T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

# YEDİNCİ VE SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİR KONUSUNDAKİ ÇOKLU TEMSİLLER ARASI GEÇİŞ BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

**DOKTORA TEZİ**

**Gökhan YAĞIZ**
**ORCİD:-0000-0002-3621-5201**

**BURSA - 2025**

T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

# YEDİNCİ VE SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİR KONUSUNDAKİ ÇOKLU TEMSİLLER ARASI GEÇİŞ BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

**DOKTORA TEZİ**

**Gökhan YAĞIZ**
**ORCİD:-0000-0002-3621-5201**

**Danışman**
**Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN-BROUTIN**

**BURSA - 2025**

## BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim.

Gökhan YAĞIZ

24.06.2025

## TEZ YAZIM KILAVUZUNA UYGUNLUK

‘Yedinci ve Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Cebir Konusundaki Çoklu Temsiller Arası Geçiş Becerilerinin İncelenmesi’ adlı doktora tezi, Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanmıştır.

| Tezi Hazırlayan | Danışman |
| --- | --- |
| Gökhan YAĞIZ | Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN |

Ana Bilim Dalı Başkanı
Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ

# EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

# DOKTORA BENZERLİK YAZILIM RAPORU

**BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ**

**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA**

**Tarih: 09/07/2025**

Tez Başlığı / Konusu: Yedinci Ve Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Cebir Konusundaki Çoklu Temsiller Arası Geçiş Becerilerinin İncelenmesi / Öğrencilerin çoklu temsilleri nasıl kullandıkları ve çoklu temsilleri kullanırken yapılan hataların belirlenmesi

Yukarıda başlığı gösterilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 238 sayfalık kısmına ilişkin, 24/04/2025 tarihinde şahsım tarafından Turnitin adlı intihal (benzerlik) tespit programından (Turnitin)* aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan özgünlük raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 5 'tir.

Uygulanan filtrelemeler:

1- Kaynakça hariç
2- Alıntılar hariç/dahil
3- 5 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Özgünlük Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal (benzerlik) içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Tarih ve İmza

Tarih: 09/07/2025

| | |
|---|---|
| **Adı Soyadı:** | Gökhan YAĞIZ |
| **Öğrenci No:** | 812152005 |
| **Anabilim Dalı:** | Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi |
| **Programı:** | Matematik Eğitimi |
| **Statüsü:** | ☐ Y. Lisans ☒ Doktora |

**Danışman**

**Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN-BROUTIN**

09/07/2025

## JÜRİ ONAY SAYFASI

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı'nda 812152005 numara ile kayıtlı Gökhan YAĞIZ'ın hazırladığı "Yedinci ve Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Cebir Konusundaki Çoklu Temsiller Arası Geçiş Becerilerinin İncelenmesi" konulu doktora çalışması ile ilgili tez savunma sınavı, 24/06/2025 günü 11.00-12.00 saatleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin/çalışmasının (**başarılı/başarısız)** olduğuna (**oybirliği/oy çokluğu)** ile karar verilmiştir.

Sınav Komisyonu Başkanı
Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN-BROUTIN
Bursa Uludağ Üniversitesi
WoS ResearcherID: 2281-2017
Scopus Author ID: 58136910000
ORCID: 0000-0002-1860-852X

Üye
Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ
Bursa Uludağ Üniversitesi
WoS ResearcherID: A-1802-2016
Scopus Author ID: 6506973222
ORCID: 0000-0001-8619-8334

Üye
Doç. Dr. Fatma KAZANOĞLU
Bursa Uludağ Üniversitesi
WoS ResearcherID: I-4271-2018
Scopus Author ID: 57103716100
ORCID: 0000-0001-6426-2753

Üye
Doç. Dr. Üyesi Nuray ÇALIŞKAN DEDEOĞLU
Sakarya Üniversitesi
WoS ResearcherID:
Scopus Author ID:
ORCID: 0000-0002-1664-0921

Üye
Dr. Öğr. Mustafa Çağrı GÜRBÜZ
Harran Üniversitesi
WoS ResearcherID: A-7438-2018
Scopus Author ID:
ORCID: 0000-0003-1851-2672

# ÖNSÖZ

Bu çalışma matematiğin temel konularından olan cebir konusunun üzerine odaklanmıştır. Ortaokuldaki cebir konusunda kullanılan çoklu temsil türleri ile yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin bu temsil türleri arasındaki geçişlerde neler yaptıklarına dair açıklamalar bulunmaktadır. Doktora eğitimim boyunca bana rehberlik eden, bilgilerini ve tecrübelerini paylaşan, akademik yeterliliğin yanında insani olarak da her daim yanımda olduğunu hissettiren değerli hocam ve danışmanım Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN'e teşekkür ederim. Akademik hayatım boyunca her daim yanımda olan ve yardımlarını benden esirgemeyen sevgili aileme teşekkür ederim.

Gökhan YAĞIZ

# ÖZET


| | |
|---|---|
| Yazar Adı ve Soyadı | Gökhan YAĞIZ |
| Üniversite | Bursa Uludağ Üniversitesi |
| Enstitü | Eğitim Bilimleri Enstitüsü |
| Ana Bilim Dalı | Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı |
| Bilim Dalı | Matematik Eğitimi Bilim Dalı |
| Tezin Niteliği | Doktora Tezi |
| Sayfa Sayısı | XVII + 281 |
| Mezuniyet Tarihi | 24/06/2025 |
| Tez Danışmanı | Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN |


## YEDİNCİ VE SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİR KONUSUNDAKİ ÇOKLU TEMSİLLER ARASI GEÇİŞ BECERİLERİNİN İNCELENMESİ


Bu çalışma yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arası geçiş becerilerini incelemek amacıyla yapılmıştır. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden öğretim deneyi yöntemi kullanılmıştır. Çalışma Bursa'da bir devlet okulunda yedinci ve sekizinci sınıfa giden 20'şer öğrenci olmak üzere toplam 40 öğrenci ile yapılmıştır. Çalışmada araştırmacı tarafından hazırlanan 'Temsiller Arası Geçiş Testleri (TAGT-1 ve TAGT-2)' kullanılmıştır. Her iki TAGT testinde de 4 ana problem ve her problemin diğer üç temsil türüne geçişine uygun olacak şekilde 3 alt sorusu bulunmaktadır. Çalışma TAGT-1 testi, çoklu temsiller öğretimi ve TAGT-2 testi olmak üzere üç aşamada yapılmıştır. Çoklu temsillerin öğretimi sırasında çalışma kâğıtları kullanılmıştır. Kullanılan çalışma kâğıtları sırasıyla sözel ifadeler, cebirsel ifadeler, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme çalışma kâğıtları şeklindedir. Öğretim sırasında aynı zamanda sınıf içerisinde ses kayıtları da yapılmıştır. TAGT-1 ve TAGT-2 testleri ile çalışma kâğıtlarından elde edilen veriler betimsel analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Betimsel analizinin sonucunda TAGT-1 testi ile TAGT-2 testinin doğru cevap sayıları karşılaştırıldığında her iki sınıf düzeyinde de doğru cevap sayılarında artışların olduğu görülmüştür. Çoklu temsil türleriyle ilgili yapılan altı haftalık öğretim yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsil türleri arasındaki geçiş becerilerine katkı sağlamıştır. Ayrıca çoklu temsil türleriyle ilgili yapılan öğretimden sonra sekizinci sınıf öğrencilerinin yedinci sınıf öğrencilerine göre geçiş becerilerinde daha fazla gelişme olmuştur. Çoklu temsillerle ilgili bundan sonraki çalışmalar için; farklı sınıf düzeylerinde, farklı büyüklükteki çalışma gruplarıyla, farklı çoklu temsil türleriyle, matematik derslerinde çoklu temsillerin öğretiminde teknolojinin kullanımı gibi çalışmaların yapılması önerilmektedir.



***Anahtar Kelimeler:*** cebir, çoklu temsil, öğretim deneyi, sekizinci sınıf, yedinci sınıf

# ABSTRACT


| | |
|---|---|
| Name and Surname | Gökhan YAĞIZ |
| University | Bursa Uludag University |
| Institution | Institute of Educational Sciences |
| Field | Department of Mathematics and Science Education |
| Branch | Science of Mathematics Education |
| Degree Awarded | PhD Thesis |
| Page Number | XVII + 281 |
| Degree Date | 24/06/2025 |
| Supervisor(s) | Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN |


## INVESTIGATION OF SEVENTH AND EIGHTH GRADE STUDENTS' MULTIPLE REPRESENTATIONS TRANSITION SKILLS IN ALGEBRA


This study was conducted to examine the transition skills between multiple representations of seventh and eighth grade students. Teaching experiment method, one of the qualitative research methods, was used in the study. The study was conducted with a total of 40 students, 20 students each in the seventh and eighth grades at a public school in Bursa. In the study, 'Transition Between Representations Tests (TAGT-1 and TAGT-2)' prepared by the researcher were used. In both TAGT tests, there are 4 main problems and 3 sub-questions in accordance with the transition of each problem to the other three representation types. The study was conducted in three stages: TAGT-1 test, multiple representations instruction and TAGT-2 test. Worksheets were used during the teaching of multiple representations. The worksheets used were verbal expressions, algebraic expressions, tabular representation and graphical representation worksheets, respectively. Audio recordings were also made in the classroom during the instruction. The data obtained from TAGT-1 and TAGT-2 tests and worksheets were analysed by descriptive analysis method. As a result of the descriptive analysis, when the number of correct answers of TAGT-1 test and TAGT-2 test were compared, it was seen that there were increases in the number of correct answers at both grade levels. The six-week instruction on multiple representation types contributed to the transition skills between multiple representation types of seventh and eighth grade students. In addition, after the instruction on multiple representation types, eighth grade students' transition skills improved more than seventh grade students. For future studies on multiple representations, it is recommended to conduct studies at different grade levels, with study groups of different sizes, with different types of multiple representations, and the use of technology in teaching multiple representations in mathematics lessons.



***Keywords:*** algebra, eighth grade, multiple representation, seventh grade, teaching experiment

## TEŞEKKÜR

Doktora tezimin bu aşamaya gelmesinde desteklerini benden eksik etmeyen birçok değerli kişiye teşekkürlerimi sunmak istiyorum. Öncelikle bu süreç boyunca yanımda olan ve desteklerini benden eksik etmeyen sevgili aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Bu çalışmanın bilimsel rehberliğinde, bilgi ve deneyimleriyle bana yol gösteren ve bu aşamaya gelmemi sağlayan değerli hocam Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN'e en içten teşekkürlerimi sunarım. Onun desteği ve yönlendirmeleri tezimin oluşmasında önemli rol oynamıştır. Kendisine şükranlarımı sunarım.

Ayrıca tez jürimde yer alarak bu heyecanlı süreci benimle paylaşan ve kıymetli vakitlerini ayırıp değerli görüşleriyle tezimin oluşmasına katkı sağlayan Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ, Doç. Dr. Fatma KAZANOĞLU, Doç. Dr. Nuray ÇALIŞKAN DEDEOĞLU ve Dr. Öğr. Üyesi Mustafa Çağrı GÜRBÜZ Hocalarıma da çok teşekkür ederim.

Son olarak, "Yedinci ve Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Çoklu Temsiller Arası Geçiş Becerilerinin İncelenmesi" başlıklı tezimin hazırlanmasında katkı sağlayan tüm arkadaşlarıma, aileme ve akademik çevreme teşekkür ederim.

Gökhan Yağız

## İÇİNDEKİLER

*Sayfa*

**BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK** ..... **i**
**TEZ YAZIM KILAVUZUNA UYGUNLUK** ..... **ii**
**JÜRİ ONAY SAYFASI** ..... **iv**
**ÖNSÖZ** ..... **v**
**ÖZET** ..... **vi**
**ABSTRACT** ..... **vii**
**TEŞEKKÜR** ..... **viii**
**İÇİNDEKİLER** ..... **ix**
**TABLOLAR LİSTESİ** ..... **xiii**
**ŞEKİLLER LİSTESİ** ..... **xiv**
**KISALTMALAR** ..... **xvii**

**1. BÖLÜM**
**GİRİŞ**

1.1. Problem Durumu ..... 1
1.2. Araştırmanın Amacı ..... 12
1.3. Araştırmanın Önemi ..... 12
1.4. Araştırmanın Problemi ..... 14
1.4.1 Araştırmanın Alt Problemleri ..... 14
1.5. Araştırmanın Varsayımları ..... 14
1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları ..... 15
1.7. Tanımlar ..... 15

**2. BÖLÜM**
**KAVRAMSAL ÇERÇEVE**

2.1. Temsilin Tanımı ..... 16
2.2. Temsille Gösterebilme Süreci ve Çoklu Temsiller ..... 18
2.3. Çoklu Temsillerin İşlevleri ..... 21
2.3.1. Tamamlayıcı Özellikler ..... 22
2.3.2. Anlamlandırmayı Sağlama ..... 24
2.3.3. Derinlemesine Anlamayı Sağlama ..... 25
2.4. Çoklu Temsil Türleri ..... 26
2.4.1. Lesh, Post ve Behr'e Temsil Türleri ..... 26

2.4.2. Janvier'e Göre Temsil Türleri ..... 28
2.4.3. Bruner'e Göre Temsil Türleri ..... 29
2.4.4. Nakahara'ya Göre Temsil Türleri ..... 31
2.4.5. Dış temsiller ve İç Temsiller ..... 33
2.4.5.1. Dış Temsiller ..... 33
2.4.5.2. İç Temsiller ..... 34
2.4.6. Sembolik ve Görsel Temsiller ..... 36
2.4.7. Girdi - Çıktı Temsilleri ..... 38
2.5. Ortaokulda Cebir Öğretiminde Kullanılan Çoklu Temsil Türleri ..... 39
2.6. Çalışmada İncelenen Çoklu Temsil Türleri ..... 41
2.6.1. Sözel İfade Yazma ..... 41
2.6.2. Cebirsel İfade Yazma ..... 42
2.6.3. Tablo ile Gösterme (Tablo Oluşturma) ..... 42
2.6.3.1. Tabloların Özellikleri ..... 42
2.6.4. Grafik ile Gösterme (Grafik Çizme) ..... 43
2.6.4.1 Grafiklerin özellikleri ..... 43
2.7. Çoklu Temsillerle İlgili Yapılan Çalışmalar ..... 44
2.7.1. Yurt İçinde Yapılan Çalışmalar ..... 44
2.7.2. Yurt Dışında Yapılan Çalışmalar ..... 50

**3. BÖLÜM**

**YÖNTEM**

3.1. Araştırmanın Modeli ..... 56
3.1.1. Öğretim Deneyi ..... 56
3.2. Çalışma Grubu ..... 58
3.3. Yedinci ve Sekizinci Sınıf Matematik Ders Kitaplarındaki Çoklu Temsiller ..... 59
3.3.1 Yedinci Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Çoklu Temsiller ..... 59
3.3.2. Sekizinci Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Çoklu Temsiller ..... 64
3.4. Verileri Toplama Araçları ..... 68
3.5. Verilerin Toplanması ve Çözümlenmesi ..... 70

**4. BÖLÜM**

**BULGULAR VE YORUM**

4.1. TAGT-1 Testi ile İlgili Bulgular ..... 75
4.1.1 Yedinci Sınıf Öğrencilerinin TAGT-1 Testi Sonuçları ..... 75
4.1.2. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin TAGT-1 Testi Sonuçları ..... 83

4.1.3. Sınıf Seviyesine Göre TAGT-1 Testindeki Sonuçların Karşılaştırılması ..... 90
4.2. Ders Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular ..... 93
4.2.1. Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Ders Etkinliğinden Elde Edilen Bulgular ..... 93
4.2.1.1. Yedinci Sınıf Öğrencileriyle Yapılan Konu Anlatım Etkinlikleri ..... 93
4.2.1.2. Yedinci Sınıf Öğrencileriyle Yapılan Çalışma Kâğıtları Etkinlikleri ..... 104
4.2.2. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Ders Etkinliğinden Elde Edilen Bulgular ..... 145
4.2.2.1. Sekizinci Sınıf Öğrencileriyle Yapılan Konu Anlatım Etkinlikleri ..... 145
4.2.2.2. Sekizinci Sınıf Öğrencileri İle Yapılan Çalışma Kâğıtları Etkinlikleri ..... 155
4.3. TAGT-2 Testi İle İlgili Bulgular ..... 193
4.3.1. Yedinci Sınıf Öğrencilerinin TAGT-2 Testi Sonuçları ..... 193
4.3.2. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin TAGT-2 Testi Sonuçları ..... 201
4.3.3. Sınıf Seviyesine Göre TAGT-2 Testindeki Sonuçlarının Karşılaştırılması ..... 209
4.4. TAGT-1 ile TAGT-2 Testlerinin Sonuçlarının Karşılaştırılması ..... 212
4.4.1. Yedinci Sınıfların TAGT-1 Ve TAGT-2 Sonuçlarının Karşılaştırılması ..... 212
4.4.2. Sekizinci Sınıfların TAGT-1 Ve TAGT-2 Sonuçlarının Karşılaştırılması ..... 216

**5. BÖLÜM**

**SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER**

5.1. Tartışma ve Sonuç ..... 222
5.1.1. Birinci alt problemle ilgili sonuçlar ..... 223
5.1.2. İkinci alt problemle ilgili sonuçlar ..... 224
5.1.3. Üçüncü alt problemle ilgili sonuçlar ..... 226
5.1.4. Dördüncü ve beşinci alt problemlerle ilgili sonuçlar ..... 227
5.1.5. Altıncı alt problemle ilgili sonuçlar ..... 229
5.1.6. Yedinci alt problemle ilgili sonuçlar ..... 230
5.1.7. Sekizinci alt problemle ilgili sonuçlar ..... 233
5.1.8. TAGT-1 ve TAGT-2 sonuçlarının karşılaştırılması ..... 235
5.2. Öneriler ..... 237
**KAYNAKÇA ..... 239**
**EKLER ..... 256**
EK 1: Etik Kurul İzni ..... 257
EK 2: Kurum İzni ..... 258
EK 3: VERİ Toplama Araçları İzinleri ..... 259
EK 4: Ders Planları ..... 260
EK 5: Veri Toplama Araçları ..... 263

EK 5.1. TAGT Testleri ..... 263
EK 5.1.1. TAGT-1 TESTİ (Temsiller Arası Geçiş Testi - 1) ..... 263
EK 5.1.2. TAGT-2 TESTİ (Temsiller Arası Geçiş Testi - 2) ..... 265
EK 5.2. Çalışma Kâğıtları ..... 267
EK 5.2.1. Çalışma Kâğıdı - 1 (Sözel İfadeler) ..... 267
EK 5.2.2. Çalışma Kâğıdı - 2 (Cebirsel İfadeler) ..... 268
EK 5.2.3. Çalışma Kâğıdı - 3 (Tablo ile Gösterim) ..... 269
EK 5.2.4. Çalışma Kâğıdı - 4 (Grafik ile Gösterim) ..... 271
EK 5.3. TAGT Testleri İçin Alınan Uzman Görüşleri Rubrikleri ..... 273
EK 5.3.1. TAGT-1 Testi İçin Hazırlanan Rubrik ..... 273
EK 5.3.2. TAGT-2 Testi İçin Hazırlanan Rubrik ..... 277
**ÖZGEÇMİŞ ..... 281**

# TABLOLAR LİSTESİ

*Tablo* *Sayfa*


1 Öğrenciler sayılarının sınıf düzeylerine ve çalışma türlerine göre dağılımı ..... 58
2 Yedinci sınıf matematik ders kitabındaki çoklu temsil türlerinin dağılımları ..... 60
3 Sekizinci sınıf matematik ders kitabındaki çoklu temsil türlerinin dağılımları ..... 64
4 Veri toplama araçlarının araştırmanın problemlerindeki karşılıkları ..... 69
5 Araştırmanın süreçleri ve bu süreçlerin açıklamaları ..... 70
6 Öğrencilerin sorulara verdikleri cevap türlerinin kodları ..... 73
7 Yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testine verdikleri cevapların dağılımı ..... 75
8 Sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testine verdikleri cevapların dağılımı ..... 83
9 Yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testine verdikleri cevapların dağılımı ..... 194
10 Sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testine verdikleri cevapların dağılımı ..... 202
11 Yedinci sınıfların TAGT-1 ve TAGT-2 sonuçlarının karşılaştırılması ..... 212
12 Sekizinci sınıfların TAGT-1 ve TAGT-2 sonuçlarının karşılaştırılması ..... 217

# ŞEKİLLER LİSTESİ

*Şekil* *Sayfa*


1 Çoklu temsillerin işlevsel taksonomisi (Ainsworth, 1999) ..... 22
2 Lesh ve diğerlerinin (1987) çoklu temsil modeli (Aktaran: Çıkla Akkuş, 2004) ..... 27
3 Janvier'in (1987) çoklu temsil modeli (Aktaran: Çıkla Akkuş, 2004) ..... 29
4 Nakahara'nın (2008) çoklu temsil modeli ..... 31
5 İç-dış temsillerin etkileşimi (Pape ve Tchoshanov, 2001, Akt. Çıkla Akkuş, 2004) ..... 35
6 'y=2x+1' cebirsel ifadesinin grafik ile gösterimi ..... 38
7 Ortaokul matematik dersinde kullanılan bazı temsil biçimleri (MEB, 2009) ..... 40
8 Cebir konusu ile ilgili çoklu temsil uygulama örnekleri ..... 41
9 Yedinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 120'deki 'Etkinlik' ..... 61
10 Yedinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 121'deki 'Birlikte Çözelim 1' ..... 62
11 Yedinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 123'teki 'Birlikte Çözelim 3' ..... 62
12 Yedinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 126'daki 'Etkinlik' ..... 63
13 Yedinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 127'deki 'Birlikte Çözelim 3' ..... 63
14 Sekizinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 119'daki 'Birlik Yapalım 1' ..... 65
15 Sekizinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 120'deki 'Birlikte Yapalım 3' ..... 66
16 Sekizinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 121'deki 'Sıra Sizde 1' ..... 66
17 Sekizinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 122'deki 'Sıra Sizde 4' ..... 67
18 Sekizinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 122'deki 'Sıra Sizde 5a' ..... 67
19 Sekizinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 127'deki 'Birlikte Yapalım 2' ..... 68
20 Yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 sonuçları ..... 77
21 Y20'nin TAGT-1 testindeki birinci problemle ilgili cevapları ..... 79
22 Y18'in TAGT-1 testindeki ikinci problemle ilgili cevapları ..... 80
23 Y8'in TAGT-1 testindeki üçüncü problemle ilgili cevapları ..... 81
24 Y13'ün TAGT-1 testindeki dördüncü problemle ilgili cevapları ..... 82
25 Sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 sonuçları ..... 85
26 S4'ün TAGT-1 testindeki birinci problemle ilgili cevapları ..... 87
27 S17'nin TAGT-1 testindeki ikinci problemle ilgili cevapları ..... 88
28 S1'in TAGT-1 testindeki üçüncü problemle ilgili cevapları ..... 89
29 S19'un TAGT-1 testindeki dördüncü problemle ilgili cevapları ..... 90
30 TAGT-1 testinin sonuçlarının karşılaştırılması ..... 91
31 Y9'un konu anlatım etkinliğinin 'A' bölümündeki örneğe ait cevapları ..... 101
32 Y12'nin konu anlatım etkinliğinin 'B' bölümündeki örneğe ait cevapları ..... 102
33 Y5'in konu anlatım etkinliğinin 'C' bölümündeki örneğe ait cevapları ..... 103
34 Y4'ün konu anlatım etkinliğinin 'D' bölümündeki örneğe ait cevapları ..... 103
35 Y20'in sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci soruya ait cevapları ..... 112

