaları, öğrencilerin uzamsal etkinliklerini geliştirme çabasıyla ilgilidir.

İlk olarak, Bilgi aşamasında öğrencilere geometrik nesneyi görselleştirmelerine yardımcı olan bir katının somut bir nesnesi verilmektedir. Kelly (2006), manipülatif nesnelerin öğrencilerin soyut geometrik kavramları anlamlandırmalarında faydalı olabileceğini belirtmektedir. Aynı zamanda bu ilk aşamada, öğretmen ve öğrenciler arasında öğrencilerin ilk anlayışlarını incelemek ve belirleyebilmek için konu hakkında soru-cevap oturumu yapmaktadırlar.

**Şekil 115**

*E59 Kodlu Çalışmada Yönlendirilmiş Oryantasyonda Öğrenci Çalışma Sayfası*



*(Kaynak: Pujawan, Suryawan ve Prabawati, 2020, s:469)*

**Tablo 129**

*E59 Kodlu Çalışmada "Yönlendirilmiş Oryantasyon" Aşaması Etkinliği*

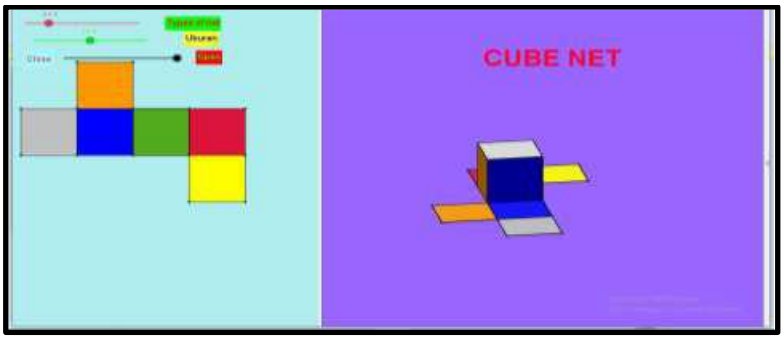
| | |
|---|---|
| 2. Etkinlik<br>Ari'nin bir ABCD küpü var. EFGH, ardından küpü aşağıdaki adımlarla kesti. Önce EF kenarını, ardından FG ve GH kenarlarını kesti. Bundan sonra, HD'yi ve ardından DC'yi kesti. Son olarak, AB ve FB'yi kesti. | Hadi çalışalım<br>1. Verilen küpü alın ve etkinlik 2'deki gibi kesin.<br>2. Etkinlik 2'nin sonucu DCGH'nin kenarını BCGF'nin üzerine getirecektir. ABCD'nin altında hangi tarafın olacağını belirleyin ve açıklayın.<br>ABFE, ABFE tarafı üç kenarından kesildiği için. Dolayısıyla, AE'nin kenarı kesilmediği için ABFE tarafı ADHE'nin altında olacaktır.<br>3. Etkinlik 2'de elde ettiğiniz küpün ağlarını çizin.<br>4. Farklı kesim teknikleri ile aynı ağlar üretilecektir. Hangi kenarlar kesilmelidir? Keşfetmenize yardımcı olması için medyayı kullanın, ardından cevabınızı açıklayın.<br>EFGH'de EF, FG ve GH'yi kesin<br>ABFE'de AE ve AB'yi kesin<br>CDHG'de, CG ve CD'yi kesin<br>Dolayısıyla, ABFE BCGH'nin altında olacak ve CDHG, ADHE'nin üzerinde olacaktır. |

*(Kaynak: Pujawan, Suryawan ve Prabawati, 2020, s:469)*

Yönlendirilmiş Oryantasyon aşamasında öğrenciler uzamsal yeteneklerini uygulamaya başlamaktadır. Bu aşamadaki öğrenmenin amacı, öğrencileri katının karakteristiğinin ilişkisini bulmak için nesneleri keşfetmeye teşvik etmektir. Şekil 115' de öğrencilerden istenilen ağları oluşturmak için verilen somut nesneleri kesip katlamaları istenmiştir.

**Şekil 116**

*E59 Kodlu Çalışmada Küpleri Temsil Edecek Geogebra Medyası*




*(Kaynak: Pujawan, Suryawan ve Prabawati, 2020, s:470)*

Açıklama aşamasında, öğrencilerden bir önceki aşamadaki bulgularını kendi sözcükleriyle açıklamaları istenmiştir.

Şekil 116'da gösterildiği gibi, öğrencilere küplerle ilgili bir problem verilmiş ve ardından ağları oluşturmak için kesilmesi gereken yerleri belirlemeleri istenmiştir. GeoGebra

uygulaması ile medya yardımını kullanarak öğrenciler bulguları hakkında açıklamalarda bulunmuşlardır.

Serbest Oryantasyon aşamasında, öğrencilere problem çözmede uzamsal yeteneklerini kullanmaları için açık uçlu problemler verilmiştir. Öğrencilerden, kenarları belirli bir yönde kesilen küpün ağlarını somut bir nesne veya ortam yardımı kullanmadan bulmaları istenmiştir.

Son aşamada, öğrenciler platonik katı hakkında öğrendikleri ve keşfettikleri şeyler hakkında sonuca varmışlardır. Bu çalışmada van Hiele öğrenme teorisini dolaylı olarak öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini de geliştirdiği bulgusuna erişilmiştir.

Uzamsal yetenek, van Hiele düşünme düzeyleri ve van Hiele öğrenme aşamaları arasındaki ilişki aşağıdaki Tablo 130'da gösterilmiştir.

**Tablo 130**

*E59 Kodlu Çalışmada Uzamsal Yetenek, Van Hiele Düşünme Düzeyleri ve Van Hiele Öğrenme Aşamaları Arasındaki İlişki*

| **Uzamsal Yetenek** | **Van Hiele Düşünme Düzeyleri** | **Öğrenme Aşamaları** | **Öğrenme Etkinlikleri** |
|---|---|---|---|
| | Düzey 0 | Bilgi | Öğrencilere somut bir nesne verilir ve nesnenin şeklini belirlemeleri istenir. |
| Oryantasyon<br>Görselleştirme | Düzey 1 | Bilgi<br>Yönlendirilmiş Oryantasyon | Öğrencilerden verilen somut nesnelerin özelliklerini belirtmeleri istenir. |
| Görselleştirme<br>İlişki<br>Algı | Düzey 2 | Yönlendirilmiş Oryantasyon<br>Açıklama<br>Serbest Oryantasyon | Öğrencilerden somut nesneyi çizmeleri, bir nesne ile diğer nesne arasındaki farkı belirtmeleri ve bir nesne ile diğer nesne arasındaki ilişkiyi belirlemeleri istenir. |
| Rotasyon | Düzey 3 | Yönlendirilmiş Oryantasyon<br>Açıklama<br>Serbest Oryantasyon<br>Entegrasyon | Öğrencilere açık uçlu problemler verilir ve ardından bulguyu açıklamaları ve gözden geçirmeleri istenir. |

*(Kaynak: Pujawan, Suryawan ve Prabawati, 2020, s:471)*

Van Hiele Teorisi'ne dayalı öğrenme etkinliklerinin kullanıldığı bu çalışmada uygulamada yer alan öğrencilerin uzamsal yeteneklerini iyileştirmede etkili olduğu görülmüştür. Ayrıca uygulama grubundaki öğrencilerin uzamsal test sonuçlarının geleneksel öğrenmede yer alan öğrencilere göre daha başarılı olduğu çalışmanın bir diğer sonucudur.

E61 kodlu çalışma, van Hiele'nin öğretim modelini kullanarak eş üçgenlerin öğretiminin etkisini araştırmaktır.

*Van Hiele Öğrenme Modelinin Bu Çalışmada Eş Üçgenlerin Öğretimine Uyarlanması:* Bu bölümde van Hiele öğretim teorisi eş üçgenlerin öğretimine uyarlanmıştır. Aşağıda vurgulanan adımlar, van Hiele öğretim teorisinde belirtildiği gibidir.

(i) Öğretilecek eş üçgenler ilgili kavramlara yönelik sorular sorularak, araştırmaya katılanların ön bilgileri belirlenir. Bu, araştırmaya katılanların van Hiele geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için yapılmaktadır.

(ii) Öğrenciler eş üçgenlerin temel kavramları üzerinde sınıf çalışması yapacaklardır. Bu, çalışma öğrencilerin derinlemesine düşünmelerini sağlamak, birbirleriyle etkileşime geçmek ve eş üçgenler hakkında derinlemesine araştırma yapmak içindir.

(iii) Yukarıda (ii) adımında sınıf çalışmasında verilen çalışma katılımcılarının cevaplarından yola çıkarak öğretilecek eş üçgenler ile ilgili günün konusu açıklanacaktır.

(iv) Nesneler ve yapılar arasındaki ilişkiyi sağlayacak daha ileri düzey alıştırmalar (sınıf çalışması veya ödev) şeklinde verilecektir.

(v) Öğrencilerin, tüm sınıfa açıklayarak (iv)'de verilen alıştırmalara verdikleri cevapları kullanmalarına izin verilir. Bu adım, çalışma katılımcılarının öğrenilen kavramları özetlemelerini ve içselleştirmelerini sağlamaktadır.

Karma yöntemin kullanıldığı araştırmada deney gruplarında van Hiele öğretim modeli kullanılırken, kontrol grubunda geleneksel yöntemlerle dersler işlenmiştir.

**Tablo 131**

*E61 Kodlu Çalışmanın Deney ve Kontrol Gruplarında Sınıf Pedagojisinin Karşılaştırılması*

| | **Kontrol Grubu (Geleneksel Yaklaşım)** | **Deney Grubu (van Hiele Öğretim yaklaşımı)** |
|---|---|---|
| 1 | Bu gruptaki öğrenciler, ancak sınıfa girdiklerinde eş üçgenler kavramlarını öğrenmişlerdir. | Öğretmenler, öğrencileri bir sonraki konu hakkında bilgilendirmiş ve onlardan okumalarını, araştırmalarını ve konuyu tanımalarını istenmiştir. |
| 2 | Dersin ilk gününde öğretmen konuyu yazmak ve tanıtmak için doğrudan tahtaya gitmiştir. | Öğretmenler, öğrencilere konu hakkında ne bildiklerini sorarak başlamış: öğrenciler cevaplarını eş üçgenler ile ilişkilendirip şekil ve şekil özellikleri hakkında araştırma soruları sormuşlardır. |
| 3 | Öğretmen konu ile ilgili kavramları göstermek için tahtayı kullanmış ve örnekler üzerinde çalışmıştır ve ilk ders bu şekilde bitmiştir. | Sondalama sorularına verilen cevaplardan hareketle öğretmenler çözülmesi gereken problemleri vermişlerdir. Bu sorular şekillerin özellikleriyle ilgiliydi, ancak üçgenlerin eşliği için bu özelliklere ihtiyaç vardır. Öğretmen, problemleri çözmeye çalışırken araştırmaya katılanların akıl yürütmelerini izlemiştir ve bu şekilde ilk ders bitmiştir. |

| | | |
|---|---|---|
| 4 | Öğretmen, önceki gün derste yapılanlarla ilgili 5 sınıf çalışma alıştırması vermiştir. Öğretmen öğrencilerin performanslarından memnun değildir ve problemleri çözerken konuyu tekrar tekrar açıklamıştır ve ders sona ermiştir. | Bu gün öğretmen konuyu tanıtmış, araştırmaya katılanların bazı fikirlerini açıklamış/onaylamış/onaylamamıştır. Konu ile ilgili kavramlarını açıklamıştır. |
| 5 | | Öğretmen tahtaya problemler yazmış ve öğrencilerin bunları çalışma kitaplarında cevaplamalarına izin vermiş, ancak problemleri çözmeye çalışırken onlara rehberlik etmiş ve ders sona ermiştir. |

*(Kaynak: Sadiki, 2016, s:74)*

Tablo 131'den görüldüğü gibi araştırmada deney gruplarında kullanılan van Hiele öğretim modeli ile kontrol grubunda kullanılan geleneksel yöntemin karşılaştırılması verilmiştir.

**Tablo 132**

*E61 Kodlu Çalışmanın Deney ve Kontrol Gruplarında Kullanılan Pedagojinin Konunun Öğrenilmesini Nasıl Etkilediğinin Karşılaştırılması*

| | **Etkinlikler** | **Deney grubu** | **Kontrol grubu** |
|---|---|---|---|
| 1 | Sınıf etkinlikleri | Öğretmen, öğrencileri düşünmeye yönlendiren sorular sormuştur. Öğrencilerin araştırma yapmasına, bir şeyler denemesine ve keşfetmesine izin verilmiştir. | Derste konuşmanın çoğunu öğretmen yapmış ve hazırlamış olduğu notlara göre dersi yönetmiştir. |
| 2 | Öğrencilerin düzeyi | Öğrenciler gözlemlenen dersler boyunca aktif olarak derse katılmışlardır. | Öğrenciler açıklamaya hiç katkıda bulunmamış ya da katkıda bulundukları yerlerde, sorulara verilen cevapların çoğunu yanlış cevaplamışlardır. |
| 3 | Sorulan soruların kalitesi | Öğrenciler, kavramsal bilgiyi gösteren veya daha fazla bilgi arayışlarını içeren sorular sormuşlardır. | Çoğunlukla daha fazla açıklama yapılmasını istemiş soru sormamışlardır. |
| 4 | Öğrenciler tarafından verilen açıklamaların kalitesi | Sağlam kavramsal açıklamalar yapmış ve yaratıcı düşünce sergilemişlerdir. | Açıklamaya katılmamışlardır. |
| 5 | Biçimlendirici değerlendirmelerde | Çoğunluk sınıf çalışması alıştırmalarında iyi performans göstermiştir. | Öğrencilerin birçoğu, sorunu nasıl çözeceklerini |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | öğrencilerin performansı | | anlamadıkları için ödevlerini yapmamışlardır. |
| 6 | Sınıf öğretimi sırasında öğrencilerin eğilimleri | Hevesli ve yanıtlamaya katılmayı veya açıklamaya katkıda bulunmayı beklemişlerdir. | Bu gruptaki öğrenciler ilgisiz davranmışlardır. |
| 7 | Öğrencilerin soruları yanıtlama isteklerini inceleyin | Çoğunluk soruları yanıtlamaya istekli olmuştur. | Soruları cevaplamakta isteksiz davranmışlardır. |

*(Kaynak: Sadiki, 2016, s:75)*

Tablo 132'ye bakıldığında çalışmada kullanılan etkinliklerin uygulama ve kontrol grupları için karşılaştırılmalı açıklamaları verilmiştir.

Çalışmadan elde edilen sonuçlara bakıldığında, uygulamada van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretimin yapılması öğrencilerin öğrenme sürecini kolaylaştırdığını, akademik başarılarını ve VHGDD'ni iyileştirdiğini ortaya koymaktadır.

E67 kodlu çalışma geometri ve özelinde açılar konusunun öğretilmesi ve öğrenilmesi üzerine yapılmıştır. Araştırmada kullanılan teorik çerçeve, RME öğretim teorisi ile van Hiele geometrik düşünme teorisi adlı bir öğrenme teorisinin birleşimidir. Tarihsel bir geometri çalışmasıyla desteklenen bu çerçeveler, dördüncü sınıf öğrencilerinin ilk kez açı fikri ve farklı boyutlardaki açılar arasındaki ilişkilerle tanıştırıldığı bir dersin tasarımında, denenmesinde ve değerlendirilmesinde kullanılmıştır. Dersler, araştırmacı tarafından hazırlanan ayrıntılı bir senaryo ve materyallere dayalı olarak ilgili sınıfların öğretmenleri tarafından işlenmiştir.

Çalışmanın amacı, bir ders planı geliştirmek için RME'nin teorik temelini kullanmanın açıların kavramsallaştırılmasını teşvik etmeye yardımcı olup olmayacağını belirlemektir. Bu kavramsallaştırma, van Hiele geometrik düşünme teorisine göre değerlendirilecektir. Çalışmada kullanılan birincil araç olan ders planı, öğrencilerin açıları analitik anlamda anlamalarını sağlamayı amaçlamıştır. Ders planı toplam beş etkinlikten oluşmakta olup örnek olması açısından yalnızca bir tanesi aşağıda örneklendirilecektir;

**Tablo 133**

*E67 Kodlu Çalışmada Yer Alan Örnek Ders Planı*

| **Ders planı** |
|---|
| Etkinlik 4: Diğer açıları eklemek<br>*Üçgenin açılarını toplama:* Öğrencilerden "üçgen" etiketli sayfadaki çalışma kağıdına herhangi bir üçgen çizdirin. Üç farklı köşe açısını kopyalamak için üç küçük şeffaflık parçası kullanmalarını söyleyin. Ardından, öğrencilerin açıları toplamasını ve sonuçta ortaya çıkan açı hakkında özel bir şey görüp göremediklerini görmelerini sağlayın. Öğrencilerden arkadaşlarının çalışmalarına bakmalarını ve toplam açılarında özel bir şey olup olmadığını görmelerini isteyin. Eğer açıların toplamının düz bir çizgi oluşturduğu |

| |
|---|
| sonucuna varmazlarsa (veya bu sonucun bir varyasyonu), o zaman öğrencilerin etkinliği farklı bir üçgenle tekrar etmelerini sağlayın.<br>*Dörtgen açıları toplama:* Öğrencilere, "dörtgen" etiketli sayfadaki çalışma kağıdına herhangi bir dört kenarlı şekil (kare veya dik açı olması gerekmez) çizdirin. Her öğrencinin komşusununkinden farklı bir dörtgen oluşturduğundan emin olun. Dört köşe açısını kopyalamak için dört küçük şeffaflık parçası kullanmalarını söyleyin. Daha sonra öğrencilerin açıları toplamasını sağlayın ve sonuçta elde edilen açılar hakkında özel bir şey görüp göremediklerini görün. Öğrencilerden arkadaşlarının çalışmasını incelemelerini ve toplanmış açılarında özel bir şey olup olmadığını görmelerini isteyin. Eğer açıların toplamının tam bir daire oluşturduğu sonucuna varmazlarsa (veya bu sonucun bir varyasyonu), o zaman öğrenciden etkinliği farklı bir dört kenarlı şekille tekrar etmesini sağlayın. |

*(Kaynak: Smart, 2008, s:130)*

Tablo 133'te açıları eklemek etkinliği başlığında üçgenin ve dörtgenini açılarını toplama ile ilgili ders planları detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

**Şekil 117**

*Öğrenci İçin Bir Çalışma Kitapçığındaki Etkinlik 4 İçin Kullanılan Bölüm*




*(Kaynak: Smart, 2008, s:144)*

Ders planındaki yeni bir şey öğretmek için son etkinlik olan dördüncü etkinlik, öğrencilerin önceki etkinliklerde edindikleri görsel bilgileri açılarla ilgili belirli özellikleri keşfetmek için kullanıp kullanamayacaklarını görmek için tasarlanmıştır. Öğrencilerden kitapçıklarında verilen boşluğa rastgele bir üçgen ve dörtgen çizmeleri ve açıları ayrı şeffaflık parçalarına kopyalamaları istenir. Daha sonra açıları "toplamaları" ve ne ürettiklerini görmeleri söylenir. Bu etkinlik, öğrencilerin açıları görsel olarak iyi anladıklarını varsaymaktadır (van Hiele düzey 0). Daha sonra öğrencilerden bir eylem gerçekleştirmelerini (açıları toplamalarını) ve sonuçları yorumlamalarını istenmektedir. Bu aynı zamanda, matematiksel özelliklerin keşfedilmesini teşvik etmek için uygulamalı bir etkinlik kullanması bakımından RME'nin öğretim teorisi ile de tutarlıdır.

RME ve van Hiele Teorisi'nin birlikte ele alındığı araştırmanın sonuçları, RME yaklaşımını kullanmanın, öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme teorisi tarafından belirlenen açıları uygun bir şekilde anlamalarında etkili olduğunu göstermektedir.

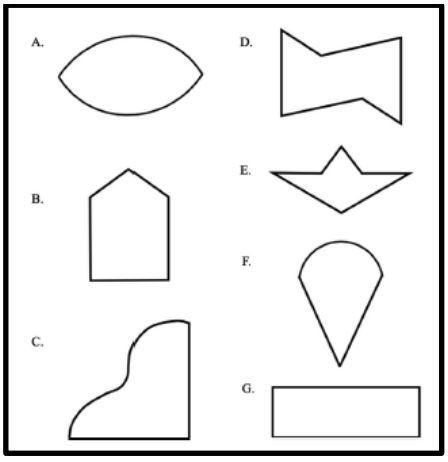
E79 kodlu çalışmada, sınıf öğretmeni adaylarının matematik öğretim yöntemleri dersinde uygulanan bir dizi öğretim etkinliğinde yer alan geometri içeriği bilgilerini, öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini ve geometri etkinliklerine etkisini ve bunların arasındaki ilişkilerini inceleme amaçlanmıştır. Bu çalışmada kullanılan öğretim etkinlikleri, öğretmenlerin öğrencilerin geometri öğrenme süreçlerini ve geometri öğretimi için ilgili pedagojik bilgileri anlamlandırmasını ve ayrıca temel geometri öğretimi için gerekli müfredat standartlarını kavramsallaştıran van Hiele Teorisi'ne dayalı olarak tasarlanmıştır.

*Çalışmanın uygulama süreci:* Matematik öğretim yöntemleri kursu, biri geometriye odaklanan dört adet 3 haftalık modülden oluşmaktadır. Üç haftalık geometri modülü sırasında, ilköğretim öğretmen adayları haftada 3 saat bir araya gelmişlerdir. Bu süre boyunca, öğrencileri tanımlama yeterliklerinin yanı sıra 2 boyutlu şekillere ilişkin anlayışlarını geliştirmek için tasarlanmış bir dizi van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretim etkinliğiyle karşı karşıya kalmışlardır. 2 boyutlu geometrik şekiller için geometrik düşünme düzeyleri ve öğrencilerin van Hiele düzeylerine göre uygun öğretim etkinlikleri oluşturulması planlanmıştır. Modüller van Hiele düzeylerinin 0-2 düzeyi baz alınarak hazırlanmıştır.

*Çalışmada kullanılan öğretim etkinliklerinin tasarımı:* Van Hiele Teorisi'ne ve ilgili müfredat standartlarına dayalı üç hedef, katılımcıların geometri içeriği bilgilerini, öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini ve öğrencilerin geometri düzeylerine uygun geometri öğretim etkinliklerini geliştirmek için geometri modülündeki öğretim etkinliklerinin tasarımı ve sırası olarak belirlenmiştir.

**Şekil 118**

*E79 Kodlu Çalışmada Öğretim Etkinliklerinde Kullanılan 2 Boyutlu Şekil Örnekleri*




*(Kaynak: Yi, Flores ve Wang, 2020, s:5)*

İlk olarak, öğretmen adaylarının 2 boyutlu şekilleri öğretmek için geometri içerik bilgilerinin, van Hiele geometrisi çerçevesinde çeşitli tanıdık ve tanıdık olmayan 2 boyutlu

şekillerin ortak özelliklerini analiz etme, tanımlama ve doğrulama fırsatlarına sahip olduklarında geliştirilebileceği hedeflenmiştir. Bunun ardından, katılımcılara bu tür fırsatları sunmak için modülde ilgili birkaç öğretim etkinliği tasarlanmış ve uygulanmıştır. Örneğin, Etkinlik 2'de, katılımcılardan aşina oldukları şekilleri (örneğin, dikdörtgenler, kareler, üçgenler, dörtgenler, çokgenler) ve ayrıca aşina olmadıkları şekilleri (örneğin, futbol topu, yaprak veya dondurma külahı gibi), incelemeleri ve tanımlamaları istenmiştir. Etkinlik 4 sırasında, van Hiele düzeylerine dayalı olarak bu tanıdık ve tanıdık olmayan şekillerle ilgili açıklamalarını gerekçelendirmeleri beklenmiştir. Ardından, rehberli bir tartışma ve düşünceler yoluyla kendilerinin ve akranlarının van Hiele düzeylerini belirlemeye ve aralarındaki farklılıkları tanımaya başlamışlardır. Örneğin, öğretmen adayları, "Bu bir futbol topu çünkü futbol topuna benziyor" gibi açıklamalarına dayanarak, kendilerinin ve bazı akranlarının van Hiele düzey 0'da olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca akranlarından bazılarının Şekil 119 içinde yer alan G şekli için van Hiele düzey 1 veya 2'de olduğunu iddia etmişlerdir "Bu bir dikdörtgen çünkü dört kenarı var, iki uzun ve iki kısa kenardan oluşmaktadır. Ayrıca dört dik açıya sahiptir" (düzey 1) veya "Dört dik açılı bir paralelkenar olduğu için bu bir dikdörtgendir." (düzey 2). Bu etkinlikler aracılığıyla öğretmen adaylarına, 2 boyutlu şekiller üzerinde farklı içerik anlama düzeylerini gösteren farklı şekiller için değişen van Hiele düzeylerini tanımaları için rehberlik edilmiştir.

İkinci olarak, öğretmen adaylarından, van Hiele Teorisi'nin düşünme düzeyleri aracılığıyla kendi ilerlemelerini deneyimleme ve yansıtma fırsatlarına sahip olduklarında öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine ilişkin bilgilerinin geliştirilebileceğini hedeflemişlerdir. Bu bağlamda, öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine ilişkin bilgilerini şekillendirmek için çeşitli etkinlikler tasarlanmış ve uygulanmıştır. Örneğin, Etkinlik 3 sırasında, katılımcılardan Etkinlik 2'de kullanılan tanıdık ve tanıdık olmayan şekilleri, van Hiele düzey 0'dan düzey'1'e geçişi deneyimlemek için paylaşılan niteliklerine göre kategorilere ayırmaları istenmiştir. Örneğin, şekildeki C ve F, her ikisinin de tam olarak iki düz kenarı ve en az bir eğri kenarı olduğu için aynı kategoride sınıflandırılabilmektedir. Etkinlik 6'da katılımcılar, paralelkenarlar, eşkenar dörtgen, kareler, dikdörtgenler ve yamukların özelliklerini listelemek için çiftler halinde çalıştıp ardından van Hiele düzey 1'den geçişi deneyimlemek için bu dörtgenlerin özelliklerine göre kümelerini ve alt kümelerini oluşturmuşlardır. Bu etkinlikler, katılımcılara, geometrik düşünmenin alt van Hiele düzeylerinden üst düzeylere sıralı bir şekilde nasıl geçiş yaptığını deneyimleme ve aynı zamanda çeşitli 2 boyutlu şekillerin özellikleri ve aralarındaki ilişkiler hakkında kendi anlayışlarını geliştirme fırsatları sağlamıştır.

**Tablo 134**

*E79 Kodlu Çalışmada Kullanılan Zaman Çizelgesi ve Van Hiele Dayalı Öğretim Etkinlikleri*

| Hafta | Öğretim Faaliyetlerinin Tanımı |
|---|---|
| 1.hafta | Etkinlik 1: Van Hiele Teorisi'ninin tanıtımı<br>Etkinlik 2: Şekil adlandırma (küçük grup)<br>Bu sınıf etkinliğinde, öğretmen adaylarından her biri 2 boyutlu şekillerden (örneğin, çokgenler, çokgen olmayanlar ve eğri şekiller) oluşan bir koleksiyondan bir şekil seçip, daha sonra şekillerini tanımlamaları ve adını doğrulamaları istenmiştir (Düzey 0).<br>Etkinlik 3: Şekil sıralama (küçük grup)<br>Bu sınıf etkinliğinde, öğretmen adaylarından Etkinlik 2'deki aynı şekilleri kullanarak tüm şekilleri niteliklerine ve özelliklerine göre (Düzey 1) kategorize etmeleri istenmiştir.<br>Etkinlik 4: Küçük grup ve tüm sınıf tartışmaları<br>Yol Gösterici Sorular:<br>Düzey 0 ve 1'deki çocuklar ne yapabilir?<br>Ne tür şeyler söylüyorlar ve düşünüyorlar?<br>Düzey 0 ve 1'deki çocuklar neleri yapamaz?<br>Düzey 0 ve 1'deki öğrencileri desteklemek için yöntemler olarak Etkinlik 2 ve 3'e ilişkin düşünceler nelerdir?<br>Öğrencilerin Düzey 0'dan Düzey 1'e geçişlerini desteklemek için önerilen ek yöntemler? |
| 2.hafta | Etkinlik 5: Müfredat standartlarında verilen senaryolara dayalı olarak van Hiele düzeyinde tanımlama (küçük grup)<br>Etkinlik 6: Şekil listesi ve sınıflandırma (küçük grup)<br>Bu sınıf etkinliğinde öğretmen adayları çiftler halinde dörtgen şekillerin özelliklerini (örn. paralelkenarlar, eşkenar dörtgen, kareler, dikdörtgenler, yamuklar) listelemek için çalışmışlardır (Düzey 1).<br>Öğretmen adayları tüm dörtgenleri temsil eden gruplar halinde şekilleri benzer ve farklı özelliklerine göre kategorize etmek için Venn diyagramlarını kullanmışlardır (Düzey 2).<br>Etkinlik 7: Küçük grup ve tüm sınıf tartışmaları<br>Yol Gösterici Sorular:<br>Düzey 1 ve 2'deki çocuklar ne yapabilir?<br>Ne tür şeyler söylüyorlar ve düşünüyorlar?<br>Düzzey 1 ve 2'deki çocuklar neleri yapamaz?<br>Düzey 1 ve 2'deki öğrencileri desteklemek için bir yöntem olarak Etkinlik 6'ya ilişkin düşünceler nelerdir?<br>Öğrencilerin Düzey 1'den Düzey 2'ye geçişini desteklemek için önerilen ek yöntemler? |
| 3.hafta | Etkinlik 8: Bir dikdörtgene dayalı olarak van Hiele 0-2 Düzeylerini gözden geçirmek için etkileşimli tartışma<br>Etkinlik 9: Şekilleri oluşturma ve ayrıştırma |

*(Kaynak: Yi, Flores ve Wang, 2020, s:5)*

Üçüncü olarak, öğretmen adaylarının geometri içeriğine ilişkin bilgilerini ve öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini van Hiele Teorisi'nin önerdiği gibi öğretim etkinlikleriyle ilişkilendirme fırsatlarına sahip olduklarında uygun geometri öğretim

etkinliklerine ilişkin bilgilerinin geliştirilebileceği hedeflenmiştir. Bu bağlamda, katılımcıların geometri öğretim etkinlikleri hakkındaki bilgilerini etkilemek için çeşitli ilgili etkinliklerin tasarımı ve uygulaması yapılmıştır. Örneğin, Etkinlik 2 ve 3 sırasında, katılımcılardan tanıdık ve tanıdık olmayan 2 boyutlu şekiller kullanarak öğrencilerin düzey 0'dan düzey 1'e geçişini kolaylaştırabilecek ilgili okumalara dayalı öğretim etkinlikleri geliştirmeleri istenmiştir. Benzer şekilde, 4., 7. ve 8. etkinlikler sırasında, öğretmenler tarafından matematik yöntemleri dersinde kullanılan geometri etkinlikleri üzerinde düşünmeleri ve bu etkinliklerin kullanımının arkasındaki nedenleri van Hiele'ye dayalı olarak tartışmaları istenmiştir.

Son olarak, Etkinlik 5'te, katılımcılardan müfredat standartlarındaki geometri konularının sırasının, van Hiele Teorisi tarafından ana hatlarıyla belirtildiği gibi öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin ilerlemeleriyle nasıl uyumlu olduğunu analiz etmeleri istenmiştir. Yukarıdaki eğitici etkinlikler aracılığıyla, katılımcılara geometri içeriği ve öğrencilerin geometrik düşüncesi hakkındaki anlayışlarını geliştirmeleri ve bunu öğrencilerin geometri öğrenimini desteklemek için uygun etkinliklerin nasıl seçileceğine ilişkin anlayışlarını geliştirmek için bir temel olarak kullanmaları için rehberlik edilmiştir.

Van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretim etkinlikleri kullanılarak yapılan bu çalışma sonuçlarında öğrencilerin geometrik düşüncelerini anlamaları önemli ölçüde arttığı görülmüştür.

- *Modül Kullanılarak Yapılan Öğretim:*

Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 5 çalışmada (E4, E11, E41, E47, E60) VHGDD'ni artırmak için modül ile öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışmalar sırası ile tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

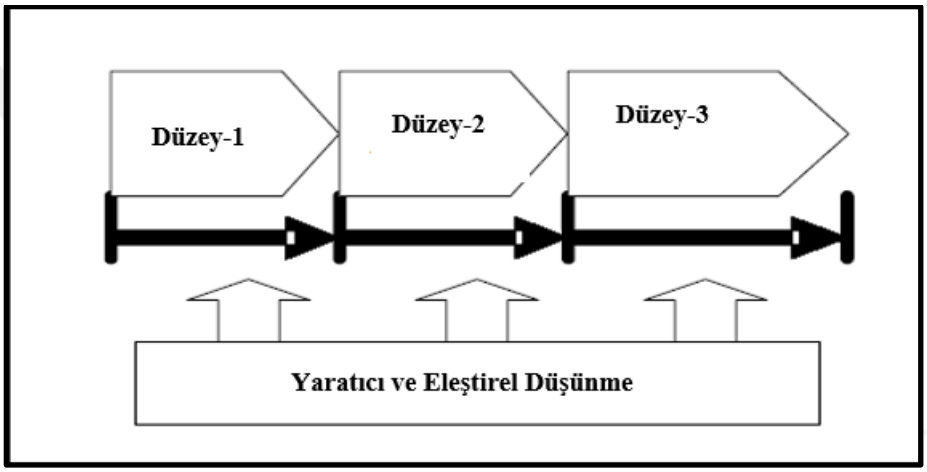
E4 kodlu çalışmada dinamik geometri yazılımı çerçevesinde bir modül geliştirmek ve öğrenciler arasında eleştirel ve yaratıcı düşünme türlerini van Hiele geometri anlama düzeyini belirlemek amaçlanmıştır.

*Çalışmada kullanılan teorik çerçeve:* Bilişsel yaklaşım, öğrencilere aktif bilgi taşıyıcıları olarak bakar ve bilişsel süreçlere odaklanır. Buluş yoluyla öğrenme, sorgulama vb. öğrenme stillerinin öğrencilerin zihinlerini kullanmalarını teşvik edebileceği için sınıfta uygulanması önerilmiştir (Battista, 2002). Geometride öğrencilerin iki boyutlu geometride düşünmeleri en iyi van Hiele Teorisi kullanılarak açıklanabilir. Crowley (1987), van Hiele Teorisi'nin birkaç özelliği olduğunu belirtmiştir. Bunlardan biri, geometrik fikirlerin gelişimi, bir seviye hiyerarşisi boyunca ilerler. Öğrenciler önce bütünü, şekilleri tanımayı, ardından şeklin ilgili özelliklerini analiz etmeyi öğrenirler. Daha sonra şekiller arasındaki ilişkileri

görebilir ve basit çıkarımlar yapabilirler. Öğretmenler, öğrencilerine uygun deneyimler ve bunları tartışmaları için fırsatlar sağlamalıdır. Bunun yanında öğretmenler, öğrencilerinin düşünce düzeylerini değerlendirebilir ve bu düzeylerde öğretim verebilirler. Öğretmen, birbirini izleyen her bir anlayış düzeyini geliştirmek için öğrenme aşamalarına göre düzenlenmiş deneyimler sağlamalıdır. Appalanayudu ve Ismail (2005) tarafından yapılan araştırma, etkileşimli geometri yazılımı ile geometri öğrenirken çeşitli eleştirel ve yaratıcı düşünme türlerinin kullanılmasının, öğrencilerin van Hiele Teorisi'nde 3. düzeye ulaşmalarına yardımcı olabileceğini kanıtlamıştır.

**Şekil 119**

*E4 Kodlu Çalışmanın Teorik Çerçevesi*




*(Kaynak: Abdullah ve Mohamed, 2008 s:98)*

*Modülün Geliştirilmesi ve Daire Testi:* Araştırmacı tarafından dinamik geometri yazılımı ile daire konusunu temel alan bir modül geliştirilmiştir. Modülde dairelerin her bir alt konusunu temsil eden dört etkinlik vardır. Her bir etkinlik için uygulama soruları geliştirilmiş ve sorular van Hiele Teorisi'nde ilk üç düzey baz alınarak geliştirilmiştir. Tablo 135, geliştirilen modülün içerik özetini göstermektedir.

**Tablo 135**

*E4 Kodlu Çalışmada Geliştirilen Modülün İçerik Özeti*

| Etkinlik | Alt konular | Sorular | Test edilen van Hiele düzeyleri |
|---|---|---|---|
| 1 | Çemberin Elemanları | 1 | Düzey 1-2-3 |
| | | 2 | Düzey 1-2-3 |
| 2 | Çevre Kavramı | 3 | Düzey 1-2-3 |
| 3 | Çemberin Yayı | 4 | Düzey 1-2-3 |
| 4 | Çemberin Alanı ve Çemberin Sektörü | 5 | Düzey 1-2-3 |

*(Kaynak: Abdullah ve Mohamed, 2008 s:99)*

Tablo 136, üç van Hiele düzeyini kapsayan örnek etkinlik ve uygulama sorularını göstermektedir.

**Tablo 136**

*E4 Kodlu Çalışmada Geliştirilen Modüldeki Örnek Etkinlik Ve Soruları*

<table>
<tr><th>Düzey</th><th>Sorular</th></tr>
<tr><td>Düzey 1</td><td>Bu modülde, bir daire çizin.<br>(i) küçük bir sektör, OKLM<br>(ii) büyük bir sektör, OKJM<br>(iii) bir kiriş, MN</td></tr>
<tr><td>Düzey 2</td><td>KIG kullanarak, ST olarak etiketlenmiş 12 cm çapında ve TU etiketli bir kiriş olan bir daire oluşturun.<br>Bir dairenin çapı ve kirişi arasındaki fark nedir?</td></tr>
<tr><td>Düzey 3</td><td><table><tr><th>Çap</th><th>Kiriş</th></tr><tr><td></td><td></td></tr></table><br>(i) XY olarak etiketlenmiş bir dairenin başka bir çapını oluşturun. Ölçün uzunluk (Bunu yapmak için XY çapına sağ tıklayın → “Etiketi Ayarla” → Uzunluk)<br>(ii) UV olarak etiketlenmiş başka bir daire çapı oluşturun.<br>(iii) Uzunluğunu ölçün (Bunu yapmak için UV çapına sağ tıklayın → “Etiketi Ayarla” → Uzunluk)<br>Etkinliğinizi masaüstüne kaydedin. Dosyayı 2. alıştırma olarak adlandırın. Aşağıdaki tabloyu tamamlayın.<table><tr><th>Çap</th><th>Uzunluk(cm)</th><th>Sonuç</th></tr><tr><td>ST</td><td>12</td><td></td></tr><tr><td>XY</td><td></td><td></td></tr><tr><td>UV</td><td></td><td></td></tr></table></td></tr>
</table>

*(Kaynak: Abdullah ve Mohamed, 2008 s:99-100)*

Bu çalışma için van Hiele'yi temel alan bir dizi test öğesi geliştirilmiştir. Test, van Hiele Teorisi'ndeki görselleştirme, analiz ve informal tümdengelim olmak üzere iki sorunun ilk üç düzeyi temsil ettiği altı sorudan oluşmaktadır. Test daha sonra bu çalışmada ön ve son test olarak kullanılmıştır.

Yapılan çalışma sonucunda, uygulama öncesi öğrenciler van Hiele 1. düzeydeyken, modülü kullandıktan sonra, 3. düzeye erişmişlerdir. Bu durum, öğrencilerin geometrik düşünmelerinin modülü kullandıktan sonra belirgin bir gelişme gösterdiğini kanıtlamıştır.

E11 kodlu araştırmada, ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin dörtgen öğrenmede van Hiele Teorisi’ni kullanarak bir öğretme ve öğrenme modülü geliştirmek ve süreci tanımlamak amaçlanmıştır. Bu nedenle, öğrencilerin üst geometri düşünme düzeyinde dörtgenleri düşünmelerini ve öğrenmelerini sağlamak esas alınmıştır. Bu modülün kalitesi içerik, görünüm, grafik ve dile göre değerlendirilmiştir. Araştırma yöntemi, Borg ve Gall ve Plump

yönteminin modifikasyonu ile araştırma ve geliştirmedir. Modül, geçerlilik, etkinlik ve pratik veriler elde etmek için 7. sınıf öğrencilerinin bir sınıfında deneme testi ile doğrulanmıştır. Bu araştırmanın sonucu iki bölümden oluşan bir modüldür. Birinci bölüm, 0 düzeyini 1. düzeye çıkarmak için, ikinci bölüm ise 1. düzeyi 2. düzeye çıkarmak için yapılan etkinliklerden oluşmaktadır. Her bölüm, van Hiele Teorisi çerçevesinde geometri öğrenmenin beş aşaması esas alınarak tasarlanmıştır.

Bu araştırmada izlenen süreç aşağıda detaylıca verilmiştir:

- Ön İnceleme: Bu aşamada araştırmacı van Hiele Teorisi hakkında detaylı bir literatür taraması yapmakta, öğrencilerin geometri düşünme düzeylerini analiz etmekte ve öğrenciler ve öğretmen tarafından kullanılan referans kitabını analiz etmektedir.
- Tasarım: Bu aşamada, literatür taraması sonucu ve ilk araştırmadan elde edilen analiz sonucuna göre modülün planı tasarlanmaktadır.
- Gerçekleştirme: Bu aşamada araştırmacı, teorilere ve analizlere dayalı modülün gerçekleştirmesini, taslak 1 modül öğrenme dörtgenine yapmaktadır.
- Test, Değerlendirme ve Revizyon: Bu aşamada, taslak 1 modülü medya uzmanları ve kavram uzmanları tarafından incelenmektedir.

Araştırma, geliştirilen modüller, modül tasarımında kullanılan görseller ve son olarak geliştirilen öğrenci testine ait açıklamala aşağıda detaylıca verilmiştir.

*A. Araştırmada geliştirilen modüller:*

*Modül 1:* Bu bölümde dörtgen kavramının tanımı ve özellikleri yer almaktadır. Bu bölümde öğrenciler paralelkenar, dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen, uçurtma ve yamuk olmak üzere altı dörtgen sınıfını öğrenmektedirler. Bilgi aşaması etkinliği, öğrencilere dörtgenin ne olduğu hakkında yeterli bilgi vermek için tasarlanmıştır. Seçilen etkinlik, gerçek hayatta dörtgen şekillerini tanımaktır. Dörtgen şeklini gerçek hayatta tanıyarak, öğrencilerin sınıfta tartışma materyali olacak dörtgen sınıfları hakkında bilgilerini geliştirmeleri beklenmektedir. Yönlendirilmiş oryantasyon etkinliği, öğrencilere konu tartışmasını bilmeye dahil olmaları için fırsatlar sağlamak için tasarlanmıştır. Bu aşamanın etkinliği, dörtgeni altı dörtgen sınıfına ayırmaktır. Öğrencilerin dörtgeni şekillerine göre gruplayabilmeleri beklenir. Açıklama aşaması etkinliği, öğrencilerin konu tartışması hakkındaki görüşlerini açıklayabilmelerini teşvik etmek için tasarlanmıştır. Bu aşamanın etkinliği, her bir dörtgen sınıfının özelliklerini belirlemektir. Görselleştirme düzeyinde öğrencilere yardımcı olmak için özelliklerin göresellerine revizyon yapılmıştır. Doğrudan yönlendirme etkinliği, öğrencilere daha karmaşık görevler üzerinde çalışmaları için fırsatlar sağlamak üzere tasarlanmıştır. Bu aşamada etkinlik, belirli bir dörtgen probleminin özelliklerini belirlemektir. Entegrasyon

aşamasının etkinliği, tartışma konusunu özetlemek için tasarlanmıştır. Etkinlik, her dörtgen sınıfı için bir tanım yapmaktır. Ayrıca öğrencilere görselleştirme düzeyinde yardımcı olmak amacıyla belirli dörtgenlerin küme şekilleri verilmiştir. Entegrasyon aşamasına ek olarak, modül dörtgen özelliklerinin bir özetlenmiştir

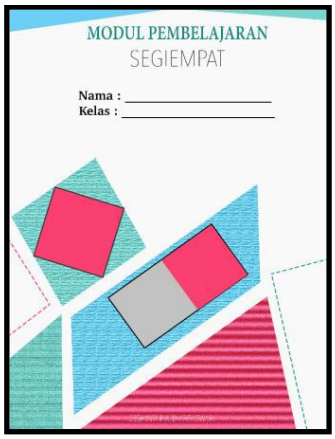
*Modül 2:* Öğrenme etkinliği 2, dörtgenlerin sınıflandırılması hakkında bir tartışma içermektedir. Bu etkinlik sayesinde öğrencilerin 2. düşünme düzeyine ulaşmaları beklenmektedir. Bilgi aşamasının etkinliği, bir dörtgen sınıfını başka bir dörtgen sınıfı haline getiren kenar veya açı değişikliklerini bilmektir. Öğrencilerin bu bölümün tartışma konusu olan her bir dörtgen arasındaki ilişki hakkında bilgi sahibi olmaları beklenmektedir. Yönlendirilmiş oryantasyon aşamasının etkinliğinde öğrencilerin, ilişkiyi tanımaları için kenar veya açı değişimini deneyimlemeleri beklenmektedir. Açıklama aşamasının etkinliği, dörtgenler arasındaki ilişkinin venn diyagramını yapmaktır. Öğrencilerden, tartışılan dörtgen ilişkisine ilişkin görüşlerini göstermeleri beklenmektedir. Serbest oryantasyon etkinliği, dörtgen ilişkisi ile ilgili daha karmaşık bir soruna cevap vermektedir. Entegrasyon etkinliği dörtgenleri sınıflandırmaktan oluşmaktadır. Öğrencilerden dörtgenlerin sınıflandırılmasını özetlemek için konu tartışması hakkındaki tüm bilgilerini kullanmaları beklenmektedir.

*B. Medya Geçerliliği*

*Kapak:* Kapak, modülde tartışılan konuyu göstermek için tasarlanmıştır. Çizim, dörtgen sınıflandırmasını içermektedir.

**Şekil 120**

*E11 Kodlu Çalışmada Geliştirilen Modül Kapak Resmi*




*Kaynak: (Argaswari, Usodo ve Pramudya, 2016, s: 91)*

*Küçük Resim:* Küçük resimler, öğrencilerin modüle dikkatini çekmek için kullanılmaktadır. Tabloda uzmanlar tarafından verilen revizyon öncesi ve sonrası resimler yer almaktadır.

**Şekil 121**

*E11 Kodlu Çalışmada Kullanılan Küçük Resimler*




Revizyondan önce Revizyondan sonra

*Kaynak: (Argaswari, Usodo ve Pramudya, 2016, s: 91)*

*C. Öğrenci Testi*

Bu testin amacı, bu modülün öğrencilerin dörtgeni öğrenmelerine ne kadar yardımcı olduğunu görmektir. Modülü öğrenme ortamı olarak kullandıktan sonra öğrencilerin yorumları nedeniyle bazı düzeltmeler yapılmıştır. Modülün öğrencilerin dörtgeni öğrenmesine yardımcı olduğu konusunda tüm öğrenciler hemfikirdir.

E60 kodlu çalışma öğretmen adaylarının van Hiele Teorisi bağlamında matematiksel muhakeme yeteneklerini geliştirmek için tanım haritalarına dayalı olarak düzlem geometri modülü geliştirmeyi amaçlamıştır. Modülün geliştirilmesinde ADDIE modelini kullanılmış olup modül geliştirme adımları, analiz, tasarım, geliştirme, uygulama ve değerlendirme olmak üzere beş aşamayı içermektedir.

Modülün geliştirme araştırmasının başlangıcı olan analiz aşamasında, çok zamanlı çalışmalara veya anket ve gözlem teknikleri ile boylamsal araştırmalara dayanmaktadır. Öğrencilerin matematik öğretmenliği bölümünde okutulan konuları (matematik, trigonometri, geometri, cebir, gerçek analiz, sayısal yöntemler ve doğrusal programlar) anlamada yaşadıkları güçlükler gözlemlenerek beş yıl boyunca boylamsal araştırma yapılmıştır. Araştırmadan elde edilen veriler incelendiğinde öğretmen adaylarının geometride ve özellikle dörtgen türlerini tanımlama ve sınıflandırma konularında zorluk yaşadığı tespit edilmiştir. Bu nedenle odak grup tartışması yapılarak öğrencilerin öğrenme güçlükleri belirlenmiş ve beş yıl boyunca geometri dersi veren altı matematik öğretim üyesi ile gözlemler yapılmıştır. Bu nedenle araştırmacılar, öğretmen adaylarının dörtgen türlerini anlamalarına, tanımlamalarına ve sınıflandırmalarına yardımcı olacak bir modül şeklinde bir medya yapmak için bir çözüm sunmuşlardır.

İkinci aşama olan tasarım aşaması, modülün ilgi çekici olacak şekilde tasarlanması, kazanılması gereken yeterliliklerin belirlenmesi ve dörtgen tanımlama ve sınıflandırma

kavramına ilişkin problemlerin belirlenmesidir. Tasarım aşamasında giriş, içerik ve kapanış olmak üzere üç bölümden oluşan bir modül tasarımı üretilmiştir.

Üçüncü aşama modülü geliştirme aşamasıdır. Burada araştırmacı, geliştirilen modülün etkinliğini değerlendirmek amacıyla modül geçerliliği sayfalarını, pratiklik sayfalarını, anketleri ve testi geliştirmiştir.

Dördüncü aşama uygulama aşamasıdır. Gerçekleştirme aşaması, modülün test edilmesi aşamasıdır. Uygulama aşaması, modülün geçerlilik düzeyini belirlemeyi amaçlamıştır. Bu doğrulama, ölçme uzmanları, matematiksel materyal uzmanları ve matematik öğrenme ortamı uzmanları ile uygulayıcılar (öğretim üyeleri) tarafından gerçekleştirilmiştir. Uygulamanın bir sonraki aşaması, modülün pratiklik düzeyini test etmektir. Pratiklik testi, kullanımı pratik, anlaşılması kolay, kullanımı ilginç, faydalı ve öğretmen adaylarının geometriyi anlamalarını hızlandırabilecek bir modülün kullanımını görmeyi amaçlamıştır. Uzmanlar, uygulayıcılar ve öğretmen adaylarının değerlendirmesi ile uygulamalı testler gerçekleştirilmiştir. Modül etkililik denemesi, dörtgen tanımlama ve sınıflandırma modülü kullanarak öğrenmeye katılan öğretmen adayları ile modülü kullanmayan öğrenciler arasındaki matematiksel muhakeme becerilerindeki farklılıkları kontrol etmeyi amaçlamıştır. Öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerilerine ilişkin modül etkililik testi, her iki sınıfın homojen olması koşuluyla bir sınıfa ve diğer sınıfa işlemler verilerek yapılmıştır. Dörtgen tipi öğrenme sonunda elde edilen puanlara göre iki sınıftaki matematiksel muhakeme yeteneği karşılaştırılmıştır.

Beşincisi, değerlendirme aşaması, geliştirilmiş olan modülün etkinliğini değerlendirme aşamasıdır.

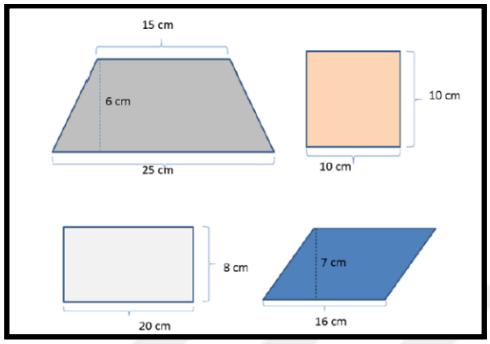
*Modülün Açıklaması:* Dörtgen türleri tanımlama ve sınıflandırma modülü giriş, içerik ve kapanış olmak üzere üç bölümden oluşmaktadır. Giriş bölümü kapak, önsöz, içindekiler tablosu, yeterlilik standartları (lisansüstü öğrenim başarısı), öğrenmenin her aşamasını kapsayan yetenekler, ön koşul materyaline ilişkin öğrencilerin hazır bulunup bulunmadığını kontrol etme ve anahtar cevaplardan oluşmaktadır. Materyal içeriği bölümü, formüller kullanılarak yapılabilecek çeşitli dörtgen geniş problem sunumları, materyalin detaylandırılması ve çeşitli dörtgen türlerinin tanımına ilişkin öğrenci etkinlik kağıtları ve farklı dörtgen türlerinin sınıflandırılmasına ilişkin dört konudan (mantıksal düşünme yeteneğinin geliştirilmesi, uzamsal sezginin geliştirilmesi, daha ileri düzeyde matematik bilgisi aşılanması ve argümanların matematiksel olarak yorumlanması) oluşan bir değerlendirmeden oluşmaktadır. Modülün kapanış bölümü, sonuçlar, matematiksel akıl

yürütme üzerine alıştırmalar, çeşitli problemlere verilen anahtar cevaplar, öğrenci değerlendirme sayfaları ve referans listelerinden oluşur.

Öğretmen tarafından İmam ve İsna'ya aşağıdaki şekilde yer alan problem verilmiştir: Şekilde verilen her yapının alanını belirleyin.

**Şekil 122**

*E60 Kodlu Çalışmada Yer Alan Problem*

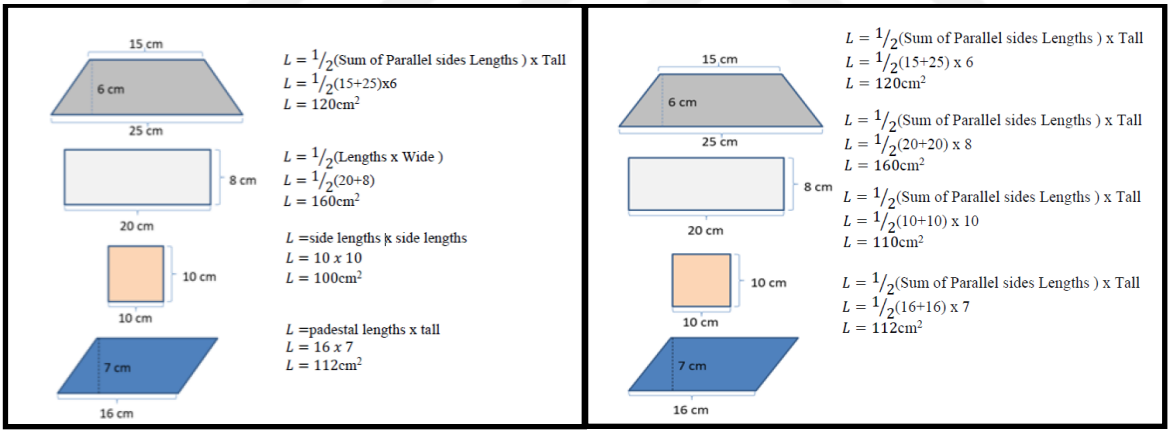



*Kaynakça: (Risnawati, Andrian, Azmi, Amir ve Nurdin, 2019, s:559)*

**Şekil 123**

*E60 Kodlu Çalışmada Yer Alan Problem Çözümleri*

İmam'ın çözümü: Isna'nın çözümü:




(*Kaynakça: (Risnawati, Andrian, Azmi, Amir ve Nurdin, 2019, s:559-560)*

Çalışma sonucunda modül ile öğretim yapılan gruptaki öğretmen adaylarının VHGDD 5. düzeye ulaşırken, modülü kullanmayan öğretmen adaylarının VHGDD sadece 3. düzeyde kalmıştır. Bu durum modül ile yapılan öğretim uygulamasının etkililiğini göstermektedir.

- *Gerçekçi Matematik Eğitimi (RME) Öğretim Teorisi:*

Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 2 çalışmada (E67, E81) VHGDD'ni artırmak için modül RME teorisi ile öğretim yapılmıştır. E67 kodlu çalışmada van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretim uygulamasının da kullanılması nedeniyle o bölümde

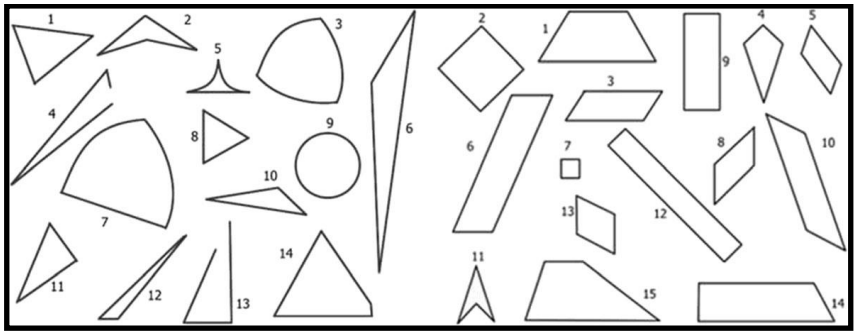
tanıtıldığından bu başlık altında yer verilmemiştir. Aşağıda E81 kodlu çalışma tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

RME öğretim teorisinin kullanıldığı bir başka çalışma olan E81 kodlu çalışmanın amacı ise, geometrik şekiller öğretimi için bilgisayar destekli ve etkileşimci öğretim yaklaşımın etkililiğini diğer geleneksel öğretim yöntemleriyle karşılaştırmak ve değerlendirmektir. Araştırma, iki öğretim yaklaşımını kullanarak okulöncesi çocukların geometrik yeterliklerinin gelişimini karşılaştırmaktadır. İlki, özellikle RME hedefleyen BİT odaklı öğrenme yöntemimini ve geometrik şekiller için van Hiele Teorisi'ni kullanır. İkinci yöntem ise okulöncesi çocuklara geometri öğretmenin etkileşimci yaklaşımına dayanmaktadır.

Bu çalışmanın tasarımı, tüm gruplar için deney ve kontrol grupları olmak üzere üç aşamayı içermektedir. Birinci aşamada deney (BİT kullanımı ve etkileşimci) ve kontrol grubu sınıflarına ön test uygulanmıştır. Ön test toplamda otuz görev içermektedir. Testin ilk yirmi görevi, geometrik şekillerin basit bir şekilde tanınmasına dayalı olup ve son on görev, Clements ve diğerleri (1999) tarafından araştırmada kullanılan testten ödünç alınmıştır. Çocukların yaşı çok küçük olduğu için ön testler her birine ayrı ayrı görüşme şeklinde uygulanmıştır. Bunlar, çocuklardan çeşitli geometrik şekiller içeren bir sayfadan dikdörtgen, kare, üçgen ve daire gibi şekilleri seçmelerinin istendiği durumdur (Şekil 126). Her görevin, öğrencinin cevaplarından hesaplanan bir notu vardır. Test, çocukların geometrideki performansının genel bir ölçüsü kabul edilmiştir. Testin cevaplanma süresi ortalama 25 dakika olarak belirlenmiştir. Benzer şekilde, öğretim uygulaması sonrasında gerçekleştirilen çalışmanın üçüncü ve son aşamasında, hem deney (BİT kullanımı ve etkileşimci) hem de kontrol grubundaki tüm çocuklara aynı test son test olarak uygulanmıştır.

**Şekil 124**

*E81 Kodlu Çalışmada Yer Alan Geometrik Şekiller İçeren Çalışma Sayfası*



*(Kaynak: Zaranis ve Synodi, 2017, s:1381)*

*BİT Grubu İçin Öğretim Faaliyetleri:* Öğretilmesi hedeflenen geometri içeriği beş düzeye bölünmüş ve dört haftalık bir süre zarfında planlanmıştır. Öğretimin ilk düzeyi, gerçekçi bir bağlam kullanarak bir problem ortaya koyan RME öğretim teorisinin ilk özelliğine uygundur. Bu aşamada çocuklara bilgisayar kullanarak bir hikâye sunulmuştur. Hikaye, Bayan Kare ve bir kızı Bayan Çember olan Bay Üçgen hakkındadır. Hikâyenin ilerleyen bölümlerinde Bayan Çember, Bay Dikdörtgen ile tanışıp evlenir ve birçok çocukları olmuştur. İlk aşamada, çocuklara kare, Bay Üçgen ve kızlarının hikayesi, bilgisayar kullanarak daire şeklinde sunulmuştur. Daha sonra öğretmen çocuklardan hikâyeyi tekrar anlatmalarını istemiş ve hikâye hakkında bir tartışma yapılmıştır. Düzeylerin geri kalanı için, bilgisayar ve bilgisayar dışı etkinlikler, dört haftalık bir süre boyunca haftada iki kez yapılmıştır. Bilgisayar dışı etkinlikler, çocuk grupları tarafından anaokulu masalarında yapılmıştır. Bilgisayar etkinlikleri ise anaokulu sınıfının bilgisayar sınıfında üç kişilik gruplar halinde yapılmıştır. Hepsi çocuk merkezli etkinlikler olmuş ve öğretmenin görevi, isterlerse onlara yardım etmek olmuştur.

İkinci düzey, RME teorisinin altını çizdiği gibi problemin ana amaçlarını belirleyen bir etkinlik ile başlamıştır. Çocukların "Şekiller Ailesi"'ni çizdikleri bir çizim etkinliğidir. Ardından, çocukların şekilleri tanımlamaları gereken bir bilgisayar etkinliği sunulmuştur (Şekil 125 - sol).

Öğretim sürecinin üçüncü düzeyi, problemin modellerini geliştirmek için uygun sosyal etkileşimi kullanan etkinlikleri içermektedir. İlk olarak, çocuktan bir çantadan bakmadan bir şekil çizmesi ve ne olduğunu tahmin etmesi istenmiştir. Ardından, her şeklin özelliklerini sunduğu (Şekil 125 - sağda) bir bilgisayar etkinliği yapılmış ve çocuğun diğer şekiller arasından doğru şekli seçmesi gerekmektedir.

**Şekil 125**

*E81 Kodlu Çalışmada Yer Alan Çocukların Şekilleri Tanımlamaları (Sol - İkinci Düzey) Ve Bir Dikdörtgenin Özelliklerini Bilgisayarda Görüntülemeleri (Sağ - Üçüncü Düzey)*



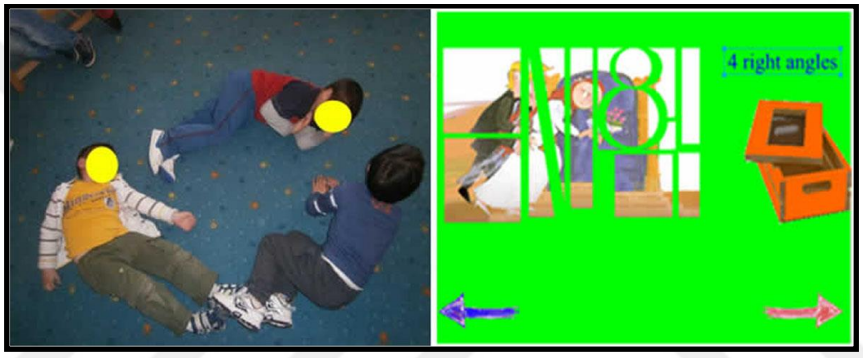

*(Kaynak: Zaranis ve Synodi, 2017, s:1382)*

Öğretim sürecinin dördüncü düzeyinde, RME teorisine göre, bir nesnenin özelliklerini yazılım etkinlikleri kullanarak, şekillerin daha yüksek bir bilişsel düzeyde yeniden icat edilmesi sürecini uygulamışlardır. Daha sonra çocuklar gruplara ayrılıp ve vücutları yerdeyken bir şekil oluşturmak için birbirleriyle işbirliği yapmışlardır (Şekil 126 - sol).

Öğretim sürecinin son düzeyinde çocuklar şekillerin özellikleri ile ilgili kart oyunları oynamışlardır. Oyunun amacı aynı özelliklere sahip kartları eşleştirmek ve bu kartları toplamaktır. Daha sonra çocukların sadece şekillerin özelliklerini kullanarak şekilleri tanımaları gereken bilgisayar etkinlikleri yapılmıştır (Şekil 126 - sağda).

**Şekil 126**

*E81 Kodlu Çalışmada Yer Alan Çocukların Bedenleri Yerde (Sol-Dördüncü Düzey) Daire Çizerek Bir Yazılım Etkinliği Yapmaları (Sağ-Beşinci Düzey)*




*(Kaynak: Zaranis ve Synodi, 2017, s:1383)*

Yukarıda sunulan yazılım ile çocuk bir etkinlik seçtiğinde, problem sözlü olarak duyurulmakta ve kayıtlı mesaj ile kullanıcıya talimat verilmektedir. Kullanıcıların bu talimatları izleyerek aldıkları geri bildirim, biri mutlu bir çizgi filme sahip veya diğeri hüzünlü bir çizgi filme sahip iki uygun ekrandan biri ile temsil edilmiştir. Ancak her iki durumda da, bu mesajların mümkün olduğunca az vurgulayıcı olması için çaba gösterilmiş, böylece çocukların ilgileri sonuçtan ziyade uygulamanın matematiksel prosedürüne odaklanılmıştır.

*Etkileşimci Grup İçin Öğretim Faaliyetleri:* İkinci deney grubuna, birinci grup ile aynı süre verilmiştir. İki boyutlu şekilleri öğretmeleri istenen öğrenciler etkileşimci çerçevede kendi öğretim yöntemlerini seçmişlerdir. Bazı öğretmen adayları gösteri ve tartışmayı kullanmış, diğerleri oyunlar oluşturmuş ya da çocuklardan bir şeyler yapmalarını ve şekillerini tartışmalarını istemişlerdir.

Örneğin, bir öğrenci üçgeni anlatırken üçgenleri birleştirerek katlanır piramit yapmayı seçmiştir. Kareleri ve dikdörtgenleri öğreten bir diğer öğrenci, çocuklara sadece bu şekillerdeki gibi kutu ve karton gibi kağıtlar vermiş ve onlardan en sevdikleri evi yapmalarını

istemişlerdir (Şekil 127). Bunu yaparken çocukların her biri ile evin şekillerini, pencere kapılarını vs. tartışmışlardır.

**Şekil 127**

*E81 Kodlu Çalışmada Yer Alan Çocukların Şekilleri Kullanarak Evlerini Yapmaları (Sol Ve Sağ)*

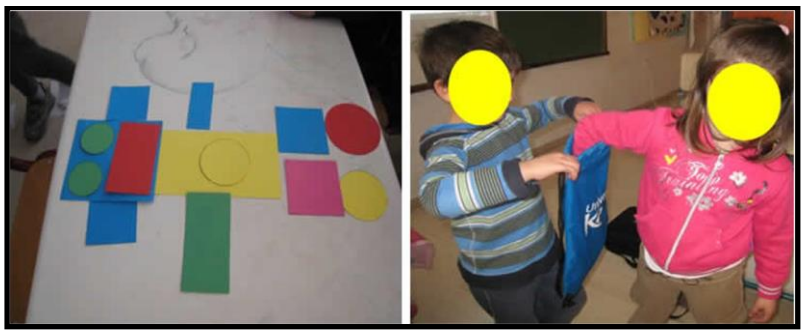


*(Kaynak: Zaranis ve Synodi, 2017, s:1384)*

Ayrıca, başka bir etkinlikte öğrenciler, çocuklardan bir dizi şekilden bir "köpek" veya bir "adam" inşa etmelerini istemişlerdir (Şekil 128 - sol). Başka bir örnek, çocukların çeşitli şekilleri öğrenmesi için kullanılan bir oyundur (Şekil 128 - sağ). Bunlar bir torbaya konulup ve çocuklardan teker teker ellerini içeriye koymalarını ve neye dokunduklarını veya ne tuttuklarını tahmin etmeden görmeleri istenmiştir.

**Şekil 128**

*E81 Kodlu Çalışmada Yer Alan Çocukların Bir Dizi Şekilden (Solda) Bir 'Adam' Oluşturmaları ve Çuvaldan Bir Şekil Çizmeleri (Sağda)*



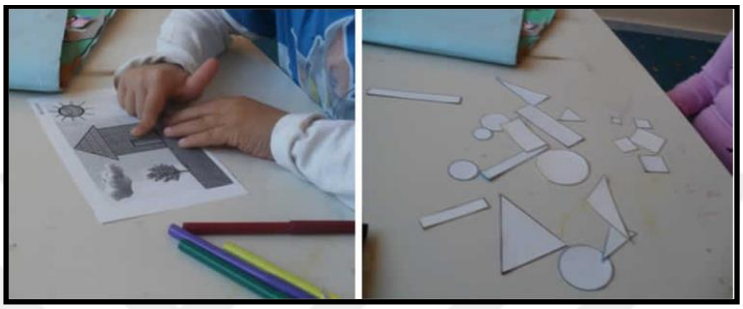
*(Kaynak: Zaranis ve Synodi, 2017, s:1384)*

*Kontrol Grubu İçin Öğretim Faaliyetleri:* Kontrol grubu çocuklarına da deney gruplarıyla aynı anda şekiller öğretilmiştir. Öğretilenler, öğretmenlerin resmi müfredata göre yaptıkları aylık öğretim planına göre olmuştur. Geometrik şekillere odaklanan matematiksel etkinliklerden oluşmaktadır. Deney grubunun bilgisayar etkinlikleri ile etkileşimci grubun alternatif etkinliklerine karşılık gelen zamanı kapsayacak şekilde kontrol grubu çocuklarına ek etkinlikler verilmiştir.

Etkinlikler günlük olarak belirlenmiş, bireysel ve küçük gruplar halinde gerçekleştirilmek üzere periyodik olarak quizler verilmiştir. Ortak sınav, okulöncesi öğretmeninin bir çocuğa bir resim vermesi ve ondan belirli bir şekli göstermesini istemesidir (Şekil 129 - sol). Başka bir teste "şekil grupları" adı verilmiş ve çocukların benzer şekillerde bir grup oluşturması gerekmektedir (Şekil 129 - sağ).

**Şekil 129**

*E81 Kodlu Çalışmada Yer Alan Çocukların Resimdeki (Solda) Dikdörtgenleri Bulmaları ve Bir Grup Kare (Sağda) Yapmaları*



*(Kaynak: Zaranis ve Synodi, 2017, s:1385)*

Öğretmenlerin kullandığı bir diğer etkinlik ise "ara bul" etkinliğidir. Okulöncesi öğretmeni çocuklardan sınıflarından belirli bir geometrik şekle benzeyen nesneler getirmelerini istemiş ve onlara bir isim vermeleri gerektiğini söylemiştir (Şekil 130 - sol). Öğretmen çocuğu yanlışsa düzeltmiş ve çocuğun doğru ismi tekrar etmesi için sözel ifadelerde bulunmuştur. Ayrıca "tangram seti" ile yapılan etkinlik çocuklar için çok ilgi çekici olmuştur (Şekil 130 - sağda). Çocuklar öğretmen tarafından gruplara ayrılmış ve her grup tangram setini kullanarak öğretmen tarafından seçilen "kedi", "köpek", "tavşan" gibi belirli bir hayvanı oluşturmaya çalışmıştır. Hayvanı ilk bitiren gruba bir yıldız verilmiş ve beş tur attıktan sonra kazanan, en çok yıldız alan grup olmuştur.

**Şekil 130**

*E81 Kodlu Çalışmada Yer Alan Çocukların Sınıflarından Daireler Getirmeleri (Solda) ve Tangram Setini Kullanarak Bir "Kedi" Oluşturmaları (Sağda)*



*(Kaynak: Zaranis ve Synodi, 2017, s:1385)*

Bu çalışmanın sonuçlarına bakıldığında, RME'ye dayalı öğretim yaklaşımlarının ve Etkileşimci yaklaşımın, diğer geleneksel yöntemlere kıyasla okul öncesi çocuklarının geometri yeterliliğinin gelişimine önemli ölçüde katkıda bulunduğu görülmüştür.