36 Y13'ün sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci soruya ait cevapları ..... 113
37 Y10'un sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya ait cevapları ..... 114
38 Y1'in sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya ait cevapları ..... 115
39 Y20'nin cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci soruya ait cevapları ..... 123
40 Y4'ün cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci soruya ait cevapları ..... 124
41 Y13'ün cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya ait cevapları ..... 124
42 Y9'un cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya ait cevapları ..... 125
43 Y6'in tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci soruya ait cevapları ..... 134
44 Y2'nin tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci soruya ait cevapları ..... 135
45 Y7'nin tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya ait cevapları ..... 135
46 Y5'in tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya ait cevapları ..... 136
47 Y15'in grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci soruya ait cevapları ..... 143
48 Y6'in grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci soruya ait cevapları ..... 144
49 Y8'in grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya ait cevapları ..... 144
50 Y2'nin grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya ait cevapları ..... 145
51 S3'ün konu anlatım etkinliğinin 'A' bölümündeki örneğe ait cevapları ..... 153
52 S12'nin konu anlatım etkinliğinin 'B' bölümündeki örneğe ait cevapları ..... 154
53 S19'un konu anlatım etkinliğinin 'C' bölümündeki örneğe ait cevapları ..... 154
54 S10'un konu anlatım etkinliğinin 'D' bölümündeki örneğe ait cevapları ..... 155
55 S13'ün sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci soruya ait cevapları ..... 162
56 S16'nın sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci soruya ait cevapları ..... 162
57 S5'in sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya ait cevapları ..... 163
58 S17'nin sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya ait cevapları ..... 164
59 S11'in cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci soruya ait cevapları ..... 172
60 S20'nin cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci soruya ait cevapları ..... 173
61 S1'in cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya ait cevapları ..... 173
62 S5'in cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya ait cevapları ..... 174
63 S14'ün tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci soruya ait cevapları ..... 181
64 S10'un tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci soruya ait cevapları ..... 182
65 S3'ün tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya ait cevapları ..... 182
66 S19'un tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya ait cevapları ..... 183
67 S16'nın grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci soruya ait cevapları ..... 190
68 S13'ün grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci soruya ait cevapları ..... 191
69 S5'in grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya ait cevapları ..... 192
70 S12'nin grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya ait cevapları ..... 193
71 Yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 sonuçları ..... 196
72 Y3'ün TAGT-2 testindeki birinci problemle ilgili cevapları ..... 198
73 Y5'in TAGT-2 testindeki ikinci problemle ilgili cevapları ..... 199
74 Y17'nin TAGT-2 testindeki üçüncü problemle ilgili cevapları ..... 200
75 Y9'nin TAGT-2 testindeki dördüncü problemle ilgili cevapları ..... 201

76 Sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 sonuçları ..... 204
77 S7'nin TAGT-2 testindeki birinci problemle ilgili cevapları ..... 206
78 S3'ün TAGT-2 testindeki ikinci problemle ilgili cevapları ..... 207
79 S14'ün TAGT-2 testindeki üçüncü problemle ilgili cevapları ..... 208
80 S13'ün TAGT-2 testindeki dördüncü problemle ilgili cevapları ..... 209
81 TAGT-2 testinin sonuçlarının karşılaştırılması ..... 210
82 Yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT testlerindeki doğru sayıları ..... 216
83 Sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT testlerindeki doğru sayıları ..... 220

## KISALTMALAR

| | |
|---|---|
| Akt. | : Aktaran |
| Bkz. | : Bakınız |
| Çev. | : Çeviren |
| Ed. | : Editör |
| MEB | : Milli Eğitim Bakanlığı |
| NCTM | : National Council of Teachers of Mathematics |
| TAGT | : Temsiller Arası Geçiş Testi |
| TDK | : Türk Dil Kurumu |
| Tds | : Toplam Doğru Sayısı |

# 1. BÖLÜM
# GİRİŞ

## 1.1. Problem Durumu

İnsanlar küçük yaşlardan itibaren başlayarak yaşamları boyunca sürekli matematikle karşı karşıya gelmektedirler. Bu karşılaşmalar okulda olabileceği gibi günlük hayatta da olabilmektedir. Yani matematik sadece okulda değildir; evde, sokakta, iş yerinde, kısacası günlük yaşamın her yerinde her zaman karşımıza çıkmaktadır. İnsanlar okulda dört işlem yapma, denklem çözme, olasılık hesaplama gibi durumlarla; günlük hayatta ise alışverişlerde, kalan yolu ve süreyi hesaplamada, maaşa gelen zam miktarını hesaplama ve benzeri gibi çeşitli durumlarla karşılaşmaktadırlar. İnsanların günlük hayatta matematikle sürekli karşılaşması, günlük yaşamları için matematiğin önemli bir yere sahip olduğunu göstermektedir. Toluk (2003) matematiği; aritmetik, cebir, olasılık ve geometri gibi farklı alanlara arılan bir bilim olarak ifade etmiştir. Matematik, genel olarak ifade edilirse günlük yaşantımızı anlamlandırmamızı sağlayan, içerisinde sayı, şekil, işlem gibi çeşitli ifadeler bulunduran bir bilimdir.

Matematik kendi içerisinde de çeşitli alanlara ayrılmaktadır. Ortaokul düzeyindeki matematikte sayılar ve işlemler, cebir, ölçme ve geometri, veri işleme ve olasılık gibi alanlar bulunmaktadır. Bu alanların içinde cebir alanı önemli yer tutmaktadır. Diğer alanlara göre cebir alanı daha soyut ifadelerden oluşmaktadır. Cebir konusu, matematiğin soyut konularından birisidir ve öğrencilerin zorlandığı konuların başında gelmektedir (Kitt ve Leitze, 1992). Cebir, soyut ve anlaşılması zor bir konu olması gibi nedenlerden dolayı birçok araştırmacının dikkatini çekmiş ve araştırmacılar tarafından cebir alanı üzerine çeşitli yaş düzeyleri ve çalışma gruplarıyla araştırmalar yapılmıştır. Yapılan araştırmalarda cebir çeşitli şekillerde tanımlanmıştır. Türk Dil Kurumu'na [TDK] (2023) göre cebir, artı ve eksi gerçek sayılarla, bunların yerini tutan harfler yardımıyla nicelikler arasında genel bağlantılar kuran matematiğin bir kolu olarak tanımlanmıştır. Kieran'a (1992) göre cebir genel sayı ilişkilerini belirten denklem ve fonksiyon gibi konuları sembolleştiren matematiğin bir alanıdır ve harfler sadece sayıları ve nicelikleri temsil etmeyip sembollerle işlemler yapabilmemizi sağlayan ifadeler olarak tanımlamıştır. Usiskin (1997) cebiri; içinde değişkeni (bilinmeyen), formülü, örüntüsü, yer tutucuları ve bağıntılar içeren beş temel bileşenden oluşan matematiğin bir dili olarak tanımlamıştır. Vance'a (1998) göre ise cebir kısaca genelleştirilmiş aritmetik olarak ifade edilmiştir. Dede ve Argün'e (2003) göre cebir bir dildir, derstir, problem çözme ve cebirsel düşünme aracıdır. Bu tanıma göre cebirin günlük hayatta birçok alanda karşımıza çıkabilecek

problemleri daha kolay çözebilmemiz ve soyut düşünme becerimizi geliştirebilmemiz için gerekli olduğu söylenebilir. Tabach ve Friedlander (2003) cebiri, aritmetiğin sembolik hali olarak ifade etmişlerdir. Altun (2005) göre cebiri, soyutlama yapabilme gücü olarak ifade etmiş ve soyutlama ya da soyut düşünme becerisi iyi olmayan öğrencilerin cebir konusunda zorlandıklarını belirtmiştir. Cebir, sayı ile semboller arasındaki ilişkiler ve bu ilişkileri denkleme dönüştüren matematiğin bir koludur (Özarslan, 2010). Kaya ve Keşan (2014) tarafından yapılan tanıma göre cebir; cebirsel düşünme ve muhakeme becerisinin bir ön koşulu olup, günlük hayatta insanların karşılarına çıkabilecek güçlüklere çözüm yolu bulmasını da sağlayan bir araçtır. Sayılara, sembollere, bilinmeyenlere anlam yükleyen, onları organize ederek aritmetikten soyut kavramlara geçişi sağlayan cebir, matematiksel bir dildir (Kaya, 2015). Araştırmacıların cebire yüklediği tanımların farklı şekillerde olduğu görülmüştür. Bazı araştırmacılar cebiri içinde değişken, sembol, denklem, harfli ifade bulunan matematiğin bir alt alanı olarak tanımlamıştır (Kieran,1992; Özarslan, 2010; Usiskin, 1997). Bazıları soyut düşünme becerisini geliştiren matematiğin bir alt alanı olarak ifade etmişlerdir (Altun, 2005; Kaya ve Keşan, 2014; Tabach ve Friedlander, 2003; Vance, 1998). Araştırmacıların bir kısmı ise cebiri, matematiği kullanma dili olarak ifade etmiştir (Dede ve Argün, 2003; Kitt ve Leitze, 1992). Genel bir ifade ile cebir, sayı ve semboller aracılığıyla belirli ilişkileri incelemeyi ve bu ilişkileri genelleştirilmiş ifadelere dönüştürmeyi içeren ve içinde değişken, denklem, harfli ifade gibi birçok kavramını barındıran matematiksel bir dil ve matematiğin bir alanı olarak tanımlanabilir. Cebir, yaşamın her yerinde karşımıza çıkmakta ve bunu insanlara hissettirmektedir (Williams, 1997). Bu ifadeye göre günlük yaşantımız için cebirin ne kadar önemli olduğunu ve öğrencilere öğretilmesinin gerektiği vurgulanmıştır. Dolayısıyla cebir konusunun hem National Council of Teachers of Mathematics'in [NCTM] (2000) matematik öğrenme programında hem de Milli Eğitim Bakanlığı (2018) matematik dersi müfredatında yerini almasını sağlamıştır. NCTM'nin (2000) ilköğretim 5-8. Sınıfların matematik öğrenme programına göre cebirsel kavramlar ve yöntemleri içermelidir. Programa göre öğrenciler;

A. Eşitlik, ifade ve değer ifadelerini anlayabilmeli,

B. Tablolar, grafikler, sözel kurallar ve eşitliklerle sayı örüntülerini gösterebilmeli ve ilişkileri belirleyebilmeli,

C. Tablo ve grafikleri analiz ederek, aralarındaki ilişkileri tanımlayabilmeli,

D. Doğrusal eşitlikleri çözerken somut, resmi ve gayri resmi yöntemleri kullanabilmeli

E. Faklı yaşam durumlarındaki matematiksel problemleri çözerken cebirsel yöntemleri işe koşabilmelidir.

MEB'in 2018 yılında hazırlanan matematik müfredatına göre ise cebir konusu ilk olarak altıncı sınıf matematik dersi müfredatında yer almış ve sınıf seviyesi ilerledikçe daha müfredatta fazla yer verilmiştir. Cebir öğrenme alanındaki kazanımlar sınıf seviye sırasına göre şu şekilde ele alınmıştır:

*6. sınıf cebir öğrenme alanıyla ilgili kazanımlar:*

1. Sözel bir ifadeye uygun cebirsel ifade ve cebirsel ifadeye uygun sözel bir ifade yazar.

2. Cebirsel ifadenin değerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.

3. Basit cebirsel ifadenin anlamını açıklar.

*7. sınıf cebir öğrenme alanıyla ilgili kazanımlar:*

1. Cebirsel ifadelerle ilgili toplama ve çıkarma işlemi yapar.

2. Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar

3. Sayı örüntülerinin kuralını harflerle ifade eder ve kuralı verilen örüntünün istenilen adımını bulur.

4. Eşitliğin korunum ilkesini anlar.

5. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri kurar ve kurulan denklemi çözer.

6. Birinci derecen bir bilinmeyenli denklem içeren problemleri çözer.

*8. sınıf cebir öğrenme alanıyla ilgili kazanımlar:*

1. Basit cebirsel ifadeleri açıklar.

2. Cebirsel ifadelerin çarpımını yapar.

3. Özdeşlikleri modellerle açıklar.

4. Cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırır.

5. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.

6. Koordinat sistemini tanır ve sıralı ikilileri gösterir.

7. Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenin nasıl değiştiğini tablo ve denklem ile ifade eder.

8. Doğrusal denklemlerin grafiğini çizer.

9. Doğrusal ilişki içeren gerçek hayat durumlarına ait denklem, tablo ve grafiği oluşturur ve yorumlar.

10. Doğrunun eğimini modellerle açıklar, doğrusal denklemleri ve grafikleri eğimle ilişkilendirir.

11. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik içeren günlük hayat durumlarına uygun matematik cümleleri yazar.

12. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösterir.

13. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri çözer.

Cebir öğrenme alanındaki kazanımlara göre altıncı sınıf öğrencilerinden sayı örüntülerinde istenilen adımları bulmaları, verilen cebirsel ifadeleri anlamlandırmaları istenmektedir. Yedinci sınıfta cebir konusu cebirsel ifadeler ile eşitlik ve denklem olarak iki alt öğrenme alanına ayrılmıştır. Yedinci sınıf öğrencilerinden cebirsel ifadelerde toplama, çıkarma işlemlerini yapmalarını, eşitlik kavramını anlamaları ve birinci dereceden bir bilinmeyenleri denklemleri çözmeleri beklenmektedir. Sekizinci sınıfta cebir öğrenme alanı, altıncı ve yedinci sınıfa göre daha fazla yer tutmaktadır. Sekizinci sınıf öğrencilerinden cebirsel ifadeleri ve özdeşlikleri anlamaları, cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırabilmeleri, doğrusal ilişkileri anlamaları ve bir bilinmeyenli eşitsizlikleri çözebilmeleri istenmektedir (MEB, 2018).

Hem NTCM'nin (2000) matematik eğitim programında hem de MEB (2018) matematik dersi müfredatında görüldüğü gibi cebir konusu farklı sınıf düzeyinde farklı şekilde ele alınmıştır. Kazanılması beklenen beceriler her ne kadar ayrıntılı olarak yazılmış olsa da bütün öğrenciler aynı seviyede soyut düşünme becerisine sahip değildirler. Soyut düşünme becerisi iyi olmayan öğrencilerin cebir konusunda zorlanmalarına ve çeşitli hataların yapılmasına neden olmaktadır. Öğrencilerin cebir konusunda yaşadıkları zorluklar birçok araştırmacının dikkatini çekmiş ve cebir konusu ile ilgili çeşitli araştırmaların yapılmasına yol açmıştır. Araştırmalar farklı sınıf düzeylerinde, çeşitli büyüklükteki gruplarla ve farklı zamanlarda yapılmıştır. Yapılan araştırmalardan bazılarını şunlardır:

MacGregor ve Stacey (1997) tarafından yapılan çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin basit cebirsel ifadeleri nasıl kavrayabildiklerini ve cebirsel ifadelerde yaptıkları hataların neler olduklarını belirlenmeye çalışılmıştır. Çalışma sırasında öğrenciler sekiz haftalık bir süreç boyunca gözlemlenmiş ve öğrencilerde mülakatlar yapılmıştır. Çalışma sonunda öğrencilerin cebirsel ifadelerde harfli ifadeleri kullanmak yerine kutu, üçgen, çiçek gibi somut varlıklara benzeterek anlamlandırmaya çalıştıkları gözlemlenmiştir.

Dede, Yalın ve Argün (2002) çalışmasında değişken kavramının önemi üzerinde durulmuştur. Değişken kavramının, ileri matematiksel kavramların öğrenilmesi için önemli olduğu vurgulanmıştır. Bu amaç doğrultusunda sekizinci sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğreniminde yaptıkları hatalar incelenmiştir. Çalışma grubu olarak 2001-2002 eğitim-öğretim yılında Ankara'da bulunan özel bir dershanede sekizinci sınıfa giden öğrenciler seçilmiştir. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından hazırlanan 26 adet açık uçlu soru ve yarı yapılandırılmış mülakat kullanılmıştır. Araştırmanın sonunda öğrencilerin cebirdeki temel kavram durumundaki değişkenin ne olduğu ve nasıl kullanılacağını kavrayamadıkları ortaya çıkarılmıştır. Ayrıca sekizinci sınıf öğrencilerinin değişken kavramıyla ilgili işlem yapmada da yetersiz oldukları görülmüştür.

Van Amerom (2003) erken yaştaki öğrencilerin cebir öğreniminde özellikle de denklem çözme konusunda zorlandıklarını ifade etmiş ve dolayısıyla çalışmasında aritmetikten cebire doğru bir geçiş yapmıştır. Çalışmaya beşinci, altıncı ve yedinci sınıfa giden öğrenciler katılmıştır. Çalışmada Streefland'ın çalışmasındaki öğrencilerin kendi ürettikleri materyaller model alınmış ve çalışma için öğrencilerin informal (aritmetik) denklem çözmeyi sağlayan prototip bir cebir öncesi öğrenme dizisi tasarlanmıştır. Denklemleri manipüle etmek için gerekli beceri ve araçlar sağlanmış, ayrıca öğrencilerin uygun cebirsel dil, notasyonlar ve muhakemelerinin geliştirilmesi teşvik edilmiştir. Çalışma iki aşamada yapılmıştır. İlk aşamada beşinci ve altıncı sınıfa giden 30 öğrenci ile çeşitli materyaller ile denklemler informal olarak çözülmüştür. İkinci aşamada ise ilk aşamada üretilen materyaller altıncı ve yedinci sınıf öğrencileri tarafından denklem çözme sürecinde denenmiştir. Çalışmada ayrıca sembolleştirme ve muhakeme becerilerine de odaklanılmıştır. Çalışmanın sonunda altıncı ve yedinci sınıf öğrencilerinin denklem çözmede genel olarak zorlandıklarını, sembolleştirme ve muhakeme etmenin birbirinden bağımsız yetenekler olarak geliştiği tespit etmiştir.

Öner (2009) yedinci sınıf öğrencileriyle cebir öğrenme alanının içine yer alan denklemler alt öğrenme alanın öğretimiyle ilgili bir çalışma yapmıştır. Çalışmada ön test-son test kontrol gruplu deneme modeli kullanılmıştır. Çalışmaya katılımcı olarak İzmir'in Buca ilçesindeki bir devlet okulunda yedinci sınıfa giden 56 öğrenci seçilmiştir. 56 öğrencinin 28'i deney, 28'i kontrol grubu olarak ikiye ayrılmıştır. Deney grubundaki öğrencilere cebir öğretiminde "Teknoloji Destekli Öğretim" yöntemi, kontrol grubundaki öğrencilere ise "Geleneksel Öğretim" yöntemi uygulanmıştır. Çalışmada veri toplama aracı olarak öğrencilerin cebirsel bilgi düzeylerini incelemek amacıyla Cebir (Denklemler) Başarı Testi ile öğrencilerin matematik dersine yönelik tutumlarını incelemek için de Matematik Tutum Ölçeği kullanılmıştır. Araştırma sonucunda, Teknoloji Destekli Öğretim yönteminin, cebirin alt öğrenme alanı olan denklemlerde öğrencilerin başarı seviyelerini arttırdığı tespit edilmiştir. Ek olarak deney ve kontrol grubu öğrencilerinin matematiğe yönelik tutumları arasında anlamlı bir farkın olmadığı fakat kontrol grubu öğrencilerinin matematiğe yönelik tutumlarında olumlu yönde bir artışın olduğu gözlemlenmiştir.

Özarslan'ın (2010) çalışmasında yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri denklem kurma yoluyla çözebilme becerilerini incelenmiştir. Bu amaç doğrultusuna çalışma grubuna Adana'nın Yüreğir ilçesindeki bir devlet okulunda yedinci sınıfa giden 364 öğrenci seçilmiştir. Çalışmada veri toplama aracı olarak araştırmacının hazırladığı ''Cebirsel Sözel Problem Testi'' uygulanmıştır. Veri toplama araçlarından elde edile verilerin analiz sonuçlarına göre öğrencilerin cebirsel sözel problemlerde denklem kurma ve kurdukları denklemi çözme

başarılarının düşük olduğu tespit edilmiştir. Ek olarak öğrencilerinin probleme uygun denklem kurarken ve çözerken bazı hata türlerini yaptıkları görülmüştür.