- *Eğitici Video Kullanılarak Yapılan Öğretim:*

Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 1 çalışmada (E5) VHGDD'ni artırmak için Eğitici video kullanılarak öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışma tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

E5 kodlu çalışmada öğrencilerinin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini yükseltmek için Geometry Learning Video = VPG adlı eğitici bir video geliştirilmiştir. Van Hiele öğrenme teorisine dayalı olarak, Endonezya Ortaokulu (Sekolah Menengah Pertama = SMP) için geometrideki tüm konular, VPG'ye dahil edilmiştir.

Bu çalışma için uygulama süreci: Bu çalışmada ADDIE modelindeki beş aşamadan yararlanılmıştır. Bu çalışma için araştırma tasarımı Tablo 137'de özetlenmiştir.

**Tablo 137**

*E5 Kodlu Araştırmanın Tasarımı*

| Aşama | Araştırma Sürecinin Detayları |
|---|---|
| 1. Aşama (Ön çalışma + Önemli bilgilerin analizi) | a. Parepare ilçesindeki her bir ortaokul (SMP) altyapısına, özellikle matematik öğretme ve öğrenme sürecinde kullanılanlara ilişkin veri toplama.<br>b. Ortaokul (SMP) için KTSP Matematik Müfredatının (Silabus KTSP Matematik) Analizi<br>c. Lise (SMA) öğrencileri. Son sınıf matematik öğretmenleri ve birkaç öğrenci ile yapılan görüşmeler yoluyla öğretme ve öğrenmede geometri ile ilgili daha karmaşık konuların araştırılması.<br>d. Van Hiele geometri düzeyi testi (ön test) kullanılarak Parepare ilçesinde SMP'den mezun olan öğrenciler için geometri düşünme düzeylerinin veri toplanması ve analizi. |
| 2. Aşama (VPG tasarlama) | a. Van Hiele geometri düşünme düzeyinin tanıtılması ve anlaşılması.<br>b.Uygulama için ders konularının belirlenmesi ve sınıflandırılması.<br>c. Modülün içeriğe ve öğrenme hedeflerine göre uygun sırada tasarlanması.<br>d. Van Hiele geometri düşünme düzeyine dayalı öğrenme modülündeki öğrenme etkinliklerinin özeti<br>e. (Modül 1, modül 2 ve modül 3)<br>Van Hiele'nin geometri düşünme düzeyine ve öğrenme aşamasına dayalı öğrenme etkinliğinin tasarlanması. |
| 3.Aşama (VPG'nin Geliştirilmesi) | a. Öğrencilerin düşünme düzeylerine göre öğrenme modülünün geliştirilmesi (Modül 1, Modül 2 ve Modül 3)<br>b. Daha sonra bir CD veya DVD'ye video olarak kaydedilecek olan bilgisayarla öğrenme modülünün ve etkinliklerin geliştirilmesi.<br>c. Video kaydı, Geometri Öğrenme Videosu=VPG olarak bilinir. |

| | |
|---|---|
| 4. Aşama (VPG'nin Yürütülmesi) | a. Öğrencilerin geometri düşünme düzeylerine göre sınıflandırılması.<br>b. Düzey 0 grubundan 90 öğrenci, Düzey 1 grubundan 60 öğrenci ve Düzey 2 grubundan 30 öğrenciden rastgele seçim.<br>c. Düzeye uygun modül ile 30 kişilik sınıflarda VPG uygulaması. Her modül üç toplantıda uygulanacaktır (toplantı başına 90 dakika). |
| 5. Aşama (VPG'nin Değerlendirilmesi) | a. Her gruptaki tüm öğrencilere van Hiele geometri testinin (son test) uygulanması.<br>b. VPG'nin öğrencilere van Hiele geometri düşünme düzeylerini geliştirmede ne ölçüde yardımcı olabileceğine ilişkin değerlendirme için ön test ve son test sonuçlarının analizi. |

*Kaynak: (Abu ve Abidin, 2013 s:19)*

Tablo 137'ye bakıldığında ADDIE modelinin 5 aşamasından yararlanarak araştırma sürecinin detaylarının içerikleri verilmiştir.

Bu çalışmanın sonuçlarına bakıldığında eğitici video kullanılarak yapılan öğretimin öğrencilerden çoğunun VHGDD'ni geliştirmede etkinliğini göstermiştir. Nitekim, yapılan analizler sonucunda öğretim uygulamasının öğrencilerin VHGDD'nde herhangi bir gelişme göstermeyen çok sayıda öğrenci olduğunu da göstermiştir.

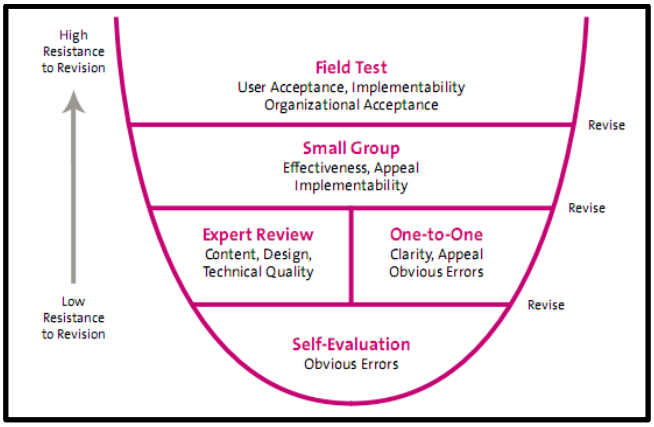
- *Plomp Modeli:*

Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 1 çalışmada (E10) VHGDD'ni artırmak için Plomp Modeli kullanılarak öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışma tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

E10 kodlu çalışmada, öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerini geliştirmek için ders planı ve öğrenci çalışma yaprağından oluşan bir ürün üretmek amacıyla van Hiele Teorisi temel alınarak geometri öğrenme cihazları geliştirilmiştir. Kullanılan geliştirme modeli Model Plomp'tur.

**Şekil 131**

*E10 Kodlu Çalışmada Kullanılan Biçimlendirici Değerlendirme Katmanı*




*Kaynak: (Andila ve Musdi, 2020 s:2)*

Kullanılan geliştirme modeli, ilk araştırma aşaması (ön araştırma), geliştirme veya prototip yapma aşaması (prototipleme aşaması) ve değerlendirme aşaması olmak üzere üç aşamadan oluşan Plomp modelidir. Ancak bu makalede sadece geliştirme veya prototipleme aşaması yer almıştır. Çalışmada matematik öğretmenleri ve yedinci sınıf öğrencileri örneklemi oluşturmaktadır. Birebir değerlendirmenin deneme aşamasına katılan 7. sınıf öğrencileri 3 kişi, küçük grup aşaması denemelerine katılan öğrenciler 6 kişi ve bir sınıftaki 28 öğrenci van Hiele Teorisi öğrenmenin uygulayıcıları olarak kullanılmıştır. Çalışma için kullanılan veri toplama araçları, öğrenci anket kâğıtları ve geometri tabanlı van Hiele Teorisi'nin uygulanmasına ilişkin gözlem kâğıtlarıdır.

Yapılan bu çalışma sonucunda van Hiele Teorisi'ne dayalı yapılan geometrik ders planının küçük grup aşamasında çok önemli bir yere sahip olduğu görülmüştür. Ayrıca yapılan uygulama sonucunda öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinde bir artış olduğu da gözlemlenmiştir.

- *GeoCAL Adlı Multimedya Destekli Öğrenme Programı:*

Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 1 çalışmada (E19) VHGDD'ni artırmak için GeoCAL adlı multimedya destekli öğrenme programı kullanılarak öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışma tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

E19 kodlu çalışma, van Hiele'nin geometrik düşünme düzeyi teorisine dayanan ve öğrencilerin geometrik düşünmeyi geliştirmelerine yardımcı olmayı amaçlayan GeoCAL adlı multimedya destekli bir öğrenme programını anlatmaktadır. Van Hiele Teorisi'nin perspektiflerine dayalı olarak çoklu ortam öğrenme (GeoCAL) materyalleri tasarlanmış ve bunların her bir geometrik düşünme düzeyinde genel geometrik kavramların ve yeteneklerin gelişimi üzerindeki etkilerini araştırılmıştır.

Çalışmada kullanılan GeoCALöğretim uygulaması: GeoCAL'ın ilkokul çocuklarında geometrik düşünme yeteneğini ne kadar etkili bir şekilde geliştirdiğini belirlemek için bu çalışmada öğrencilerin oyun oynamadan önce ve sonra geometrik düşünme düzeyleri ölçülmüştür.

Deneysel desenin kullanıldığı uygulamada deney ve kontrol gruplarına başlangıçta 30 dakikalık bir ön test uygulanmıştır. Uygulama beş gün boyunca her biri 120 dakika uzunluğunda olan dört aşamadan oluşmaktadır. Deney grubu GeoCAL'ı her aşamada iki öğrenme etkinliği ile kullanmıştır. Kontrol grubu ise geleneksel öğretim ile derslere devam etmiştir. Her iki gruptaki öğrencilere o aşamayı öğrenmelerinin hemen ardından her aşamaya ilişkin son testler uygulanmıştır. Testler yaklaşık 10 dakika sürmüştür.

Çalışmada yer alan öğrenme etkinliklerinin yapısı Tablo 138'de gösterilmiştir. Her bir öğrenme etkinliğinin multimedya sunumunun ayrıntılı açıklamalarına da tabloda yer verilmiştir.

**Tablo 138**

*E19 Kodlu Çalışmada Yer Alan Öğrenme Etkinlikleri ve Açıklamaları*

| Geometrik Düşünme Düzeyi | Etkinlik | Açıklama |
|---|---|---|
| Düzey 0 | Jigsaw puzzle (Yapboz)<br>Shape tracer (Şekil İzleyici) | Yapboz bulmacaları kullanarak isim ve şekil arasındaki uygunluğun sağlanmasına yardımcı olun. Konu ile ilgili diyagramlar çizerek öğrencinin şekil izlenimini pekiştirin. |
| Düzey 1 | Stamping (Damgalama) | Öğrencilerin günlük hayatta doğru şekillerle eşleştirdiği nesneleri verir. |
| | Shadow matching(Gölge Eşleştirme) | Öğrencilerin günlük hayatta nesnelerle eşleştirdiği geometrik şekiller verir. |
| Düzey 2 | Arranging matchsticks (Kibrit Çöpü Düzenleme) | Düz çizgiler kullanarak şekilleri tamamlayarak öğrencilerin kenarların uzamsal ilişkisini anlamalarına yardımcı olur. |
| | Cargo (Postalama) | Diğer geometrik nesneleri kullanarak daha büyük bir geometrik formu tamamlayın |
| Düzey 3 | Identifying cards(Kart Tanıma) | Geometrik özelliklerine göre doğru geometrik şekilleri belirleyin. |
| | Classification box (SınıflandırmaKutusu) | Birden çok şekli geometrik özelliklerine göre doğru şekilde sınıflandırın. |

*Kaynak: (Chang, Sung ve Lin, 2007, s:2216)*

Çalışmada yer alan GeoCAL materyallerinin detaylı açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir:

*Jigsaw puzzle (Yapboz):* van Hiele (1999) geometri dersinin başlangıç noktası olarak yapbozları kullanmıştır. Şekil 132'de gösterilen etkinlik, geleneksel bulmacalardan farklıdır. Bir öğrenci imleci yapbozun parçalarından birinin üzerine getirdiğinde, o parçaya karşılık gelen geometrik şeklin adı ekranda gösterilir. Bu oyunun öğrencilere geometrik şekiller hakkında temel bir anlayış kazandırması ve şekilleri karşılık gelen isimlerle eşleştirmelerini sağlaması beklenmektedir. Şekil 132 örneğinde öğrenci ekranın alt kısmında gösterilen parçaları bir araya getirerek üçgen ve dikdörtgen şekli yapması beklenmektedir.

**Şekil 132**

*E19 Kodlu Çalışmada Yer Alan Yapboz Materyali*

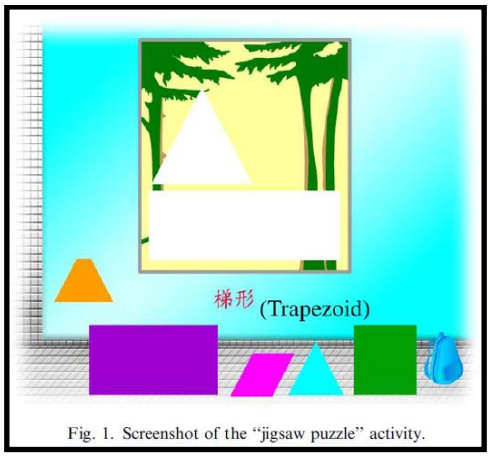



Fig. 1. Screenshot of the "jigsaw puzzle" activity.

*Kaynak: (Chang, Sung ve Lin, 2007, s:2216)*

*Shape tracer (Şekil İzleyici):* Şekil 133'te gösterilen bir ekranda, bu örnekte bir kare olan geometrik bir şeklin anahattı ve adı görüntülenir. Öğrenciden fareyi kullanarak tüm şekli çizine kadar imleçle şeklin ana hatlarını izlemesi istenir. Sonrasında öğrencilerin bunu yaparak geometrik şekillerin görünüşünü öğrenmeleri beklenir.

**Şekil 133**

*E19 Kodlu Çalışmada Yer Alan Şekil İzleyici Materyali*

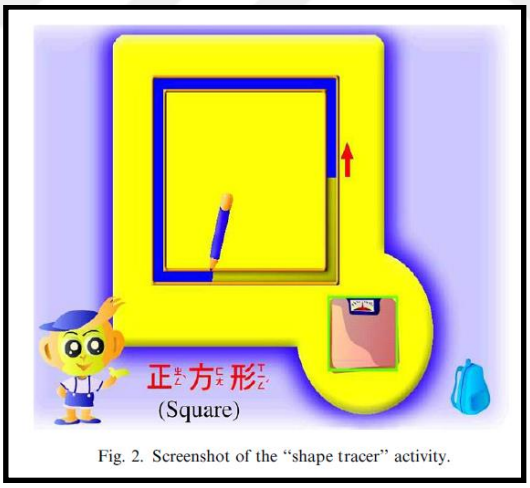



Fig. 2. Screenshot of the "shape tracer" activity.

*Kaynak: (Chang, Sung ve Lin, 2007, s:2217)*

*Stamping (Damgalama):* Battista'nın (2002) belirttiği gibi, bir öğretmenin 1. düzeyde geometrik düşünme öğretiminde kullanabileceği stratejilerden biri, nesneleri günlük yaşamda kullanarak öğrencilere geometrik şekilleri bu nesnelerle ilişkilendirmede rehberlik etmek ve şekilleri tanıma yöntemleri oluşturmalarına yardımcı olmaktır. Bu etkinlik sayesinde öğrenciler günlük yaşamlarında geometrik şekiller ve nesneleri ilişkilendirmeyi öğrenmeli ve

ardından şekilleri tanımalarına yardımcı olacak geometrik kavramları belirlemeye devam etmelidir.

Bu etkinlikte ekranın sağ tarafında günlük hayattan bir nesne ve ona ait geometrik şeklin adı verilmektedir. Öğrencinin, ekranın sol üst köşesinde görünen lastik damgalardan birine karşılık gelen geometrik şekli bulması ve nesnenin üzerine sürüklemesi beklenir. Şekil 134'deki örnek, öğrencinin sağdaki nesneye bağlanabilmesi için kareli bir damga seçmesini beklemektedir.

**Şekil 134**

*E19 Kodlu Çalışmada Yer Alan Damgalama Materyali*

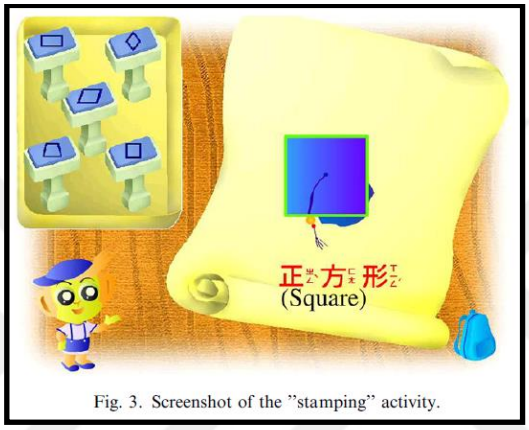



Fig. 3. Screenshot of the "stamping" activity.

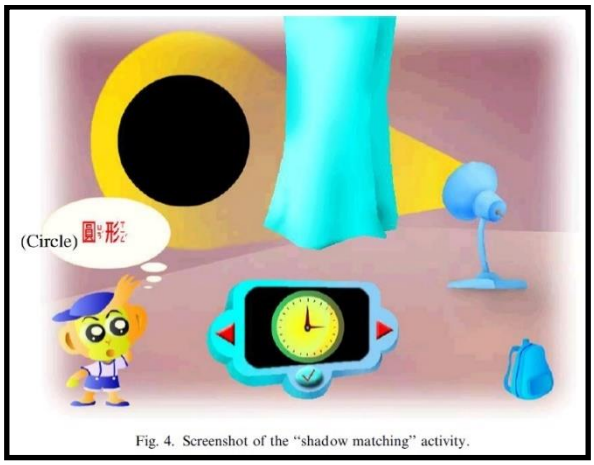
*Kaynak: (Chang, Sung ve Lin, 2007, s:2217)*

*Shadow matching (Gölge Eşleştirme):* Bu etkinlikte yukarıda bahsedilen damgalama etkinliği gibi görselleştirme ile igili olan bir etkinliktir. Her iki etkinlikte de beklentiler aynıdır. Battista (2002) tarafından önerildiği gibi, öğrencilere günlük hayatta geometrik şekilleri nesnelerle ilişkilendirmede rehberlik etmektir. Ancak bu faaliyetler aynı şekilde sunulmamaktadır. Gölge eşleştirme etkinliğinde geometrik şekiller verilirken, öğrencilerden günlük yaşamda eşleşen nesneleri bulmaları istenir.

Şekil 136'da gösterildiği gibi, gölgesi ekranın sol tarafına yansıtılırken nesne bir perdenin arkasına konulmuştur. Öğrencilerden ise cismin gölgesine bakmaları istenir. Her gölge göründüğünde, öğrencilere ekranın alt kısmında yer alan kontrol panelinde beş tane nesne gösterilir. Öğrencilerden daha sonra doğru nesneyi tanımlaması istenilir.

**Şekil 135**

*E19 Kodlu Çalışmada Yer Alan Gölge Eşleştirme Materyali*

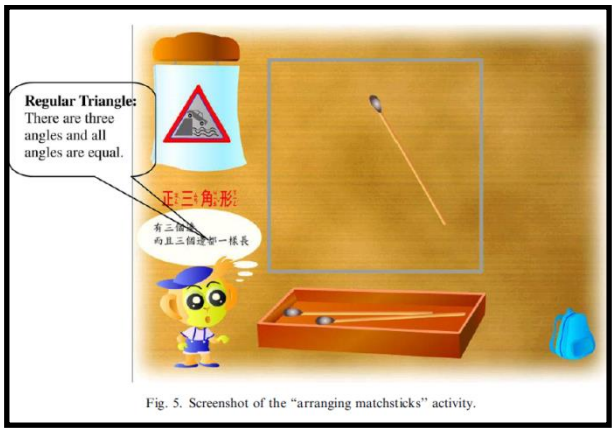



*Kaynak: (Chang, Sung ve Lin, 2007, s:2218)*

*Arranging matchsticks (Kibrit Çöpü Düzenleme):* Bu etkinliğin amacı, öğrencilerin şekillerin özelliklerine dikkat etmeye başlamalarını sağlamaktır. Çünkü geometrik şekilleri bir araya getirirken geometrik şekillerin "kenarlarının" uzamsal ilişkilerini öğrenebilirler. Şekil 136'da gösterilen ekranda, ekranın sol üst köşesinde bir geometrik şekil ve adı, sol alt köşesinde ise niteliklerinin bir açıklaması görüntülenir. Öğrencilerden ekranın alt kısmındaki kibrit kutusundan kibrit çöplerini seçmeleri istenir. Kibrit çöplerinin yerleştirildiği açılar fareye sağ tıklanarak ayarlanabilir. Daha sonra öğrenciler, görüntülenen nesnenin geometrik şeklini oluşturmak için kibrit çöplerini bir araya getirirler.

**Şekil 136**

*E19 Kodlu Çalışmada Yer Alan Kibrit Çöpü Düzenleme Materyali*



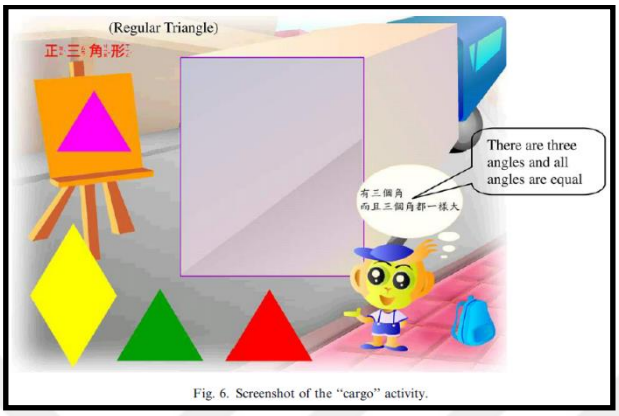

*Kaynak: (Chang, Sung ve Lin, 2007, s:2219)*

*Cargo (Postalama):* Bu etkinlikte öğrencilerden ekranın alt kısmında görüntülenen geometrik karoları birleştirerek daha büyük bir geometrik deseni tamamlamaları istenmektedir. Bu nedenle öğrencilerden tamamlamaları istenen geometrik desen ekranın sol

üst köşesinde, sağ alt köşesinde ise o desenin niteliklerinin açıklaması görünür. Fayansları sürükleyip bırakmadan ve gerekli şekle getirmeden önce, öğrenciler sol üst köşede gösterilen açıklama ve deseni referans olarak kullanabilirler.

**Şekil 137**

*E19 Kodlu Çalışmada Yer Alan Postalama Materyali*

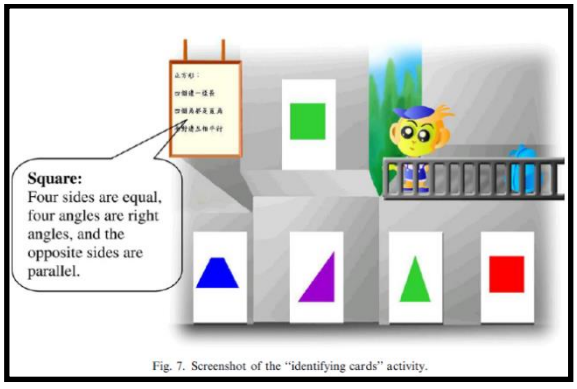



*Kaynak: (Chang, Sung ve Lin, 2007, s:2220)*

*Identifying cards (Kart Tanıma):* Sistemde tanımlayıcı kartlar ekran görüntüsünün üst kısmında yer alır ve geometrik bir şekle sahip bir kart ve özelliklerinin açıklaması sunulmaktadır. Öğrencilerden şeklin yukarısında yer alan şekillerle aynı türde geometrik şekle sahip bir kart bulmaları istenir. Doğru şekil döndürüldüğü, çevrildiği veya rengi değiştirildiği için öğrenciler kartı sadece şekil özelliklerine göre bulabilirler.

**Şekil 138**

*E19 Kodlu Çalışmada Yer Alan "Kart Tanıma" Materyali*



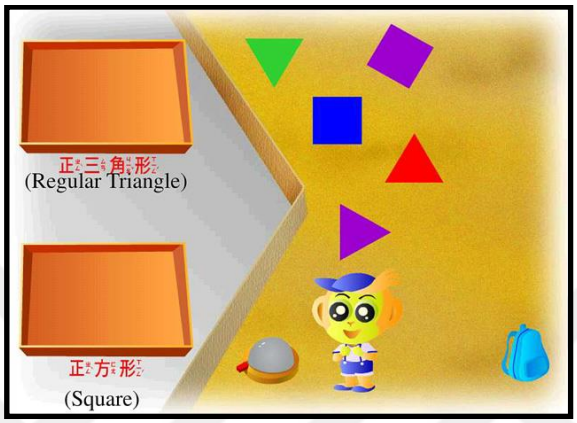

*Kaynak: (Chang, Sung ve Lin, 2007, s:2220)*

*Classification box (Sınıflandırma Kutusu):* Öğrencilerden, şekillerin görsel olarak gözlemlenmesine bağlı kalmaya devam etmek yerine, şekillerin niteliklerine dayalı olarak şekiller arasındaki ilişkiler hakkında düşünmeleri istenmektedir. Öğrencilerin, şekillerin görünüşleri ile kafalarının karışmaması için geometrik nitelikler hakkında daha derin bir anlayış geliştirmeleri beklenir. Bir örnek, karenin bir tür elmas şekli olduğu fikridir.

Bu etkinlikte, sistem gelişigüzel birkaç farklı geometrik şekil üretir. Bu şekiller ekranın sağ tarafında yer alır ve öğrencilerden bu şekillerle bir sınıflandırma yapmaları istenmektedir. Sınıflandırma kategorileri ise solda görünen sınıflandırma kutularının adlarına dayanmaktadır. Sonrasında öğrenciler daha sonra tüm geometrik şekilleri sınıflandırma kutularına sürükleyip bırakırlar.

**Şekil 139**

*E19 Kodlu Çalışmada Yer Alan "Sınıflandırma Kutusu" Materyali*




*Kaynak: (Chang, Sung ve Lin, 2007, s:2221)*

Yapılan çalışma sonucunda GeoCAL adlı multimedya destekli öğrenme programına dayalı yapılan (E19) öğretim uygulamasının sonuçlarında; öğrencilerin görsel ilişkilendirme becerilerinde faydalı olduğu, fakat tanıma yeteneğinde önemli etkiler oluşturmadığı görülmüştür.

- *Van Hiele Web-Tabanlı Öğrenme:*

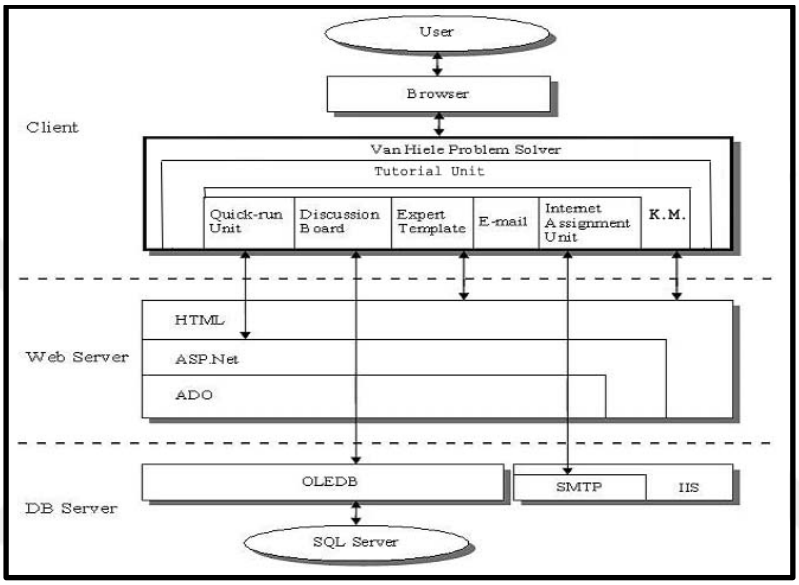
Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 1 çalışmada (E20) VHGDD'ni artırmak için van Hiele Web-Tabanlı öğrenme kullanılarak öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışma tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

E20 kodlu çalışmanın amacı, programlama için bilgi yönetimi ile bir van Hiele Web-tabanlı Öğrenme Sisteminin mevcut gelişimini ayrıntılı olarak açıklamaktır. Sistem, uygulanması için World Wide Web'i kullanır ve işbirlikçi programlama öğrenimini teşvik etmek için e-posta, tartışma panosu, internet atama birimi, eğitim birimi, hızlı çalıştırma birimi, uzman şablonu ve bilgi yönetimi birimini içermektedir. Bilgi yönetimi birimi, belge dönüştürme ve depolama için yenilikçi bir XML bilgi tabanlı şema kullanmaktadır. Bu, XML olmayan biçimlerde saklanan belgelerden daha iyi arama/erişim performansına sahip olduğunu göstermiştir. Bu birim, bilgi paylaşımını, işbirliğini geliştirmek ve stratejik olarak karar vermeyi hızlandırmak için tüm çalışanların bilgiye erişmesi, bilgiyi oluşturması ve depolaması için gerçekten güçlü ve kullanışlı bir araçtır.

Literatür taramasından elde edilen sonuçları göz önünde bulundurarak ve van Hiele geometri teorisinde kullanılan beş ardışık öğretim aşamasına yanıt verirken, programlama öğrenimini geliştirmek için tasarlanan van Hiele Web Tabanlı Öğrenme Sistemi, Şekil 140'da gösterildiği gibi yedi teknolojiye dayanmaktadır. Sistemdeki araç uygun şekilde tasarlanmıştır ve programlama öğrenmede sorunlara neden olan faktörleri kısmen ele almak için kullanılabilmektedir.

**Şekil 140**

*E20 Kodlu Çalışmada Van Hiele Web Tabanlı Projenin Yapısı*




*(Kaynak: Chen ve Lin, 2006, s:2)*

Van Hiele web tabanlı projenin yapısını oluşturuan her bir bileşenin işlevi ve tasarım ilkesi şu şekilde açıklanmaktadır:

*E-posta:* Eğitmen ile bireysel veya tüm sınıf öğrencileri arasındaki iletişim için kullanılır. E-posta tarafından desteklenen belirli iletişim türleri şunları içerir: sınıfa yönelik duyurular (yani, zamanlama ve ödev değişiklikleri) ve daha hızlı öğrenci soruları ve eğitmen yanıt etkileşimleridir.

*Tartışma panosu:* Tartışma panoları etkili bir iletişim aracı sağlar ve sınıf dışında öğrenci desteği sağlar. Bu da utangaç öğrencilere elektronik ortamda kendilerini daha rahat hissedebilecekleri için tam olarak katılma fırsatı verir. Eğitmen daha sonra tartışma için bir konu gönderebilir ve öğrencilerin konuya belirli bir süre içinde yanıt vermelerini sağlayabilir. Bir sohbet odasında olmaya benzer şekilde, eğitmen tartışmayı içerik ve uygunluk açısından izleyecektir.

*İnternet atama birimleri:*Bu ünitede sunulan ayrıntılı bilgiler, teknik ve proje desteğine ayrılan sınıf süresini azaltabilir ve bu da sınıfta daha fazla derinlik ve genişlikte konuların ele alınmasına olanak tanımaktadır.

*Eğitim ünitesi:* Öğretici ünite, van Hiele'nin bilgisayar programlamayı öğrenmeye yönelik beş düzeyli düşünce teorisinin gerçekleştirilmesidir. Öğrencilerin bir düzeyden bir sonraki üst düzeye ilerlemesini kolaylaştırmak için beş ardışık öğretim adımı modele entegre edilecektir. Öğrencilerin öğrenmelerini geliştirmek için anında görsel geri bildirim alabilmeleri için öğretici modundan görüntüleme veya çalıştırma moduna geçmek için köprü metni ve simge teknikleri kullanılacaktır.

*Hızlı çalıştırma ünitesi:* Bu bileşende yapıcı iskele kullanılır. Örneğin, öğrencilere verilen bir problemi çözen bazı kodlar gösterebiliriz. Bu örnekteki kod, öğrencilerin üzerine inşa edeceği iskele mekanizmasıdır. Ardından, kodun anlamını açıklamak için yorum eklemeleri sağlanmıştır. Alternatif olarak, öğrencilere bir algoritmayı (iskeleyi) açıklayan yorumlar verebilir ve öğrencilere yorumlara karşılık gelen kod yazdırılabilir. Burada amaçlanan hedef, öğrencilerin bir çözüm sürecinde düşünmesi ve bu çözüm için tüm kodu oluşturmasıdır. Öğrenciler kodlarını bitirdikten sonra, entegre programlama ortamında kodlarını anında test edip çalıştırabilir ve anında geri bildirim almak için sonuçları alabilirler.

*Uzman şablonu:* Bu ünite, bir uzmanın belirli bir problemi çözme fikrini modellemek için sağlanmıştır. Ünite, bu tür problemlerin çözümünde bir uzmanın attığı adımları takip eden şablon formatında tasarlanacaktır. Bu, öğrencilerin dönüştürücü bir öğrenme deneyimi sağlama umuduyla kendi çözümünü uzmanın çözümüyle karşılaştırmasına olanak tanır. Öğrencilerin çabalarına ek olarak, bu sürecin başarısı iki kritik bileşene bağlıdır: sorunlu senaryoların ve öğrenme etkinliklerinin tasarımı ve insan uzmanların sağladığı rehberlik. Bu bileşenin pratik zorluğu, uzman sınavı bilgisi aynı bağlamda yeniden üretilebilmesine rağmen, öğrencilerin ne benzer senaryolara dönüştürebilmeleri ne de eylem gerektiren gerçek bir duruma uygulayabilmeleridir.

*Bilgi yönetimi (KM):* Bağlam içinde çeşitli bilgi yönetimi faaliyetlerini gerçekleştirmek için ortak bir bilgiye dayalı yapı önerilmiştir. Ortak bilgiye dayalı yapı, hızlı ve birleşik belge dönüştürmeyi kolaylaştırır. Önerilen XML bilgi tabanlı şema (XKBS), bir XML ağaç yapısı ve veritabanı şemasına dayalı olarak tasarlanmıştır. Bu ağaç şeması, belge depolama ve arama için son format olarak kullanılır.

Yapılan bu uygulama sonucunda van Hiele Web-Tabanlı öğrenme uygulaması bilgisayar bilimleri öğretimi için önerilen Modifiye van Hiele Teorisi, öğrencilerin problem

çözme ve programlama becerilerini tümevarım yoluyla öğrenmeleri için mantıklı bir bağlantı sağladığını göstermiştir.

- *Geometri Öğretim Programı Tasarlamak:*

Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 1 çalışmada (E27) VHGDD'ni artırmak için geometri öğretim programı tasarlanarak öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışma tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

E27 kodlu araştırmada, van Hiele Teorisi öğretim aşamalarına dayalı olarak 11. sınıf "Daire geometri öğretim programı" tasarlamak ve uygulamak amaçlanmıştır. Yapılan çalışmada ana odak öğretim programının uygulanmasıdır.

*Bu çalışmada uygulanan öğretim programının nasıl geliştiğinin özeti şu şekildedir:* Öğretim programının son taslağının tasarımı, araştırmacının danışmanıyla yaptığı ilk görüşmelerden ve ardından katılan üç öğretmenle yapılan tartışmalar ve önerilerin sonucunda ortaya çıkmıştır. Öncelikle genel bir program tasarımının ana hatlarını geliştirerek işe başlanmıştır. Daha sonra araştırmacı van Hiele Teorisi'ni (düşünme düzeyleri ve öğretim aşamaları) basit ve kısa terimlerle açıklayan broşürler hazırlayarak ve bunları konu hakkında bilgi sahibi olunması için üç öğretmene vermiştir. Ayrıca eski soru kağıtlarından, bir matematik web sitesinden ve Namibya matematik ders kitaplarından daire geometrisi üzerine çeşitli etkinlikler toplamıştır.

Daha sonra öğretmenlerden teoriyle tanışmaları için önceden hazırlanan van Hiele çalışma kağıtlarını okumalarını istenmiştir. Ayrıca öğretmenlere 11-12. sınıf matematik ders programından alınan daire geometrisi müfredatı hakkında bir çalışma kağıdı da verilmiştir. Öğretmenlerden daire geometrisi konu ve alt başlıklarının yapısına dikkat ederek daire geometri müfredatını gözden geçirmeleri istenmiştir.

Öğretmenler okuma materyalleri ile tanışırken, araştırmacı program tasarımı üzerinde daha fazla çalışma yapmıştır. Öğrenme etkinlikleri seçimi teorinin öğretim uygulamasının yapısı ve sırası ile uyumlu hale getirmek için öğretimin van Hiele aşamalarını kullanan Serow'un (2008) araştırmasından da faydalanılmıştır. Ayrıca Courtney-Clarke'ın (2008) öğretim yönergeleri ve öğrenme etkinliklerinin yapısına sahip olan öğretim uygulmasından da yararlanmıştır.

Daha sonra öğretmenlerle yönelik olarak düzenlenen çalıştaylar 40 dakikalık oturumlarla gerçekleştirilmiştir. Öğretmenlere van Hiele Teorisi'ni anlatırken, öğretim aşamaları bu düzeylerin içine gömülü olduğu için düşünme düzeyleri ile başlanmıştır. 3. düşünme düzeyine kadar her düzeyin özellikleri tek tek açıklanmıştır. Öğretim programının ortaokul öğrencileri için tasarlanması gerektiğinden, yalnızca 3. düşünme düzeyine kadar olan

ölçütlerle tasarlanması gerekmektedir. Daha sonra öğretim aşamalarını kullanarak bir düşünme düzeyinden diğerine geçiş açıklanmış ve van Hiele Teorisi'ni kullanarak öğretimdeki rollerinin öneminden bahsedilmiştir. Çalıştay sırasında, müfredatta yer aldığı şekliyle öğretmenlerle daire geometri müfredatı da incelenmiştir. Bu incelemenin amacı, 11-12. sınıf matematik müfredatında yer alan temel yetkinliklere bakıldığında öğretim programının kriterlerinin tartışılmasına ve öğretimle ilgili kararlar alınmasına olanak sağlamaktır. Daire geometri öğretim programı, öğrenenleri geometride soyut düşünme düzeyine yönlendirmeyi amaçlıyorsa, kriterlerini benzer bir amacı hedefleyen bu temel yeterliklerle uyumlu hale getirmek gerekmektedir. Oradan uygun etkinlikler seçilmiş ve uygun sıralamaların nasıl olacağı konusunda fikir birliğine varılmaya çalışılmıştır. Bu sıralama ve etkinlik seçimi süreci, öğretmenlerin her biri ile takip edilen bire bir oturumlara kadar devam etmiştir. Öğretmenlerin her biriyle, öğretim programının ilk taslağında yapılan iyileştirmeleri tartışmak ve onlar için net olmayan fikirleri netleştirmek için bire bir oturumlarda birkaç kez daha görüşülmüştür. Öğretmenler, öğretim programının taslakları hakkında açıklamalarda bulunmuşlar ve bu sayede programda gerektiği kadar değişikliklere gidilmiştir.

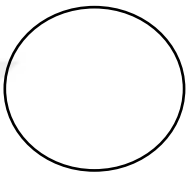
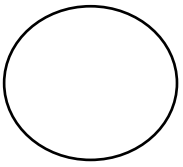
Araştırmacı öğretim programının uygulamaya hazır hale getirdiğinde, ders sunumlarına hazırlanmaları için her öğretmene en son taslağın bir kopyasını vermiştir. Çalışmada geliştirilen öğretim programı tasarımı aşağıda net bir şekilde açıklanacaktır.

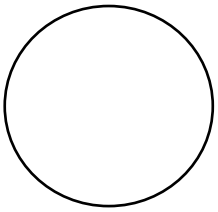
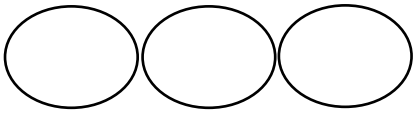
*Öğretim Programı Tasarımı "Öğretmen için yönerge":* Müdahale, van Hiele talimat aşamaları kullanılarak sıralanır: bilgi, yönlendirilmiş oryantasyon, açıklama, serbest oryantasyon ve entegrasyondan oluşmaktadır.

**Tablo 139**

*E27 Kodlu Çalışmada Kullanılan Öğretim Programı Tasarımı*

| **Etkinlik ve Aşama** | **Öğretmenin Talimatı/Etkinlik Açıklaması** |
|---|---|
| B. Geometrik Kavramlar<br>Bilgi ve Yönlendirilmiş Oryantasyon Aşamalar<br>Etkinlik 1: yarım daire içindeki açılar, dairenin tanjantı ve bir dış noktadan gelen teğetler | 6.1.1 Öğrenciler bir matematik seti kullanarak defterlerindeki basit yapılar üzerinde çalışırlar.<br>Yapısal olarak şunları içerir:<br>e) O merkezli bir daire oluşturun.<br>f) Bir çap çizin ve çemberin çevresinde AB olarak adlandırın.<br>g) A ve B'den iki kiriş çizin ve çember üzerinde C noktasında kesişmelerine izin verin.<br>h) ACB açısını ölçün. A ve B'den başka bir çift kiriş çizin ve C'de kesişmelerine izin verin. AC'B açısını ölçün. |

| | |
|---|---|
| Açıklama ve Serbest Yönlendirme Aşamaları | Ne fark ettiniz? Bu açılardan ne gibi sonuçlar çıkarabilirsiniz?<br>Bu aşamada, öğrenciler yarım daire içindeki bir açının 90º' ye eşit olduğunu fark etmelidir. Öğretmen, öğrencilerin bu aşamada aşağıdakiler gibi doğru teknik dilde ustalaşmasını sağlamalıdır: yarım daire (öğretmen bu aşamada herhangi bir şekil çizmemelidir; bunun yerine öğrencilerin yapılarını incelemeli ve hepsinin talimatları doğru bir şekilde takip etmesini sağlamalıdır). |
| Yönlendirilmiş Oryantasyon Aşaması<br>Etkinlik 2: Dairenin yarıçapı ile tanjantı arasındaki açılar. | 7.1.1 O merkezli başka bir daire oluşturun.<br>f) Bir yarıçap çizin ve onu OT olarak adlandırın. T noktasındaki daireye bir teğet çizin ve onu ATB olarak adlandırın.<br>g) OTB ve OTA açılarını ölçün. Ne fark ettiniz? |
| Açıklama ve Serbest Yönlendirme Aşamaları<br>Etkinlik 3: Çemberin tanjantı ve bir dış noktadan gelen teğetler<br>Serbest Oryantasyon Aşaması | h) Çemberin karşı tarafındaki A noktasından başka bir teğet çizin. Bu teğete bir yarıçap çizin ve P kesişim noktasını, dolayısıyla APQ tanjantını işaretleyin.<br><br>i) OPA ve OPQ açılarını ölçün. Ne fark ettin?<br>j) PT kirişini çizin ve AP ve AT kenarlarının uzunluklarını ölçün.<br>Ne fark ettiniz? Bu açılardan ne gibi sonuçlar çıkarabilirsiniz?<br>Bu aşamada öğrenciler, yarıçap ile çember arasında oluşan açıların 90º olduğu kavramlarına hakim olmuşlardır. Dolayısıyla çemberin tanjantı ve yarıçapı birbirine diktir. Öğretmen, aynı noktadan gelen teğetlerin uzunluklarının eşit olduğu sonucuna varmalarına yardımcı olur. |
| Serbest Oryantasyon ve Açıklama Aşamaları<br>Etkinlik 4: Aynı yayı gören açılar eşittir; aynı doğru parçasındaki açılar eşittir . | 8.1.1 Öğretmen, öğrencilerin düşünme düzeylerinin arttığının farkındadır; öğretim de yüksek düzeyde olmalıdır. Bu aşamada sadece doğru geometrik dil kabul edilmelidir. Öğretmen gerektiğinde şekiller çizerek öğrencilere yardımcı olmalıdır. Öğrencilere şu talimat verilmiştir: d) Şekil 1'de ACB, ADB ve AEB açılarını ölçün. Şimdi AOB açısını ölçün. Ne buldun?<br><br>Öğretmen: Şekildeki AOB açısı, AB yayı tarafından görülen dairenin merkezindeki bir açıdır. ACB, ADB ve AEB, AB yayı tarafından oluşturulan çemberin çevresindedir (öğrencilere AB yayı gösterin).<br>e) Şekildeki, AOB açısı, AB ana yayının gördüğü dairenin merkezindedir (ana yayın AB'yi gösterin). ACB açısı, aynı büyük AB yayı |

| | |
|---|---|
| Entegrasyon Aşaması | tarafından karşılanan dairenin çevresinde bir açıdır. AOB açısını ve ACB açısını ölçün. Ne fark ettin?<br>f) İlk daire ile karşılaştırın. (Daha önce yarım daire içindeki açının 90º olduğunu söylemiştiniz. Bu açı da çevre üzerinde midir? Öyle mi, dairenin merkezindeki açının boyutu nedir? Öğrencilerin şekile bakmasına ve kavramı tanıtmasına izin verin. Aynı yay tarafından karşılanan açılar AB kirişini çizin ve aynı doğru parçasındaki açılar hakkında konuşun.<br><br>Etkinlik: c, d, e açılarının boyutunu bulun ve cevabınız için bir neden verin. Bu aşamada, öğrenciler Analiz düzeyinde (van Hiele düzey 2) uzmanlaşırlar. Artık onlar, 3. düşünme düzeyini üstlenmeye hazırdırlar. Bu, öğretmenlerin eğitiminin de düzey 3'te (önceden daha yüksek) olacağı anlamına gelir ve etkinlikler için de geçerlidir.<br>9.1.1 Öğretmen dersi döngüsel dörtgen kavramlarına yönlendirir. Aşağıda gösterildiği gibi hazır çizilmiş figürleri öğrencilere sunar. [Aşağıdaki diyagramlar ölçekli değildir. O çemberin merkezidir].<br>Öğretmen kara tahtaya ABC ve ADC açıları aynı kirişle (AB çapında) karşı karşıya olan bir daire çizerek başlar. Buradaki fikir, karşıt segmentlerdeki açıların tamamlayıcı olduğunu fark ederek döngüsel dörtgen kavramlarını kavramsallaştırmaktır.<br>Öğrencilere talimat verilir:<br>d) Her diyagramda, O ve B ve D noktalarındaki açıların boyutlarını doldurun.<br>e) B açısı + D açısının toplamını hesaplayın. Ne buldunuz?<br>f) BAD açısı ile BCD açısının toplamı nedir? Cevabınız için bir neden belirtin.<br><br>10.1.1 Döngüsel bir ABCD dörtgeni çizin.<br>d) Döngüsel dörtgenin tüm açılarını ölçün.<br>e) İki zıt açı çiftinin toplamını bulun.<br>f) Döngüsel dörtgenlerde açılar hakkında ne söyleyebilirsiniz? |

*(Kaynak: Dongwi, 2012, s:105-108)*

Sonrasında öğretmenlerin uygulamayı ne zaman gerçekleştirebilecekleri konusunda zaman dilimleri belirlenmiştir. Araştırmacı sadece gözlem yapıp dersleri videoya almıştır. Her dersten sonra uygulamaları hakkında nasıl hissettiklerini öğrenmek için öğretmenlerle görüşmeler yapılmıştır.

Geometri öğretim programının tasarlandığı (E27) kodlu araştırmanın sonuçları, matematik öğretmenlerinin van Hiele Teorisi'nin öğretim aşamasını kavramsal bir çerçeve olarak kullanarak daire geometrisi öğretim programını tasarlama ve uygulama konusundaki deneyimlerine ilişkin dört durum ortaya koymaktadır. Bunlar, ilk olarak, katılan üç matematik öğretmeninin beş van Hiele öğretim aşamasının tamamını kullandığını ve uyguladığını ortaya koymaktadır. İkinci olarak, öğretmenler öğretimin bir aşamasından diğerine oldukça iyi gitmişler fakat aynı zamanda öğretimlerinde açıklama ve pekiştirme için önceki aşamalara geri dönmüşlerdir. Üçüncüsü, öğretmenler öğretim aşamalarını dersleri planlamak ve sunmak için iyi bir pedagojik araç veya şablon olarak görmüşlerdir. Dördüncüsü, öğrencilerin çoğunluğu yönergeleri izlemiş ve yanıtları beklenenden daha hızlı vermişlerdir.

- *Quick Draw Etkinlikleri:*

Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 1 çalışmada (E27) VHGDD'ni artırmak için Quick Draw etkinlikleri kullanılarak öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışma tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

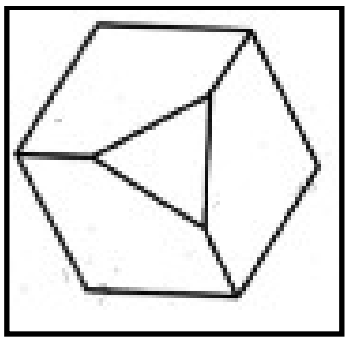
E31 kodlu çalışmanın amacı, anaokulu, ilköğretim ve özel eğitim öğretmen adaylarının uzamsal düşünme, uzamsal yetenekleri ve van Hiele geometrik düşünmeleriyle ilgili inançları açısından Quick Draw adlı bir etkinliğin doğasını araştırmaktır.

*Çalışmada yer alan öğretim uygulamasının kullanımı:* Quick Draw etkinlikleri Grayson Wheatley (2007) tarafından geliştirilmiştir ve çeşitli geometrik şekillere sahip görsellerin kullanımından faydalanır (bkz. Şekil 141 ve 142). Şekil, sınıf öğretmeni adayına tepegöz veya kamera ile yaklaşık üç saniye boyunca gösterilmiş, daha sonra kapatılan geometrik şekli uzamsal yapılandırma becerilerini kullanarak hafızalarından çizmeleri istenmiştir. Ardından öğretmenlere "Ne gördün?", "Bunu nasıl gördün?", "İlk ne gördün?", "İlk ne çizdin?" gibi sorular yöneltilmiştir. Ardından öğretmen adayları cevaplarını sınıf ortamında paylaşmışlardır. Sınıf ortamındaki bu tipik tartışmalar; sınıf öğretmeni adayının iki veya üç boyutlu bir geometrik şekli nasıl gördüğüne odaklanmıştır. Bu tartışmanın bir amacı da şekil adlarının, şekil niteliklerinin ve şeklin özelliklerini ifade ederken geometrik sözcük dağarcığının kullanımının ölçülmesini içermektedir. Bir diğer odak noktası ise sınıf öğretmeni adayının parçadan bütüne mi, yoksa bütünden parçaya mı olacak bir tanımlamada geometrik şekli nasıl çizdiğidir. Çizim yöntemini diğerleri ile paylaşan sınıf öğretmeni adayları,

etkinliğin çizim boyutunda zorlananlara için fikir vermiştir. On bir haftalık bir zaman diliminde on sekiz Quick Draw etkinliği uygulanmıştır.

**Şekil 141**

*E31 Kodlu Çalışmada Yer Alan Quick Draw Şekli*

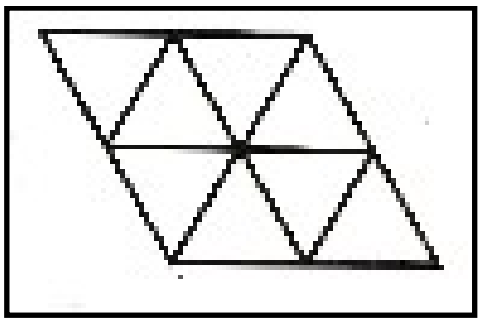


*(Kaynak: Hanlon, 2010, s:58)*

Geometrik Kelime Testi; Geometrik Kelime Bilgisi testi (GV) karmaşık bir geometrik Quick Draw figüründen (Şekil 142) oluşmakta olup, sınıf öğretmeni adayının şekle bakarak görüntülenebilecek tüm geometrik terimleri ve geometrik şekilleri listelemesi istenmiştir. Bu test araştırmacı tarafından geliştirilmiş olmasına rağmen, ilk olarak Wheatley (2007) tarafından bir ilkokul öğrenci sınıfına uygulanan bir teste dayandırılmıştır. Bu Quick Draw'dan elde edilen özel veriler, öğretmen adaylarının geometrik kelime dağarcığını daha kapsamlı bir şekilde incelemek için hem nicel hem de nitel bir ölçü olarak temel alınmıştır.

**Şekil 142**

*E31 Kodlu Çalışmada Geometrik Kelime Testinde Bulunan Quick Draw Şekli*



*(Kaynak: Hanlon, 2010, s:62)*

Çalışmadan elde edilen sonuçlara bakıldığında nicel verilerin analizinde van Hiele geometrik testinden 7 puan üstü alan öğrencilerin VHGDD'nde yapılan uygulama sonucunda öğrencilerin geometrik düşüncesinde önemli bir değişiklik olmadığını göstermektedir. Nitekim, van Hiele geometrik testinden 7 puandan az puan alanlar arasında anlamlı bir fark oluşmuştur. Bu sonuçlar başlangıçta 7 puandan az van Hiele geometrik testi sonucu olan hem deney grubunun hem de kontrol grubunun puan ortalamalarının arttığını göstermektedir.

- *Etnomatematik Etkinlikleri:*

Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 1 çalışmada (E33) VHGDD'ni artırmak için etnomatematik etkinlikleri kullanılarak öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışma tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

E33 kodlu araştırmanın odak noktası, etnomatematiğe dayalı daire ve elipslerin içerik alanlarındaki analitik geometri problemlerinin çözümünde geometrik düşünme becerilerinin belirlenmesi, analizi ve tanımlanmasıdır. Bu bağlamda lisans düzeyinde analitik geometri dersi alan matematik eğitimi çalışma programının öğrencilerinden etnomatematiğe dayalı daire ve elips içerik alanlarındaki analitik geometri soruları ve görüşme yönergeleriyle veriler toplanmıştır.

Kullanılan soru aracı, etnomatematiğe dayalı daire ve elips içeriği alanındaki analitik geometri dersinde 3 uzman tarafından kontrol edilmiş, alan analitik geometri derslerinden iki öğretim üyesi ve yerel üniversiteden alan analitik geometri üzerine kitaplar yazan bir öğretim üyesi tarafından onaylanmış bir sorudur. Etnomatematik temelli matematik öğrenimi ise matematiksel kavram ve ilkelerin soyutlanması, anlamlandırılması ve genelleştirilmesi sürecine izin vermektedir. Soru beş alt problemden oluşmakta olup, van Hiele'nin geometrik düşünme düzeylerine göre sıralanmıştır. Öğrenciler bir önceki düzeydeki soruları doğru yanıtlamışlarsa belli bir düzeye ulaşmış oldukları söylenebilir. Bu çalışmada aşağıdaki sorular kullanılmaktadır.

**Şekil 143**

*E33 Kodlu Araştırmada Yer Alan Geometrik Düşünme Düzeyini Test Eden Sorular*



Yandaki görsel Yogyakarta'dan batik motiflerden biri olan "Ceplok Bligon"dur. Bu batik motifi yapmanın yolu, şekil geometrik olduğu için damga veya baskı işlemi kullanarak daha kolaydır. Motif, içinde iki çizgi bulunan dört elips ve bu şekilde düzenlenmiş ortasında bir dairedir. Dairenin çapı, elipsteki iki çizgi arasındaki mesafeye eşittir ve iki çizgi, elipsin merkezinden aynı uzaklıktadır. Elipslerden biri $A$ (0,5) ve $B$ (5,5) odaklı $C$ (2,8) noktasından geçerse ve elipsin merkezinden dairenin merkezine olan uzaklık sağa doğru 5,5 ise ve çizginin merkezinden gelen ordinat, odak elipsinin koordinatı artı bire eşittir.

a. Batik motifini geometrik bir desende görselleştirin.

b. Hangi elipsin odak noktalarını bildiğini belirleyin, ardından

elipsi ve içindeki çizgiyi ve yanındaki daireyi çizin. Sonra noktaları etiketleyin ve bilinen her şeyi yazın.
c. Aşağıdaki öğelerin ilişkisini belirleyin:
1. A, B ve odak elipsi arasındaki ilişkiyi belirten bir ifade oluşturun. Daha sonra bu ifadenin doğru olduğunu kanıtlayın.
2. Ana eksenin (a) A, B ve C noktaları ile ilişkisi hakkında bir açıklama yapın. Ardından, ifadenin doğru olduğunu kanıtlayın.
d. Elipsin merkezini, dairenin merkezini, büyük ekseni, küçük ekseni ve dairenin yarıçapını belirleyin
e. Eliptik ve dairesel denklemi bulun.

*(Kaynak: Hendriyanto, Kusmayadi ve Fitriana, 2021, s:3)*

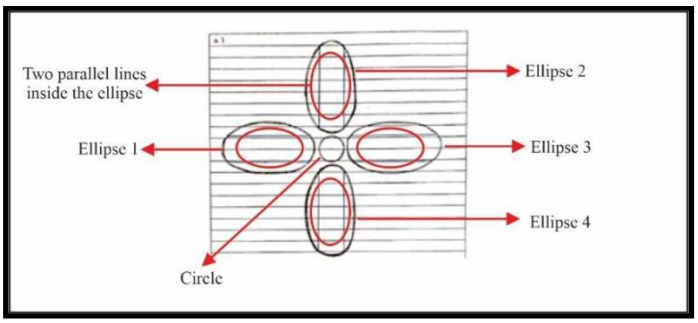
Yukarıdaki Şekil 143'te yer alan sorular, 120 dakikalık bir süre zarfında tüm katılımcılar tarafından yapılmıştır. 63 katılımcının test cevapları analizinden elde edilen sonuçlar, matematik eğitimi öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin, ön görselleştirme, düzey 0, düzey 1 ve düzey 2 olmak üzere sadece dört düzeye yayıldığını göstermektedir. Sonuçlara bakıldığında katılımcıların hiçbiri düzey 3'e ve düzey 4'e ulaşamamıştır.

Öğrencilerin verdikleri cevaplara göre düşünme düzeylerinin analizleri aşağıda verilen örneklerdeki gibi yapılmıştır:

*0. Düzey Öğrencilerin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Analizi:* Eğer öğrenciler problem üzerindeki batik görselini geometrik bir desende birbirine bakan dört elips tanımlayarak ve her elips iki paralel doğruyu kapsayacak ve daireleri birbirine paralel olacak şekilde tanımlayarak görselleştirmeyi doğru bir şekilde yapabiliyorsa 0 düzeyine ulaşıldığını veya geçtiğini göstermektedir.

**Şekil 144**

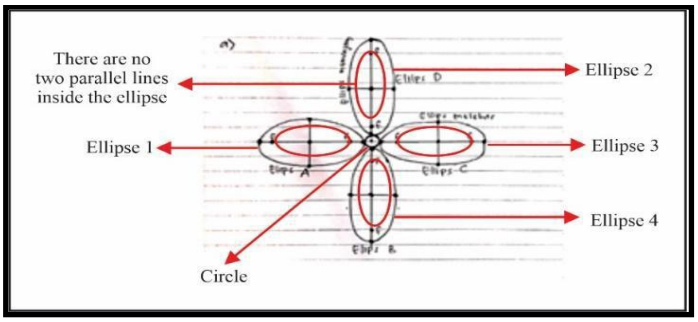
*E33 Kodlu Çalışmada Yer Alan Ö1'in 0 Düzeyindeki Cevabı*




*(Kaynak: Hendriyanto, Kusmayadi ve Fitriana, 2021, s:4)*

**Şekil 145**

*E33 Kodlu Çalışmada Yer Alan Ö2'nin 0 Düzeyindeki Cevabı*




*(Kaynak: Hendriyanto, Kusmayadi ve Fitriana, 2021, s:4)*

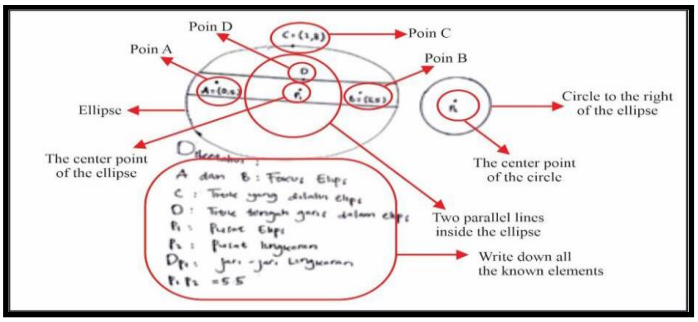
Örneğin; Ö1 sadece 0 düzeyine ulaşmış bir öğrencidir. Diğer şekilde yer alan Ö2' nin ise batik görüntülerini eksiksiz ve doğru bir şekilde görselleştirebildiğini göstermektedir. Mülakat sonuçlarına göre Ö1 sorularda hangi unsurların görselleştirilmesi gerektiğini tam olarak belirtmiş ve mevcut batik görsellere uyarlamıştır. Burada Ö1 elipslerden hangisini kullanması gerektiğini belirlemede zorluk yaşar ve bu nedenle üst düzeye ulaşamaz. Öğrencilerden 0 düzeyine ulaşmaları için daire, elips ve çizgi olmak üzere üç öğeyi tanımlaması beklenir. Her elemanın sahip olması gereken birtakım özellikleri vardır. Bunlar, çizilen elips dört tane olmalı ve birbirine bakmalıdır, daire dört elipsin ortasında olmalı ve her elips içinde çizgi olmalı ve aynı zamanda elipsler birbirine paralel iki çizgiyi içermelidir gibidir. Bu özelliklerden biri veya bunların koşulları sağlanmıyorsa öğrencilerin 0 düzeyine ulaştığı söylenemez. Bu şartları oluşturmuş öğrenciler ön görselleştirme düzeyinde yer almaktadır. Ö1, ön görselleştirme kategorisindeki katılımcılardan birinin cevabına ait görseldir.

Ö2 de 0 düzeyine ulaşmamış öğrencilerden biridir, Şekil 145'de Ö2'nin birbirine bakan dört elipsi görselleştirebildiği ve ortada bir daire olduğu ancak hala yerine getirilmemiş unsurlar olduğu görülmektedir. Ö2 her elips üzerine iki paralel çizgi çizmez. Ö2 ile yapılan görüşmenin sonuçlarına göre çizginin, elipsin bir parçası olmadığı için cevap kağıdında yer almadığı bilgisi elde edilmiştir.

*1. Düzey Öğrencilerin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Analizi:* 1. düzeye ulaşan öğrencilerin, batik görselleri uygun şekilde görselleştirerek 0. düzeyi geçtikleri onaylanmaktadır. Öğrenciler, içinde iki paralel doğru bulunan bir elips ve sağ elips üzerinde bir daire çizebiliyorsa, elemanları etiketleyip soruda bilinen her şeyi yazabiliyorsa, öğrencilerin 1. düzeye ulaştığı söylenebilir.

**Şekil 146**

*E33 Kodlu Çalışmada Yer Alan Ö3'ün 1. Düzeydeki Cevabı*



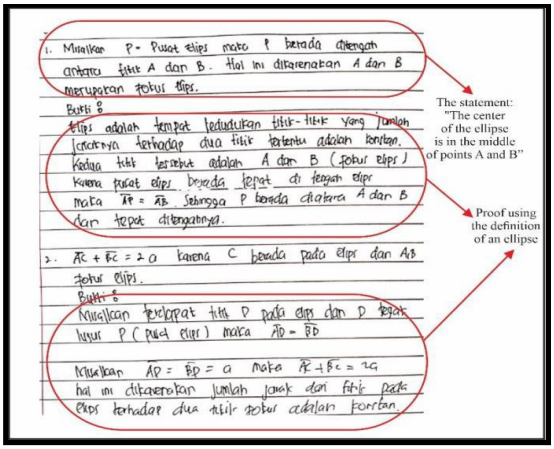

*(Kaynak: Hendriyanto, Kusmayadi ve Fitriana, 2021, s:5)*

Şekil 146, Ö3'ün cevabıdır ve görsele göre Ö3, elips içinde iki paralel çizgi ile belirlenen elipsi ve daireyi tanımlayabilmektedir. Ö3 burada dairenin çapının elipsteki iki çizginin mesafesine eşit çizmesi beklenirken istenilen gibi olmamıştır ve bu soruya Ö3'ün bunu anladığını gösteren bir röportaj sırasında cevap verilmiştir. Ayrıca Ö3, hangi elipsin kullanılacağını belirlemek için soruda "elipsin merkezinden dairenin merkezine olan uzaklık 5.5 sağdadır" anahtar sözcüğünü kullanmıştır. Bu sonuçlara dayanarak, Ö3'ün analiz etme yeteneğinin oldukça gelişmiş olduğu söylenmektedir. Fakat, Ö3 buna rağmen bir sonraki soruda bir sıkıntı yaşamıştır. Burada yaşanan sıkıntı Ö3'ün verilen unsurlar arasındaki ilişkiyi anlamaması ve bu nedenle bir üst düzeye devam edememektedir.

*2. Düzey Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Analizi:* Bu çalışmada 2. düzey, bazı katılımcılar tarafından elde edilen en yüksek düzeydir. Bu düzeyde öğrenciler, sorulan bazı unsurların ilişkisi hakkında açıklamalar yapabildikleri ve bu ifadenin doğruluğunu ispat edebildiklerinde, bu çalışmada öğrencilerin 2. düzeye ulaşmış oldukları söylenebilmektedir.

**Şekil 147**

*E33 Kodlu Çalışmada Yer Alan Ö2'nin 2. Düzeydeki Cevabı*



*(Kaynak: Hendriyanto, Kusmayadi ve Fitriana, 2021, s:6)*

Şekil 147'ye dayanarak, Ö4, elipsin merkezinin A ve B iki odak noktası arasında ortada olduğunu belirtir, ardından Ö4, elips tanımını kullanarak ifadeyi kanıtlamaktadır. Ö4 ile yapılan görüşmenin sonuçlarına göre Ö4'ün kullandığı ispatın genel bir ispat olduğu bilinmektedir. Dolayısıyla Ö4'ün informal çıkarım yeteneğinin çok iyi olduğu söylenebilir. Ö4 dairenin yarıçapını belirleyemediği için bir sonraki düzeye ulaşamadığı söylenmektedir.

Etnomatematik etkinliklerin kullanıldığı (E33) öğretim uygulamasına dayalı olarak yapılan çalışmanın sonuçları; öğrencilerin geometrik düşünme becerilerinin hala düşük olduğunu ve ön-görselleştirme düzeyinde %39,7, düzey 0'da %31,8, düzey 1'de %7,9, düzey 2'de %20,7, düzey 3 ve düzey 4'de %0 öğrenci bulunduğunu göstermiştir.

- *Animasyonlu Videolar:*

Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 1 çalışmada (E40) VHGDD'ni artırmak için animasyonlu videolar kullanılarak öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışma tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

E40 kodlu çalışmada animasyonlu videolar kullanılarak ve uygulamada van Hiele Teorisi'nin benimsenmesiyle öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerinin nasıl geliştiği incelenmek amaçlanmıştır. Bu nedenle çalışmada kullanılan geliştirme modeli 4D Model, sistematik ve öğrenme araçları geliştirmeye uygun olduğu için seçilmiştir. Bu çalışmada kullanılan veriler test ve yapılandırılmamış görüşme kullanılarak elde edilmiştir. Bu çalışmada, ana araç ve destekleyici araçlar olmak üzere iki araç kullanılırken, ana araç, araştırmanın odağını belirleyen bir insan aracı olarak işlev gören araştırmacının kendisidir. Elde edilen veriler, yorumları ve sonuçları destekleyici araçları oluşturmaktadır. Sonrasında ise elde edilen verileri azaltarak, hem betimsel hem de görsel biçiminde sunan ve sonuçları Bloom's Taxonomy'nin gözden geçirilmiş baskısındaki HOTS göstergelerine dayalı olarak analiz edilmektedir. Sonuç çıkarma kriteri, eğer denek problemlerden birini analiz etme, değerlendirme veya yaratma düzeyinde çözebiliyorsa, o zaman HOTS aşamasına ulaşmış kabul edilmektedir. HOTS, öğrencilerin bilgi ve düşünceleri, yeni anlayış ve çıkarımlar kazandırabilecek şekilde manipüle edebilmelerini gerektiren bir düşünce sürecidir (Gunawan, 2003; Pogrow, 2005). Bloom'un Taksonomisinin gözden geçirilmiş baskısındaki HOTS bilişsel alanları, analiz etme, değerlendirme ve yaratma aşamalarını içerir.

Çalışma uygulanan süreç aşağıda detaylıca açıklanmıştır:

*Gelişim Aşamaları:* Araştırmada kullanılan araçların tasarlanması, test edilmesi ve gözden geçirilmesi ile başlamaktadır. Ayrıca van Hiele'nin teorisinin uygulanmasıyla sınıfta öğrenme yapılmaktadır. Aşağıda öğretim aşamaları ve açıklamalarına yer verilmiştir.

*Bilgi Aşaması:* Bilgilendirme aşaması, öğrencilerin her bir binayı adlandırmalarının istendiği, öğrencilerin günlük çevrelerine inşa edilmiş çeşitli prizma biçimlerinin videolarının oynatılmasıyla başlamaktadır. Sonrasında ise öğrencilerle ön koşul materyaliyle alakalı ilk yeteneklerini keşfetmek için bir soru-cevap oturumu yapılmıştır.

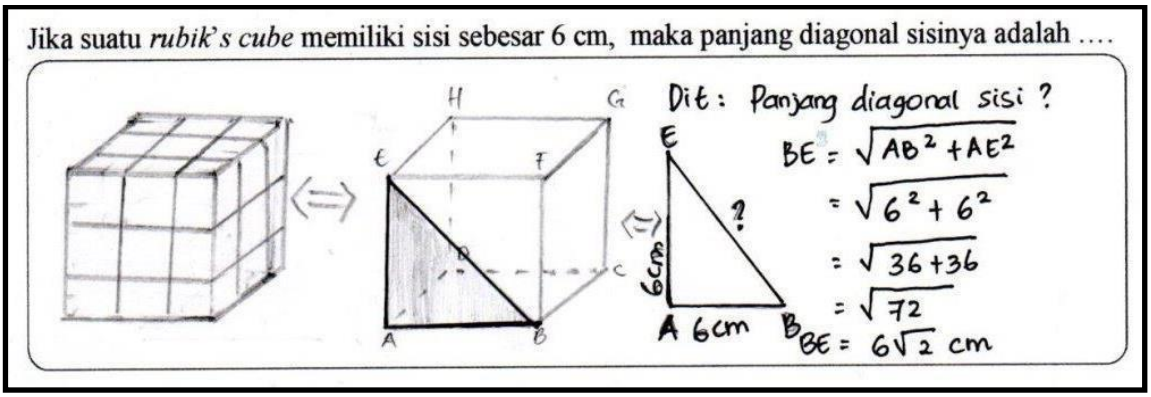
*Yönlendirilmiş Oryantasyon Aşaması:* Bu aşamada öğretmen, prizma çerçevesi oluşturmak için öğrencilerin hayatındaki rubikler ve diğerleri gibi mevcut alanın şeklindeki değişikliklerin bir videosunu gösterir, böylece görünen bina sadece bir prizma çerçevesi gibi görünmektedir. Daha sonra öğrencilerden, ızgara kâğıt üzerinde bir küp olan, görüntülenen bir prizma oluşturma modelini çizmeleri istenmiştir. Öğrencilerden çizilen küp şeklini kullanarak şunları araştırmaları istenir:

- ✓ Küpte yer alan paralel kenar sayısı ...
- ✓ Küpte yer alan dikey kenar sayısı ...
- ✓ Paralel alanların sayısı ...
- ✓ Dikey alanların sayısı ...
- ✓ Köşegen boşlukların sayısı ....
- ✓ Köşegen alanların sayısı ...

*Açıklama Aşaması:* Öğretmen, üçgenin açısal konumu açıklamayı amaçlayan bir küpün parçalarını içeren bir video görüntülemiştir. Bu etkinliğin amacı, öğrencilerin hangi parçaların dik açıya sahip olduğunu görebilmelerini sağlamaktır. Daha sonra öğrencilere, Pisagor formülünün kullanımını gerektiren dik açıya sahip bir üçgen içeren bir problem verilmektedir. Öğretmen ise probleme ek olarak "Bir rubik küpün kenar uzunluğu 6 cm ise, köşegen kenar uzunluğu ..." sorusunu sormuştur.