Akkan, Baki ve Çakıroğlu'nun (2012) yaptığı çalışmada beşinci, altıncı, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş boyunca problem çözme süreçlerindeki farklılaşmaları değişim ve gelişim açısından incelenip karşılaştırılmıştır. Çalışmada gelişimci araştırma yöntemi uygulanmıştır. Çalışmaya katılımcı olarak Trabzon ilinde bir devlet okulunda öğrenim göre 24 öğrenci seçilmiştir. Veri toplama aracı olarak literatürdeki örnekler incelenerek hazırlanan aritmetik-sözel ve cebirsel-simgesel problemler kullanılmıştır. Veri toplama araçlarından elde edilen veriler aritmetik, cebir-öncesi ve cebirle ilgili özellikler şeklinde gruplandırılmıştır. Çalışmanın sonunda öğrencilerin farklı sınıf düzeylerinde olsalar bile cebirsel problemleri çözmek için cebirsel çözüm yolunu kullanmak yerine aritmetiksel çözüm yolunu kullandıkları görülmüştür.

Kinach (2014) tarafından yapılan çalışmada cebirsel düşünmenin temeli olarak genelleme üzerinde durulmuş. Çalışmada öğretmenlere cebirsel muhakeme ve anlamlı sembol kullanımını geliştirmek için genelleme problemlerini nasıl kullanabileceklerini gösterilmiş ve cebire giriş için genelleme durumları ortaya koyulmuştur.

Çelikkol (2016) çalışmasında yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel problemleri çözme başarılarına matematiksel modellemenin etkisini belirlemeyi amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda çalışmaya katılımcı olarak Ankara'nın Polatlı ilçesindeki bir devlet okulunda yedinci sınıfa giden 15 öğrenci seçilmiştir. Çalışmasını eylem araştırması olarak yürütmüş ve bir eylem planı hazırlamıştır. Çalışmasında hem nitel hem de nicel yöntemler birlikte kullanılmıştır. Araştırmada veri toplama araçları olarak nitel boyutunda araştırmacının günlüğü ve gözlemleri, öğrencilerin günlükleri ve yarı yapılandırılmış görüşmeler kullanılmış; nicel boyutunda ise Ön Test- Son Test olarak bir Başarı Testi uygulanmıştır. Çalışmanın sonunda nitel verilere göre öğrencilerin matematiksel yeterlikleri, sözel kavrama ve genel bilgi yeterlikleri bazında bir ilerleme gösterebildiği, nicel verilere göre ise matematiksel modelleme etkinliklerinin cebirsel sözel problem çözme başarısına olumlu yönde katkılarının olduğu tespit edilmiştir.

Lee, Collins ve Melton (2016) tarafından erken çocukluk dönemindeki çocuklarla cebirin nasıl görüldüğü, ne anlama geldiği üzerinde bir çalışma yapılmıştır. Çalışmada küçük yaşlardaki çocukların cebirsel akıl yürütmelerini geliştirmek için matematik problemlerini çözerken belli kalıplardan ve yapılardan yararlanılmasının önemi vurgulanmış. Çalışmanın sonunda öğretmenlere, küçük yaştaki çocukların cebirsel muhakemesini destekleyecek şekilde derslerini ve etkinliklerini planlamaları önerilmiştir.

Çakmak Gürel ve Okur'un (2017) çalışmasında ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirin içinde yer alan eşitlik ve denklem alt öğrenme alanına yönelik kavram yanılgıları belirlenmeye çalışılmıştır. Çalışma grubu, Doğu Anadolu bölgesinde bir devlet okulunda yedinci sınıfa giden 113 öğrenci, sekizinci sınıfa giden 41 öğrenci ile oluşturulmuştur. Çalışmada eşitlik ve denklem konusu dikkate alınarak hazırlanan 10 sorudan oluşan bilgi testi, veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Veri toplama aracından elde edilen veriler betimsel analiz yöntemine göre analiz edilmiş ve öğrencilerin yaptıkları çözümler doğru, yanlış, boş ve kavram yanılgısı olarak dört kategoride incelenmiştir. Yapılan çalışmanın sonucunda yedinci sınıf öğrencilerinin, sekizincin sınıf öğrencilerine göre daha fazla kavram yanılgılarına sahip oldukları ortaya çıkmıştır. Ortaya çıkan kavram yanılgılarının nedeni olarak yedinci sınıf öğrencilerinin, sekizinci sınıf öğrencileri kadar soyut düşünme becerilerinin yeterince gelişmediği ifade edilmiştir.

Alsaeed (2017) çalışmasında ortaokul öğretmenlerinin, öğrencilerin cebir öğrenmelerini geliştirmek için interneti kullanma konusundaki farkındalıklarının boyutunu belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışmaya Amerika Birleşik Devletleri'nde (ABD) görev yapan öğretmenler katılmıştır. Verileri toplamak ve analiz etmek için nitel bir yaklaşım kullanılmıştır. Ortaokul öğretmenlerinin sınıflarında internet kullanımı hakkında en doğru bilgileri toplamak için bu çalışmaya katılan öğretmenlerle derinlemesine görüşme yapılmış ve öğretmenlere anket uygulanmıştır. Araştırmanın sonunda, ortaokul öğretmenlerinin öğrencilere cebir öğretiminde internetin, öğretme işlevinden ziyade başka amaçlar için kullanıldığı ortaya çıkarılmıştır.

Kızıltoprak ve Köse'nin (2017) yaptığı çalışmada beşinci sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş sürecindeki ilişkisel düşünme becerileri incelenmiştir. Çalışma grubuna Eskişehir ilinde bir devlet okulunda beşinci sınıfa giden 6 öğrenci seçilmiştir. Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden biri olan öğretim deneyi kullanılmıştır. Araştırma verileri öğrencilerle yapılan klinik görüşmeler ve öğretim bölümleri aracılığıyla toplanmıştır. Çalışmanın sonunda beşinci sınıf öğrencilerinin ilişkisel düşünme becerilerinin geliştiğini görülmüştür. Ayrıcı temel aritmetik kavramların gelişimi ile ilişkisel düşünme arasında bir etkileşim olduğu ve eşittir (=) işaretini sadece sonuç bulmayı sağlamadığı, işlemler ve ifadeler arasında ilişki kurmayı sağlayan bir sembol olarak algıladıkları ifade edilmiştir.

Dikkartın Övez ve Çınar'ın (2018) çalışmasında sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel bilgileri, cebirsel düşünme seviyeleri ve problem kurabilme becerileri araştırılmıştır. Çalışma, Bursa'da bir devlet okulunda sekizinci sınıfa giden 200 öğrenci gerçekleştirilmiştir. Çalışma tarama modeli ile yapılmıştır. Tarama modeline göre hazırlanan 'Problem Kurma Testi ve Cebirsel Düşünme Düzeyi Belirleme Ölçeği' veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Ayrıca

öğrencilerin cebir bilgilerinin kurdukları problemlere yansımasını tespit edebilmek için rubrik kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin yüzde on sekizinin problem kurmada matematiksel sembol ve formül bilgilerini doğru bir şekilde tanımladıkları, yüzde elli beşinin problemleri kurarken günlük yaşamdan örneklere başvurduğu, yüzde on dördünün ise problemler kurarken duruma uygun doğru bir yargılama gerçekleştirebildiği tespit edilmiştir.

Taban ve Cadorna (2018) tarafından yapılan çalışmada sekizinci, dokuzuncu ve onuncu sınıf öğrencilerinin 'yapı algısı (structure sense)' belirlenmeye çalışılmıştır. Çalışma Filipinler'de bir devlet okulunda sekizinci, dokuzuncu ve onuncu sınıfa giden öğrencilerle yapılmıştır. Çalışmada öğrencilerin cebirdeki yapı algısını belirlemek için parantez açma, ifadeleri sadeleştirme, dağılım, doğrusal denklem çözme, çarpanlara ayırma, rasyonel denklem çözme, cebirsel ifadeleri değerlendirme, rasyonel ifadeler, formül türetme ve köklü denklem çözme konularını içeren 10 maddelik cebir problemleri testi kullanılmıştır. Araştırmanın sonunda yeterli bilgi ve beceriye sahip olan öğrencilerin çalışmalarını başarılı bir şekilde gerçekleştirdiği, yeterli bilgi ve beceriye sahip olmayan öğrencilerin ise cebir problemleri testini cevaplamakta zorlandıkları görülmüştür.

Yağız (2019) çalışmasında sekizinci sınıfa giden öğrencilerin cebirsel problemlerin çözümündeki hataları incelemiştir. Çalışmasını Bursa'daki bir devlet okulunda sekizinci sınıfa giden 200 öğrenci ile yapmıştır. Çalışmasında veri toplama aracı olarak cebirsel problemleri kapsayan 8 adet açık uçlu sorudan oluşan problem testi kullanmıştır. Veri toplama araçlarından elde edilen verilerin analizine göre öğrencilerin denklem kurma ve kurdukları denklemleri çözme başarılarının düşük olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin problem durumuna uygun denklemi kurarken ve çözerken; değişkeni yazmama, eşitliği yazmama, eksik işlem yapma gibi çeşitli hata türlerini yaptıkları ortaya çıkarılmıştır.

Alegre, Moliner, Maroto ve Lorenzo-Valentin (2019) tarafından ortaokul yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileriyle cebirde akran eğitiminin akademik faydaları üzerine bir çalışma yapılmıştır. Çalışmaya yedinci sınıfa giden 245 öğrenci ve sekizinci sınıfa giden 135 öğrenci olmak üzere toplam 380 öğrenci katılmıştır. Çalışma kontrol gruplu desen olarak yapılmış ön test son test kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda deney grubundaki öğrencilerin %87'sinden fazlası notlarını yükselttiği görülmüştür. Ek olarak, cebir öğretiminde akran eğitiminin ortaokul öğrencilerine faydalı olabileceği belirtilmiştir.

Gürbüz (2021) tarafından yapılan çalışmada ortaokul öğrencilerinin cebirsel kavramları soyutlama süreçleri incelenmiştir. Öğrencilerin soyutlama süreçlerini incelemek için RBC+C teorisinden ve Tahmini Öğrenme Yörüngelerinden (TÖY) yararlanılmıştır. Çalışma iki aşamada yapılmıştır. Birinci aşamada öğrencilerin soyutlama süreçlerini inceleyebilmek için

tasarım tabanlı araştırma modelinden, ikinci aşamada ise tasarımın uygulanabilirliği ve eksiklikleri görebilmek için durum çalışmasından yararlanılmıştır. Çalışma Bursa'da bir devlet okulunda altıncı sınıfa giden öğrencilerle yapılmıştır. Aynı öğrencilerle yedinci sınıfta da çalışılmaya devam edilmiştir. Veri toplama aracı olarak doküman, gözlem, görüşme kullanılmıştır. Gözlem ve görüşme verileri içerik analizine göre, öğrenme yörüngeleri ise geçmişe dönük olarak analiz edilmiştir. Çalışmanın sonunda, uygulama öncesinde öğrencilerin düşünme yolları daha sınırlıyken, uygulama sonrasında farklı düşünme yollarına sahip oldukları tespit edilmiştir. Ayrıca başlangıçta sözel ya da aritmetik ifadeleri, cebirsel ifadelere dönüştürebildikleri gözlemlenmiştir.

Cantimer (2022) çalışmasında, sekizinci sınıf öğrencileri ile cebirsel ifade, denklem ve özdeşliklere yönelik kavram imajlarını incelemiştir. Öğrencilerin cebirsel ifade, denklem ve özdeşliklere yönelik kavram imajları ve bu kavramlarla ilgili açıklamalar ile uygulama sorularına verdikleri cevapların tutarlılığını araştırmıştır. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması uygulanmıştır. Çalışma grubuna Sakarya ilindeki bir devlet okulunda sekizinci sınıfa giden 36 öğrenci katılmıştır. Veri toplama aracı olarak Kavram Bilgi Formu (KBF) ve bu kavramlara yönelik Uygulama Formu kullanılmıştır. Kavram Bilgi Formu 4 adet açık uçlu sorudan, Uygulama Formu ise 2 adet sorudan oluşturulmuştur. Formlar öğrencilere uygulandıktan sonra elde edilen verilerle kodlar ile temalar oluşturulmuş ve oluşturulan bu kodlar ile temalar yorumlanmıştır. Çalışmanın sonunda öğrencilerin genel olarak cebirsel ifade, denklem ve özdeşlikler gibi kavramları sözel olarak tanımlamada zorlandıkları tespit edilmiştir. Bu kavramları sözel olarak ifade etme yerine matematiksel işlemler üzerinde ifade etmeyi tercih ettikleri görülmüştür.

Rachmawati, Sah ve Hasanah (2023) tarafından yapılan çalışmada sekizinci sınıf öğrencilerinin Newman aşamasına dayalı cebirsel işlem hikâyesi problemlerini çözerken öğrencilerin yaptığı hata formu ile cebirsel formda işlem problemlerini çözerken hata yapan öğrencilere verilen iskele formu açıklanmıştır. Çalışmada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır Bu çalışmaya Endonezya'da bir ortaokulda sekizinci sınıfa giden üç öğrenci katılmıştır. Çalışmanın sonunda sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel problemleri doğru okuyamadıkları, problemlerde nelerin ifade edildiğini tam olarak anlamadıkları, doğru modellemelerin yapılamadığı görülmüştür. Dolasıyla cebirsel problemleri doğru bir şekilde çözemedikleri ortaya koyulmuştur. Çalışmanın sonuçlarına göre öğrencilere cebirsel problemler hakkında daha fazla düşünmeye yönlendiren sorular verilmesi ve öğrencilerin motive edilmesi önerilmiştir.

Akıncan ve Tekin (2023) çalışmasında ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadelerdeki çarpma işlemini modelleme becerilerini ve modelleme düzeylerini tespit etmeyi amaçlamıştır. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden olgubilim deseni uygulanmıştır. Çalışmaya bir devlet okulunda ortaokul yedinci sınıfa giden 30 öğrenci katılmıştır. Çalışmada veri toplama aracı olarak başarı testi ve yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır. Cebirsel ifadelerde çarpma işlemini modelleme becerilerini belirleyebilmek için beş tane açık uçlu sorudan oluşan başarı testi hazırlanmıştır. Başarı testi hazırlanıp uygulandıktan sonra düzeyleri farklı olduğu varsayılan 6 öğrenciye de yarı yapılandırılmış görüşme formu uygulanmıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin farklı düzeylerde olduğu görülmüştür. Cebir öğretimi ile ilgili müfredat planlamalarına katkı sağlayacağı ifade edilmiştir.

Duman ve Karpuzcu (2024) tarafından çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin eşitlik ve denklem konusunu öğrenmeden önce informel matematiksel çözüm stratejileri belirlenlenmeye çalışılmıştır. Çalışma 2022-2023 eğitim ööğretim yılında bir ortaokuldaki yedinci sınıf giden 94 öğrenciyle yapılmıştır. Çalışmada durum çalışması yöntemi uygulanmıştır. Veri toplama aracı olarak dokuz sorudan oluşan açık uçlu bir test kullanılmıştır. Veri toplama araçlarından elde edilen bulgulara göre yedinci sınıf öğrencilerinin denklemler ile cebirsel ifadeler arasındaki farkı henüz ayıramadıkları tespit edilmiştir. Öğrenciler informel çözümler yaparken genellikle aritmetik ve semantik yöntemlerle ‘değişkeni’ bulmaya çalışmışlar. Öğrencilerin çözümlerdeki hatalarının kaynağı aritmetik temelli olduğu belirlenmiştir. Sonuç olarak yedinci sınıf öğrencilerine denklem konusu öğretilmeden önce sınıflarda informel olarak eşitliğin ilişkisel anlamından bahsedilmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Stemele ve Jina Asvat (2024) tarafından yapılan çalışmada Güney Afrikalı öğrencilerin hem yerel hem de uluslararası alanda matematikteki performansları araştırılmıştır. Çalışmada 9. sınıf öğrencileri arasındaki cebirsel ifade hatalarını ve yanlış anlamaları araştırmak ve cebirsel fayansları içeren bir müdahalenin öğrencilerin test sonrası sonuçları üzerindeki etkisinin değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Çalışmada cebirsel ifadeleri öğretmek için cebirsel fayansların kullanılmasının etkinliğini araştırmak üzere karma yöntemli bir çalışma yürütülmüştür. Çalışma dokuzuncu sınıfa giden yirmi iki öğrenciyle yapılmıştır. Cebir fayanslarını kullanarak elde edilen bulgulara göre dokuzuncu sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadelerle ilgili uygulanan testlerde performanslarında iyileşmelerinin görüldüğü tespit edilmiştir. Çalışmanın sonunda öğrencilerin cebir konusunda hataları ve yanlış anlamaları cebir fayanslarını kullanarak başarıyla düzelttiğini ve katılımcılar arasında genel performansta %18'lik bir artışla sonuçlandığı görülmüştür.

Cebirle ilgili hem yurt içinde hem de yurt dışında birçok araştırma yapıldığı görülmektedir. Araştırmacılar çalışmalarında esas konu cebir olsa da cebir konusunu farklı yönlerden incelemişlerdir. Araştırmaların bazılarında, öğrencilerin cebir konusundaki kavram eksikleri ve cebirsel işlemlerde yapılan hatalar üzerinde yoğunlaştıkları görülmüştür (Cantimer, 2022; Çakmak Gürel ve Okur, 2017; Dede, Yalın ve Argün, 2002; MacGregor ve Stacey, 1997; Özarslan, 2010; Rachmawati, Sah ve Hasanah, 2023; Stemele ve Jina Asvat, 2024; Taban ve Cadorna, 2018; Yağız, 2019). Kimi araştırmalarda ise cebirin alt alanları olan denklem, fonksiyon gibi konulara (Öneri, 2009) ya da modellemeye (Akıncan ve Tekin, 2023; Çelikkol, 2016; Duman ve Karpuzcu, 2024) odaklanılmıştır. Bazı araştırmalar ise, cebirsel düşünme üzerine yapılmıştır (Dikkartın Övez ve Çınar, 2018; Kinach, 2014). Cebir soyut bir kavram olduğu için bazı araştırmacıların çalışmalarında öğrencilerinin aritmetiksel düşünme becerilerinden cebirsel düşünme becerilerine geçişlerinin incelendiği de görülmüştür (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012; Gürbüz, 2021; Kızıltoprak ve Köse, 2017; Van Amerom, 2003). Cebir konusunun nasıl öğretilmesi ve öğretirken neler yapılması gerektiği üzerine yapılan çalışmalar da bulunmaktadır (Alegre, Moliner, Maroto ve Lorenzo-Valentin, 2019; Alsaeed, 2017; Lee, Collins ve Melton, 2016).

Yapılan çalışmalar göz önüne alındığında cebirin, insanların karşısına sadece matematik dersinde değil küçük yaşlardan itibaren günlük hayatlarının her alanında karşılaştıkları söylenebilir. Bu durum cebirin önemini arttırmış ve cebirle ilgili çeşitli araştırmaların yapılmasına neden olmuştur. Matematikte problemlerin çözümlerinde olduğu gibi farklı bilimlerdeki ve günlük yaşamdaki problemlerin çözümünde de cebirden yararlanılmaktadır (Dede, Yalın ve Argün, 2002). Cebir, önemli olduğu kadar soyut bir kavramdır. Dolayısıyla cebirin soyut bir kavram olması genel olarak insanlar için zor ya da anlaşılmaz bir konu olarak görülmektedir (Dede, 2004). Cebiri anlayabilmek ve cebirsel işlemleri yapabilmek için soyut düşünme becerisinin gelişmiş olması gerekir. Fakat her insanın soyut düşünme becerisi aynı seviyede gelişmiş değildir. Kimi insanların soyut düşünme becerisi ileri seviyedeyken, kimi insanların soyut düşünme becerileri o kadar iyi olmayabilir. Bu durum özellikle ortaokul seviyesindeki öğrencilerde açıkça görülmektedir. Ortaokul seviyesindeki öğrenciler somut düşünmeden soyut düşünmeye geçiş aşamasındadırlar. MEB (2018) matematik müfredatına göre cebir konusu tam da bu dönemde öğrencilerin karşısına çıkmaya başlamaktadır. Özellikle altıncı sınıftaki öğrencilerin cebir konusunu daha önce görmedikleri için x, y gibi harfi ifadeleri anlamlandırmakta zorlanmaktadır (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012). Öğrenciler tarafından cebir gibi soyut konuların anlaşılabilmesi için araç-gereçlerle ya da temsiller yardımıyla daha somut bir şekilde öğretilmesi gerekmektedir (Kızıltoprak ve Köse,

2017). Soyut konuların öğretiminde kullanılan temsiller, öğrencilerin konuları zihinlerinde daha iyi anlamlandırmasını sağladığı yapılan araştırmalar sonucunda görülmüştür (Moseley ve Brenner, 1997; Sezgin, 2019). Sonuç olarak matematikteki soyut konulardan biri olan cebir konusunun öğretimi sürecinde öğretim materyalleri ile somut nesnelerin kullanılmasının yanı sıra çeşitli temsil türlerinden de yararlanılması öğrencilerin cebir kavramlarını anlama ve ilişkilendirmelerinde de önemli rolü bulunmaktadır (Çıkla Akkuş, 2004; Duval, 2006; Gürbüz, 2019).

### 1.2. Araştırmanın Amacı

2018 yılında Milli Eğitim Bakanlığı tarafından hazırlanan Matematik Eğitim Programı'ndaki matematik eğitiminin genel amaçlarında; "Öğrenci, kavramları farklı temsil biçimleri ile ifade edebilecektir" şeklinde bir açıklama bulunmaktadır (MEB, 2018). Hazırlanan matematik dersi öğretim programına göre öğrencilerin temsil türlerini kullanabilme becerilerin önemli olduğu vurgulanmıştır. Aynı programda "kavramların farklı temsil biçimlerinin ve bunlar arasındaki ilişkilerin görülmesini mümkün kılan ve öğrencilerin matematiksel ilişkileri keşfetmelerine olanak sağlayan bilgi ve iletişim teknolojilerinden faydalanılması" biçiminde bir ifade daha yer almaktadır. Bu ifadeye göre öğrencilerin temsil türlerin kullanabilme becerilerinin yanı sıra temsiller arası geçiş yapabilme becerilerinin de geliştirilmesinin üzerinde durulmuştur. Çünkü çoklu temsiller matematiksel bilgilerin anlamlandırılmasında önemli rol oynamaktadır. Özellikle cebir gibi soyut konuların daha somut hale getirilmesini sağlamaktadır. Çalışma kapsamında 2018 yılındaki ortaokul matematik dersi müfredatı temel alınarak dış temsil türlerinden sözel ifade, cebirsel ifade, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme temsil türleri ele alınmıştır. Ele alınan temsil türleri üzerinden yedinci sınıf ve sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir konusundaki çoklu temsiller arası geçiş becerilerinin incelenmesi amaçlanmıştır.

### 1.3. Araştırmanın Önemi

Cebir, her ne kadar matematiğin bir alanı olsa da farklı bilimlerde ve günlük hayatta da insanların karşısına çıkmaktadır. Hatta insanlar cebirle küçük yaşlarda tanışmaya başlar ve insanları yaşamları boyunca cebirle sürekli karşılaştıkları söylenebilir. İnsanların günlük yaşamda sürekli cebirle karşılaşma durumunda olması cebirin ne derece önemli bir alan olduğunu göstermektedir. Cebir, matematiğin önemli bir alanı olmasının yanında soyut bir kavram olduğu için öğrenilmesi zor ya da anlaşılmaz bir konu olarak da kabul edilmektedir (Yenilmez ve Teke, 2008). Cebiri anlamak ve cebirsel ifadelerle işlem yapabilmek için

insanların soyut düşünebilme becerilerinin olması gerekir. Fakat her insanın soyut düşünme becerisi aynı düzeyde değildir. Soyut düşünme becerisi iyi olan bireyin cebiri anlaması ve cebirsel ifadelerle işlem yapabilmesi daha iyi daha kolay olurken, soyut düşünme becerisi iyi olmayan bireyin cebiri anlaması ve cebirsel ifadelerle işlem yapabilmesi daha zor olmaktadır (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012). Özellikle ortaokul öğrencileri somut düşünmeden soyut düşünmeye geçiş döneminde olduklarından cebir konusunda zorlandıkları yapılan çalışmalarda görülmüştür (Kinach, 2014; Kızıltoprak ve Köse, 2017). Geçiş dönemindeki öğrencilerin cebiri anlamalarını ve cebirsel ifadelerle işlem yapabilmelerini sağlayabilmek için soyut olan cebir konusunun daha somut hale getirilmelidir. Cebiri daha somut hale getirebilmek için genellikle matematik derslerinde çeşitli temsiller kullanılmaktadır (Çıkla Akkuş, 2004). Temsillerin, cebirin anlaşılmasını daha kolay hale getirdiği yapılan çalışmalarda görülmektedir (Sevimli, 2009; Wu, 2004). Dolayısıyla cebir konusu anlatılırken temsil türlerine daha fazla yer verilmesi gerekmektedir. Öğrencilerin cebiri anlamaları için tek bir temsil türü ile öğretilmesi yeterli olmayabilir, dolayısıyla öğrencilere birden fazla temsil türünün öğretilmesi gerekebilir. Bu durum MEB (2018) matematik öğretim programın özel amaçları arasında 'Kavramları farklı temsil biçimleri ile ifade edebilecektir' şeklinde açıklanmıştır. Temsil türlerinin tek başına öğretilmesinin yerine temsiller arası geçiş becerilerinin de öğretilmesi öğrencilerin cebiri daha iyi anlamlandırmalarını, cebirsel işlemleri daha iyi yapabilmelerine yardımcı olmaktadır (Garofalo ve Trinter, 2009). 2018 yılındaki Matematik Öğretim Programı'na göre hazırlanan ortaokul yedinci sınıf ve sekizinci sınıf matematik ders kitaplarında cebir konusunun öğretiminde bazı çoklu temsillere (sözel ifade, cebirsel ifade, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme) yer verilmiştir. Bu çalışmada da ortaokul yedinci sınıf ve sekizinci sınıf matematik ders kitaplarında yer alan çoklu temsil türleri ele alınmıştır. Çoklu temsillerin cebir öğretiminde önemli bir role sahip olması birçok araştırmacının dikkatini çekmiş ve çoklu temsillerle ilgili çeşitli araştırmaların yapılmasına yol açmıştır. Literatür incelendiğinde yapılan çalışmalarda çoklu temsillerin; öğretim yöntemi olarak kullanıldığı (Castro, Morcillo ve Castro, 1999, Kaya ve Keşan, 2017; Sezgin, 2019), problem çözme becerisine etkisinin araştırıldığı (İpek ve Okumuş, 2012), ders kitapları üzerine incelemelerin yapıldığı (İncikabı, 2017) araştırmalar görülmüştür. Çoklu temsiller arası geçiş becerilerinin incelendiği araştırmaların ise az olduğu görülmüştür (Gürbüz ve Şahin, 2015; Tavşan, 2020). Yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir konusunda çoklu temsiller arası geçiş becerilerinin birlikte incelendiği araştırmaya ise rastlanmamıştır. Bu çalışmada hem yedinci sınıf hem de sekizinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arası geçiş becerileri birlikte incelenmiştir. Ayrıca çalışmada yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arası geçiş becerileri de karşılaştırılmış. Dolayısıyla bu

çalışmanın, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin hem cebir konusundaki eksikliklerinin görülebilmesi hem de çoklu temsilleri kullanabilme becerilerinin tespit edebilmesi açısından önemli olduğu söylenebilir.

## 1.4. Araştırmanın Problemi

Yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerine çoklu temsillere yönelik verilen öğretimin, öğrencilerin çoklu temsiller arası geçiş becerilerine katkısı nasıldır?

### 1.4.1 Araştırmanın Alt Problemleri

1- Çoklu temsillerle ilgili öğretim yapılmadan önce yedinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arası geçiş becerileri nasıldır?

2- Çoklu temsillerle ilgili öğretim yapılmadan önce sekizinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arası geçiş becerileri nasıldır?

3- Çoklu temsillerle ilgili öğretim yapılmadan önce yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arası geçiş becerileri arasındaki farklar nelerdir?

4- Yedinci sınıf öğrencilerine çoklu temsillere yönelik yapılan öğretimin, öğrencilerin çoklu temsiller arası geçiş becerilerine katkısı nasıldır?

5- Sekizinci sınıf öğrencilerine çoklu temsillere yönelik yapılan öğretimin, öğrencilerin çoklu temsiller arası geçiş becerilerine katkısı nasıldır?

6- Çoklu temsillerle ilgili öğretim yapıldıktan sonra yedinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arası geçiş becerileri nasıldır?

7- Çoklu temsillerle ilgili öğretim yapıldıktan sonra sekizinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arası geçiş becerileri nasıldır?

8- Çoklu temsillerle ilgili öğretim yapıldıktan sonra yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arası geçiş becerileri arasındaki farklar nelerdir?

## 1.5. Araştırmanın Varsayımları

Yapılan araştırmada aşağıda sıralanan beş varsayım göz önüne alınmıştır;

1- Çalışmaya katılan yedinci sınıf ile sekizinci sınıf öğrencilerinin sıradan ortaokul öğrencilerini temsil ettiği,

2- Çalışmaya katılan öğrencilerin ölçüm araçlarında yer alan maddelere içten ve doğru bir şekilde cevap verdikleri,

3- Veri toplama araçlarının tümü, çalışmaya katılan öğrencilere aynı koşullar altında uygulandığı,

4- Araştırmacıdan kaynaklanması muhtemel farklılıkların, çalışmanın sonuçlarına etkisinin en aza indirmek için önlemler alındığı,

5- Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının hazırlanma sürecinde başvurulan uzman görüşlerinin yeterli ve geçerli olduğu varsayılmıştır.

### 1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları

Yapılan araştırmanın sınırlılıkları aşağıdaki şekilde belirlenmiştir;

1- Araştırma 2022-2023 eğitim-öğretim yılı Bursa ili Osmangazi ilçesinde bulunan bir devlet okulundaki yedinci sınıf öğrencileri ile sekizinci sınıf öğrencilerinden elde edilen verilerle sınırlıdır.

2- Araştırma, 6 ders saati yedinci sınıf öğrencileriyle, 6 ders saati de sekizinci sınıf öğrencileriyle olmak üzere toplamda 12 ders saati ile sınırlıdır.

3- Araştırma nitel bir çalışma olduğundan dolayı, nitel veriler çoklu temsiller arası geçiş becerilerinin detaylı olarak incelendiği katılımcılarla sınırlıdır.

4- Araştırma ortaokul matematik müfredatında yer alan çoklu temsil türleri ve bu temsil türlerinin arasındaki geçiş becerileri ile sınırlıdır.

### 1.7. Tanımlar

Cebir: Değişkenler (harfler, simgeler) yardımıyla nicelikler arasında genel bağlantılar kuran matematiğin bir koludur.

Temsil: Matematikteki kavramları gösterebilmek için kullanılan ifadelerdir.

Çoklu temsil: Matematiğe yönelik kavramların gösterilmesini sağlayan sözel, cebirsel, tablo ya da grafikler gibi temsil türleridir.

Sözel İfade: Matematiksel terimlerin yazılı ya da sözlü açıklamalarıdır.

Cebirsel ifade: İçerisinde x, y, a, b gibi en az bir değişken (bilinmeyen) bulunan ve bu değişkenlerle işlem yapılmasını sağlayan ifadelerdir.

Tablo: Aralarında ilişki bulunan şeylerin (nesne, sayı gibi) düzenlenerek bir arada gösterilmesini sağlayan çizelgelerdir.

Grafik: Bir olayın oluş sürecini ya da birkaç şey arasında karşılaştırma imkânı veren birbiriyle ilişkili çizgilerden oluşan şekillerdir.

# 2. BÖLÜM
# KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde temsilin tanımı, temsil ile gösterebilme süreci, çoklu temsil sınıflandırmaları ve çoklu temsil türleri ile ilgili yapılan araştırmalar yer almaktadır. Tezin kuramsal çerçevesinin inşa edildiği kavramlar ile bu kavramların birbiriyle olan ilişkisi ele alınmakta ve bu teorik yapının neden seçildiği açıklanmaktadır. Öğrencilerin çoklu temsiller arası geçiş becerilerini incelemeden önce temsilin tanımı, temsil ile gösterebilme süreçleri ve çoklu temsil türlerinin açıklanmasının uygun olacağı düşünülmüştür.

## 2.1. Temsilin Tanımı

Matematik eğitimi bağlamında "temsil" denildiğinde çoğu zaman bireylerin zihninde ilk olarak semboller, şekiller ya da sayısal görseller aracılığıyla bir kavramı ifade etme gibi düşünceler oluşur. Örneğin, $\frac{1}{2}$ kesrinin bir çemberin yarısının boyanarak gösterilmesi veya sayı doğrusunda konumlandırılması, temsil türlerinden sadece birkaçını oluşturmaktadır. Ancak bu örnekler, matematikteki temsil kavramının yalnızca görsel boyutunu yansıtmaktadır. Oysa temsil kavramı, birçok araştırmacı tarafından daha geniş ve çok yönlü bir şekilde ele alınmış; sadece şekiller veya sembollerle sınırlı kalmayan çok katmanlı bir yapıya sahip olduğu vurgulanmıştır. Türk Dil Kurumu'na (2023) göre temsil, "birinin ya da bir topluluğun adına davranma" biçiminde tanımlansa da, matematiksel içerikteki anlamı, özellikle eğitim bağlamında çok daha derinlikli bir biçimde ele alınmaktadır.

Ortaokul düzeyinde temsil, öğrencilerin matematiksel kavramları farklı yollarla ifade edebilme, bu kavramları anlamlandırabilme ve kavramlar arası ilişkileri kurabilme sürecine yönelik zihinsel bir süreçtir. Özellikle cebir öğretiminde temsil, bir problemin çözümünde sözlü anlatımlar, sembolik ifadeler, grafikler ya da tablolar aracılığıyla modelleme yapılmasını ifade etmektedir. Bu tür temsiller, öğrencilerin soyut matematiksel kavramları daha kolay anlamalarını, bu kavramlarla ilişkiler kurmalarını ve zihinsel olarak yapılandırmalarını sağladığı için oldukça önemlidir (Booth & Koedinger, 2012; Duval, 2006). Örneğin "x + 4 = 9" biçimindeki cebirsel denklem, sembolik bir temsildir. Aynı ifade, "bir sayı 4 artırıldığında 9 eder" biçiminde sözlü olarak belirtildiğinde sözlü temsile dönüşmektedir. Aynı problemin tablo, grafik veya şekil yoluyla sunulması ise farklı temsil biçimlerinin kullanıldığını gösterir. Bu da matematikteki kavramların çok yönlü anlaşılmasını kolaylaştırır.

Temsillerle ilgili literatürde yer alan tanımlar incelendiğinde, bu kavramın farklı disiplinlerde ve kültürlerde çeşitli biçimlerde yorumlandığı görülmektedir. Kaput (1987),

temsilleri matematiğin dili olarak nitelendirmiş ve soyut matematiksel düşüncelerin, sembollerin ve kavramların gerçek yaşam bağlamlarında somutlaştırılması süreci olarak tanımlamıştır. Schneider (1995) ise temsili; sözcüklerle, tablolarla, grafiklerle ve cebirsel sembollerle matematiksel kavramların sunulmasında kullanılan bir araç olarak açıklamıştır. Benzer şekilde Özgün Koca (1998), temsilleri matematik dilinin bir ifadesi ve bu dilin görünümleri olarak tanımlamıştır. Goldin (2003), temsil kavramını nesnelerin, sembollerin ya da karakterlerin düzenlenmesiyle bir olgunun betimlenmesi ya da ifade edilmesi olarak açıklar. Nakahara (2007), temsilleri sadece semboller ya da şekiller olarak değil, aynı zamanda grafikler, sözel ifadeler, fiziksel materyaller ve öğretim araçlarını da kapsayan geniş bir çerçevede değerlendirmiştir. Bu geniş tanım, temsillerin sadece yazılı ya da görsel değil aynı zamanda fiziksel boyutlara da sahip olabileceğini göstermektedir.

Adu-Gyamfi (2007) ise temsilin yalnızca görselleştirme olmadığını, kavramsal ilişkileri kurmaya yardımcı olan içsel veya dışsal araçları da kapsadığını ileri sürmektedir. Delice ve Sevimli (2010) tarafından yapılan tanımlamada temsillerin, bireylerin duyusal algılarına hitap eden, zihinsel ya da fiziksel olarak oluşturulabilen ve soyut düşünceleri kişisel formlara dönüştüren sistemler olduğu ifade edilmiştir. İzgiol (2014) da temsilleri, matematiksel düşünceleri betimlemeye ve kavramsal anlamaya aracılık eden; grafik, sembol, tablo, şekil, resim, yazılı ve sözlü anlatımlar gibi çeşitli biçimlerde karşımıza çıkan bilişsel araçlar olarak tanımlamaktadır.

Uluslararası literatürde de benzer yaklaşımlar söz konusudur. Cobb (2002) ve Meira (1998), temsillerin öğrencilerin doğrudan kavrayabildikleri bir araç olmadığını, bu araçların ancak yorumlama, ilişkilendirme ve müzakere süreçleri ile anlam kazandığını belirtmişlerdir. Dolayısıyla bir temsil, soyut bir kavramın birebir karşılığı değil, o kavrama ulaşma sürecinde bir köprü işlevi gören zihinsel bir aracı temsil eder. Stern (2002) ise temsilleri, matematiksel düşünmenin ve problem çözme becerisinin gelişiminde temel anahtarlar olarak değerlendirmiştir. Temsiller, bireyin zihninde matematiksel kavramların yapılandırılmasına katkı sunar ve kavramlar arasında bağlantılar kurmasını sağlar.

Greeno ve Hall (1997), temsillerin matematik öğreniminde dört temel işlevi olduğunu belirtmiştir:

a) Matematiksel fikirleri daha somut ve anlaşılır hale getirmeye yarayan araçlardır.

b) Öğrencilerin matematiksel durumların temel özelliklerine odaklanmalarını sağlayarak akıl yürütme becerilerini geliştirmeye yardımcı olur.

c) Öğrencilerin farklı durumların ortak matematiksel özelliklerini fark etmelerini sağlar.

d) Öğrenciler aynı durumun farklı temsil biçimleri arasında ilişki kurabildikleri zaman matematiksel kavramları ve işlemleri kullanabilme ve anlayabilme düzeyleri yükselir.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000), temsilleri öğrencilerin matematiksel durumları anlamasında ve ifade etmesinde hayati bir unsur olarak tanımlamaktadır. NCTM'ye göre temsiller; çizim, grafik, tablo, diyagram gibi görsel araçlarla matematiksel olayları tanımlamayı, vücut dili ya da sözel ifadelerle bu olayların anlamlandırılmasını ve bu süreçlerin diğer öğrenme süreçleriyle bütünleşmesini içerir. Temsil, NCTM'nin süreç standartları içerisinde "problem çözme, akıl yürütme, ispat, bağlantılar ve iletişim" becerileriyle doğrudan ilişkilendirilmiştir. Bu doğrultuda, temsillerle ilgili süreç standartları şu şekilde ifade edilmiştir:

a) Matematiksel düşüncelerin düzenlenmesi, kaydedilmesi ve iletilmesi için temsilleri oluşturma ve kullanma,

b) Matematiksel problemleri çözmek için çoklu temsiller arasından uygun olanını seçme, uygulama ve dönüştürme,

c) Fiziksel, sosyal ve matematiksel olayları modelleme ve yorumlama için temsilleri kullanma.

Benzer şekilde Türkiye'deki Millî Eğitim Bakanlığı tarafından yayımlanan Ortaokul Matematik Öğretim Programı'nda (MEB, 2018), temsil ile gösterebilme becerisi, öğrencilerin kazanmaları gereken temel becerilerden biri olarak tanımlanmıştır. Bu programda temsille gösterebilme, öğrencilerin matematiksel kavramları farklı biçimlerde ifade edebilme yeterliliği olarak ele alınmış ve öğretim sürecinde aktif bir şekilde kullanılmasının önemi vurgulanmıştır.

Sonuç olarak hem ulusal hem uluslararası düzeyde yapılan araştırma ve tanımlar incelendiğinde, temsillerin matematiksel düşünme süreçlerinde vazgeçilmez bir rol oynadığı görülmektedir. Temsiller sadece bir gösterim biçimi değil; öğrencilerin matematiksel kavrayışlarını yapılandırmalarına, kavramlar arasında ilişki kurmalarına ve problem çözme becerilerini geliştirmelerine olanak tanıyan bilişsel araçlardır. Bu nedenle, özellikle cebirsel düşünme gibi soyut alanlarda öğrencilerin farklı temsil biçimlerini kullanabilme ve bu temsiller arasında geçiş yapabilme becerilerinin desteklenmesi büyük önem taşımaktadır (Ainsworth, 2006; Janvier, 1987)

### 2.2. Temsille Gösterebilme Süreci ve Çoklu Temsiller

Temsil edebilme ya da temsil ile gösterebilme, belirli aşamalardan, süreçlerden meydana gelmektedir. Temsil ile gösterebilme süreci ile ilgili yapılan çalışmalarda bu süreçlerin farklı şekillerde ele alındıkları görülmüştür. Örneğin; temsil ile gösterebilme süreci,

Kaput (1987) tarafından '*sembol şemaları*' ve Goldin (2003) tarafından ise '*temsil sistemleri*' ile açıklanmaktadır. Sembol şemaları, kendisinden başka bir şeyi simgeleyebilen veya yerini tutabilen bir yapılandırma süreci, zihinde oluşturulan şemalar yardımıyla gerçekleşebilir (Kaput, 1991). Goldin ve Kaput'un (1996) temsil ile gösterebilme süreci için kullandığı modelde zihinsel ve fiziksel yapıların matematiksel öğrenme ve problem çözme sürecindeki yansımalarına yer verilmiştir. Buna göre iç ve dış düzenlemelerle oluşturulan temsil sistemleri bireyin doğal dil, görsel-uzamsal imge ve sezgisel yaklaşım gibi farklı matematiksel yeterlilikler içerisindedir. Duval (2006) ise temsil ile gösterebilme sürecinde, matematiksel nesneleri somutlaştırmak yerine bu nesneler üzerinde konuşabilmek için kullanılması gerektiğini belirtmiştir ve herhangi bir temsilin, matematiksel nesneyi birebir yansıtmayacağını ifade etmiştir. Dolayısıyla bilişsel anlama için gözlemlenebilir olan temsil türlerine (resim, fiziksel objeler vb. gibi) daha fazla önem verilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Bir matematiksel nesnenin birden fazla temsili mevcuttur ve bu temsiller arasından kurulacak bağlantılar, kavramsal anlama için gereklidir (Panasuk, 2010). Yani temsil etme süreci, bireylerin nesne ile temsil arasında kurdukları farklı ve çoklu ilişkilendirmelerin sonucu olarak ortaya çıkmaktadır. Temsiller, problem çözme süreçlerinde problemleri anlamlandırmayı, analiz etmeyi ve çözüme ulaşmayı sağlayan büyük öneme sahip araçlardır (Preston ve Garner, 2003). Çünkü temsiller, problem çözme süreçlerini kayıt altına almayı ve süreç boyunca yapılanları ifade edebilmeyi sağlar. Böylece insanların düşüncelerini daha açık ifade etmesini, neden sonuç ilişkisi kurmasını ve kendi düşüncesini başka insanlara aktarmasını kolaylaştırır (Woleck, 2001, aktaran: Türer ve Günhan, 2022). Wu (2004) temsilleri, matematiksel kavramları anlamayı, kavramlar arası ilişkiler kurma ve değerlendirme yapmayı sağlayan, birinden diğerine geçiş yapılabilen bir ağ sistemine benzetmiştir. Cleaves (2008), bireylerin matematiksel kavramlar arasında bağlantı kurmayı, resmin bütününü görmeyi ve problemleri farklı yollardan çözümlerinin olduğunu fark etmelerini temsiller yoluyla sağlandığını belirtmiştir. Temsiller problem çözme de önemli bir yere sahiptir, dolayısıyla problem çözme süreçlerinde daha sık kullanılmalıdır (Schultz ve Waters, 2000). Temsil etme süreci araştırmacılar tarafından farklı biçimlerde tanımlandığından dolayı çoklu temsillerin standart bir tanımını yapılamamaktadır. Yapılan çalışmalara bakıldığında, genel olarak çoklu temsil tanımları için şunlar söylenebilir:

a) Bir matematiksel kavrama yönelik farklı bilgi, anlam ve içeriklerin bir arada ilişkilendirilmesini sağlayan araçlardır (Keller ve Hirsch, 1998)

b) Aynı bilgi yapısı için farklı görüntüler oluşturan dışsal matematiksel simgelerdir (Özgün Koca, 2004).

c) Matematiksel nesneleri fiziksel ya da zihinsel olarak ifade edebilmek için kullanılan işaret ve simgelerden oluşan özel bir dildir (Duval, 2006)

d) İmge veya somut nesneler ile bir başka şeyin sembolize edilmesini sağlayan karakteristik düzenlemelerdir (Goldin ve Kaput, 1996).