**Şekil 148**

*E40 Kodlu Çalışmada Yer Alan Öğrencilerin Bir Probleme Yanıtı (Problemi Analiz Etme)*



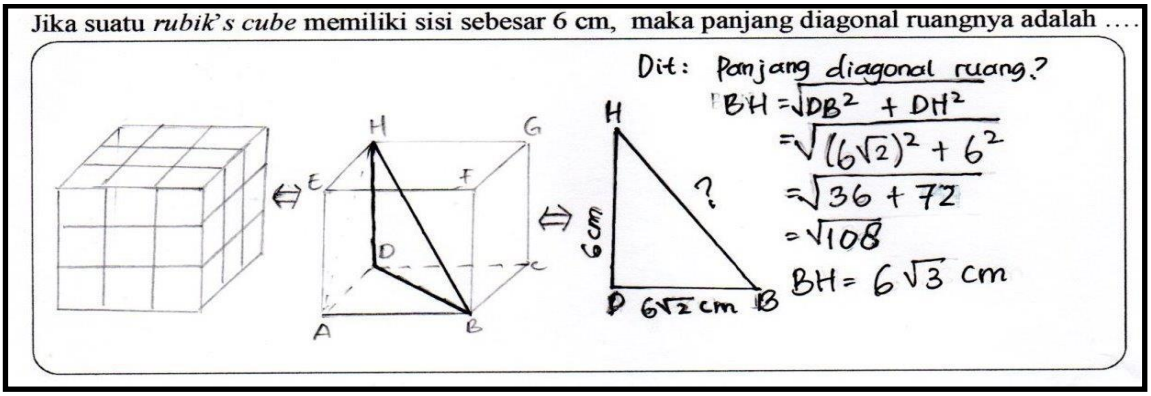

*(Kaynak: Kairuddin, Siregar ve Siregar, 2020, s:35)*

Bu problem, HOTS'nin ilk seviyesidir. Çünkü burada öğrencilerin küpün hangi köşegenlerini araştırdıkları analiz edilmiştir. Bir önceki aşamadan yola çıkarak öğrenciler hangi köşegen olduğunu belirleyebilir, ardından dik açıyı, hipotenüsü ve sağ tarafı belirleyebilir, böylece elde ettikleri bilgileri Pisagor teoremi kullanarak çözebilirler. Verilen açıklamadan sonra ise öğrenciler nihai sonucu $6\sqrt{2}$ cm bulabilirler.

Aynı şekilde bir sonraki soruda öğretmen öğrencilere uzayın köşegenini bulmaları ve uzunluğunu hesaplamaları için rehberlik eder. Öğrencilere "Bir dereceli puanlama anahtarının küpünün bir kenarı 6 cm, o zaman köşegen uzayın uzunluğu ..." problemi verilir. Öğrenci cevapları aşağıdaki resimde görülebilir.

**Şekil 149**

*E40 Kodlu Çalışmada Yer Alan Öğrencilerin HOTS Seviyesini Gösteren Yanıtı*



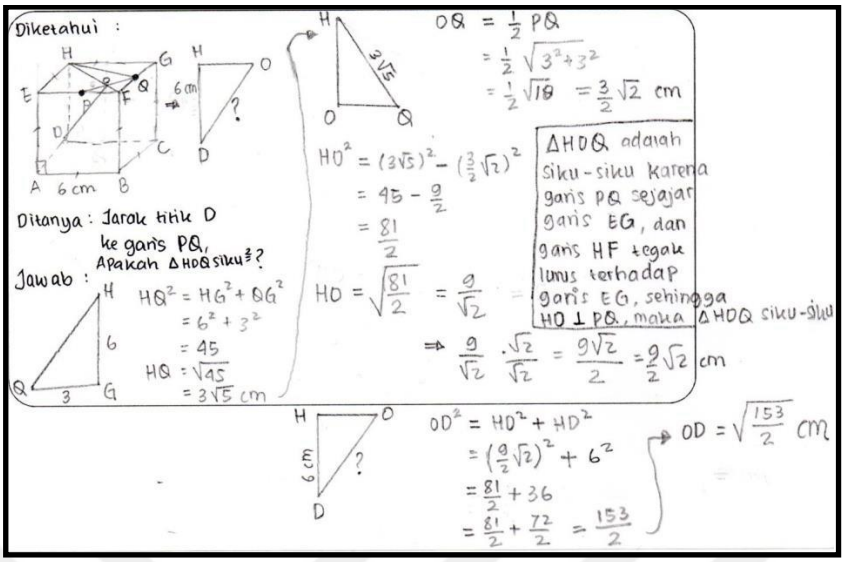

*(Kaynak: Kairuddin, Siregar ve Siregar, 2020, s:36)*

Bu cevaba istinaden öğrencilerin değerlendirme anlamındaki bir sonraki HOTS seviyesine ulaştıkları görülmektedir. Soruda yer alan küpün cisim köşegenlerinden biri [BH]'dir. Öğrenciler, BH'nin [HD] ve [BD] ile bir ilişkisi olduğunu, yani üç kenarın bir BDH dik üçgeni oluşturduğunu yukarıdaki öğrencinin cevapları gibi değerlendirebilmektedir.

*Serbest Oryantasyon Aşaması:* Bu aşamada öğrencilere yüksek analitik beceri gerektiren sorular verilir. Ön bilgilerle öğrencilere sunulan problemleri kendi yöntemleriyle çözme fırsatı verilir. Bu düzeyi görebilmek için öğrencilere "Bilinen bir ABCDEFGH küpünün kenar uzunluğu 6 cm'dir. P ve Q sırasıyla EF ve FG kenarlarının ortasında yer alıyorsa, D noktası ile PQ doğrusu arasındaki uzaklık . .. "

**Şekil 150**

*E40 Kodlu Çalışmada Yer Alan Bir HOTS Problemine Öğrencilerin Yanıtı*




*(Kaynak: Kairuddin, Siregar ve Siregar, 2020, s:36)*

Bloom'un Taksonomisinin revize edilmiş versiyonundaki en yüksek seviye yaratmaktır. Bu seviye şekilde gösterilen problemle gösterilmiştir. Bu öğrencinin cevabından, öğrencilerin nihai cevabı bulmadan önce en az 4 adım tamamlamaları gerekse bile nihai cevabı bulmaya çalıştıkları görülmektedir. Öğrencilerin HOQ üçgeni ile ilgili verdikleri gerekçenin bir dik üçgen olduğu görülmüştür.

Araştırmacı : HQ uzunluğunu nasıl hesaplarsınız?

Öğrenci : Pisagor teoremini kullanacağım.

Araştırmacı : Pisagor'u neden kullanıyorsunuz?

Öğrenci : Sağ üçgen HOQ yüzünden.

Araştırmacı : HOQ'nun bir dik üçgen olup olmadığını nasıl söyleyebilirsiniz?

Öğrenci : PQ çizgisi EG çizgisine paralel olduğundan ve HF çizgisi EG çizgisine dik olduğundan, HO PQ'ya dik, o zaman dik açılı HOQ üçgeni.

Araştırmacı: Tamam iyi.

Bu tartışmadan öğrenciler, problemleri adım adım çözmek için kendi yollarını analiz edebilmiş ve oluşturabilmişlerdir.

*Entegrasyon Aşaması:* Son aşamada öğrencilerden çalışmalarını sergilemeleri istenmiştir. Sonuçlar, problemleri analiz etme yeteneklerine göre farklı yollardan ve problemleri çözmenin en hızlı yolunu kullanarak nihai cevaplarını aldıkları bulunmuştur. Ayrıca, nihai cevapları nasıl bulduklarına dair sebepler vermeleri de istenmiştir.

Animasyonlu videolar ile yapılan (E40) öğretim uygulamasının sonucunda van Hiele'nin video animasyon destekli teorisinin, öğrencilerin VHGDD'ni geliştirmelerine ve öğrencilerin geometrik üst düzey düşünme becerisi problemlerini çözme yetenekleriyle ilgili deneyimlerini geliştirmelerine yardımcı olduğunu göstermektedir.

- *Mira Aşamasına Dayalı Öğretim:*

Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 1 çalışmada (E45) VHGDD'ni artırmak için Mira aşamasına dayalı öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışma tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

E45 kodlu çalışmanın amacı, Mira aşamasına dayalı öğretimin 5.sınıf öğrencileri üzerinde van Hiele düzeylerinde geleneksel öğretime nazaran artış olup olmadığının veya etkisizliğinin anlaşılmasıdır. Çalışma üç haftalık bir süre boyunca 10 günlük eğitim periyotlarından oluşmaktadır.

*Çalışmada yer alan Mira manipülatifi ve kullanımı:* Mira, geometrik yapılar yapmak ve geometrik şekillerin özelliklerini keşfetmek için kullanılmaktadır. Mira'da görülen yansıyan görüntüleri, Mira'dan görüntülenen gerçek görüntülerle çizmek veya karşılaştırmak için kullanılan kırmızı yarı saydam plastik bir manipülatif mevcuttur. Aynı zamanda manipülatif Reflect-View, GeoMirror ve Reflecta isimleriyle de anılmaktadır.

NCTM standartları geometri öğretiminde manipülatif Mira'nın kullanımının uygun olduğunu göstermektedir. Mira, çizgi simetrisine veya yansımalarına dayanır. İlkokul, ortaokul ve lise öğrencileri için birçok Mira etkinliği geliştirilmiş olup, kullanımı görselleştirmeyi teşvik etmektedir. (Woodward ve Hamel, 1992).

Geometri kavramlarının öğretiminde Mira'nın kullanımı tavsiye edilmektedir. Simetri, kongrüans ve yansıma kavramlarının öğretilmesinde; paralellerin, diklerin ve açıortayların çizilmesini hem kolay hem de sezgisel hale getirileceği ifade edilmektedir (Woodward, 1977). Lott ve Dayoub (1977) sadece Mira ile tüm Öklidyen yapıların yapılabileceğini belirtmekle kalmayıp, aynı zamanda Mira kullanılarak açı triseksiyon probleminin de çözülebileceğini belirtmektedir. Sellke (1999) tarafından beşinci ve altıncı sınıf öğrencilerinin uzamsal akıl yürütme becerilerini geliştirmek için Mira'yı kullanan etkinlikler tasarlanmıştır. Etkinlikler; harf yansımaları, kelime yansımaları ve bitişik eğik harf yansımalarını kullanarak tasarımlar yapmaktan oluşmaktadır.

Çalışmanın öğretim periyodu Mira manipülatifini kullanan aşamalara dayalı yönergelerden oluşan toplam on dersten oluşmaktadır. İlk ders Mira ve simetri kavramının tanıtılmasıdır. İkinci ile dördüncü dersler arasında van Hiele düzey 0'a; beşinci ile yedinci dersler arasında van Hiele düzey 1'e, sekizinci ile onuncu dersler arasında da van Hiele düzey

2'yi kapsayacak şekilde ayarlanmıştır. Her ders, van Hiele tarafından tanımlanan beş öğrenme aşamasından yararlanılarak oluşturulmuştur. Derslerde işlenen konular üçgenler, kenar uzunluklarına göre sınıflandırılmış üçgenler, açı ölçüsüne göre sınıflandırılmış üçgenler ve eş üçgenlerdir.

Aşağıdaki Tablo 140'ta Mira'yı öğrenmenin ve kullanmanın ve van Hiele düzeylerinin beş aşamasına dayalı olarak hazırlanan günlük ders planları ve etkinliklerine göre hazırlanan tablodan örnek olması için düzey 0'da, 4. gün yapılan etkinlik programının detaylarına yer verilmiştir.

**Tablo 140**

*E45 Kodlu Çalışmada Deney Grubunun 4. Gün Yapılan Etkinlik Programı*

| |
|---|
| Düzey 0: Görselleştirme |
| 4. Gün Konusu: Eş Üçgenler |
| *Aşama I: Bilgi* |
| Eş üçgenleri gözden geçirin. |
| *Aşama II: Yönlendirilmiş Oryantasyon (Öğretmen tarafından yönlendirilen etkinlikler)* |
| Verilen üçgeni verilen simetri ekseni boyunca yansıtın ve çizin. |
| Bir üçgen çizin, kendi simetri ekseninizi kullanın, yansıtın ve çizin. |
| Eş üçgen çiftlerinin örneklerine ve örnek olmayanlarını inceleyin.. |
| *Aşama III: Açıklama (Sonuçları kelimelerle ifade edin)* |
| Uygun ve uygun olmayan üçgen çiftleri arasındaki farkları açıklayın. |
| Yansıyan üçgenlerin orijinal üçgenlerle uyumlu olup olmadığını inceleyin. |
| Yansıyan üçgenlerin birbiriyle uyumlu olup olmadığını inceleyin. |
| Farklı konumlarda yer alan üçgenlerin eş olup olmadığını inceleyin. |
| Döndürülen üçgenlerin eş üçgen olup olmadığını inceleyin. |
| *Aşama IV: Serbest Oryantasyon (Genişlet, açık uçlu görevler)* |
| İki eş üçgen verildiğinde, bir üçgeni diğerine yansıtmada Mira'yı kullanın. |
| Hazırlanan çalışma sayfalarını kullanın. |
| *Aşama V: Entegrasyon (İnceleme ve özet)* |
| Eş üçgenleri tanımlayın. |

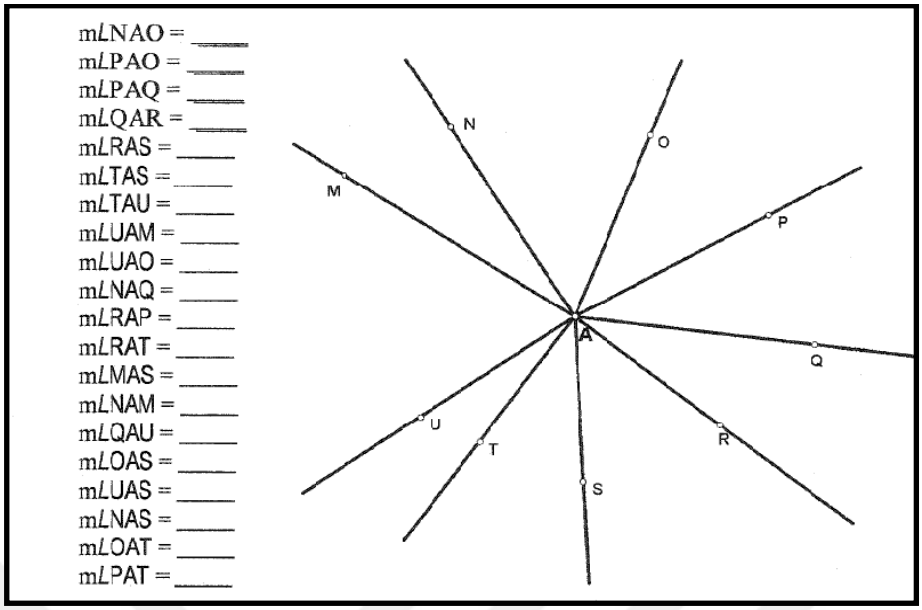
*(Kaynak: Matthews, 2004, s:93)*

Geleneksel yöntemlerle işlenen dersler ise Math Advantage (Burton ve Maletsky, 1999) ders kitabı ve yardımcıları kullanılarak yapılan on dersten oluşmaktadır. Öğrenciler, devletin zorunlu kıldığı standart testlere hazırlık için ders kitabından çalışmışlar ve ek materyalleri kullanmamışlardır. Bu düzeyde verilen geleneksel geometri öğretiminde tanımların sunulmasından, ilgili örnekler verilmesinden ve uygulama problemlerinin çözümünden oluşmaktadır. Bu grupta işlenen ders içerikleri deney grubu ile aynı konuları kapsamaktadır.

**Şekil 151**

*E45 Kodlu Çalışmada Geleneksel Yöntemle İşlenen Derste "Açı Ölçümleri" Konusuna Ait Örnek Ders İçeriği*

Aşağıdaki açılardan her birini ölçün:




*(Kaynak: Matthews, 2004, s:141)*

Yapılan öğretim uygulamasında, öğrencilerin VHGDD'nde önemli ölçüde değişiklik yaratmıştır. Uygulamada öğrenciler Mira manipülatifi ile çalışırken hem eğlenmişler hem de geometrideki kavramları öğrenmişlerdir. Öğretimden sonra, öğrencilerin van Hiele düzeylerinde ortalama %83 artışla bir üst düzeye ulaşmışlardır.

- *VH-İstem Öğrenme Stratejisi:*

Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 1 çalışmada (E53) VHGDD'ni artırmak için VH-İstem Öğrenme stratejisine dayalı olarak öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışma tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

E53 kodlu araştırma, Sokoto eyaletindeki ortaokullar arasında okul geometrisinin öğrenilmesinde kullanılan mevcut öğrenme stratejisine bir alternatif olarak öğrenme stratejisini geliştirmek amacıyla, öğrencilerin geometrik düşünmesini geliştirmeyi hedeflemiştir.

Bu çalışma, van Hiele aşamaları ile mühendislik tasarımı arasındaki bağlantılar aracılığıyla VH-iSTEM öğrenme stratejisi adı verilen geometri üzerine bir öğrenme stratejisini ele almıştır. Geometrik düşünmede üçgen ve dörtgenleri kapsayan görselleştirme, analiz ve informal tümdengelimden oluşan üç temel beceri ele alınmaktadır. ADDIE modeli olarak adlandırılan beş aşamalı öğretim modeli, VH-iSTEM öğrenme stratejisinin tüm tasarım ve geliştirme sürecinde benimsenmiştir.

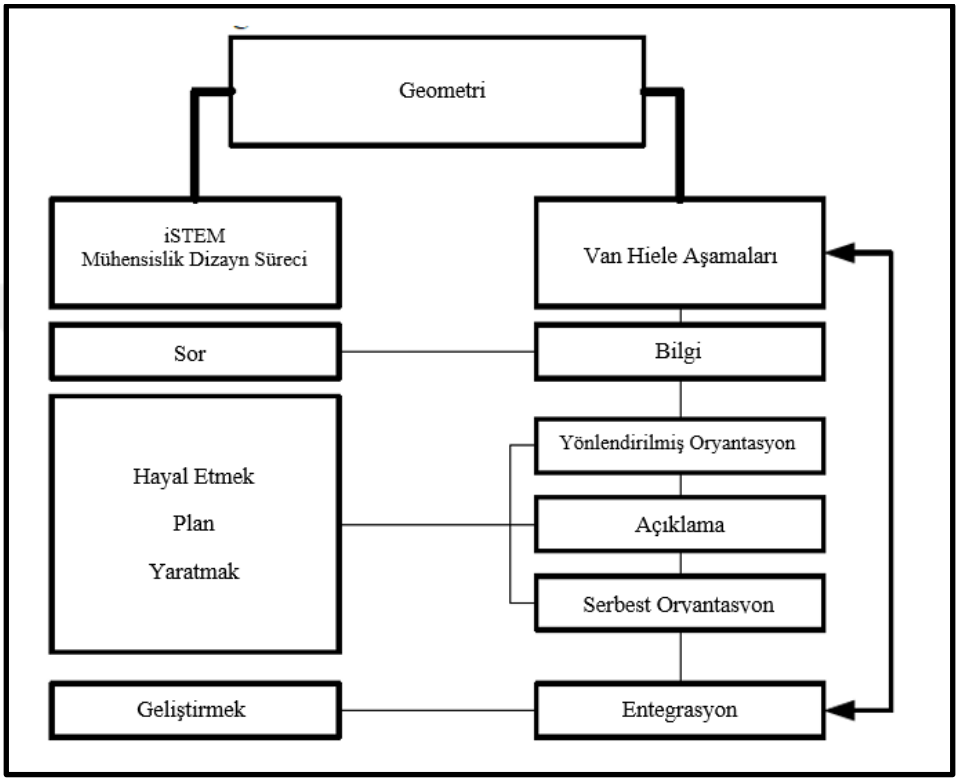
VH-iSTEM öğreniminin, temel ortaokul Matematiğinin içeriğine ve amacına ve hedeflerine dayalı olarak bütünleşik STEM yaklaşımı (mühendislik tasarım aşamaları) ile

geometri öğrenmenin van Hiele aşamaları arasındaki bağlantıyı takip etmesini sağlamak için, her ders etkinliğinde geometrik düşünme düzeyleri sağlanmıştır.

Aşağıdaki Şekil 152 ve 153'te hedeflere ve her bir düşünme düzeyine dayalı öğrenme etkinliklerinin akış şeması sunulmuştur.

**Şekil 152**

*E53 Kodlu Çalışmada Yer Alan Van Hiele Aşamalarıyla İSTEM Bağlantısı*




*(Kaynak: Nasiru, Abdullah ve Norulhuda, 2019, s:725)*

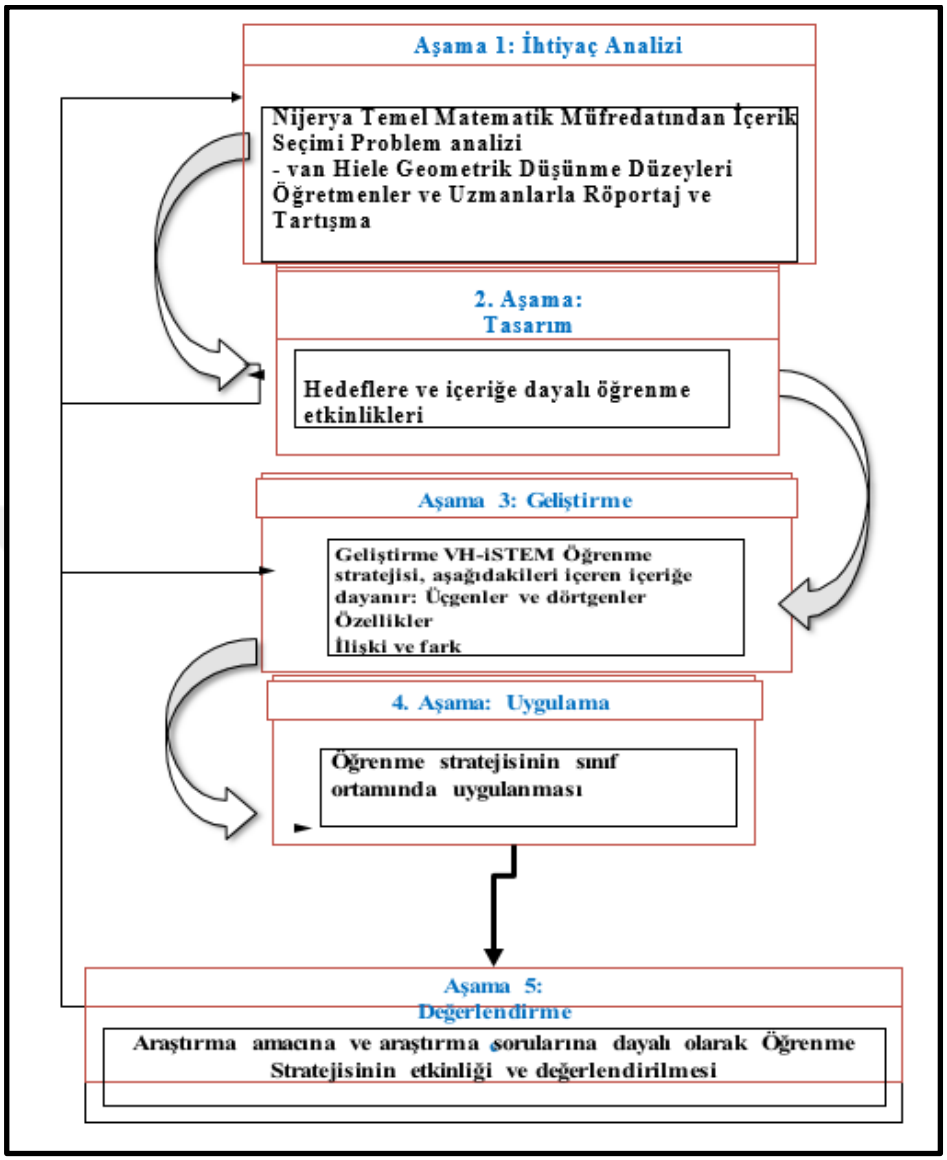
*Çalışmada yer alan VH-Istem Öğrenme Stratejisinin Geliştirilmesi:*

*A. Öğretim tasarımı modeli (ADDIE):* Araştırmanın amacına ulaşmak için süreçte ADDIE modeli kullanılmıştır. Öğretim modeli, herhangi bir öğretim stratejisinin geliştirilmesi için sistematik bir süreç sağlar ve eğitimcinin bunların doğru ve uygun şekilde uygun şekilde öğretilmesini sağlamasına yardımcı olmaktadır. ADDIE modeli, Analiz, Tasarım, Geliştirme, Uygulama ve Değerlendirme olmak üzere beş aşamadan oluşmaktadır (Branch, 2009).

Bu makale yalnızca ADDIE modelinin son iki aşamasına, uygulama ve uzmanlar tarafından değerlendirmeye odaklanmıştır. Amaca ulaşmak için, Nijerya Yeni Temel Matematik Müfredatı'ndaki üç hedefe dayanan ve van Hiele Teorisi'nde sadece üç düzeyli düşünmeyi kapsayan bir modül kullanılmıştır.

**Şekil 153**

*E53 Kodlu Çalışmada Yer Alan ADDIE Modeli İçin Akış Şeması*



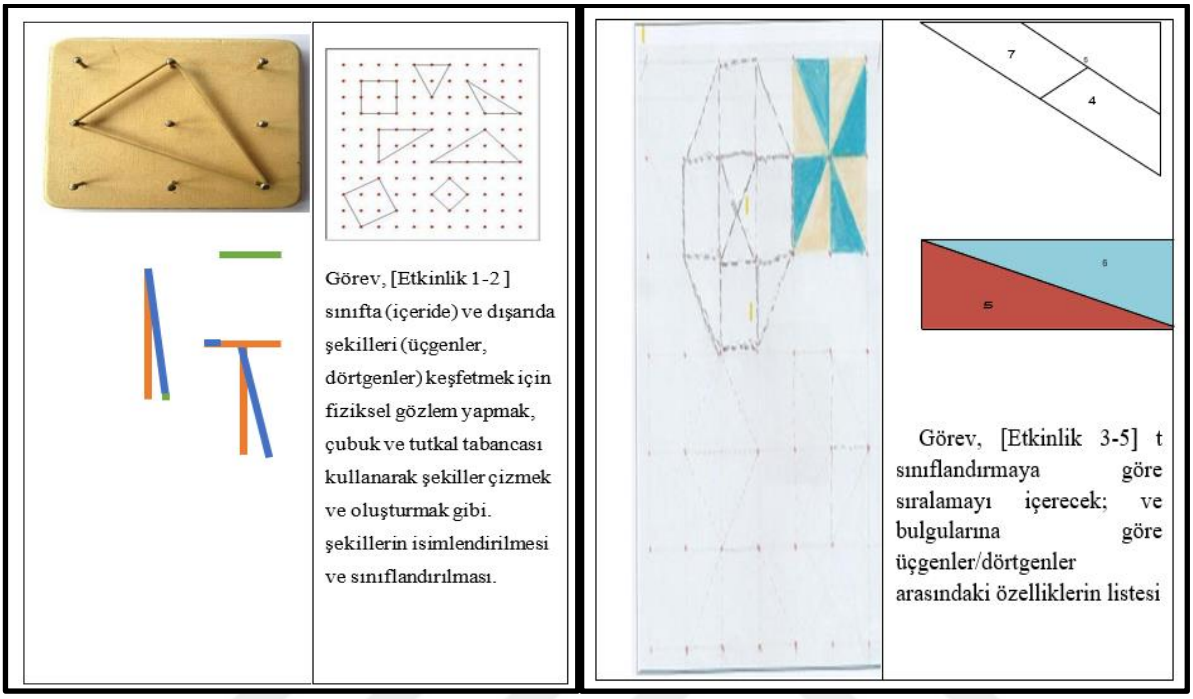

*(Kaynak: Nasiru, Abdullah ve Norulhuda, 2019, s:725)*

*Birinci hedef (van Hiele 1 düzeyine göre):* Bu düzeydeki öğrencilerin geometrik şekilleri görünümlerine göre tanımlamaları ve adlandırmaları beklenmektedir. Önerilen etkinlik, öğretmen ve öğrenciler arasında ve öğrencilerin kendi aralarında, ön bilgileri değerlendirmek ve öğretmen tarafından bir dizi soru kullanarak konuyla bağlantı kurmak için etkileşimli bir tartışmayı içermektedir. Tartışmaları daha iyi kavramak ve somutlaştırmak için öğrenciler sınıfta ve dışarıda fiziksel gözlem yaparak üçgen/dörtgen olan şekilleri keşfetme etkinliği yapmışlardır. Çubukların tutkal tabancası vasıtasıyla eşleştirilmesi yoluyla keşfedilen şekillerin oluşturulması (mühendislik/matematiksel yaklaşım) sağlanmıştır. Şekilleri farklı yönlerde çizmek için geometri tahtasını kullanmışlar ve fiziksel olarak

oluşturulan şekillerin uygun adları şekiller ile eşleştirilmiştir. En sonunda öğrencilerin bu düzey için vedikleri geri dönütler gözlemlenmiştir.

**Şekil 154**

*E53 Kodlu Çalışmada Yer Alan Etkinlik Görselleri*

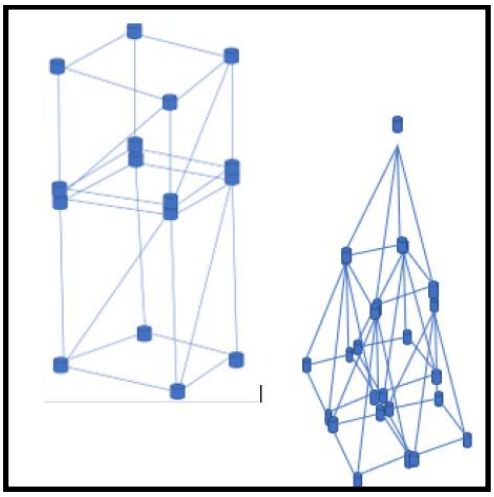



*(Kaynak: Nasiru, Abdullah ve Norulhuda, 2019, s:726)*

*İkinci hedef (van Hiele 2 düzeyine göre):* Öğrenciler bu düzeyde dörtgenleri, üçgenleri ve diğer geometrik şekilleri diğer geometrik şekillerle ilişkisi olmayan tanımlayıcı birtakım özelliklere dayalı olarak tanımlamaya başlamaktadırlar. Ancak bu düzeydeki öğrenciler mantıksal açıklamalardan yoksundurlar, bunun yerine ilişkileri kurmak veya görmek için somut bir nesne kullanarak ölçüm, çizim ve şekiller oluştururlar. Bu amaca ulaşmak için, bulmacadan iki veya daha fazla parçayı birleştirmek veya farklı geometrik şekiller çizmek suretiyle öğrencilerden yöntemlerini farklı bir renkler kullanarak göstermeleri istenmiştir. Bu etkinliğe ek olarak, geometri tahtasını kullanarak bir karo geliştirilmeli ardından bu desenin grid kağıdına geçirilmesi istenmektedir. Cetvel ve iletki kullanılarak desenlerde tanımlanan şekillerin özellikleri belirlenmiştir.

**Şekil 155**

*E53 Kodlu Çalışmada Yer Alan Etkinlik Görseli*

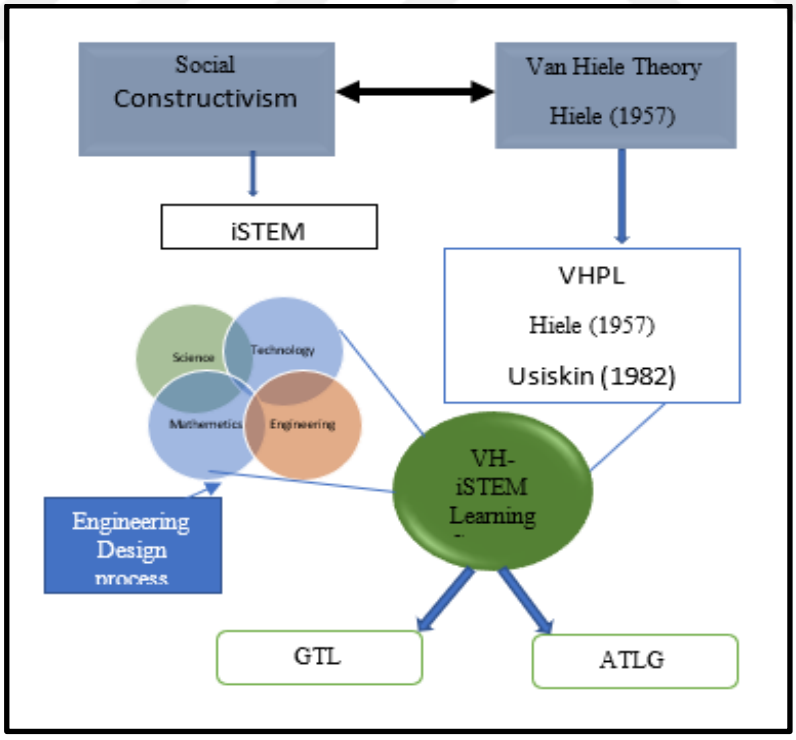


*(Kaynak: Nasiru, Abdullah ve Norulhuda, 2019, s:727)*

*B. Teorik Çerçeve:* Bu çalışmanın teorik çerçevesi aşağıda ayrıntılı olarak açıklanmıştır. VH-iSTEM geliştirme çerçevesi temel olarak sosyal yapılandırmacılık ve van Hiele öğrenme geometrisi teorisini içeren iki teoriden alınmıştır.

**Şekil 156**

*E53 Kodlu Çalışmanın Teorik Çerçevesi*




*(Kaynak: Nasiru, Abdullah ve Norulhuda, 2019, s:727)*

Sosyal yapılandırmacılık, öğretim sürecinde van Hiele Teorisi ile bazı ortak unsurları paylaşmıştır. Örneğin, öğretmenin öğretim sürecindeki rolü, öğrenmeyi sadece öğrenenler ile

tartışma yoluyla keşfetmek için öğrenmeyi koordine edebilen bir kolaylaştırıcı olarak kabul edilmektedir. Öğrenme yaklaşımı öğrenci merkezlidir. Hem van Hiele Teorisi hem de sosyal yapılandırmacılık, öğrenenlere öğrendiklerine anlam vermek, yeni bilgiler üretmek ve kendi etkinliklerini yaratmak için önceki deneyimlerini kullanma fırsatlarının verildiği öğrenci merkezli etkinliğe vurgu yapmaktadır. Van Hiele (1999) bunu teorinin son aşaması olan entegrasyon aşamasına dikkat çekmektedir. Sosyal yapılandırmacılık ve teori arasındaki bir diğer önemli bağlantı ise dildir. Van Hiele, dil yapısının, öğrencilerin açıklandığı gibi geometrik düşünme düzeyleri boyunca hareket etmelerinde ihtiyaç duyulan ana faktörlerden biri olduğuna inanmaktadır. Dahası, her düzeyin kendi dilsel simgeleri ve bu simgeleri birbirine bağlayan kendi ilişkiler sistemi olduğunu savunmaktadır. Aynı şekilde, sosyal yapılandırmacılık da dili aracı olarak görür. Dil, öğrencilerin ilk dili veya öğrencilerin aşina oldukları ve anladıkları, örneklendirme, anlam oluşturmalarına ve yeni bilgiler geliştirmelerine yardımcı olmak için kullanabilecek bir dil olabilir.

iSTEM ise yaklaşımı (mühendislik tasarım aşaması) aynı süreci paylaşır ve sosyal yapılandırmacılık teorisine dayalı olarak geliştirilmiştir. Aynı zamanda fen ve matematikte (özellikle geometride) problem çözme ve kavramların geliştirilmesinde kullanılan pedagojik bir strateji olarak da kabul edilmektedir. Bu yaratıcı düşünme becerilerini geliştirecek model temsilleri, resimler gibi birçok yolla yapılabilmektedir. Van Hiele düzeyleri ise yukarıda bahsedilen süreci destekleyen van Hiele Teorisi'nin oluşturulmasına dayanmaktadır.

Bu çalışmada iki öğrenme stratejisinin bağlantıları üzerinde durulmuştur. Yani mühendislik tasarım aşamasını (sor, hayal et, planla, yarat ve iyileştir) içeren iSTEM yaklaşımı ile van Hiele aşaması (bilgi, yönlendirilmiş oryantasyon, açıklama, serbest oryantasyon, entegrasyon) arasındaki bağlantı vurgulanmıştır. Böylece birincisi, öğrencilere deneylere veya etkinliklere dayalı olarak kendi bilgilerini geliştirme ve kendi sonuçlarına ulaşma fırsatı vermiştir.

VH-İstem öğrenme stratejisi kullanılarak yapılan (E53) öğretim uygulamasında etkinliklerinin geliştirilmesi sonucu öğrencilerin VHGDD'nde daha düşük bir düzeyden daha karmaşık bir düzeye doğru bir artış olduğunu görülmektedir. Ayrıca, VH-iSTEM öğrenme stratejisinin öğrencilerin VHGDD'ni geliştirmede pedagojik olarak işlevsel ve etkili bulunmuştur.

- *Multimedya Eğitim Yazılımı:*

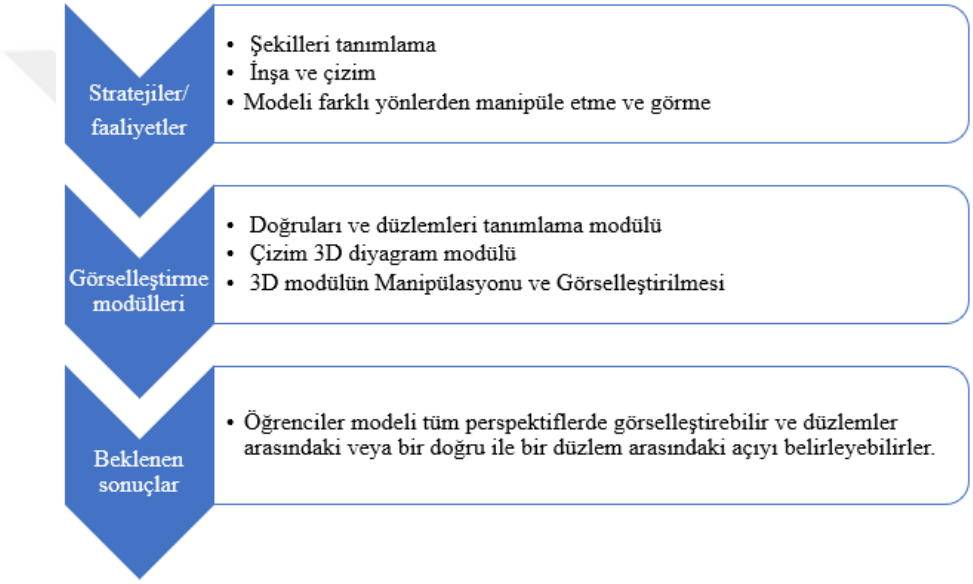
Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 1 çalışmada (E56) VHGDD'ni artırmak için multimedya eğitim yazılımına dayalı olarak öğretim yapılmıştır. Aşağıda bu çalışma tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

E56 kodlu çalışma doğrular ve düzlemler konusunu van Hiele Teorisi'ni kullanarak 3B modelli bir multimedya eğitim yazılımı geliştirmeyi amaçlamıştır. Bu çalışmada kullanılan yöntem, van Hiele Teorisi'ne dayalı bir kavramsal çerçevenin geliştirilmesiyle başlar, ardından çerçevenin geliştirilmesi ve en sonunda eğitim yazılımı geliştirilmesiyle sona ermektedir.

*Çalışmanın Van Hiele Teorisi'ne Dayalı Kavramsal Çerçevesi:* Eğitim yazılımının kavramsal çerçevesi stratejiler, görselleştirme modülleri ve beklenen sonuçlardan oluşur. Bu, Şekil 157'de gösterilmektedir.

**Şekil 157**

*E56 Kodlu Çalışmada Yer Alan Eğitim Yazılımının Kavramsal Çerçevesi*




*(Kaynak: Noordin ve Ahmad, 2011, s:3)*

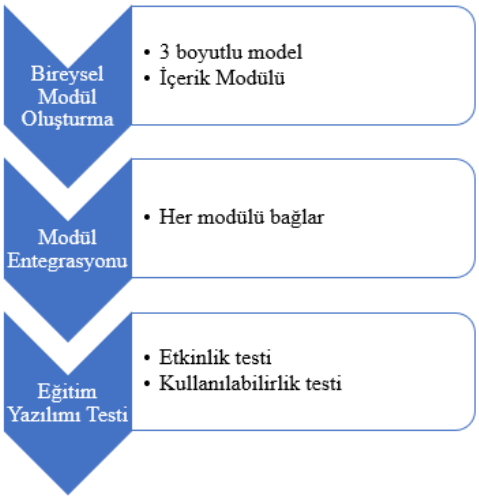
*Çalışmada Kullanılacak Eğitim Yazılımı Modüllerinin Geliştirilmesi:* ADDIE modeli, eğitim yazılımının tüm gelişimi için akış süreci olarak benimsenmiştir. Lines and Planes in 3 Dimension multimedya eğitim yazılımı için modül oluşturma işlemi geliştirme aşamasında yapılmıştır. 3D modelin oluşturulması için 3D modelleme aracı olarak Autodesk 3DS Max 7 kullanılmıştır. 3D model oluşturma süreci, oluşturulacak şeklin tanımlanmasıyla başlar. Tüm şekiller veya 3D modeller, dört matematik müfredatına ve diğer referanslara dayanmaktadır. Şekil veya nesne tanımlandıktan sonra şekil, 3DS Max 7'de "Object Type" seçeneği altında sunulan kutu, düzlem ve piramit gibi araçlar kullanılarak çizilmiştir. Oluşturulan birkaç öğe veya nesne, istenen 3B şekli oluşturmak için birleştirilir veya gruplandırılır. Ardından, ana nesne için şeffaf bir malzeme oluşturmak için 'Materyal Editörü' kullanılır. 3B model oluşturmanın son aşaması, nesneyi ".w3d" olan Macromedia Director MX uyumlu bir formata "dışa aktarmaktır". Hazır ".w3d" dosyası Macromedia Director MX'den içe aktarılabilir. 3D

modeller daha sonra düzenlenir ve kullanıcının fareyi tıklayıp sürüklemesine yanıt olarak döndürmeyi etkinleştirmek için programlanır. Bu bağlamda kullanılan 3D kitaplığı "Döndürmek için Modeli Sürükle"dir. Döndürmeyi kullanmanın nedeni, öğrencilerin şekli tanımasına yardımcı olmak ve ayrıca gerekli diğer bilgileri, özellikle bir çizgi ile bir düzlem arasındaki veya iki düzlem arasındaki açıyı tanımlamasına yardımcı olmak için 3D modeli tüm açılardan görünür kılmaktır.

3D modelleme dışındaki diğer geliştirme süreçleri bu projede multimedya yazarlık uygulaması olarak Macromedia Director MX'de yapılmaktadır. Tüm metinler Director içinde oluşturulur, ancak görüntüler, videolar, sesler ve 3 boyutlu modeller gibi diğer bazı ortamlar dışarıdan içe aktarılır. Tüm medya öğeleri, 3 boyutta çizgiler ve düzlemler için bu eğitim yazılımı için etkileşimli modüller oluşturmak üzere birleştirilir. 3 boyutlu çizgiler ve düzlemler için multimedya eğitim yazılımının tamamlanmasındaki son aşama, eğitim yazılımındaki içerik ve sahneleri yönlendirecek, yönlendirecek ve açıklayacak sesli talimatın eklenmesidir. Şekil 158, eğitim yazılımının geliştirme sürecini göstermektedir.

**Şekil 158**

*E56 Kodlu Çalışmada Yer Alan Yazılımının Geliştirilme Süreci*

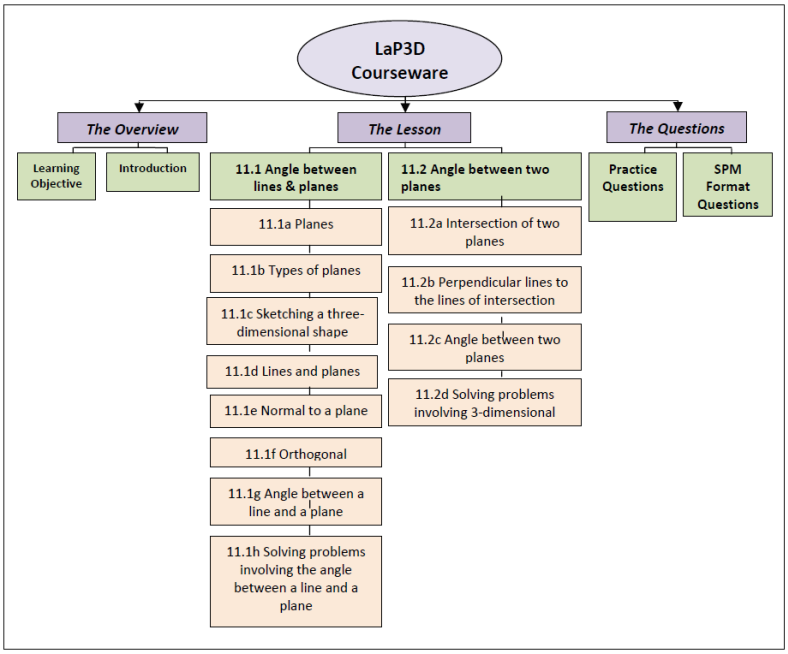



*(Kaynak: Noordin ve Ahmad, 2011, s:4)*

*3 Boyutlu Doğrular ve Düzlemler için Multimedya Eğitim Yazılımı:* Lines and Planes in 3 Dimension (LaP3D) eğitim yazılımında "Genel Bakış", "Ders" ve "Sorular" olmak üzere 3 modül bulunmaktadır. "Genel Bakış", öğrenme hedefleri ve girişten oluşur. "Ders Modülü" nde, kullanıcılara Çizgiler ve Düzlemlerin tüm içeriği 3 boyutlu olarak tanıtılacaktır. Bu arada, "Sorular" modülünde, öğrencilerin konuyu anlayıp anlamadıklarını test etmek için ilgili uygulama alıştırmaları ve SPM sınav formatına göre sorular sunulmaktadır. Modüller Şekil 159'da gösterilmektedir.

**Şekil 159**

*E56 Kodlu Çalışmada Yer Alan Modüller*




*(Kaynak: Noordin ve Ahmad, 2011, s:5)*

*LaP3D Arayüzleri:* Eğitim yazılımı, kullanıcılar veya öğrenciler derse başlamadan önce ilk ekran olarak Ana sayfa ile başlar. Ana ekran üç ana bölüme ayrılmıştır: "Genel Bakış", "Ders" ve "Soru". İlk bölüm olan "Genel Bakış", 3 boyutta doğruları ve düzlemleri öğrenmenin amacını ve ayrıca derse genel bir giriş sunar. 3 boyutta doğrular ve düzlemler konusunun ana içeriği "Ders" bölümünde sunulmaktadır. "Ders" bölümünde öğrenciler, öğrencilere bu konuda anlayış kazandırmak ve görselleştirme yeteneklerini geliştirmelerine yardımcı olmak için oluşturulan çeşitli etkileşimli modüllerden geçecekler. Üçüncü bölüm, "Sorular", öğrencilerin konuyu anlamalarını değerlendirmek için geliştirilmiştir ve aynı zamanda önceki bölümde sunulan içeriği destekleyen bir zenginleştirme modülü görevi görür. "Düzlem Tanımlama" modülü, öğrencilere görselleştirmeye yönelik birinci stratejiye dolaylı olarak uyan uçak türleri hakkında bilgi vermek için oluşturulmuştur. Düzlemi tanıma yeteneği, öğrencilerin van Hiele Teorisi'nin birinci düzeyini aşması için gerekli olan gereksinimlerden biridir. "Şekil Çizimi" modülü, öğrencilere 3 boyutlu bir nesne çizme konusunda rehberlik edecektir. Bu modül, kurs yazılımında canlandırılan bir şekli çizme adımlarını gözlemleyerek öğrencilerin şekillerin geometrik yönüne ilişkin anlayışını artırabilir. Öğrencilerin 3 boyutlu şekillerin akıl yürütme kavramlarını uygulamak zorunda kalacakları bu modülde van Hiele Teorisi'nin tanımlayıcı ve analitik düzeyleri uygulanmıştır.

**Şekil 160**

*E56 Kodlu Çalışmada Yer Alan LAP3D Arayüz Ana Ekranı*

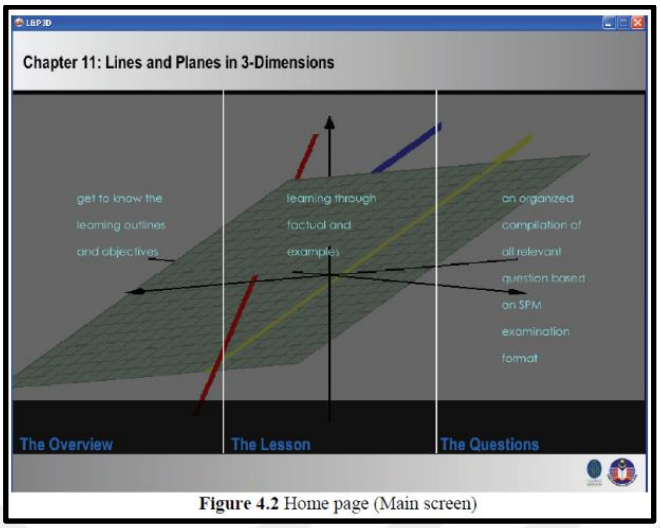



**Figure 4.2** Home page (Main screen)

*(Kaynak: Noordin ve Ahmad, 2011, s:6)*

**Şekil 161**

*E56 Kodlu Çalışmada Yer Alan 3-B Model*

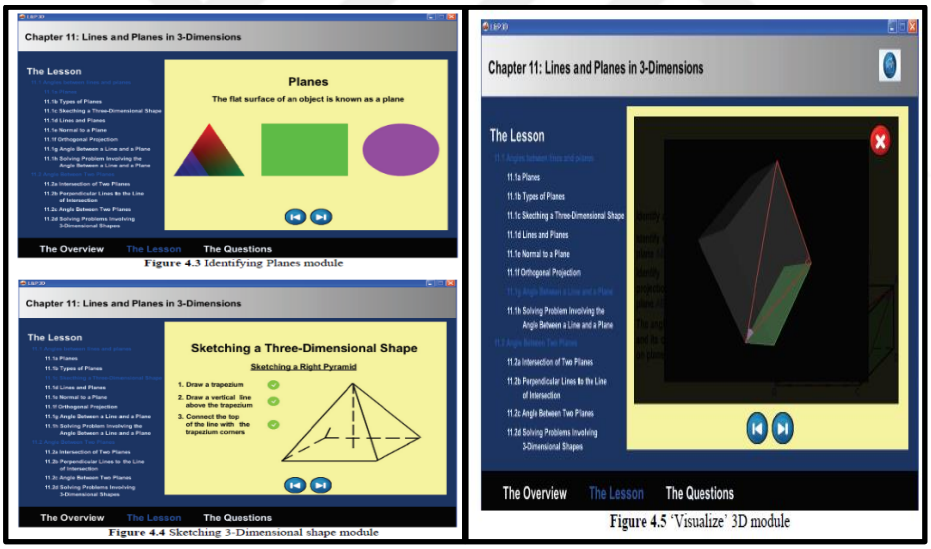



**Figure 4.3** Identifying Planes module

**Figure 4.4** Sketching 3-Dimensional shape module

**Figure 4.5** 'Visualize' 3D module

*(Kaynak: Noordin ve Ahmad, 2011, s:7-8)*

Şekil 161'de, manipüle etme ve nesneyi farklı yönelimden görme olan görselleştirmeye yönelik üçüncü stratejiye uyan modül olan 3 boyutlu modeli göstermektedir. Kullanıcı sağ tuşa tıkladığında 3 boyutlu model döndürülebilir. Şekil 161'de gösterilen modüller, daha önce geliştirilen kavramsal çerçeveye göre geliştirilmiştir.

Multimedya eğitim yazılımı kullanılarak yapılan (E56) çalışma sonucunda öğrencilerin VHGDD'nde birinci düzeyde yer alan görselleştirme ile ilgili olan şekil sorularında başarılı oldukları görülmüştür. Ayrıca doğrular ve düzlemler konusundaki şekilleri LaP3D eğitim yazılımının 3 boyutta görselleştirmelerine yardımcı olmak için bir araç

olarak kullanılabileceğini gösteren multimedya eğitim yazılımını kullandıktan sonra öğrencilerin performansında önemli bir gelişme olduğunu göstermektedir.

- *Moore Öğretim Yöntemini:*

Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 1 çalışmada (E62) VHGDD'ni artırmak için Moore öğretim yöntemiyle uygulamalar yapılmıştır. Aşağıda bu çalışma tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

E62 kodlu çalışmada, matematik öğretmen adaylarının van Hiele düzeyini 4. düzeye yükseltmek için geliştirilmiş grup Moore öğretim yöntemini kullanmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının ispat oluşturma performanslarını ve ispata yönelik inançlarını artırarak matematiksel ve geometrik muhakeme beceri düzeylerini de aynı şekilde gelişeceğini göstermeyi amaçlamıştır.

*Çalışmada kullanılan Moore Yöntemi nedir?*

Matematik öğretiminin Moore yöntemi (Texas yöntemi), Dr. Robert Lee Moore (1882-1974) tarafından yayılan bir öğretme/öğrenme stilidir. Bu yöntemde, esas olan öğrencilerin mümkün olduğunca homojen bir şekilde dağılımlarıdır (O'Connor ve Robinson, 1992). Öğrencilere dersin ilk gününde bir dizi not verilir ve bazı teoremlerin kanıtlarını sunmak için ertesi gün geri gelmeleri söylenir. Arada, bir dakikalık düşünme süresi boyunca, kanıtları sınıfta tartışacaklar ve hatalarını düzeltmeleri için ders zamanı verilmeyecektir.Bir dakika içinde soruyu cevaplayamazlarsa, başka bir teoremi denemeleri veya daha sonra oturup aynı teoremi denemeleri istenir. Diğer öğrencilerin sunum yapan kişiye yardımcı önerilerde bulunmalarına ve kitapların sunucuya yardımcı olmasına izin verilmez (Taylor, 2004). Ancak hırs, rekabetçi ruh ve bireycilik geliştirme eğiliminde olan bu yöntem (Dancis ve Davidson, 1970), yalnızca lisansüstü matematik derslerinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Şimdilerde popüler olarak değiştirilmiş Moore yöntemi değiştirilmiş, böylece lisans matematik derslerinde kullanılabilir hale gelmiştir (Taylor, 2004). Ek olarak, Davidson (1973)'te değiştirilmiş "Moore yöntemini" "Küçük grup keşif" yöntemi olarak bilinen yöntemle değiştirerek, lisans derslerinde çok daha fazla sayıda öğrenci için uygulanabilir kılmak için sosyal çevreyi değiştirmiştir.

Bu çalışma, Davidson'un küçük grup keşif yöntemini, araştırmacının yaratıcı gruplandırma yöntemini kullanan varyantlarla uyarlamıştır. Yani, ilk aşama bireysel yarışmadır, burada başarılı olanlar daha sonra kanıtlama etkinliğinin her aşamasında bir sınıf arkadaşı seçerek grup üç üyeden oluşana kadar bir grup oluşturmalarına izin verilmektedir. Bireysel yarışma bir turdan sonra tekrar başlamaktadır. Bu gruplama şekli araştırmacı tarafından dönem boyunca kullanılmıştır. Ayrıca, rekabet ortamını geliştirmek için,

teorem(ler)i başarıyla kanıtlayan ve savunan öğrencilere/gruplara teşvik olarak ek beş puan verilmiştir. En yüksek ek puanları alan ilk üç öğrenci final sınavından muaf tutulmuştur. Bu yöntem araştırmacı tarafından Geliştirilmiş Grup Moore Yöntemi olarak adlandırılmıştır.

*Çalışmada neler yapıldı? Ne kadarlık süreçte uygulandı?*

Matematik anadalı bölümünün Math 233'e (düzlem ve katı geometri) resmi olarak kayıtlı 20 öğrencisi çalışmaya dahil edilmiştir. Öğrenciler, önkoşulları olan derslerdeki (temel matematik ve kolej cebiri) derece ortalamalarına göre iki gruba (kontrol ve deney grubu) dönüşümlü olarak dağıtılmıştır. Ayrıca araştırma, üniversitede sırasıyla okul içi derslere ve ara sınavlara ayrılan Ağustos ayının ikinci ve dördüncü haftaları dışında, 31 Temmuz 2006 - 4 Ekim 2006 tarihleri arasında gerçekleştirilmiştir.

Kontrol grubunda (Geleneksel Yöntem) öğrenciler ispatlanmış teoremleri bireysel olarak yapmışlardır. Öğretmen, teoremi nasıl kanıtlayacağına dair ipuçları ve önerilerde bulunmak/yardımcı olmak için etrafta dolaşmıştır. Doğru ispatı öğretmene sunan ilk öğrenci sınıfta ispatını savunmuştur. İspat başarıyla savunulduysa, öğrenci ek beş puan kazanmıştır. Deney grubunda (Gelişmiş Grup Moore yöntemi), ilk aşama kontrol grubundakiyle aynı, ancak sonraki aşamalarda farklılaşmaktadır. Yani, öğrenci ispatını sınıfta başarılı bir şekilde savunup ilave beş puan kazanır kazanmaz, bir grup üyesi seçmesine ve bir sonraki teorem/alıştırmaya geçmesine izin verilmiştir. Grup (iki üyeli) kanıtlarını sınıfta başarıyla savunduğunda, her grup üyesi ek beş puan kazanmıştır. Daha sonra üçüncü bir grup üyesini seçmelerine ve bir sonraki teorem/alıştırmaya geçmelerine izin verilmiştir. Yine, grup (üç üyeli) kanıtlarını başarılı bir şekilde savunduysa, her grup üyesi ek beş puan kazanmış ve ardından 1. aşamaya geri dönülmüştür. Bu döngü dönem sonuna kadar devam etmiştir. Ancak sonraki turlarda grup üyeliği hiçbir zaman aynı olmamıştır. Tüm öğrencilerin en sonunda iki veya üç kişilik bir gruba ait olduğu durumlarda, teoremi tekrar tekrar bireysel olarak kanıtlamaya başlamışlardır.

Moore öğretim yöntemine dayalı olarak gerçekleştirilen (E62) çalışma sonucunda, matematik öğretmen adaylarının VHGDD yükselmiştir. Gelişmiş grup Moore yönteminde yer alan öğretmen adayları, van Hiele hiyerarşisinde iki adımlık bir artış sağlamıştır. Aynı zamanda, öğretmen adaylarının ispat oluşturma performansları ile van Hiele düzeyleri arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu tespit edilmiştir.

- *Tangram Ekinliklerine Dayalı:*

Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 1 çalışmada (E65) VHGDD'ni artırmak için Tangram etkinliklerine dayalı uygulamalar yapılmıştır. Aşağıda bu çalışma tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

E65 kodlu çalışmada, van Hiele'nin 5 öğrenme aşamasına dayalı tangram etkinliklerinin ilkokul üçüncü sınıf öğrencilerinin yaratıcılıklarını geliştirmeye yardımcı olup olmayacağını belirlemek amaçlanmıştır.

*Tangram etkinliklerinde kullanılan van Hiele'nin beş öğrenme aşaması:* Van Hiele'nin (1986) geometri öğretiminde kullanılan beş öğrenme aşaması, tangramlar kullanılarak yapılan uygulamada öğrencilerin üçüncü yıl geometri derslerinde kullanılmıştır.

*Öğretim öncesi:* Öğrencilerden çizgili ve mavi renkli küçük bir tangram kareyi (3 cm x 4 cm) 5 üçgen, 1 kare ve 1 eşkenar dörtgen olmak üzere 7 parçaya ayırmaları her öğrenciden bireysel olarak istenmiştir. Daha sonra onlara tangram parçalarını keşfetme ve tanıma şansı verilmiştir. Isınma etkinliğinin ardından öğrencilerden parçaları manipüle etmeleri ve sevdikleri hayvan veya nesneleri şekillendirmeleri ve kendi yaratıcılıklarını kullanarak beyaz renkli bir A4 kağıda yapıştırmaları istenmiştir. Öğrencilerden ayrıca inşa ettikleri şekiller için bir tema oluşturmaları istenmiştir. Öğretmenler daha sonra tüm öğrencilerin bireysel çalışmalarını toplamıştır.

*Öğretim sırasında:* Öğretmen öğrencilerden üçer veya dörder kişilik gruplar oluşturmalarını istemiştir. Sonrasında ise öğrencilerden büyük çizgili bir tangram kareyi (6 cm x 8 cm) 7 parçaya ayırmaları istenmiştir. Van Hiele'nin öğrenme aşamasına göre süreç devam etmiştir:

*Bilgi Aşaması:* Bilgi aşamasında öğrenciler, bütünsel örneklerin ve örnek olmayanların belirli yapılarını keşfetmek için işbirliği içinde çalışmışlardır. Bu süreçte 7 tangram kombinasyonunu kullanarak geometrik şekilleri oluşturmuşlardır. Ayrıca çevrelerindeki cetvel, silgi, kalem, şişe, yemek kabı kapağı ve ataş gibi çokgenlerin ve çokgen olmayanların özelliklerini anlatan 2 boyutlu önden görünüm gibi bazı somut nesneleri gözlemlemeleri istenmiştir. Süreç boyunca öğrenciler çeşitli geometrik şekillerle tanışmışlardır. Bu etkinlik, öğrencilerin farklı tangram parçalarını birleştirerek yeni bir şekil oluşturmak için yaratıcı düşünmelerini sağlamaktadır. Örneğin, iki küçük dik açılı üçgen; bir kare, bir dikdörtgen, bir daha büyük üçgen, bir eşkenar dörtgen, bir paralelkenar, bir kelebek vb. haline gelecektir. Öğrenciler, tangram bulmacalarıyla oynayarak bulmacaları eşleştirmek için görsel duyularını kullanmakta ve bu da onların yaratıcılığını teşvik etmektedir.

*Yönlendirilmiş Oryantasyon Aşaması*: Bu aşamada öğrencilerden geometrik şekillerin özelliklerini incelemeleri istenmiştir. Öğretmen rehberliğinde verilen 2 boyutlu geometrik şekilleri keşfetmişlerdir. Bu süreç dikkatli bir şekilde yönlendirilmiş ve daha sonra şeklin özelliklerini kaydetmişlerdir. Bunun dışında, öğrencilerin düzensiz şekiller için simetri doğrusunu öğrenmeleri için bu aşamada yaprak ve çiçek gibi doğal nesneler de kullanılmıştır.

Bu doğal nesneler daha sonra simetri çizgilerini göstermek için ikiye katlanmıştır. Bu etkinlik, öğrencilerin başka örnekler ve simetri çizgileri vermelerini isteyerek hayal güçlerini ve dolayısıyla yaratıcılıklarını geliştirmelerini sağlamaktadır.

*Açıklama Aşaması*: Açıklama aşaması, çokgenlerin yeni terminolojisini ve özelliklerini tanıtmaktadır. Öğrencilere eş, köşeler, düz kenarlar, dik açılar, eşkenar üçgen, kare, dörtgen, düzgün ve düzensiz çokgenler, beşgen, altıgen, yedigen ve sekizgen gibi uygun matematik dilini kullanarak çokgeni tanımlamaları öğretilmiştir.

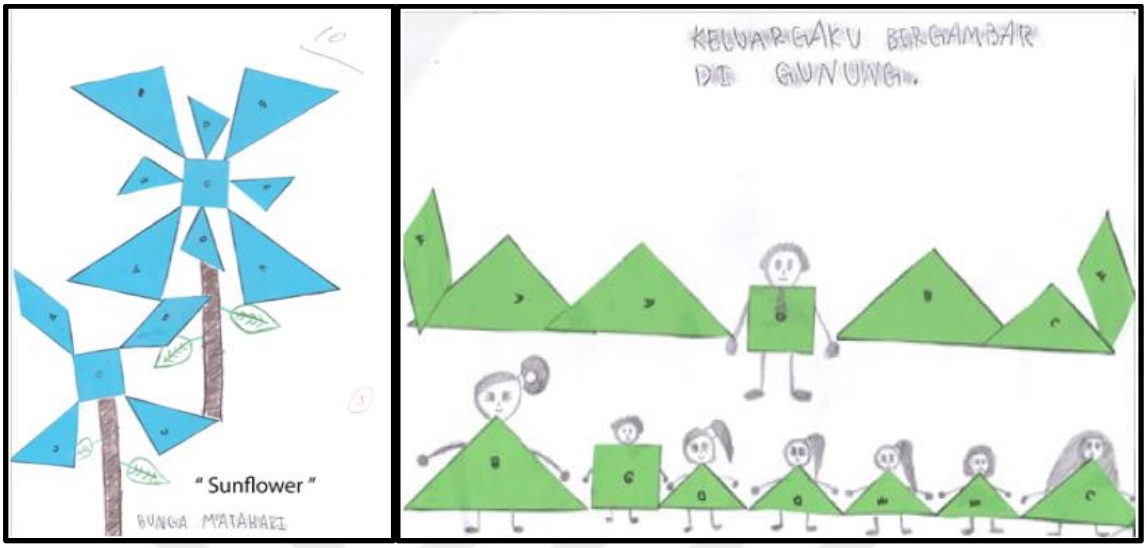
*Serbest Oryantasyon Aşaması*: Öğrenciler çokgenleri tanımlamak için kullanılan özel terminolojilerle tanıştıktan sonra yeni geometrik şekiller keşfetmişlerdir. Bu, öğrencilerin ilişkiler ağında kendi yollarını bulmalarına yardımcı olmaktadır. Tangram parçalarını birleştirerek çevrelerinde bulunabilecek başka şekil ve şekiller oluşturmak için çeşitli denemeler yapmaktadırlar. Örneğin, öğrenciler bir beşgenin özelliklerini bilerek altıgen, yedigen ve sekizgen gibi yeni bir şekil için belirli özellikleri araştırmaya ve bulmaya çalışmışlardır. Öğrenciler ayrıca 7 parça kullanarak hayvan ya da başka nesne figürleri oluşturmak için işbirliği içinde çalışmışlardır.

*Entegrasyon Aşaması*: Bu aşamada öğrencilerden geometrik bir şeklin özelliklerini özetlemeleri istenmiştir. Genelleme yapma çabaları, kendileri için kendi sonuçlarını formüle ettikleri için yaratıcı olarak kabul edilmiştir. Örneğin, öğrenciler bir sekizgenin sekiz eşit kenarı olduğuna dair bir kural oluşturmuş; köşeleri aynıdır, hepsi eşit açılardır ve 8 çizgi simetri sergilemek için katlanabilmektedir. Öğrenciler, yedigen gibi diğer çokgenleri de benzer şekilde öğrenmişlerdir.

*Öğretim Sonrasında:* Daha sonra öğrencilerden bireysel olarak çizgili ve yeşil renkli küçük bir tangram kareyi (3 cm x 4 cm) 7 parçaya ayırmaları ve beğendikleri şekilleri oluşturmaları istenmiştir. Bir araya getirilen figürler daha sonra beyaz renkli boş bir A4 kağıda yapıştırılmış ve uygun bir tema verilmiştir. Dersin sonunda öğrencilerden deneyimledikleri tangram etkinliklerinin kullanımına ilişkin görüşlerini yazılı olarak belirtmeleri istenmiştir.

**Şekil 162**

*E65 Kodlu Çalışmada Tangram Kullanarak Öğrencilerin Oluşturduğu Görsellere Ait Bir Örnek*




Öğretim Öncesi Öğretim Sonrası

*(Kaynak: Siew ve Chong, 2014, s:74)*

Tangram ekinliklerine dayalı olarak yapılan (E65) öğretim uygulamasında sonuçlarına bağlı olarak, tangramın geometri öğrenmede önemli bir somut manipülatif araç olduğu ve van Hiele'nin beş öğrenme aşamasına entegre edildiğinde yaratıcılığın geliştirilmesine yardımcı olduğu görülmüştür.

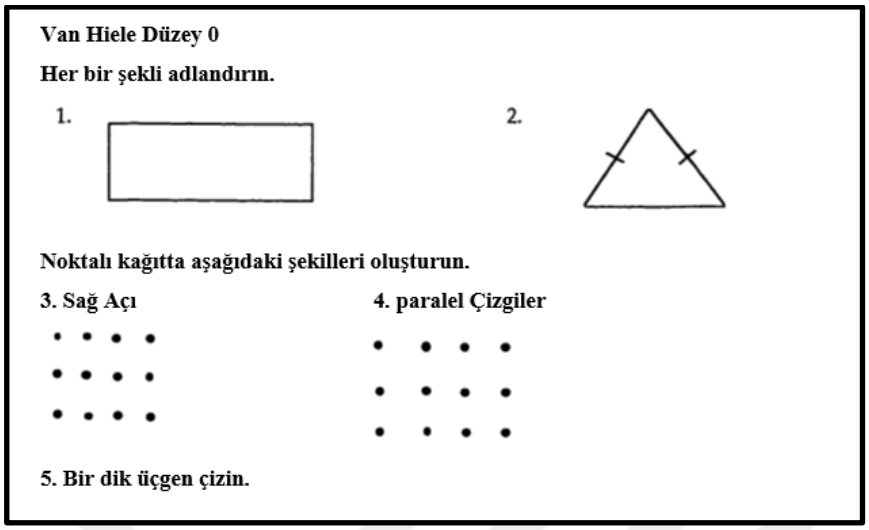
- *Günlük Yazma:*

Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 1 çalışmada (E69) VHGDD'ni artırmak için günlük yazma etkinliklerine dayalı uygulamalar yapılmıştır. Aşağıda bu çalışma tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

E69 kodlu çalışma, günlük yazmanın sınıf ortamında öğretmen adaylarının geometrik anlayışı üzerindeki etkisini araştırmaktadır. Bu çalışma aynı zamanda günlük yazmanın sınıf öğretmeni adaylarının ispat yazma becerileri üzerindeki etkisini de incelemiştir. Deneysel çalışmanın yürütüldüğü bu araştırmada hem deney grubu hem de kontrol grubu, van Hiele geometrik düşünme düzeyleri hakkında eğitim almıştır. Hem deney grubuna hem de kontrol grubuna belirli van Hiele Düzeyiyle ilgili problem setleri verilmiştir. Deney grubundan, yazılı sorulara yanıt veren günlükler yazması istenmiştir. Gruplar, üç haftalık bir süre içinde her dönem birer saat olmak üzere on kez toplanmıştır. Toplamda 8 problem seti ve buna eş değer hazırlanan günlükler mevcuttur.