Tek bir temsili kullanmak, matematiksel nesnenin ya da kavramın yalnızca bazı özelliklerini vurgulayabilir, fakat birden fazla temsili kullanmak matematiksel nesnenin ya da kavramın daha geniş olarak anlamlandırılmasını sağlar (Dreher, Kuntze ve Lerman, 2016; Tripathi, 2008). Matematiksel kavramları çoklu temsillerle öğrenen öğrencilerin, az sayıda temsil türüyle öğrenen öğrencilere göre daha başarılıdır (Kohl ve Finkelstein, 2008). Farklı temsillerin bir arada öğretilmesi, öğrencilerin her temsilin kendine göre avantajından faydalanabileceğini ve kendi ihtiyacına uygun olan temsili seçip problemlerin çözümü için gereken en verimli yapıyı geliştirebileceğini dile getirmiştir (Ainsworth, 1999). Dolayısıyla matematik derslerinde bir kavramın öğrenilmesinde ya da problemlerin çözümlerinde sadece bir temsilin değil birden fazla temsilin bir arada kullanılması gerekebilir. Birden fazla temsil türünün bir arada kullanılması (örneğin; grafikler, tablolar gibi) çoklu temsiller kavramını oluşturur. Çoklu temsiller, herhangi bir matematiksel nesnenin ya da kavramın tablo, grafikler ya da denklemler aracılığıyla anlatılmasını yardımcı olur (Patterson ve Norwood, 2004). Çıkla Akkuş (2004) çoklu temsilleri içinde pek çok temsilin olduğu ve bu temsillerin arasındaki etkileşimin önemli olduğu durum olarak ifade etmiştir. Çoklu temsiller matematiksel ilişkilerin, kavramların ya da kuralların sözel olarak, cebirsel olarak, grafikle ya da tablo ile öğrencilere aktarılması şeklinde ifade edilebilir (Durmuş ve Yaman, 2002). Yılmaz (2011) çoklu temsillerin, aynı matematiksel durumun farklı biçimlerle ifade edip karmaşık kavramlar arasındaki ilişkileri göstermeye ve böylece matematiksel ilişki ve kavramların öğrenilmesini olumlu katkı sağladığını belirtmiştir. Çoklu temsillerin, matematik eğitiminde kullanılmasının öğrencilerin konuları daha iyi anladıklarını ve problem çözme becerilerinin de gelişmesine katkı sağladığı belirtilmiştir (Graham, Pfannkuch ve Thomas,2009; Sert, 2007; Sevimli, 2009; Zachariades, Christou ve Papageorgiu, 2002). Öğretmenlerin, öğretim sürecinde birden fazla temsil kullanması ve süreç boyunca öğrencilerin de aktif olarak bu temsiller arasında bağlantılar oluşturmaya fırsat verilmesi öğrencilerin öğrenmesini teşvik eder (Ainsworth, 2006; Bodemer ve Faust, 2006; Çiçek, 2020; Dreher ve Kuntze, 2015). Temsillerin matematiksel nesnelere ulaşımı sağlaması nedeniyle problem çözme süreçlerinde öğrenciler tarafından da çoklu temsiller oluşturulabilir (Roth ve McGinn, 1998). Öğrenci tarafından oluşturulan bu temsiller, matematik derslerinde öğrencilerin akıl yürütmesi ve düşünmesi hakkında fikir edinmek için kullanılabilir (Mitchell, Charalambous ve Hill, 2014; Stylianou, 2010). Bu yüzden matematik

derslerinde çoklu temsiller öğretim yapılırken öğrencilere şu imkânlar sağlanmalıdır: ilk olarak öğrencilerin çoklu temsilleri kullanabileceği uygun öğrenme ortamı oluşturulmalı ve temsilin kullanılacağı matematiksel nesne iyi tanımlanmalı; ikinci olarak ise öğrencilerin bağlantılar kurmaya ve temsiller arasındaki dönüşümler üzerinde düşünmeye teşvik edilmelidir. Böylece öğrenciler çoklu temsilleri kullanabilme becerileri artması sağlanabilir (Dreher ve Kuntze, 2015; Duval, 2006). Temsil türlerini tek başına kullanabilmek yeterli değildir, önemli olan çoklu temsilleri birbirine bağlayabilmek yani çoklu temsiller arasında geçiş yapabilmektir (Garofalo ve Trinter, 2009; Ural, 2012). Çoklu temsiller arasında geçiş becerisi sadece problemlerin çözümleri için değil, aynı zamanda matematikteki derin bir anlayışın inşası içinde gereklidir (Ainworth, 1999; Goldin ve Shteingold, 2001). Öğrenme sürecinde, temsiller arasında kurulan ilişkilerin arttırılması öğrencilerin zihinlerinde matematiksel kavramlar şekillenerek daha anlamlı hale gelebilir (Amoah ve Laridon, 2004). Dolayısıyla kavramların öğretilmesinde, istenen öğrenme düzeyine ulaşmak için temsiller arasındaki ilişkilerin önemli olduğu söylenebilir. Matematiksel nesne ile temsil türü birbirinden ne kadar farklı olursa öğrencinin, temsiller arası geçiş yapabilmeleri ve matematiksel nesneyi anlamlandırmaları zorlaşacağından temsil türleri arasında geçişler tam olarak yapılamaz (Ainsworth, 2006). Temsil türleri arasında geçişlerin tam olarak yapılamadığı zaman öğrencilerin matematiği kavramsal olarak anlamamış olabilir (Van Der Meij ve De Jong. 2006). Sonuç olarak temsil türleri ile bu temsil türleri arasındaki geçişlerin öğrenilmesi soyut konuların öğrenilmesine yardımcı olmaktadır. Ortaokulda cebir gibi soyut bir konuyu öğrenirken öğrenciler genel olarak zorlanmaktadırlar. Ortaokul öğrencilerinin cebiri daha kolay anlamalarını sağlamak için çeşitli temsil türleri kullanılmaktadır. Ortaokulda cebir öğretiminde kullanılan bu temsil türleri 2018 yılındaki ortaokul matematik müfredatında da yer almıştır. 2018 yılındaki ortaokul matematik müfredatında yer alan temsil türleri; sözel ifade, cebirsel ifade, tablo ile gösterme ve grafik ile göstermedir. Bu temsil türleri aynı zamanda çalışmada incelenen temsil türleridir.

### 2.3. Çoklu Temsillerin İşlevleri

Çoklu temsiller, bireylere farklı kullanım ve düşünceler sağladığı için bir konunun bireyler tarafından anlamlandırılmasına, konunun derinlemesine öğrenmelerine ve bireylerin öğrenilen konu hakkında yorum yapabilmelerini de fırsat vermektedir (Ainsworth, Bibby ve Wood, 1998). Bir konunun derinlemesine öğrenilmesi için öğrencilerin çoklu temsil türlerinin her birini tanımalı, özelliklerini bilmelidir. Ayrıca matematikteki bir konu ile temsil arasındaki ilişkiyi anlamalı ve kullanacağı çoklu temsiller arasındaki ilişkileri bilmelidir. Ainsworth (1999) çoklu temsillerin önemini vurgulamak amacıyla şu soruları sormuştur:

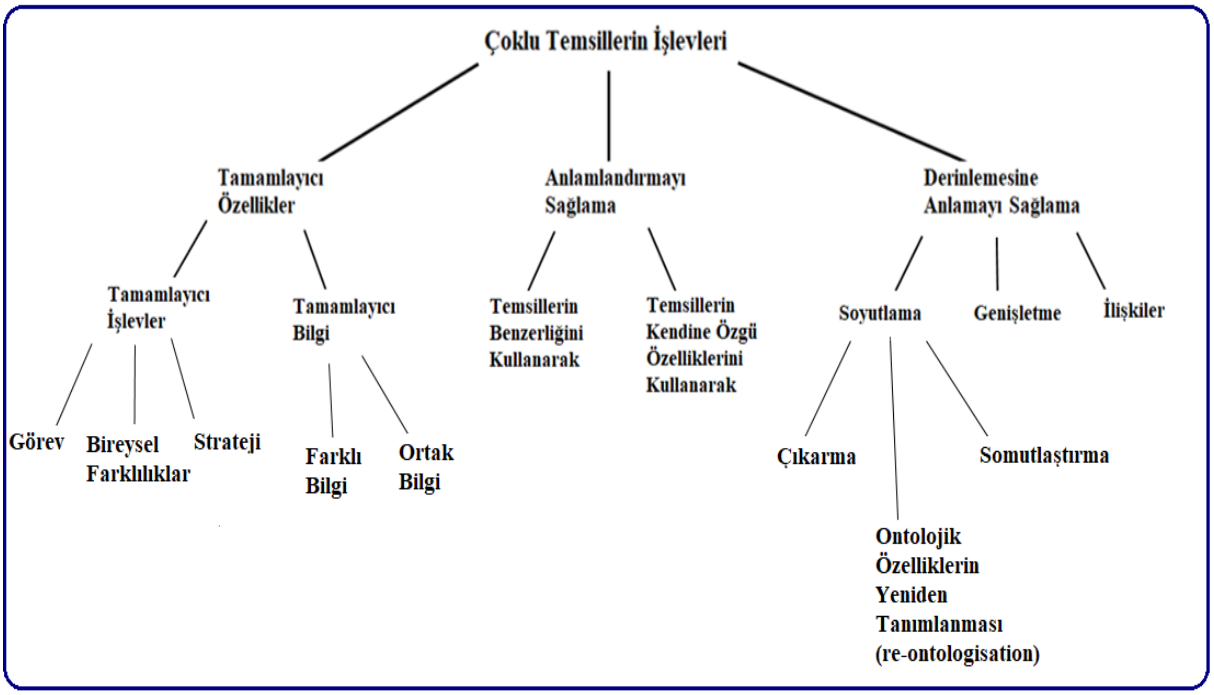
1. Öğrenmeyi en üst düzeye çıkarabilmek için çoklu temsiller arasındaki ilişkiler nasıl oluşturulmalıdır?

2. Çoklu temsillerin matematik öğretimine katkılarının ne aşamada olduğunu belirleyen ölçütler nelerdir?

Ainsworth'un (1999) oluşturduğu bu soruların cevapları Şekil 1'de gösterilen çoklu temsillerin işlevsel taksonomisi ile verilmiştir.

**Şekil 1**

*Çoklu temsillerin işlevsel taksonomisi (Ainsworth, 1999)*




Şekil 1'de çoklu temsillerin işlevsel taksonomisi görülmektedir. Bu taksonomiye göre çoklu temsillerin işlevleri tamamlayıcı özellikler, anlamlandırmayı sağlayan özellikler ve derinlemesine anlamayı sağlayan özellikler olmak üzere üçe ayrılmıştır.

### 2.3.1. Tamamlayıcı Özellikler

Çoklu temsillerin eğitimdeki işlevlerinden biri olan tamamlayıcı özellikler, temel olarak iki ana başlık altında ele alınmaktadır: tamamlayıcı işlevler ve tamamlayıcı bilgiler. Bu sınıflandırma, çoklu temsillerin öğrenme sürecine sağladığı katkıyı daha sistematik biçimde analiz etmeye olanak tanır. Tamamlayıcı işlevler; görev bağlamında kullanım, bireyler arası öğrenme farklılıklarını dikkate alma ve çeşitli öğretim stratejileri geliştirme şeklinde alt başlıklara ayrılırken, tamamlayıcı bilgiler; farklı bilgi sunumu ile ortak bilgi sunumu olarak iki ayrı düzeyde değerlendirilmektedir (Ainsworth, 2006).

Bireyler, doğuştan gelen ya da çevresel etmenlerle şekillenen bilişsel ve fiziksel özellikler bakımından birbirlerinden farklıdır. Bu farklılıklar; öğrenme stillerinde, dikkat sürelerinde, zekâ türlerinde ve akademik yeterliliklerde çeşitliliğe yol açmaktadır. Öğrenciler arasındaki bu bireysel çeşitlilik, öğrenme sürecinde farklı öğretim yöntem ve tekniklerine ihtiyaç duyulmasına neden olmaktadır. Özellikle matematik gibi bilişsel işlem yükünün yüksek olduğu derslerde, bu ihtiyaçların göz önünde bulundurulması öğrenmenin kalitesini doğrudan etkilemektedir (Yılmaz ve Argün, 2018). Bu bağlamda, çoklu temsillerin kullanılması, öğrencilerin farklı algı ve anlayış biçimlerine uygun öğrenme yolları sunarak öğrenmeyi daha etkili hâle getirmektedir.

Çoklu temsillerin öğretim sürecine dâhil edilmesi, öğrencilerin aynı konuyu farklı temsil biçimleriyle karşılaşmalarını sağlar. Bu durum, hem kavramların daha iyi içselleştirilmesini hem de farklı bağlamlarda kullanılabilirliğini artırır. Örneğin; bir matematik kavramının hem sözel ifadelerle hem de şekiller, tablolar veya grafiklerle sunulması, öğrencinin bu kavrama ilişkin çok yönlü bir anlayış geliştirmesine yardımcı olur (Özmantar, 2020). Bu tür temsiller sadece bilginin çeşitliliğini artırmakla kalmaz, aynı zamanda öğrenme stratejilerini zenginleştirerek bireysel başarıyı da olumlu yönde etkiler. Ayrıca çoklu temsillerin aynı bilgiyi farklı biçimlerde sunması, kavramların zihinde daha kalıcı ve bağlantılı bir şekilde yer etmesini destekler (Duval, 2006).

Ortaokul matematik derslerinde çoklu temsillerin etkili kullanımı, özellikle cebir öğretiminde kendini açıkça göstermektedir. Cebirsel ifadeler ile bu ifadelere karşılık gelen sözel açıklamalar, çoğu zaman aynı bilgiyi farklı yollarla sunar. Bu temsil biçimleri, öğrencinin hem sembolik hem de dilsel yönlerini kullanarak konuyu kavramasını sağlar (Brenner vd., 1997). Ancak yalnızca bu iki temsil yeterli değildir; tablo, grafik ve sayı doğrusu gibi diğer temsiller de sürece dâhil edilerek konunun daha somut hâle getirilmesi mümkündür. Bu, çoklu temsillerin "farklı bilgi" sunma işlevini somut bir şekilde ortaya koyar. Böylece öğrenciler, konuyu yalnızca bir açıdan değil, birden fazla bakış açısından değerlendirme fırsatı bulur (Çakıroğlu & Özdemir, 2010).

Sonuç olarak, çoklu temsillerin öğretim sürecine bilinçli ve planlı bir şekilde entegre dâhil edilmesi, hem bireysel öğrenme farklılıklarına duyarlı bir yaklaşım geliştirmeyi hem de matematiksel düşünmenin derinleşmesini sağlar. Bu durum, çoklu temsillerin yalnızca yardımcı bir araç olmadığını, aynı zamanda öğrenmenin merkezinde yer alan bir unsur olduğunu da göstermektedir.

### 2.3.2. Anlamlandırmayı Sağlama

Matematik öğretiminde çoklu temsillerin kullanımı, öğrencilerin kavramsal anlam oluşturma süreçlerinde önemli bir rol üstlenmektedir. Bu bağlamda çoklu temsillerin temel işlevlerinden biri olan *anlamlandırmayı sağlama*, öğrencilerin öğrenme sürecinde zihinsel yapılandırma yapmalarına yardımcı olur. Anlamlandırmayı sağlama, genellikle iki boyutta ele alınmaktadır: temsillerin benzerliğinden yararlanma ve temsillerin özgün özelliklerinin öğrenmeye katkı sağlaması (Sedig ve Liang, 2006).

Her temsil biçimi, kendine has sunum özellikleri ve bilişsel yönlendirme gücü ile öğrenme sürecine katkı sunar. Örneğin, grafik temsiller görsel düzenleme sağlarken; sözel temsiller, öğrencinin dilsel yapı üzerinden anlam kurmasını kolaylaştırır. Bu bağlamda, bir temsil aracılığıyla yeterince anlaşılamayan bir kavram, başka bir temsil yardımıyla daha açık hâle gelebilir. Özellikle matematikte farklı temsil biçimlerinin birbirini tamamlaması, öğrencinin anlam oluşturmasını kolaylaştırır (Lesh, Post ve Behr, 1987).

Öğrencilerin somuttan soyuta doğru ilerleyen zihinsel yapılarına uygun olarak seçilen temsiller, kavramların daha anlaşılır ve kalıcı olmasına olanak tanır. Örneğin, cebir öğretiminde doğrudan sembollerle ifade edilen ifadeler, kavramsal temelleri henüz oturmamış öğrenciler için soyut ve karmaşık olabilir. Ancak aynı kavramın nesnel ve bağlamsal bir problemle ilişkilendirilerek sunulması, öğrencilerin somut yaşantılarından hareketle daha sağlam bir kavrayış geliştirmelerine imkân tanır (Goldin ve Kaput, 1996). Bu durum, çoklu temsillerin anlam kurma sürecine sağladığı katkıyı açıkça ortaya koymaktadır.

Somut bir örnekle açıklamak gerekirse, “4 defter ve 5 kitap için ödenen toplam ücretin cebirsel bir ifade ile modellenmesi” istenen bir problemde, öğrencilerden doğrudan “4x + 5y” şeklinde bir ifade yazmaları istendiğinde zorlanmaları olasıdır. Ancak bu ifadedeki x ve y'nin, öğrencinin gündelik yaşamında karşılaştığı defter ve kitap gibi nesnelerle ilişkilendirilmesi, öğrenmeyi kolaylaştırır (Janvier, 1987). Böylece öğrenci, soyut cebirsel ifadelerin ardındaki somut anlamları fark eder ve kavramları daha işlevsel biçimde kullanabilir.

Temsiller arası geçiş becerilerinin gelişimi, yalnızca kavramsal anlama değil, aynı zamanda problem çözme ve akıl yürütme gibi üst düzey bilişsel becerilerin gelişimini de destekler. Öğrenciler, bir temsilde edindikleri bilgiyi başka bir temsil biçimine aktarabildiklerinde hem bilgi yapıları hem de esneklikleri gelişmiş olur (Kozma ve Russell, 2005). Bu, matematik öğrenimini yüzeysel ezberlerden çıkararak, anlam temelli derin bir öğrenmeye dönüştürür.

### 2.3.3. Derinlemesine Anlamayı Sağlama

Çoklu temsillerin öğretim sürecindeki en önemli işlevlerinden biri de öğrencilere yüzeysel bilgi yerine derinlemesine öğrenme olanağı sunmasıdır. Bu işlev, öğrencilerin yalnızca bir konuyu öğrenmeleriyle kalmayıp, onu anlamlandırmaları, başka kavramlarla ilişkilendirmeleri ve genelleyebilmeleri açısından kritik bir rol oynar (Goldin, 2003). Derinlemesine anlamayı sağlama, üç temel boyutta ele alınmaktadır: soyutlama, genişletme ve ilişkiler kurma. Bu boyutların her biri, öğrencilerin zihinsel süreçlerini destekleyen bilişsel aşamalardır ve çoklu temsiller bu süreçlerin daha etkili işlemesini kolaylaştırmaktadır (Kaput, 1991).

Soyutlama, bu üçlü yapının ilk ve en temel aşamasıdır. Soyutlama süreci kendi içinde üç alt bileşene ayrılmaktadır: çıkarım yapma, ontolojik özelliklerin yeniden tanımlanması ve somut içeriklerin soyut kavramlara dönüştürülmesi. Bu süreçte öğrenciler, gereksiz detayları ayıklayarak bir kavramın özüne ulaşmaya çalışırlar (Duval, 2006). Özellikle cebir gibi soyut yapıların hâkim olduğu matematik konularında, öğrencilerin kavramları zihinsel düzeyde işlemleyebilmesi için çeşitli temsil türlerine ihtiyaç duyulur. Temsiller, bu noktada öğrenciye bilişsel köprüler kurma fırsatı verir. Örneğin, cebirsel bir ifadeyi yalnızca sembollerle vermek yerine, onu tablo, grafik veya görsel modellerle desteklemek öğrencinin kavramı daha kolay soyutlamasına olanak sağlar (Lesh ve Doerr, 2003).

Çoklu temsillerin kullanımı, aynı zamanda öğrencinin konular arasındaki bağlantıları keşfetmesini ve yeni öğrenmeleri önceki bilgilerle bütünleştirmesini de destekler. Bu bütünleştirme süreci, kavramsal genişletme olarak adlandırılmaktadır. Öğrenciler, farklı temsiller aracılığıyla bir kavramı farklı açılardan görmeye başladıklarında, o kavrama dair zihinsel modelleri de genişlemeye başlar (Ainsworth, 2006). Böylece öğrenci, öğrendiği bilgiyi yalnızca tek bir bağlamda değil, farklı problem türlerinde de kullanabilecek düzeye gelir. Bu tür bir öğrenme, bilginin yapısal olarak daha sağlam temellere oturtulmasına olanak tanır (Özmantar, Akkoç ve Bingölbali, 2009).

Bununla birlikte, derinlemesine öğrenmenin üçüncü boyutu olan “ilişki kurma”, çoklu temsillerin bir diğer güçlü yönünü ortaya koyar. Farklı temsillerle sunulan aynı kavram, öğrencinin bu temsiller arasındaki benzerlikleri ve farklılıkları fark etmesini sağlar. Öğrenci, grafik, sözel ifade, cebirsel denklem ve tablo arasında ilişki kurabildiğinde, yalnızca bu temsilleri değil, onların altında yatan anlamı da daha derin bir şekilde kavramış olur (Janvier, 1987). Bu farkındalık, öğrencinin hem analitik hem de bütüncül düşünme becerilerini geliştirmesine katkı sağlar.

Sonuç olarak, çoklu temsillerin stratejik kullanımı öğrencilerin yalnızca yüzeysel bilgi edinmesini değil, aynı zamanda konuyu derinlemesine kavramasını sağlar. Özellikle soyutlamaya dayalı yapıların öğretiminde temsillerin sağladığı somutlaştırma, öğrencilerin zihinsel yapılandırmalarını desteklemekte ve öğrenilen bilginin transfer edilebilirliğini artırmaktadır (Stylianou, 2010). Bu süreç içerisinde, çoklu temsiller öğrencinin hem bireysel öğrenme biçimlerine hitap eder, hem de kavramları çok boyutlu düşünmesini sağlar.

## 2.4. Çoklu Temsil Türleri

Çoklu temsillerin yapılan çalışmalarda araştırmacılar tarafından dış temsiller- iç temsiller, girdi-çıktı temsilleri, sembolik ve görsel temsiller gibi farklı biçimlerde sınıflandırıldıkları görülmüştür (Bruner, 1966; Gilbert, 2010; Janvier, 1987; Kaput, 1991; Kendal, 2002; Lesh, Post ve Behr, 1987; Nakahara, 2008). Çoklu temsillerle ilgili yapılan sınıflandırmalar ve bu sınıflandırmaların özellikleri sırasıyla açıklanmıştır.

### 2.4.1. Lesh, Post ve Behr'e Temsil Türleri

Matematiksel öğrenme sürecinde temsillerin kullanımı, öğrencilerin kavramları daha iyi anlamaları ve yapılandırmaları açısından son derece önemlidir. Bu bağlamda Lesh, Post ve Behr (1987), matematiksel temsillerin öğrenme üzerindeki etkisini vurgulayarak, temsillerin öğrencilerin soyut matematiksel kavramları anlamlandırmasında kritik rol oynadığını belirtmişlerdir. Araştırmacılar, temsilleri yalnızca bir sunum biçimi olarak değil; aynı zamanda bireyin zihnindeki kavramsal yapıların dışa vurumu olarak ele almaktadır (Lesh, Post ve Behr, 1987).

Bu bağlamda Lesh ve arkadaşları, "temsil" kavramını, bireylerin içsel kavramsal düşüncelerinin dışsal ve gözlemlenebilir biçimlerde düzenlenmesi olarak tanımlamışlardır. Yani temsil, bireyin zihinsel süreçlerinde yapılandırdığı bilgiyi dış dünyaya yansıttığı araçlar olarak görülmektedir. Bu tanım, temsillerin yalnızca öğretimsel araçlar olmadığını, aynı zamanda öğrencinin düşünce biçimini yansıtan önemli birer bilişsel yapı olduğunu göstermektedir (Goldin ve Shteingold, 2001).

Lesh, Post ve Behr'in geliştirdiği ve literatürde *Lesh'in Çoklu Temsil Modeli* olarak bilinen sınıflandırma, temsilleri beş farklı kategoriye ayırarak inceler. Bu beş temsil türü şunlardır:

1- Gerçek dünya durumları (problem bağlamları, günlük yaşamla ilişkilendirilen örnekler),

2- Manipülatifler ya da somut materyaller (küpler, bloklar, abaküs gibi fiziksel nesneler),

3- Resimler ya da diyagramlar (şekiller, şemalar, çizimler),

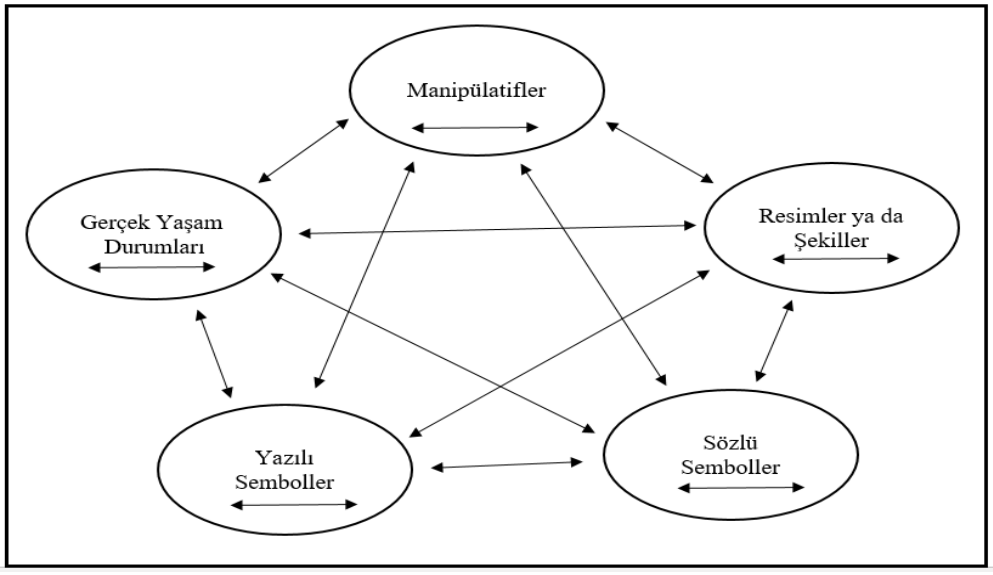
4- Günlük dil ya da sözlü semboller (öğrencilerin konuşarak ifade ettiği düşünceler),

5- Yazılı semboller (matematiksel ifadeler, sayılar, cebirsel semboller gibi soyut gösterimler) (Lesh vd., 1987; Janvier, 1987).

Bu sınıflandırma, matematiksel öğrenmenin yalnızca sembollere dayalı soyut bir süreç olmadığını; aksine öğrencinin gerçek yaşam deneyimleri, görsel-işitsel algıları ve sözel ifadeleri aracılığıyla zenginleştirilebileceğini göstermektedir. Temsillerin bu şekilde sınıflandırılması, öğretmenlerin ders tasarımlarında ve materyal seçiminde çoklu temsil kullanımına yönelik bilinçli kararlar almasını da kolaylaştırır (Ainsworth, 2006). Aynı zamanda öğrencilerin bir kavramı farklı yollarla ifade edebilme becerilerini geliştirmeleri için gerekli bilişsel geçişleri destekler. Lesh'in Çoklu Temsil Modeli, sadece teorik bir çerçeve olmakla kalmayıp, görsel olarak da Şekil 2'de verilen model aracılığıyla açıklanabilir.

**Şekil 2**

*Lesh ve diğerlerinin (1987) çoklu temsil modeli (Aktaran: Çıkla Akkuş, 2004)*




Şekil 2'de verilen modelde, beş temsil türü birbirine oklarla bağlanarak temsiller arası geçişin nasıl gerçekleştiği gösterilmektedir. Böylece öğrencilerin bir matematiksel durumu çeşitli temsil biçimleriyle ifade etmeleri ve bu temsiller arasında ilişkiler kurmaları teşvik edilir (McGee ve Moore-Russo, 2015). Bu yaklaşım, öğrencilerin yalnızca matematiksel işlemleri öğrenmesini değil, aynı zamanda kavramsal anlayışlarını derinleştirmelerini de sağlamaktadır Lesh ve Kelly (1997).

### 2.4.2. Janvier'e Göre Temsil Türleri

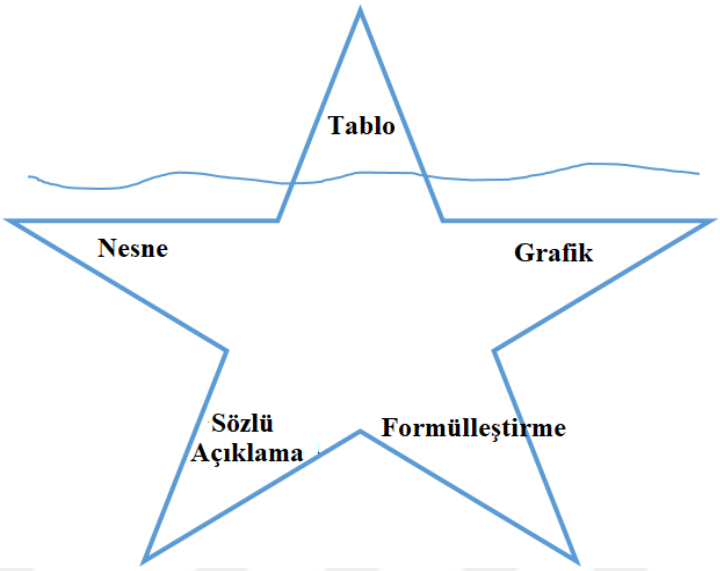
Janvier (1987) temsili, basitçe bir kâğıda yazılmış sembollerin ötesinde, fiziksel olarak var olan nesnelerle bireyin zihninde oluşan kavramsal düzenlemelerin birleşimi olarak tanımlamıştır. Yani temsil, yazılı semboller, gerçek dünya nesneleri ve zihinsel imgeler olmak üzere üç temel bileşenin iç içe geçtiği karmaşık bir yapıyı ifade eder (Janvier, 1987). Bu üç bileşen, birbirini tamamlayan ve etkileşim içinde olan unsurlar olarak öğrenme sürecinde önemli bir rol oynar. Temsil teorisi kapsamında ise Janvier, Girardon ve Morand (1993) tarafından ortaya konan "dışsal temsil" ve "içsel temsil" kavramları, temsillerin anlaşılmasında temel taşları oluşturur. Dışsal temsiller, kavramların duyular yoluyla algılanabilen veya somutlaştırılmış şekilleri olarak tanımlanırken; içsel temsiller, doğrudan gözlemlenemeyen fakat zihinsel süreçlerde aktif olan bilişsel modeller, şemalar ve kavramsal yapılar olarak kabul edilmektedir (Janvier, Girardon ve Morand, 1993).

Özellikle dışsal temsillerin öğrenme ve öğretim bağlamında daha büyük bir öneme sahip olduğu vurgulanmaktadır. Bunun nedeni, dışsal temsillerin öğrenciler için erişilebilir ve somut öğrenme araçları olarak işlev görmesi, dolayısıyla kavramların daha anlaşılır hale gelmesine katkıda bulunmasıdır (Mason ve Kaye, 2013). Janvier, bu kavramsal ayrımı görselleştirmek amacıyla Şekil 3'te, bir yıldız ile temsil arasındaki görsel benzerliği kullanarak dışsal temsillerin somutluğunu ve içsel temsillerin soyut doğasını betimlemiştir. Bu benzetme, temsiller arasındaki karmaşık ilişkinin somutlaştırılmasına yönelik önemli bir pedagojik yaklaşımdır (Mishra ve Koehler, 2006).

Janvier (1987) tarafından ileri sürülen metaforda, bir temsil, her defasında belirli bir noktayı işaret eden Şekil 3'teki gibi yıldız biçiminde düşünülebilecek bir buzdağına benzetilmiştir.

**Şekil 3**

*Janvier'in (1987) çoklu temsil modeli (Aktaran: Çıkla Akkuş, 2004)*




Bu buzdağının suyun üzerindeki görünen kısmı, dışsal ve gözlemlenebilir temsili ifade ederken, suyun altında kalan büyük ve görünmeyen kısmı, öğrencinin zihninde yer alan içsel temsillerin, yani bilişsel yapılarının karmaşık ve derin yapısını simgeler. Bu şekilde, görünen ve görünmeyen temsiller arasındaki ilişki, öğrenme sürecinde anlamın ve kavramsal bütünlüğün nasıl kurulduğuna dair bir açıklama sunmaktadır (Janvier, 1987; Janvier vd. , 1993). Ayrıca bu model, öğrencilerin zihinsel süreçlerinin dışsal temsiller aracılığıyla nasıl desteklendiğini ve şekillendiğini göstermektedir.

Bu kapsamda, temsiller arasındaki etkileşimlerin ve dönüşümlerin öğrenme üzerindeki etkisi geniş kapsamlı olarak ele alınmaktadır. Öğrenciler, dışsal temsilleri algılayıp bunları içsel temsillere dönüştürürken, bilişsel yapılarında anlamlı düzenlemeler yaparlar ve böylece matematiksel kavramları derinlemesine öğrenirler (Goldin, 2003). Dolayısıyla, temsil türlerinin bu karmaşık yapısının kavranması, matematik eğitiminde öğretim yöntemlerinin geliştirilmesi açısından kritik bir öneme sahiptir.

### 2.4.3. Bruner'e Göre Temsil Türleri

Amerikalı bilişsel gelişim kuramcısı Jerome S. Bruner, bireylerin özellikle çocukların kavramsal gelişim süreçlerinde temsillerin önemli bir rol oynadığını savunmuştur. Bruner (1966), öğrenmenin kademeli olarak yapılandığını ve bu yapılandırma sürecinde kullanılan temsil biçimlerinin çocuğun bilişsel gelişim düzeyine göre farklılık gösterdiğini belirtmiştir (Bruner, 1966, aktaran, Nakahara, 2008). Bu bağlamda Bruner, temsilleri üç ana kategori altında sınıflandırmış ve bu sınıflandırmayı "EIS İlkesi" olarak adlandırmıştır. EIS ifadesi, bu üç temsil türünün İngilizce karşılıklarının baş harflerinden oluşmaktadır: *Enactive* (Etkin),

*Iconic* (İkonik) ve *Symbolic* (Sembolik). Bu ilke, öğrenme sürecinin aşamalı ve somuttan soyuta doğru ilerlediği fikrine dayanmaktadır (Kozulin, 2005).

Bruner'in tanımladığı ilk temsil türü olan *Etkin Temsil (Enactive Representation),* bireyin doğrudan deneyime dayalı öğrenmelerini ifade eder. Bu temsil türünde öğrenme, fiziksel eylemler ve nesnelerle etkileşim yoluyla gerçekleşir. Bruner'e göre çocuklar, yeni bilgileri öğrenirken önce dokunarak, yaparak ve hareket ederek anlam geliştirirler. Etkin temsil, kendi içinde iki alt başlıkta ele alınmaktadır: "gerçek dünya durumları" ve "manipülatif araçlar" (Bruner, 1966; Nakahara, 2008). Gerçek dünya durumları, öğrencinin günlük yaşantısından tanıdığı olaylarla ilişkilendirilen öğrenmeleri içerirken; manipülatifler, fiziksel nesnelerle yapılan somut etkinliklerdir (Uşak, 2013). Bu iki alt başlık, somutluk düzeyi açısından farklılık gösterse de, öğrencinin kavramları doğrudan deneyim yoluyla yapılandırmasına hizmet eder.

İkinci temsil türü olan *İkonik Temsil (Iconic Representation)* ise, görsel ve zihinsel imgeler aracılığıyla gerçekleştirilen öğrenmeleri ifade eder. Bu aşamada çocuk, artık fiziksel olarak nesneye dokunmasa da, onun görsel imgesini zihninde canlandırabilir. Resimler, çizimler, grafikler ve diyagramlar bu temsil türünün örnekleridir. İkonik temsilde, kavramlar arasındaki ilişkiler daha soyut düzeyde kavranmaya başlar. Bruner, ikonik temsilin öğrencilerin düşünme becerilerini geliştirdiğini ve temsiller arasında geçiş yapma yeteneklerini artırdığını savunmuştur (Bruner, 1977). Bu bağlamda, ikoniklik; doğrusal bilgi aktarımından çok, temsiller arası dönüşümleri ve karşılıklı ilişkileri temel alan esnek düşünme biçimlerini destekler (Ainsworth, 2006). Örneğin, bir problem çözme sürecinde, öğrencinin tablo, grafik ve şekil gibi çeşitli temsiller arasında geçiş yapabilmesi, ikoniklik düzeyinde bir bilişsel beceriye işaret eder.

Son aşama olan *Sembolik Temsil (Symbolic Representation)*, sözel ifadeler ve matematiksel semboller gibi soyut dil sistemlerinin kullanıldığı öğrenme biçimidir. Bu temsil türü, öğrencinin artık fiziksel nesneye ya da görsel temsile ihtiyaç duymadan, kavramları doğrudan sembollerle ifade edebilmesini içerir. Matematiksel ifadeler, formüller, cebirsel semboller bu temsil düzeyinin karakteristik örnekleridir (Stylianou, 2010). Bruner'e göre, sembolik temsil düzeyine ulaşan birey, yüksek düzeyde soyutlama yapabilir ve karmaşık kavramsal yapılar arasında ilişki kurabilir. Ayrıca semboller arasında dönüşümler yapabilme becerisi, öğrencinin matematiksel kavramları derinlemesine anlamasına olanak tanır (Duval, 2006).

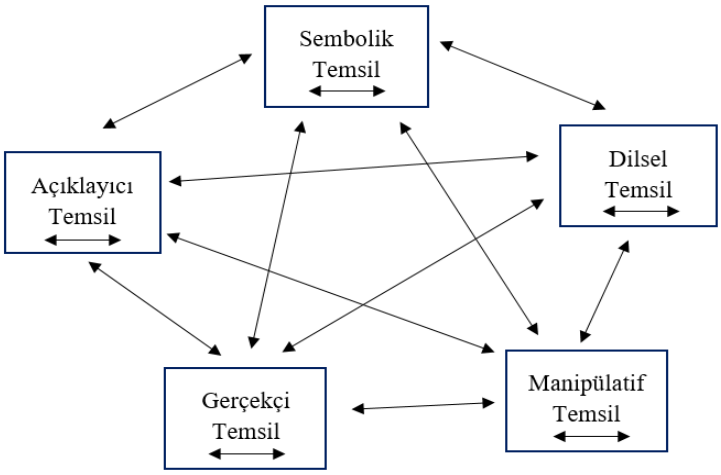
*EIS İlkesi*, yalnızca kavramların öğreniminde bir yol haritası sunmakla kalmaz, aynı zamanda özel eğitimde veya başarı düzeyi düşük öğrencilerle yapılan düzeltici öğretim uygulamalarında da etkili bir çerçeve sağlar. Özellikle erken yaşlardaki matematik öğretiminde,

öğrencilerin somut materyallerle başlaması, ardından görsel temsillere geçiş yapması ve nihayetinde sembolik düzeye ulaşması, öğrenmenin daha kalıcı ve anlamlı olmasını sağlamaktadır (Nakahara, 2008; Resnick ve Ford, 1981). Bu aşamalı ilerleyiş sayesinde, öğrenciler hem bilişsel gelişim düzeylerine uygun öğrenme yaşantıları edinmekte hem de karmaşık kavramları daha rahat yapılandırabilmektedir. EIS modeli, bu yönüyle matematik eğitiminin modernleşmesinde öncü bir yaklaşım olarak değerlendirilmektedir (Sfard, 1991).

### 2.4.4. Nakahara'ya Göre Temsil Türleri

Nakahara (2008), temsillerin öğrenme süreçlerindeki çok yönlü işlevlerinden yola çıkarak, Bruner'in (1966) bilişsel temsiller kuramı ve Lesh, Post ve Behr'in (1987) geliştirdiği çoklu temsil modellerinden esinlenmiş ve bu doğrultuda temsilleri daha işlevsel ve detaylı bir biçimde sınıflandırmıştır. Nakahara'nın geliştirdiği bu sınıflandırma, Şekil 4'te verilen "Nakahara'nın Çoklu Temsil Modeli" ile görsel olarak da ifade edilmiştir.

**Şekil 4**
*Nakahara'nın (2008) çoklu temsil modeli*




Şekil 4'te verilen bu model, öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırırken farklı türdeki temsillerden nasıl yararlandıklarını açıklamayı amaçlamaktadır (Nakahara, 2008). Nakahara, matematik öğretiminde temsil çeşitliliğinin sadece biçimsel olarak değil, aynı zamanda işlevsel olarak da incelenmesi gerektiğini vurgulamıştır (Ainsworth, 2006).

Bu sınıflandırmaya göre ilk temsil türü *sembolik temsildir*. Bu temsil, matematiksel kavramların sayı, harf, formül ve semboller aracılığıyla ifade edilmesini kapsar. Sembolik temsiller, genellikle kurallara bağlı olarak düzenlenmiş soyut yapılar içerir. Bu temsil türü, matematiksel düşünmenin en özlü biçimini yansıtır; çünkü semboller, kavramları kısa ve kesin bir şekilde ifade etme kapasitesine sahiptir (Duval, 2006). Sembolik temsil, öğrencilerin

cebirsel düşünme, formülleştirme ve işlem yapma becerilerinde yaygın olarak kullanılmaktadır (Stylianou, 2010).

İkinci temsil türü olan *dilsel temsil*, doğal diller aracılığıyla yapılan temsilleri içerir. Bu tür, Japonca, Türkçe veya İngilizce gibi konuşma ve yazı dilleriyle yapılan matematiksel açıklamaları kapsar. Dilsel temsiller, öğrencinin düşüncelerini kelimelerle ifade etmesine olanak tanır; ancak bu temsil türü, kültürel bağlama ve dile özgü yapısal özelliklere bağlı olduğundan dolayı bazen açık ve özlü olma özelliğini yitirebilir (Mason ve Kaye, 2013). Bununla birlikte, dilsel temsiller özellikle problem çözme süreçlerinde, düşünmenin yapısını dışa vurmak için önemli bir araçtır (Sfard, 1991).

Üçüncü sırada yer alan *açıklayıcı temsil*, çizimler, grafikler, şemalar ve benzeri görsel ögelerden oluşur. Bu temsil türü, soyut kavramların görsel ve sezgisel olarak sunulmasına olanak tanır. Açıklayıcı temsiller ile gönderge (yani temsil edilen nesne ya da kavram) arasındaki ilişki çoğunlukla analojik, yani benzetim yoluyla kurulur (Goldin, 2003). Bu nedenle, açıklayıcı temsiller öğrencilerin zihinsel modeller geliştirmesinde etkili olur ve matematiksel ilişkileri daha somut ve algılanabilir hâle getirir (Arcavi, 2003). Özellikle geometri ve veri analizi gibi konularda, öğrencilerin grafiksel temsillerle düşünme becerileri geliştirilir.