**Şekil 163**

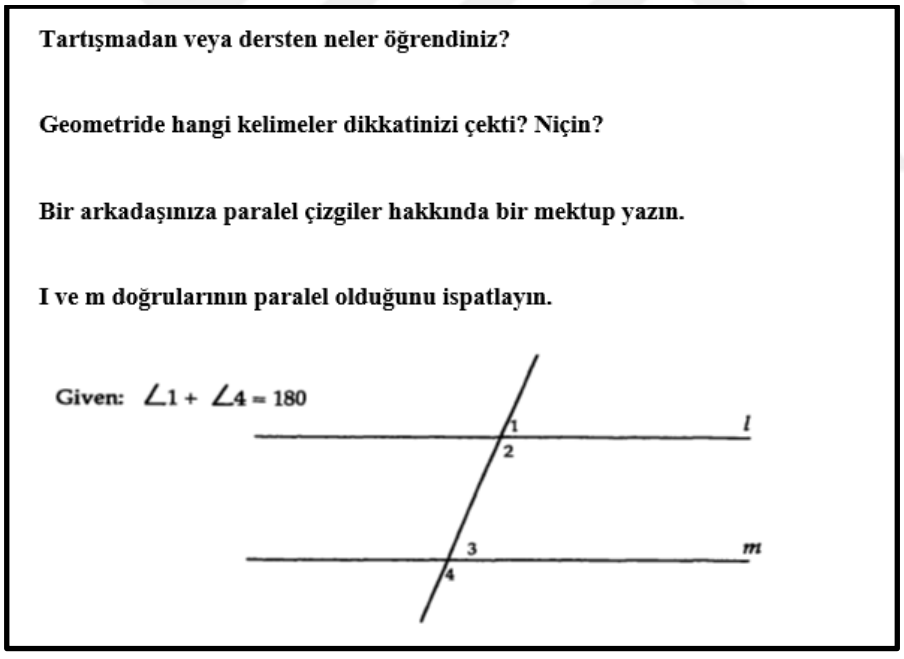
*E69 Kodlu Çalışmada Kullanılan Van Hiele Düzey 0 İçin Problem Setleri*




*(Kaynak: Stack, 1998, s:98)*

**Şekil 164**

*E69 Kodlu Çalışmada Kullanılan Van Hiele Düzey 0 İçin Günlük Yazım Örneği*




*(Kaynak: Stack, 1998, s:107-108)*

Her iki gruptaki öğrencilerin van Hiele düzeyinde geometrik anlama ve ispat yazma becerisine ilişkin öğretim sonrası durumlarını belirlemek için bir son test yapılmaktadır. Ayrıca araştırmaya katılan her iki grupla görüşmeler yapılmıştır.

Yapılan bu öğretim uygulamasının sonuçları; araştırmaya katılan gruptakilerin VHGDD'ni geliştirdiğini göstermektedir. Ayrıca yapılan görüşmelerden elde edilen veriler,

günlük yazmanın deney grubu ilköğretim öğretmen adaylarının geometrik anlayışlarını sözlü olarak ifade etme becerilerini etkilemediğini göstermektedir.

- *4D Geliştirme Araştırma Modeli:*

Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 1 çalışmada (E71) VHGDD'ni artırmak için 4D geliştirme araştırma dayalı uygulamalar yapılmıştır. Aşağıda bu çalışma tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

E71 kodlu çalışmada GeoGebra destekli dönüşüm geometrisi çalışma sayfalarının geliştirilmesi, 4D geliştirme araştırma modeli kullanılarak yapılması amaçlanmıştır. Çalışmada kullanılacak olan çalışma sayfasının geliştirilmesinde 4D araştırma modeli kullanılmıştır. Tanımla, Tasarla, Geliştir ve Yay olmak üzere 4 aşamadan oluşan bu model, GeoGebra destekli dönüşüm geometrisi çalışma sayfaları şeklinde ürünler üretmeyi amaçladığı için seçilmiştir.

İlk olarak, modelin tanımlama aşaması, öğrenme sürecinde mevcut ihtiyaçların belirlenmesi ve tanımlanmasını aynı zamanda geliştirilecek ürünle ilgili gerekli bilgilerin toplanması için kullanılmaktadır. Bu aşama öğrenci analizi, materyal analizi ve öğrenme ihtiyaçlarının analizi olmak üzere 3 aşamaya ayrılmaktadır. İlki olan öğrenci analizi, akademik bağlamda öğrenci ihtiyaçlarının analizini içermektedir. Materyal analizi ise, öğrenme tasarımına dayalı olarak, araştırmaya uygun olarak hangi materyalin araştırılması gerektiğini, yöntemlerin ve/veya destekleyici ortamların belirlenmesini ve materyallerin derslerde ne zaman çalışıldığını belirlemeyi amaçlamaktadır. Öğrenme hedeflerinin analizi ise, öğrenme başarısının göstergelerini belirlemek için yapılmaktadır. Aşağıda, bir sonraki aşamaya rehberlik edecek çalışma yapraklarının geliştirilmesinde öğrenmeye uygulanacak kavram göstergeleri anlayışı ile van Hiele'nin düşünme düzeylerinin bir ilişki tablosu yer almaktadır.

**Tablo 141**

*E71 Kodlu Çalışmada Yer Alan Van Hiele'nin Düşünme Düzeyleri İle Kavram Anlama Göstergeleri Arasındaki İlişki*

| Düşünme Düzeyi | Kavram Anlama Göstergesi |
|---|---|
| 1. düzey | - |
| 2. düzey | Kavramın yeniden ifade edilmesi<br>Şekilleri istenilen özelliklere göre sınıflandırabilme<br>Kavrama ait örnek ve örnek olmayanları söyleyebilme |
| 3. düzey | Kavramları matematiksel biçimlerde farklı olarak sunabilme |
| 4. düzey | Bir kavramın gerekli ve yeterli koşullarını geliştirebilme |

| | |
|---|---|
| 5. düzey | Belirli prosedürleri veya işlemleri kullanabilme, seçebilme<br>Problem çözmek için uygun kavram veya algoritma uygulayabilme |

*(Kaynak: Susanti ve Suparman, 2018, s:231)*

İkincisi, tasarım aşaması, dönüşüm geometrisi derslerinde kullanılabilecek çalışma sayfalarını tasarlamayı amaçlamaktadır. Bu tasarım aşaması, ortam seçimi, yöntem seçimi ve ilk tasarımı içerir. Bu çalışmada ortam seçimi, GeoGebra ile entegre edilmiş başlangıç malzemesi ve dönüşüm geometrisi çalışma sayfaları olarak modüller şeklindedir. Modüller aşağıdaki gibidir.

**Şekil 165**

*E71 Kodlu Çalışmada Yer Alan Modül Örneği*

**Translasi**

Sebuah translasi memindahkan setiap titik pada bidang dengan jarak dan arah yang sama. Setiap translasi tergantung pada dua konstanta yaitu $a$ dan $b$. Sehingga kita dapat menotasikannya dengan $t_{a,b}$. Translasi tersebut mengirimkan setiap titik $(x,y)$ ke titik $(x+a, y+b)$, sehingga jelas bahwa translasi mempertahankan jarak antara dua titik, tetapi layak dicek secara formal sehingga mengetahui apa yang harus dalam kasus – kasus yang kurang jelas.

Untuk $P_1 = (x_1, y_1)$ dan $P_2 = (x_2, y_2)$. Jarak kedua titik adalah

$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ .

Untuk $t_{a,b}(P_1) = (x_1 + a, y_1 + b)$, $t_{a,b}(P_2) = (x_2 + a, y_2 + b)$, Jarak kedua titik adalah

$$\begin{aligned} |t_{a,b}(P_1)t_{a,b}(P_2)| &= \sqrt{(x_2 + a - x_1 - a)^2 + (y_2 + b - y_1 - b)^2} \\ &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= |P_1P_2| \text{ , Terbukti jarak ketua titik sama.} \end{aligned}$$

*(Kaynak: Susanti ve Suparman, 2018, s:231)*

Modüller, öğrencilerden önce materyal ve uyarıcı olarak ders kitapları gibi basit bir formatta sunulan çalışma sayfalarını kullanmaktadır. Modül üzerindeki test, öğrencilerin ilk olarak anlaşılması gereken dönüşüm geometrisi kavramlarını içermektedir. Ardından, basit ama yine de çekici bir kapaktan başlayarak çalışma sayfalarının tasarımına devam edilmektedir. Çalışma sayfalarındaki kapak ve içerik, öğrencilerin öğrenmede hafif olma eğiliminde olmaları için kasıtlı olarak tasarlanmıştır.

**Şekil 166**

*E71 Kodlu Çalışmada Kullanılan Modül Kapak Tasarımı*

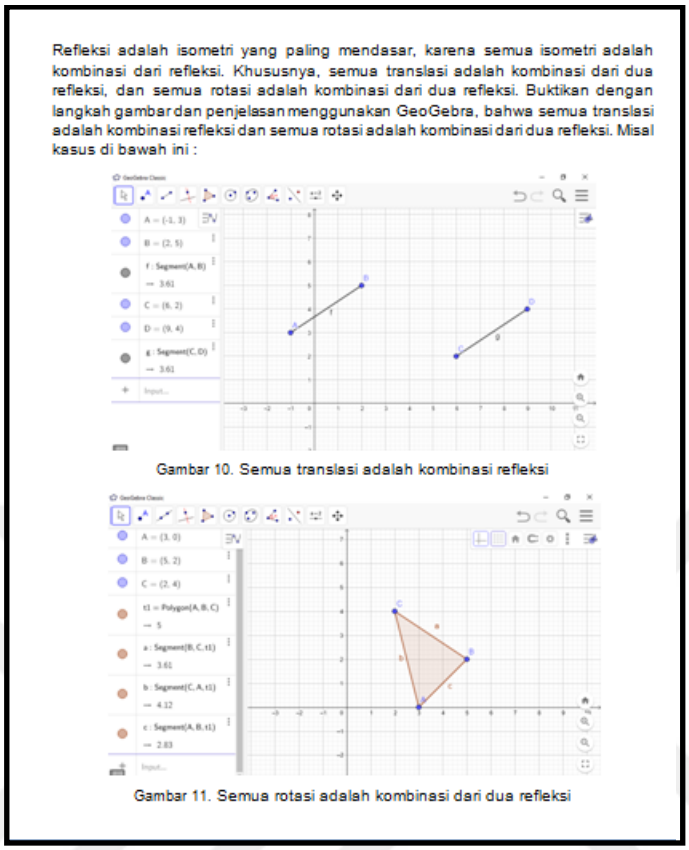



*(Kaynak: Susanti ve Suparman, 2018, s:232)*

Geliştirmede format seçimi, öğrenme içeriği tasarlama, öğrenme yöntemlerini ve öğrenme kaynaklarını seçme, çalışma sayfalarının içeriklerini düzenleme ve tasarlama, çalışma sayfası tasarımları oluşturma anlamına gelmektedir. GeoGebra ile yerleşim, çizim, yazı ve entegrasyon tasarımını içermektedir.

**Şekil 167**

*E71 Kodlu Çalışmada Kullanılan Çalışma Sayfalarındaki İçerik Örneği*




*(Kaynak: Susanti ve Suparman, 2018, s:232)*

İlk tasarım, araştırmacı tarafından yapılmıştır. Sonrasında uzman tarafından verilen ger bildirimlerle üretimden önce çalışma sayfası geliştirilmek için kullanılmıştır. Ardından, malzeme ve medya uzmanları tarafından da onay verilecek hale gelinceye kadar ilgili düzeltmeler yapılmıştır.

4D geliştirme araştırma modeli kullanılarak yapılan (E71) çalışmasının sonucunda van Hiele tabanlı dönüşüm geometrisi çalışma sayfasının GeoGebra tarafından desteklendiğini ve bu durumun da öğrencilerin geometrik kavramları anlamalarını geliştirdiğini göstermektedir.

- *Öğretmen Enstitüsü Oluşturularak Verilen Öğretim:*

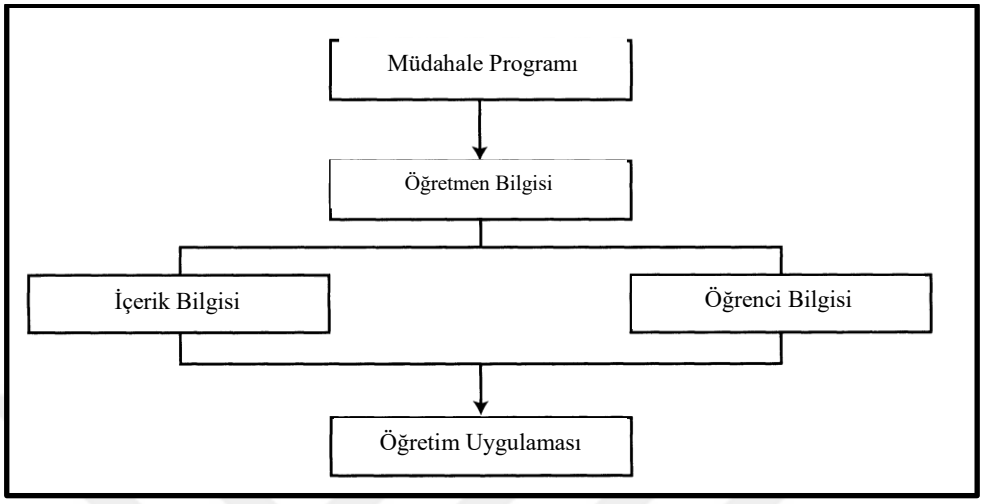
Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 1 çalışmada (E73) öğretmen enstitüsü kurularak buna dayalı olarak uygulamalar gerçekleştirilmiştir. Aşağıda bu çalışma tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

E73 kodlu çalışmada, öğretmenlerin geometri konuları hakkındaki bilgilerini geliştirmek ve öğretmenlerin öğrencilerdeki geometri bilgilerinin farkında olmalarını sağlamak için bir öğretmen enstitüsü oluşturulmuştur. Bu enstitü, 49 öğretmenle beraber çalışmalarını 4 hafta boyunca sürdürmüştür. Araştırmacılar, enstitüyü, sınıf öğretmenlerine

içerik ve teori konusunda yardımcı olmaya yönelik birincil hedeflerinin sonuçta öğrenci eğitimini nasıl etkileyeceğini araştırmak için kullanmak istemişlerdir.

**Şekil 168**

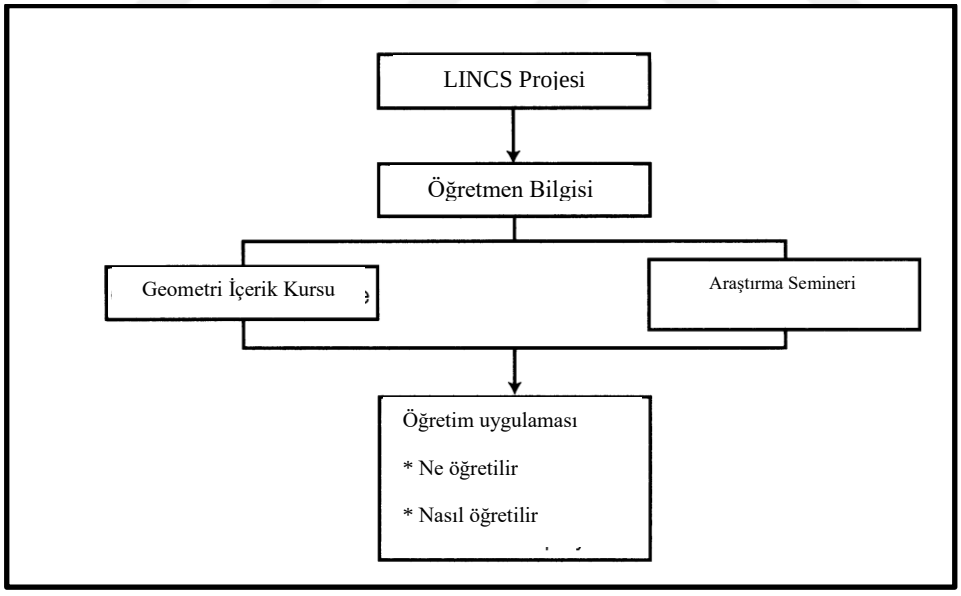
*E73 Kodlu Çalışmada benimsenen Öğretim Uygulamasında Değişiklik İçin Genel Model*




*(Kaynak: Swafford, Jones ve Thornton, 1997, s:468)*

**Şekil 169**

*E73 Kodlu Çalışmada Uygulanan Değişim Modeli*




*(Kaynak: Swafford, Jones ve Thornton, 1997, s:469)*

İlk araştırma seminerinde katılımcılara, yaygın olarak kullanılan bir ders kitabı serisinin öğretmen baskılarından alınan iki sayfalık bir geometri dersi sunulmuştur. Her öğretmen kendi sınıf düzeyinde bir dersle çalışmıştır. Her sınıf düzeyi için üçgenlerle ilgili dersler seçilmiştir. 4. sınıfta açılar ve üçgenlerin sınıflandırılması, 5. sınıfta üçgenlerin sınıflandırılması, 6. ve 8. sınıflarda üçgenler dahil çokgenlerin sınıflandırılması ve 7. sınıfta

açı toplamı ilişkileri üzerine dersler ve ders planı yazmaları için 20 dakika süre verilmiştir. Katılımcılardan dersle ilgili hedeflerini ve öğrencilerinden beklentilerini belirtmeleri istenmiştir. Ayrıca öğretmen baskısında sunulduğu gibi derste ne gibi değişiklikler yapacaklarını da belirtmeleri istenmiştir. 4 haftalık oturumun sonunda ders planı görevi tekrarlanmıştır. 4 haftalık oturumun hem başında hem de sonunda ders aynı olmasına rağmen, bu konuların öğretimi içerik dersinde veya araştırma seminerinde açıkça ele alınmamıştır. Ancak konular içerik kursunda ele alınmıştır.

Her bir ders planı, Miles ve Huberman (1984) tarafından tanımlanan çift kodlama prosedürü kullanılarak iki puanlayıcı tarafından analiz edilmiş ve kodlanmıştır. Belirtilen hedefler, öğrenci beklentileri ve planları temelinde, her bir van Hiele düzeyine verilen vurgu yüzdesi, her ders için puanlayıcılar tarafından belirlenmiştir. Öğretmenler tarafından önerilen düzeltmeler, türe (uygulama, diğer içerik, manipülatifler, teknoloji, ek alıştırmalar, uzatma alıştırmaları, etkinlik ve diğerleri) ve van Hiele düzeyine göre sınıflandırılmıştır. Düzeltmeler, etkinliğin en karakteristik olduğuna bağlı olarak problem çözme, muhakeme iletişimi veya bağlantılar olarak da sınıflandırılmıştır. Son olarak, açık değerlendirme etkinliklerinin örnekleri (dersten önce veya sonra) kaydedilip ve tanımlanmıştır. Aynı zamanda bunlara ek olarak, 1993-1994 öğretim yılında seçilen sekiz öğretmen gözlemlenmiş ve üç/beş geometri dersi öğretimi video kullanılarak kayıt altına alınmıştır. Ayrıca gözlemler tamamlandıktan sonra her öğretmenle görüşmeler yapılmıştır.

Bu çalışmada araştırmacı gözlemleri ve öğretmenlerin algıları kullanılarak geometrinin öğretilme şekillerinde yer alan değişiklikler belirlenmiştir. Çalışma öğretmenin sadece öğrencilere cevaplar veren yapısından, öğrencilerin düşünme süreçlerini araştıran ve onları ders bağlamında derin anlamalara yol açan tartışmalara dahil eden sorular üretmeye doğru değiştirmiştir. Öğretmenler sadece öğrencilerin düşünmelerini genişletmekle kalmayıp aynı zamanda kendi anlayışlarını da genişletmişlerdir.

Geometrinin öğretilme biçimindeki değişiklik, öğretmenlerin öğrencilerinin geometride düşünmeleri için sahip oldukları yüksek beklentilere de yansımıştır. Öğretmenler, teoriyle ilgili daha fazla farkındalıklarını yaz programının etkisine bağlamışlardır. Ayrıca öğretmenler ikinci ders planı görevlerinde ve uyarılmış hatırlama oturumları sırasında analiz edilen derslerde daha yüksek van Hiele düzeylerinde daha fazla soru sormuşlardır. Öğretmenler, geometri içerik bilgilerindeki ve kendi van Hiele düzeylerindeki önemli artışlara ek olarak, profesyonel olarak arzu edilen bir dizi başka özellik sergilemişlerdir. Kendilerine daha fazla güvenmiş, risk almaya istekli ve uygulamalı yaklaşımları ve manipülatifleri kullanmaya niyetli görünmüşlerdir. Öğretmenlerin öğrencilerin geometrik düşüncesine

duydukları daha fazla güvene ve daha yüksek beklentilere atıfta bulunulmuştur. Gerçekten de, ders kitabının kontrolünden uzaklaşmak, bu öğretmenler tarafından artan güvenin güçlü bir göstergesi olarak algılanmıştır.

Yaz geometri derslerinde benimsenen problem çözme ve uygulamalı yaklaşımla tutarlı olarak, öğretmenler kendi geometri programlarında manipülatifleri kullanmaya daha fazla istekli olduklarını sergilemişlerdir. Manipülatiflerin kullanımındaki bu artış, öğretmenler tarafından ikinci ders planı görevinde bildirilen manipülatiflerin ve uygulamalı etkinliklerin daha fazla kullanılmasıyla da desteklenmektedir.

Yapılan çalışmanın sonuçlarına bakıldığında ise hazırlanmış bu kursun öğretmenlerin van Hiele düzeylerini ve içerik anlayışını geliştirmede etkili olduğunu ve aynı zamanda öğretmenleri van Hiele Teorisi'ne dayalı olarak öğretimlerini değiştirmeleri için etkilediğini göstermektedir.

- *Proje Tabanlı Öğretim Modeli ve ARCS:*

Uluslararası alanda tez çalışması kapsamında incelenen 1 çalışmada (E77) VHGDD'ni artırmak için hem Proje tabanlı hem de ARCS modeline dayalı uygulamalar yapılmıştır. Aşağıda bu çalışma tanıtılmış ve nasıl öğretim yapıldığı resmedilmiştir.

E77 kodlu çalışma, van Hiele Teorisi'yle proje tabanlı öğretimin öğrenci bilgilerinin kalıcılığını ve ARCS motivasyon tekniğini kullanmanın öğrenci motivasyonunu artırıp artırmadığını ele almaktadır. Bu birleştirilmiş tekniklerin sınıfta etkisi ve öğrencilerin bilgilerinin kalıcılığı ve motivasyonu üzerindeki etkileri üzerine, geometri öğretiminin öğrencileri olumlu yönde etkilemek için nasıl verilmesi gerektiğine dair bilgi sağlamaktadır.

Deneysel çalışmada 10. sınıf öğrencilerinden oluşan her iki gruba da, araştırmacı tarafından hazırlanan ön test olarak ünite sonu testinin bir versiyonu uygulanmıştır. Öğrenciler trigonometri konularıyla 15 gün süren çalışma ünitesini tamamladıktan sonra ünite bitiminde öğrencilere son test aracı olarak ünite sonu testinin farklı bir versiyonu ve ünite ile ilgili öğrenci motivasyonunu ölçmek için test verilmiştir.

**Tablo 142**

*E77 Kodlu Çalışmada Yer Alan Geleneksel Yöntem Ders Planı*

| Geleneksel Yöntem Ders Planı |
|---|
| 0. Gün Ünite sonu testini ön test olarak alın |
| 1. Gün Bölüm 8.1 – Dik Üçgenlerde Benzerlik; Çalışma Sayfası 8.1 |
| 2. Gün Bölüm 8.2 – Trigonometrik Oranlar; Çalışma sayfası 8.2 |
| 3. Gün Bölüm 8.3 – Dik Üçgenler; Çalışma sayfası 8.3 |
| 4. Gün Gözden Geçirme Bölüm 8.1'den 8.3'e |
| 5. Gün Testi Bölüm 8.1 – 8.3 üzerinden |
| 6. Gün 8.1-8.3 bölümleri üzerinden testi gözden geçirin |

7. Gün Bölüm 8.4 – Yükseklik ve Açıları; Çalışma sayfası 8.4
8. Gün Gözden Geçirme Bölüm 8.4 – Çalışma Sayfası 8.4B
9. Gün Bölüm 8.5 – Sinüs ve Kosinüs Teoremleri; Çalışma sayfası 8.5B
10. Gün Testi Bölüm 8.1 ila 8.4 Üzerinden
11. Gün Gözden Geçirme Bölüm 8.5 - Çalışma Sayfası 8.5B
12. Gün Bölüm 8.6 – Vektörler; Çalışma sayfası 8.6
13. Gün Gözden Geçirme Bölüm 8.6; Çalışma Sayfası 8.6B
14. Gün İnceleme Bölümleri 8.1 ila 8.6
15. Gün Ünite sonu testi son test

*(Kaynak: Worry, 2011, s:110)*

Tablo 142'de geleneksel yöntemle ders işleyen grup ders kitabı ile birlikte verilen testleri kullanmıştır. Buna yönelik olarak hazırlanan on beş günlük ders planı ve yapılması planlanan konu ve çalışma sayfaları detaylı bir şekilde verilmiştir.

Deney grubu ise Geometer's Sketchpad bilgisayar yazılımı, etkinlik paketleri ve ders kitapları dahil olmak üzere çeşitli kaynakları kullanmıştır. Öğrenciler projeyi gerektirdiği sürede tamamlayarak tamamladıkları projeyi tüm sınıfa sunmuşlardır. Öğrenciler her gün bir etkinliği tamamlamışlar veya final projesini tamamlamak için gereken becerileri kazanmak için geometri yazılımını kullanmışlardır. Çalışma süresinin son 3 günü öğrencilerin projelerini tamamlamaları için kullanılmıştır. Projeler, Eski Babil İmparatorluğu'ndan (1900-1600 BCE) bir kil masa olan Plimpton 322'yi araştırmayı içermektedir.

**Tablo 143**

*E77 Kodlu Çalışmada Yer Alan Proje Tabanlı Ders Planı*

Proje Tabanlı Ders Planı
0. Gün Ünite sonu testini ön test olarak alın
1. Gün Bölüm 8.1 – Dik Üçgenlerde Benzerlik; Çalışma Sayfası 8.1
2. Gün Sinüs, Kosinüs ve Tanjant Teoremleri
3. Gün Trigonometrik Oranlar – Geometer's Sketchpad
4. Gün Trigonometrik Oranlar
5. Gün Testi
6. Gün Sinüs ve Kosinüs için Toplam ve Fark İşlemleri
7. Gün Yükseklik ve Açılar (video)
8. Gün Üçgenlerle ilgili Problemi Çözme - Anahtar
9. Gün Sinüs ve Kosinüs Teoremleri (video) –grup çalışması
10. Gün Testi
11. Gün Gözden Geçirme 6-9. Gün bilgileri; grup çalışması
12. Gün Vektörleri Tanımlama (video) –Vektör Ekleme; grup çalışması
13. Gün Projesi – Taş ve Çok Kültürlü Matematikte Yazılı
14. Gün Projesi
15. Gün Ünite sonu testi son test

*(Kaynak: Worry, 2011, s:114)*

Tablo 143'te deney grubuna yönelik olarak hazırlanan on beş günlük ders planı ve yapılması planlanan konu ve çalışma sayfaları detaylı bir şekilde verilmiştir.

**Tablo 144**

*E77 Kodlu Çalışmada Yer Alan Proje Örneği*

Çok Kültürlü Matematik
Hedefler:
1. Öğrencilerin, tüm kültürlerden erkek ve kadınların, ihtiyaç ve ilgi alanlarına hitap etmek için matematiksel fikirler icat ettiğini fark etmelerini sağlamak.
2. Matematikteki önemli gelişmelerin Avrupa'dan geldiği varsayımını ortadan kaldırmak.
Hedefler:
1. Okuma ve dinleme becerilerini kullanarak öğrenciler, bu projelerde kapsanan toplulukların başarılarını betimleyebilecektir.
2. Öğrenciler eleştirel düşünme sorularını cevaplayacaktır.
3. Öğrenciler, sunulan kültürlerde kullanılan matematiksel/bilimsel akıl yürütme hakkında onlara bir fikir vermek için tasarlanmış etkinlikleri tamamlayacaklardır.
4. Öğrenciler, matematiğin ve bilimin küresel doğasına ilişkin bir anlayış ve takdir geliştireceklerdir.
Materyaller: Bilgisayar/İnternet erişimi, PowerPoint ve/veya poster materyalleri, kelime işlem yazılımı
Talimatlar:
1. Hafta: Giriş ve Öğrenci Araştırması
1. Gün: Giriş

- Öğrencilere "Matematiği kim icat etti?" ve "Matematik ne zaman icat edildi?" sorularını sorun.
- Öğrencilere, farklı toplumların ve kültürlerin kendi ihtiyaçlarını karşılamak için matematiği nasıl kullandıklarını keşfetmek için gruplar halinde çalışacaklarını söyleyin.
- Öğrencileri gruplara ayırın ve bu ders planının sonunda listelenen üç konudan birini belirleyin. Her konunun bazı yol gösterici soruları ve başlamak için birkaç kaynağı vardır.
- Öğrenciler bu soruların ötesine geçme ve diğer kaynakları araştırma konusunda kendilerini özgür hissetmelidir.
- Öğrenciler, tüm soruların cevaplarını ve ilginç buldukları diğer bilgileri içeren 2 sayfalık, çift aralıklı yazılı bir rapor yazmaktan sorumlu olacaklardır.
- Öğrencilerin araştırmalarını tamamlamak ve rapor hazırlamak için okulda bir günü vardır. Öğrencilerin evde de çalışmaları önerilir.

Seçenek 1: Devlerin omuzlarında – Pisagor ve Babil tabletleri
Sorular:
1. Pisagor teoreminin bir dik üçgeni "çözmek" için nasıl kullanılacağını belirtin ve açıklayın.
2. Pisagor kimdi ve ne zaman yaşadı?
3. Eski Babil'i gösteren bir harita oluşturun.
4. "Plimpton 322" olarak bilinen Babil tabletini araştırın. Ne zaman yazıldı? Üzerinde ne yazıyor?
Başlamak için Birkaç Kaynak:
"Babil matematiğinde Pisagor teoremi", http://www-groups.dcs.stand.
ac.uk/~history/HistTopics/Babylonian_Pythagoras.html "Plimpton 322", http://en.wikipedia.org/wiki/Plimpton_322
"Antik Babil'de Pisagor Bilgisi", http://www.egyptorigins.org/babpyth.htm

*(Kaynak: Worry, 2011, s:117-119)*

Tablo 144'te "Çok Kültürlü Matematik" projesi bağlamında belirlenen hedefler, materyaller ve talimatlar detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

Proje tabanlı öğretim modeli ve ARCS'nin birlikte ele alındığı (E77) uygulama incelendiğinde, van Hiele ve ARCS modellerinin ders planlama ve öğretimde kullanılmasının öğrencileri olumlu yönde etkilediğini göstermektedir.

# 5. BÖLÜM
# SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu başlık altında çalışmanın sonuçları ifade edilmiş ve literatür referans alınarak bu sonuçlar tartışılmıştır. Devamında ise araştırma kapsamında ortaya çıkan bazı öneriler sunulmuştur.

## 5.1. Sonuç ve Tartışma

Bu kısımda araştırmadan elde edilen bulgular, alt problemler doğrultusunda sırasıyla literatürle desteklenerek tartışılmıştır. Bu sonuç ve tartışmalar, VHGDD üzerine ulusal ve uluslararası alanda yürütülen çalışmaların değerlendirilmesi, VHGDD konu alan çalışmalardaki ulusal ve uluslararası düzey numaralandırma ve isimlerin tartışılması, VHGDD ölçmek için kullanılan değerlendirme araçlarının ve öğretim uygulamalarının tartışılması ve her bir alt problemin ulusal ve uluslararası alanyazında genel değerlendirilmesi şeklinde ele alınmıştır.

### 5.1.1. VHGDD Üzerine Yürütülen Çalışmalardaki Genel Eğilimin Değerlendirilmesi:

VHGDD üzerine Türkiye'de ve uluslararası alanyazında yürütülen çalışmalar iki ayrı başlık altında tartışılmıştır.

*5.1.1.1. Türkiye'de yürütülen çalışmalardaki genel eğilimin değerlendirilmesi:* Bulgular bölümünde çalışmalardaki genel eğilim amaçlar, kullanılan yöntem, örneklem düzeyleri, veri toplama araçları, sonuçlar ve öneriler başlıkları altında incelenmiştir. Türkiye'de yürütülen çalışmaların genellikle farklı öğrenme ortamlarının geometrik düşünme düzeylerine etkisini belirleme, geometrik düşünme düzeylerini tespit etme ve geometrik düşünme düzeyleri ile geometri başarıları arasındaki ilişkiyi inceleme amaçlarıyla yapıldığı görülmüştür. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin tespiti çok önemlidir çünkü öğrencinin bulunduğu geometrik düşünme düzeyinin daha üstünde veya altında ders işlenmesi öğrenmenin önündeki önemli bir engel olduğu düşünülmektedir. Ancak alanyazın incelendiğinde geometrik düşünme düzeylerinin tespiti için çok sayıda çalışma yapıldığı dikkat çekmektedir. Benzer amaçlarla sık sık çalışma yürütmek yerine elde edilen sonuçların nasıl iyileştirilebileceğini ele alan kapsamlı çalışmaların yürütülmesi daha faydalı olacaktır. Ayrıca Türkiye'de yürütülen çalışmalarda geometrik düşünme düzeyleri ile tutum, öz yeterlilik inançları, eleştirel düşünme, geometrik akıl yürütme ve cebirsel düşünme becerileri arasındaki ilişkilerin incelendiği birçok çalışma da mevcuttur (A1, A5, A31, A61, A68). Bu ilişkileri çalışmalarda sık sık teyit etmek yerine, ilişkili bulunan beceri türü ile VHGDD'nin nasıl artırılabileceğine yönelik uygulamalı çalışmalar yapılmasına ihtiyaç vardır.

Yapılan çalışmaların yöntemleri incelendiğinde, nicel araştırmalar içerisinde yer alan tarama çalışmalarına ve deneysel çalışmalara ağırlık verildiği görülmüştür. Ross vd., (2010) ile Küçük vd., (2013)'nın kullanılan yöntemlerin analizini yaptıkları çalışmalarında çalışmaların önemli bir kısmında nicel araştırmaların kullanıldığını belirlemişlerdir ki; bu sonuç bu çalışmayla paralellik göstermektedir. Ayrıca Parlakkılıç ve Güldüren (2019) ile Solmaz ve Gökçearslan'ın (2016) inceledikleri çalışmalarda da bu çalışmaya benzer şekilde en çok deneysel desenin tercih edildiği görülmektedir. Deneysel yöntemin tercih edildiği çalışmalarda, daha çok farklı öğrenme ortamlarının (DGY ile yapılan öğretim, van Hiele modeline dayalı öğretim, bilgisayar destekli öğretim gibi) geleneksel yöntemle yapılan öğretimle karşılaştırılması ve bunun geometrik düşünme düzeylerine etkisinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu çalışmaların büyük bir kısmında yapılan öğretimlerin etkili olduğu görülmüştür. Öğrencilerin aktif öğrenmelerine olanak veren uygulamalarla yürütülen geometri derslerinin geometrik düşünme düzeylerini arttırmada etkili olduğu söylenebilir. Çünkü öğrencilerin bilgiyi ezberlemek yerine anlamlandırma ve ilişki kurma, konuya ilişkin farklı bakış açıları geliştirme, muhakeme etme becerileri gibi üst düzey kazanımlar elde ettikleri için geometrik düşünme düzeylerinin geliştiği bulgusuna erişilebilir (Deniz, 2010). Bu tez çalışmasında da nicel yöntemlerin sıkça tercih edildiği görülmüştür ancak Küçük vd.'nin (2013) çalışmalarında vurguladığı gibi nicel yöntemler gücünü kaybetmeye başlamışlardır. Hatta son yıllarda yurt dışında yapılan çalışmalarda nitel yöntemlere yönelimin arttığı fark edilmektedir (Kelly ve Lesh, 2000; Masood, 1997). Dolayısıyla nitel araştırma yöntemleri sorunların neden kaynaklandığını daha derinlemesine irdeleme olanağı sağladığından bu araştırma yöntemlerinin sıkça tercih edilmesinin, ülkemizde matematik eğitimi alanında yapılan araştırmalara zenginlik kazandıracağı düşünülmektedir. Bunun yanı sıra fenomenografi, öğretim deneyi ve meta-sentez yöntemleri kullanılarak yapılan çalışmaların çok az olduğu görülmektedir. Bu yöntemler kullanılarak daha çok sayıda çalışma yapılmasının alana katkılar sağlayacağı öngörülmektedir.

İncelenen çalışmaların örneklemlerine bakıldığında ilkokul, ortaokul, lise, öğretmen adayı ve öğretmen olmak üzere her düzeyde çalışıldığı görülmektedir. 86 çalışmadan 46 tanesinin ortaokul düzeyinde sıklıkla 7. ve 8. sınıf öğrencileriyle yapıldığı tespit edilmiştir. Bu bulgu, Lubiensky ve Bowen (2000) ile Ulutaş ve Ubuz (2008) tarafından yapılan araştırma sonuçları ile paralel niteliktedir. Bu durum ortaokul matematik ders içeriklerine göre VHGT'nde yer alan sorulara ait konuların 7. ve 8. sınıfla uyumlu olmasından kaynaklanabilir. İncelenen çalışmalarda öğretmen adayları ile yürütülen çalışma sayısının da oldukça fazla olduğu görülmüştür. Bunun nedenleri arasında öğretmen adaylarının, öğretim elemanları

tarafından kolay ulaşılabilir olmaları ve VHGT'nde bulunan soruların tamamının öğretmen adaylarına uygulanabilmesi yer almaktadır. Ayrıca yapılan çalışmalarda öğretmen adayları ve öğretmenlerin bulunmaları gerekenden daha düşük geometrik düşünme düzeylerinde olduğu görülmektedir (Asik-Unal ve Vezne, 2021; Bal, 2012; Durmuş vd., 2002). Geometrik düşünme düzeylerinin düşük olması geometri alan bilgisinde de bir takım sıkıntılar olduğu şüphesini uyandırmaktadır. Öğretmenlerin mevcut durumlarında; öğretmen adaylarının ise mesleğe başladıklarında geometri konularında etkili ve anlamlı öğretimler gerçekleştirmeleri gerektiği göz önüne alındığında, acilen bu düşünme düzeylerinin yükseltilebilmesi için önlemler alınmalıdır. Bu noktada hizmet-öncesi ve hizmet-içi eğitim faaliyetlerinin, geometrik düşünme düzeylerinin artırılmasında etkili olabileceği düşünülmektedir.

İncelenen çalışmaların çoğunluğu nicel olduğundan en fazla kullanılan veri toplama araçları anket ve testtir. İncelenen 86 çalışmanın, (A26, A41, A43, A51, A55, A56, A69, A74, A78 kodlu çalışmalar hariç) 73 tanesinde VHGT kullanılmıştır. Bu test Usiskin (1982) tarafından geliştirilmiş olup Türkçe'ye uyarlanması ve geçerlik-güvenirlik çalışmaları Duatepe (2000) tarafından yapılmıştır. Baki (1994; 2006)'da kitabında testin Türkçe versiyonuna yer vermiştir. Çalışmaların önemli bir bölümünde Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlanan test kullanılmıştır (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A13, A14, A15, A16, A17, A19, A20, A21, A22, A23, A24, A27, A28, A29, A30, A31, A32, A33, A34, A35, A37, A38, A40, A48, A50, A54, A57, A58, A60, A61, A62, A65, A66, A67, A68, A70, A71, A72, A73, A75, A76, A79, A80, A81, A82, A83, A84, A86). Baki (1994, 2006) tarafından Türkçe'ye çevrilen testi kullanan çalışmalar da bir hayli çoktur (A18, A42, A44, A45, A46, A59, A77, A85). A64 kodlu çalışmada Fidan (2009), A12 ve A47 kodlu çalışmalarda ise Özcan (2012) tarafından geliştirilen test kullanılmıştır. Ayrıca A39, A52 ve A53 kodlu çalışmalarda VHGT kullanılmış olmasına rağmen atıf verilmeyerek kullanılmıştır. Aynı zamanda A21, A23, A30, A37, A66 ve A75 kodlu çalışmalarda metin içerisinde Duatepe (2001) diye referans verilmesine rağmen çalışmaların kaynakçalarının 2000 tarihli olduğu görülmüştür. Kaynak gösterimlerine daha çok özen gösterilmesi gerekmektedir. Bu bağlamda, geometrik düşünme düzeylerine yönelik alternatif testler geliştirilmesi ve mevcut kullanılan testin eksik yanlarının tartışılması önemli bir husustur. Ayrıca van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili farklı sınıf düzeyleri için müfredat çalışmaları yapılmasının da faydalı olacağı düşünülmektedir.

Van Hiele'e odaklanan çalışmalardan elde edilen sonuçlar incelendiğinde önemli bir bölümünde öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin beklenen düzeyin altında olduğu görülmüştür. Ne yazık ki bu durum öğrencilerin genellikle matematik ve geometri derslerini

anlayamamalarına ve doğal olarak başarısız olmalarına neden olmaktadır. Ayrıca geometrik düşünme düzeylerinin beklenenden az olmasının, ülkemizdeki öğrencilerin TIMSS ve PISA gibi sınavlarda düşük başarı göstermelerinde etkili olduğu düşünülmektedir. Zaten TIMMS'de en çok geometri alt boyutunda; PISA'da ise sayısal alt boyutundan sonra en çok uzay ve şekil boyutunda başarısız olmamız bunun açık bir göstergesidir. Bu durum ülkemizin öğretim programlarında değişikliklere gitmesine yol açmıştır. Yenilenen programda geometri her sınıf düzeyinde yer almaktadır (MEB, 2018). Bunun yanı sıra farklı öğrenme ortamlarının öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini arttırmada etkili olduğu görülmüştür (Kaleli-Yılmaz ve Koparan 2016). Fakat farklı öğrenme ortamlarının öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini arttırmada etkili olmadığını ortaya koyan çalışmalar da mevcuttur (A54, A76). Bu çalışmalara bakıldığında A54 kodlu çalışmada van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasında geçişi sağlayan bir öğretim planının uygulanmaması, A76 kodlu çalışmada ise van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ölçeği maddelerinin sentetik geometri konularını içermesi ve verilen öğretimin sorularla ilgili olmaması nedeniyle öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinde olumlu etki oluşturmamıştır.

Geometrik düşünme düzeyleri çeşitli değişkenler bağlamında incelendiğinde anne-baba eğitim durumu, cinsiyet, okul öncesi eğitim alma durumundan etkilenirken; cinsiyet, yaş, branş, lise türü gibi değişkenlerden etkilenmediği sonuçlarına ulaşılmıştır. Okulöncesi eğitimin çocukların bilişsel gelişimine olan etkisinin, ilerleyen yaşlarda geometrik düşünme düzeylerine de olumlu etki oluşturacağı öngörülmektedir. Ayrıca ebeveynlerin eğitim durumlarının öğrencilerin eğitim-öğretim durumlarında etkin rol oynadığı görülmektedir (Dam, 2008; Ötken ve Anıl, 2016). Bu durum göz önüne alındığında geometrik düşünme düzeyleri üzerindeki etkisi şaşırtıcı değildir. Çünkü anne-baba bu süreçte hem rehber aynı zamanda iyi bir rol modeldir.

Yapılan çalışmalarda van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili birçok öneri verildiği görülmüştür. Bu öneriler içerisinde en sık tekrar edeni VHGDD hakkında öğretmenlere hizmet içi eğitim ve seminerlerin verilebileceği olmuştur.

*5.1.1.2. Uluslararası alanyazındaki genel eğilimin değerlendirilmesi:* Uluslararası alanyazındaki bulgular incelendiğinde genellikle çalışmaların farklı öğrenme ortamlarının geometrik düşünme düzeylerine etkisini belirleme, geometrik düşünme düzeylerini tespit etme ve van Hiele Teorisi'nin gelişiminin farklı açılardan incelenmesi amaçlarıyla yapıldığı görülmektedir. Teorinin gelişimine katkı sağlayan araştırmacılar teorinin sınırlarının belirlenmesi veya genişletilmesinde aktif rol oynamışlardır. Ayrıca van Hiele Teorisi'nin farklı modellerle karşılaştırılması (benzerlik ve farklılıkların tespiti), bu alanda araştırma

yapanların düzey belirlemede sıkça tercih ettiği VHGT eğitim sistemindeki yerinin ve psikomterik özelliklerinin incelenmesi gibi birçok çalışma yer almaktadır.

Araştırma kapsamında incelenen çalışmalara bakıldığında, nicel araştırmalar içerisinden deneysel; nitel araştırmalar içerisinden ise durum çalışmalarının diğerlerine oranla daha fazla tercih edildiği tespit edilmiştir. Araştırmacıların farklı öğretim uygulamaları kullanarak öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisini ve gelişimini inceleyen çalışmalar yapmayı tercih etmesi ve örneklemin de bilinçli olarak öğretim uygulaması içeren çalışmalardan seçilmiş olması deneysel desenle yapılan çalışma sayılarını yükseltmiş olabilir. Ayrıca bu yöntemle yapılan çalışmalarda ön test ve son testlerin kullanıldığı aynı zamanda nitel paradigmaya uygun durumlar da kullanılmıştır. Bu çalışmalardaki amaç sürecin derinlemesine incelenmek istenmesi ve elde edilen verilerin geçerlilik ve güvenirliğinin sağlanmak istenmesi olabilir. Ayrıca deneysel yöntemin kullanılma amacıyla aynı amacı güden diğer çalışmalarda durum çalışması yönteminin kullanıldığı görülmektedir. Bu durum uluslararası alanyazında çalışmaların yöntem kısmında esnek tercih yapmış olmalarından kaynaklanacağı düşüncesini de beraberinde getirmektedir. Ayrıca alan yazın derleme, meta-sentez ve meta-analiz gibi yöntemlere rastlanmamıştır. Bu yöntemleri içeren çalışmaların yapılması alandaki eğilimlerin belirlenmesi ve yeni araştırmalar için kaynak sağlayıcı olması nedeniyle önem arz etmektedir. Ayrıca uluslararası alanda araştırma ve geliştirme, tasarım temelli araştırma gibi farklı yöntemlerin kullanılmış olması alana zenginlik katmıştır.

Yapılan çalışmaların çoğunluğunda, lise düzeyindeki öğrenciler ve öğretmen adayları örnekleme alınırken; çalışmaların küçük bir bölümünde 3-6 yaş ve 5-6 yaş okul öncesi düzeyindeki öğrenciler örnekleme dahil edilmiştir. Bu durumun farklı sebepleri olabilir: Birincisi VHGT'nin Usiskin (1982)'in çalışmasında Amerika örnekleminde 10. sınıf ve üstü öğrencilere uygulanıyor olması düşüncesi ve ikincisi de öğretmen adaylarının araştırmacılar için kolay ulaşılabilir bir çalışma grubu olmasından kaynaklanıyor olabilir. Bulgular incelendiğinde çok çeşitli yaş gruplarının da yer aldığı görülmektedir (Tablo 14). Yaş gruplarının belirtilme nedeni dikkat çekici olup farklı ülkeler için sınıf düzeylerinde karışıklık olmaması adına yapılmış olabilir.

İncelenen çalışmalarda veri toplama aracı olarak en çok VHGT ve akabinde mülakatların tercih edildiği belirlenmiştir. İncelenen 81 çalışmanın, 33 tanesinde (E1, E2, E5, E7, E8, E9, E13, E15, E16, E21, E26, E28, E29, E31, E32, E35, E36, E49, E50, E52, E53, E55, E57, E62, E63, E68, E69, E70, E72, E73, E75, E76, E78) Usiskin (1982) tarafından geliştirilen test kullanılırken, E48 ve E80 kodlu çalışmalarda diğer araştırmacılar tarafından

geliştirilen geometrik düşünme testi kullanılmıştır. E6, E19, E42, E47 kodlu çalışmalarda ise ilkokul öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerini ölçmek için WGT adı verilen özel olarak uyarlanmış test kullanılmıştır. Dolayısıyla geometrik düşünme düzeylerine yönelik alternatif testler geliştirilmesi ve kullanılması sevindirici bir durumdur. Diğer sıklıkla tercih edilen veri toplama aracının mülakat olması öğrencilerin çalışılan konu hakkındaki akıl yürütmelerinin derinlenmesine ve detaylı olarak incelenmek istenmesi olabilir. Çünkü ancak bu şekilde en sağlam ve en güvenilir bilgilere ulaşılabilir. Ayrıca çalışmalarda başarı testlerinin de çoğunlukla tercih edildiği görülmektedir. Bu testlerin kullanılma nedeni ise deneysel çalışmaların ağırlıklı olmasından, veri toplamanın kolay ve az zamanda daha çok veriye ulaşılmak istenmesinden kaynaklı olabilir (Günay ve Aydın, 2015). Ayrıca gözlem yapılması, çalışma kağıtlarının kullanılması ve ekran kayıtları/video çekim da tercih edilen diğer veri toplama araçlarındandır. Gözlem yoluyla veri toplanması, video kayıtları ile sürecin izlenmesi eşdeğer olarak görülmektedir. İkisi arasındaki fark ise gözlemlere göre video kayıtlarının tekrar tekrar izlenme şansı vermesidir (Bağ ve Çalık, 2017). Veri toplama aracı olarak eser analizleri, çoklu öğrenme yazılımları, ders planları ve testler bölümünde yer alan test türlerinin çoğunun kullanımı sınırlı olmuştur.

Uluslararası alanda yapılan çalışmaların sonuçları incelendiğinde, çalışmaların önemli bir bölümünde farklı öğrenme ortamlarının öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini arttırmada etkili olduğu belirlenmiştir. Bu durumun, geleneksel yöntemlerin aksine, farklı ve güncel öğretim uygulamalarından ve sınıf içi çalışmalara olumlu etki yansımalarında bulunan deneysel çalışmaların çokça tercih edilmesinden kaynaklandığı söylenmektedir (Aydeniz vd., 2012; Herrenkohl ve Cornelius, 2013; Memiş, 2014; McNeill, 2011). Farklı öğrenme ortamlarının öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini arttırmada etkili olmadığını gösteren çalışmalar da mevcuttur (E5, E52, E70). Bu durum öğretim uygulamasının çalışmanın doğasına uygun olmamasından kaynaklanmış olabilir. Bunun yanı sıra öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin beklenen düzeyin altında olduğu da görülmüştür. E74 çalışmasında öğrencilerin düzey düşüklüğünün öğretim uygulamaları ve müfredatın sonuçlarını aşacak biçimde küresel olduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca van Hiele Teorisi'nin özelliklerinden, düzeylerin hiyerarşik yapısını (E9, E21, E39, E44), öğrenciler için içgörü geliştirmenin önemini (E14), sürekli yapısını (E18), geometrik düşünme düzeylerinin yaşa bağlı olmadığını ve geometri içerik hedeflerine göre değişiklik gösterebileceğini (E44) doğrulayan araştırma sonuçlarına ulaşılmıştır. Ek olarak elde edilen sonuçlardan van Hiele Teorisi'nin düşünme süreçlerini somuttan soyuta tanımlamada etkili olmadığını ve düzeyler ile uzamsal görselleştirme yeteneği arasında anlamlı bir ilişki olmadığını gösteren çalışmalara

da rastlanmıştır. Bununla birlikte E21'de Usiskin (1982) testinde yer alan ve sıkıntı yaşanan maddeler belirlenmiş ve teoriye göre genel bir geometrik düşünme düzeyi atanabilecek öğrenci sayısını artırmak için sınıflandırma kriterlerinde değişiklikler önerilmiştir.

Çalışmalar kapsamında üzerinde durulan önerilerin fazla sayıda olduğu görülmüştür ve bazıları sıralanmıştır. Öneriler incelendiğinde en çok geometri öğretiminin öğrenenlerin düşünme düzeyinden başlaması ve öğretimin de buna göre yapılandırılması üzerine olmuştur. Ayrıca farklı öğretim uygulamalarının öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini geliştirmede kullanılabileceği, van Hiele Teorisi'nin temel aldığı ilkelerin müfredat tasarımına dahil edilebileceği, van Hiele Teorisi'nin ilkeleri geliştirmek ve matematik eğitiminin diğer dallarına uygulamak için daha fazla çalışma yapılabileceği ve öğretim elemanlarının, etkinlik hazırlama ve planlamada öğrencilerin geometrik düşünmelerinin gelişimini dikkate alması önerileri çalışmalardan elde edilenler arasındadır.

*5.1.1.3. VHGDD Üzerine Yürütülen Çalışmalardaki Eğilimin Genel Değerlendirilmesi:* Bu bölümde, araştırma problemleri doğrultusunda Türkiye'de ve uluslararası alanyazındaki çalışmaların sonuçlarını karşılaştırılmalı olarak tartışılacaktır. Türkiye ve uluslararası alanyazında incelenen araştırmalara bakıldığında her iki alanda da en çok çalışmanın farklı öğrenme ortamlarının geometrik düşünme düzeylerine etkisini belirleme ve geometrik düşünme düzeylerini tespit etme amaçlarıyla yapıldığı tespit edilmiştir. Farklı öğrenme ortamlarının düzeye etkisinin belirlendiği uluslararası araştırmaların çok olmasının sebebi araştırmacının bilinçli olarak "öğretim uygulamaları" anahtar kelimesinin örneklem seçiminde kullanmış olmasından dolayıdır. Fakat Türkiye'de yapılan çalışmalarda böyle bir kısıtlamaya gidilmemiş olup sonuçların bu şekilde çıkmış olması şaşırtıcıdır. Uluslararası alanyazında teoriyi test etmek için Usiskin (1982) tarafından yapılmış teste yönelik küresel çapta yapılmış ve sonuçlarında teoriye ve teste yönelik tamamlayıcı ve eleştirel tarzda yorumlar bulunan çalışmalar mevcuttur. Türkiye'de ise sadece A42 araştırmasında, küresel geometri için geometrik anlama düzeylerinin yapılandırılması ve van Hiele düzeyleri ile ilişkisinin belirlenmesini amaçlamıştır. Aynı zamanda bu çalışmada küresel doğru, üçgen ve çokgenler için örnek bir müfredat geliştirilmiş ve hazırlanacak yeni geometri öğretim programının epistemolojik alt yapısı oluşturulmaya çalışılmıştır. Bu da ülkemiz adına yapılan onur verici bir çalışmadır. Türkiye'de geometrik düşünme düzeyleri ile çeşitli değişkenler arasında ilişkinin incelendiği çalışmalar görülmektedir. Ayrıca Türkiye'de incelenen çalışmalarda uluslararası alanyazından farklı olarak metasentez ve betimsel içerik kullanılarak van Hiele'e yönelik çalışmaların nasıl olduğu ve güncel eğilimlerin belirlenmesi amacıyla yapılan çalışmalar mevcuttur. Bu bağlamda, ilgili

alanda çalışma yapan ve yapmak isteyen araştırmacılara genel eğilimin ne olduğu hakkında bütüncül ve eleştirel tarzda bilgi vermektedir (Cohen vd., 2000).

Her iki alanda da incelenen çalışmaların yöntemlerine bakıldığında deneysel çalışmalara ağırlık verildiği görülmektedir. Bu yöntemin her iki alanda da sıkça uygulanması her iki alanda da yapılan çalışma amaçlarının aynı ve çok olmasından kaynaklanmış olabilir. Fakat uluslararası alanyazında aynı amaca yönelik olarak kullanılan durum çalışması yönteminin de kullanıldığı dikkat çekmektedir. Ayrıca Türkiye'de çok sık tercih edilen ve uluslararası alanyazında hiç rastlanmayan tarama yönteminin kullanıldığı çalışmalarda öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri ile geometri başarıları arasındaki ilişkiler incelenmiştir. Uluslararası alanyazında ise "araştırma ve geliştirme yöntemi", "gelişimsel araştırma yöntemi", "eş zamanlı üçgenleme" gibi Türkiye'den farklı olarak kullanılan yöntemler karşımıza çıkmaktadır. Nitel ve nicel araştırmaların kombinasyonu olarak tanımlanan iki yöntemin eşit olarak birleştirildiği "eş zamanlı üçgenleme" ve eğitim-öğretim için yeni bir ürün üretmek ve sistemde bunu doğrulamak için ise "araştırma ve geliştirme yöntemi", "gelişimsel araştırma yöntemi" nin kullanıldığı görülmüştür.

Yapılan çalışmaların örneklemlerine bakıldığında Türkiye'de ilkokul, ortaokul, lise, öğretmen adayı ve öğretmen olmak üzere her düzeyde çalışıldığı ve en çok da ortaokul düzeyinde 7. ve 8. sınıf öğrencileriyle yürütüldüğü tespit edilmiştir. Uluslararası alanyazında ise Türkiye'ye kıyasla daha geniş bir örneklem grubuyla çalışıldığı görülmüştür ve lise düzeyindeki öğrenciler ve öğretmen adayları ağırlıklı olarak tercih edilen örneklem grubudur. Bu alanda yapılan küçük yaştaki örneklem grubu için WGT adı verilen özel olarak uyarlanmış test kullanılmıştır. Nitekim ülkemizde Fidan (2009) ve Özcan (2012) tarafından geliştirilen geometrik düşünme düzeyleri testi okul öncesi ve ilkokul çağındaki öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini ölçmeyi amaçlasa da bu alanda çalışma yapan araştırmacılar ısrarla Usiskin (1982) geometrik düşünme testini tercih etmişlerdir. Hatta bu konu ile ilgili Sert-Çelik ve Kaleli-Yılmaz (2022) tarafından yapılan çalışmaya Usiskin'den gelen mail; *"İncelediğiniz çalışmaların çoğunda öğrencilerin ne kadar genç olduklarına şaşırdım. Aslında, çoğu birinci veya ikinci düzeyden daha fazlasını geçmek için çok genç (özellikle özel öğrenciler değilse). Testimizi Amerika Birleşik Devletleri'ndeki 10. sınıf öğrencileri için tasarladık. Bugün Amerika Birleşik Devletleri'nde bile, 8. sınıfın altındaki öğrencilerin küçük bir yüzdesinden fazlasının 2. düzeyin üzerinde olmasını bekleyemezdik. Ve eğer sadece iki düzey varsa, bir hiyerarşi pek de hiyerarşi sayılmaz"* (Usiskin kişisel iletişim).

Türkiye'de ve uluslararası alanda yapılmış çalışmalar incelendiğinde her iki alanda da en fazla kullanılan veri toplama aracının VHGT olduğu tespit edilmiştir. Bu değerlendirme

aracı, ulusal ve ulusalarası literatürde kabul görmüş bir gerçektir. Yine her iki alanda geometri testleri ve mülakatlar sıklıkla tercih edilen veri toplama araçları olmuştur. Ayrıca uluslararası alanyazında Türkiye'de kullanılan veri toplama araçlarından çok farklı araçların yer aldığı görülmüştür. Bu durumun uluslararası alanda van Hiele Teorisi'nin farklı alanlarda uygulamalarının yapılması ve değişik bağlamlarda kullanılmasının bir sonucu olarak görülebilir.

Her iki alanda yapılmış çalışmaların sonuçlarına bakıldığında farklı öğrenme ortamlarının öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini arttırmada etkili olduğu tespit edilmiştir. Yine her iki alanda da yapılan çalışmaların çok azında bu öğretim uygulamalarının etkili olmadığı çalışmalara rastlanmıştır. Ayrıca Türkiye'de yapılan çalışma sonuçlarının önemli bir bölümünde öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin beklenen düzeyin altında olduğu görülmüştür. Bu durumun örneklem ve ölçme aracının uygun olmaması, ölçme aracının Türkçe çevirisinde yaşanan dil ve anlaşılırlık bakımından sıkıntılı olması, çeviri olarak kullanılan ölçme aracının kültürlerarası farklılıktan doğan yapısının ülkemiz için elverişli olmaması ya da ülkemizde verilen geometri eğitiminde yaşanan sıkıntılardan kaynaklı olduğu gibi birtakım nedenleri olabilir. Yapılan uluslararası çalışmalarda van Hiele Teorisi'nin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini yeterine açıkladığını, geometrik düşünme düzeylerinin sürekli yapıda olduğunu, düzeyi farklı olan öğrencilerin bulundukları düzeylere göre farklı davranışlar sergilediği, van Hiele ile SOLO düzeylerinin benzerlik gösterdiği ve düzeylerin hiyerarşik özelliği desteklediği bir çok teoriyi doğrulayan sonuçlar yer almaktadır. Buna karşılık Türkiye'de A42 tarafından yapılan çalışma sonucunda küresel geometri bağlamında öğrencilerin dört hiyerarşik anlama düzeyinden geçtikleri belirlenmiş ve küresel geometri anlama düzeyleri ile van Hiele düzeyleri arasında orta güçte bir ilişki bulunduğu ile ilgili önemli bir sonuç ortaya çıkmıştır. Bu da ülkemiz adına teori bağlamında global bir sonuç niteliği taşımaktadır.

Türkiye'de ve uluslararası alanda yapılmış çalışmaların önerileri incelendiğinde her ikisinde de ortak görüş olarak van Hiele Teorisi'ne yönelik olarak geometride öğretimin öğrenenlerin düşünme düzeyinden başlaması ve öğretimin de buna göre yapılandırılması, van Hiele Teorisi'nin temel aldığı ilkelerin müfredat tasarımına dahil edilebileceği, teorinin kullanımı ile değerlendirmelerini yapmak üzere seminerler ve çalıştaylar da düzenlenebileceği söylenebilir. Teste yönelik ortak görüşler de ise; VHGT gözden geçirilebileceği, van Hiele Teorisi bağlamında öğrencilerin uzamsal yeteneklerini geliştirmeye yardımcı olabilecek öğrenme araçları geliştirebileceği ve daha kapsamlı (analitik geometri, dönüşüm geometrisi vb.) yeni bir geometrik düşünme testi geliştirilebileceği yer almaktadır. Uluslararası alanda

yer alan önerilere bakıldığında Türkiye'den ayrı olarak farklı modeller kullanılmasının van Hiele Teorisi bağlamında öğrencilerin geometriyi öğrenmelerinde daha faydalı olacağı yönündedir.

### 5.1.2. VHGDD Kullanılan Numaralandırma ve İsimlerin Değerlendirilmesi:

*5.1.2.1. Türkiyede kullanılan numaralandırma ve isimlerin değerlendirilmesi:* Araştırma kapsamında incelenen 86 Türkçe çalışmanın 34'ünde 1-5, 32 tanesinde 0-4 ve 9 tanesinde 0-5 düzey numaralandırılmasının kullanıldığı görülmektedir. 1-5 ve 0-4 düzey numaralandırılmasının birbirine çok yakın kullanıldığı ve çok az farkla 1-5 numaralandırılmasının tercih edildiği tespit edilmiştir. Van Hiele Teorisi'nde ilk 5 düzeye atanamayanlar için çok az çalışmada da yer verilen alt düzeyde kullanılan ve en çok tercih edilen isimlendirme "Tanıma Öncesi" olup toplam 7 çalışmada kullanılmıştır. Türkçe çalışmaların önemli bir bölümünde 1. düzey isimlendirilmesi için "Görsel"; 2. düzey isimlendirilmesi için "Analiz Düzeyi"; 3. düzey isimlendirilmesi için "Yaşantıya Bağlı Çıkarım"; 4. düzey isimlendirilmesi için "Çıkarım" ve son olarak 5. düzey isimlendirilmesi için "En İleri Dönem" kullanıldığı tespit edilmiştir.

*5.1.2.2. Uluslararası alanyazında kullanılan numaralandırma ve isimlerin değerlendirilmesi:* Araştırma kapsamında incelenen 81 İngilizce çalışmanın 33'ünde 1-5 sıralaması, 29'unda 0-4 sıralaması, 2 tanesinde ise 0-5 sıralaması kullanılmıştır. Bu durumda en çok tercih edilen numaralandırılma sisteminin 1-5 olduğu açıkça görülmektedir. İngilizce çalışmaların çok azında tercih edilen ilk 5 düzeye atanamayanlar için oluşturulan alt düzeye verilen isim Clements ve Battista (1992) tarafından kullanılan "Pre- Recognition" olmuştur. İngilizce çalışmalar incelendiğinde çok büyük kısmında 1. düzey isimlendirilmesi için "Visualization Level"; 2. düzey isimlendirmesi için "Analysis Level"; 3. düzey isimlendirilmesi için "Informal Deduction"; 4. düzey isimlendirilmesi için "Deduction" ve son düzey için sıklıkla "Rigor" isimlendirmesinin kullanıldığı bu çalışma ile ortaya konulmuştur.

*5.1.2.3. VHGDD Kullanılan Numaralandırma ve İsimlerin Genel Değerlendirmesi*: Bu bölümde, araştırma problemleri doğrultusunda Türkiye'de ve uluslararası alanyazındaki çalışmaların sonuçlarını karşılaştırılmalı olarak tartışılacaktır. Araştırma kapsamında Türkiye'de gerçekleştirilen 86 çalışmanın bulguları incelendiğinde van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin numaralandırılması ve isimlendirilmesinin çok değişken olduğu görülmektedir. Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini konu alan çalışmalarda 0-4, 0-5 ve 1-5 numaralandırmaları kullanılmasına rağmen hem Türkçe hem de İngilizce çalışmalarda sıklıkla 1-5 numaralandırmasının kullanıldığı görülmüştür. Bu durum bu alanın duayenlerinden

olan ve van Hiele düşünme düzeyleri için test geliştiren Usiskin (1982) ve van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ve geometri becerilerinin geometri anlayışına kazandırılmasına katkı sağlayan Hoffer (1981) tarafından da tercih edilen 1-5 düzey sıralamasını destekler nitelikte bir bulgudur. Ayrıca van Hiele'in herhangi bir düzeyine atanamayanların 0. düzeyde olduğunu belirten çalışmalar mevcuttur (Alex ve Mammen, 2016; Baah-Duodu vd., 2020; Bashiru ve Nyarko, 2019; Clements vd., 1999; Mason, 2009). Bu nedenle van Hiele'in ilk düzeyinin 0. düzey olarak numaralandırılması önemli bir karmaşıklığa yol açmaktadır. Düzeylerin 1-5 şeklinde numaralandırılması hem Usiskin'in testi analiz edilirken kolaylık olması hem de düzeylere atanamayanların sınıflandırılmasında karışıklık olmaması için daha faydalı olacaktır.

Bulgular incelendiğinde Türkçe ve İngilizce çalışmalarda düzeylere verilen isimlendirmelerin çok fazla farklılık gösterdiği görülmektedir. Bunun nedeni düzeylere ilk isimleri veren Hoffer (1981) ile van Hiele (1986)'nin verdiği isimlendirmeler arasında önemli farklılıklar bulunmasıdır. Bunun yanı sıra van Hiele'in orjinalde tanımlamadığı, ilk 5 düzeye atanamayanlar için oluşturulan alt düzeye az sayıda çalışmada yer verildiği dikkat çekmektedir. İngilizce çalışmalarda bu düzey için "Pre-Recognition", Türkçe çalışmalarda ise "Tanıma Öncesi" isimlendirmesinin daha çok tercih edildiği görülmüştür. "Tanıma Öncesi", "Pre-Recognition"un Türkçe çevirisi ile uyumlu olmasına rağmen Türkçe çalışmalarda kullanılan "Gözünde yarı canlandırma", "Yarı Canlandırma", "Biliş-Öncesi" gibi isimlendirmelerin neden kullanıldığına dair net bir açıklama yoktur.

Van Hiele'in orjinalde "Visual Level" olarak adlandırdığı düzeye İngilizce çalışmalarda sıklıkla "Visualization", Türkçe çalışmalarda ise "Görsel" denildiği görülmüştür. Türkçe çalışmalarda alt düzeyle benzer şekilde "Göz Önünde Canlandırma", "Hayalinde Canlandırma" gibi isimlendirmeler kullanılmıştır. Alt düzeye "Gözünde Yarı Canlandırma" denildiğinde ilk düzeye "Gözünde Canlandırma" denilmesi uygundur. Ancak "Gözünde Canlandırma", "Göz Önünde Canlandırma", "Hayalinde Canlandırma" gibi aynı anlama gelen farklı isimlendirmelerin neden kullanıldığı anlaşılamamaktadır.

Van Hiele'in "Descriptive Level" olarak adlandırdığı düzeye İngilizce çalışmalarda sıklıkla "Analysis", Türkçe çalışmalarda da paralel şekilde "Analiz" düzeyi denildiği görülmüştür. Duatepe-Paksu (2016) çalışmasında bu düzeyi "Betimsel Düzey" olarak isimlendirmesine rağmen farklı çalışmalarda bu düzey adının "Analiz dönem" olarak da kullanıldığına vurgu yapmaktadır. Bu düzey için hem Türkçe hem İngilizce çalışmalarda kullanılan isimlerin çok benzer olduğu fark edilmiş ancak van Hiele'in orijinal isimlendirmesinin neden daha az tercih edildiği anlaşılamamıştır.

Van Hiele'in başlangıçta "Theoretical" sonrasında "Informal Deduction" olarak adlandırdığı düzey için hem Türkçe hem de İngilizce çalışmalarda çok farklı isimlendirmeler kullanılmıştır. van Hiele' in Yapı ve İçgörü (1986) kitabından sonra 1999 yılında yayınlanan bir makalesinde bu düzeyi farklı bir şekilde isimlendirmesinin bu karmaşaya yol açtığı düşünülmektedir. Özellikle Türkçe çalışmalarda diğer düzeylerde olduğu gibi bu düzeyde de aynı anlamı taşıyan birbirine çok yakın isimlendirmeler kullanılmıştır. Örneğin "İnformal Çıkarım", "Formal Olmayan Çıkarım", "Formal Olmayan Sonuç Çıkarma" gibi isimlendirmeler birbirinin neredeyse aynısıdır.

Van Hiele'in "Formal Logic" olarak adlandırdığı düzeye İngilizce çalışmalarda sıklıkla "Deduction", Türkçe çalışmalarda ise "Çıkarım" adı verildiği görülmüştür. Türkçe çalışmalarda diğer düzeylere benzer şekilde aynı anlama gelen çok farklı isimlendirmeler kullanıldığı fark edilmiştir. Yalnızca A2 kodlu çalışmada diğerlerinden daha farklı olarak "Basitleştirme" isimlendirmesi kullanılmıştır. Esasında yazarlarla birebir görüşme yapılıp neden bu isimlendirmeyi kullandıklarının tartışılması faydalı olacaktır.

Bulgular incelendiğinde van Hiele'in orjinalinde "The Nature of Logical Laws" olarak adlandırdığı düzeye İngilizce çalışmalarda sıklıkla "Rigor", Türkçe çalışmalarda ise "En İleri Dönem" isimlendirmesinin kullanıldığı görülmüştür. Diğer düzeylerde olduğu gibi orijinal isimlendirme yalnızca bir çalışmada kullanılmıştır (E42). Ancak hem Türkçe hem de İngilizce çalışmalarda bu düzey için diğer düzeylerden farklı olarak kullanılan isimlendirmeler daha farklı anlamlar taşımaktadır. Örneğin Türkçe çalışmalarda kullanılan "En Üst", "İlişkileri Görebilme", "Kesinlik", "Eleştiri" isimlendirmeleri oldukça farklı anlamlar taşımaktadır.

Literatürde düzey adlarının çevrilmesi esnasında eş değerlik açısından sorunlar ve zorluklarla karşılaşıldığı gözlemlenmiştir. Çeviri yapılırken birebir karşılıklarını ya da eşanlamlarını aramak yerine benzerlikleri ve çağrışımları yakalamak gerekir (Çoruk vd., 2016). Duatepe-Paksu (2016) düzeylere verilen Türkçe isimlendirmelerde sıra düzeylerinin özelliklerini dikkate alarak isimlendirme yapıldığını ifade etmektedir.

### 5.1.3. VHGDD Ölçmeye Yönelik Araçların Değerlendirmesi:

*5.1.3.1. Türkiye'de Kullanılan Ölçme Araçlarına Yönelik Değerlendirme:* Baki (1994), Duatepe (2000), Aslan (2004), Fidan (2009), Özcan (2012), Sezer (2015) referanslı testler, Türkiye'de van Hiele geometrik düşünme düzeylerini belirlemede kullanılan kaynaklardır. Bunlardan Baki (1994), Usiskin (1982) tarafından geliştirilen testin Türkçe'ye çevirisini ve Duatepe (2000) ise Türkçe'ye uyarlamasını yapmış olup ülkemizde bu konu üzerine yapılan çalışmalarda sıkça tercih edilenlerdir. Fidan (2009) ve Özcan (2012) doktora tez çalışmalarında ilköğretim programında yapılan değişiklikler ve VHGT'nin ilköğretim

düzeyine uygun olmaması gibi eleştirilere dayanarak ilköğretim öğrencileri için yeni bir ölçme aracı geliştirmişler ve kendi çalışmalarında kullanmışlardır. Aslan (2004) ve Türker (2015) ise erken çocukluk döneminde çocukların geometrik düşünme becerilerini belirlemek için kullanılan testler geliştirmişlerdir. Türkiye'de kullanılmak üzere geliştirilen bu testler van Hiele Teorisi'nin eğitimsel bir temel üzerine yapılandırılmış olmasına rağmen küçük çocukların bu anlamda ihmal edildiği ve odak noktasının ortaokul ve daha ötesi öğrenciler olduğunun bilgisi üzerine inşa edilmiştir (van Hiele, 1986). Erken çocukluk döneminde geometri ve uzamsal düşünme becerilerine yeterince önem verilmemektedir (Sarama ve Clements, 2009).