Dördüncü temsil türü olan *manipülatif temsil*, öğretim sürecinde kullanılan modeller, yapay nesneler ve etkileşimli araçlar gibi dinamik bileşenleri içerir. Bu temsil biçimi, öğrencilerin somutlaştırma ve yapılandırma becerilerini desteklemek amacıyla geliştirilmiş öğretim materyalleri ile gerçekleştirilir (Lesh ve Doerr, 2003). Manipülatif temsiller, bireyin öğrenme sürecine aktif katılımını sağlayarak zihinsel süreçleri harekete geçirir ve özellikle karmaşık kavramların modellenmesi açısından işlevseldir (Özmantar ve Bingölbali, 2009). Bu temsiller, genellikle teknoloji destekli uygulamalarla da bütünleştirilerek daha etkileşimli hâle getirilebilir.

Son olarak, *gerçekçi temsil*, doğrudan gerçek yaşam durumlarına, olaylara ya da nesnelere dayanan temsilleri kapsar. Bu tür temsiller, öğrencilerin yaşantılarından tanıdıkları durumları sınıfa taşıyarak matematiksel öğrenmeyi daha anlamlı hâle getirir (Gravemeijer ve Doorman, 1999). Gerçekçi temsiller, hem somut hem de dinamik özelliklere sahip oldukları için öğrenmenin bağlamsallaşmasına katkı sağlar. Özellikle gerçek hayat problemlerine dayalı matematik öğretiminde, öğrencilerin soyut kavramları içselleştirmesi için önemli bir araç olarak kabul edilir.

Sonuç olarak, Nakahara'nın (2008) ortaya koyduğu bu sınıflandırma, öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinde kullandıkları farklı temsil biçimlerini hem içerik hem de

işlev açısından sistematik bir yapıya kavuşturmuştur. Bu çoklu temsil türleri, öğretim tasarımlarının zenginleştirilmesi ve bireysel öğrenme stillerine uygun öğretim stratejilerinin belirlenmesi açısından öğretmenlere önemli ipuçları sunmaktadır.

### 2.4.5. Dış temsiller ve İç Temsiller

Temsil kavramı, matematiksel düşünmenin temel yapı taşlarından biridir ve bu kapsamda farklı araştırmacılar çeşitli temsil modelleri geliştirmiştir. Bu modellerden biri olan *Kaput'un Temsil Modeli*, temsilleri iki temel kategoriye ayırır: *Dış temsiller* ve *iç temsiller* (Kaput, 1991). Bu ikili sınıflandırma, bireylerin matematiksel kavramları hem dış dünyada ifade ediş biçimlerini hem de zihinsel düzeyde nasıl organize ettiklerini kapsamaktadır. *Dış temsiller*, genellikle fiziksel ortamda gözlemlenebilir biçimde ortaya çıkan ve kültürel ya da dilsel olarak paylaşılabilen semboller, grafikler, şekiller gibi maddi göstergeleri ifade ederken; *iç temsiller*, bireyin kendi zihninde oluşturduğu, soyut ve doğrudan gözlemlenemeyen kavramsal yapılardır (Kaput, 1992; Goldin, 1998).

#### *2.4.5.1. Dış Temsiller*

Dış temsiller, öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırmalarında ve bu kavramları başkalarına aktarmalarında kullanılan, fiziksel olarak algılanabilir araçlardır (Goldin, 1998). Matematiksel semboller, şekiller, tablolar, diyagramlar, kelimeler, cümleler ve görsel materyaller, dış temsillerin başlıca örnekleri arasında yer alır (Goldin, 2000). Bu tür temsiller, matematiksel düşünmenin gözle görülür, ölçülebilir ve başkalarıyla paylaşılabilir hâlini oluşturur. Örneğin, öğrencinin bir sayı doğrusunu çizmesi, cebirsel bir denklem yazması ya da bir üçgenin köşelerini etiketleyerek tahtaya yansıtması, dışsal temsillere somut örnekler olarak gösterilebilir (Mainali, 2021).

Pape ve Tchoshanov (2001), dış temsilleri; sayılar, cebirsel ifadeler, grafikler, tablolar ve çizelgeler gibi yapılarla ilişkilendirmiştir. Bu temsiller yalnızca görsel araçlar değil, aynı zamanda matematiksel kavramlar arasındaki ilişkilerin keşfedilmesini sağlayan birer düşünme aracıdır. Ayrıca kelimelerle kurulan açıklamalar ve matematiksel cümleler de dış temsiller kapsamında değerlendirilir çünkü öğrenen bireyin düşüncelerini yazılı ya da sözlü olarak ifade etmesini sağlar (Goldin ve Shteingold, 2001).

Dış temsillerin bir diğer önemli yönü, içsel temsillerin açığa çıkmasını kolaylaştırmasıdır. Zihinsel düzeyde oluşan fikirlerin fiziksel düzeye aktarımı, öğrencinin düşüncelerini öğretmene ya da diğer öğrencilere sunmasını sağlar ve böylece matematiksel iletişim kurulabilir (Presmeg, 2006). Ayrıca, dışsal temsiller yalnızca bireysel anlamda değil,

sınıf içi etkileşim açısından da önemlidir. Öğretmenler bu temsilleri kullanarak öğrenci anlayışını gözlemleyebilir, öğrenci hatalarını analiz edebilir ve doğru kavram oluşumunu yönlendirebilir (Stylianou, 2010).

Goldin ve Shteingold (2001), dışsal temsilleri, iç temsilleri anlamlandırma sürecinde en etkili araçlardan biri olarak tanımlamışlardır. Çünkü dış temsiller, temsiller arası geçişlere zemin hazırlayarak öğrencinin farklı düşünme yollarını keşfetmesine olanak sağlar. Örneğin, bir öğrenci grafik ile denklem arasında geçiş yapabildiğinde, hem cebirsel hem de görsel düşünmeyi aynı anda kullanmış olur. Bu durum, çoklu temsil kullanımıyla anlamlandırmanın derinleştiğini gösterir (Ainsworth, 2006).

Dış temsiller biçimlerine göre iki alt grupta da incelenebilir: *notasyonel (biçimsel) temsiller ve görsel (grafiksel) temsiller* (Godino ve Font, 2010). Notasyonel temsiller; cebirsel ifadeler, sayı sistemleri, türevler veya programlama dilleri gibi daha kural temelli, soyut ve sembolik yapılar içerirken; görsel temsiller sayı doğruları, şekiller, diyagramlar, modeller gibi öğrencinin görsel algılarına hitap eden somutlaştırıcı araçlardır (Duval, 2006). Bu iki biçim arasında dönüşüm yapabilme becerisi, öğrencinin hem farklı temsil sistemlerini tanımasını hem de kavramları daha kapsamlı anlamasını sağlar (Janvier, 1987).

Sonuç olarak dış temsiller, öğrenme sürecinin yalnızca ürününü değil, aynı zamanda sürecin kendisini de şekillendiren etkili araçlardır. Öğrenciler tarafından oluşturulan her bir temsil, onların nasıl düşündüklerinin ve ne düzeyde anladıklarının bir yansımasıdır (Goldin, 2003). Etkili bir matematik öğretiminde, öğrencilerin dış temsilleri üretmesi ve bu temsiller üzerine düşünmesi teşvik edilmelidir.

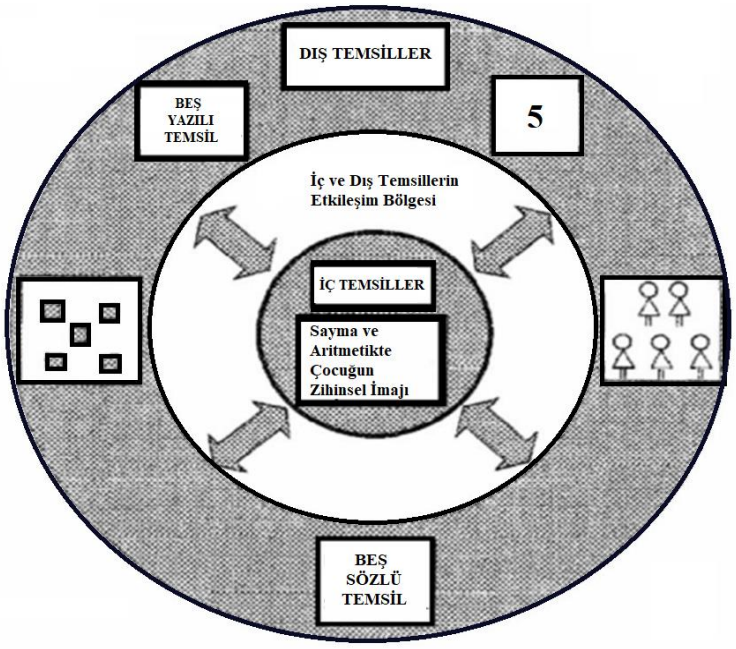
#### *2.4.5.2. İç Temsiller*

İç temsiller, bireylerin zihinsel düzeyde oluşturduğu, doğrudan gözlemlenemeyen ancak öğrenme, düşünme ve problem çözme süreçlerinde belirgin biçimde etkili olan bilişsel yapılardır. Bu temsiller, bireyin çevresindeki kavram ve durumları anlamlandırma sürecinde, zihninde canlandırdığı içsel düzenlemeler, simgeler, modeller ve imgelerden oluşmaktadır (Goldin ve Janvier, 1998). İç temsiller; sözel-sözdizimsel yapılar**,** hayal gücüne dayalı imgesel bileşenler**,** biçimsel notasyonlar**,** duygusal simgeler ve kontrol-strateji sistemleri gibi çeşitli bilişsel bileşenleri içeren çok katmanlı yapılardır (Goldin, 1998; aktaran, Kaya, 2015). Bu çeşitlilik nedeniyle iç temsilleri doğrudan gözlemlemek mümkün değildir; ancak öğrencilerin düşüncelerine, çözüm yollarına ve stratejik yaklaşımlarına bakılarak bu temsiller hakkında çıkarımlarda bulunulabilir (Presmeg, 2006).

Öğrencilerin özellikle matematiksel düşünme, problem çözme ve karar verme gibi üst düzey bilişsel becerileri kullanırken geliştirdikleri yapılar, içsel temsillerin en belirgin örnekleri olarak değerlendirilmektedir (Stylianou, 2010). Örneğin, bir öğrenci bir cebirsel ifadeyi çözmeden önce zihninde sayıları gruplandırması, işlemin sonucunu tahmin etmesi ya da çözümün mantığını kurması gibi süreçler, iç temsillerin devrede olduğu durumlardır (Mason ve Kaye, 2013). Bu zihinsel düzenlemeler her bireyde farklı biçimlerde gelişebilir; çünkü iç temsiller, bireyin önceki bilgi birikimi, öğrenme deneyimi ve bilişsel eğilimlerine göre şekillenmektedir (Zhang, 1997). Bireylerdeki bu şekillenme Şekil 5'te iç ve dış temsiller arasındaki etkileşim ile gösterilmiştir.

**Şekil 5**

*İç-dış temsillerin etkileşimi (Pape ve Tchoshanov, 2001, Akt. Çıkla Akkuş, 2004)*




Şekil 5'te dış temsiller ile iç temsiller arasındaki etkileşim görülmektedir. Kaput (1991), bireylerin sahip oldukları iç temsillerin, öğrenme sürecinde büyük bir rol oynadığını ve bu temsillerin dışsal temsiller aracılığıyla daha anlaşılır ve görünür hâle getirilebileceğini vurgulamıştır. Ona göre, iç temsiller yalnızca öğrencinin zihninde oluşan yapılar değil, aynı zamanda problem çözme süreçlerini yapılandıran ve bu süreçlerin yürütülmesini sağlayan kavramsal sistemlerdir. Özellikle matematiksel kavramların öğreniminde, öğrencilerin soyut fikirleri nasıl yapılandırdığını anlamanın en etkili yollarından biri, dış temsillerin nasıl üretildiğini gözlemlemek ve bu üretimlerin gerisindeki içsel yapıların farkına varmaktır (Kaput, 1992; Lesh ve Doerr, 2003).

Janvier, Girardon ve Morand (1993) ise iç temsilleri, doğrudan gözlemlenemeyen ancak bireyin zihinsel süreçlerine yön veren bilişsel modeller**,** kavramlar**,** şemalar ve zihinsel nesneler olarak tanımlamaktadır. Bu bağlamda, iç temsillerin yalnızca birer düşünce imgesi değil, aynı zamanda bireyin bilgi yapılandırma sürecini yönlendiren zihinsel araçlar olduğu vurgulanmaktadır. Goldin'in (1998) temellendirdiği sistemde ise iç temsiller beş temel kategoriye ayrılmaktadır: sözel temsiller**,** imgesel (görselleştirme temelli) temsiller**,** notasyonel-biçimsel temsiller**,** planlama-uygulama-kontrol temsilleri ve duygusal (affektif) temsiller. Bu sınıflandırma, matematiksel düşünmenin yalnızca mantıksal bir süreç değil, aynı zamanda sezgisel, stratejik ve duygusal yönlerinin de bulunduğunu ortaya koymaktadır (Goldin, 2000; Hannula, 2002).

İç temsiller, dış temsillerin tersine fiziksel bir nesne ya da görsel bir ürün değildir. Aksine, bireyin zihninde oluşan soyut yapılardır ve bu yapılar dışsal dünyadaki nesne ve olaylara anlam kazandırmak için kullanılır (Duval, 2006). Birey, bu zihinsel temsilleri oluştururken beyninde çeşitli bilgi türlerini işleyerek kavramsal ağlar**,** imgesel yapılar ve duyusal izlenimler geliştirir. Bu süreçte, bilgi nöral bağlantılar yoluyla kodlanır ve zihinsel imgeler hâline getirilir. Zhang (1997), iç temsilleri bu anlamda bireyin bilgi depolama ve yapılandırma sisteminin temel bileşenleri olarak tanımlar. Ona göre bireyler, bilgiyi zihinsel imgeleme, kavramsal üretim ve sinirsel işlemleme gibi farklı mekanizmalarla işlerler ve bu işlemler sonunda oluşan temsil sistemleri bireyin kendine özgü iç yapısını oluşturur.

İç temsiller, bireylerin matematiksel düşünme, problem çözme ve kavram geliştirme süreçlerinde kritik bir rol oynamaktadır. Bu temsiller her birey için özgündür ve öğrenme sürecinde bireyin kendi zihinsel dünyasına dayalı bir anlama biçimi sunar. İç temsillerin anlaşılması, öğretmenlerin öğrencilerin düşünme biçimlerini analiz edebilmesi, onların bilişsel yapılarını destekleyici stratejiler geliştirebilmesi ve etkili öğretim yöntemleri belirleyebilmesi açısından büyük önem taşımaktadır (Pape ve Tchoshanov, 2001; Goldin, 2003).

### 2.4.6. Sembolik ve Görsel Temsiller

Matematik eğitimi bağlamında temsiller, öğrenme sürecinde öğrencilerin matematiksel düşünme ve kavram oluşturma becerilerini destekleyen temel araçlardır. Gilbert (2010), bu temsilleri iki ana kategori altında sınıflandırmıştır: sembolik temsiller ve görsel temsiller. Bu sınıflandırmaya göre, sayıların, işlemlerin, işaretlerin ve özellikle cebirsel sembollerin yer aldığı, bu sembollerle ilişkili eylemleri içeren ifadeler sembolik temsil olarak değerlendirilirken; resimler, diyagramlar, şekiller ve grafikler gibi görsel yollarla yapılan betimlemeler ise görsel temsil biçimleri olarak tanımlanmıştır. Bu ayrıma göre sembolik

temsiller daha çok sözel ve yazılı matematiksel dilin kodlanmış biçimi olarak ortaya çıkarken, görsel temsiller kavramların fiziksel veya zihinsel görselleştirilmesini sağlayan modeller olarak işlev görmektedir (Gilbert, 2010).

Sembolik temsiller, öğrencilerin matematiksel kavramları soyut düzeyde yapılandırmalarına olanak tanıyan bir araçtır. Bu temsiller çoğunlukla değişkenler, cebirsel ifadeler, sayılar ve matematiksel işlemlerle ilgilidir. Cañadas ve Figueiras (2011), sembolik temsilin, günlük dilin içerisine matematiksel terimlerin birleştirilmesiyle oluşturulan ve genellikle yazılı ya da sözlü biçimlerde karşımıza çıkan yapılar olduğunu ifade etmişlerdir. Örneğin, "Bir sayının 2 katının 1 fazlası nedir?" şeklindeki sorunun matematiksel karşılığı olan "y = 2x + 1" ifadesi, sembolik temsilin somut bir örneğini oluşturur. Bu ifade, cebirsel düşüncenin bir çıktısı olarak, öğrencilerin matematiksel modelleme becerisinin gelişmesine katkı sağlar.

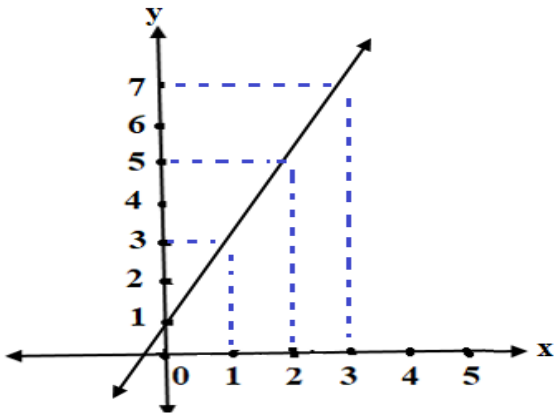
Görsel temsiller ise, aynı matematiksel ifadelerin grafikler, tablolar veya şekiller aracılığıyla ifade edilmesini içermektedir. "y = 2x + 1" cebirsel ifadesinin koordinat düzleminde grafiksel olarak çizilmesi, görsel temsile örnektir. Bu tür temsiller, öğrencilerin cebirsel ifadelerin davranışlarını daha iyi kavramalarına yardımcı olur; özellikle doğrusal ilişkiler gibi yapıları somutlaştırmada etkili olur (Ainsworth, 1999). Görsel temsillerin öğrenmeye katkısı, öğrencilerin matematiksel yapılar arasında bağlantı kurma ve kavramsal anlayış geliştirme süreçlerinde oldukça önemlidir (Janvier, 1987).

Yapılan araştırmalar, hem sembolik hem de görsel temsillerin birbirini tamamlayıcı özelliklere sahip olduğunu ve bu temsillerin dönüşümlü kullanılmasının öğrencilerin kavramsal anlayışlarını derinleştirdiğini göstermektedir (Duval, 2006; Arcavi, 2003). Sembolik temsiller, işlemsel düzeyde akıcılığı geliştirirken; görsel temsiller kavramsal bağlantıları kurmada kolaylaştırıcı rol üstlenmektedir. Özellikle ortaokul düzeyindeki öğrencilerin bu iki temsil türü arasında geçiş yapabilmeleri, matematiksel anlamlandırmanın temel basamaklarından biri olarak görülmektedir. Ainsworth (2006), çoklu temsillerin eş zamanlı kullanımının, öğrencilerin problem çözme süreçlerinde daha başarılı olmalarını sağladığını ve soyut kavramların zihinsel temsillerle daha iyi içselleştirilebildiğini vurgulamıştır.

Bu bağlamda, sembolik ve görsel temsiller arasındaki etkileşim, öğrenmenin niteliğini artırmakta ve öğrencilerin farklı matematiksel durumlara yönelik esnek bakış açıları geliştirmelerine imkân tanımaktadır. Özellikle cebir gibi soyut düşünce gerektiren alanlarda sembolik ifadelerin grafiksel karşılıklarının gösterilmesi, öğrencilerin denklem ve fonksiyon kavramlarını daha iyi anlamalarına olanak sunmaktadır (Leinhardt, Zaslavsky ve Stein, 1990).

Bu nedenle, hem sembolik hem de görsel temsillerin birlikte ve bilinçli şekilde kullanılması, etkili matematik öğretimi için vazgeçilmez bir strateji olarak görülmelidir.

**Şekil 6**
*'y=2x+1' cebirsel ifadesinin grafik ile gösterimi*




Şekil 6'da verilen grafik aracılığıyla, y = 2x + 1 cebirsel ifadesi görsel bir temsile dönüştürülerek matematiksel ifadenin grafiksel yolla ifade edilmesi sağlanmıştır. Bu temsil, cebirsel bir modelin görsel biçimde sunulması açısından öğrencilerin ifadeyi daha somut algılayabilmelerine imkân tanımaktadır.

### 2.4.7. Girdi - Çıktı Temsilleri

Girdi-çıktı temsilleri, özellikle problem çözme süreçlerinde öğrencilerin düşünme adımlarını yapılandırmalarına yardımcı olan temel temsiller arasında yer almaktadır. Girdi temsilleri, genellikle problemin başlangıcında sunulan ve öğrencinin problem durumunu anlamasına yardımcı olan sözel, görsel veya başka biçimlerdeki tanımlayıcı unsurlardır. Bu temsiller, problemde yer alan matematiksel ilişkilerin zihinsel olarak yapılandırılması sürecinde ilk adımı oluşturmaktadır (Kendal, 2001; Sevimli, 2009). Çıktı temsili ise, öğrencinin problem çözme süreci sonunda ulaştığı matematiksel sonuç ya da kavramsal anlayışı ifade eden temsil biçimidir. Bu çıktılar çoğunlukla cebirsel ifadeler, grafikler ya da sayısal sonuçlar biçiminde olabilir (Ainsworth, 2006).