5.1.3.1.1. *Türkiye'de En Sık Kullanılan Ölçme Aracının Anlaşılabilirliğine Yönelik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüşlerinin Değerlendirilmesi:* Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlanan test bu güne kadar birçok çalışmada kullanılmış ve güvenirliği test edilmiş önemli bir çalışma olmasının yanı sıra tematik içerik analizinin öneriler bağlamındaki yapılan detaylı incelemelerden de birtakım eleştirilere maruz kaldığı tespit edilmiştir. Bu bağlamda bu testin dil ve anlaşılırlık bakımından öğretmen ve öğretmen adaylarından alınan görüşlerin değerlendirilmesi yapılmıştır.

Pilot çalışma neticesinde bazı öğretmen adaylarının 5. düzeyde olmasına rağmen en çok yanlışın ve zorlandıkları düzeyin 4. düzey olduğu bulgusuna erişilmiştir. Aynı zamanda 2. düzeyde yer alan sorular çözülmeden 3. düzeyde yer alan soruların çözüldüğünü ifade eden öğrenciler de mevcuttur. Bu bulgular Gökbulut ve arkadaşları (2010) tarafından yapılan çalışma sonuçlarına benzerdir. Bu durum öğrencilerin soruları yanlış algılamasından ya da teste yer alan soruların güvenilirliğinin düşük olmasından kaynaklanmış olabilir.

Görüşler incelendiğinde tüm düzeyler için soru kökünde ve seçeneklerde yer alan ifadelerin değerlendirilmesi yapıldığında bu haliyle anlaşılmasında birtakım sıkıntılar olduğu görülmüştür. Bu bulgu Kaleli-Yılmaz ve Koparan (2015) ile Gökbulut ve diğerleri (2010) tarafından yapılan çalışma sonuçlarını destekler niteliktedir. Yapılan düzeltmelerde anlaşılmama sebepleri üzerine değerlendirmeler yapıldığı ve şimdiye kadar alışılageldik şekilde görmeye alıştığımız kalıpların kullanılması önerilmiştir. Aynı zamanda sorularda yer alan geometrik şekillerin çizimi konusunda da sıkıntılı durumların olduğu, soruda nerde yer alması gerektiği ve bunların düzeltilmesi için birtakım öneriler getirilmiştir. Ayrıca çoğu soruda yer alan "hepsi, hiçbiri" şıklarının çeldirici özelliklerinin zayıf olmasına neden olmakta, bu durumun ölçme aracının güvenirlik ve geçerliliğini azalttığı yönünde de görüşler mevcuttur. Ayrıca sorudaki şıkların büyük harfle yazılması gerektiği ve soru numaralarının yanına nokta konulmasının soru için daha uygun olacağı görüşleri de yer almaktadır.

Öğretmen görüşleri incelendiğinde Ö8 ve Ö21 kodlu öğretmen, 2. düzeyde yer alan 8 numaralı sorunun birden fazla doğru cevabı olduğunu iddia etmişlerdir. Bu bulgu literatürde yer alan Kaleli- Yılmaz ve Koparan (2015) ile Gökbulut ve diğerleri (2010) tarafından yapılan çalışma sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Bu durumun testte karşı olumsuz tutum yaşanmasında etkili olduğu düşünülmektedir.

Ayrıca öğretmen ve öğretmen adaylarının görüşleri neticesinde testin genelinde matematiksel dil ve sembollerin yeterince kullanılmadığı da ifade edilmiştir. Seçeneklerde yer alan kenar, açı ve köşegen terimlerin; "kenar uzunluğu", "açı ölçüsü" ve "köşegen uzunluğu" şeklinde yazılmasının daha uygun olacağı yönünde ortak görüş tespit edilmiştir. Ayrıca önerme soruları için sembolleri kullanmanın daha yerinde bir kullanım olacağı da dile getirilmiştir.

Ayrıca sorulara yönelik genel değerlendirmeler yapıldığında Usiskin (1982) tarafından hazırlanan orijinal test ile Duatepe (2000) tarafından uyarlaması yapılan testin bazı sorularının yerlerinin farklı olduğu, genelde öğretmen adayları ve öğretmenler tarafından bildirilen ortak görüşler arasında yer almaktadır. Örneğin Ö9 kodlu öğretmen adayı soru sıralamalarının her iki ölçekte de aynı olmasının daha uygun olacağı yönünde görüş bildirmiştir. Aynı zamanda genel görüş olarak VHGT'nin hazırlandığı zaman içerisindeki öğretim programına göre oluşturulduğundan ve dönem itibariyle belirli bir öneme sahip olduğundan bahsetmişlerdir. Ancak, ölçeğin günümüz öğretim programının bütün kazanımlarına yönelik olmadığı ve ülkelerin öğretim programlarının kendine has özel yapılarının bulunması nedeniyle geometri konuları ve kazanımlarının hangi seviyede verileceği üzerine olumsuz görüşler tespit edilmiştir. Bu durumun, ülkemizde kullanılan bu ölçeğin güvenilirlik ve geçerliliğini olumsuz etkileyeceği değerlendirilebilir.

Son olarak ölçek uyarlama çalışmalarında yaşanan birtakım sıkıntılar farklı akademik uygulamalar içeren toplumlar arası geçişlerin olduğuna dikkat çekmektedir. Bu bağlamda toplumlara ait olan kültür, sosyal ve dil gibi norm ölçütler önem arz etmektedir. Yani ölçme-değerlendirme aracının farklı dil ve kültürlerde yer alması ile dilbilimsel içeriğinin korunması ile birlikte, kültürel olarak da uyarlanması gerektiği kabul edilmektedir (Beaton vd., 2007; Coster ve Mancini, 2015; Esin, 2014). Ölçekte yer alan sorular tamamı ile çevrilmiş dahi olsa sorunun yeni kültürde aynı kavramları sorgulayıp sorgulamadığını (kavramsal eşdeğerlik) mutlaka değerlendirmek gereklidir (Borsa vd., 2012).

*5.1.3.2. Uluslararası Alanyazında Kullanılan Ölçme Araçlarının Değerlendirilmesi:* Uluslarası alanda yapılmış araştırmaların incelenmesi sonucunda erken çocukluk döneminde geometri becerilerinden sadece şekil tanıma, sınıflandırma ve seçme gibi beceriler başta

olmak üzere çok farklı becerilerin de değerlendirildiği görülmektedir. Bu becerilere bakıldığında iki ve üç boyutlu şekil çizimi ile bunların arasındaki ilişkileri farketme, geometrik şekil kompozisyonu, ölçüm, geometrik şekil ve öğeleri tanıma, örüntü ve şekilleri karşılaştırma, paralellik ve diklik, kullanılan dil, zihinsel döndürme ve perspektif alma, döndürme, koordinasyon, simetri, görselleştirme gibi çok çeşitli becerilerin araştırıldığı anlaşılmaktadır (Colbert ve Taunton, 1988; Elia ve Gagatsis, 2003; Schrier, 1994; Siew-Yin, 2003; Szinger, 2008; Tsamir, Tirosh ve Levenson, 2008; Xistouri ve Pitta-Pantazi, 2011). Erken çocukluk döneminde geometri becerilerini ölçmek için uluslararası alanyazında yaygın olarak kullanılan iki ölçme değerlendirme aracı mevcuttur. Görsel kavramlar ve becerilerin kazanılmasının değerlendirilmesinde kullanılan Schrier (1994) tarafından geliştirilen "Geometri Kavram Testi" ve çocukların çember, üçgen, kare ve dikdörtgen şekillerini tipik, atipik ve geçersiz örneklerinden seçmeleri için Razel ve Eylon (1990) tarafından hazırlanan "Şekil Seçme Testi"dir.

İlköğretim öğrencilerinin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için (sadece ilk üç düzeye odaklanılmış) ise Çin ülkesi için özel tasarlanmış WGT kullanılmaktadır.

Ortaokul ve sonrası öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini belirlemede, Chicago Üniversitesi'nden Usiskin (1982) tarafından oluşturulan çoktan seçmeli test yaygın olarak kullanılmaktadır. Ayrıca Burger ve Shaughnessy (1986) tarafından hazırlanan klinik mülakatlar ile de öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Bunlara ilave olarak Fuys ve diğerleri (1988) tarafından proje kapsamında geliştirilen ölçme aracı da kullanılmaktadır. Aynı şekilde Gutierrez ve diğerleri (1991) tarafından oluşturulmuş değerlendirme aracında; Gutierrez ile Jaime açık uçlu sorular yardımıyla ve Burger ile Shaughnessy ise öğrencilerle yaptıkları klinik görüşmeler yardımıyla öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemede kullanılacak ölçme aracı geliştirmişlerdir. De Villiers ve Njisane (1987) tarafından geliştirilen bir başka van Hiele geometrik düşünme düzeylerini ölçmede kullanılan yazılı testler bulunmaktadır. Bu test daha sonra Smith (1989) tarafından van Hiele düşünme düzeylerini belirlemek için geliştirilen ikinci bir test aracıyla teorik ve deneysel bir karşılaştırma yapmak için de kullanılmıştır. Ayrıca Gutierrez ve Jaime (1998), öğrencilerin geometriyi anlama düzeylerini ve akıl yürütme becerilerini minimum soruyla ölçebilecek bir başka değerlendirme aracı geliştirmişlerdir.

Öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerini belirlemede ise Mayberry (1981), Lawrie ve Pegg (1997), Saads ve Davis (1997) ve Patkin (2014) tarafından geliştirilen ölçekler kullanılmaktadır.

Denis (1987) tarafından yapılan çalışmada Usiskin (1982) testi yerine Mayberry (1981) testi kullanılmıştır. Bu testin tercih edilme sebepleri ise; görüşme formatında olması ve testte yer alan soruların belirli kavramlar için tasarlanmasından dolayı öğrencilerin farklı van Hiele düzeylerinde olmasına olanak sağlaması olmuştur. Mayberry (1981) tarafından tasarlanan test, Usiskin (1982)'nin çoktan seçmeli testi ile uygulama öncesi ve sonrası belirlenen van Hiele düzeylerini doğrulamak için Mason (1989) tarafından da kullanılmıştır. Sonuçlar Mayberry (1981)'in bir öğrencinin geometrideki tüm kavramlarda aynı düzeyde anlayış sergilediği hipotezini doğrulamıştır.

Mayberry (1981) ve Usiskin (1982) tarafından geliştirilen testlerin değerlendirme yöntemleri van Hiele düzeylerinin sürekli olmadığı varsayımına dayanmaktadır. Bu durum her sorunun belirli bir van Hiele düzeyini test etmek üzere tasarlanmasına ve dolayısıyla her yanıtın belirtilen düzeyi karşılaması açısından değerlendirilmesine neden olmuştur. Diğer araştırmacılar, gösterilen van Hiele düzeyi için her yanıtı değerlendiren açık uçlu sorular kullanmışlardır (Burger ve Shaughnessy, 1986; Nasser, 1990). Dolayısıyla van Hiele düzeylerinin daha sürekli bir yapıya sahip olduğu ve bazı öğrencilerin yanıtlarının birden fazla düşünme düzeyinde yer alabileceği fikrinin geliştirilmesine imkan sağlamıştır. Böylelikle Gutierrez, Jaime ve Fortuny (1991) tarafından geliştirilen alternatif değerlendirme yönteminin temelini oluşturmaktadır. Değerlendirme için verilen her yanıt, düzey ve türü için nicel olarak değerlendirilir, bu da öğrenci için her bir van Hiele düzeyi açısından daha kapsamlı bir değerlendirmeyle sonuçlanmaktadır.

Patkin (2014) tarafından geliştirilen anket üçgenler ve dörtgenler, daire ve katılar olmak üzere üç geometrik konu ve ilk üç düzey ile ilgilidir. Öğretmen adayları için geliştirilmiş bu testin sadece ilk üç düzeye yoğunlaşma sebebinin dünya çapında yapılan çalışma sonuçlarının öğretmen adaylarının genellikle ilk iki düzeyde yer aldığını sadece belirli bir kısmının üçüncü düzeye erişebildiğini göstermektedir (Gutierrez, Jaime ve Fortuny, 1991; Halat ve Şahin, 2008; Patkin ve Sarfaty, 2012). Ayrıca Patkin (2014) Global van Hiele ölçeğinin kullanılmasının matematik öğretmeni adaylarının hata ve kavram yanılgılarıyla baş etmelerini kolaylaştırabileceğini savunmaktadır.

Lawrie ve Pegg (1997) tarafından yapılan çalışmada Mayberry (1981) tarafından yapılan çalışmayı bazı alternatif formatlarda değerlendirmek ve test sorularının geçerliliğini analiz etmek amaçlanmıştır. Geliştirilen mülakat, daha fazla sayıda öğrencinin değerlendirilmesine olanak tanıyan Mayberry (1981) testinin yazılı bir versiyonunu oluşturacak şekilde değiştirilmiştir.

Saads ve Davis (1997), katılımcıların van Hiele düzeylerini ve uzamsal yeteneklerini belirlemek için çoktan seçmeli yedi soruluk bir test oluşturmuştur. Katılımcıların hem van Hiele geometrik düşünme düzeylerini hem de uzamsal yeteneklerini belirlemek için aynı test kullanılmıştır.

5.1.3.2.1. *Uluslararası Literatürde Usiskin (1982) Tarafından Geliştirilen Van Hiele Testine Yönelik Görüşlerin Değerlendirilmesi:* Uluslararası literatürde Usiskin (1982) tarafından gelişitirilen teste yönelik görüşler incelendiğinde çok yaygın bir araç olarak kullanılmasının yanında birtakım eleştirilere de maruz kalmıştır.

Görüşler incelendiğinde değerlendirme aracının çoktan seçmeli maddelerden oluşması, kısa sürede büyük bir çoğunluğa uygulanabilmesi ve puanlamanın hızlı olması açısından etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Nitekim incelenen görüşler arasında;

- ✓ Testin çok sayıda sorudan oluşması ve yüksek düzeyde bulunan öğrenciler için kolay, düşük düzeydeki öğrenciler için zor soruları fazlaca içermesi,
- ✓ Geometrik akıl yürütmenin maddeler aracılığıyla ölçülmesi arasındaki uyumsuzluğu,
- ✓ Maddelerin iç tutarlılığı ile ilgili şüpheler bulunması,
- ✓ Öğrencilerin farklı kavramlar için aynı düzeyde olamayacağı ve değerlendirme araçlarının konuya özel olması gerektiği,
- ✓ Test sadece Öklid geometrisine odaklandığından kapsamının dar olması,
- ✓ Van Hiele Teorisi'nin hiyerarşi özelliğinin sağlamadığını,
- ✓ Testin psikometerik özellikleri bağlamında incelendiğinde bazı soruların düzeyler açısından sıkıntılı olduğu,

sonuçlarına ulaşılmıştır.

*5.1.3.3. VHGDD Ölçmeye Yönelik Araçların Genel Değerlendirmesi:* Bu bölümde, araştırma problemleri doğrultusunda Türkiye'de ve uluslararası alanyazındaki kullanılan ölçme-değerlendirme araçlarına yönelik yapılmış çalışmaların sonuçları karşılaştırılmalı olarak tartışılacaktır.

Uluslararası alanda kullanılan van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesinde kullanılan ölçme-değerlendirme araçları Türkiye'de kullanılan araçlara göre daha çok çeşitlilik göstermektedir. Uluslararası alanda klinik görüşme yönteminin kullanıldığı araçlar da tercih edilirken Türkiye'de Usiskin (1982) testi aynı amaçlarla yapılan çalışmalar için yeterli görülmüştür. Aynı zamanda farklı yaş düzeylerinde olan öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesinde farklı ölçme araçları kullanıldığı sonuçlarına ulaşılmıştır. Dünyada en sık tercih edilen Usiskin (1982) testi ve Türkiye'de de uyarlaması

Duatepe (2000) tarafından yapılan teste yönelik olumlu ve olumsuz görüşler mevcuttur. Bu bağlamda Usiskin (1982) van Hiele geometrik düşünme düzey testi geçerli ve güvenilir bir araç olarak popülaritesini korumaya devam edecek midir? (Bu sorunun cevabı bu tezi okuduktan sonra bu alanda çalışma yapmak isteyen araştırmacılara bırakılmıştır.)

### 5.1.4. VHGDD Geliştirmeye Yönelik Kullanılan Öğretim Uygulamalarının Değerlendirilmesi:

*5.1.4.1. Türkiye'de Yapılmış Öğretim Uygulamalarına İlişkin Değerlendirme:* Yapılan Türkçe çalışmalar incelendiğinde, 36 çalışmada araştırma süreci bir öğretim uygulamasına dayandırılmıştır. Bunların içerisinde en çok tercih edileni, derslerde DGY kullanılarak öğretimin tasarlanmasıdır. Bu türden yapılan çalışmalar uzun zaman diliminde gerçekleşen ve bu süreç içerisindeki değişimi ortaya koymak adına faydalı veriler sağlar. Derste dinamik geometri yazılımları kullanmak öğrencilerin pasif olarak öğretmenden bilgi almak yerine kendi bilgilerini oluşturmada daha aktif katılımcılar olmalarına yardımcı olmaktadır. DGY kullanarak yapılan çalışma sonuçları bu bölümde tek tek incelenmiştir (A14, A23, A34, A45, A46, A52, A59, A63, A66, A77, A81). A14 çalışmanın sonuçlarına bakıldığında öğretmen adaylarının van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin ve geometri başarılarının gelişme gösterdiği görülmüştür. Ayrıca sürece dahil olan DGY öğretmen adaylarının iletişim, akıl yürütme, modelleme ve ispat becerilerinin geliştiğini de göstermektedir. Ayrıca bunlara ilaveten yazılım kullanma adayların kavramsal anlamalarına katkıda bulunarak öğrenmede kalıcılığı arttırmıştır. A23 ise DGY ile yapılan uygulama sonrasında kontrol ve deney grupları arasında herhangi bir farklılık oluşmadığını ifade etmektedir. A34 araştırma sonucunda 4. ve 8. sınıf öğrencilerinin GSP yazılımı kullanmalarının her iki grupta da başarı düzeylerinin artmasında etkili olduğu görülmüştür. Ayrıca 4. sınıf öğrencilerin öntest sontest puanları arasında, GSP ile günlük hayatı örnekleyen, dijital fotoğraflarla ders anlatımı yapılan deney grubu lehine anlamlı farklılık bulunurken, 8. sınıf çalışma grupları arasında anlamlı bir farklılık bulunamamıştır. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri incelendiğinde 4. sınıf öğrencilerinde deney grubu lehine anlamlı farklılık bulunurken, 8. sınıf grupları arasında bir farka rastlanmamıştır. A45 araştırma neticesinde; deney ve kontrol gruplarında uzamsal yönelim becerileri bağlamında anlamlı bir artış tespit edilmiştir. Van Hiele geometri anlama düzeyiyle uzamsal yönelim becerisi arasında orta seviyede bir ilişki bulunmuştur. A46 iki deney (Geogebra yazılımının kullanıldığı bilgisayar grubu ve somut materyallerin kullanıldığı manipülatif grup) bir kontrol grubuyla (hiçbir müdahalenin yapılmadığı geleneksel grup) yürüttüğü çalışmasının sonucunda her üç grupta da öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde artış tespit etmiştir. Fakat sayısal verilere göre en önemli artışın öğretim

uygulamasının Geogebra yazılımına dayandırıldığı grupta yaşandığı görülmüştür. A52 çalışmasının sonucunda öğrencilerin geometrik düşünme, problem çözme ve ispat becerilerinde anlamlı bir artış olduğunu bulmuştur. A59 ise iki deney (the Geometric Supposer ve Cabri Geometry yazılımları ile yürütlen dersler) bir kontrol grubu (somut materyaller kulanılarak öğretim yapılan grup) ile yaptığı çalışmanın sonuçlarına bakıldığında her üç öğrenme ortamın da öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini 3. düzeye yükseltmede yetersiz kaldığı görülmüştür. Fakat dörtgenler konusunun genel özelliklerini öğrenmede her üç ortamın da etkili olduğu hatta Cabri Geometry ile yapılan öğretimin diğer gruplara istatistiksel olarak üstünlük sağladığı gözlemlenmiştir. Aynı zamanda yapılan nitel analizlerle dinamik geometri ortamlarında yapılan öğretim uygulamalarının öğrenciler tarafından dörtgenler arası ikili geçişleri diğer grup öğrencilerine göre daha kolay yaptıkları görülmüştür. A63 sonuçlarına göre GeoGebra dinamik yazılımı ile tasarlanan öğrenme ortamlarının öğrencilerin dörtgen inşa süreçlerine, dörtgenler arası ilişkileri görmelerine, dörtgenleri tanımlamayı, dörtgenlerin özelliklerini keşfetme ve dörtgenler arası hiyerarşik sınıflandırmayı öğrenmelerinde etkili olduğu söylenebilir. Ayrıca öğrencilerin geometrik düşünme becerilerinin gelişiminde ve başarılarının arttırılmasında etkili olduğu görülmektedir. A66 ise GeoGebra yazılımını öğretime entegre ettiği çalışmasında öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine etkisinin anlamlı düzeyde olmadığını tespit etmiştir. A77 araştırmasının sonucunda öğrencilerin geometri başarılarında ve van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde Cabri yazılımından çok somut materyallerle yapılan öğretimin daha etkili olduğu sonucuna erişmiştir. Fakat her iki öğrenme ortamının da geometriye karşı olumlu tutum geliştirmede birbirine eş değer olduğu görülmüştür. A81 tarafından yapılan araştırmanın sonucunda, yazılım kullanarak yapılan öğretimin öğrencilerin geometri başarılarını arttırdığı görülmüştür. Fakat işitme engelli öğrencilerin uygulama önce ve sonrasında van Hiele geometrik düşünme düzeyleride anlamlı bir fark yokken normal işiten öğrencilerde anlamlı bir fark elde edilmiştir.

Çalışmalar incelendiğinde van Hiele Teorisi'ne dayalı yapılan öğretimin de sıkça görüldüğü tespit edilmiştir (A21, A30, A44, A50, A74). A21 araştırma sonucunda, van Hiele Teorisi'nin öğretim aşamalarına göre yapılandırılmış dersin geleneksel öğretim yöntemiyle yapılan derse göre öğrencilerin geometri başarılarında ve derse yönelik tutumlarında gelişme görüldüğü gözlemlenmiştir. A30 çalışma sonucunda deney grubunda yer alan öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin ve matematik öğretim programındaki geometri öğrenme alanına ilişkin hazırbulunuşluk düzeylerinin geliştiğini tespit etmiştir. Kontrol grubundaki verilen öğretimle öğretmen adaylarının geometriye yönelik hazırbulunuşluk

düzeyleri gelişirken, geometrik düşünme düzeylerinde herhangi bir gelişme görülmediği sonucuna ulaşılmıştır. A44 ise deney grubu katılımcılarının van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin düşük düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Genel olarak 9. sınıf öğrencilerinin analiz ve görsel düzeylerde yer aldıkları gözlenmiştir. Ayrıca teoriyle ilgili doğrudan diğer sonuçlara bakıldığında van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretime tabi tutulan deney grubununun geometrik başarı testi sonuçlarındaki artış kontrol grubunun artışından fazla olmuş ve öğretimin daha kalıcı olduğu tespit edilmiştir. A50 ise çalışma sonucunda van Hiele Teorisi'ne dayalı olarak yapılan öğretimin deney grubu öğrencilerin akademik başarı ve hatırda tutma düzeylerini kontrol grubuna göre daha yüksek bulurken tutum puanları arasında anlamlı bir fark olmadığı sonucuna erişmiştir. A74 araştırmadan elde edilen sonuçlara göre, van Hiele öğrenme teorisinin aşamalarını dikkate alarak yapılan öğretimde öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin geliştiği ve geometri akademik başarılarının arttığı görülmüştür. Uygulama öncesinde ise öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri ve geometri akademik başarılarında anlamlı fark bulunmamıştır.

Araştırma kapsamında incelenen çalışmaların yalnızca 3 tanesi Origami etkinlikleriyle yapılan öğretim uygulamasına dayandırılmıştır (A20, A22, A39). A20 çalışmanın sonucunda, öğretmen adaylarının van Hiele geometrik şüşünme düzeylerinde ve origaminin matematik eğitimi kapsamındaki derslerde kullanılabilirliğine yönelik faydalılık inançlarında artışların olduğu belirlenmiştir. Bu bağlamda "Origami ile Matematik" seçmeli dersinin, öğretmen adaylarının van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile geometri başarıları arasındaki ilişki değerlendirildiğinde, öğretmen eğitimi ve matematik eğitimi açısından yaygınlaştırılabileceği düşünülmektedir. A22 ise araştırmanın sonucunda; origami uygulamaları kullanılarak yapılan öğretimin 5. sınıf öğrencilerinin van Hiele geometri düşünme düzeylerinin gelişimine, temel ve yardımcı elemanların belirlenmesine, özel dörtgenlerin çizimine, bahse konu elemanların özelliklerinin tespitine ve özel dörtgenlerin aralarında ilişkilendirilmesinde pozitif katkı sağladığı gözlenmiştir. Son olarak A39 ise origami ile üçgenler konusunun öğretiminde uygulamaya başlanmadan önce deney ve kontrol grupları arasında öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri arasında anlamlı bir fark bulunmazken, uygulama sonrasında deney grubu lehine anlamlı fark oluşmuştur. Aynı zamanda öğrencilerin origamiye karşı olumlu görüş geliştirdikleri görülmüştür.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde 3 çalışmanın 5E Öğrenme modeliyle yapılan öğretim uygulamalarına dayandırıldığı tespit edilmiştir (A25, A53, A83). A25 araştırmada, bir kısım öğrencinin uygulama sonrasında dönüşüm geometrisindeki ilişkilendirebilme düzeyi olan 3. düzeye ulaşmalarını önemli bir sonuç olarak nitelendirilmiştir. Araştırmada

kapsamında, çalışma öncesi ve çalışma sonrası elde edilmiş olan düzeyler göz önüne alındığında 5E öğrenme modeli ile uyumlu olarak hazırlanan eylem planlarının öğrencilerin beklenen düzeye erişmelerini büyük oranda katkı sağladığı tespit edilmiştir. A53 ise uygulama sonucunda 5E öğrenme modeline uygun olarak yapılan öğretimde öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin pozitif yönde etkilendiği görülmüştür. Geleneksel yolla eğitim alan kontrol grubu öğrencilerinde ise geometrik düşünme düzeylerinin pozitif yönde etkilenmediği gözlemlenmiştir. Ve son olarak A83 çalışmasının sonucunda, öğrencilere uygulanan ön test sonuçlarına bakıldığında çokgenler, açılar ve dönüşüm geometrisi konularında hazırbulunuşluk düzeylerinin düşük olduğu görülmüştür. 5E öğretim modeline göre yapılan uygulamanın öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini ve geometri başarılarını olumlu yönde etkilediğini göstermektedir. Geleneksel yöntemle derslerin işlendiği kontrol grubunda ise geometri başarıları az da olsa olumlu yönde etkilenirken, van Hiele geometrik düzeylerine olumlu bir etki yaratmamıştır.

Bilgisayar destekli öğretim uygulamalarını içeren çalışma sonuçları incelendiğinde A41 çalışmasında öğrencilerin mevcut van Hiele düzeyinden, bir üst düzeye geçişlerini neyin etkilediğini araştırmıştır. Araştırmada sonucunda ise dörtgenlerin hiyerarşik yapısında öğrenciler tarafından yapılandırılmasında dikkat gerektiren bir takım hususların bulunduğu tespit edilmiştir. Birincisi, dörtgenlerin özelliklerinin kısıtlı ve esnek olacak şekilde ele alınması gerektiği, ikincisi ise şekillerin bir aile mantığı ile düşünülmesidir. Diğer bir önemli nokta ise aynı aileye mensup olabilme özelliğinin ikiz olma anlamında olmadığının kavranmasıdır. Dörtgen hiyerarşik yapısının öğretiminde kullanılmakta olan dil ve odağın ayrı bir öneme sahip olduğu tespit edilmiştir. İlave olarak teknolojik altyapının öğrencilerin elindeki statik prototipleri sorgulamalarına ve esnek dörtgen tanımları geliştirebilmelerine yardım ettiği görülmüştür. Öğrenciler VH1 düzeyinden VH2 düzeyine nasıl çıkabilmişlerdir? Bu sorunun cevabı olarak kısıtlılık ve esneklik mantığıyla özelliklerin incelenmesi, daha sonra da özelliklerin birbirini gerektirmesinin kavranması ve bunun aile mantığı ile ilişkilendirilmesi sonucunda mümkün olabilmiştir. Ayrıca, aile olabilme mantığının, ikiz manasında olmadığının özellikle belirtilmesi, öğretim süresince devamlı olarak öğrencileri derinlemesine düşünmeye sevk etmiş olan soruların yöneltilmesi, matematiksel ifadelerdeki vurgulara ve öğretimde kullanılmış olan dile özen gösterilmesi de düzey artışını destekleyen diğer önemli hususlar olmuşlardır. A65 ise çalışmanın sonuçlarına bakıldığında 24 öğrenciden yaklaşık yarısına yakını geometrik düşünme düzeylerini 2. düzeye çıkarırken, bir öğrencinin de 3.düzeye çıktığı görülmüştür. Diğer öğrencilerden 11 tanesinin geometrik düşünme düzeyleri değişmezken, bir öğrencinin düzey 1'in altında kaldığı görülmüştür. Ayrıca van

Hiele geometrik düşünme testinden elde edilen sonuçlara bakıldığında istatistiksel olarak anlamlı ve etki büyüklüğü yüksek bir artış yaşandığı saptanmıştır. Yapılan analizler sonucunda gruplar arasında başarılı olanların işbirliği yeteneklerinin geliştiği gözlemlenmiştir. Bu durumun öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin geliştirmede işbirliğinin önemine vurgu yapmaktadır. Bilgisayar destekli ortamda sadece işbirliği becerileri değil aynı zamanda geometrik düşünme düzeyleri de gelişmektedir. A76 araştırma sonuçlarına göre, öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde teknoloji destekli öğrenme ortamında yapılan lineer cebir öğretiminin etkisinin olmadığı görülmüştür.

Somut materyallerle desteklenen öğretim uygulamalarının (A46, A59, A77) sonuçları incelendiğinde; A46 araştırmasının sonucunda, bilgisayar ve somut materyal kullanımına yönelik olarak tasarlanan öğrenme ortamlarının öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini artırmada önemli bir etkiye sahip olduğunu tespit etmiştir. A59 ise iki deney bir kontrol grubuyla yaptığı çalışmasında her üç öğrenme ortamının da öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini 3. düzeye yükseltmede yetersiz kaldığını tespit etmiştir. A77 ise araştırmanın sonucunda öğrencilerin geometri başarılarında ve van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde Cabri yazılımından çok somut nesne kullanımının daha etkili olduğu sonucuna ulaşmıştır. Nitekim her iki öğrenme ortamının da geometriye karşı olumlu tutum geliştirmede birbirine eş değer olduğu görülmüştür.

Araştırma kapsamında incelenen çalışmaların yalnızca 2 tanesinin uygulama süreci probleme dayalı yaklaşımla incelenmiştir (A3, A17). A3 çalışmadan elde edilen sonuçlara bakıldığında, öğretimde kullanılan probleme dayalı öğrenme yaklaşımı kapsamında hazırlanan etkinliklerin öğrencilerin van Hiele geometri düşünme düzeylerini artırmada etkili olduğunu göstermektedir. Ayrıca geleneksel yöntemle ders işlenen grupta da van Hiele Teorisi'nin beş farklı öğrenme düzeyinde de öğrencilerin geometri düşünme düzeylerine katkı sağladığı görülmektedir. Fakat başlangıç düzeyinde probleme dayalı öğrenmenin konuların öğreniminde, geleneksel yöntemle ders işlenen gruba göre başarının daha fazla arttığı gözlemlenmiştir. A17 ise araştırma sonunda, probleme dayalı öğrenmenin öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini geleneksel yönteme göre daha fazla geliştirdiği görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik inançlarını olumlu yönde etkiledigi, eleştirel düsünme becerilerini geliştirdiği, matematiğe yönelik olumlu tutum olusturduğu ve erişi düzeylerini arttırdığı da bulunmuştur.

Geometrik çizim yöntemleri kullanılarak yapılan öğretim uygulamalarında; A40 sonuçlarına göre öğretmen adaylarının uygulama öncesinde 1. düzeyden 5. düzeye kadar farklı düzeylerde dağılım gösterdiklerini bulmuştur. Yapılan temel geometrik çizim

uygulamaları sonucunda ise 1. ve 2. düzeyde hiç öğretmen adayı bulunmazken 4. ve 5. düzeydeki öğretmen adaylarının arttığı görülmüştür. A43 sonuçlarına bakıldığında ise deney grubunda uygulanan yöntem ve oluşturulan programın öğrencilerin, geometrik şekilleri tanımlamalarına, özelliklerini ilişkilendirmelerine ve sınıflandırma yapmalarına ve bunlardan yola çıkarak van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin yükseltmelerinde pergel kullanılan gruba göre çok yardımcı olmaktadır.

Kavram haritalarıyla yapılan öğretim (A2) uygulamasından elde edilen sonuçlara bakıldığında öğretmen adayları tarafından oluşturulan kavram haritalarının içerik ve yapıları van Hiele geometrik düşünme düzeylerine bağlı olarak değiştiği gözlemlenmiştir. Yani geometrik düşünme düzeyi yüksek olanın kavram haritalarından aldıkları puanların da yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca deney ve kontrol gruplarında incelenen öğretmen adaylarından ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının sınıf öğretmeni öğretmen adaylarına göre haritalardan elde ettikleri puanlar daha anlamlı olmuştur. Bu bağlamda geometrik düşünme düzeylerinin ve geometri deneyim ve içerik bilgisinin haritalarla ortaya çıkarılabilmesi açısından etkili araçlar olduğu görülmektedir.

Oluşturmacı öğrenmeyle yapılan öğretim (A10) uygulamasının sonucunda, öğretim yapılan grupta van Hiele geometri düşünme düzeyleri açısından anlamlı bir fark bulunmuştur. Fakat deney ve kontrol grupları arasında geometri başarılarında herhangi bir farka rastlanmamıştır. Bu bağlamda oluşturmacı öğrenme yaklaşımı ile yapılan öğretimin öğretmen adaylarının van Hiele geometrik düşünme düzeylerini olumlu yönde etkilediği görülmektedir.

Geometrik-Mekanik zekâ oyunları ile yapılan öğretim (A27) sonucunda, hem bilgisayar ortamında hem de somut materyallerle gerçekleştirilen etkinliklerin öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerini arttırdığı görülmüştür.

Dijital fotoğraflar kullanılarak yapılan öğretim (A34) sonucunda 4. ve 8. sınıf öğrencilerinin GSP yazılımı kullanmalarının her iki grupta da başarı düzeylerinin artmasında etkili olduğu görülmüştür. Ayrıca 4. sınıf öğrencilerin öntest sontest puanları arasında, GSP ile günlük hayatı örnekleyen, dijital fotoğraflarla ders anlatımı yapılan deney grubu lehine anlamlı farklılık bulunurken, 8. sınıf çalışma grupları arasında anlamlı bir farklılık bulunamamıştır. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri incelendiğinde 4. sınıf öğrencilerinde deney grubu lehine anlamlı farklılık bulunurken, 8. sınıf grupları arasında bir farka rastlanmamıştır.

Buluş yoluyla yapılan öğretim (A64) sonucunda, buluş yoluyla öğrenme stratejisinin kullanıldığı öğrenme ortamında kullanılan etkinliklerin öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini geliştirdiği söylenmektedir.

Somut ve sanal manipülatif destekli öğretim (A72) sonucunda sanal ve somut manipülatif kullanarak yapılan öğretim uygulamasının geleneksel öğretim yapılan gruba göre geometrik yapıları inşa etme ve çizme başarı testi puanlarının istatistiksel olarak anlamlı farklılıkları olduğu tespit edilmiştir. Her iki grupta da başarıların yükseldiği görülürken, uygulama yapılan gruptaki öğrencilerin performansların daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca öğrencilerden uzamsal yeteneği yüksek olanların başarı puanlarının daha iyi olduğu da bulunmuştur. Aynı zamanda bu konudaki öğrenci başarısının, van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık oluşturmadığı da sonuçlar arasındadır. Nitekim sıra ortalamalarına bakıldığında geometrik düşünme düzeyleri arttıkça geometrik yapıları inşa etme ve çizme testi puanlarında artış gözlemlenmiştir.

RBC teorisi ile yapılan öğretim (A78) sonuçlarına bakıldığında geometrik düşünme düzeyleri farklı olan öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin de birbirinden farklı olduğu görülmüştür. Bu durum için, 1.düzeydeki öğrenci cevapları genellikle tahmine dayalı iken 3. düzeyde yer alan öğrencinin cevapları ispatlarla anlatılmaya çalışılmıştır. Ayrıca van Hiele Teorisi'nde dilin kullanımı önemli bir yere sahip olduğundan bu çalışmada da özellikle geometrik düşünme düzeyi düşük olan öğrencide dilin tam ve doğru olarak kullanamadığı tespit edilmiştir.

Mesleki gelişim modeli ile yapılan öğretim (A84) sonucuna göre, verilen eğitimlerle öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin değişmediği zaten düşük olan düzeylere hiçbir katkıda bulunmadığı görülmüştür. En az ikinci düzeyde olması beklenen öğrencilerin çok azının bu düzey ve üstünde olduğu tespit edilmiştir. Bu durum verilen eğitimler neticesinde de değişmediği saptanmıştır. Buna sebep olarak öğretmenlerin hazırlananan etkinlikleri uygulamada yaşadığı yetersizlikleri ve öğrencilere bu etkinliklerin zor gelmiş olması, aynı zamanda öğrencilerin oluşturulmaya çalışılan sınıf kültürüne olan yabancılığı ve anlatılan konular için yeterli hazırbulunuşluk düzeyinde olmaması gibi gerekçeler öne sürülmüştür.

*5.1.4.2. Uluslararası Alanyazında Yapılmış Öğretim Uygulamalarına İlişkin Değerlendirme:* Yapılan uluslararası alanyazındaki çalışmalar incelendiğinde, 43 çalışmada araştırma süreci bir öğretim uygulamasına dayandırılmıştır. Bu öğretim uygulamaları içerisinde en çok tercih edileni DGY ile yapılan öğretim uygulamaları olmuştur (E22, E35, E37, E41, E47, E48, E49, E50, E52, E57, E68, E70). E22 çalışmanın sonuçlarına bakıldığında, GeoGebra'nın daire geometrisinin öğretilmesi ve öğrenilmesinde geleneksel yöntemle kıyasla kullanımının, öğrencilerin düzey 1 ve düzey 2 analizlerinde önemli bir fark yarattığı, ancak diğer üç düzeyde bir değişiklik olmadığı sonucuna varılmıştır. Teknoloji entegrasyonunun geleneksel öğretim yöntemlerine kıyasla önemli olumlu farklılıklar yarattığı fikrini ortaya

koyma eğiliminde olan teknoloji entegrasyonu üzerine yapılan birçok çalışmanın aksine, bu çalışma önemli değişimin van Hiele düzeylerine bağlı olduğunu göstermiştir. Diğer üç düzeyin sonuçları, deney grubu ve kontrol grubu arasında istatistiksel olarak anlamlı bir başarı farkı göstermemiştir. Bunun nedeni muhtemelen, bu düzeylerde öğrencilerin bağımsız olarak mantıksal analiz dizilerini ve belirli bir teoremin sunumunu gerçekleştirmeleri gerekmesidir; bu, eğer bir öğrenci GeoGebra kullanma konusunda iyi değilse, düşünce sürecinin bozulmasına yol açabileceğinden kaynaklanmaktadır. Bu durumda GeoGebra, 3., 4. ve 5. düzeyler için doğru sonuçların elde edilmesinde pek yardımcı olmayabilir. Bu çalışma, GeoGebra'nın öğretme ve öğrenmede kullanılmasının sadece genel olarak öğrencilerin başarısını değil, aynı zamanda 1 ve 2 gibi belirli van Hiele düzeylerindeki başarıyı da arttırdığını, aynı zamanda öğrencileri motive ettiğini ortaya koymaktadır. E35 ise çalışmadan elde edilen sonuçlara bakıldığında deney grubuyla kontrol grubu karşılaştırıldığında geometri başarısındaki önemli farklılıklar, Geometer's Sketchpad'in ortaokul düzeyinde geometri öğretiminde umut verici olduğunu göstermektedir. Bu bağlamda geometrik yapıya dinamik geometri yazılımının eklenmesinin öğrencilerin geometriye olan ilgilerini ve anlayışlarını artırdığı söylenmektedir. Dolayısıyla bu gözlem, sınıf öğretmenlerini ve hatta müfredat geliştiricilerini, geometri öğrenmede etkili bir araç olarak Geometer's Sketchpad'in potansiyeli konusunda cesaretlendirebilir. Van Hiele tabanlı öğretim materyalleri ve Geometers' Sketchpad'in kullanımı, öğrencilerin daha yüksek bir düzeye ilerlemelerine yardımcı olmada özel bir rol oynamıştır. Çizim, tanımlama ve keşif gibi kavramların somutlaştığı çeşitli ortamları içeren görevler, araştırmacının güvenle tanımlayabileceği belirli kavramlar hakkında akıl yürütme biçimlerini ortaya çıkarmıştır. Van Hiele Teorisi'ne göre, her öğrenme periyodu, öğrencinin düşünme becerilerini geliştirir ve genişletir. Bu, öğretmenlerin öğretim etkinliklerini modele uygun olarak seçmeleri ve sıralamaları açısından önemlidir.

E37 sonuçları, Geometer's Sketchpad gibi dinamik geometri yazılımlarının öğrencilerin geometrik düşünmelerini ve üç boyutlu uzamsal yeteneklerini geliştirmede rol oynayabileceğini göstermektedir. Üç boyutlu nesnelerin dinamik, iki boyutlu GSP temsilleri, öğrencilere üç boyutlu nesnelerin basit bir statik çiziminde iletilebileceğinden daha fazla bilgi sağlamıştır. E41 çalışmasının sonucunda van Hiele ve Piaget gibi önceki biliş teorilerini, yalnızca belirli bir düzeyde (somut veya soyut) düşünmenin özelliklerini ve uygulamalarını tanımladığı sonucuna varmıştır. Bu teoriler, düşünmeyi somuttan soyuta ilerleten düşünme süreçlerini tanımlamaz. Ancak, bu süreçleri anlamak, belirli bir düşünme düzeyinin veya durumunun özelliklerini anlamaktan daha önemli olabilir. Bu çalışmanın sonucunda,

düşünmeyi ilerleten belirli süreçleri tanımlayan bir öğrenme modeli geliştirilmiş ve bu süreçleri harekete geçirmek için kullanılabilecek öğrenme görevleri tasarlanmıştır. Görevler iki amacı gerçekleştirmek için faydalıdır: (a) çocuğun düşünmesi somut düzeydeyse, görevler soyut düzeye ilerlemek için düşünmeyi teşvik edecektir; ve (b) çocuğun düşüncesi zaten soyut düzeydeyse, görevler çocuğu düşünmede başka bir niteliksel değişime hazırlamak için gerekli uygulamayı sağlayacaktır. Özetle, bu çalışmanın bulguları, matematik öğretmenlerine, yenilikçi teknolojilerin sınıf öğretimi ile entegrasyonunu vurgulayan NCTM standartlarını karşılamaya yönelik öneriler sağlamalıdır. C-A-C öğrenme modeli olarak geliştirilen bu model, düşünmeyi somuttan soyut düzeye taşıyan süreçleri açıklamak için etkili bir modeldir ve bu çalışmada açıklanan öğrenme görevleri ilkokul matematik müfredatına dahil edilebileceğini savunmuştur. E47 çalışmasının sonucunda, öğrencilerin Google SketchUp öğretim uygulamasına dayalı olarak işlenen derslerin van Hiele Teorisi'ne dayalı yapılan öğretim ve geleneksel öğretimle yapılan derslerle karşılaştırıldığında daha olumlu bir etki gösterdiklerini bulmuşlardır. Bir aylık öğretimden sonra yapılan kalıcılık testinde, Google SketchUp grubundaki öğrencilerin diğer iki gruba kıyasla öğrenmelerini daha iyi koruduklarını göstermiştir. E48 araştırmanın sonuçlarına bakılarak; GSP kullanılarak yapılan öğretimden sonra tüm düzgün çokgenler için öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde önemli bir fark oluştuğunu ve bu da öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini önemli ölçüde geliştirdiğini göstermektedir. Ancak, öğretimden sonra dört öğrenci sadece düzey 0'dan düzey 1'e ilerlemeyi başarmıştır. Bu dört öğrencinin 2. düzey düşünmelerinde ilerlemenin olmaması, matematik ve İngilizce dillerindeki düşük başarılarına bağlanmıştır. Geometrik düşünme düzeylerinde doğru ilerlemenin öğretim ve yetenekle birlikte özellikle dil becerisinden de etkilendiğinin sonuçlarıyla uyumludur. Sonuç olarak, bu çalışmanın sınırlılıkları olsa dahi, bu çalışmanın bulguları, GSP kullanılarak yapılan öğretimin, öğrencilerin düzgün çokgenler hakkında geometrik düşünmesini önemli ölçüde geliştirdiğini göstermektedir. E49 ise araştırmanın sonucunda, öğrencilerin düşük düzeyde geometrik düşünme becerileri ve matematik öğrenmeye yönelik motivasyon eksikliklerinin bu çalışmada tespit edilen başlıca problemler olduğunu bulmuştur. Bu çalışmanın genel bulguları, Crocodile Mathematics yazılımının geometri derslerine dahil edilmesinin, öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerini geliştirmekle kalmayıp, aynı zamanda matematik öğrenme motivasyonlarını da teşvik ettiğini göstermektedir. E50 araştırmanın sonuçlarına dayanarak, Logo'nun öğretmen adayları için geometri kursuna entegre edilmesinin (a) şekilleri anlamalarını, özellikle özellikleri ve sınıflandırma bilgilerini; (b) açıları anlamaları - özellikle şekillerle olan ilişkileri açısından; ve (c) değişkenleri anlamaları - bir değişkenin ne olduğu ve

nasıl kullanılabileceği konusundaki görüşlerini genişletmek açısından fayda sağladığını dile getirmiştir. E52 çalışmanın sonuçlarına bakıldığında; bilgisayar kullanan grubun van Hiele düzeyleri bakımından kontrol grubu ile birbirine istatistiksel olarak denk olduğu görülmüştür. E57 sonuçları, öğrencilerin daha ileri Öklid geometrisi hakkında sağlam bir anlayışa sahip olmadıklarını göstermektedir. En sorunlu alanlar, ispatların oluşturulması, aksiyomların ve tanımların rolünün anlaşılması ve Öklidyen olmayan sistemlerin anlaşılması olmuştur. Literatür tarafından tahmin edildiği gibi, düzey 1'den düzey 4'e kesin bir düşüş eğilimi olmuştur. Ancak, düzey 5 sorularında durum böyle değildir. Bu, bir düzeyde ustalaşmanın bir sonraki düzeyde ustalaşma için bir ön koşul olduğunu öne süren van Hiele Teorisi'ne aykırı bir durum olmuştur. Bu çalışma, dinamik geometri yazılımı zenginleştirilmiş bir ortamda öğrencilerin geometrik bilişsel gelişimini araştırmak için van Hiele Teorisi'ni kullanmayı, herhangi bir teknolojik gelişme olmayan bir öğrenme ortamındaki öğrencilerle karşılaştırmayı amaçlamıştır. Sonuçlar, teknolojiyle zenginleştirilmiş ortamın, geometrik görselleştirme, geometrik şekillerin özelliklerinin tanınması ve ispatlar ile ilgili olan van Hiele 1, 2 ve 4 düzeylerindeki öğrencilerin kavramsal geometrik gelişiminin geliştirilmesine yardımcı olduğunu göstermektedir. Van Hiele 1. ve 2. düzeylerdeki gelişmelerle ilgili bu bulgu, teknolojinin öğrencilerin keşfedebilecekleri, tahmin yürütebilecekleri ve görselleştirebilecekleri aktif bir öğrenme ortamı yaratmaya yardımcı olabileceğini öne süren literatürle iyi bir şekilde örtüşmektedir. E68 tarafından yapılan çalışmanın sonucunda uzamsal görselleştirme yeteneği ile van Hiele düzeyi arasında anlamlı bir ilişki bulunamamıştır. Van Hiele düzeyi ile yıl sonu başarısı arasında anlamlı bir ilişki bulunmuş ve böylece iki değişken arasında pozitif bir ilişki olduğu hipotezi desteklenmiştir. Daha yüksek van Hiele düzeylerinde akıl yürüten öğrenciler, daha düşük van Hiele düzeylerindeki öğrencilere kıyasla final sınavında önemli ölçüde daha yüksek puan almıştır. Başarı puanları düşük olan öğrencilerin geometrik düşünmenin daha düşük van Hiele düzeylerinde olması daha olası görülmüştür. E70 araştırma sonuçlarına bakıldığında, öğrencilerin çoğunun deney ve kontrol gruplarında van Hiele 4 veya 5 düzeyine ulaşmadığı ve sadece yarısının van Hiele düzeyi 3'e ulaştığı görülmektedir. BİT ile zenginleştirilmiş ortamın, van Hiele 1, 2 ve 4 düzeylerinde kavramsal geometrik düşünme düzeylerinde iyileştirmeye yardımcı olduğu görülmektedir. BİT ile zenginleştirilmiş bir ortam, düzey 5'e öğencileri yerleştirme konusunda yetersiz kalmıştır. Aksine, kontrol grubu van Hiele 5. düzey sorularda 0.93 (5 üzerinden) ilerleme kaydetmiştir. Bu sonuçlar, BİT'in van Hiele düzeyleri açısından geometrik kavramsal büyüme üzerinde her zaman olumlu bir etkiye sahip olmadığını göstermektedir. Spesifik olarak, çalışmadan elde

edilen sonuçlar yalnızca alt van Hiele düşünme düzeylerinde Öklid geometrisi anlama düzeylerini geliştirdiğini göstermektedir.

Araştırma kapsamında incelenen van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretim uygulamalarının da bir hayli olduğu görülmektedir (E2, E12, E13, E14, E16, E28, E46, E47, E59, E61, E67, E79). E2 tarafından yapılan çalışmanın sonuçları, uygulama grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin, kontrol grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinden daha iyi olduğunu ortaya koymuştur. Bu nedenle, bu durum van Hiele'nin geometri öğrenme aşamalarının GSP yazılımı yardımıyla uygulanmasının, öğrencilerin konuları geleneksel olarak öğrenen öğrencilere kıyasla daha iyi geometrik düşünme düzeylerine ulaşmalarına yardımcı olduğu anlamına gelmektedir. E12 kodlu çalışmada ise araştırmacılar, seçilen eğitim fakültesi matematik öğretmenlerinin, geometri öğretimini ve öğrenimini kolaylaştırmada, van Hiele 1. ve 2. düzeylerle uyumlu, iyi bir geometri kavramsal anlayışı sergiledikleri sonucuna varmışlardır. Matematik öğretmenlerinin stratejileri, van Hiele 3. ve 4. düzeylerde anlatıldığı gibi geometrik düşünmenin gelişimini destekleyecek şekilde yapılandırılmamıştır. E13 çalışmasından elde edilen sonuçlar, deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeyleri öncesi ile karşılaştırıldığında her iki grupta yer alan öğrenciler sonrasına göre artış göstermiştir. Bununla birlikte, deney grubundaki öğretmen adayları kontrol grubundakilere kıyasla daha iyi geometrik düşünme düzeyleri elde etmişlerdir. Düzey 3 ve 4'te düzey 0, 1 ve 2'den daha fazla iyileşme, van Hiele Teorisi'ne dayalı yapılan öğretim uygulamalarının öğretmen adaylarının geometrik düşünmesi üzerinde geleneksel yaklaşımdan daha olumlu bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir. E14 ise SOLO modelinin, van Hiele Öğretim Aşamaları ile birleştirildiğinde, öğretmenleri, doğrusal ilişkiler kavramlarını araştırmayı amaçlayan etkinlikleri seçme ve tasarlama konusunda destekleyen, öğrencilerin doğrusal ilişkileri anlamalarını belirlemede öğretmenlere yardımcı olan bir araç olarak potansiyelini vurgulamakatdır. E16 çalışma sonucunda, öğrencilerin derslerde van Hiele Teorisi'ne uygun öğretim yaptığında öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini yükseltebildiklerini göstermektedir. Bu çalışmayla öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarının değiştiği ve öğrencilerin bağımsız olarak akıl yürütmelerinin olduğu etkinlikler yardımıyla ortaya çıkarıldığı görülmektedir. Öğrenme sürecinin beş aşamasına önem veren pedagoji, öğrencilerin düşünme düzeylerindeki değişiklikleri etkilediğini göstermektedir. Öğrencilerin bir dizi öğrenme deneyiminde onu keşfetmek için her konuya yeterli zaman ayırması gerekir. Bu deneyimler, öğrenmenin gerçekleşmesini sağlamak için tüm aşamaları kapsamalıdır. Çeşitli modaliteleri kullanan programlar, her sınıfta var olan öğrenme stili farklılıklarına hitap eder. Manipülatiflerin ve

diğer uygulamalı materyallerin kullanılması, lise düzeyinde bile kavramların geliştirilmesinde etkilidir. E28 çalışmasında, van Hiele Teorisi'nin, matematik öğretiminde, geleneksel davranışçı yaklaşımlar kadar başarılı olduğunu kanıtlayan yapılandırmacı bir yaklaşım sağladığını göstermiştir. Bu bilgi, öğretmen eğitimi programlarının öğretmen adaylarının sınıflarında kullanacakları çeşitli stratejilerle daha iyi hazırlamasını sağlayacaktır. Ayrıca bu çalışmanın öğretmenler ve öğrenciler arasındaki bilgi boşluğunu kapatacak bir müfredat tasarlamayı ve uygulamayı amaçlamıştır. Bu bağlamda, van Hiele Teorisi'nin geometrideki bu boşluğu doldurmak için öğretim için uygun bir araç olarak hizmet ettiğini göstermiştir. Spesifik olarak, van Hiele Teorisi'nin uygulanması, eğitimcilerin, bir öğrencinin anlamasını ilerletmesine yardımcı olmak için bir öğrencinin yararlı matematik ve tasarım öğretimi öğrenebileceği belirli bir düzeyi belirlemesine izin vermiştir. E46 çalışmanın sonuçlarında, öğrencilerin geometrik dönüşümlerle ilgili çeşitli kavram yanılgılarına sahip olduklarını ortaya koymuştur. Öğrencilerin gösterdikleri hatalara ilişkin kavram yanılgıları betimlenmiş ve bunlar iki tema altında sınıflandırılmıştır. Çalışma, öğrencilerin kavram yanılgıları ve ortaya çıkan hataların belirli öğretim yaklaşımlarıyla eşleştirilmesi durumunda geometrik dönüşümlerdeki hatalı akıl yürütmelerinin ele alındığını ve etkili öğrenmenin arttığını göstermiştir. E47 çalışmasının sonucunda, öğrencilerin Google SketchUp öğretim uygulamasına dayalı olarak işlenen derslerin van Hiele Teorisi'ne dayalı yapılan öğretim ve geleneksel öğretimle yapılan derslerle karşılaştırıldığında daha olumlu bir etki gösterdiklerini bulmuşlardır. Bir aylık öğretimden sonra yapılan kalıcılık testinde, Google SketchUp grubundaki öğrencilerin diğer iki gruba kıyasla öğrenmelerini daha iyi koruduklarını göstermiştir. E59 ise çalışmanın sonucuna göre, van Hiele Teorisi'ne dayalı öğrenme etkinliklerinin öğrencilerin uzamsal yeteneklerini artırmada etkili olduğu sonucuna varmıştır. Van Hiele öğrenme teorisi ile eğitim gören öğrencilerin uzamsal testinin geleneksel öğrenmede öğrencilere göre daha iyi olduğu araştırma ile gösterilmiştir. Beş aşamalı van Hiele öğrenme teorisinde gerçekleştirilen etkinlikler, öğrencilerin uzamsal yeteneklerini uygulama ve geliştirmelerine olanak sağlamıştır. Ayrıca öğrenciler somut nesneler ve medya manipülatifleri kullanarak yaratıcılıklarını uygulama fırsatı bulmuşlardır. E61 tarafından yapılan çalışmadan ortaya çıkan sonuçlar, 10. sınıf matematik dersinde eş üçgenlerin öğretiminde van Hiele öğretim modelinin kullanılması öğretilen kavramların öğrenilmesi sürecini kolaylaştırdığını, öğrenenlerin başarı puanlarını ve van Hiele düşünme düzeylerini iyileştirdiğini ortaya koymaktadır. E79 ise van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretim etkinliklerinin, özellikle ilgili düşünme düzeyleri aracılığıyla kendi ilerlemelerini deneyimleme ve yansıtma fırsatına sahip olduklarında, öğretmen adaylarının öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme

düzeylerini anlamalarını önemli ölçüde geliştirebileceğini göstermektedir. Araştırmada, van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretim etkinlikleri ile dersler işlendikten sonra, öğrencilerin geometrik düşüncelerini anlamaları önemli ölçüde arttığı görülmüştür. Üç haftalık kısa bir modül sırasında meydana gelen bu tür bilgi gelişimi, özellikle öğretmen adaylarının öğrencilerin matematik anlayışını anlamalarının gelişimi matematik öğretmeni eğitimi araştırmasının kalıcı bir odak noktası olduğu düşünüldüğünde özellikle dikkate değerdir (Morris ve Hiebert, 2017). Ayrıca bu çalışma van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretim etkinliklerinin sınıf öğretmeni adaylarının geometri öğretim etkinlikleri bilgilerini olumlu yönde etkileyebileceğini ortaya koymaktadır. Bu çalışma, öğretmen adaylarının geometri içeriğine ilişkin bilgilerini ve öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine ilişkin bilgilerini çeşitli öğretim etkinlikleriyle uyumlu hale getirme fırsatlarına sahip olduklarında, geometri öğretim etkinliklerine ilişkin bilgilerinin önemli ölçüde arttığını göstermiştir. Geometri öğretim etkinliklerinde artan bilgilerinin, hem geometri içeriğini anlamalarının hem de öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin artmasıyla güçlü bir şekilde ilişkili olduğu gerçeğiyle de desteklenmiştir. Son olarak, bu çalışma, sınıf öğretmeni adaylarının geometri alan bilgilerinin, öğrencilerin van Hiele düzeylerine ilişkin bilgilerinin ve geometri öğretim etkinliklerini anlamalarının birbiriyle ilişkili olduğunu göstermektedir.

Modül kullanılarak yapılan öğretim uygulamaları da uluslararası alanyazında görülmektedir (E4, E11, E41, E47, E60). E4 çalışmasının sonucunda dinamik geometri yazılımları ile problem çözmenin öğrencilerin daha yüksek bir geometrik anlama düzeyine ulaşmalarını başarılı bir şekilde sağladığını ortaya koymuştur. Çalışma ayrıca, uygulama öncesi ve sonrası arasında geometrik anlama düzeyinde önemli bir fark olduğunu göstermiştir. Bu modülde öğrenciler tarafından dinamik geometri yazılımı ile problem çözerken çeşitli eleştirel ve yaratıcı düşünme becerileri kullanılmıştır. Bu, van Hiele modülünde önerilen düşünme düzeylerine ulaşmalarına yardımcı olacaktır. E60 çalışmanın sonuçlarına göre öğrencilerin geometrik anlama düzeylerini artırmak için geliştirilen geometri modülünün etkili bir araç olduğu görülmüştür. Geliştirilen modül, anlaşılması kolay, eğitimin geliştirilmesinde çok faydalı olduğu için pratik değeri yüksek ve öğretmen adaylarının geometri ve matematiksel muhakeme anlama düzeyine ulaşmada anlamalarını hızlandırmıştır. Geliştirilen modül, öğretmen adaylarına aksiyomları tanımlama, sınıflandırma ve düzlemsel geometri yani dörtgen ile ilişkilendirme konularında bütüncül bir anlayış sağlamada etkili olmuştur. Araştırmacı tarafından geliştirilen modülü kullanan öğretmen adaylarının anlama düzeyleri, modülü kullanmayan öğretmen adaylarından önemli ölçüde farklılık göstermiştir. Modülü kullanan öğretmen adaylarının anlama düzeyi van Hiele düzeyine göre 5. düzeye

ulaşırken, modülü kullanmayan öğretmen adaylarının anlama düzeyi sadece 3. düzeyde kalmıştır.

Gerçekçi matematik eğitimi öğretim teorisi kullanılarak yapılan öğretim uygulamalarında; E67 ise araştırmanın sonuçları, gerçekçi bağlam problemlerini kullanarak öğretime yönelik RME yaklaşımının açıları tanıtırken umut verici bir yöntem olduğunu göstermektedir. Bu tezdeki araştırma, RME yaklaşımını kullanmanın, öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme teorisi tarafından belirlenen açıları uygun bir şekilde anlamalarına yardımcı olabileceği hipotezini desteklemektedir. E81 ise çalışmanın sonuçlarını, RME'ye dayalı öğretim yaklaşımlarının, diğer geleneksel yöntemlere kıyasla okul öncesi çocuklarının geometri yeterliliğinin gelişimine önemli ölçüde katkıda bulunduğunu göstermektedir.

Eğitici video kullanılarak yapılan (E5) öğretim uygulamasının sonucunda, öğrencilerinin van Hiele geometri düşünme düzeylerini geliştirmede etkinliğini göstermiştir. Veri analizi sonuçları, düzey 0 grubundaki örneklemden 90 öğrenciden 60'ının gelişme gösterdiğini göstermektedir. 60 öğrenciden oluşan düzey 1 grubunda 43 gelişme gösteren öğrenci bulunurken, 30 öğrenciden oluşan düzey 2 grubunda 15'i gelişme göstermiştir. Bunun dışında, yapılan veri analizi öğretim uygulamasının öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinde herhangi bir gelişme göstermeyen çok sayıda öğrenci olduğunu da göstermiştir. Bu olayın nedenlerinden bazıları ise çalışmada gerekçelerle açıklanmıştır. Örnek verecek olursak; bazı öğrencilerin geometrik şekiller arasındaki bağlantıyı çözümlemeyi zor bulduğunu, iki boyutlu geometriden üç boyutlu geometriye geçişte sıkıntı yaşandığını, geometri dersinde geometrik şekillerin yorumlanmasında ve tanımların yapılmasında güçlük çeken öğrencilerin olduğudur.

Plomp modeli kullanılarak yapılan (E10) öğretim uygulamasının sonuçlarına dayanarak, van Hiele Teorisi'ne dayalı geometri öğrenme setinin pratikliği, küçük grup aşamasında öğrenme sürecini gözlemlemenin sonuçlarından, yani öğrencilere yapılan anketlerden ve uygulama gözlem sayfasının pratikliğinden görülmektedir. Van Hiele Teorisi'ne dayalı ders planının uygulanabilirliğini görmek için, gözlemci tarafından değerlendirilen ders planının uygulanmasına ilişkin gözlemlere dayalı olarak görülebilmektedir. Van Hiele Teorisi'ne dayalı geometrik ders planının küçük grup aşamasında etkili olduğu sonucuna varılabilir. Gözlemler, materyal dikdörtgenler ve üçgenlerle ilgili her toplantıda öğrenci quizlerinin sonuçlarına dayalı olarak öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinde bir artış olduğunu da göstermiştir.

GeoCAL adlı multimedya destekli öğrenme programına dayalı yapılan (E19) öğretim uygulamasının sonuçlarında; öğrencilerin görsel ilişkilendirme yeteneğini geliştirmelerine

yardımcı olmak için yararlı olan çeşitli günlük yaşam nesneleri ve geometrik şekiller sunduğunu fakat tanıma yeteneği üzerinde önemli öğrenme etkileri oluşturmadığını göstermiştir. Ayrıca öğrencilerin geometrik şekilleri analiz etme ve tanımlama yetenekleri üzerinde önemli geliştirme etkileri üreten etkileşimli çalışma modları sağladığını ve problem çözme işlevleri, öğrencilerin geometrik şekillerin niteliklerini anlamaları için faydalı olduğunu ve çıkarım yapma, tümevarım yetenekleri üzerinde ise önemli iyileştirme etkileri ürettiğini göstermiştir.

Van Hiele web-tabanlı öğrenme uygulaması (E20) bilgisayar bilimleri öğretimi için önerilen Modifiye van Hiele Teorisi, öğrencilerin problem çözme ve programlama becerilerini tümevarım yoluyla öğrenmeleri için mantıklı bir bağlantı sağladığını göstermiştir.

Geometri öğretim programının tasarlandığı (E27) kodlu araştırmanın sonuçları, matematik öğretmenlerinin van Hiele Teorisi'nin öğretim aşamasını kavramsal bir çerçeve olarak kullanarak daire geometrisi öğretim programını tasarlama ve uygulama konusundaki deneyimlerine ilişkin dört durum ortaya koymaktadır. Bunlar, ilk olarak, katılan üç matematik öğretmeninin beş van Hiele öğretim aşamasının tamamını kullandığını ve uyguladığını ortaya koymaktadır. İkinci olarak, öğretmenler öğretimin bir aşamasından diğerine oldukça iyi gitmişler fakat aynı zamanda öğretimlerinde açıklama ve pekiştirme için önceki aşamalara geri dönmüşlerdir. Üçüncüsü, öğretmenler öğretim aşamalarını dersleri planlamak ve sunmak için iyi bir pedagojik araç veya şablon olarak görmüşlerdir. Dördüncüsü, öğrencilerin çoğunluğu yönergeleri izlemiş ve yanıtları beklenenden daha hızlı vermişlerdir.

Quick Draw etkinliklerine dayandırılan (E31) kodlu çalışmanın sonuçlarına bakıldığında sınıf öğretmeni adayları, Quick Draw şekillerini görme ve çizme yeteneklerinin geliştiği varsayımına dayanarak uzamsal düşünme yeteneklerinin geliştiğine inanmışlardır. "Düşüncelerindeki" değişimi açıklamak için üç tema ortaya çıkmıştır. İlk önce öğretmen adayları, şekli sadece bir bütün olarak görmek yerine figürün "parçalarına" odaklanmaya başladıklarını belirtmişlerdir. İkincisi, onların "boyut" fikirleri genişlemiş; başlangıçta belirli Quick Draw şekillerini tek boyutlu çizgilerin ve iki boyutlu şekillerin bir montajı olarak görenler, artık şekilleri üç boyutlu olarak görmeye başlamışlardır. Üçüncüsü, sınıf öğretmeni adayları sınıf tartışmaları aracılığıyla "şekillerin isimlerini tanıyabildikleri" hissi ile kendi hafızalarından şekli nasıl çizeceklerini hatırlamalarına yardımcı olmuştur. Çalışma için nicel ve nitel veriler analiz edilmiştir. Nitel verilerin analizi, öğretmen adaylarının şeklin niteliklerini ve özelliklerini içeren geometrik terimlerin aksine, geometrik şekil kavramıyla daha rahat kendilerini ifade ettiklerini göstermiştir. Quick Draw etkinlikleri ayrıca sınıf odaklı diyalogların gerçekten de öncelikle geometrik şekle odaklandığını ortaya koymuştur. Nitel

analizinin bir sonucu olarak, sınıf öğretmeni adayının “elmas” ve “eşkenar dörtgen” kelimelerini kullanması olmuştur. Elmas genellikle görülen bir yanıt olarak bulunmuştur ve yanlış geometrik sözcük dağarcığı olarak görülmese de, ilköğretim öğretmen adaylarının ideal olarak bu şekli eşkenar dörtgen olarak tanımlayabilmeleri beklenmektedir. Nicel verilerin analizi, gruplar VHGT'de 7'den az puan alan katılımcıların analiz edildiği VHGT<7 ve VHGT>7olarak adlandırılan iki alt kümeye ayrılmıştır. Deney veya kontrol gruplarına göre VHGT > 7 ve başlangıç/son ortalama puanlarında anlamlı bir farklılık olmadığını ortaya çıkarmıştır. Bu, geometrik kelime dağarcığı, VHGT puanı 7'den büyük olan her iki grup üyelerinin geometrik düşüncesinde önemli bir değişiklik olmadığını göstermektedir. Ancak, VHGT < 7 ortalama puanlarında anlamlı bir fark oluşmuştur. Bu sonuçlar başlangıçta 7'den küçük VHGT sonucu olan hem deney grubunun hem de kontrol grubunun puan ortalamalarının arttığını göstermektedir.

Etnomatematik etkinliklerin kullanıldığı (E33) öğretim uygulamasına dayalı olarak yapılan çalışmanın sonuçları; öğrencilerin geometrik düşünme becerilerinin hala düşük olduğunu ve ön-görselleştirme düzeyinde %39,7, düzey 0’da %31,8, düzey 1’de %7,9, düzey 2’de %20,7, düzey 3 ve düzey 4’de %0 öğrenci bulunduğunu göstermiştir. Etnomatematik etkinliklerinin düzeyler bazında değerlendirilmesinde; 0. düzeyde olan öğrenciler, etnomatematik problemlerini net ve anlaşılır bir şekilde geometrik örüntüler halinde görselleştirebildiğini, 1. düzeyde öğrencilerin problemleri çözmek için hangi unsurların bilindiğini ve gerekli olduğunu belirleyebildiğini, 2. düzeyde öğrencilerin ilgili ifadelerde bulunabildiğini ve var olan unsurlar arasındaki ilişkiye ve yapılan açıklamanın doğruluğunu ispat edebildiğini göstermiştir. Dolayısıyla ön görselleştirme düzeyinde öğrencilerin bulunması, 3. ve 4. düzeye ulaşan öğrencilerin olmamasının da gösterdiği gibi öğrencilerin geometrik düşünme becerilerinin hala düşük olduğu görülmektedir. Öğrencilerin analitik geometri sorularını çözerken geometrik düşünme düzeylerinin düşük olması, öğrencilerin problemlere ilişkin bilgileri işleme becerisinin olmaması, öğrencilerin sahip oldukları problemlere ilişkin cevapları ispatlama konusundaki bilgilerinin olmaması ve benzer soruları yanıtlama konusunda eğitim almamalarından kaynaklanmaktadır.

Animasyonlu videolar ile yapılan (E40) öğretim uygulamasında van Hiele Teorisi’nin, öğrencilerin uzamsal geometri konusunu anlamalarına rehberlik edebileceği bilgisini sağlamıştır. Video yardımıyla öğrencilerin iki boyutlu uzay üzerine çizilen üç boyutlu uzay ile ilgili soyut şeyleri açıklamalarına yardımcı olduğunu göstermiştir. Sonuçlar, van Hiele'nin video animasyon destekli teorisinin, öğrencilerin düşünme becerilerini geliştirmelerine ve

öğrencilerin geometrik üst düzey düşünme becerisi problemlerini çözme yetenekleriyle ilgili deneyimlerini geliştirmelerine yardımcı olduğunu göstermektedir.

Mira aşamasına dayalı olarak (E45) yapılan öğretim uygulamasında 10 derste öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde önemli ölçüde değişiklik meydana getirmiştir. Öğrenciler Mira manipülatifi ile çalışırken eğlenerek geometrideki kavramları öğrenmişlerdir. Öğretimden sonra yapılan uygulamalarda öğrenciler van Hiele düzeylerinde ortalama %83'e (bir düzeyden bir sonraki üst düzeye %83 artış veya bir geçiş düzeyinden bir sonraki yüksek geçiş düzeyine %83 artış) ulaşmışlardır. Mira öğretiminin, öğrencilerin birkaç hafta önce öğrendiklerini daha iyi anlayabilecekleri şekilde kavramları düzenlemelerine ve gözden geçirmelerine yardımcı olduğu gözlenmiştir. Bilgi eksiklerini gidermek veya bilgilerini bütünleştirmek için biraz zamana ihtiyaç duymuş olmalarına rağmen öğrencilerin çoğu daha üst düzey geçme noktasına yaklaşmışlardır. Düşük düzeylerde daha fazla verilecek öğretim öğrencilerin daha fazla gelişim kaydedeceğini göstermiştir. Düzey 0'da sadece üç ders verilmiş, öğrencilerin %60'ı ön tanıma düzeyine yerleştirilmiş, %40'ı ön tanıma ve düzey 0 arasında geçişe yerleştirilmiş olup, bu öğrenciler düzey 0'da eğitime ihtiyaç duymuştur. Öğrencilerin %40'ı düzey 0'a ulaşamamıştır. Bu nedenle bu düzey için daha fazla öğretime ihtiyaç duyulmuştur. 1. düzey üç ders olarak verilmiştir. Son testte, öğrencilerin %20'si düzey 0'dan düzey 1'e geçiş aşamasına geçmiştir. Yaklaşık %27'si düzey 1'e ulaşmıştır. Çalışmanın sonunda uygulanan son test, öğrencilerin sadece yaklaşık %27'sinin düzey 2'de eğitime gerçekten hazır olduğunu göstermiştir. Düzey 0 ve düzey 1 öğretimleri aşamasında, tanıtım ve ilk günü boyunca öğrenciler heyecanlı bir görüntü sergileyerek ve çalışmaya dâhil olmuşlardır. Düzey 0'daki eğitimin son üç günü boyunca, birkaç öğrenci ilgisini kaybetmiştir. Sebep olarak projeden sıkılmış olmaları gösterilebilir ki, öğretimi anlamak için yeterince yüksek bir düzeyde olmamaları daha olası bir sebeptir. Öğretim, bazı öğrencilerin seviyelerinden daha üst düzeyde olduğundan öğretmen ve bazı öğrenciler arasında iletişim sorunu yaşanmıştır.

VH-İstem öğrenme stratejisi kullanılarak yapılan (E53) öğretim uygulamasında etkinliklerinin geliştirilmesi iki aşamalı bağlantılara dayalı olarak sağlanmıştır. Fazlar bağlantılarının uygunluğuna ilişkin uzmanların geri bildirimlerinden elde edilen bulgularda, uzmanların %80 anlaşma sağlandığı tespit edilmiştir. Genel olarak, uzmanların olumlu yanıt verdiğini ve öğrencilerin geometrik düşünmelerinde daha düşük bir düzeyden daha karmaşık bir düzeye doğru bir artış olduğunu göstermektedir. Ayrıca, VH-iSTEM öğrenme stratejisinin öğrencilerin geometrik düşünme becerilerini geliştirmede pedagojik olarak işlevsel ve etkili olduğunu göstermiştir.

Multimedya eğitim yazılımı kullanılarak yapılan (E56) çalışma sonucunda öğrencilerin van Hiele geometrik modelinin ilk anlama düzeyi olan sorulardaki şekli görselleştirmeyi başardıklarını göstermektedir. Ayrıca dolaylı olarak LaP3D eğitim yazılımının öğrencilerin doğrular ve düzlemler konusundaki şekilleri 3 boyutta görselleştirmelerine yardımcı olmak için bir araç olarak kullanılabileceğini gösteren multimedya eğitim yazılımını kullandıktan sonra öğrencilerin performansında önemli bir gelişme olduğunu göstermektedir.

Moore öğretim yöntemine dayalı olarak gerçekleştirilen (E62) çalışma sonucunda, matematik öğretmen adaylarının van Hiele geometrik düşünme düzeyleri, ispat üzerine odaklanmış bir çalışmanın ardından yükselmiştir. Bununla birlikte, geleneksel yöntemle (düzey 1 den düzey 2ye), gelişmiş grup Moore yöntemiyle (düzey 1den düzey 3'e) göre daha küçük bir artış olmuştur. Gelişmiş grup Moore yöntemini kullanarak ispatları inceleyenler, geleneksel yönteme maruz kalan adayların bir düzey artışına kıyasla, iki düzeyde önemli bir artış elde etmişlerdir. Sonuç hedef düzeyin altında olmasına rağmen (düzey 4), van Hiele hiyerarşisinde iki adımlık bir artış sağlamıştır. Bu çalışmada öğretmen adaylarının ispat oluşturma performanslarında bir artış gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adaylarının ispat oluşturma performansları ile van Hiele düzeyleri arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu tespit edilmiştir. Bu nedenle, ispat oluşturma testinde artan bir performans, matematik öğretmen adaylarının van Hiele düzeylerinde bir artışa etki etmiştir.

Tangram ekinliklerine dayalı olarak yapılan (E65) öğretim uygulamasında sonuç olarak, tangramın geometri öğrenmede yararlı bir somut manipülatif araç olduğu kanıtlanmıştır ve van Hiele'nin beş öğrenme aşamasına entegre edildiğinde yaratıcılığın geliştirilmesine yardımcı olduğu görülmüştür. Öğrenciler, geometri dersleri boyunca tangramlarla hayal güçlerini ve yaratıcılıklarını kullanma özgürlüğünü en üst düzeye çıkarmışlardır. Genel olarak öğrenciler, tangram etkinliklerinin kendilerine yaratıcı düşünme fırsatı sağladığını hissetmişlerdir. Sonuç olarak, bu çalışma, tangramın, van Hiele'nin beş öğrenme aşaması ile bütünleştirildiğinde, öğrencinin geometrik derslerinde yaratıcılığını geliştirebildiğini göstermektedir.

Günlük yazma kullanılarak yapılan (E69) öğretim uygulamasının sonuçları; hem sınıf öğretmeni adaylarından oluşan deney grubunun hem de sınıf öğretmeni adaylarından oluşan kontrol grubunun, ön testten son teste artan van Hiele geometrik anlayışlarını geliştirdiği göstermektedir. Görüşmelerden elde edilen veriler, deney grubundaki katılımcıların hemen hemen tamamının van Hiele Geometri son testinde elde ettikleri van Hiele düzeyinde geometrik anlayışlarını sözlü olarak ifade edebildiklerini göstermektedir. Ancak kontrol

grubundaki katılımcılarla yapılan görüşmelerden elde edilen verilerden de benzer sonuçlar alınmıştır. Görüşmelerden elde edilen veriler, günlük yazmanın deney grubu ilköğretim öğretmen adaylarının geometrik anlayışlarını sözlü olarak ifade etme becerilerini etkilemediğini göstermektedir.

4D geliştirme araştırma modeli kullanılarak yapılan (E71) çalışmasının sonucunda yapılan araştırmanın, doğrulama aşamasında daha da geliştirilebilir olduğunu bulmuştur. Böylece sonuçta ortaya çıkan van Hiele tabanlı dönüşüm geometrisi çalışma sayfası GeoGebra tarafından desteklenir ve bu da öğrencilerin kavramları anlamalarını geliştirebilir.

Öğretmen enstitüsünün kurulduğu (E73) uygulmasının sonuçlarında, yetişkin öğrenciler için daha yüksek bir van Hiele düzeyine ilerlemenin öğretimle hızla kolaylaştırılabileceğini veya van Hiele düzeyi testlerinin geometrideki bilgileri hatırlamaya çok duyarlı olduğunu ve belki de uzun bir süre geometriden uzak olan insanlar için güvenilir olmadığını göstermektedir. İlk sonuç, van Hiele düzeylerinin gelişimsel olmadığını ve öğretimden etkilenebileceği iddiasını desteklemektedir. Bununla birlikte, ikinci sonuç, van Hiele Teorisi'nde veya van Hiele düzeyini belirlemek için kullanılan değerlendirmede belirli sınırlamalar olasılığını ortaya çıkarmaktadır. Özetle, sonuçlar bu kursun öğretmenlerin van Hiele düzeylerini ve içerik anlayışını geliştirmede etkili olduğunu ve aynı zamanda öğretmenleri van Hiele Teorisi'ne dayalı olarak öğretimlerini değiştirmeleri için etkilediğini göstermektedir.

Proje tabanlı öğretim modeli ve ARCS'nin birlikte ele alındığı (E77) uygulama incelendiğinde, proje tabanlı deney grubu için kaynaklar, öğrenci motivasyonunu sağlamak için Keller'in (1979) çalışması kullanılarak tasarlanmıştır. Öğretim, beş van Hiele düzeyini (van Hiele, 1986) takip edecek şekilde temellendirilmiştir ve böylece öğrenciler giderek daha fazla öz-yönelimli hale gelmiş ve öğrenmelerini geliştirip içselleştirebilmişlerdir. Sonuçlar van Hiele ve ARCS modellerinin ders planlama ve öğretimde kullanılmasının öğrencileri olumlu etkilediğini göstermektedir. Müfredata proje tabanlı öğretimin dahil edilmesi, öğrencilerin sınıf içi öğrenme ile gerçek dünyada kullanımı arasındaki bağlantıyı anlamalarına yardımcı olmuştur. Van Hiele ve ARCS modellerinin sınıfta kullanılması, müfredatı bireysel olarak öğrencinin ihtiyaçlarını en iyi şekilde karşılayacak ve öğrenciyi motive edecek şekilde sunarak hem öğretmenlere hem de öğrencilere fayda sağlamıştır.

*5.1.4.3. VHGDD Geliştirmeye Yönelik Kullanılan Öğretim Uygulamalarının Genel Değerlendirilmesi*: Ulusal ve uluslararası alanyazındaki yapılan çalışmalar incelendiğinde, toplamda 79 çalışmada araştırma süreci bir öğretim uygulamasına dayandırılmıştır. Bunların içerisinde en çok tercih edileni her iki alanyazın içinde derslerde DGY kullanılarak öğretimin tasarlanmasıdır. Yapılan çalışma sonuçlarına bakıldığında derslerin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine ve akademik başarılarına olumlu etkisi görülmüştür. Bu durum, kullanılan yazılımın etkileşim ve görsellik gibi bazı özellikleri içermesinden kaynaklanıyor olabilir. Çünkü bu özellikler öğrencilere geometrik kavramları ve formülleri keşfetmek ve test etmek için daha fazla zaman fırsatı sunmaktadır. Ayrıca, geometrik kavram ve formüllerin doğaları gereği soyut oldukları, ancak yazılım kullanılarak aynı kavram ve formüllerin somut temsillerini görselleştirmelerine yardımcı olduğu görülmektedir. Aynı kavram ve formüllerin soyut ve somut anlamı arasındaki bu bağlantı, öğrencilerin geometrik düşünmeleri üzerinde olumlu bir etkiye sahiptir ve bu da matematik öğrenme motivasyonlarının artmasına katkıda bulunabilir. Araştırmadan elde edilen bulgular alanyazın incelendiğinde de DGY kullanılarak yapılan öğretimin öğrencilern geometrik düşünme düzeylerini arttırmada oldukça etkili olduğunu vurgulamaktadır. Bu durum Bell (1998), Breen (1999), Choi-Koh (1999) ve Abdullah ve Mohamed (2008) bulguları ile tutarlılık göstermektedir. Aynı zamanda derslerde DGY kullanılmasının akademik başarıyı arttırdığını öneren çalışmaları (Almeqdadi, 2000; Vatansever, 2007; Üstün ve Ubuz, 2004; Budak, 2010) destekler niteliktedir. Nitekim çoğu araştırma sonucu olumlu etkisini vurgularken ulusal çalışmalarda A23, A34, A59 ve A66; uluslararası alanyazında E52 ve E70 çalışmalarının sonuçlarında DGY kullanımının öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini etkilemediğini göstermektedir. Elde edilen bu bulgu (Johnson, 2002; Demir, 2010) destekler niteliktedir.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde her iki alanyazında da van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretimin çoğunlukla tercih edildiği ve DGY öğretim uygulamasından sonra en çok tercih edilen uygulama olarak görülmektedir. Van Hiele Teorisi, ilkokul ve ortaokul öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerini ve öğrenme sürecinin aşamalarını tanımlamak için formüle edilmiştir (Burger ve Shaughnessy, 1986; Fuys vd., 1985; Usiskin, 1982; van Hiele, 1986) . Düzeylerden sırayla geçen öğrenciler, geometrik şekilleri basitçe tanımaktan biçimsel tümdengelimli ispatlar oluşturmaya doğru ilerlerler ve geometriyi matematiksel bir aksiyomlar, tanımsız terimler, tanımlar ve teoremler sistemi olarak anlarlar. Uygun öğretim ve deneyim, öğrencilerin daha yüksek düzeylere ulaşmasına yardımcı olur. Bir ortaöğretim geometri dersinin başlangıcındaki van Hiele düzeyi, öğretim yılının sonundaki başarı testindeki puanları tahmin edebileceğinden, ilk ve orta sınıflarda uygun öğretim yapılmalıdır.

Öğretim, öğrencilerin van Hiele düzeyleri ile eşleştirilmeli ve daha yüksek düzeylere ilerlemelerine yardımcı olmalıdır. Etkili öğrenme, öğrenciler çalışma nesnelerini uygun geometrik düşünme bağlamlarında aktif olarak deneyimledikçe ve öğrenme döneminin dilini kullanarak tartışma ve yansıtmaya katıldıkça gerçekleşmektedir. Bu nedenle öğrencilerin van Hiele düzeylerinin farkındalığı ve bilgisi çok önem arz etmektedir. Bu uygulamaya dayalı olarak yapılan öğretimlerin sonucunda yapılan çalışmaların öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine olumlu etkisinin olduğu görülmüştür. Araştırmanın bu bulgusu diğer araştırmalarla da tutarlılık göstermektedir (Choi-Koh, 1999; Lonnie, 2002; Mistretta, 2000).

Araştırma kapsamında her iki alanyazında da bilgisayar destekli öğretim uygulamalarının yapıldığı görülmektedir. Türkiye'de yapılan iki çalışmadan, A41 öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinde etkili olduğu görülmüşken A76'da ise etkisinin olmadığı görülmüştür. Uluslararası alanyazında ise sadece E70 kodlu çalışmada bilgisayar destekli öğretim DGY ile beraber kullanılmış ve sonuçlara bakıldığında van Hiele 1, 2 ve 4. düzeylerinde öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinde iyileştirme görülürken, 5. düzeyde yetersiz kaldığı sonucuna ulaşılmıştır. Nitekim bilgisayar destekli öğretim uygulamalarının öğrencilerin öğrenme sürecinde görsel olarak fayda sağladığı ve akademik başarıyı arttırdığı bilinmektedir (Kirnik, 1998; Öner, 2009). Nitekim bu durumun neden kaynaklandığı ile ilgili daha derinlemesine ve süreç boyunca öğrencilerin akıl yürütmelerini ortaya çıkaracak paralel çalışmalar yapılabilir. Uluslararası alanyazında ise DGY ve van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretimden sonra sıklıkla modül kullanılarak yapılan öğretim uygulaması karşımıza çıkmaktadır. Modül geliştirmenin nihai amacı, nitelikli öğrenci yetiştirmek, sistematik düşünme, mantıklı akıl yürütme tutum ve alışkanlıklarına sahip öğrenciler yetiştirmek için doğrudan, eksiksiz ve kapsamlı geometri materyali sağlamaktır (E60). Bu bağlamda bu amaç doğrultusunda yapılmış çalışmaların sonuçlarında öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini geliştirmede etkili birer araç olduğu görülmüştür.

Ayrıca Türkiye'de yapılan origami etkinlikleriyle, 5E öğrenme modeliyle, somut materyallerle, PDÖ yaklaşımıyla, geometrik çizim yöntemleri kullanılarak, kavram haritalarıyla, oluşturmacı öğrenmeyle, geometrik-mekanik zekâ oyunları ile, dijital fotoğraflar kullanılarak, buluş yoluyla, somut ve sanal manipülatif destekli, RBC teorisi ile ve mesleki gelişim modeli ile yapılan öğretim uygulamaları ile desteklenen öğretim uygulamalarının ulusal alanyazından farklı olarak yer aldığı görülmüştür. Bu öğrenme yaklaşımları kullanılarak yapılan uygulamaların hemen hemen hepsinde sonuçların olumlu etkisi olduğu tespit edilmiştir. Uluslararası alanyazında ise RME ile, eğitici video kullanılarak, Plomp modeli, Solo modeli, GeoCAL adlı multimedya destekli öğrenme, van Hiele web-tabanlı

öğrenme, Apos teorisi, geometri öğretim programı tasarlama, Quick Draw etkinlikleri, etnomatematik etkinlikleri, animasyonlu videolar, Mira aşamasına dayalı öğretim, VH-İstem öğrenme stratejisi, multimedya eğitim yazılımı, Moore öğretim yöntemi, tangram ekinliklerine dayalı, günlük yazma, 4D geliştirme araştırma modeli, öğretmen enstitüsü, proje tabanlı öğretim modeli, ARCS ve etkileşimci yaklaşım modellerine dayalı olarak yapılan Türkiye'de olanlardan farklı öğretim uygulamaları mevcuttur. Farklı bağlamlarda kullanılan modellerin van Hiele Teorisi ile birlikte kullanılması dikkat çekici ve teorinin gelişimi açısından sevindirici bir durumdur. Örneğin, Shahali ve arkadaşları (2016) mühendislik tasarım aşamasının STEM konuları arasındaki boşluğu dolduran iSTEM yaklaşımlarından biri olduğunu belirtmiştir. Öğrencilerin geometrik düşünme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olmak için iSTEM yaklaşımı, özellikle van Hiele aşamaları ile mühendislik tasarımı arasındaki bağlantılar aracılığıyla VH-iSTEM öğrenme stratejisi adı verilen geometri üzerine bir öğrenme stratejisi tasarlanmıştır. Bunun van Hiele Teorisi ile birlikte kullanılması gerçek dünya temsilini geliştirmek için somut modeller, semboller ve resimler kullanarak öğrencilerin bağlamsal bir geometri ve bilim anlayışı geliştirmelerine yardımcı olabilecek önemli bir güçtür.

### 5.2. Öneriler

Çalışma kapsamında ulaşılan öneriler; araştırmacılar için, program geliştiriciler için, sınıf içi uygulamalar ve öğretmen eğitimi için öneriler olmak üzere dört kategoride ele alınmıştır.

Araştırmacılar için öneriler;

- Bu araştırmanın alanda gerçekleştirilen çalışmaları bütüncül bakış açısıyla görme açısından önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir. Van Hiele geometrik düşünme teorisi alanında çalışan ve bu alanda yayın yapan akademisyenler için bu alanda kullanılan araştırma konularının, çalışılan örneklem grubunun, yöntemlerin, veri toplama ve analiz yöntemlerinin bilinmesi yeni yapılacak olan çalışmalara ışık tutacaktır. Bu bağlamda, bu araştırmanın yapılacak yeni çalışmalara yön vermede belirleyici bir kaynak olarak kullanılabileceği düşünülmektedir. Türkiye'de geniş bir van Hiele geometrik düşünme düzeyleri resmi ortaya koymak için yapılacak olan yeni çalışmalara bildiriler de dahil edilebilir.
- Araştırmada dâhil olma ve hariç tutulma kriterleri dikkate alındığında, Türkiye örnekleminde bu çalışmanın matematik eğitimi alanında yapılmış olması, belirli veri tabanlarında yayınlanan makale ve tezlerin araştırma kapsamında olup belirli dizinlerde taranan yayınların araştırma kapsamı dışında tutulması, uluslararası

alanyazın için ise oldukça fazla yayın olması ve belirlenen anahtar kelimelerle amaca hizmet etmesi için çok fazla kısıtlanmaya gidilmesi araştırmanın sınırlılıkları olarak düşünülmektedir. Bu nedenle ileride yapılacak ulusal ve uluslararası karşılaştırılmalı benzer nitelikteki çalışmalarda bu sınırlılıkların da dikkate alınarak çalışma kapsamının daha da genişletilmesi önerilmektedir. Dolayısıyla bu alanda yapılan araştırmalarının gelişimi ve değişimini yansıtmada daha geniş bir tablo çizeceği düşünülebilir.

- Bu tez çalışmasında, Türkçe'ye uyarlanan van Hiele Testi hakkında öğretmen ve öğretmen adaylarından oluşan küçük bir örneklem grubununun dil ve anlaşılırlık bakımından görüşleri alınmıştır. Nitekim ileride daha büyük örneklem gruplarıyla yapılacak olan çalışmalar ile anlaşılabilirliğinin arttırılabilmesi için daha önemli adımlar atılabilir.
- Ulusal alanyazında van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili doktora tezi çalışmalarının uluslararası alanyazına oranla daha az sayıda olduğu görülmüştür. Bu nedenle bu konu Türkiye'de doktora öğrencileri için önemli bir konu alanı olarak değerlendirilebilir.
- Türkiye örnekleminde bu konu bağlamında araştırmalarda tercih edilen yöntemlerin uluslararası alanyazına oranla çeşitliliğin daha az olduğu görülmüştür. Bu nedenle konuya ilişkin hem çeşitlilik hem de güncellik olması bakımından farklı araştırma yöntemleri kullanılabilir.
- Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini konu alan çalışmaların tematik içerik analizinin yapıldığı bu geniş örneklemli çalışmada farklı bir boyut sağlamak adına aynı konu üzerinde etkisi olan değişkenlerin meta-analiz çalışması yapılarak daha derinlemesine yorumlar elde edilebilir.
- Van Hiele düzeylerinin isimlendirilmesinde bu kadar farklılıklar olması özellikle bu alanda çalışma yapmak isteyecek yeni araştırmacıların kafasını karıştırmakta ve hangi isimlendirmeyi seçmeleri gerektiği konusunda ciddi bir sorun yaşamaktadırlar. Bu nedenle düzey isimlendirmeleri konusunda acilen bir standart oluşturulması elzemdir. Belirli bir standart oluşturulana kadar, bu alanda çalışma yapmak isteyen yeni araştırmacılar, alanyazında en sık tercih edilen "Görsel"; "Analiz"; "Yaşantıya Bağlı Çıkarım"; "Çıkarım" ve "En İleri Dönem" isimlendirmelerini tercih edebilirler.
- Ulusal alanyazında her örneklem grubunun van Hiele geometrik düşünme düzeylerini ölçmek için birçok ölçme aracı geliştirilmiş olsa da, araştırmacılar tarafından bu araçlara hakim olunmadığı, genel itibariyle Ususkin'in İngilizce VHGT uyarlamasının

benimsendiği görülmüştür. Bu çalışmanın örneklem düzeyine uygun olarak ölçme aracı seçiminde önemli bir kaynak olacağı düşünülmektedir. Ayrıca uluslararası alanyazında tanıtılan ölçme araçlarının çok çeşitli olduğu görülmüş olup yapılacak yeni çalışmalarda ülkemiz adına kazandırılması gerekenler olarak görülmektedir.

Program geliştiriciler için öneriler;

- Türkiye örneklemi için öğrencilerin ve öğretmen adaylarının van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin istenen düzeyde olmadığı görülmüştür. Fakat yapılan farklı öğretim uygulamalarının genelde geometrik düşünme düzeylerini arttırmaya etkisinin olduğu tespit edilmiştir. Bu nedenle bu öğretim uygulamalarının sınıf düzeylerine uygun olacak şekliyle öğretim içeriklerine yerleştirilmesi ihtiyaç olarak görülmektedir. Ayrıca uluslararası alanyazındaki öğretim uygulamalarının çeşitliliği de bu araştırmada tartışılmış olup yapılacak düzenlemeler adına ışık tutması beklenmektedir.
- Tüm sınıf düzeylerine ait öğretim programlarında bulunan matematik ve geometri derslerinin nitelik ve sayı bakımından arttırılması beklenmektedir.

Öğretmen eğitimi için öneriler;

- Van Hiele Teorisi'ne dayalı öğretim uygulamaların ulusal ve uluslararası alanyazındaki olumlu sonuçlarına istinaden teoriye dayalı olarak yapılandırılacak geometri öğretimi hakkında okul öncesi öğretmenlerine, sınıf öğretmenlerine, ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmenlerine hizmetiçi eğitim ve seminerler düzenlenebilir.

Sınıf içi uygulamalar için öneriler;

- Okul öncesi eğitimden yükseköğretime kadar yapılacak geometri ve matematik öğretimi birbirleriyle iç içe olacak şekilde ve van Hiele geometrik düşünme aşamalarını kapsayacak şekilde düzenlenmeli ve öğretim dersin başında öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeyleri belirlenerek ve düzeyleri baz alarak ona göre hazırlanmalıdır.

## KAYNAKÇA


Abdullah, A. H. & Zakaria, E. (2013). The effects of van Hiele's phases of learning geometry on students' degree of acquisition of van Hiele levels. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *102*, 251-266. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.10.740

Abdullah, A. H., & Mohamed, M. (2012). The use of ınteractive Geometry Software (IGS) to develop geometric thinking. *Jurnal Teknologi*, *49*(1), 93-107. https://doi.org/10.11113/jt.v49.212

Alex, J. K. & Mammen, K. J. (2016). Lessons learnt from employing van Hiele theory based instruction in senior secondary school geometry classrooms. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *12*(8), 2223-2236. https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1228a

Almeqdadi, F. (2000, July). The effect of using the geometer's sketchpad (GSP) on Jordanian students' understanding of geometrical concepts. *Proceedings of The International Conference on Technology in Mathematics Education*, 163-169.

Altun, M. (2005). *İlköğretim ikinci kademede (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi* (4. baskı). Aktüel Yayınevi.

Altun, M. (2018). *Matematik öğretimi* (13. Baskı). Alfa Aktüel.

Alyeşil, D. (2005). *Kavram haritaları destekli ve problem çözme merkezli geometri öğretimi 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri üzerindeki etkileri* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Appalanayudu, S., & Ismail, Z. (2005). *Pembelajaran geometri di kalangan pelajar dalam persekitaran pengaturcaraan Logo* [Unpublished master's thesis]. Universiti Teknologi Malaysia.

Arbaugh, F., Herbel-Eisenmann, B., Ramirez, N., Knuth, E., Kranendonk, H., & Quander, J. R. (2010). Linking Research and Practice: The NCTM Research Agenda Conference Report. *National Council of Teachers of Mathematics.*

Aslan, D. (2004). *Anaokuluna devam eden 3-6 yaş grubu çocuklarının temel geometrik şekilleri tanımalarının ve geometrik şekilleri ayırt etmede kullandıkları kriterlerin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Çukurova Üniversitesi, Adana.

Aşık-Ünal, Ü. Ö. ve Vezne, R. (2021). Sınıf öğretmenlerinin geometrik düşünme düzeylerinin bazı değişkenlere göre incelenmesi, *Trakya Eğitim Dergisi, 11*(1), 133-150.

Atebe, H. U. (2008). *Student's van Hiele levels of geometric thought and conception in plane geometry: a collective case study of Nigeria and South Africa* [Doctoral dissertation]. Rhodes University.

Au, W. (2007). High-stakes testing and curricular control: A qualitative metasynthesis. *Educational Researcher, 36*(5), 258–267. https://doi.org/10.3102/0013189X07306523

Aydeniz, M., Pabuccu, A., Cetin, P. S., & Kaya, E. (2012). Argumentatıon and students'conceptual understandıng of propertıes and behavıors of gases. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *10*(6), 1303-1324.

Aztekin, S., & Taşpınar-Şener, Z. (2015). The content analysis of mathematical modelling studies in Turkey: A meta-synthesis study. *Education and Science (TED), 40*(178), 139-161. http://dx.doi.org/10.15390/EB.2014.4125

Baah-Duodu, S., Osei-Buabeng, V., Cornelius, E. F., Hegan, J. E., & Nabie, M. J. (2020). Review of literature on teaching and learning geometry and measurement: a case of ghanaian standards based mathematics curriculum.*International Journal of Advances in Scientific Research and Engineering (IJASRE),6(*3), 103-123. https://doi.org/10.31695/IJASRE.2020.33766

Bağ, H., & Çalık, M. (2017). İlköğretim düzeyinde yapılan argümantasyon çalışmalarına yönelik tematik içerik analizi. *Eğitim ve Bilim*,*42*(190). http://dx.doi.org/10.15390/EB.2017.6845

Baki, A. (2001). Bilişim teknolojisi ışığı altında matematik eğitiminin değerlendirilmesi. *Milli eğitim* dergisi, *149*(1), 26-31.

Baki, A. (2019). *Matematiği öğretme bilgisi* (2. Baskı). Pegem Akademi Yayınları.

Bal, A. P. (2012). Primary school students' views and challenges on performance task preparation process in mathematics course. *Pegem Journal of Education and Instruction, 2*(1), 11–24. https://doi.org/10.14527/C2S1M2

Bal, A. P. (2012). Teacher candidates' geometric thinking levels and attitudes to geometry. *Journal of Educational Sciences Research*, *2*(1), 17-34.

Bashiru, A., & Nyarko, J. (2019). Van Hiele geometric thinking levels of junior high school students of atebubu municipality in Ghana. *African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences*, *15*(1), 39-50. https://dx.doi.org/10.4314/ajesms.v15i1.4

Battista, M. T. (1999). Geometry results from the third international mathematics and science study. *Teaching Children Mathematics*, *5*(6), 367-373. https://www.proquest.com/scholarly-journals/geometry-results-third-international-mathematics/docview/214139946/se-2?accountid=16382

Battista, M. T. (2002). Learning geometry in a dynamic computer environment. *Teaching Children Mathematics, 8*(6), 333-339. https://www.proquest.com/scholarly-

journals/learning-geometry-dynamic-computer-environment/docview/214138953/se-2?accountid=16382

Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843-908). Charlotte, NC: NCTM. Information Age Publishing.

Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi (6-8. sınıflar).* PegemA Yayıncılık.

Beaton, D., Bombardier, C., Guillemin, F., & Ferraz, M. B. (2007). Recommendations for the cross-cultural adaptation of the DASH & QuickDASH outcome measures. *Institute for Work & Health*, *1*(1), 1-45.

Bell, A. W. (1979). The learning of process aspects of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *10*(3), 361–387. http://www.jstor.org/stable/3481924

Bell, M. D. (1998). *Impact of an inductive conjecturing approach in a dynamic geometry enhanced environment* [Unpublished doctoral dissertation]. Georgia State University, USA.

Biggs, J. ve Collis, K. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO Taxonomy*. Academic Press.

Bishop, A. J. (1980). Spatial abilities and mathematics education-A review. *Educational Studies in Mathematics*, *11*(3), 257–269. https://doi.org/10.1007/BF00697739

Bishop, A. J. (1983). Space and geometry. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematical concepts and processes* (pp. 175–203). Academic Press.

Borsa, J. C., Damásio, B. F., & Bandeira, D. R. (2012). CrossCultural adaptation and validation of psychological instruments: Some considerations. *Paidéia, 22*(53), 423–432. https://doi.org/10.1590/S0103-863X2012000300014

Bozkurt, A. ve Koç, Y. (2016). Zihnin geometrik alışkanlıkları. E.Bingölbali, S. Arslanve Zembat, İ. Ö (Editörler.), *Matematik eğitiminde teoriler* içinde (s. 277–290). Pegem Akademi.

Branch, R. M. (2009). *Instructional design: The ADDIE approach* (Vol. 722). Springer Science & Business Media.

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, *3*(2), 77-101.https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Breen, J. J. (1999). *Achievement of Van Hiele level two in geometry thinking by eight grade students through the use of geometry computer-based guided instruction* [Unpublished doctoral dissertation]. University of South Dakota, USA.

Bruce, C. D., & Hawes, Z. (2015). The role of 2D and 3D mental rotation in mathematics for young children: what is it? Why does it matter? And what can we do about it?. *ZDM Mathematics Education*, *47*(3), 331-343.https://doi.org/10.1007/s11858-014-0637-4

Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction.* Cambridge, Mass: Belkapp Press.

Budak, S. (2010). *Çokgenler konusunun bilgisayar destekli öğretiminin 6. sınıf öğrencilerinin akademik başarılarına ve bilgisayar destekli geometri öğretimine yönelik tutumlarına etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for research in mathematics education*, *17*(1), 31-48. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.17.1.0031

Burton, G. M., & Maletsky, E. M. (1999). *Math advantag*e. FL: Harcourt Brace.

Cambridge Advanced Learner's Dictionary (2017). Cambridge dictionary. Retrieved January 18, 2020, from http://dictionary.cambridge.org/dictionary/english/ideal#translations

Carroll, W. M. (1998). Geometric knowledge of middle school students in a reform-based. *School Science and Mathematics, 98*(4), 188-197. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.1998.tb17415.x

Cathcart, G. W., Pothier, Y. M., & Vance, J. H. (2000). *Learning Mathematics in Elementary and Middle Schools* (3nd ed). Scarborough, ON: Prentice Hall Allyn and Bacon.

Chaiyasang, S. (1987). *An investigation into level of geometric thinking and ability to construct proof of students in thailand* (Order No. 8815067). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (303474207). Retrieved from https://www.proquest.com/dissertations-theses/investigation-into-level-geometric-thinking/docview/303474207/se-2?accountid=16382

Chen, Y. H., Senk, S. L., Thompson, D. R., & Voogt, K. (2019). Examining psychometric properties and level classification of the van Hiele Geometry Test using CTT and CDM frameworks. *Journal of Educational Measurement*, *56*(4), 733-756. https://doi.org/10.1111/jedm.12235

Choi-Koh, S. S. (1999). A student's learning of geometry using the computer. *The Journal of Educational Research, 92*(5), 301-311. https://doi.org/10.1080/00220679909597611

Ciltas, A., Guler, G., & Sozbilir, M. (2012). Mathematics education research in Turkey: A content analysis study. *Educational Sciences: Theory and Practice*, *12*(1), 574-580.

Clark, D. M. (2012). *Euclidean Geometry: A guided inquiry approach* (Vol. 9). Providence,RI: American Mathematical Society.

Clarke, V., & Braun, V. (2013). Teaching thematic analysis: Overcoming challenges and developing strategies for effective learning. *The psychologist*, *26*(2).

Clements, D. H. (2003). Teaching and learning geometry. In J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (Eds.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 151-178). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Clements, D. H. (2004). Geometric and spatial thinking in early childhood education. In Douglas H. Clements, Julie Sarama, Ann-Marie DiBiase (Eds.), *Engaging young children in mathematics: standards for early childhood mathematics education* (pp. 267-298). Lawrence Erlbaum Associates.

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420–464). Macmillan Publishing Company.

Clements, D. H., Battista, M. T., & Sarama, J. (2001). Logo and geometry. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, *10*, i–177. https://doi.org/10.2307/749924

Clements, D. H., Swaminathan, S., Hannibal, M. A. Z., & Sarama, J. (1999). Young children's concepts of shape. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*(2), 192-212.https://doi.org/10.2307/749610

Cohen, L., Manion, L. and Morrison, K. (2000). *Research methods in education* (5th ed.). Routledge.

Colbert, C. B. ve Taunton, M. (1988). Problems of representation: Preschool and third grade children's observational drawings of a three dimensional model. *Studies in Art Education*, *29*(2), 103-114. https://doi.org/10.1080/00393541.1988.11650674

Collis, K. F., Romberg, T. A., & Jurdak, M. E. (1986). A technique for assessing mathematical problem-solving ability. *Journal for Research in Mathematics Education*, *17*(3), 206–221. https://doi.org/10.2307/749302

Copeland, R. W. (1984). *How children learn mathematics* (4th ed.). MacMillan.

Coster, W. J., & Mancini, M. C. (2015). Recommendations for translation and cross-cultural adaptation of instruments for occupational therapy research and practice. *Revista de Terapia Ocupacional da Universidade de São Paulo*, *26*(1), 50-57.

Coşkun, F. (2009). *Ortaöğretim öğrencilerinin van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat yazma becerilerinin ilişkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Courtney-Clarke, M. (2008). *Maths for life grade 10*. Macmillan Education Namibia.

Creswell, J. W. (2013). *Research design: qualitative, quantitative, and mixed methods approaches.* New York.

Crowley, M. L. (1987). Van Hiele model of the development of geometrical thought. In: M.Montgomery Lindquist, & A. P. Shulte (Eds.), *Learning and teaching geometry, K – 12,* (pp. 1 – 16). 1987 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), Reston, VA.:NCTM, 1987.

Crowley, M. L. N. (1989). *The design and evaluation of an instrument for assessing mastery Van Hiele levels of thinking about quadrilaterals* [Unpublished doctoral dissertation]. University of Maryland.

Çalık, M. (2013). Effect of technology-embedded scientific ınquiry on senior science student teachers' self-efficacy. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 9*(3), 223-232. https://doi.org/10.12973/eurasia.2013.931a

Çalık, M., Ayas, A. ve Ebenezer, J. V. (2005). A review of solution chemistry studies: Insights into students' conceptions. *Journal of Science Education and Technology, 14*(1), 29-50.https://doi.org/10.1007/s10956-005-2732-3.

Çalık, M., Ünal, S., Coştu, B. & Karataş, F.Ö. (2008). Trends in Turkish science education. *Essays in Education*, Special Edition, 23-45.

Çiltaş, A., Güler, G. ve Sözbilir, M. (2012). Türkiye'de matematik eğitimi araştırmaları: İçerik analizi çalışması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 12*(1), 515-580.

Çoruk, F., Büyük- Güler, S., & Kayalı, Y. (2016). Çeviride kültürel aktarım sorunu: karamazov kardeşler örneği. *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi, 9*(42).

Dam, H. (2008). Öğrencinin okul başarısında aile faktörü. *Hitit Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi, 7*(14), 75-99.

Dancis, J., & Davidson, N. (1970). The Texas method and the small group discovery method. *The Legacy of RL Moore Project*. Retrieved from http://www. discovery.utexas.edu/rlm.reference/dancisdavidson

Davey, G., & Pegg, J. (1989). *Relating descriptions of common 2-D shapes to underlying geometric concepts.*Paper presented at the 12th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Bathurst.

Davidson, N. (1973). *The small group-discovery method of mathematics introduction as applied in calculus* [Unpublished doctoral dissertation]. University of Wisconsin-Madison.

de Lange, J. (1996). Using and applying mathematics in education. In Bishop, A.J., Clements, K., Keitel, Ch., Kilpatrick, J. and Laborde, C., (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 49-97). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

De Villiers, M. D. (1986). *The role of axiomatization in mathematics and mathematics teaching*. Stellenbosch: University of Stellenbosch.

De Villiers, M. D. (1987, June). *Research evidence on hierarchical thinking, teaching strategies, and the van Hiele theory: Some critical comments.* Paper presented at the meeting of the Learning and Teaching Geometry: Issues for Research and Practice working conference, Syracuse University, Syracuse, NY.

DeVilliers, M.D. (2003). *Rethinking proof*. CA: Key Curriculum Press.

De Villiers, M. (2004). Using dynamic geometry to expand mathematics teachers' understanding of proof. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *35*(5), 703-724. https://doi.org/10.1080/0020739042000232556

De Villiers, M. D., & Njisane, R. M. (1987). The development of geometric thinking among black high school pupils in Kwazulu (Republic of South Africa). In *Proceedings of the 11th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 117-123). Montreal: PME.

De Villiers, M.D. (2010, July). *Some reflections on the van Hiele theory.* Plenary presented at the 4th Congress of teachers of mathematics of the Croatian Mathematical Society, Zagreb, Croatia.

Del Grande, J. (1987). Spacial perception and primary geometry. En M. M. Lindquist(Ed.) *Learning and teaching geometry, K-12. Yearbook, 49,* (pp.126-135). NTCM.

Demir, V. (2010). *Cabri 3d dinamik geometri yazılımının, geometrik düşünme ve akademik başarı üzerine etkisi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Denis, L. P. (1987). *Relationships between stage of cognitive development and van Hiele level of geometric thought among puerto rican adolescents* (Order No. 8715795). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (303465562). https://www.proquest.com/dissertations-theses/relationships-between-stage-cognitive-development/docview/303465562/se-2?accountid=16382

Deniz, T.(2010). *Buluş yoluyla öğretim yaklaşımının siyasi coğrafya konularının öğretiminde öğrenci başarısına etkisi* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Gazi Üniversitesi, Ankara.

DeVries, R., & Zan, B. (2003). When children make rules. *Educational Leadership, 61*(1), 64-67. http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.517.4264&rep=rep1&type=pdf

Dindyal, J. (2007). The need for an inclusive framework for students' thinking in school geometry. *The Mathematics Enthusiast, 4*(1), 73-83. https://doi.org/10.54870/1551-3440.1060

Driscoll M. (2007). *Fostering geometric thinking a guide for teachers, grades 5-10.* Heinemann.

Driscoll, M., Wing DiMatteo, R., Nikula, J. ve Egan, M. (2007). *Fostering geometric thinking: A guide for teachers grades 5-10*. NH: Heineman.

Driscoll, M., Wing DiMatteo, R., Nikula, J., Egan, M., Mark, J. ve Kelemanik, G. (2008). *The fostering geometric thinking toolkit*. NH: Heinemann.

Duatepe, A. (2000). *An investigation of the relationship between Van Hiele geometric level of thinking and demographic variable for pre-service elementary school teacher*[Unpublished master's thesis]. Middle East Technical University, Ankara.

Duatepe, A. (2004). *The effects of drama based instruction on seventh grade students' geometry achievement, van Hiele geometric thinking levels, attitude toward mathematics and geometry* [Unpublished doctoral dissertation]. Middle East Technical University, Ankara.

Duatepe-Paksu, A. (2016). Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri. Bingölbali, E., Özarslan, S., & Zembat İ. Ö. (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* içinde (ss. 266-275). Pegem Akademi Yayınları.

Dubinsky, E. (1984). A Constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. *ICMI*, 275-282.

Dubinsky, E. (1991). *Constructive Aspects of Reflective Abstraction in Advanced Mathematical thinking.* Springer Verlag.

Durmuş, S., Toluk, Z., & Olkun, S. (2002). *Matematik öğretmenliği 1. sınıf öğrencilerinin geometri alan bilgidüzeylerinin tespiti, düzeylerin geliştirilmesi için yapılan araştırma ve sonuçları*. Paper presented at V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Ankara, Bildiri Kitabı.

Duval, R. (1995). Geometrical pictures: Kinds of representation and specific processings. In R. Sutherland, & J. Mason (Eds.), *Exploiting mental imagery with computers in mathematics education* (pp. 142–157). Springer-Verlag.

Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point a view. In C. Mammana & V. Villani (Ed.), *Perspectives on the Teaching of geometry for the 21st century* (pp. 37-52). Kluwer Academic Publishers.

Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In F. Hitt, & M. Santos (Eds), *Proceedings of the 21st Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 3–26). PME-NA.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*(1), 103–131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z.

Elia, I. ve Gagatsis, A. (2003). Young children's understanding of geometric shapes: The role of geometric models. *European Early Childhood Education Research Journal, 11*(2), 43-61. https://doi.org/10.1080/13502930385209161

Ergene, Ö., Masal, M., Masal, E., & Takunyacı, M. (2017). Investigating prospective elementary mathematics teachers' skills of relating origami to topics in mathematics curriculum. *International Journal of Human Sciences, 14*(4), 3780-3792. https://doi.org/10.14687/jhs.v14i4.4965

Esin, M. N. (2014). Veri toplama yöntem ve araçları & veri toplama araçlarının güvenirlik ve geçerliği. S. Erdoğan, N. Nahcivan ve M. N. Esin (Ed.), *Hemşirelikte araştırma: Süreç, uygulama ve kritik* içinde (ss.169–192). Nobel Tıp Kitabevleri.

Fidan, Y. (2009). *İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ve buluş yoluyla geometri öğretiminin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine etkis*i [Yayınlanmamış doktora tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. E*ducational Studies in Mathematics, 24*(2), 139-162.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* Holland: Reidel Publishing Company.

Frostig, M., & Horne, D. (1964). *Teacher's guide for the Frostig program for the development of visual perception*. Chicago: Follett.

Fujita, T., Jones, K., & Yamamoto, S. (2004, July). *The Role of intuition in geometry education: Learning from the teaching practice in the early 20th Century.* Paper presented at 10th International Congress on Mathematical Education (ICME-10), Copenhagen, Denmark.

Fuys, D. (1985). Van Hiele levels of thinking in geometry. *Education and Urban Society, 17*(4), 447-462. https://doi.org/10.1177/0013124585017004008

Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1985). *An investigation of the van Hiele model of thinking in geometry among adolescents* (Final report of the Investigation of the van Hiele Model of Thinking in Geometry Among Adolescents Project). Brooklyn, NY: Brooklyn College, School of Education.

Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph, 3*, i–196. https://doi.org/10.2307/749957

Geddes, D., Fuys, D., Lovett, J., & Tischler, R. (1982, March). *An investigation of the van Hiele model of thinking in geometry among adolescents*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association.

Glasersfeld, E. v., & Kelley, M. F. (1982). On the concepts of period, phase, stage, and level. *Human Development, 25,* 152-160.

Gökbulut, Y., Sidekli, S. ve Yangın, S. (2010). Sınıf öğretmeni adaylarının van Hiele geometrik düşünce düzeylerinin, bazı değişkenlere (lise türü, lise alanı, lise ortalaması, öss puanları, lisans ortalamaları ve cinsiyet) göre incelenmesi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 8*(2), 375-396. Retrieved from https://dergipark.org.tr/en/pub/tebd/issue/26104/275039

Göktaş, Y., Küçük, S., Aydemir, M., Telli, E., Arpacık, Ö., Yıldırım, G., & Reisoğlu, İ. (2012). Educational technology research trends in Turkey: A content analysis of the 2000-2009 decade. *Educational Sciences: Theory & Practice, 12*(1), 191-196.

Gray, E. (1999). Spatial strategies and visualization. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd PME Conference* (pp.235-242). Haifa, Israel: Israel Institute of Technology.

Greenland, S., ve O'rourke, K. (2001). On the bias produced by quality scores in meta-analysis, and a hierarchical view of proposed solutions. *Biostatistics, 2*(4), 463-471. https://doi.org/10.1093/biostatistics/2.4.463

Guillen, G. (1996). Identification of Van Hiele levels of reasoning in three-dimensional geometry. In O. Puig & L. Gutierrez, (Eds.), *Proceedings of 20th PME International Conference* (pp.43-50). Valencia, Spain: University of Valencia.

Gunawan, Adi W. (2003). *Genius Learning Strategy Petunjuk Praktis Untuk Menerapkan Accelerated Learning*. Gramedia Pustaka Utama.

Gutierrez, A. (1992). Exploring the links between Van Hiele levels and 3-dimensional geometry. *Structural Topology 18*, 31-48. http://hdl.handle.net/2099/1073

Gutiérrez, A., & Jaime, A. (1987). Estudio sobre la adquisición del concepto de simetría. In *Actas del II Congreso Internacional sobre Investigación en la Didáctica de las Ciencias y de las Matemáticas* (pp. 365-366).

Gutierrez, A., & Jaime, A. (1998). On the assessment of the van Hiele levels of reasoning. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 20,* 27-46.

Gutiérrez, A., Jaime, A., & Fortuny, J. M. (1991). An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the van Hiele levels. *Journal for Research in Mathematics education, 22*(3), 237-251.https://doi.org/10.2307/749076

Gutierrez, A., Jaime, A., Shaughnessy, J. M., & Burger, W. F. (1991). A comparative analysis of two ways of assessing the van Hiele levels of thinking. In *Pme Conference* (Vol. 2, pp. 109-116). The Program Commıttee Of The 18th Pme Conference.

Gül, Ş. & Sözbilir, M. (2015). Thematic content analysis of scale development studies published in the field of science and mathematics education. *Education and Science, 40*(178), 85-102. http://dx.doi.org/10.15390/EB.2015.4070

Günay, R., & Aydın, H. (2015). Türkiye'de çokkültürlü eğitim ile ilgili yapılan araştırmalarda eğilim: Bir içerik analizi çalışması. *Eğitim ve Bilim*, *40*(178). http://dx.doi.org/10.15390/EB.2015.3294

Güven, B. (2012). Using dynamic geometry software to improve eight grade students' understanding of transformation geometry. *Australasian Journal of Educational Technology. 28*(2), 364-382.

Halat, E. & Sahin, O. (2008). Van Hiele levels of pre- and in- service Turkish elementary school teachers and gender related differences in geometry. *Math. Educ.* **11(1–2)**, 143–158. ME **2012f.**00713

Hallowell, D. A., Okamoto, Y., Romo, L. F., & La Joy, J. R. (2015). First-graders' spatial-mathematical reasoning about plane and solid shapes and their representations. *ZDM Mathematics Education, 47*(3), 363-375.https://doi.org/10.1007/s11858-015-0664-9

Han, H. (2007). *Middle school students' quadrilateral learning: A comparison study* [Unpublished doctoral dissertation]. University of Minnesota.

Henderson, E. M. (1988). *Preservice secondary mathematics teachers' geometric thinking and their flexibility in teaching geometry* [Unpublished doctoral dissertation]. University of Georgia.

Herrenkohl, L. R., & Cornelius, L. (2013). Investigating elementary students' scientific and historical argumentation. *Journal of the Learning Sciences*, *22*(3), 413-461.https://doi.org/10.1080/10508406.2013.799475

Hershkovitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In P. Nesher and J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and Cognition*. Cambridge University Press.

Hoffer, A. (1981). Geometry is more than proof. *Mathematics Teacher, 74*(1), 11-18. https://doi.org/10.5951/MT.74.1.0011

Hoffer, A. (1983). Van Hiele-based research. In R. Lesh and M. Landau. (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 205-228). New York: Academic.

Hoffman, L. R., & Brahier, D. J. (2008). Improving the planning and teaching of mathematics by reflecting on research. *Mathematics Teaching in the middle school, 13*(7), 412-417.

Jaime, A. & Gutiérrez, A. (1994). A model of test design to assess the Van Hiele levels. *Proceedings of the 18th PME Conference,* (pp. 41-48). Lisboa, Portugal: PME.

Johnson, C.D. (2002). *The effects of the geometer's sketchpad on the van Hiele levels and academic of high school students* [Unpublished doctoral dissertation]. Wayne State University.

Jones, K. (2000). The student experience of mathematical proof at university level. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 31*(1), 53-60. Retrieved April 24, 2022 from https://www.learntechlib.org/p/165250/.

Jones, K., Fujita, T., & Kunimune, S. (2012). Representations and reasoning in 3-D geometry in lower secondary school. *Proceedings of PME 36, 2*, 339-346.

Jurdak, M. (1991). Van Hiele levels and the SOLO taxonomy. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *22*(1), 57-60.https://doi.org/10.1080/0020739910220109

Kaleli- Yılmaz, G. (2015). Analysis of technological pedagogical content knowledge studies in Turkey: A meta-synthesis study.*Education and Science, 40*(178), 103-122. http://dx.doi.org/10.15390/EB.2015.4087

Kaleli- Yılmaz, G., & Koparan, T. (2016). The effect of designed geometry teaching lesson to the candidate teachers' van Hiele geometric thinking level. *Journal of Education and Training Studies, 4*(1), 129-141. http://dx.doi.org/10.11114/jets.v4i1.1067

Kaleli-Yılmaz, G. (2019). Özel durum çalışması yöntemi. H. Özmen ve O. Karamustafaoğlu (Ed.) *Eğitimde araştırma yöntemleri* içinde (ss. 252-272). Pegem Akademi.

Kalyankar, V. K. (2019). *The van Hiele analysis of curricular materials: a comparative study* (Order No. 27669445). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (2369429403). https://www.proquest.com/dissertations-theses/van-hiele-analysis-curricular-materials/docview/2369429403/se-2?accountid=16382

Karadağ, E. (2009). Eğitim bilimleri alanında yapılmış doktora tezlerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *10*(3), 75-87.

Kay, C. S. (1986). *Is a square a rectangle? the development of first-grade students' understanding of quadrilaterals with ımplications for the van Hiele theory of the development of geometric thought* (Order No. 8628890). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (303473534). https://www.proquest.com/dissertations-theses/is-square-rectangle-development-first-grade/docview/303473534/se-2?accountid=16382

Keller, J. M. (1979). Motivation and instructional design: A theoretical perspective. *Journal of İnstructional Development*, *2*(4), 26–34. http://www.jstor.org/stable/30220576

Kelly, C. (2006). Using manipulatives objects in mathematical problem solving: a perfomance-based analysis. *The Montana Mathematics Enthauasiast*, *3*(2), 184-193. https://doi.org/10.54870/1551-3440.1049

Kelly, A. E.,& Lesh, R. A. (2000). Trends and shifts in research methods. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education (*pp.35-44). Mahwah, NJ, Lawrence Erlbaum Associates.

Kemankaşlı, N. (2010). *10. sınıflarda geometri öğrenme ortamı tasarımı: Üçgenler ünitesi örneği* [Yayımlanmamış Doktora Tezi]. Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Khembo, E. (2011). *An investigation into Grade 6 teachers' understanding of geometry according to the van Hiele levels of geometric thought* [Unpublished master's thesis]. University of the Witwatersran.

Kılıç, Ç. (2003). *İlköğretim 5. sınıf matematik dersinde van Hiele düzeylerine göre yapılan geometri öğretiminin öğrencilerin akademik başarıları, tutumları ve hatırda tutma düzeyleri üzerindeki etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

King, N., 2004. Using templates in the thematic analysis of text. In Cassell C., & Symon G., (Eds.), *Essential guide to qualitative methods in organizational research* (pp. 257-270). SAGE Publications.

Kirnik, G. (1998). *7. Sınıf düzeyinde denklemler konusunun öğretiminde bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile geleneksel yöntemin öğrenci başarısına etkileri* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Knight, K. C. (2006). *Aninvestigation into the change in the van Hiele levels of understanding geometry of preservice elementary and secondary mathematics teachers* [Master thesis]. University of Maine.

Koç, Y., & Bozkurt, A. (2012). Investigating prospective mathematics teachers' knowledge of volume of cylinders. *Energy Education Science and Technology Part B: Social and Educational Studies* [Special Issue I], *4*, 148-153.

Koparan, T., & Kaleli-Yilmaz, G. K. (2015). The effect of simulation-based learning on prospective teachers' ınference skills in teaching probability. *Universal Journal of Educational Research, 3*(11), 775-786. https://dx.doi.org/10.13189/ujer.2015.031101

Kucuk, S., Aydemir, M., Yildirim, G., Arpacik, O., & Goktas, Y. (2013). Educational technology research trends in Turkey from 1990 to 2011. *Computers & Education, 68*, 42-50. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2013.04.016

Lawrie, C., & Pegg, J. (1997). Some issues in using Mayberry's test to identify van Hiele levels. In *Proceedings of the 21th PME Conference* (pp. 184-191).

Lawrie, C., Pegg, J., & Gutierrez, A. (2000). Coding the nature of thinking displayed in responses on nets of solids. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th PME Conference* (pp. 215-222). Hiroshima, Japan: Hiroshima University.

Lawrie, C., Pegg, J., & Gutierrez, A. (2002). Unpacking students meaning of cross-sections: A frame for curriculum development. In Cockburn, A. D., & Nardi, E. (Eds.), *Proceedings of the 26th PME Conference* (pp.289-296). Columbus, OH: ERIC.

Lehrer, R., Jenkins, M., & Osana, H. (1998). Longitudinal study of children's reasoning about space and geometry. In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 137–167). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Lenhart, S. T. (2010). *The effect of teacher pedagogical content knowledge and the instruction of middle school geometry* (Order No. 3423901). Available from ProQuest Central; ProQuest Dissertations & Theses Global. (761442549). https://www.proquest.com/dissertations-theses/effect-teacher-pedagogical-content-knowledge/docview/761442549/se-2?accountid=16382

Liu, L., & Cummings, R. (1997). Logo and geometric thinking: Concrete-abstract thinking and abstract-concrete thinking. *Computers in the Schools, 14*(1-2), 95-110. https://doi.org/10.1300/J025v14n01_07

Lonnie, C. C. K. (2002). A*ssessing the effect of an instructional intervention on the geometric understanding of learners in a south african primary school.* Retrieved from http://www.aare.edu.au/01pap/kin01220.htm

Lott, J. W. & Dayoub, I. M. (1977). What can be done with a Mira?. *Mathematics Teacher, 70*(5), 394-399.

Lubienski, S. T., & Bowen, A. (2000). Who's counting? A survey of mathematics education research 1982-1998. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*(5), 626–633. https://doi.org/10.2307/749890

Lunkenbein, D. (1980). Observations concerning the child's concept of space and its consequences for the teaching of Geometry to younger children. *In Proceedings of the fourth International Congress on Mathematical Education* (pp. 172-174). Boston: Birkhauser.

Mack, C. A. (2012). How to write a good scientific paper: acronyms. *Journal of Micro/Nanolithography, MEMS, and MOEMS*, *11*(4), 1-124.

Maharaj, A. (2010). An APOS analysis of natural science students understanding of the concept of a limit of a function. *Pyhagoras, 71*, 41-52.

Maier. (1996). Spatial geometry and spatial ability. How to make solid geometry solid? In E. Cohors-Fresenborg, K. Reiss, G. Toener, & H.-G. Weigand (Eds.), *Selected Papers From The Annual Conference of Didactics Of Mathematics* (pp.63-75). Osnabrueck.

Manizade, A. (2006). *Designing measures for assessing teachers' pedagogical content knowledge of geometry and *measurement at the middle school level* (Order No. 3235090). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (304985660). https://www.proquest.com/dissertations-theses/designing-measures-assessing-teachers-pedagogical/docview/304985660/se-2?accountid=16382

Mason, J. (1989). Mathematical Abstraction as the result of a delicate shift of attention. *For the Learning of Mathematics*, *9*(2), 2–8. http://www.jstor.org/stable/40247947

Mason, M. (2009). The van Hiele levels of geometric understanding. *Colección Digital Eudoxus, 1*(2).

Mason, M. M. (1997). The vanx hiele model of geometric understanding and mathematically talented students. *Journal for the Education of the Gifted*, *21*(1), 38-53. http://dx.doi.org/10.1177/016235329702100103

Mason, M. M., & Schell, V. (1988). *Geometric understanding and misconceptions among preservice and inservice mathematics teachers.* Paper presented at the International Group for the Psychology of Mathematics Education. NorthAmerican Chapter, DeKalb, Illinois.

Masood, M. (1997). A ten year analysis: Trends in traditional educational technology literature. *Malaysian Online Journal of Instructional Technology*, *1*(2), 1823-1844.

Mateya, M. (2008). *Using the Van Hiele theory to analyse geometrical conceptualisation in grade 12 students: a Namibian perspective* [Unpublished master's thesis]. Rhodes University.

Mayberry, J. W. (1981). *An Investigation of the van Hiele levels of geometric thought ın undergraduate preservice teachers* (Order No. 8123078). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (303113347). https://www.proquest.com/dissertations-theses/investigation-van-hiele-levels-geometric-thought/docview/303113347/se-2?accountid=16382

Mayberry, J. W. (1983). The Van Hiele levels of geometric thought in undergraduate preservice teachers. *Journal for Research in Mathematics Education, 14*(1), 58-69. https://doi.org/10.2307/748797

McNeill, K. L. (2011). Elementary students' views of explanation, argumentation, and evidence, and their abilities to construct arguments over the school year. *Journal of Research in Science Teaching, 48*(7), 793–823. https://doi.org/10.1002/tea.20430

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2009). *İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı (1–5.Sınıflar)*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara. http://ttkb.meb.gov.tr/program2.aspx' den alınmıştır.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2013). *Okul Öncesi Eğitimi Programı.* Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara. http://tegm.meb.gov.tr/dosya/okuloncesi/ooproram.pdf' den alınmıştır.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2013a). *Ortaokul matematik dersi 5–8. sınıflar öğretim programı.* Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2013b). *Ortaöğretim matematik dersi 9–12. sınıflar öğretim programı.* Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar).* http://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201813017165445-MATEMAT%C4%B0K%20%C3%96%C4%9ERET%C4%B0M%20PROGRAMI%202018v.pdf'den alınmıştır.

Memiş, E. K. (2014). İlköğretim öğrencilerinin argümantasyon tabanlı bilim öğrenme yaklaşımı uygulamalarına ilişkin görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 22(*2), 400-418.

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. SAGE.

Mistretta, R. M. (2000). Enhancing geometric reasoning. *Adolescence, 35*(138), 365-79. https://www.proquest.com/scholarly-journals/enhancing-geometric reasoning/docview/195931652/se-2?accountid=16382

Moran, G. J. W. (1993). Identifying the van Hiele levels of geometric thinking in seventh grade students through the use of journal writing. *Dissertataion Abstracts International*. 52:4.

Mullis, I. V. S., Martin M. O., Foy, P & Hooper, M. (2016). *TIMSS 2015 International Results in Mathematics*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.

Muyeghu, A. (2008). *The use of the van Hiele theory in ınvestigating teaching strategies used by grade 10 geometry teachers in Namibia* [Unpublished Master's Thesis]. Rhodes University.

Nasser, L. (1990). *Children's understanding of congruence according to the van Hiele model of thinking*. Paper presented at the Atas da 14ª Conferência do PME.

NCTM (1989). C*urriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Nowell, L. S., Norris, J. M., White, D. E., & Moules, N. J. (2017). Thematic analysis: Striving to meet the trustworthiness criteria. *International Journal of Qualitative Methods,16*(1). https://doi.org/10.1177/1609406917733847

O'Connor, J., & Robinson, F. (1992). *Robert lee moore.* Retrieved from http://www-groups.dcs

Oral, B. ve İlhan, M. (2012). İlköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin çeşitli değişkenler açısından incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 6*(1), 201-219.

Owens, K. (1999). The role of visualization in young students' learning. In O. Zaslavsky (Eds.), *Proceedings of the 23rd PME Conference* (pp. 220-234). Haifa, Israel: Israel Institute of Technology.

Öner, A. T. (2009). *İlköğretim 7. sınıf cebir öğretiminde teknoloji destekli öğretimin öğrencilerin erişi düzeyine, tutumlarına ve kalıcılığa etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Ötken, S., & Anıl, D. (2016). Ilkögretım 7. sınıf basarısını yordayan degıskenlerın belırlenmesı. *Anatolian Journal of Educational Leadership and Instruction, 4*(1), 1-15. https://www.proquest.com/scholarly-journals/ilkögretim-7-sinif-basarisini-yordayan/docview/1810174458/se-2?accountid=16382

Özcan, B. N. (2012). *İlköğretim öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesinde bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi.* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Özen, D. (2015). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik düşünmelerinin geliştirilmesi: Bir ders imecesi* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

Özmantar, M. F., Akkoç, H., Kuşdemir Kayıran, B. ve Özyurt, M. (2020). *Ortaokul matematik öğretim programları tarihsel bir inceleme* (3.baskı). Pegem Akademi.

Pandiscio, E. A., & Knight, K. C. (2010). An investigation into the van Hiele levels of understanding geometry of preservice mathematics teachers. *Journal of Research in Education*, *20*(1), 45-53.

Pandiscio, E., & Orton, R. E. (1998). Geometry and metacognition: An analysis ofPiaget's and van Hiele's perspectives. *Focus on Learning Problems inMathematics, 20*(2-3), 78-87.

Parlakkılıç, A. & Güldüren, C. (2019). Türkiye'deki e-öğrenme araştırmalarında yönelimler. *Uluslararası Güncel Eğitim Araştırmaları Dergisi, 5*(1), 19-28. Retrieved from https://dergipark.org.tr/tr/pub/intjces/issue/49055/625866

Parwati, N. N., Suryawan, I. P. P., & Apsari, R. A. (2018). *Belajar dan Pembelajaran*. [Study and Learning]. Singaraja: Pt Rajagrafındo Persada.

Patkin, D. (1990). *The utilization of computers: Its influence on individualized learning, pair versus individualistic learning. On the perception and comprehension of concepts in Euclidean geometry at various cognitive levels within high school students (in Hebrew)* [Unpublished doctoral dissertation]. Tel-Aviv University.

Patkin, D. (2010). The role of "personal knowledge" in solid geometry among primary school mathematics teachers. *J. Korea Soc. Math. Educ. Ser. D 14*(3), 263–279.

Patkin, D. (2014). Global van Hiele (GVH) Questionnaire as a tool for mapping knowledge and understanding of plane and solid geometry. *Research in Mathematical Education*, *18*(2), 103-128. http://dx.doi.org/10.7468/jksmed.2014.18.2.103

Patkin, D. & Levenberg, I. (2004). *Geometry – Part II for junior high and high school.* (2nd ed.). Rachgold Press.

Patkin, D. & Sarfaty, Y. (2012). The effect of solid geometry activities of pre-service elementary school mathematics teachers on concepts understanding and mastery of geometric thinking levels. *J. Korean Soc. Math. Educ., Ser. D, Res. Math. Educ*. **16(1)**,.31–50.

Pegg, J. (1992), Students' understanding of geometry: theoretical perspectives. In Southwell, B., Perry, B. and Owens, K. (Eds.), *Space: the first and final frontier, 33 proceedings*

*of the 15th Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia.* Sydney: MERGA.

Pegg, J. (1995). Learning and teaching geometry. In L. Grimison & J. Pegg (Eds.), *Teaching secondary school mathematics: Theory into practice* (pp. 87–103). London: Harcourt Brace.

Pegg, J. (1997, July). *Broadening the descriptors of van Hiele's levels 2 and 3*. Paper presented at the proceedings of the 20th Mathematical Education Research Group of Australasia Conference. New Zealand, University of Waikato.

Pegg, J. (2003). Assessment in mathematics: A developmental approach. In J.M. Royer (Ed.), *Advances in Cognition and Instruction* (pp. 227- 259). Information Age Publishing In.

Pegg, J., & Davey, G. (1991). Levels of geometric understanding. *The Australian Mathematics Teacher, 47*(2), 10–13. https://search.informit.org/doi/10.3316/aeipt.56497

Pegg, J., & Davey, G. (1998). Interpreting student understanding in geometry: A synthesis of two models. In: R Lehrer, D Chazan (Eds.), *Designing learning environmentsfor developing understanding of geometry and space* (pp.109-133). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Piaget, J. & Inhelder, B. (1956). *The child 's conception of space.* W. W. Norton & Co.

Piaget, J. (1967). *Biologie et connaissance* [Biology and knowledge]. Gallimard.

Piaget, J. ve Inhelder, B. (1956). The child's conception of space (F. J. Langdon & J. L. Lunzer, Trans.). The Norton Library.

Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. (1960). *The child's conception of geometry*. New York: Basic Books.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1967). *The child's conception of space* (F. J. Langdon & J. L. Lanzer, Trans.). New York: Norton. (Original work published in 1948).

Piaget, J., Inhelder, B. ve Szeminska, A. (1964). The child's conception of geometry (E. A. Lunzer, Trans.). Harper Torchbooks.

Pittalis, M., & Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. *Educational Studies in Mathematics*, *75*(2), 191-212.https://doi.org/10.1007/s10649-010-9251-8

Pogrow, S., (2005). HOTS revisited: A thinking development approach to reducing the learning gap after grade *3. Phi Delta Kappan, 87*(1), 64–75.

Polat, K., Oflaz, G. & Akgün, L. (2019). Görsel ispat becerisinin, van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ve uzamsal yetenek ile ilişkisi. *Erciyes Eğitim Dergisi, 3*(2), 105-122. https://doi.org/10.32433/eje.604126

Pusey, E. L. 2003. The van Hiele model of reasoning in geometry*: A Literature review*[Unpublished master's thesis]. North Carolina State University.

Razel, M., & Eylon, B. S. (1990). Development of visual cognition: Transfer effects of the Agam program. *Journal of Applied Developmental Psychology*, *11*(4), 459-485.

Razel, M., & Eylon, B. S. (1991, July). *Developing mathematics readiness in young children with the Agam Program.* Paper presented at the Fifteenth Conference of The International Group for the Psychology of Mathematics Education, Genova, Italy.

Ross, S. M., Morrison, G. R., & Lowther, D. L. (2010). Educational Technology Research Past and Present: Balancing Rigor and Relevance to Impact School Learning. *Contemporary Educational Technology, 1*(1), 17-35. https://doi.org/10.30935/cedtech/5959

Saads, S., & Davis, G. (1997). Spatial abilities, van Hiele levels and language use in three dimensional geometry. In Erkki Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21th PME Conference* (pp.104-111). Lahti, Finland: University of Helsinki.

Sandelowski, M., & Barroso, J. (2006). *Handbook for Synthesizing Qualitative Research*. Springer Publishing Company.

Sarama, J., & Clements, D.H. (2009). E*arly childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children* (1st ed.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203883785

Sarfaty, Y., & Patkin, D. (2013). The ability of second graders to identify solids in different positions and to justify their answer. *Pythagoras*, *34*(1), 1-10.

Schoenfeld, A. (1986). On having and using geometric knowledge. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge:the case of mathematics* (pp. 225-264). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Schrier, D. M. (1994). *The development of young children's geometry thinking in a mediated kindergarten classroom environment* (Order No. 9509157). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (304144846). https://www.proquest.com/dissertations-theses/development-young-childrens-geometry-thinking/docview/304144846/se-2?accountid=16382

Selçuk, Z., Palancı, M., Kandemir, M. & Dündar, H. (2014). Eğitim ve bilim dergisinde yayınlanan araştırmaların eğilimleri: İçerik analizi**.** *Eğitim ve Bilim*, *39*(173), 430-453.

Sellke, D. H. (1999). Geometric flips via the arts. *Teaching Children Mathematics*, *5*(6), 379-383. https://www.proquest.com/scholarly-journals/geometric-flips-via-arts/docview/214139189/se-2?accountid=16382

Senk, S. L. (1983). *Proof-writing achievement and van Hiele levels among secondary school geometry students* (Order No. T-28618). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (303282506). https://www.proquest.com/dissertations-theses/proof-writing-achievement-van-hiele-levels-among/docview/303282506/se2?accountid=16382

Senk, S. L. (1989). Van Hiele levels and achievement in writing geometry proofs. *Journal for Research in Mathematics Education, 20*(3), 309-321. https://doi.org/10.2307/749519

Serow, P. (2008). Investigating a phase approach to using technology as a teaching tool. In M.Goos, R. Brown & K. Makar (Eds.), *Proceedings of the 31st Annual Conference of theMathematics Education Research Group of Australia* (MERGA) (pp. 445-452).University of New England.

Sert-Çelik, H., & Kaleli-Yılmaz, G. (2022). Analysis of van Hiele geometric thinking levels studies in Turkey: A meta-synthesis study: Van Hiele geometric thinking levels. *International Journal of Curriculum and Instruction, 14*(1), 473-501.

Sezer, T. (2015). *Erken geometri beceri testi'nin geliştirilmesi ve çocukların geometri becerilerinin incelenmesi*[Yayınlanmamış doktora tezi]. Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Shahali, E. H. M., Halim, L., Rasul, M. S., Osman, K., & Zulkifeli, M. A. (2016). STEM learning through engineering design: Impact on middle secondary students' interest towards STEM. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 13*(5), 1189-1211. https://doi.org/ DOI 10.12973/eurasia.2017.00667a

Shaughnessy, J. M., & Burger, W. F. (1985). Spadework prior to deduction in geometry. *The Mathematics Teacher, 78*(6), 419-428. https://doi.org/10.5951/MT.78.6.0419.

Shaughnessy, J. M., Burger, W. F., Gutierrez, A., Jaime, A., & Fuys, D. (1991, October). Analyzing and describing students' thinking in geometry: Continuity in the van Hiele levels. In *Proceedings of the 13th Annual Meeting of the PME-NA* (Vol. 1, pp. 183-188).

Shaw, J. M., & Blake, S. (1998). *Mathematics for young children*. Pearson College Division.

Sherard, W. H. (1981). Why is geometry a basic skill?. *The Mathematics Teacher, 74*(1), 19-60.

Siew-Yin, H. (2003). Young children's concept of shape: van Hiele visualization level of geometric thinking. *The Mathematics Educator, 7*(2),71-85.

Sinclair, N., & Bruce, C. D. (2015). New opportunities in geometry education at the primary school. Z*DM: The International Journal on Mathematics Education*, *47*(3), 319-329.https://doi.org/10.1007/s11858-015-0693-4

Siyepu, S.W. (2005). T*he use of van Hiele theory to explore problems encountered in circle geometry: A grade 11 case study* [Unpublished master's thesis]. Rhodes University.

Smith, E. C. (1987). *A quantitative and qualitative comparison of two van Hiele-testing instruments* [Unpublished master's thesis]. University of Stellenbosch.

Smith, L. B. (1989). A model of perceptual classification in children and adults. *Psychological Review, 96*(1), 125–144. https://doi.org/10.1037/0033-295X.96.1.125

Solmaz, E., & Gökçearslan, Ş. (2016, May). Mobil öğrenme: Lisansüstü tezlere yönelik bir içerik analizi çalışması. In *10th International Computer and Instructional Technologies Symposium (ICITS)* (pp. 554-561).

Soon, Y. (1989). *An investigation of van Hiele-like levels of learning in transformation geometry of secondary school students in Singapore* (Order No. 8915764). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (303765885). https://www.proquest.com/dissertations-theses/investigation-van-hiele-like-levels-learning/docview/303765885/se-2?accountid=16382

South Africa DoE (2002). *Report of the Study Team on the Implementation of the National Qualifications Framework.* Pretoria: Department of Education.

Sozbilir, M. (2013). Chemistry education research in Turkey. *Chemistry International - Newsmagazine for IUPAC, 35*(2), 12-14. https://doi.org/10.1515/ci.2013.35.2.12

Stewart, C. J., ve Cash, W. B. (1985). *Interviewing: Principles and practices* (4th ed.). IO: Wm. C. Brown Publication.

Stols, G. (2012). Does the use of technology make a difference in the geometric cognitive growth of pre-service mathematics teachers?. *Australasian Journal of Educational Technology*, *28*(7), 1233-1247. https://doi.org/10.14742/ajet.799

Stols, G., Long, C., & Dunne, T. (2015). An application of the Rasch measurement theory to an assessment of geometric thinking levels. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, *19*(1), 69-81. https://doi.org/10.1080/10288457.2015.1012909

Suri, H., & Clarke, D. (2009). Advancements in research synthesis methods: From a methodologically ınclusive perspective. *Review of Educational Research, 79*(1), 395-430. https://www.proquest.com/scholarly-journals/advancements-research-synthesis methods/docview/214122762/se-2?accountid=16382

Szinger, I. S. (2008). The evolvement of geometrical concepts in lower primary mathematics (Parallel and Perpendicular). *Annales Mathematicae et Informaticae, 35*, 173–188.

Şahin, O. (2008). *Sınıf öğretmenlerinin ve sınıf öğretmeni adaylarının van Hiele geometrik düşünme düzeyleri* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Afyon Kocatepe Üniversitesi, Afyonkarahisar.

Tabuk, M . (2019). Lisansüstü tezlerde bilgisayar destekli matematik öğretimi uygulamaları: Meta-sentez çalışması. *Journal of Theoretical Educational Science, 12*(2), 656-677. http://dx.doi.org/10.30831/akukeg.433539

Taylor. (2004). *The Moore method.* Retrieved from http://www.discovery.utexas.edu/rim/reference/moorefilm.html

Teppo, A. (1991). Van Hiele levels of geometric thought revisited. *The Mathematics Teacher, 84*(3), 210-221. https://doi.org/10.5951/MT.84.3.0210

TIMSS, (2019). TIMSS 2019 ınternational results in mathematics and sciences. Retrieved from https://timss2019.org/

Trafton, P. R. & LeBlanc, J. F. (1973). Informal geometry in grades k-6. In K. B. Henderson (Ed.), *Geometry in the mathematics curriculum: thirty-sixth yearbook* (pp. 11-51). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Treffers, A. (1987). *Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics instruction-The Wiskobas project*. Reidel Publishing Company.

Tsamir, P. Tirosh, D., ve Levenson, E. (2008). Intuitive nonexamples: The case of triangles. *Educational Studies in Mathematics, 69*(2), 81-95. https://doi.org/10.1007/s10649-008-9133-5

Türkoğlu, D. (2017). *Cebirsel düşünme becerisi üzerine bir meta-sentez çalışması* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi].Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.

Ulutaş, F. & Ubuz, B. (2008). Matematik eğitiminde araştırmalar ve eğilimler: 2000 ile 2006 yılları arası. *İlköğretim Online, 7*(3), 614-626. Retrieved from https://dergipark.org.tr/tr/pub/ilkonline/issue/8600/107083

Umdu Topsakal, Ü., Çalık, M. & Çavuş, R. (2012). What trends do Turkish biology education studies indicate?. *International Journal of Environmental and Science Education, 7*(4), 639-649.

Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry* (Final report of the Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry Project: ERIC Document Reproduction Service No. ED 220 288). University of Chicago.

Usiskin, Z., & Senk, S. (1990). Evaluating a test of van Hiele levels: a response to Crowley and Wilson. *Journal for Research in Mathematics Education*, *21*(3), 242–245. https://doi.org/10.2307/749378

Üstün, I. ve Ubuz, B. (17 Ocak 2004). G*eometrik Kavramların Geometer's Sketchpad Yazılımı ile Geliştirilmesi.*Eğitimde İyi Örnekler Konferansında sunuldu, İstanbul.

Van de Walle, J. A. (2001). Elementary and middle school mathematics-teaching developmentally (4th ed.). Pearson Education.

Van de Walle, J., Karp, K., & Bay-Williams, J. (2016). *Elementary and middle schoolmathematics* (10th Ed). MA: Allyn and Bacon.

van Hiele, P. M. (1957). *De problematiek van het inzicht: gedemonstreerd aan het inzicht van schoolkinderen in meetkunde-leestof; with summary in english* [Doctoral dissertation]. Meulenhoff.

van Hiele, P. M. (1984). A child's thought and geometry. In D. Fuys, D. Geddes, & R. Tischler (Eds.) (1959/1984), *English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele* (pp. 243-252). Brooklyn College.

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Academic press.

Van Hiele, P. M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching Children Mathematics,* 310-316. https://doi.org/10.5951/TCM.5.6.0310

Van Hiele, P.M. (1973). *Begrip en inzicht: Werkboek van de wiskundedidactiek*. Muusses

Varışoğlu, B., Şahin, A., & Göktaş, Y. (2013). Türkçe eğitimi araştırmalarında eğilimler. *Educational Sciences: Theory and Practice, 13*(3), 1767-1781. http://dx.doi.org/10.12738/estp.2013.3.1609

Vatansever, S. (2007). *İlköğretim 7. sınıf geometri konularını dinamik geometri yazılımı Geometer's Sketchpad ile öğrenmenin başarıya, kalıcılığa etkisi ve öğrenci görüşleri.* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Vojkuvkova, I. (2012). The van Hiele model of geometric thinking. In Jana Šafránková & Jiří Pavlů (Eds.), *WDS'12 Proceedings of Contributed Papers* (pp. 72-75). Retrieved from https://www.mff.cuni.cz/veda/konference/wds/proc/pdf12/WDS12_112_m8_Vojkuvkova.pdf.

Volmink, J. (1988). *Acquisition of concepts and construction of meaning in geometry* [Unpublished doctoral dissertation]. Cornell University.

Wheatley, G. H. (2007). *Quick Draw: Developing spatial sense in mathematics* (2nd ed.). FL: Mathematics Learning.

Wilson, M. (1990). Measuring a van Hiele geometry sequence: A reanalysis. *Journal for Research in Mathematics Education, 21*(3), 230–237. https://doi.org/10.2307/749376

Wirszup, I. (1976, August). Breakthroughs in the psychology of learning and teaching geometry. In *Space and geometry: Papers from a research workshop* (pp. 75-97). Columbus, OH: Mathematics and Environment Education ERIC Center for Science.

Woodward, E. & Hamel, T. (1992). *Geometric constructions and investigations with a Mira.* ME: J. Weston Walch.

Woodward, E. (1977). Geometry with a Mira. *The Arithmetic Teacher, 24(*2), 117-118.

Wu, D. B., & Ma, H. L. (2006, July). The distributions of van Hiele levels of geometric thinking among 1st through 6th graders. In *Proceedings 30th Conference Of The İnternational Group for the Psychology Of Mathematics Education* (Vol. 5, pp. 409-416).

Xistouri, X. ve Pitta-Pantazi, D. (2011). Elementary students' transformational geometry abilities and cognitive style. Available from the project web site: http://www. cerme7. univ. rzeszow. pl/WG/4/WG4_Xistouri _Pitta. pdf.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (11. baskı). Seçkin Yayıncılık.

Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods* (3rd ed.). CA: Sage.

# EKLER

## EK-1

## Ek: İncelenen Çalışmalara Ait Kaynaklar

### Türkçe Kaynaklar

A1. Akkan, Y., Akkan, P., Öztürk, M., ve Demir, Ü. (2018). Görsel teoremler üzerine matematik öğretmenleriyle nitel bir çalışma. *Öğretim Teknolojileri ve Öğretmen Eğitimi Dergisi, 7*(2), 56-74. https://dergipark.org.tr/en/pub/jitte/issue/41978/431508'den alınmıştır.

A2. Akkurt, Z. (2010). *Kavram haritaları yardımıyla ilköğretim öğretmen adaylarının geometrik kavramları ilişkilendirmeleri üzerine bir inceleme* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

A3. Altıntaş, K. (2018). *Ortaokul 7. sınıf çember-daire ve çokgenler konularının öğretiminde probleme dayalı öğrenmenin öğrencilerin van Hiele geometri düşünme düzeylerine etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Gazi Üniversitesi, Ankara.

A4. Altun, H. (2018). Lise öğrencilerinin geometri ders başarılarının van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre incelenmesi. *Electronic Turkish Studies, 13*(11), 157-168.http://dx.doi.org/10.7827/TurkishStudies.13759

A5. Anıkaydın, Ö. (2017). *Öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik algıları, geometri tutumları ve geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Adnan Menderes Üniversitesi, Aydın.

A6. Aşık-Ünal, Ü. Ö. ve Vezne, R. (2021). Sınıf öğretmenlerinin geometrik düşünme düzeylerinin bazı değişkenlere göre incelenmesi, *Trakya Eğitim Dergisi, 11*(1), 133-150.

A7. Aydoğdu, M. Z. (2014).*9. sınıf üstün zekalı öğrencilerin geometri problem çözme stratejileri ve van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile ilişkilendirilmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

A8. Aydoğdu, M. Z. ve Keşan, C. (2016). 9. sınıf üstün zekalı öğrencilerin geometri problem çözme stratejileri. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi,5*(2), 48-55.

A9. Bal, A. P. (2011). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik düşünme düzeyleri ve tutumları. *Inonu University Journal of the Faculty of Education (INUJFE), 12*(3), 97-115.

A10. Bal, A. P. (2011). Oluşturmacı öğrenme ortamının sınıf öğretmenliği öğrencilerinin temel matematik dersinde akademik başarı ve van Hiele geometri düşünme düzeyine etkisi. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi*, *1*(3), 47-57.https://doi.org/10.14527/C1S3

A11. Bal, A.P. (2012). Öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeyleri ve geometriye yönelik tutumları. *Eğitim Bilimleri Araştırma Dergisi, 2*(1), 17-34.

A12. Berkant, H. G. ve Çadırlı, G. (2019). Ortaokul öğrencilerinin geometri öz-yeterlik inançlarının ve geometrik düşünme becerilerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Educational Studies, 6*(3), 29-52. https://doi.org/10.33907/turkjes.602382

A13. Budak, A., Budak, İ., ve Demir, F.(2011). Üniversite öğrencilerinde geometrik düşünmenin gelişimi. UOT: 37:001.891.573; 37:007; 37:001.891

A14. Bulut, N. (2013). *Çember kavramının dinamik matematik yazılımı ile öğretilmesinin matematik öğretmeni adaylarının başarıları ve düşünme düzeylerine etkisi* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Gazi Üniversitesi, Ankara.

A15. Bulut, İ., Öner-Sünkür, M., Oral, B., ve İlhan, M. (2012). 8. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ile zekâ alanları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Electronic Journal of Social Sciences, 11*(41), 161-173

A16. Buyruk- Akıl, Y. (2020).*8. sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisi konusundaki matematiksel başarıları ile van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Erciyes Üniversitesi, Kayseri.

A17. Cantürk- Günhan, B. (2006). *İlköğretim II kademede matematik dersinde probleme dayalı öğrenmenin uygulanabilirliği üzerine bir araştırma* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

A18. Coşkun, F. (2009). *Ortaöğretim öğrencilerinin van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat yazma becerilerinin ilişkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

A19. Çakmak, D. ve Güler, H.K. (2014). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi. *Journal of Turkish Educational Sciences, 12*(1), 1-16. https://dergipark.org.tr/en/pub/tebd/issue/26089/274930'den alındı.

A20. Çaylan, B., Takunyacı, M., Masal, M., Masal, E., ve Ergene, Ö. (2017). Origami ile matematik dersi süresince ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile origami inançları arasındaki ilişkinin belirlenmesi. *Journal of Multidisciplinary Studies in Education*, *1*(1), 24-35.

A21. Çelebi-Akkaya, S.(2006). *Van Hiele düzeylerine göre hazırlanan etkinliklerin ilkögretim 6.sınıf öğrencilerinin tutumuna ve başarısına etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

A22. Dağdelen, M. G. (2012). *İlköğretim 5. sınıf geometri öğretiminde özel dörtgenlerin kavratılmasında origaminin etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun.

A23. Demir, V. (2010). *Cabri 3d dinamik geometri yazılımının, geometrik düşünme ve akademik başarı üzerine etkisi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Marmara Üniversitesi, İstanbul.

A24. Demir, E. (2019). *7. sınıf öğrencilerinin çember ve daire konusundaki matematiksel başarıları ile van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Erciyes Üniversitesi, Kayseri.

A25. Demir, Ö. ve Kurtuluş, A. (2019). Dönüşüm geometrisi öğretiminde 5e öğrenme modelinin 7. sınıf öğrencilerinin van Hiele dönüşüm geometrisi düşünme düzeylerine etkisi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *20,* 1279-1299. https://doi.org/10.17494/ogusbd.555483

A26. Doğan-Temur, Ö.(2007). *Öğretmenlerin geometri öğretimine ilişkin görüşleri ve sınıf içi uygulamaların van Hiele seviyelerine göre irdelenmesi üzerine fenomenografik bir çalışma* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Gazi Üniversitesi, Ankara.

A27. Dokumacı-Sütçü, N. (2018). Geometrik-mekanik zeka oyunlarının öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin gelişimine etkisi. *Electronic Journal of Education Sciences*, *7*(14), 154-163.

A28. Duatepe-Paksu, A. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının geometri hazırbulunuşlukları, düşünme düzeyleri, geometriye karşı özyeterlikleri ve tutumları. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *33*(33), 203-218. https://doi.org/10.9779/PUJE585

A29. Er, G. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin van Hiele geometri düşünme düzeylerinin ve geometriye yönelik tutumlarının incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Trabzon Üniversitesi, Trabzon.

A30. Erdoğan, T. (2006). *Van Hiele modeline dayalı öğretim sürecinin sınıf öğretmenliği öğretmen adaylarının yeni geometri konularına yönelik hazırbulunuşluk düzeylerine etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

A31. Ergin, A.S. (2014). *8. sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler üzerindeki imgeleri ve sınıflama stratejiler* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir

A32. Ersoy, M. (2019). *7. sınıf öğrencilerinin dörtgenler konusundaki matematiksel başarıları ile van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Erciyes Üniversitesi, Kayseri.

A33. Fidan, Y. ve Türnüklü, E. (2010). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 27*(27), 185-197.

A34. Gecü, Z. (2011). *Fotoğrafların dinamik geometri yazılımı ile birlikte kullanılmasının başarıya ve geometrik düşünme düzeyine etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Marmara Üniversitesi, İstanbul.

A35. Gökbulut, Y., Sidekli, S. ve Yangın, S. (2010). Sınıf öğretmeni adaylarının van Hiele geometrik düşünce düzeylerinin, bazı değişkenlere (lise türü, lise alanı, lise ortalaması, öss puanları, lisans ortalamaları ve cinsiyet) göre incelenmesi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 8*(2), 375-396. https://dergipark.org.tr/en/pub/tebd/issue/26104/275039'den alınmıştır.

A36. Gömlekçi, M. (2021). *Fen lisesi öğrencilerinin geometri başarıları ile van Hiele geometri düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Dicle Üniversitesi, Diyarbakır.

A37. Gül, B. (2014). Or*taokul 8. sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel başarıları ile van Hiele geometri düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Gazi Üniversitesi, Ankara.

A38. Gündoğdu-Alaylı, F. (2012). *Geometride şekil oluşturma ve şekli parçalarına ayırma çalışmalarında ilköğretim 6. 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin düşünme süreçlerinin incelenmesi ve bu süreçteki düzeylerinin belirlenmesi* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

A39. Güney, E. (2018). *Ortaöğretim 9. sınıf üçgenler konusunda origami yardımıyla düzenlenen etkinliklerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Van.

A40. Gür, H. ve Kobak-Demir, M. (2017). Pergel-Cetvel Kullanarak Temel Geometrik Çizimlerin Öğretmen Adaylarının Geometrik Düşünme Düzeyleri. *Eğitimde Kuram ve Uygulama, 13*(1), 88-110.

A41. Gürhan, S. (2015). *Ortaokul öğrencilerinin dörtgenleri sınıflandırmaya dair kavramsal anlayışlarının bilgisayar destekli ortamlarda geliştirilmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Mevlana Üniversitesi, Konya.

A42. Güven, B. (2006). *Öğretmen adaylarının küresel geometri anlama düzeylerinin karakterize edilmesi* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

A43. Güven, Y. (2006). *Farklı geometrik çizim yöntemleri kullanımının öğrencilerin başarı, tutum ve van Hiele geometri anlama düzeylerine etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

A44. Hurma, A.R. (2011). *9. sınıf geometri dersi çokgenler açı ünitesinde van Hiele modeline dayalı öğretimin öğrencinin problem çözme başarısına ve öğrenmenin kalıcılığına etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

A45. Kalay, H. (2015). *7. sınıf öğrencilerinin uzamsal yönelim becerilerini geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

A46. Kaleli-Yılmaz, G. ve Yüksel, M. (2019). Tasarlanan farklı öğrenme ortamlarının 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerine etkisi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi, 10*(2), 426-455. https://doi.org/10.16949/turkbilmat.459195

A47. Karakarçayıldız, R. Ü. (2016). *7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ile çokgenleri sınıflama becerileri ve aralarındaki ilişki* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

A48. Karapınar, F. (2017). *8. sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler konusundaki bilgilerinin van Hiele geometrik düşünme düzeyleri açısından incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Erciyes Üniversitesi, Kayseri.

A49. Kedikli, D., & Katrancı, Y. (2021). Geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili tezlerin betimsel içerik analizi. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi, 4*(2), 251-273. http://doi.org/10.33400/kuje.950983

A50. Kılıç, Ç. (2003). *İlköğretim 5. sınıf matematik dersinde van Hiele düzeylerine göre yapılan geometri öğretiminin öğrencilerin akademik başarıları, tutumları ve hatırda tutma düzeyleri üzerindeki etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

A51. Kılıç, Ç., Yavuzsoy-Köse, N., Tanışlı, D. ve Özdaş, A. (2007). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin süsleme etkinliklerindeki van Hiele geometrik düşünce düzeylerinin belirlenmesi. *Elementary Education Online, 6*(1),11-23.https://app.trdizin.gov.tr/publication/paper/detail/TnpjMU16VTE'den alınmıştır.

A52. Kılıç, H. (2013). Lise öğrencilerinin geometrik düşünme, problem çözme ve ispat becerileri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED), 7*(1), 222-241.https://doi.org/10.12973/nefmed160

A53. Kobal, A.(2020). *10. sınıf çokgenler, dörtgenler ve yamuk konularında 5e öğrenme döngüsü modeline dayalı öğretimin öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Bahçeşehir Üniversitesi, İstanbul.

A54. Koçak, B.B. (2009).*Süsleme etkinliklerinin ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

A55. Kula-Yeşil, D. (2015). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin dörtgenler bağlamında matematik dili kullanımları: Sentaks ve semantik bileşenler* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

A56. Kurtuluş, A. ve Avcu, T. (2016). Altıncı sınıf öğrencilerinin geometrik şekillerin çevre-alan ilişkisini anlama düzeyleri üzerine bir inceleme. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Türk Dünyası Uygulama ve Araştırma Merkezi Eğitim Dergisi, 1*(1), 77-87. https://dergipark.org.tr/en/pub/estudamegitim/issue/45352/596378'den alınmıştır.

A57. Kurtuluş, A. ve Akay, S. (2017). Öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeyleri ve beyin baskınlıklarının bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 1*(41), 38-61. https://doi.org/10.21764/efd.10273

A58. Oflaz, G. (2010). *Geometrik düşünme seviyeleri ve zekâ alanları arasındaki ilişki* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Cumhuriyet Üniversitesi, Sivas.

A59. Okumuş, S. (2011). *Dinamik geometri ortamlarının 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenleri tanımlama ve sınıflandırma becerilerine etkilerinin incelenmesi* [Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

A60. Oral, B. ve İlhan, M. (2012). İlköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin çeşitli değişkenler açısından incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *6*(1), 201-219.

A61. Oral, B., İlhan, M. ve Kınay, İ. (2013). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 34*(34), 33-46.

A62. Osmanoğlu, A. (2019). Sınıf öğretmeni adaylarının van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ve öğrenme eksikleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 49*, 60-80. https://doi.org/10.21764/ maeuefd.393204

A63. Önel, F. (2021). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme becerilerinin dinamik geometri ortamında incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Mersin Üniversitesi, Mersin.

A64. Özcan, B. N. ve Türnüklü, E. (2013). Buluş yoluyla öğrenme yönteminin ilköğretim öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerine etkisinin İncelemesi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, *4*(7), 29-45.

A65. Özkan, E. ve Öner, D. (2019). Investigation of the development of van Hiele levels of geometric thinking in a computer supported collaborative learning (CSCL)

environment. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *15*(2), 473-490. https://doi.org/10.17860/mersinefd.522491

A66. Öztürk, B. (2012). *GeoGebra matematik yazılımının ilköğretim 8. sınıf matematik dersi trigonometri ve eğim konuları öğretiminde, öğrenci başarısına ve van Hiele geometri düzeyine etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Sakarya Üniversitesi, Sakarya.

A67. Polat, K., Oflaz, G. ve Akgün, L. (2019). The relationship of visual proof skills with van Hiele levels of geometric thinking and spatial ability. *Erciyes Journal of Education*, *3*(2), 105-122.

A68. Sağır-Gürlevik, T. M. (2017). *Üstün/özel yetenekli öğrencilerin geometri düzeylerinin bazı değişkenler açısından belirlenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

A69. Saraçoğlu, M. & Aşılıoğlu, B. (2022). Türkiye'de geometrik düşünme üzerine yapılan araştırmalara ilişkin bir meta-sentez. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi, 21* (81) , 91-116. https://doi.org/10.17755/esosder.982081

A70. Şahin, O. (2008). *Sınıf öğretmenlerinin ve sınıf öğretmeni adaylarının van Hiele geometrik düşünme düzeyleri* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Afyon Kocatepe Üniversitesi, Afyonkarahisar.

A71. Şahin, Y. (2012). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik akıl yürütmelerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

A72. Şahin, T. (2013). *Somut ve sanal manipülatif destekli geometri öğretiminin 5. Sınıf öğrencilerinin geometrik yapıları inşa etme ve çizmedeki başarılarına etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

A73. Şimşek N., & Çağlıyan, K. (2020). İşitme yetersizliği olan öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeyleri**.** *Cumhuriyet International Journal of Education, 9*(4), 983-999. http://dx.doi.org/10.30703/cije.478211

A74. Terzi, M. (2010). *Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre tasarlanan öğretim durumlarının öğrencilerin geometrik başarı ve geometrik düşünme becerilerine etkisi* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Gazi Üniversitesi, Ankara.

A75. Toluk, Z. ve Olkun, S. (2004). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik düşünme düzeyleri. *Eğitim ve Bilim*, *29*(134), 55-60.

A76. Turgut, M. ve Yılmaz, S. (2010). Teknoloji destekli lineer cebir öğretiminin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine etkisi. *E-Journal of New World Sciences Academy Education Sciences, ,5*(3), 702-712.

A77. Tutak, T. (2008).*Somut nesneler ve dinamik geometri yazılımı kullanımının öğrencilerin bilişsel öğrenmelerine, tutumlarına ve van Hiele geometri anlama düzeylerine etkisi* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

A78. Türnüklü, E. ve Özcan, B. (2014). Öğrencilerin geometride RBC teorisine göre bilgiyi oluşturma süreçleri ile van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişki: Örnek olay çalışması. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *11*(27), 295-316.

A79. Uzun, Z. B. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri, uzamsal yetenekleri ve geometriye yönelik tutumları* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

A80. Yıldırım, A. (2009). *Euclidean reality geometri etkinliklerinin, işitme durumuna göre öğrencilerin van Hiele geometri düzeylerine, geometri tutumlarına ve başarılarına etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

A81. Yıldırım, A. ve Anapa-Saban, P. (2014). Euclıdean realıty geometri etkinliklerinin işitme durumuna göre öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerine ve geometri başarılarına etkisi. *Education Sciences, 9*(4), 364-379. http://dx.doi.org/10.12739/NWSA.2014.9.4.1C0624

A82. Yıldırım-Gül, Ç. ve Karataş, İ. (2015). 8. Sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisi başarılarının uzamsal becerileri, geometri anlama düzeyleri ve matematiğe yönelik tutumları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Karaelmas Journal of Educational Sciences*, *3*, 36-48.

A83. Yıldız, A. (2014). *5e öğrenme döngüsü modelinin 6. sınıf öğrencilerinin geometrik başarı ve van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Gazi Üniversitesi, Ankara.

A84. Yıldız, N. (2018). *Ortaokul sınıflarında geometrik düşünmenin geliştirilmesine yönelik bir mesleki gelişim modelinin öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep.

A85. Yılmaz, S.(2011). *7. sınıf öğrencilerinin 'doğrular ve açılar' konusundaki hata ve kavram yanılgılarının van Hiele geometri anlama düzeyleri açısından analizi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Kastamonu Üniversitesi, Kastamonu.

A86. Zeybek, A. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ve geometri öğrenme alanına ilişkin öğretmen görüşleri* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Pamukkale Üniversitesi, Denizli.

**İngilizce Kaynaklar**

E1.Abduh, M. F., Waluya, S. B. & Mariani, S. (2020). Analysis of problem solving on ıdeal problem solving learning based on van Hiele theory assisted by geogebra on geometry. *Unnes Journal of Mathematics Education Research, 9*(2), 170-178.

E2. Abdullah, A. H. & Zakaria, E. (2013). Enhancing students' level of geometric thinking through van Hiele's phase-based learning. *Indian Journal of Science and Technology, 6*(5), 4432-4446. https://doi.org/10.17485/ijst%2F2013%2Fv6i5%2F33243

E3. Abdullah, A. H. & Zakaria, E. (2013). The effects of Van Hiele's phases of learning geometry on students' degree of acquisition of Van Hiele levels. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 102,* 251-266. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.10.740

E4. Abdullah, A. H., & Mohamed, M. (2008). The use of ınteractıve geometry software (ıgs) to develop geometrıc thınkıng. *Sains Humanika, 49*(1). https://doi.org/10.11113/sh.v49n1.301

E5. Abu, M. S., & Abidin, Z. Z. (2013). Improving the levels of geometric thinking of secondary school students using geometry learning video based on Van Hiele theory. *International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE), 2*(1), 16-22

E6. Abu, M. S., Ali, M. B., & Hock, T. T. (2012). Assisting primary school children to progress through their van Hiele's levels of geometry thinking using Google SketchUp. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 64,* 75-84. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.11.010

E7. Al-ebous, T. (2016). Effect of the van Hiele model in geometric concepts acquisition: the attitudes towards geometry and learning transfer effect of the first three grades students in Jordan. *International Education Studies*, *9*(4), 87-98. http://dx.doi.org/10.5539/ies.v9n4p87

E8. Alex, J. K. & Mammen, K. J. (2012). A survey of South African grade 10 learners' geometric thinking levels in terms of the Van Hiele theory. *The Anthropologist*, *14*(2), 123-129. https://doi.org/10.1080/09720073.2012.11891229

E9. Alex, J. K. & Mammen, K. J. (2016). Lessons learnt from employing van Hiele theory based instruction in senior secondary school geometry classrooms. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *12*(8), 2223-2236. https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1228a

E10. Andila, Y. D., & Musdi, E. (2020). Practicality of geometry learning set based on van Hiele theory to increase students' mathematical communication ability. *Journal of Physics: Conference Series, 1554*(012007). https://doi.org/10.1088/1742-6596/1554/1/012007

E11. Argaswari, D. P., Usodo, B., & Pramudya, I. (2016, May). The development of module of learning quadrilateral based on van Hiele theories. *Proceedıng of 3rd Internatıonal Conference on Research, Implementatıon and Educatıon of Mathematıcs and Scıence Yogyakarta*.

E12. Armah, R. B. & Kissi, P. S. (2019). Use of the van Hiele Theory in investigating teaching strategies used by college of education geometry tutors. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *15*(4), em1694. https://doi.org/10.29333/ejmste/103562

E13. Armah, R. B., Cofie, P. O., & Okpoti, C. A. (2018). Investigating the effect of van Hiele phase-based ınstruction on pre-service teachers' geometric thinking. *International journal of Research in Education and Science*, *4*(1), 314-330. https://doi.org/ 10.21890/ijres.383201

E14. Aventi, B. C. (2018). *An ınvestıgatıon ınto students' understandıngs of lınear relatıonshıps when usıng dynamıc mathematıcal software as an explorатıon tool* [Unpublished doctoral dissertation].University of New England.

E15. Bashiru, A., & Nyarko, J. (2019). Van Hiele geometric thinking levels of junior high school students of atebubu municipality in ghana. *African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences*, *15*(1), 39-50. https://dx.doi.org/10.4314/ajesms.v15i1.4

E16. Baynes, J. F. (1998). *The development of a van Hiele-based summer geometry program and its impact on student van Hiele level and achievement in high school geometry* (Order No. 9839049). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (304436214). Retrieved from https://www.proquest.com/dissertations-theses/development-van-hiele-based-summer-geometry/docview/304436214/se-2?accountid=17219

E17. Breyfogle, M. L., & Lynch, C. M. (2010). Van Hiele revisited. *Mathematics teaching in the Middle school*, *16*(4), 232-238. https://doi.org/10.5951/MTMS.16.4.0232

E18. Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for research in mathematics education*, 31-48. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.17.1.0031

E19. Chang, K. E., Sung, Y. T., & Lin, S. Y. (2007). Developing geometry thinking through multimedia learning activities. *Computers in Human Behavior*, *23*(5), 2212-2229. https://doi.org/10.1016/j.chb.2006.03.007

E20. Chen, J. W., & Lin, C. C. (2006, July). A van Hiele web-based learning system with knowledge management for teaching programming. In *Sixth IEEE International Conference on Advanced Learning Technologies (ICALT'06)* (pp. 114-116). IEEE.

E21. Chen, Y. H., Senk, S. L., Thompson, D. R., &Voogt, K. (2019). Examining psychometric properties and level classification of the van Hiele Geometry Test using CTT and CDM frameworks. *Journal of Educational Measurement*, *56*(4), 733-756. https://doi.org/10.1111/jedm.12235

E22. Chimuka, A. (2017). *The effect of integration of GeoGebra software in the teaching of circle geometry on grade 11 students' achievement* [Unpublished master's thesis]. University of South Africa.

E23. Choi-Koh, S. S. (1999). A student's learning of geometry using the computer. *The Journal of Educational Research*, *92*(5), 301-311. https://doi.org/10.1080/00220679909597611

E24. Clements, D. H., Swaminathan, S., Hannibal, M. A. Z., & Sarama, J. (1999). Young children's concepts of shape. *Journal for research in Mathematics Education*, 192-212.https://doi.org/10.2307/749610

E25. Crowley, M. L. (1987). Van Hiele model of the development of geometrical thought. In: M.Montgomery Lindquist, & A. P. Shulte (Eds.), *Learning and teaching geometry*, K – 12, (pp. 1 – 16). 1987 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), Reston, VA.:NCTM, 1987.

E26. Dindyal, J. (2007). The need for an inclusive framework for students' thinking in school geometry. *The Mathematics Enthusiast, 4*(1), 73-83. https://doi.org/10.54870/1551-3440.1060

E27. Dongwi, B. L. (2012). *Mathematics teachers' experiences of designing and implementing a circle geometry teaching programme using the van Hiele phases of ınstruction as a conceptual framework: A Namibian case study* [Doctoral dissertation]. Rhodes University.

E28. Faucett, C. W. (2007). *Relationship between type of instruction and student learning in geometry* (Order No. 3283555). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (304761583). Retrieved from https://www.proquest.com/dissertations-theses/relationship-between-type-instruction-student/docview/304761583/se-2?accountid=17219

E29. Fitriyani, H., Widodo, S. A. ve Hendroanto, A. (2018). students'geometrıc thınkıng based on van Hiele's theory. *Infinity Journal, 7*(1), 55-60. https://doi.org/0.22460/infinity.v7i1.p55-60.

E30. Fuys, D. (1985). Van Hiele levels of thinking in geometry. *Education and Urban Society*, *17*(4), 447-462.https://doi.org/10.1177%2F0013124585017004008

E31. Hanlon, A. E. C. (2010). *Investıgatıng the ınfluence of quıck draw on pre-servıce elementary teachers belıefs, ın concordance wıth spatıal and geometrıc thınkıng: a mıxed methods study* (Order No. 3408715). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (610091742). Retrieved from https://www.proquest.com/dissertations-theses/investigating-influence-i-quick-draw-on-pre/docview/610091742/se-2?accountid=17219

E32. Haviger, J., & Vojkůvková, I. (2014). The van Hiele geometry thinking levels: gender and school type differences. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *112*, 977-981. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.01.1257

E33. Hendriyanto, A., Kusmayadi, T. A., & Fitriana, L. (2021, March). Geometric thinking ability for prospective mathematics teachers in solving ethnomathematics problem. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1808, No. 1, p. 012040). IOP Publishing.

E34. Hoffer, A. (1981). Geometry is more than proof. *The Mathematics Teacher*, *74*(1), 11-18.https://doi.org/10.5951/MT.74.1.0011

E35. Idris, N. (2007). The effect of geometers' sketchpad on the performance in geometry of Malaysian students' achievement and van Hiele geometric thinking. *Malaysian Journal of Mathematical Sciences, 1*(2), 169-180.

E36. Idris, N. (2009). The impact of using geometers' sketchpad on Malaysian students' achievement and van Hiele geometric thinking. *Journal of mathematics Education*, *2*(2), 94-107.

E37. July, R. A. (2001). *Thinking in three dimensions: Exploring students' geometric thinking and spatial ability with the geometer's sketchpad* (Order No. 3018479). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (304781007). Retrieved from https://www.proquest.com/dissertations-theses/thinking-three-dimensions-exploring-students/docview/304781007/se-2?accountid=17219

E38. Jupri, A., Gozali, S. M., & Usdiyana, D. (2020). An analysıs of a geometry learnıng process: the case of provıng area formulas. *Prima: Jurnal Pendidikan Matematika, 4*(2), 154-163.http://dx.doi.org/10.31000/prima.v4i2.2619

E39. Jurdak, M. (1991). Van Hiele levels and the SOLO taxonomy. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *22*(1), 57-60.https://doi.org/10.1080/0020739910220109

E40. Kairuddin, K., Siregar, B. H., & Siregar, N. H. (2020). Improvement of students' high order thinking skills (HOTS) ability through the application of van Hiele theory assisted by video animation. *Journal of Mathematical Pedagogy (JoMP)*, *2*(1). https://doi.org/10.26740/jomp.v2n1.p%25p

E41. Leping Liu & Rhoda Cummings (2001). A learning model that stimulates geometric thinking through use of pclogo and geometer's sketchpad, computers in the schools, 17:1-2, 85-104, DOI: 10.1300/J025v17n01_08

E42. Ma, H. L., Lee, D. C., Lin, S. H., & Wu, D. B. (2015). A Study of van Hiele of geometric thinking among 1st through 6th graders. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 11*(5), 1181-1196.https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1412a

E43. Malloy, C. (2002). *The Van Hiele Framework,* Retrieved from http://www.aug.edu/~lcrawford/Readings/Geom_Nav_6-8/articles/geo3arn.pdf

E44. Mason, M. M. (1997). The vanx hiele model of geometric understanding and mathematically talented students. *Journal for the Education of the Gifted, 21*(1), 38-53. http://dx.doi.org/10.1177/016235329702100103

E45. Matthews, N. F. (2004). *A comparison of mira phase -based instruction, textbook instruction, and no instruction on the van Hiele levels of fifth-grade students* (Order No. 3141938). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (305044293). Retrieved from https://www.proquest.com/dissertations-theses/comparison-mira-phase-based-instruction-textbook/docview/305044293/se-2?accountid=17219

E46. Mbusi, N. P., & Luneta, K. (2021). Mapping pre-service teachers' faulty reasoning in geometric translations to the design of Van Hiele phase-based instruction. *South African Journal of Childhood Education*, *11*(1), 11. https://doi.org/10.4102/sajce.v11i1.871

E47. Md. Yunus, A. S., Mohd Ayub, A. F., & Hock, T. T. (2019). Geometric Thinking of Malaysian Elementary School Students. *International Journal of Instruction*, 12(1), 1095-1112. https://doi.org/10.29333/iji.2019.12170a

E48. Meng, C. C., & Sam, L. C. (2013). Enhancing primary pupils' geometric thinking through phase-based instruction using the geometer's sketchpad. *Asia Pacific Journal of Educators and Education*, *28*, 33-51.

E49. Moh'd Al-Migdady, A., & Qatatsheh, F. (2017). The effect of using Crocodile mathematics software on Van Hiele level of geometric thinking and motivation among ninth-grade students in Jordan. *Instructıonal Technology*, 27.

E50. Mohr, D. S. (2005). *The impact of logo on pre-service elementary teachers' beliefs, knowledge of geometry, and self -regulation of learning* (Order No. 3202899). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (304985486). Retrieved from https://www.proquest.com/dissertations-theses/impact-logo-on-pre-service-elementary-teachers/docview/304985486/se-2?accountid=17219

E51. Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, *42*(2), 179-196.https://doi.org/10.1023/A:1004175020394

E52. Moyer, T. O. (2003). *An investigation of the geometer's sketchpad and van Hiele levels* (Order No. 3112299). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (304931199). Retrieved from https://www.proquest.com/dissertations-theses/investigation-geometers-sketchpad-van-hiele/docview/304931199/se-2?accountid=17219

E53. Nasiru, H. M., Abdullah, A. H., & Norulhuda, I. (2019). Design and development of VH-İSTEM learning strategy on geometric thinking: An Experts' Evaluation. *Int. J. Recent Technol. Eng*, *8*(3S2), 723-732. https://doi.org/10.35940/ijrte.C1230.1083S219

E54. Nisawa, Y. (2018). Applying van Hiele's levels to basic research on the difficulty factors behind understanding functions. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *13*(2), 61-65.https://doi.org/10.12973/iejme/2696

E55. Njurumana, N. Y., Baidawi, M., & Rahayuningsih, S. (2020). Analysis of students' ability to complete the problem of geometry and building side rooms based on van Hiele geometry thoughts on class ıx students of smp pgrı poncokusumo malang. *MEJ (Mathematics Education Journal), 3(2), 109-118.* https://doi.org/10.22219/mej.v3i2.11068

E56. Noordin, S., & Ahmad, W. F. W. (2011). The development of multimedia courseware of lines and planes in 3-dimension: an application of Van Hiele's model. *In Program of the 16th Asian Technology Conference in Mathematics. Universiti Teknologi PETRONAS* (Vol. 31750).

E57. Omotosho, G. A. (2015). Geometric cognitive growth: An Information and communication technology (ICT) approach. *Journal of Physical Science and Innovation*, *7*(1).

E58. Primasatya, N., & Jatmiko, J. (2018). Implementation of geometry multimedia based on van Hiele's thinking theory for enhancing critical thinking ability for grade V students. *International Journal of Trends in Mathematics Education Research*, *1*(2). https://doi.org/10.33122/ijtmer.v1i2.40

E59. Pujawan, I., Suryawan, I., & Prabawati, D. A. A. (2020). The effect of van Hiele learning model on students' spatial abilities. *International Journal of Instruction*, *13*(3), 461-474. https://doi.org/10.29333/iji.2020.13332a

E60. Risnawati, Andrian, D., Azmi, M. P., Amir, Z., & Nurdin, E. (2019). Development of a definition maps-based plane geometry module to ımprove the student teachers' mathematical reasoning ability. *International Journal of Instruction*, *12*(3), 541-560. https://doi.org/10.29333/iji.2019.12333a

E61. Sadiki, M. W. R. (2016). *The effect of using van Hiele's instructional model in the teaching of congruent triangles in grade 10 in Gauteng high schools* [Unpublished master's thesis]. University of South Africa.

E62. Salazar, D. A. (2012). Enhanced-group moore method: effects on van Hiele levels of geometric understanding, proof-construction performance and beliefs. *Online Submission*, 594-605.

E63. Senk, S. L. (1989). Van Hiele levels and achievement in writing geometry proofs. *Journal for Research in Mathematics Education, 20*(3), 309-321. https://doi.org/10.2307/749519

E64. Sheckels, M. P. (2002). Revision of a non-euclidean geometry course based on the van Hiele model of the development of geometric thought. *Journal of Mathematics and Science: Collaborative Explorations, 5*(1), 25-36. https://doi.org/10.25891/T8ZZ-3N97

E65. Siew, N. M., & Chong, C. L. (2014). Fostering students' creativity through van Hiele's 5 phase-based tangram activities. *Journal of Education and Learning*, *3*(2), 66-80. http://dx.doi.org/10.5539/jel.v3n2p66

E66.Škrbec, M., & Čadež, T. H. (2015). Identifying and fostering higher levels of geometric thinking. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *11*(3), 601-617.https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1339a

E67. Smart, A. (2008). *Introducing angles in grade four: A realistic approach based on the van Hiele model* (Order No. MR40862). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (304476426). Retrieved from https://www.proquest.com/dissertations-theses/introducing-angles-grade-four-realistic-approach/docview/304476426/se-2?accountid=17219

E68. Smyser, E. M. (1994). *The effects of "the geometric supposers": Spatial ability, van Hiele levels, and achievement* (Order No. 9427802). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (304101918). Retrieved from https://www.proquest.com/dissertations-theses/effects-geometric-supposers-spatial-ability-van/docview/304101918/se-2?accountid=17219

E69. Stack, R. V. (1998). *The effects of journal writing on the geometric understanding of preservice elementary teachers* (Order No. 9916203). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (304454374). Retrieved from https://www.proquest.com/dissertations-theses/effects-journal-writing-on-geometric/docview/304454374/se-2?accountid=17219

E70. Stols, G. (2020, January). Influence of the use of dynamic geometry software on students' geometric development in terms of the Van Hiele levels. In *Meeting of the* (p. 149-155).

E71. Susanti, D., & Suparman, S. (2018). Design development worksheet transformation geometry based on van Hiele geogebra assisted to ımprove the understanding of the student concept. *International Summit on Science Technology and Humanity,* 227-234.

E72. Suwito, A., Yuwono, I., Parta, I. N., Irawati, S., & Oktavianingtyas, E. (2016). Solving geometric problems by using algebraic representation for junior high school level 3 in van Hiele at geometric thinking level. *International Education Studies*, *9*(10), 27-33.http://dx.doi.org/10.5539/ies.v9n10p27

E73. Swafford, J. O., Jones, G. A., & Thornton, C. A. (1997). Increased knowledge in geometry and instructional practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 467-483.https://doi.org/10.5951/jresematheduc.28.4.0467

E74. Tan, T. H., Tarmizi, R. A., Yunus, A. S. M., & Ayub, A. F. M. (2015). Understanding the primary school students' van Hiele levels of geometry thinking in learning shapes and spaces: A Q-methodology. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 11*(4), 793-802.https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1439a

E75. Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry* (Final report of the Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry Project: ERIC Document Reproduction Service No. ED 220 288). University of Chicago.

E76. Usman, H., Yew, W. T., & Saleh, S. (2020). Effects of van Hiele's phase-based teaching strategy and gender on retention of achievement in geometry among pre-service mathematics teachers' in Niger state, Nigeria. *International Journal of Pedagogical Development and Lifelong Learning*, *1*(2). https://doi.org/10.30935/ijpdll/9139

E77. Worry, V. A. (2011). *A comparison of high school geometry student performance and motivation between traditional and project-based instruction techniques* (Order No. 3478823). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (904107087). Retrieved from https://www.proquest.com/dissertations-theses/comparison-high-school-geometry-student/docview/904107087/se-2?accountid=17219

E78. Yazdani, M. A. (2007). Correlation between students' level of understanding geometry according to the van Hieles' model and students achievement in plane geometry. *Journal of Mathematical Sciences & Mathematics Education*, *2*(2), 40-45.

E79. Yi, M., Flores, R., & Wang, J. (2020). Examining the influence of van Hiele theory-based instructional activities on elementary preservice teachers' geometry knowledge for teaching 2-D shapes. *Teaching and Teacher Education*, *91*, 103038.https://doi.org/10.1016/j.tate.2020.103038

E80. Yudianto, E., Sunardi, S. T., Susanto, S., &Trapsilasiwi, D. (2018). *The identification of van Hiele level students on the topic of space analytic geometry*. In J. Phys. Conf. Ser, 983(1), 1- 5.https://doi.org/10.1088/1742-6596/983/1/012078

E81. Zaranis, N., & Synodi, E. (2017). A comparative study on the effectiveness of the computer assisted method and the interactionist approach to teaching geometry shapes to young children. *Education and Information Technologies*, *22*(4), 1377-1393. https://doi.org/10.1007/s10639-016-9500-2

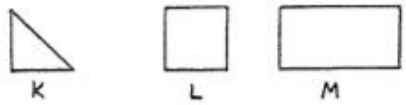
**EK-2**

# USISKIN VAN HIELE GEOMETRİ TESTİ



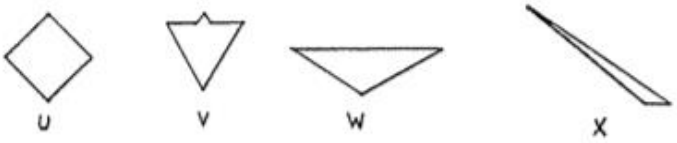
VAN HIELE GEOMETRY TEST

1. Which of these are squares?



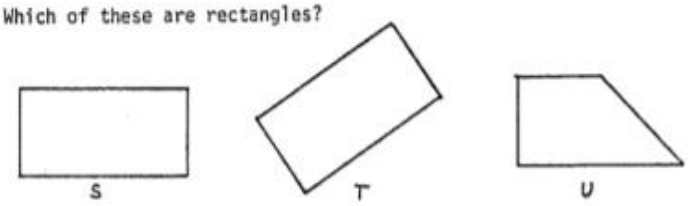

(A) K only
(B) L only
(C) M only
(D) L and M only
(E) All are squares.

2. Which of these are triangles?



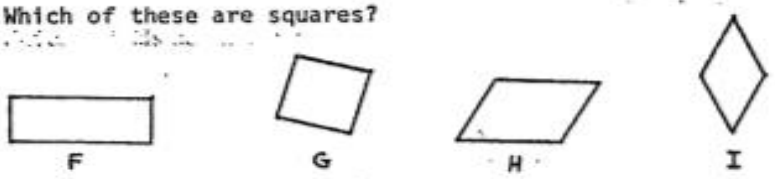

(A) None of these are triangles.
(B) V only
(C) W only
(D) W and X only
(E) V and W only

3. Which of these are rectangles?



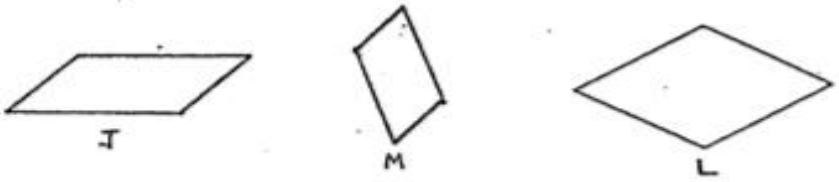

(A) S only
(B) T only
(C) S and T only
(D) S and U only
(E) All are rectangles.

4. Which of these are squares?




(A) None of these are squares.
(B) G only
(C) F and G only
(D) G and I only
(E) All are squares.

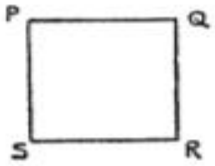
5. Which of these are parallelograms?




(A) J only
(B) L only
(C) J and M only
(D) None of these are parallelograms.
(E) All are parallelograms.

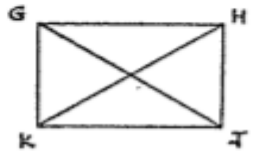
6. PQRS is a square.

Which relationship is true in all squares?




(A) $\overline{PR}$ and $\overline{RS}$ have the same length.
(B) $\overline{QS}$ and $\overline{PR}$ are perpendicular.
(C) $\overline{PS}$ and $\overline{QR}$ are perpendicular.
(D) $\overline{PS}$ and $\overline{QS}$ have the same length.
(E) Angle Q is larger than angle R.

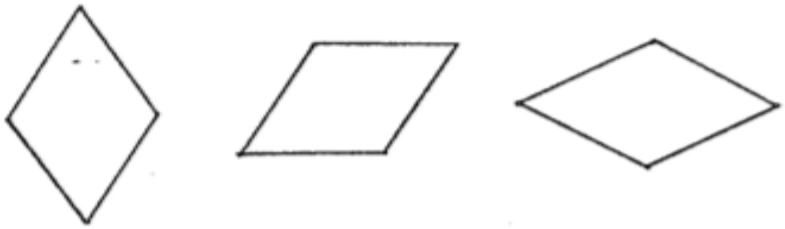
7. In a rectangle GHJK, $\overline{GJ}$ and $\overline{HK}$ are the diagonals.




Which of (A)-(D) is not true in every rectangle?
(A) There are four right angles.
(B) There are four sides.
(C) The diagonals have the same length.
(D) The opposite sides have the same length.
(E) All of (A)-(D) are true in every rectangle.

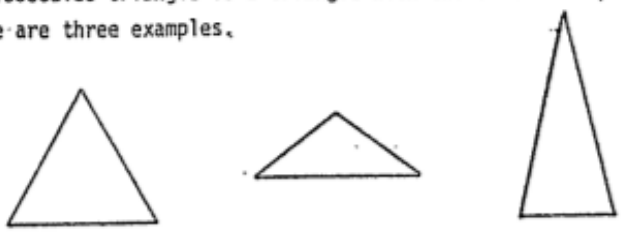
8. A rhombus is a 4-sided figure with all sides of the same length.

Here are three examples.



Which of (A)-(D) is not true in every rhombus?
(A) The two diagonals have the same length.
(B) Each diagonal bisects two angles of the rhombus.
(C) The two diagonals are perpendicular.
(D) The opposite angles have the same measure.
(E) All of (A)-(D) are true in every rhombus.

9. An isosceles triangle is a triangle with two sides of equal length. Here are three examples.



Which of (A)-(D) is true in every isosceles triangle?

(A) The three sides must have the same length.

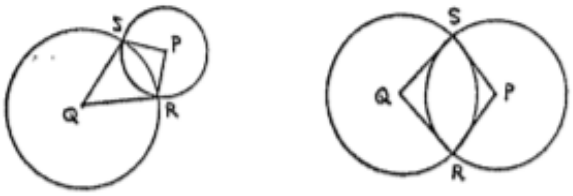
(B) One side must have twice the length of another side.

(C) There must be at least two angles with the same measure.

(D) The three angles must have the same measure.

(E) None of (A)-(D) is true in every isosceles triangle.

10. Two circles with centers P and Q intersect at R and S to form a 4-sided figure PRQS. Here are two examples.




Which of (A)-(D) is <u>not</u> always true?

(A) PRQS will have two pairs of sides of equal length.

(B) PRQS will have at least two angles of equal measure.

(C) The lines $\overline{PQ}$ and $\overline{RS}$ will be perpendicular.

(D) Angles P and Q will have the same measure.

(E) All of (A)-(D) are true.

11. Here are two statements.

Statement 1: Figure F is a rectangle.
Statement 2: Figure F is a triangle.

Which is correct?

(A) If 1 is true, then 2 is true.

(B) If 1 is false, then 2 is true.

(C) 1 and 2 cannot both be true.

(D) 1 and 2 cannot both be false.

(E) None of (A)-(D) is correct.

12. Here are two statements.

Statement S: $\triangle ABC$ has three sides of the same length.
Statement T: In $\triangle ABC$, $\angle B$ and $\angle C$ have the same measure.

Which is correct?

(A) Statements S and T cannot both be true.

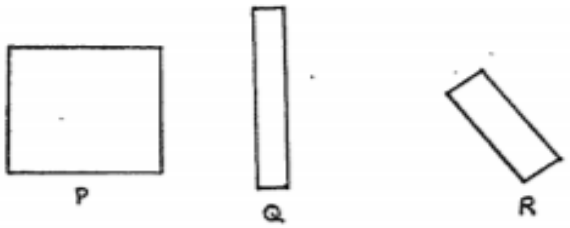
(B) If S is true, then T is true.

(C) If T is true, then S is true.

(D) If S is false, then T is false.

(E) None of (A)-(D) is correct.

13. Which of these can be called rectangles?

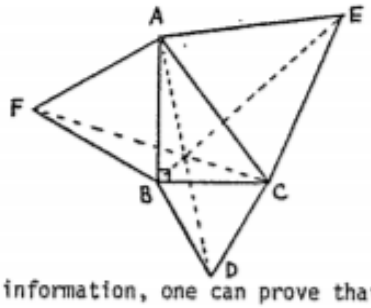



(A) All can.
(B) Q only
(C) R only
(D) P and Q only
(E) Q and R only

14. Which is true?
(A) All properties of rectangles are properties of all squares.
(B) All properties of squares are properties of all rectangles.
(C) All properties of rectangles are properties of all parallelograms.
(D) All properties of squares are properties of all parallelograms.
(E) None of (A)-(D) is true.

15. What do all rectangles have that some parallelograms do not have?
(A) opposite sides equal
(B) diagonals equal
(C) opposite sides parallel
(D) opposite angles equal
(E) none of (A)-(D)

16. Here is a right triangle ABC. Equilateral triangles ACE, ABF, and BCD have been constructed on the sides of ABC.




From this information, one can prove that $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, and $\overline{CF}$ have a point in common. What would this proof tell you?

(A) Only in this triangle drawn can we be sure that $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ and $\overline{CF}$ have a point in common.

(B) In some but not all right triangles, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ and $\overline{CF}$ have a point in common.

(C) In any right triangle, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ and $\overline{CF}$ have a point in common.

(D) In any triangle, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ and $\overline{CF}$ have a point in common.

(E) In any equilateral triangle, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ and $\overline{CF}$ have a point in common.

17. Here are three properties of a figure.

Property D: It has diagonals of equal length.
Property S: It is a square.
Property R: It is a rectangle.

Which is true?

(A) D implies S which implies R.
(B) D implies R which implies S.
(C) S implies R which implies D.
(D) R implies D which implies S.
(E) R implies S which implies D.

18. Here are two statements.

I. If a figure is a rectangle, then its diagonals bisect each other.

II. If the diagonals of a figure bisect each other, the figure is a rectangle.

Which is correct?

(A) To prove I is true, it is enough to prove that II is true.

(B) To prove II is true, it is enough to prove that I is true.

(C) To prove II is true, it is enough to find one rectangle whose diagonals bisect each other.

(D) To prove II is false, it is enough to find one non-rectangle whose diagonals bisect each other.

(E) None of (A)-(D) is correct.

19. In geometry;

(A) Every term can be defined and every true statement can be proved true.

(B) Every term can be defined but it is necessary to assume that certain statements are true.

(C) Some terms must be left undefined but every true statement can be proved true.

(D) Some terms must be left undefined and it is necessary to have some statements which are assumed true.

(E) None of (A)-(D) is correct.

20. Examine these three sentences.

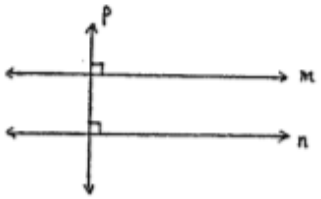
(1) Two lines perpendicular to the same line are parallel.

(2) A line that is perpendicular to one of two parallel lines is perpendicular to the other.

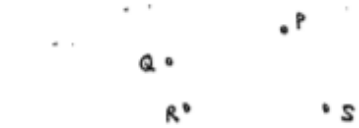
(3) If two lines are equidistant, then they are parallel.

In the figure below, it is given that lines m and p are perpendicular and lines n and p are perpendicular. Which of the above sentences could be the reason that line m is parallel to line n?

(A) (1) only
(B) (2) only
(C) (3) only
(D) Either (1) or (2)
(E) Either (2) or (3)




21. In F-geometry, one that is different from the one you are used to, there are exactly four points and six lines. Every line contains exactly two points. If the points are P, Q, R, and S, the lines are $\{P,Q\}$, $\{P,R\}$, $\{P,S\}$, $\{Q,R\}$, $\{Q,S\}$, and $\{R,S\}$




Here are how the words "intersect" and "parallel" are used in F-geometry. The lines $\{P,Q\}$ and $\{P,R\}$ intersect at P because $\{P,Q\}$ and $\{P,R\}$ have P in common.

The lines $\{P,Q\}$ and $\{R,S\}$ are parallel because they have no points in common.

From this information, which is correct?

(A) $\{P,R\}$ and $\{Q,S\}$ intersect.
(B) $\{P,R\}$ and $\{Q,S\}$ are parallel.
(C) $\{Q,R\}$ and $\{R,S\}$ are parallel.
(D) $\{P,S\}$ and $\{Q,R\}$ intersect.
(E) None of (A)-(D) is correct.

22. To trisect an angle means to divide it into three parts of equal measure. In 1847, P.L. Wantzel proved that, in general, it is impossible to trisect angles using only a compass and an unmarked ruler. From his proof, what can you conclude?

(A) In general, it is impossible to bisect angles using only a compass and an unmarked ruler.

(B) In general, it is impossible to trisect angles using only a compass and a marked ruler.

(C) In general, it is impossible to trisect angles using any drawing instruments.

(D) It is still possible that in the future someone may find a general way to trisect angles using only a compass and an unmarked ruler.

(E) No one will ever be able to find a general method for trisecting angles using only a compass and an unmarked ruler.

23. There is a geometry invented by a mathematician J in which the following is true:

The sum of the measures of the angles of a triangle is less than 180°.

Which is correct?

(A) J made a mistake in measuring the angles of the triangle.

(B) J made a mistake in logical reasoning.

(C) J has a wrong idea of what is meant by "true."

(D) J started with different assumptions than those in the usual geometry.

(E) None of (A)-(D) is correct.

24. Two geometry books define the word rectangle in different ways. Which is true?

(A) One of the books has an error.

(B) One of the definitions is wrong. There cannot be two different definitions for rectangle.

(C) The rectangles in one of the books must have different properties from those in the other book.

(D) The rectangles in one of the books must have the same properties as those in the other book.

(E) The properties of rectangles in the two books might be different.

25. Suppose you have proved statements I and II.

I. If p, then q.
II. If s, then not q.

Which statement follows from statements I and II?

(A) If p, then s.

(B) If not p, then not q.

(C) If p or q, then s.

(D) If s, then not p.

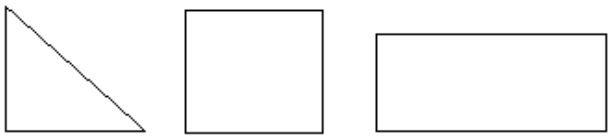
(E) If not s, then p.

**EK-3**

## DUATEPE (2004)

### VAN HIELE GEOMETRİ TESTİ

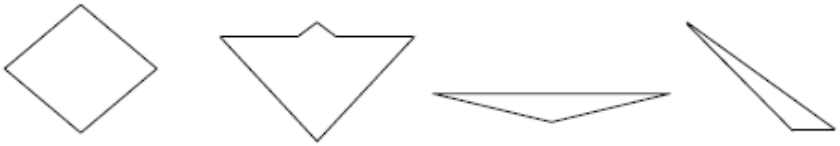
1- Aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri karedir?



K L M

a) Yalnız K
b) Yalnız L
c) Yalnız M
d) L ve M
e) Hepsi karedir.

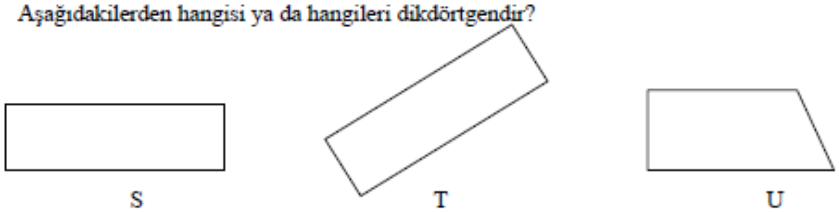
2- Aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri üçgendir?



U V Y Z

a) Hiçbiri üçgen değildir.
b) Yalnız V
c) Yalnız Y
d) Y ve Z
e) V ve Y

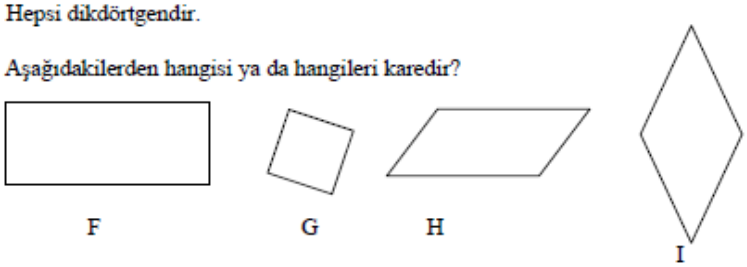
3- Aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri dikdörtgendir?



S T U

a) Yalnız S
b) Yalnız T
c) S ve T
d) S ve U
e) Hepsi dikdörtgendir.

4- Aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri karedir?



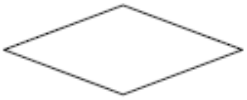
F G H I

a) Hiçbiri kare değildir.
b) Yalnız G
c) F ve G
d) G ve I
e) Hepsi karedir.

5- Aşağıdakilerin hangisi ya da hangileri paralelkenardır?



K



L

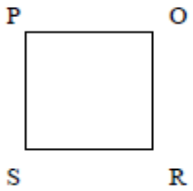


M

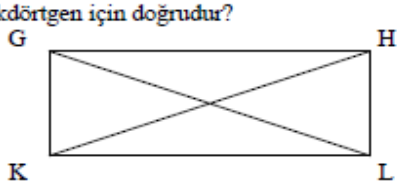
a) Yalnız K
b) Yalnız L
c) K ve M
d) Hiçbiri paralel kenar değildir.
e) Hepsi paralel kenardır.

6- PORS bir karedir.
Aşağıdakilerden hangi özellik her kare için doğrudur?

a) [PR] ve [RS] eşit uzunluktadır.
b) [OS] ve [PR] diktir.
c) [PS] ve [OR] diktir.
d) [PS] ve [OS] eşit uzunluktadır.
e) O açısı R açısından daha büyüktür.

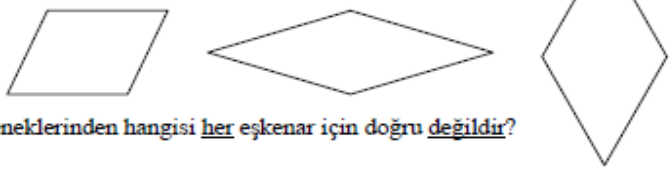



7- Bir GHJK dikdörtgeninde, [GL] ve [HK] köşegendir. Buna göre aşağıdakilerden hangisi her dikdörtgen için doğrudur?




a) 4 dik açısı vardır.
b) 4 kenarı vardır.
c) Köşegenlerinin uzunlukları eşittir.
d) Karşılıklı kenarların uzunlukları eşittir.
e) Seçeneklerin hepsi her dikdörtgen için doğrudur.

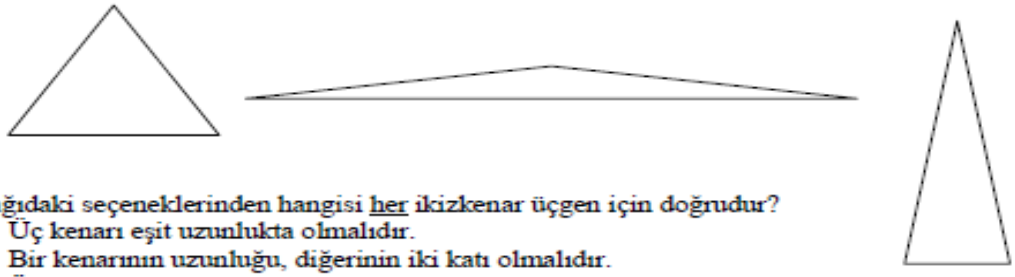
8- Eşkenar dörtgen tüm kenar uzunlukları eşit olan, 4 kenarlı bir şekildir. Aşağıda 3 tane eşkenar dörtgen verilmiştir.



Aşağıdaki seçeneklerinden hangisi her eşkenar için doğru değildir?

a) İki köşegenin uzunlukları eşittir.
b) Her köşegen, aynı zamanda açıortaydır.
c) Köşegenleri birbirine diktir.
d) Karşılıklı açılarının ölçüsü eşittir.
e) Seçeneklerin hepsi her eşkenar dörtgen için doğrudur.

9- İkizkenar üçgen, iki kenarı eşit olan üçgendir. Aşağıda üç ikiz kenar üçgen verilmiştir.



Aşağıdaki seçeneklerinden hangisi her ikizkenar üçgen için doğrudur?
a) Üç kenarı eşit uzunlukta olmalıdır.
b) Bir kenarının uzunluğu, diğerinin iki katı olmalıdır.
c) Ölçüsü eşit olan en az iki açısı olmalıdır.
d) Üç açısının da ölçüsü eşit olmalıdır.
e) Seçeneklerinden hiçbiri her ikizkenar üçgen için doğru değildir.

10. Merkezleri birbirinin içinde yer almayan ve merkezleri P ve O ile adlandırılmış olan iki çember 4 kenarları PROS şeklini oluşturmak üzere R ve S noktalarında kesişirler. Aşağıda iki örnek verilmiştir.




Aşağıdaki seçeneklerinden hangisi her zaman doğru değildir?
a) PROS şeklinin iki kenarı eşit uzunlukta olacaktır.
b) PROS şeklinin en az iki açısının ölçüsü eşit olacaktır.
c) [PO] ve [RS] dik olacaktır.
d) P ve O açılarının ölçüleri eşit olacaktır.
e) Yukarıdaki seçeneklerin hepsi doğrudur.

11. Önerme S: ABC üçgeninin üç kenarı eşit uzunluktadır.
Önerme T: ABC üçgeninde, B ve C açılarının ölçüleri eşittir.
Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

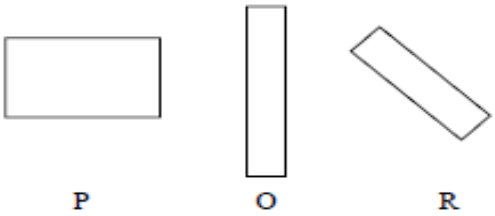
a) S ve T önermeleri ikisi de aynı anda doğru olamaz.
b) Eğer S doğruysa, T de doğrudur.
c) Eğer T doğruysa, S de doğrudur.
d) Eğer S yanlışsa, T de yanlıştır.
e) Yukarıdaki seçeneklerin hiçbiri doğru değildir.

12. Önerme 1: F şekli bir dikdörtgendir.
Önerme 2: F şekli bir üçgendir.

Bu iki önermeye göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
a) Eğer 1 doğruysa, 2 de doğrudur.
b) Eğer 1 yanlışsa, 2 doğrudur.
c) 1 ve 2 aynı anda doğru olamaz.
d) 1 ve 2 aynı anda yanlış olamaz.
e) Yukarı seçeneklerin hiçbiri doğru değildir.

13. Aşağıdaki şekillerden hangisi ya da hangileri dikdörtgen olarak adlandırılabilir?

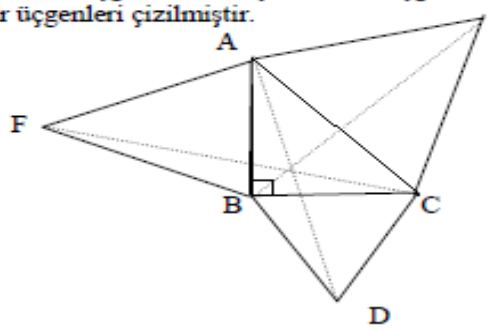
a) Hepsi
b) Yalnız O
c) Yalnız R
d) P ve O
e) O ve R




14. Tüm dikdörtgenlerde olup, bazı paralelkenarlarda olmayan özellik nedir?
a) Karşılıklı kenarları eşittir.
b) Köşegenler eşittir.
c) Karşılıklı kenarlar paraleldir.
d) Karşılıklı açıları eşittir.
e) Yukarıdaki seçeneklerin hiçbiri doğru değildir.

15- Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
a) Dikdörtgenlerin tüm özellikleri, tüm kareler için geçerlidir.
b) Karelerin tüm özellikleri, tüm dikdörtgenler için de geçerlidir.
c) Dikdörtgenin tüm özellikleri, tüm paralel kenarlar için geçerlidir.
d) Karelerin tüm özellikleri, tüm paralel kenarlar için geçerlidir.
e) Yukarıdaki seçeneklerin hiçbiri doğru değildir.

16- Aşağıda bir ABC dik üçgeni verilmiştir. ABC üçgeninin kenarları üzerinde; ACE, ABF ve BCD eşkenar üçgenleri çizilmiştir.




Bu bilgilerden [AD], [BE] ve [CF] ortak bir noktadan geçtikleri kanıtlanabilir. Bu kanıt size neyi ifade eder?
a) Yalnızca bu üçgen için; [AD], [BE] ve [CF] nin ortak bir noktası olduğundan emin olabiliriz
b) Sadece bazı dik üçgenlerde; [AD], [BE] ve [CF] nin ortak bir noktası vardır.
c) Herhangi bir dik üçgende, [AD], [BE] ve [CF]nin ortak bir noktası vardır.
d) Herhangi bir üçgende, [AD], [BE] ve [CF]nin ortak bir noktası vardır.
e) Herhangi bir eşkenar üçgende, [AD], [BE] ve [CF]nin ortak bir noktası vardır.

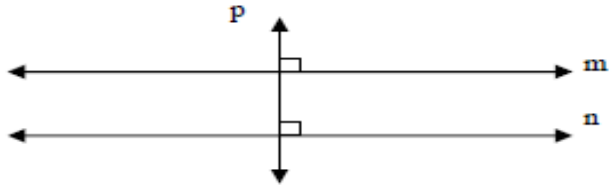
17- Aşağıda bir şeklin üç özelliği verilmiştir.
Özellik D: Köşegenleri eşit uzunluktadır.Özellik S: Bir karedir.Özellik R: Bir dikdörtgendir.
Bu özellikler dikkate alındığında aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
a) D gerektirir S, o da gerektirir R.
b) D gerektirir R, o da gerektirir S.
c) R gerektirir D, o da gerektirir S.
d) R gerektirir S, o da gerektirir D.
e) S gerektirir R, o da gerektirir D.

18. Aşağıda iki önerme verilmiştir.
I- Eğer bir şekil dikdörtgense, köşegenleri birbirini ortalayarak keser.
II- Eğer bir şeklin köşegenleri birbirini ortalayarak kesiyorsa şekil dikdörtgendir.
Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

a) I'in doğru olduğunu kanıtlamak için, II nin doğru olduğunu kanıtlamak yeterlidir.
b) II'nin doğru olduğunu kanıtlamak için, I in doğru olduğunu kanıtlamak yeterlidir.
c) II'nin doğru olduğunu kanıtlamak için, köşegenleri birbirini ortalayan bir dikdörtgen bulmak yeterlidir.
d) II nin yanlış olduğunu kanıtlamak için, köşegenleri birbirini ortalayan dikdörtgen olmayan bir şekil bulmak yeterlidir.
e) Yukarıdaki seçeneklerin hiçbiri doğru değildir.

19- Aşağıdaki üç ifadeyi inceleyin.
{1} Aynı doğruya dik olan iki doğru paraleldir.
{2} İki paralel doğrudan birine dik olan doğru, diğerine de diktir.
{3} Eğer iki doğru eş uzaklıktaysa paraleldir.

Aşağıdaki şekilde, m ve p, n ve p doğrularının birbirine dik olduğu verilmiştir. Buna göre yukarıdaki cümlelerden hangisi ya da hangileri m doğrusunun n doğrusuna paralel olmasının nedeni olabilir?




a) Yalnız {1}
b) Yalnız {2}
c) Yalnız {3}
d) {1} ya da {2}
e) {2} ya da {3}

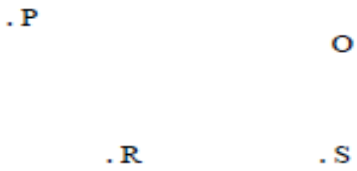
20- Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?
Geometride,
a) Her terim tanımlanabilir ve her doğru önermenin doğru olduğu kanıtlanabilir.
b) Her terim tanımlanabilir ama bazı önermelerin doğru olduğunu varsaymak gerekir.
c) Bazı terimler tanımsız kalmalıdır, ama bütün doğru önermelerin doğruluğu kanıtlanabilir.
d) Bazı terimler tanımsız kalmalıdır ve doğru olduğu varsayılmış bazı önermelere gerek vardır.
e) Yukarıdaki seçeneklerinden hiçbiri doğru değildir.

21- Bir açıyı üçlemek demek onu üç eşit parçaya bölmek demektir. 1847 yılında, P.L. Wantzel bir açının yalnızca pergel ve işaretlenmemiş cetvel kullanarak üçlenemeyeceğini kanıtlamıştır. Bu kanıttan nasıl bir sonuca varabilirsiniz?

a) Açılar yalnızca pergel ve işaretlenmemiş cetvel kullanarak iki eş parçaya ayrılamazlar.
b) Açılar yalnızca pergel ve işaretlenmiş cetvel kullanarak üçlenemezler.
c) Açılar herhangi bir çizim aracı kullanarak üçlenemezler.
d) Gelecekte, birinin yalnız pergel ve işaretlenmiş cetvel kullanarak açıları üçlemesi mümkün olabilir.
e) Hiç kimse, açıları yalnızca pergel ve işaretlenmemiş cetvel kullanarak üçleyecek genel bir yöntem bulamayacaktır.

22- Ali adlı bir matematikçinin kendi tanımladığı geometriye göre, aşağıdaki önerme doğrudur.
Bir üçgenin iç açılarının ölçüsü toplamı 180 dereceden azdır.
Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
a) Ali üçgenin açılarını ölçerken hata yapmıştır.
b) Ali mantıksal bir hata yapmıştır.
c) Ali doğru sözcüğünün anlamını bilmiyordur.
d) Ali bilinen geometridekilerden farklı varsayımlarla başlamıştır.
e) Yukarıdaki seçeneklerden hiçbiri doğru değildir.

23- F geometrisinde, her şey alışık olduklarımızdan farklıdır. Burada sadece dört nokta ve 6 doğru vardır. Her doğru iki nokta içerir. Eğer P, O, R ve S nokta ise, {P,O}, {P,R}, {P,S}, {O,R}, {O, S} ve {R, S} doğrulardır.




Kesişme ve paralel terimlerinin F- geometrisindeki kullanımı şöyledir: {P, O} ve {P,R} doğruları P' de kesişirler çünkü P {P, O} ve {P,R} ın ortak noktasıdır. {P, O} ve {R, S} doğruları paraleldir çünkü ortak hiçbir noktaları yoktur.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

a) {P, R} ve {O, S} kesişirler.
b) {P, R} ve {O, S} paraleldir.
c) {O, R} ve {R,S} paraleldir.
d) {P, S} ve {O, R} kesişirler.
e) Yukarıdaki seçeneklerin hiçbiri doğru değildir.

24- İki ayrı geometri kitabı 'dikdörtgen' sözcüğünü iki farklı şekillerde tanımlamıştır.
Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
a) Kitaplardan birinde hata vardır.
b) Tanımlardan biri yanlıştır. Dikdörtgen için iki farklı tanım olamaz.
c) Bir kitapta tanımlanan dikdörtgenin özellikleri diğer kitaptakinden farklı olmalıdır.
d) Bir kitapta tanımlanan dikdörtgenin özellikleri diğer kitaptakiyle aynı olmalıdır.
e) Kitaplarda tanımlanan dikdörtgenlerin farklı özellikleri olabilir.

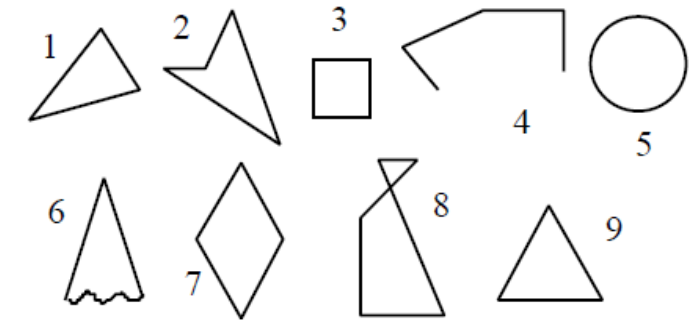
25- Varsayalım aşağıdaki önerme I ve II yi kanıtladınız.
I. Eğer p ise q dir.
II. Eğer s ise q değildir.
Buna göre önerme I ve II den aşağıdakilerden hangisi çıkartılabilir?
a) Eğer s ise, p değildir.
b) Eğer p değil ise q değildir.
c) Eğer p veya q ise s dir.
d) Eğer p ise s dir.
e) Eğer s değil ise p dir.

**EK-4**

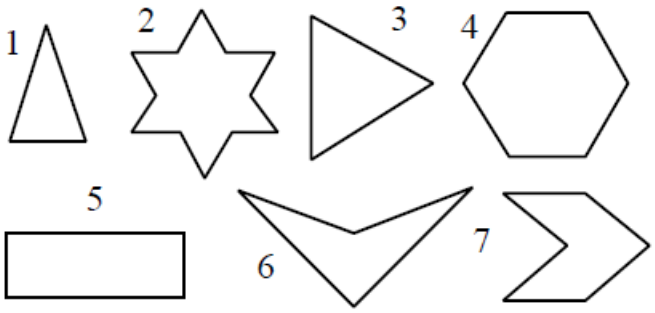
Uluslararası alanyazında van Hiele geometrik düşünme düzeylerini belirlemede kullanılan ölçeklerden bazıları bu bölümde verilmiştir.

**GUTIERREZ VE JAIME (1998)**

Item 1. - Write [in Figure 2] a **P** on the polygons, write an **N** on the nonpolygons, write a **T** on the triangles, and write a **Q** on the quadrilaterals. If necessary, you may write several letters on each shape.




Item 2. - Write [in Figure 3] an **R** on the regular polygons, an **I** on those that are irregular, a **V** on those that are concave, and an **X** on those that are convex. If necessary, you may write several letters on each shape.

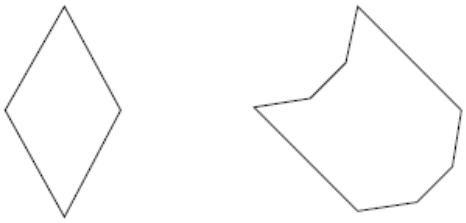


Item 3. A) - Write all the important properties which are *shared* by *squares and rhombi.*
- Write all the important properties which are *true* for *squares* but *not* for *rhombi.*
- Write all the important properties which are *true* for *rhombi* but *not* for *squares.*

B) - The same questions as in A) for *equilateral triangles* and *acute triangles.*

Item 4. A) - You can see a shape in Figure 4-a (a rhombus). Make a list of all the properties that you find for this shape (you can draw to explain the properties).

B) - The same question for shape in Figure 4-b.



- a - - b -

Item 5.1. - Recall that a *diagonal* of a polygon is a segment that joins two non adjacent vertices of the polygon. How many diagonals does an n-sided polygon have? Give a proof for your answer.

Item 5.2. - Complete the three following statements (you can draw if you want): In a 5-sided polygon, the number of diagonals which can be drawn from each vertex is ..... and the total number of diagonals is .....

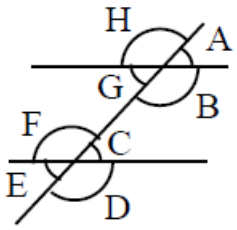
In a 6-sided polygon, the number of diagonals which can be drawn from each vertex is ..... and the total number of diagonals is .....

In an n-sided polygon, the number of diagonals which can be drawn from each vertex is ..... Justify your answer.

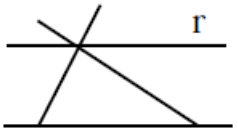
Using your answers above, tell how many diagonals an n-sided polygon has. Prove your answer.

Item 6.1. - Prove that the sum of the angles of any acute triangle is 180°.

Item 6.2. - Recall that, if you have two parallel straight lines cut by another straight line (Figure 5-a): all the acute angles in the figure (A, G, C, E) are equal. All the obtuse angles in the figure (B, H, D, F) are equal.

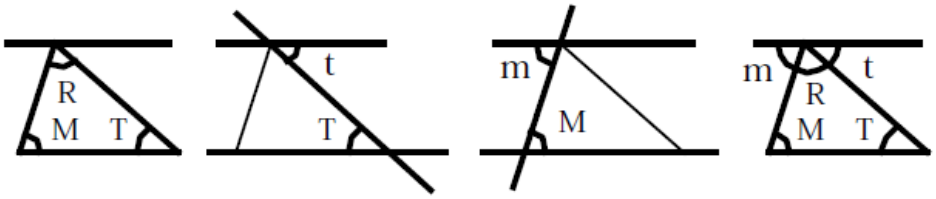



- a -




- b -

Item 6.3. - Here is a complete proof that the sum of the angles of any acute triangle is 180°. Read it and try to understand it.

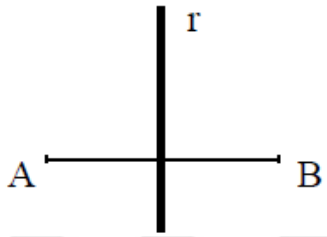



- a - - b - - c - - d -

Item 7. A) - Prove that the two diagonals of any rectangle have the same length.

B) - Recall that the *perpendicular bisector* of a segment is the line perpendicular to that segment that cuts it through its midpoint (line $r$ is the perpendicular bisector of segment AB in Figure 9).

Prove that any point of the perpendicular bisector of a segment is equidistant from the endpoints of the segment.




Item 8. - Usually a *parallelogram* is defined as a quadrilateral having two pairs of parallel sides.

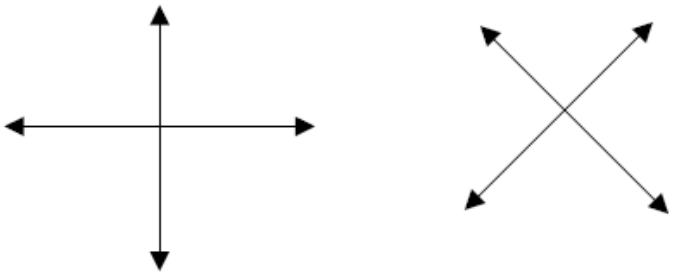
Could a *parallelogram* also be defined as a quadrilateral in which the sum of any two consecutive angles is 180°? Justify your answer: If your answer is affirmative, prove that both definitions are equivalent. If your answer is negative, draw some example.

Kaynak: Gutierrez, A., & Jaime, A. (1998). On the assessment of the van Hiele levels of reasoning. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 20*, 27-46.

**EK-5**

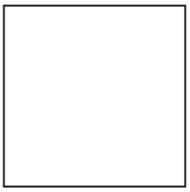
## MAYBERRY INSTRUMENT

1.



These pairs of lines appear to meet at what kind of angle? What is the word used to describe this relationship?

2. This figure is which of the following?



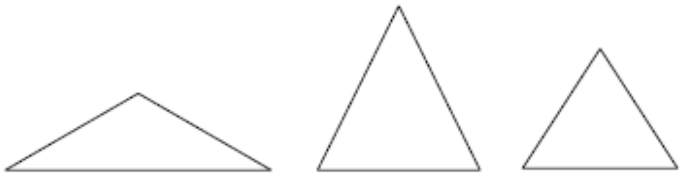
a) triangle
b) quadrilateral
c) square
d) parallelogram
e) rectangle

3.



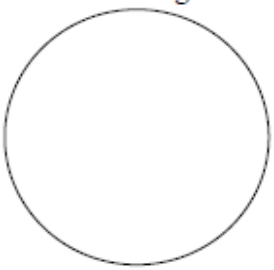
Are all of these triangles? Explain.
Do they appear to be special triangles?

4.



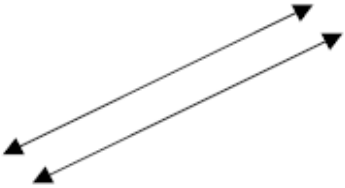
These appear to be what kind of triangles?

5. Name this figure.



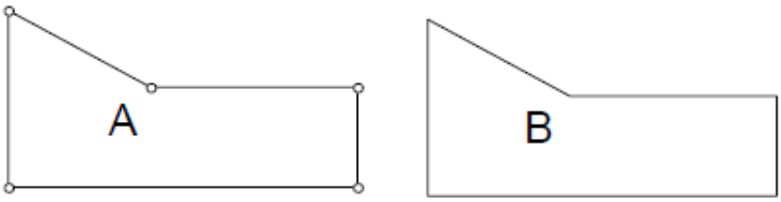
.....

6.

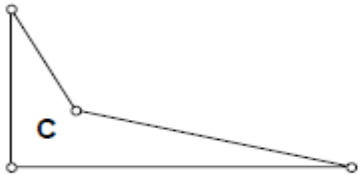


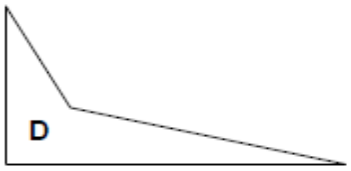
Suppose these two lines will never meet no matter how far we draw them. What word describes this?

7.




What is true for A and B

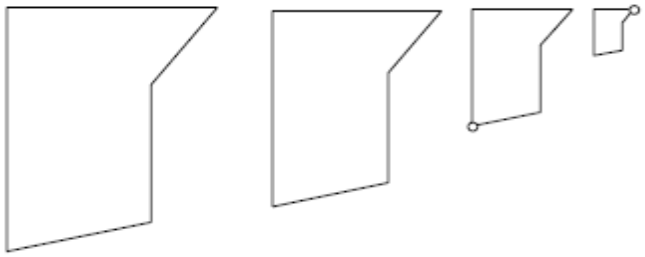



What is true C and D?

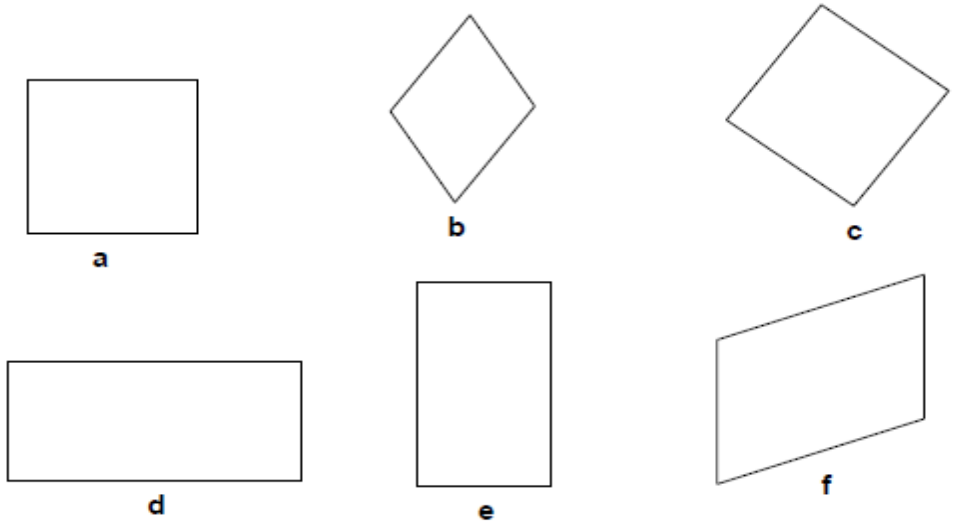
What words describes this?

Q8.



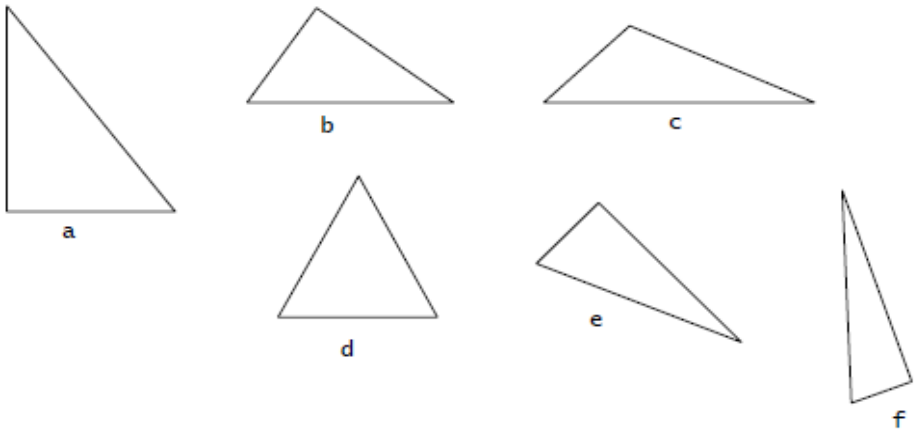
Are these figures alike in what way?
What word describes this?

9. Which of these figures are squares? Which of these figures are rectangles?

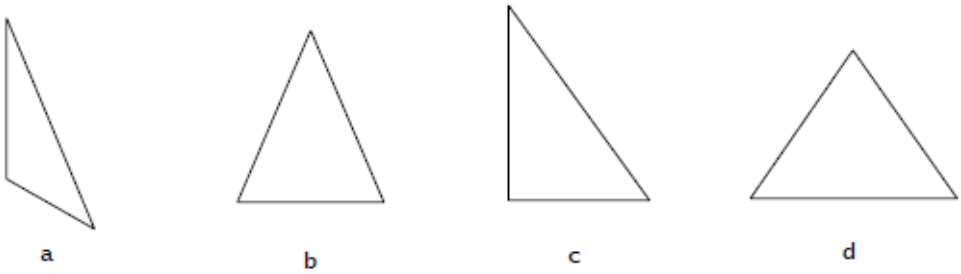



Rectangles:..... Squares:.....

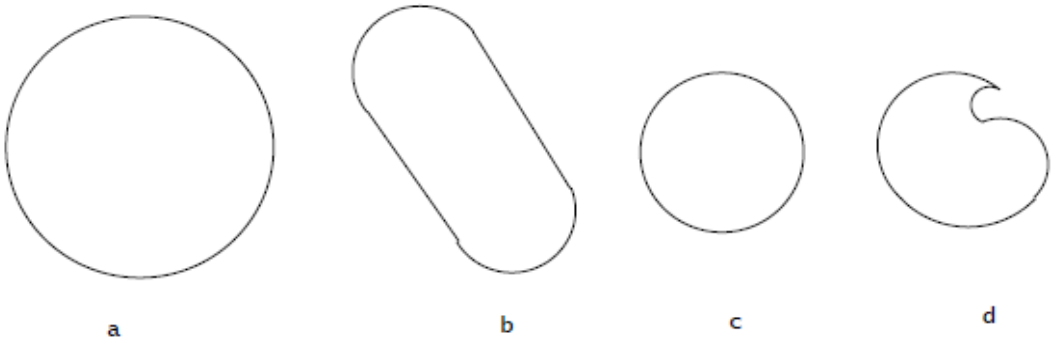
10. Which of these are right triangles?



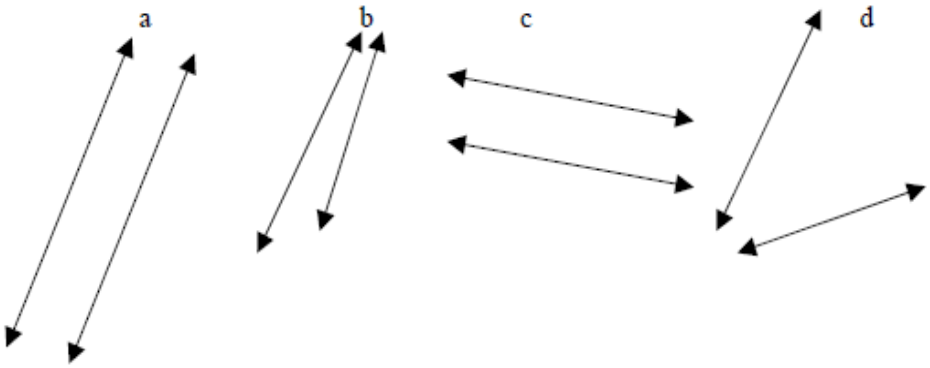

11. Which of these figures appear to be isosceles triangles?



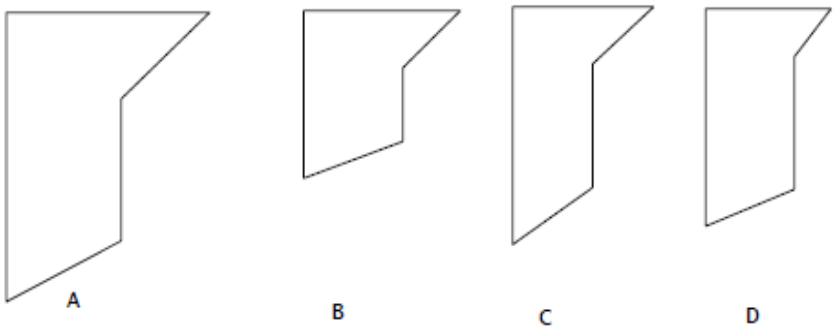

12.Which of these are circles?



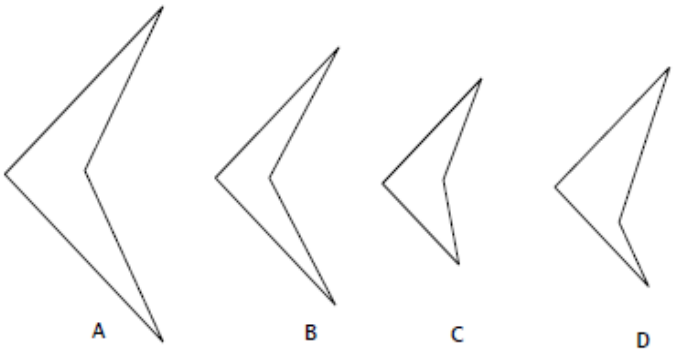
13. Which pair(s) of lines appears to be parallel?




14. Which figures appears to be similar to A?




15. Which figure is congruent to A?



16. Draw a square. What must be true about the sides? What must be true about the angles?

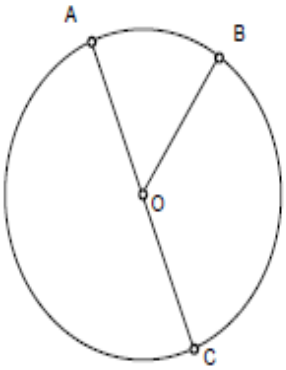
17. Does a right angle triangle always have a longest side? (If student answers yes, ask which one?)

Does a right angle triangle always have a largest angle? (If student answers yes, ask which one?)

18. What can you tell me about the sides of an isosceles triangle?

What can you tell me about the angles of an isosceles triangle?

19 .This figure is a circle. O is the center



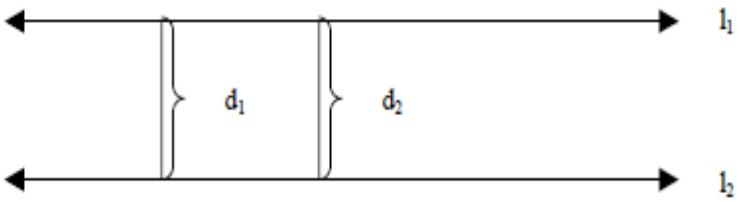

Name the following segments.

OB is a ..... of the circle.

OC is a ..... of the circle.

AC is a ..... of the circle.

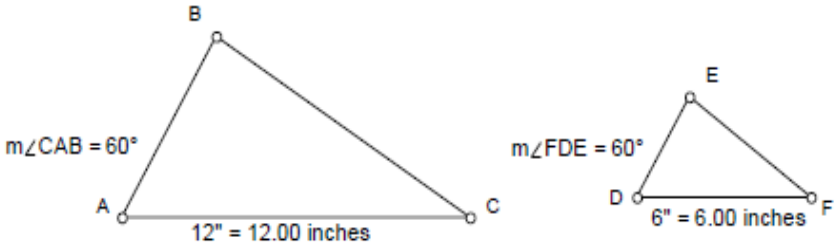
20.




If $d_1 = d_2$, what is true about $l_1$ and $l_2$

If $d_1 \neq d_2$ what is true about $l_1$ and $l_2$?

21.

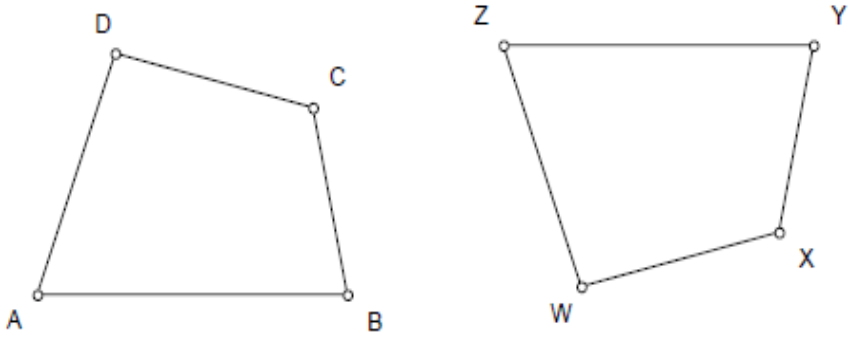



Triangle ABC is similar to triangle DEF.

How long is ED?
How do you know?

What is the size of ∠EDF?
How do you know?

22.

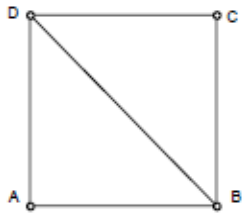



These are congruent figures.

What is true about their sides? (If student says sides are equal or congruent, ask which is equal or congruent to AD?)

What is true about their angles? (If student says angles are equal or congruent, ask which is equal or congruent to angle B?)

23.




ICD is a square BD is a diagonal.

me any angle concurrent to ∠ ABD

w do you know?

24. Which combination of the following guarantees a figure to be a square?
    a. It is a parallelogram
    b. It is a rectangle
    c. It has right angles
    d. Opposite sides are parallel
    e. Adjacent sides are equal in length
    f. Opposite sides are equal in length

(After response, ask "Can you use less?")
(Ask again, "Can you use less?")

25. A. Name some ways in which squares and rectangles are alike?

    B. Are all squares also rectangles? Why?
    Are all rectangles also squares? Why?

26. Which combination of the following guarantees a figure to be a right triangle?
    a. It is a triangle
    b. It has two acute angles
    c. The measures of angle add up to180.
    d. An altitude is also a side.
    e. The measures of two angles up to 90.

(After response, ask "Can you use less?")
(Ask again, "Can you use less?")

27. QAB is a triangle
    a. Suppose angle Q is a right angle. Does that tell you anything about angles A and B? If so, what?
    b. Suppose angle Q is less than $90^{o}$. Could the triangle be a right triangle? Why?
    c. Suppose angle Q is more than $90^{o}$. Could the triangle be a right triangle? Why?

28. Which combination of the following guarantees a figure to be an isosceles triangle?

a. It has two congruent angles
b. It is a triangle
c. It has two congruent sides.
d. An altitude bisects the opposite side.
e. The measures of angles add up to 180.

(After response, ask, "Can you use less?")
(Ask again, "Can you use less?")

29. Give a definition of isosceles triangle.

30. Suppose all we know about ΔMNP is that∠M is the same size as ∠N. What do you know about the size MP and NP?

Suppose ∠M is larger than ∠N. What do you know about MP and NP? Could ΔMNP be isosceles?

31. Triangle DEF has three congruent sides. Is it an isosceles triangle?

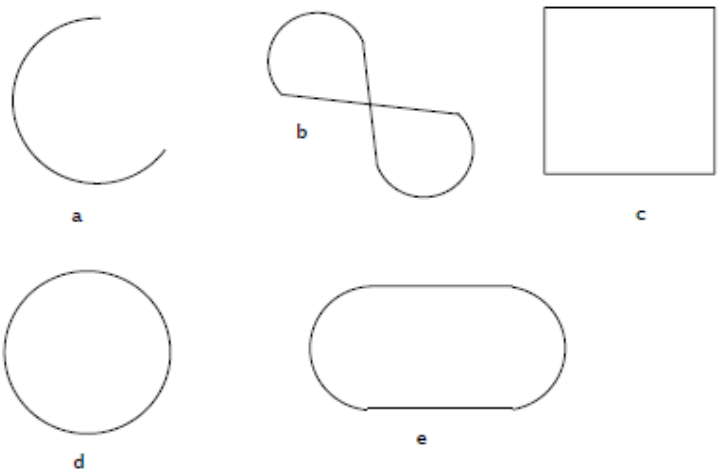
Why or why not?
Which of the following is/are true?

a. All isosceles triangles are equilateral.
b. All equilateral triangles are isosceles.

32.Which are true? Give reasons?

a. All isosceles triangles are right triangles.
b. Some right triangles are isosceles triangles.

33. Tell why each of figures is or is not a circle?



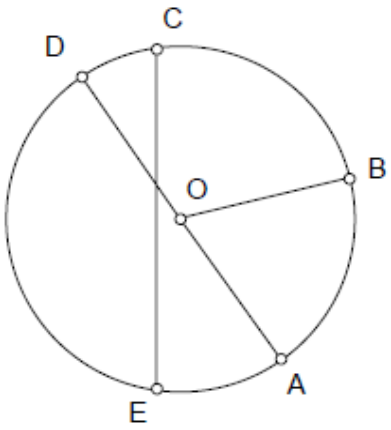
34. Figure A is a simple closed curve. Figure B is a circle.




Is figure B is a simple closed curve?
How are these figures alike? How are they different?

( T – F ) All simple closed curves are circles.
( T- F ) All circles are simple closed curves.

35.

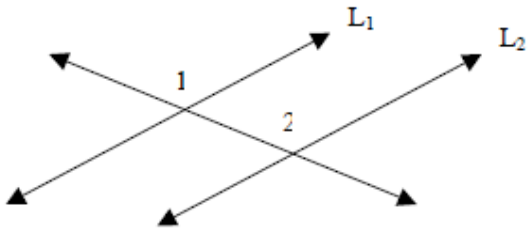



This figure is a circle with center O.
Would the following be:

a) certain
b) possible or
c) impossible

1) $OB \equiv OA$
2) $OD \equiv OA$
3) $2OB = AD$
4) $AD \equiv EC$

36.




Suppose $\angle 1$ and $\angle 2$ are congruent. What does that tell you about $L_1$ and $L_2$?

Suppose $\angle 1$ is larger than $\angle 2$. What does that tell you about $L_1$ and $L_2$?

37. How do you recognize lines that are parallel?

38.Are these lines are line segments parallel?

a) always b) sometimes c) never

a) Two lines which do not intersect
b) Two lines which perpendicular to the same line
c) Two line segments in a square
d) Two line segments in a triangle
e) Two line segments which do not intersect.

Give reasons to your answers.

39.Which combination of the following guarantee that two lines are parallel?

a. There are everywhere the same distance apart.
b. They have no points in common.
c. They are in the same plane.
d. They never met

(After response, ask, "Can you use less?")
(Ask again, "Can you use less?")

40.What does it mean to say that two figures are similar?

41.Triangle ABC is similar to triangle DEF(in that order).Are the following a) certain , b) possible, or c) impossible?

a. $AB \equiv DE$
b. $AB > DE$
c. $\angle A \equiv \angle E$
d. $m\angle A > m\angle E$
e. $AB \equiv EF$
f. $m\angle A > m\angle D$

42. Will the figures A and B be similar a) always, b) sometimes, c) never?

| | A | B |
|---|---|---|
| a | A square | A square |
| b | An isosceles triangle | An isosceles triangle |
| c | a $\Delta$ congruent to B | a $\Delta$ congruent to A |
| d | A rectangle | A square |
| e | A rectangle | A triangle |

Give your reasons to your answers.

43. Δ ABC is congruent to ΔDEF(in that order).Are the following a)certain b) possible c) impossible

a. AB≡ DE
b. ∠A≡∠E
c. m∠A < m∠D
d. AB≡ EF

Give your reasons for your answers.

44. Will the figures A and B be similar a) always, b) sometimes, c) never?

| | A | B |
|---|---|---|
| a | A square | A triangle |
| b | A square with a 10 cm. side | A square with a 10 cm. side |
| c | a right triangle with a 10 cm. hypotenuse | a right triangle with a 10 cm. hypotenuse |
| d | A circle with a 10 cm chord | A circle with a 10 cm chord |
| e | a Δ similar to B | a Δ triangle similar to A |

---

The subject was given these written statements after #44

If the angles of triangle A have the same measures as the angles of triangle B, the triangles are similar.

If the sides of triangle A are proportional to the sides of triangle B, the triangles are similar.

If the two triangles are similar

1) corresponding angles are similar.
2) corresponding sides are proportional.

The sum of the measures of the angles of a triangle is 180 degrees.

Two triangle are congruent if

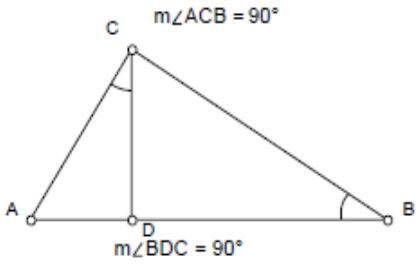
1) 3 sides of A are congruent to 3 sides of B
2) 2 sides of A and included angle are congruent respectively to 2 sides of B and included angle
3) 2 angles and included side of A are congruent to 2 angles and included side of B.

45. ABCD is a four-sided figure. Suppose we know that opposite sides are parallel. What are the fewest facts necessary to prove that ABCD is a square?

---

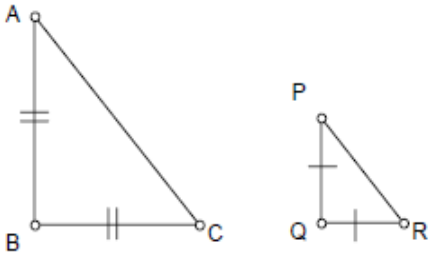
46. Figure ABCD is a parallelogram. AB ≡ BC and ∠ ABC is a right angle. Is ABCD is a square?
Prove your answer.

47. CD is perpendicular to AB. ∠C is a right angle.



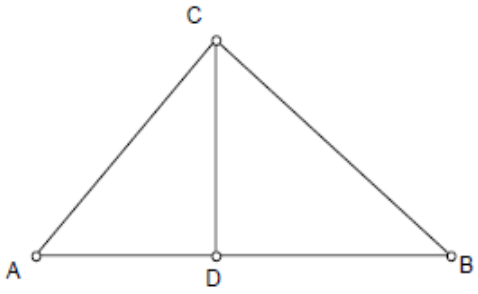

If you measure ∠ ACD and ∠B, you find they have the same measure. Would this equality be true for all right angles? Why or why not?

48.




Figures ABC and PQR are right isosceles triangles with angle B and Q being right angles. Prove that ∠ A ≡ ∠ P and ∠ C ≡ ∠ R

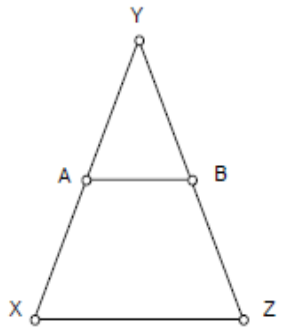
49. ABC is a triangle ∠ ADC≡∠ BDC




a. What kind of triangle is Δ ABC ? Why

b. AD ≡ BD . Why?
c. CD is perpendicular to AB. Why?

50.




AB is the line segment with A and B the midpoints of the equal sides of the isosceles triangle xyz. AY ≡ BY and Δ AYB is similar to Δ XYZ. So ∠ A ≡ ∠ X and AB is parallel to XZ. What we have proved?

51.

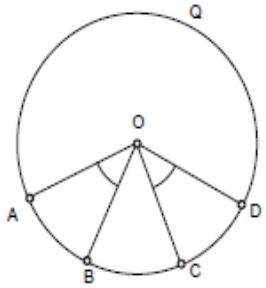
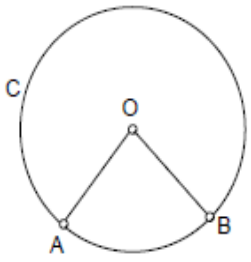



Figure Q is a circle. O is the center. ∠ AOB ≡ ∠ COD. Since AO, BO, CO, and DO are radii, ΔAOB ≡ ΔCOD so AB≡CD. What we have proved?

52. Figure C is a circle and O is the center.




Prove that Δ AOB is isosceles.

Kaynak: Unal, H. (2005). *The influence of curiosity and spatial ability on preservice middle and secondary mathematics teachers' understanding of geometry* (Order No. 3183118). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (304997449). Retrieved from https://www.proquest.com/dissertations-theses/influence-curiosity-spatial-ability-on-preservice/docview/304997449/se-2?accountid=16382

**EK-6**

# GLOBAL VAN–HIELE QUESTIONNAIRE

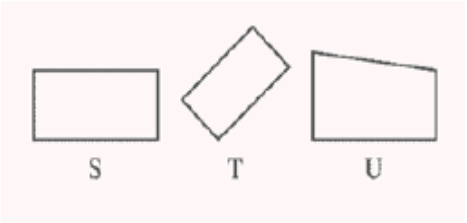
Read each question carefully and choose the correct ansewr:

1. Which of the following figures are **triangles**?



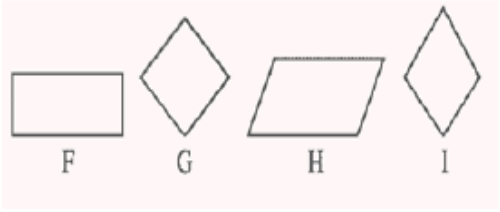

   a. None of the figures.
   b. V only.
   c. W only.
   d. W and X only.
   e. V and W only.

2. Which of the following figures are **rectangles**?



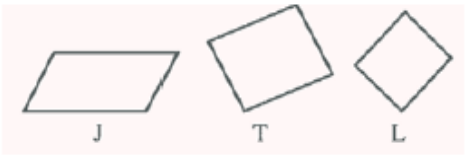

   a. S only.
   b. T only.
   c. S and T only.
   d. S and U only.
   e. All the figures are rectangles.

3. Which of the following figures are **squares**?



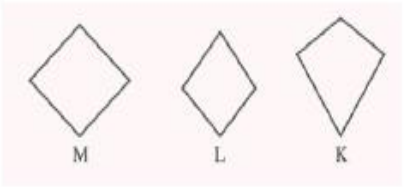

   a. S only.
   b. T only.
   c. S and T only.
   d. S and U only.
   e. All the figures are squares.

4. Which of the following figures are **parallelograms**?



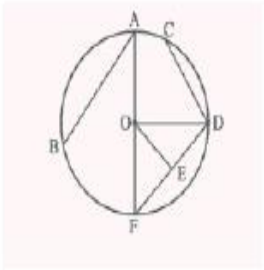

   a. J only.
   b. L only.
   c. J and T only.
   d. None of the figures.
   e. All the figures are parallelograms.

5. Which of the following figures are **rhombuses?**



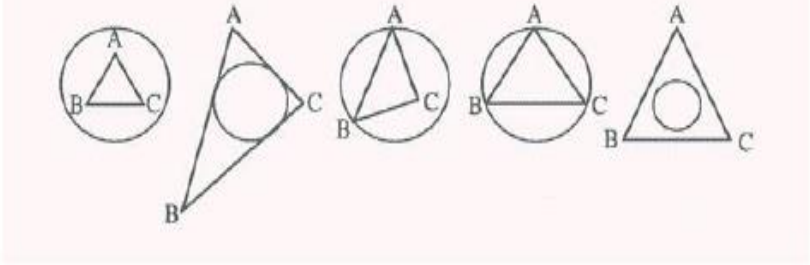

a. K only.
b. L only.
c. M only.
d. L and M only.
e. All the following figures are rhombuses.

6. Which of the following segments are **chords in circle O?**




a. AB only.
b. OE only.
c. AB, DF, CD only.
d. AB, CD, AF, FD.
e. AB, OF, OE, ED, CD.

7. Which drawings present inscribed triangles in a circle?




**a** **b** **c** **d** **e**

8. Which drawings present **tangent circles?**

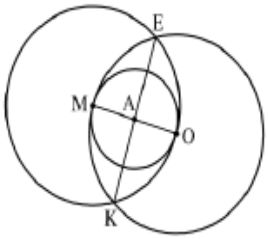


a. B and D only.
b. C and D only.
c. C only
d. B and C only.
e. None of the drawings.

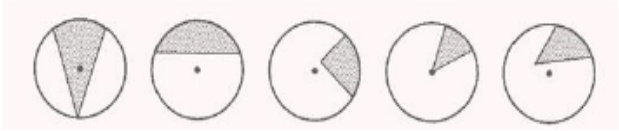
A B C D

9. Below is a drawing of three circles: O, M and A.
Which of the following claims is correct?

a. In circle A – MA is a diameter;
b. In circle O – KE is a diameter;
c. In circle A – MO is a diameter
d. In circle O – MO is a diameter;
e. In circle M – KE is a diameter.

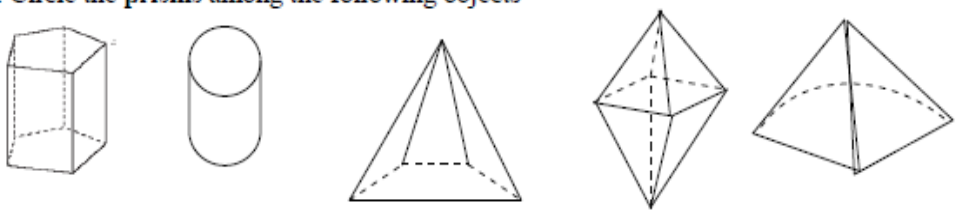



10. Which drawings present **sectors of circles**?



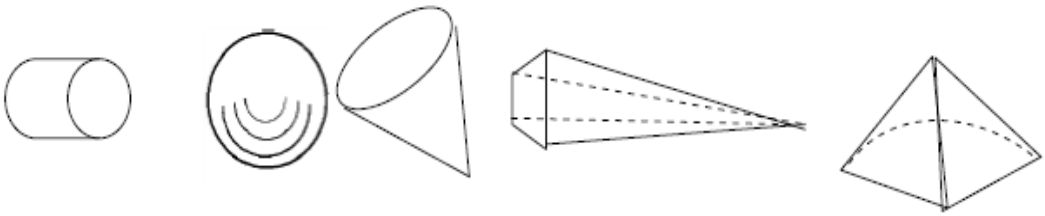
a b c d e

11. Circle the **prisms** among the following objects



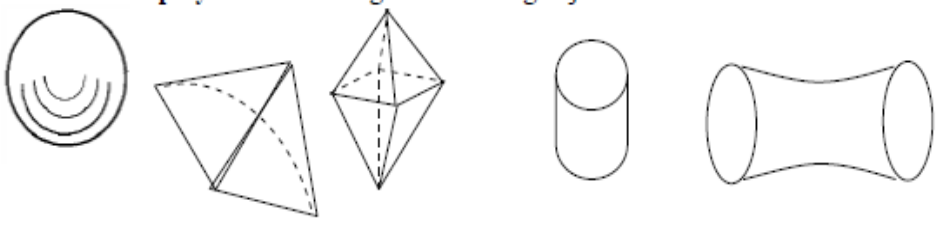
a b c d e

12. Circle the **cone**-shaped object



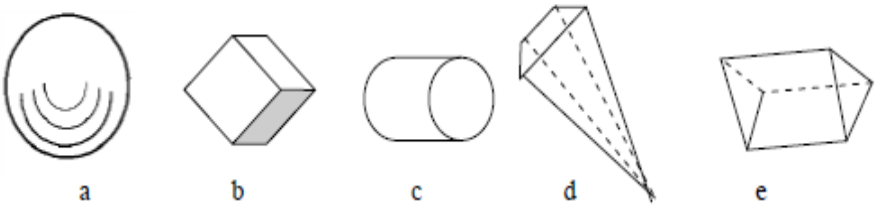
a b c d e

13. Circle the **polyhedrons** among the following objects



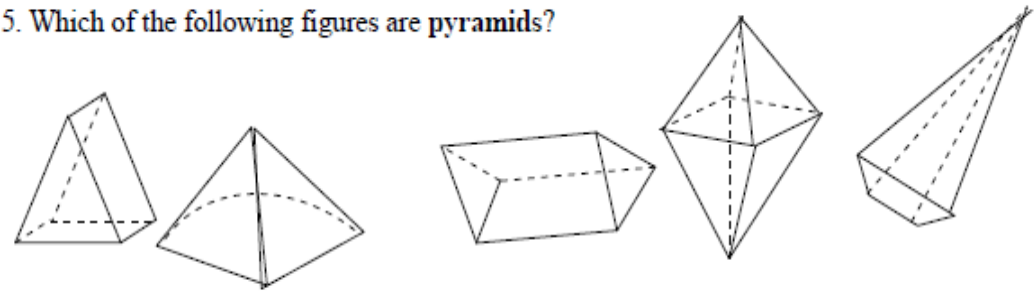
a b c d e

14. Among the following objects, circle the **cylinder**-shaped ones



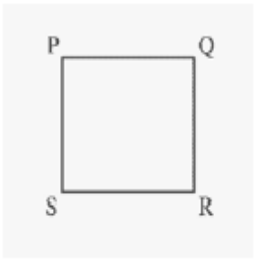
a b c d e

15. Which of the following figures are **pyramids**?



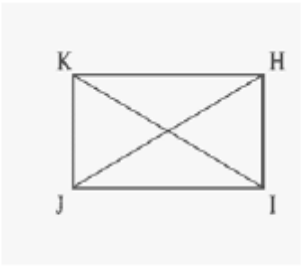
a b c d e

16. PQRS is a square.
Which of the following statements is always **true**?



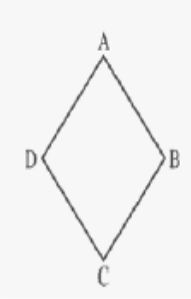

a. PR and RS have the same length.
b. QS and PR are perpendicular to each other.
c. PS and QR are perpendicular to each other.
d. PS and QS have the same length.
e. The angle Q is larger than angle R.

17. HIJK is a rectangle.
Which of the following statements is always **false**?




a. All the angles are right angles.
b. The diagonals are perpendicular to each other.
c. The opposite angles have the same measure.
d. The diagonals have the same length.
e. The opposite sides have the same length.

18. ABCD is a rhombus.
Which of the following statements is always **false**?



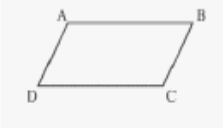

a. The diagonals have the same length
b. Each diagonal bisects two angles of the rhombus.
c. The diagonals are perpendicular to each other.
d. The opposite angles have the same measure.
e. All the sides are equal.

19. DEF is an isosceles triangle.
Which of the following statements is always **true**?




a. The three sides have the same length.
b. One side must have twice the length of another side.
c. There must be at least two angles with the same measure.
d. The three angles must have the same measure.
e. The base angle is larger than the vertex angle.

20. ABCD is a parallelogram.
Which of the following statements is always **true**?

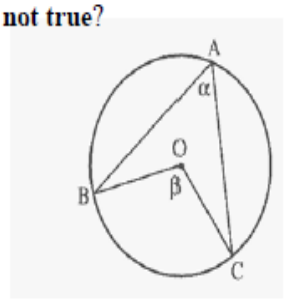



a. The four sides have the same length.
b. The two diagonals are equal.
c. The diagonals bisect the angles.
d. The opposite angles have the same measure.
e. The diagonals are perpendicular to each other.

21. Which of the 5 following statements is **not true**?

a. Every inscribed trapezium in a circle is an isosceles trapezium.
b. In every inscribed quadrangle in a circle, the sum of the angles is $180^0$.
c. If a square is inscribed in a circle, the diagonal is the diameter of the circle.
d. If a rectangle is inscribed in a circle, the diagonal is the diameter of the circle.
e. Every quadrangle can be inscribed in a circle.

22. Below is a circle O.
Which of the 5 following statements is **not true**?




a. $\sphericalangle\alpha < \sphericalangle\beta$

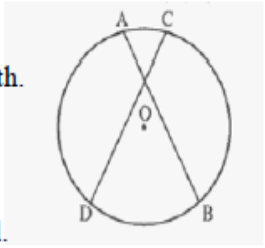
b. $\sphericalangle\alpha = \sphericalangle\frac{1}{2}\beta$

c. $\sphericalangle\alpha = 2\sphericalangle\beta$

d. $\sphericalangle\beta > 2\sphericalangle\alpha$

e. $\sphericalangle\alpha + \sphericalangle\beta = 300^0$

23. Below are a circle O and two intersecting chords AB and CD whose length is equal.
Which of the following statements is **not true**?




a. The arcs of these subtending chords have the same length.

b. The central angles which subtend these arcs are equal.

c. The distance of each chord from the centre is the same.

d. The inscribed angles which subtend these arcs are equal.

e. The chords are equal; therefore they are perpendicular to each other.

24. Which of the following statements is **true**?

a. Two diameters in the circle are intersecting at one point: the center of the circle.

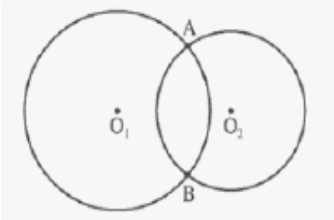
b. Two diameters in the circle are always perpendicular to each other.

c. Two diameters in the circle intersect at a point on the circle.

d. Two diameters in the circle can be parallel.

e. In every circle there are only two diameters in the circle.

25. Circles $O_1$ and circle $O_2$ are not equal, and intersect at points A and B.
The quadrangle $AO_1BO_2$ is:




a. A square.

b. A rhombus.

c. A kite.

d. A parallelogram.

e. You never know.

26. Which of the following statements is always **true**?

a. If an object has two bases then it must be a rectangular parallelepiped.
b. If an object has two bases then it must be a polyhedron.
c. If an object has two bases then it must be a cylinder.
d. If an object has two bases then it must be a regular polyhedron.
e. Statements a – d are false.

27. Which of the following statements is **true** for every cylinder?

a. The bases of a cylinder are circular.
b. The bases of the cylinder are congruent and parallel squares.
c. The bases of the cylinder consist of regular polygons.
d. The bases of the cylinder are pentagons.
e. The bases of the cylinder are triangles.

28. Which of the following statements is **true** for every regular polyhedron?

a. In a polyhedron all faces are congruent.
b. All polyhedrons have pairs of parallel faces.
c. A polyhedron does not have curved surfaces.
d. Each vertex in a polyhedron intersects a number of other faces.
e. Statements a-d are true.

29. A cube has:

a. 12 faces, b. 4 faces, c. 6 faces, d. 8 faces, e. 2 faces

30. Which of the following statements is **true** for every prism?

a. The lateral surface of the prism consists entirely of triangles.
b. The prism had two parallel bases.
c. The base of the prism is rectangular.
d. The lateral surface of the prism consists of regular polygons.
e. Four faces intersect every vertex of the prism.

31. Which of the following statements is **true**?

a. If a geometric figure is a rectangle, then it is a triangle.

b. If a geometric figure is not a rectangle, then it is a triangle.

c. If a geometric figure is a triangle, then it is a rectangle.

d. It is impossible for a geometric figure to be a rectangle and a triangle at the same time.

e. Statements a – d are false.

32. Which of the following statements is **true**?

a. If a geometric figure is a rhombus, it is a parallelogram.

b. If a geometric figure is a parallelogram, it is a rhombus.

c. If a geometric figure is not a rhombus, it is a parallelogram.

d. If a geometric figure is not a rhombus, it is not a parallelogram.

e. Statements a – d are false.

33. Which of the following statements is **true**?

a. All the properties of rectangles are properties of all squares.

b. All properties of squares are properties of all rectangles.

c. All properties of rhombuses are properties of all parallelograms.

d. All properties of squares are properties of all parallelograms.

e. Statements a – d are false.

34. Which of the following properties is a property of all the rectangles, but **not** a property of all the parallelograms?

a. The opposite sides are equal.

b. The diagonals have the same length.

c. The opposite sides are parallel.

d. The opposite angles are equal.

e. None of the statements a – d is true

35. Which of the following properties is a property of all the rhombuses, but **not** a property of all the parallelograms?

a. The opposite sides are parallel.

b. The adjacent sides have the same length.

c. The opposite angles are parallel.

d. The diagonals bisect each other.

e. Statements a – d are false.

36. Which of the following statements is **true**?

a. If two triangles are similar, they are congruent.

b. If two triangles are equal in one angle and one side, they are similar triangles.

c. If two angles of two triangles are proportional, they are similar triangles.

d. If two triangles are congruent, they are always similar.

e. If two triangles have two equal sides in both of them, they are similar triangles.

37. Which of the following statements is **true**?

a. Every central angle is also an interior angle.

b. Every central angle is also an inscribed angle.

c. Every inscribed angle is also a central angle.

d. Every interior angle is also a central angle.

e. Statements a – d are false.

38. Which of the following statements is **true**?

a. If a polygon is inscribed in a circle, then it is a triangle.

b. If a polygon can't be inscribed in a circle, then it is a triangle.

c. If a polygon is a triangle, then the polygon is inscribed in a circle.

d. If a polygon is not a triangle, then the polygon is inscribed in a circle

e. Statements a – d are false.

39. Which of the following statements always applies to an isosceles triangle but not to all the triangles?

a. The midline is parallel to one of the three sides of the triangle.

b. The midline is equal to half of one of the three sides of the triangle.

c. The midline creates a triangle which is similar to the original one.

d. The midline creates an isosceles trapezium.

e. The midline creates a trapezium.

40. Which of the following properties is a property of all the regular polygons, but **not** a property of all the convex polygons?

a. The sum of all the interior angles is 180 (n-2).

b. The number of the sides is the number of the angles.

c. The area of a polygon is equal to the total areas of all partial polygons which comprise the polygon.

d. The sum of all the exterior angles is $360^0$.

e. The polygons can be inscribed into a circle.

41. All pyramids have in common:

a. All pyramids have a triangular-shaped base.

b. The lateral surface is constructed of triangles.

c. The base is a quadrangle and the lateral surface is comprised of triangles.

d. All faces of the pyramid are triangles.

e. Statements a – d are false.

42. Which of the following statements is true?

a. If an object is a polyhedron then it is also a prism.

b. If an object is a prism then it is also a polyhedron.

c. If an object is not a polyhedron, then it is a prism.

d. If an object is not a prism, it is not a polyhedron.

e. If an object is a prism, it is not a polyhedron.

43. Which of the following statements is true?

a. If an object has 8 vertices it must be a rectangular parallelepiped.
b. If an object has 8 vertices it must be a cube.
c. If an object has 8 vertices it must be a pyramid.
d. If an object has 8 vertices it must be a regular polyhedron.
e. Statements a – d are false.

44. Which of the following statements is true?

a. If an object is a regular polyhedron, it is also a cube.
b. If an object is a cube, it is also a regular polyhedron.
c. If an object is not a regular polyhedron, it is a cube.
d. If an object is not a cube, it is not a regular polyhedron.
e. Statements a – d are true.

45. Which of the following statements is not true for a prism?

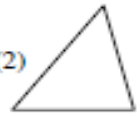
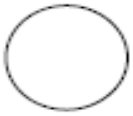
a. The prism has two congruent and parallel bases.
b. The lateral surface of the prism is comprised of rectangles or parallelograms.
c. All the faces of the prism are rectangles or parallelograms.
d. The prism is a 3-dimensional object.
e. All the faces of the prism are polygons.

Kaynak: Patkin, D. (2014). Global van Hiele (GVH) Questionnaire as a tool for mapping knowledge and understanding of plane and solid geometry. *Research in Mathematical Education*, *18*(2), 103-128. http://dx.doi.org/10.7468/jksmed.2014.18.2.103

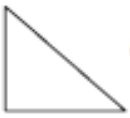
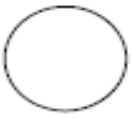
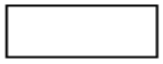
**EK-7**

## WU VE MA TESTİ

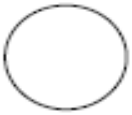
1. Which of the following figures is a square?

(1)  (2)  (3)  (4) 

2. Which of the following figures is a circle?

(1)  (2)  (3)  (4) 

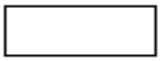
3. Which of the following figures is a triangle?

(1)  (2)  (3)  (4) 

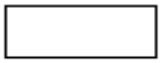
4. Which of the following figures is an isosceles triangle?

(1)  (2)  (3)  (4) 

5. Which of the following figures is a right triangle?

(1)  (2)  (3)  (4) 

6. Which of the following figures is NOT a rectangle?

(1)  (2)  (3)  (4) 

7. Which of the following figures is NOT a trapezoid?

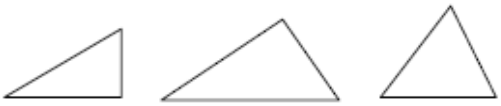
(1)  (2)  (3)  (4) 

8. Which of the following items contains the feature of circle?

(1)  (2)  (3) 

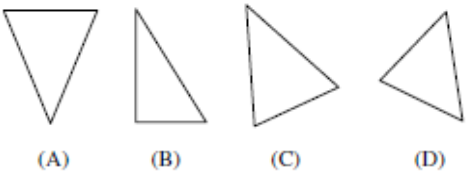
(4) 

9. Which of the following figures are right triangles?




(1) Above All (2) Both (C) and (B) (3) Both (A) and (B) (4) Both (A) and (C)

10. Which of the following figures are isosceles triangles?



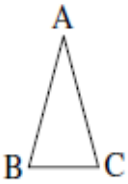

(1) Both (A) and (C) (2) Both (A) and (B)
(3) Both (C) and (D) (4) Above All

11. A square is a shape with how many sides, forming how many angles and how many vertices?
(1) 2 sides, 3 angles, 4 vertices (2) 4 sides, 4 angles, 4 vertices
(3) 3 sides, 3 angles, 3 vertices (4) 4 sides, 5 angles, 6 vertices

12. Which of the following descriptions of circle is correct?
(1) The opposite sides are equal and parallel
(2) It has 4 sides the same length (3) 4 equal angles (4) Above of the all

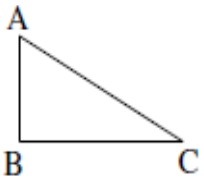
13. Which of the following descriptions is correct?
(1) All three sides of an isosceles triangle are equal
(2) All three angels of an isosceles triangle are equal
(3) At least two angles of the isosceles triangle are equal
(4) One angle of the isosceles triangle must be a right angle

14. Triangle ABC is an isosceles triangle, which of the following descriptions is correct?




(1) Line AB and line BC are equal
(2) Line AC and line BC are equal
(3) Line AB and line AC are equal
(4) Line AB, line AC, and line BC are equal

15. Triangle ABC is a right triangle, which angle is a right angle?




(1) Angle A (2) Angle B (3) Angle C (4) Both angle A and B

16. Which of the following descriptions is correct?
(1) A square is one type of parallelogram
(2) A parallelogram is one type of square
(3) Any two identical right triangles can be formed into a square
(4) A rectangle is one type of square

17. A quadrilateral can be identified as a parallelogram and also a rectangle, so what type of figure is it?
(1) Trapezoid (2) Rectangle (3) Parallelogram (4) Rhombus

18. Which of the following features describes an isosceles triangle, but not a right triangle?
(1) All sides are equal (2) All angles are equal
(3) At least 2 sides are equal (4) It has a right angle

19. Which of the following features describes a rhombus, but not a rectangle?
(1) All sides are equal (2) Opposite sides are equal
(3) Opposite sides are parallel (4) Opposite angles are equal

20. Which of the following statements is correct?
(1) If a figure is a triangle, then it must be an isosceles triangle
(2) If a figure is an isosceles triangle, then it must be a triangle
(3) If a figure is NOT an isosceles triangle, then it must be a triangle
(4) It is impossible that a figure is both an isosceles triangle and an equilateral triangle

Kaynak: Chang, K. E., Sung, Y. T., & Lin, S. Y. (2007). Developing geometry thinking through multimedia learning activities. *Computers in Human Behavior*, *23*(5), 2212-2229. https://doi.org/10.1016/j.chb.2006.03.007

**EK-8**



van Hiele Testi İzin İsteği Gelen Kutusu ×

**hulya sert** 1 Mart Pzt 09:52 (1 gün önce)
Alıcı: aduatepe

Merhabalar Sayın Hocam,
Ben Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı doktora öğrencisi Hülya SERT ÇELİK.
Yüksek lisans tezinizde Usiskin(1982) tarafından geliştirilen van Hiele testinin Türkçe'ye uyarlaması tarafınızca yapılmış olup tez çalışmamda atıfta bulunarak, izninizle kullanabilir miyim?
Saygılar sunar, iyi çalışmalar dilerim.

Hülya SERT ÇELİK
Matematik Öğretmeni

**Asuman DUATEPE-PAKSU** 1 Mart Pzt 11:07 (1 gün önce)
Alıcı: ben

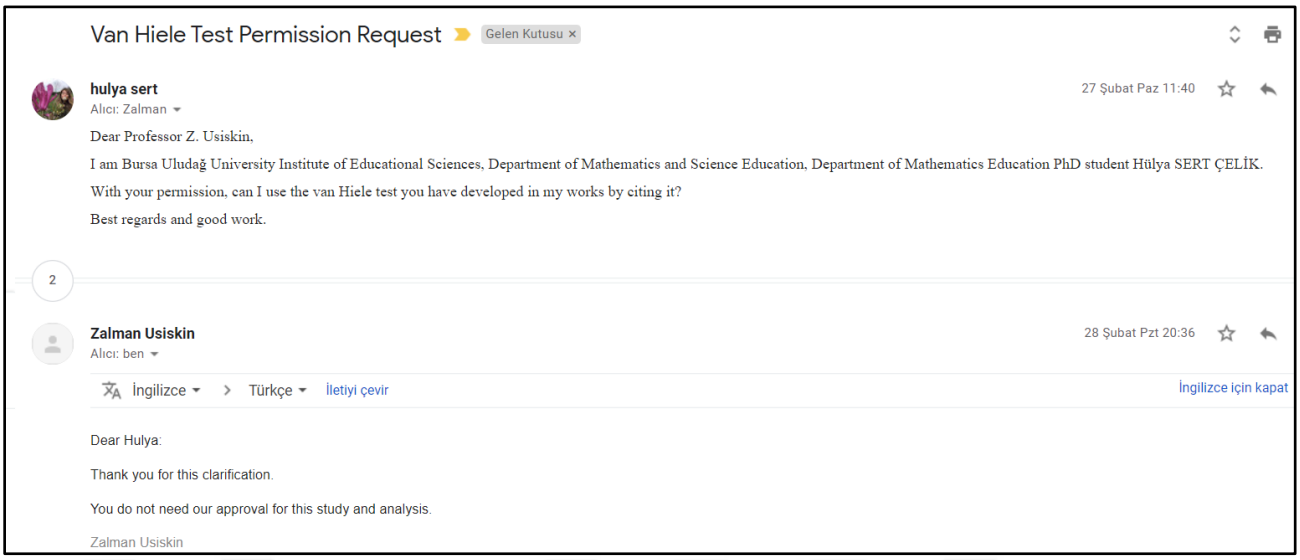
Sayın Hülya SERT ÇELİK,

Ölçeği kullanabilirsiniz.

İyi çalışmalar dilerim.

Asuman DUATEPE PAKSU

**EK-9**



Van Hiele Test Permission Request Gelen Kutusu ×

**hulya sert** 27 Şubat Paz 11:40
Alıcı: Zalman

Dear Professor Z. Usiskin,

I am Bursa Uludağ University Institute of Educational Sciences, Department of Mathematics and Science Education, Department of Mathematics Education PhD student Hülya SERT ÇELİK.

With your permission, can I use the van Hiele test you have developed in my works by citing it?

Best regards and good work.

2

**Zalman Usiskin** 28 Şubat Pzt 20:36
Alıcı: ben

İngilizce › Türkçe İletiyi çevir İngilizce için kapat

Dear Hulya:

Thank you for this clarification.

You do not need our approval for this study and analysis.

Zalman Usiskin

**EK-10**

**BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ**
**ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİK KURULLARI**
**(Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma ve Yayın Etik Kurulu)**
**TOPLANTI KARARI**

| **OTURUM TARİHİ** | **OTURUM SAYISI** |
|---|---|
| **26 MART 2021** | **2021-03** |

**KARAR NO 13:** Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'nden alınan Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Doktora programı öğrencisi Hülya SERT ÇELİK'in "Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerine Yeni Bir Bakış" konulu tez çalışması kapsamında uygulanacak görüşme ve test sorularının değerlendirilmesine geçildi.

Yapılan görüşmeler sonunda; Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Doktora programı öğrencisi Hülya SERT ÇELİK'in "Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerine Yeni Bir Bakış" konulu tez çalışması kapsamında uygulanacak görüşme ve test sorularının fikri, hukuki ve telif hakları bakımından metot ve ölçeğine ilişkin sorumluluğu başvurucuya ait olmak üzere uygun olduğuna oybirliği ile karar verildi.

Prof. Dr. Feyzullah YILMAZ
Kurul Başkanı

Prof. Dr. Abamüslim AKDEMİR
Üye

Prof. Dr. Doğan ŞENYÜZ
Üye

Prof. Dr. Ayşe OĞUZLAR
Üye

Prof. Dr. Vejdi BİLGİN
Üye

Prof. Gülay GÖĞÜŞ
Üye

Prof. Dr. Alev SİNAR UĞURLU
Üye

# ÖZ GEÇMİŞ

**Eğitim**

| | | |
|---|---|---|
| Lisans | : 2009-2013 | Mersin Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği |
| Yüksek Lisans | : 2014-2018 | Sakarya Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Matematik Eğitimi |
| Doktora | : 2018-2022 | Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi |

**İş**

2013 - ... : İlköğretim Matematik Öğretmeni

**Akademik Çalışmalar**

***Yayınlar:***

Altun, M., Kaleli-Yılmaz, G., Demir, B., & Sert-Çelik, H. (2022). Statistical anxiety and metacognitive awareness levels of graduate students studying in mathematics education program. *European Journal of Education Studies, 9*(1). http://dx.doi.org/10.46827/ejes.v9i1.4088

Kaleli Yılmaz, G. & Sert Çelik, H. (2022). Van Hiele düzey numaralandırmaları ve düzey isimlendirmelerine eleştirel bir bakış. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*(Özel Sayı), 287-329. DOI: 10.29299/kefad.908248.

Sert-Çelik, H., & Kaleli-Yılmaz, G. (2022). Analysis of van Hiele geometric thinking levels studies in Turkey: A meta-synthesis study. *International Journal of Curriculum and Instruction, 14*(1), 473-501.

Demir, B., Kaleli-Yilmaz, G. & Sert-Celik, H. (2021). Teachers' attitudes and opinions on mathematics lessons conducted with distance education due to covid-19 pandemic . *Turkish Online Journal of Distance Education, 22*(4) , 147-163. Doi: 10.17718/tojde.1002812.

Sert-Çelik, H., Uzun-Yazıcı, K., Tapan-Broutın, M. S. & Kaleli-Yılmaz, G. (2021). Öğretim üyelerinin öğretim sürecinde kullandıkları kaynaklar . *Manisa Celal Bayar Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 9*(1), 68-80., Doi: 10.52826/mcbuefd.883478.

Sert Çelik, H. & Masal, E. (2019). İlköğretim matematik öğretmenlerinin denklem ve eşitlik konusundaki pedagojik alan bilgilerinin öğrenci bileşeni açısından değerlendirilmesi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi Armağan Özel Sayısı,* 977-1004 . DOI: 10.17494/ogusbd.555099

Sert Çelik, H. & Masal, E. (2018). 7. sınıf öğrencilerinin denklem ve eşitlik konusundaki öğrenmelerine öğrenci bileşeni açısından bir bakış. *Sakarya University Journal of Education, 8*(2), 168-186. DOI: 10.19126/suje.418532.

***Katıldığı Yurt içi ve Yurt Dışı Bilimsel Toplantılardan Bazıları:***

Kaleli-Yılmaz, G. & Sert-Çelik, H. (2020, Kasım). *Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine verilen ısimlendirmelere bir bakış.* 2. Uluslararası Fen, Matematik, Girişimcilik ve Teknoloji Eğitimi Kongresi (E- Kongre)nde sunulan bildiri, Bursa Uludağ Üniversitesi, Bursa. Erişim adresi: http://2019.fmgtegitimikongresi.com/

Demir, B., Kaleli-Yılmaz, G. & Sert-Çelik, H. (2019, Nisan). *Güncellenen eğitim fakültesi ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programına ilişkin öğretim elemanlarının görüşleri.* Uluslararası Marmara Fen ve Sosyal Bilimler Kongresinde sunulan bildiri, Kocaeli Üniversitesi, Kocaeli. Erişim adresi: https://www.imascon.com/dosyalar/imascon2019bahar/imascon_sosyal_bildiriler_bahar_cilt_2019.pdf

Uzun, K., Sert-Çelik, H., Kaleli-Yılmaz, G. & Demir, B. (2019, Nisan). *5. sınıf matematik ders kitaplarının genel eğitimsel değerler bakımından incelenmesi.* Uluslararası Marmara Fen ve Sosyal Bilimler Kongresinde sunulan bildiri, Kocaeli Üniversitesi, Kocaeli. Erişim adresi: https://www.imascon.com/dosyalar/imascon2019bahar/imascon_sosyal_bildiriler_bahar_cilt_2019.pdf