Örneğin, "Hangi sayının 4 katının 8 eksiği 20'ye eşittir?" şeklinde verilen problemdeki sözel ifade, öğrencinin problemi anlaması için bir *girdi temsili* olarak değerlendirilirken; bu ifadeye karşılık gelen cebirsel model olan "4x – 8 = 20" ifadesi ise problem çözümünün hedeflenen aşamasını, yani *çıktı temsilini* oluşturmaktadır. Ancak burada önemli olan yalnızca cebirsel çözümün elde edilmesi değil, aynı zamanda bu çözüm süreci içinde kullanılan değişkenin (x) neyi temsil ettiğinin öğrenci tarafından anlaşılmasıdır. Yani çıktı temsili yalnızca

işlemsel bir sonuç değil, aynı zamanda kavramsal bir farkındalığı da beraberinde getirmelidir (Kieran, 2007).

Girdi-çıktı temsilleri arasındaki ilişki, yalnızca mekanik bir işlem basamağını değil; öğrencinin temsil türleri arasında geçiş yapabilmesini, düşünsel dönüşüm gerçekleştirebilmesini ve problemi çok boyutlu değerlendirebilmesini de gerektirir (English, 1997). Bu bağlamda, matematiksel düşünme becerisinin gelişmesi için öğrencilerin yalnızca doğru matematiksel çıktıya ulaşmaları değil, aynı zamanda girdiden çıktıya geçişteki mantıksal yapıyı anlamaları ve kurmaları büyük önem taşımaktadır (Mason, 2008).

Yurt dışındaki çalışmalarda da bu tür temsillerin öğrencilerin kavramsal anlamalarını derinleştirdiği ve problem çözme süreçlerini yapılandırmalarına yardımcı olduğu gösterilmiştir. Örneğin Ainsworth (2014), çoklu temsillerin etkili kullanımının, öğrencilerin matematiksel yapıları daha esnek kavrayabilmelerini sağladığını ve özellikle giriş-çıkış ilişkilerinin açık bir şekilde gösterildiği durumlarda, öğrenme çıktılarının anlamlı biçimde arttığını belirtmiştir. Benzer şekilde Lesh, Post ve Behr (1987), bir matematiksel durumun farklı temsil türleriyle ifade edilebilmesinin, öğrencinin kavramsal gelişimine önemli katkı sunduğunu savunmuşlardır.

Sonuç olarak, girdi ve çıktı temsilleri yalnızca matematiksel işlemlerin sunumu açısından değil, aynı zamanda öğrencinin kavramsal düşünce sisteminin gelişimi açısından da kritik rol oynamaktadır. Bu nedenle, özellikle cebirsel düşünmenin erken aşamalarında olan öğrenciler için girdi-çıktı temsilleriyle çalışmak, değişken kavramının gelişimini desteklemesi bakımından oldukça değerlidir (Nathan ve Koedinger, 2000). Bu tür temsillerin anlamlı biçimde öğretime entegre edilmesi, öğrencilerin yalnızca işlemsel yeterliliklerini değil, aynı zamanda kavramsal anlayışlarını da ileriye taşıyacaktır.

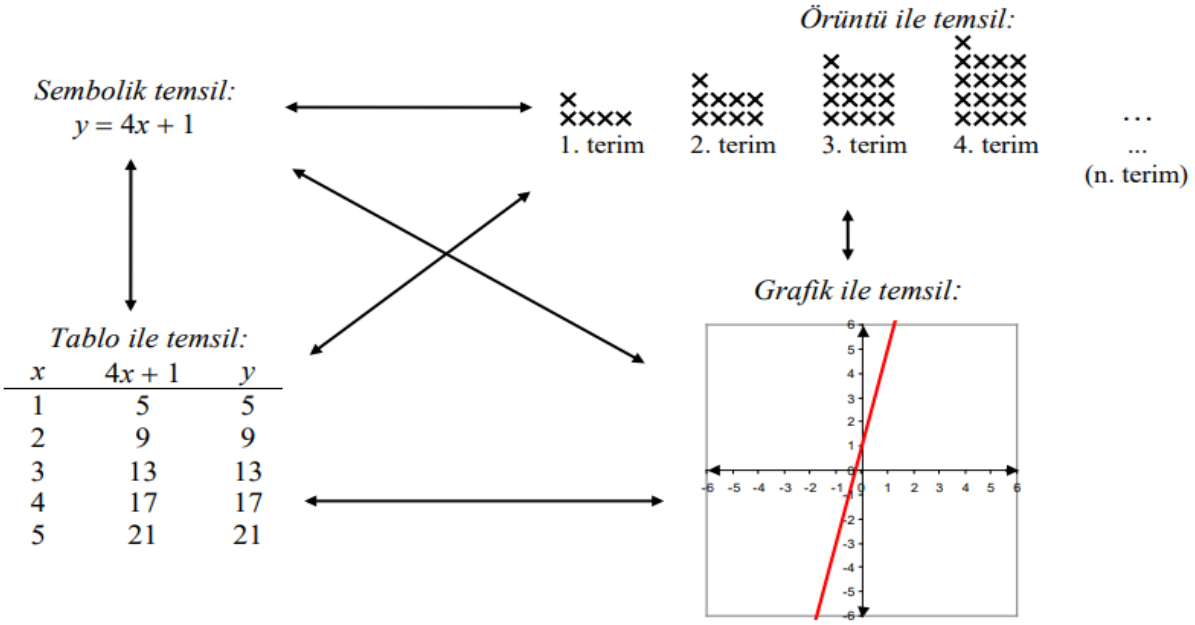
## 2.5. Ortaokulda Cebir Öğretiminde Kullanılan Çoklu Temsil Türleri

Temsillerin, matematiğin öğretilmesinde ve öğrenilmesinde önemli rolleri bulunmaktadır. Çünkü öğrencilerin matematiğin soyut kavramlarını anlamalarına yardımcı olurlar (Roubicek, 2006). Matematik öğretme ve öğrenmede, farklı temsil biçimleri kullanılır. Matematiği hem öğretirken hem de öğrenirken, sürekli olarak bir temsil türünden başka bir temsil türüne geçiş yapılması gerekebilir. Dolayısıyla temsil türlerini bilmek yeterli değil, temsiller arası dönüşümleri de yapabilmek oldukça önemlidir (Duval, 2017). Öğrenciler matematikteki her hangi bir kavramın sadece bir gösterimini değil, farklı gösterimini de öğrenmeleri gerekir. Örneğin; kesirler, yüzdeler, ondalık sayılar konuları birbiri içinde dönüşüm yapılabilen kavramlardır. Ortaokula giden bir öğrenci $\frac{1}{4}$ kesrinin aynı zamanda

%25 ve 0,25 şeklinde olduğunun farkına varmalı ve $\frac{1}{4} = 0{,}25 = \%25$ eşitliğini göstermelidir (MEB, 2009). Tabi bu temsil türleri için de geçerlidir. Cebir öğretimi sırasında, öğrencilerin matematiksel fikirlerini sembol, grafik, tablo, günlük yaşam durumları ve somut modellerle ifade etmeleri daha nitelikli öğrenmeye olanak sağlayacaktır (MEB, 2009). Şekil 7'de bu duruma bir örnek verilmiştir.

**Şekil 7**

*Ortaokul matematik dersinde kullanılan bazı temsil biçimleri (MEB, 2009)*




Şekil 7'de $y = 4x + 1$ cebirsel ifadesinin, tablo, grafik ve örüntü şeklinde farklı temsil türlerine ait kullanımları görülmektedir. Şekil 7'de cebir öğretiminin başlangıcından itibaren çoklu temsillerin bir arada sunulması gerektiğinin önemini vurgulanmıştır. Cebirsel problemlerin çözümü sırasında çoklu temsillerin birlikte kullanılması öğrencilerin konuyu daha iyi anlamaları için fırsat sunmakta ve başka cebirsel problemlerin çözümleri fikir vermektedir (Yerushalmy ve Schwartz, 1993; aktaran: Kaya, 2015). Çoklu temsilleri kullanarak, ortaokul öğrencilerinin cebir konusunu daha anlamlı şekilde öğrenmeleri sağlanabilir. Şekil 8'de, cebir konusu ile ilgili çoklu temsil uygulamalarına örnekler verilmiştir.

**Şekil 8**

*Cebir konusu ile ilgili çoklu temsil uygulama örnekleri*

*Sözel temsil*

Bir dikdörtgenin kenar uzunlukları birer doğal sayı olmak üzere, dikdörtgenin uzun kenarı, kısa kenarının üç katından 1 cm kısadır. Buna göre kenar uzunluklarının alabileceği değerleri bulunuz.

*Cebirsel temsil*

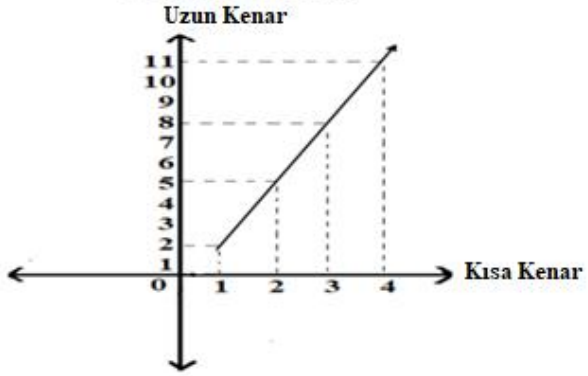
Kısa kenar: $x$ cm

Uzun kenar: $3x - 1$

*Tablo ile Gösterim*

| Kısa Kenar (cm) | Uzun Kenar (cm) |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 2 | 5 |
| 3 | 8 |
| 4 | 11 |

*Grafik ile Gösterim*




Şekil 8'de, bir dikdörtgenin kenar uzunlukları problem olarak ele alınmış ve temsil türlerine göre örnek olarak gösterilmiştir. Şekil 8'deki örneğe göre dikdörtgenin uzun kenarı ile kısa kenarı arasındaki ilişki öncelikle sözel ifade olarak yazılmıştır. Sözel ifade yazıldıktan sonra dikdörtgenin uzun kenar ile kısa kenar arasındaki ilişki cebirsel ifade olarak yazılmıştır. Cebirsel ifadeden sonra kısa kenar ile uzun kenar uzunlukları sayısal olarak tablo halinde gösterilmiştir. Tablo ile gösterimden sonra verilen dikdörtgenin kısa kenar ve uzun kenarlarının değerleri grafik ile gösterilmiştir.

## 2.6. Çalışmada İncelenen Çoklu Temsil Türleri

2018 yılındaki ortaokul matematik dersi öğretim programında yer alan temsil türlerinden olan sözel ifadeler, cebirsel ifadeler, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme temsil türleri incelenmiştir. Çalışmada yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin hem bu temsil türlerini kullanabilme hem de bu temsil türleri arasındaki geçiş yapabilme becerileri araştırılmıştır. Çalışmada ele alınan temsil türlerinin özellikleri sırasıyla açıklanmıştır.

### 2.6.1. Sözel İfade Yazma

Sözel ifade ya da sözel temsil, günlük yaşamda kullanılan dilin içine matematiksel terimlerin de katılarak kullanılmasıyla oluşan genellikle yazılı ya da sözlü açıklamalardır

(Villages, Castro, ve Gutierrez, 2009; Cañadas ve Figueiras, 2011). Örneğin; 'Bir sayının 4 katının 2 eksiği', 'Bir dikdörtgenin uzun kenarı kısa kenarının üç katından 1 cm fazladır. Dikdörtgenin kenar uzunluklarının alabileceği değerleri bulunuz' şeklinde yazılmış ifadeler birer sözel ifadedir.

### 2.6.2. Cebirsel İfade Yazma

Cebirsel ifade, içerisinde x, y, a, b gibi en az bir değişken (bilinmeyen) bulunan ve bu değişkenlerle işlem yapılmasını sağlayan ifadelerdir. Cebirsel ifadelerin, sözel ifade şeklindeki bir açıklamanın değişkenlerle gösterilmesi denilebilir. Örneğin; 'Bir sayının 4 katının 2 eksiği' ifadesi sözel ifadeyken, bu sözel ifadenin $4x - 2$ olarak gösterilmesi cebirsel ifadedir. Bir başka örnek olarak 'Bir dikdörtgenin uzun kenarı, kısa kenarının üç katından 1 cm fazladır. Dikdörtgenin kenar uzunluklarını gösteriniz' ifadesi sözel ifadeyken, kısa kenarın $x$, uzun kenarın $3x + 1$ şeklinde gösterilmesi birer cebirsel ifadedir.

### 2.6.3. Tablo ile Gösterme (Tablo Oluşturma)

TDK'ye (2023) göre tablo, birbiriyle olan ilgilerine göre düzenlenerek yazılmış şeylerin hepsinin bir arada gösterilmesini sağlayan çizelgelerdir. Tablolar verilerin toparlanarak daha düzenli olarak gösterilmesine yardımcı olan araçlardır. Verilerin düzenli olarak toplanması veri grubu ile ilgili yorumların daha kolay ve daha sağlıklı olması sağlanır. Tablolarda sayısal veriler ile bu verilerin hangi sınıflama altında toplandığı belirtilmelidir. Tablolarda ürün-fiyat ilişkisi, yol-zaman ilişkisi, sayfa sayısı-zaman ilişkisi ve benzeri gibi farklı şekillerde elde edilen veriler tablolar ile gösterilebilir.

#### *2.6.3.1. Tabloların Özellikleri*

Tablolarda olması gereken özellikler şunlardır:

a. Her tablo içinde bulunduğu metinden bağımsız olarak, tek başına, açıklayıcı nitelikte olmalıdır.
b. Her tablo okuyucuya tam, açık ve çabuk anlaşılabilir özellikte bilgi sunmalıdır
c. Her tablonun bir numarası ve başlığı olmalıdır.
d. Satır ve sütunların başlıkları olması gerekir. Ayrıca kullanılan birimlerin de belirtilmesi gerekir (saat, hız, kg ve benzerleri gibi).
e. Tablo orijinal değilse alınan kaynak belirtilmelidir.

f. Tablodaki değişkenlerin ve alt grupların adları ve varsa birimleri kısa, anlamlı biçimde verilmelidir. Kodlar, kısaltmalar ve sembollerin açıklamaları mutlaka tablo altında dipnot olarak verilmelidir.
g. Tablonun amacına uygun olan yüzdelerin verilmesi gerekir.
h. Tabloya dâhil edilmeyen kişiler varsa dipnotta belirtilmelidir. Çok sayıda değişken konunun anlaşılmasını güçleştirir.
i. Tablonun sıra ve sütunları arasında yeterli aralık bırakılmalıdır (Güçiz-Doğan, 2015).

### 2.6.4. Grafik ile Gösterme (Grafik Çizme)

Bir olayın oluş sürecini göstermeyi ya da birkaç şey arasında karşılaştırma yapmaya yarayan birbiriyle anlamlı olacak şekilde çeşitli çizgilerden meydana gelmiş şekillerdir. Grafikler sadece matematikte değil, günlük yaşamda da kullanılmaktadır. Grafikler, günlük yaşamda sayısal verilerin görselleştirilmesine ve böylece verilerin daha kolay anlaşılmasına yardımcı olmaktadır. Dolayısıyla günlük yaşamda birçok alanda bilgi edinmede grafiklerden yararlanma becerisine sahip olunmalıdır (Tekin, Konyalıoğlu ve Işık, 2009). Grafikler çeşitli biçimlerde gösterilebilir. Başlıca kullanılan grafik çeşitleri; şekil grafiği, çizgi grafiği, sütun grafiği ve daire grafiğidir. Bu çalışmada çizgi grafikleri üzerinde durulmuştur. Çizgi grafiği, araştırma ya da gözlemler sonucu elde edilen bilgilerin çizgi ile ifade edilerek gösterilmesiyle oluşur (Ercan, Coştu ve Çoştu, 2018). Çizgi grafikleri, bir dikey ve bir yatay çizgi çizilerek bunlar eşit aralıklarla bölünmesiyle oluşturulur. Çizgi grafiklerinde genel olarak bir nesnede, bir eylemde zamana göre bir değişim söz konusudur. Grafiklerde ürün-fiyat ilişkisi, yol-zaman ilişkisi, zaman-okunan sayfa sayısı ilişkisi ve benzeri gibi farklı şekillerde elde edilen veriler grafikler ile gösterilebilir.

#### *2.6.4.1 Grafiklerin özellikleri*

Grafiklerde bulunması gereken özellikler şunlardır (Güçiz-Doğan, 2015):

a. Her grafiğin kendi kendisini açıklayıcı, okuyucuya metni okumadan bilgi verici nitelikte olması gerekir.
b. Her grafiğin açıklayıcı bir başlığı olmalıdır. Bazı açıklamalar dipnot olarak da verilebilir.
c. Eksenler verilere uygun şekilde tanımlanmalıdır. Dikey ve yatay eksenlerin gösterdikleri değişkenler ve varsa bunların birimleri açık biçimde belirtilmelidir.

d. Her grafikte farklı çizgi, örüntü, renk gibi veri gösterme araçlarının ne anlama geldiğini açıklayan bir not bulunmalıdır. Grafik çok sayıda çizgi veya eğrilerle karmaşık hale getirilmemelidir.
e. Grafikler genellikle önemli verilerin özetlerini, önemli noktalarını göstermek için hazırlanır. Bu bakımdan grafiklerde gereksiz ayrıntılara yer verilmemelidir.

## 2.7. Çoklu Temsillerle İlgili Yapılan Çalışmalar

Çoklu temsillerin öğretim sürecinde öğrenciler tarafından kullanılıp, kullanılamaması veya kullanılma düzeyleri, öğrencilerin hata ve öğrenme eksikliklerinin tespit edilmesinde de önemli bir rol oynamaktadır (Lesh, Post ve Behr, 1987). Buradan hareketle, çoklu temsillerin öğretim sürecinde kullanımının önemli olduğu ifade edilebilir. Literatür incelendiğinde çoklu temsillerle ilgili yurt içinde ve yurt dışında çeşitli çalışmaların yapıldığı görülmüştür.

### 2.7.1. Yurt İçinde Yapılan Çalışmalar

Özgün Koca (2004) dokuzuncu sınıf cebir öğrencilerinin doğrusal ilişkiler konusunu üzerine çalışma yapmıştır. Yaptığı bu çalışmada yaptığı dokuzuncu sınıf cebir öğrencilerinin doğrusal ilişkiler konusunu öğrenmelerinde bilgisayar kullanımının etkilerini incelemiştir. Çalışmanın sonunda yarı bağlantılı gösterimlerin, bağlantılı gösterimler kadar etkili ve her iki gösterim türünün de farklı durumlarda, sınıf seviyelerinde ve matematik konularında kullanımı olabileceğini göstermiştir.

Akkuş ve Çakıroğlu (2006) tarafından yapılan çalışmada, yedinci sınıf öğrencilerinin cebir problemlerini çözerken çoklu temsilleri nasıl kullandıkları ve neden bazı temsil biçimlerini kullanmayı tercih ettikleri araştırılmıştır. Çalışma da yöntem olarak nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Çalışmaya katılımcı olarak yedinci sınıfa giden 11 kız, 10 erkek olmak üzere toplam 21 öğrenci seçilmiştir. Öğrencilere üç tane açık uçlu cebir problemi yöneltilmiş ve öğrencilerden bu problemleri çözmeleri ve çözerken kullandıkları temsil türlerini açıklamaları istenmiştir. Araştırmanın sonunda, öğrencilerin problemlerin çözümleri için farklı temsilleri kullanıldığını tespit edilmiştir. Öğrencilerin bu temsil biçimlerini tercih etme nedenleri ise problemin yapısına ve onların temsil biçimlerini algılamalarına göre değişkenlik gösterdiğinin vurgusu yapılmıştır.

Kılıç (2009) çalışmasında ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel problem çözme sürecinde kullandıkları temsilleri belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışmaya katılımcı olarak Eskişehir'de bulunan bir devlet okulundaki beşinci sınıfa giden toplam 12 öğrenci seçilmiştir. Araştırmada verilerin analizleri ve yorumlanması için nitel araştırma yöntemlerinden görüşme

ve doküman incelemesi tekniği kullanılmış. Araştırmada veriler klinik görüşmeler, görüşmeci günlüğü ve öğrenci günlüklerinde elde edilmiştir. Veriler analiz edilirken verinin işlenmesi, verinin görselleştirilmesi ile sonuç çıkarma ve teyit etme bölümlerinden oluşan bir sınıflama kullanılmıştır. Araştırmanın sonunda öğrencilerin matematiksel problemlerin çözüm sürecinde problemi anlama ve plan yapma aşamalarında konuşma dili, planı uygulama aşamasında konuşma dili, görsel, sembolik, somut nesne, çözümün değerlendirilmesi aşamasında ise konuşma dili, görsel, sembolik temsilleri kullandıkları ortaya çıkarılmıştır. Öğrencilerin problemlerin çözümünde kullandıkları temsilleri seçerken kişisel tercihlerin ön planda olduğu ve bunun yanında öğretmen ve duygusal etmenlerinin de temsil seçiminde etkili olduğu görülmüştür. Çalışmada öğrencilerin problemlerin çözümleri için uygun bir temsiller oluşturamama, kullanılan temsilleri problemlerle ilişkilendiremedikleri belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin temsiller arası geçiş yapamama, sembolik temsile uygun resimle temsil oluşturmama gibi sorunların yaşandığı görülmüştür.

Sevimli (2009) öğretmen adaylarının belirli integral konusunda kullanılan temsiller ile görsel-uzamsal yetenek ve akademik başarı arasındaki ilişkiler üzerine bir çalışma yapmıştır. Çalışmaya bir devlet üniversitesinin Matematik Öğretmenliği bölümünde ikinci sınıfa giden 45 öğretmen adayı katılmıştır. Çalışmada elde edilen verileri analiz etmek ve yorumlamak için nitel araştırma yöntemi ve nicel araştırma yöntemi birlikte kullanılarak karma yöntem kullanılmıştır. Çalışmada öğrencilerin uzamsal görselleme becerilerini belirleyebilmek için ‘Purdue Uzamsal Görselleme Testi’nin Türkçeye uyarlaması yapılmış ve öğrencilere uygulanmıştır. Bunun yanı sıra araştırmacı tarafından hazırlanan öğrencilerin akademik başarısını belirleyebilmek için araştırmacı tarafından ‘Belirli İntegral Yeterlilik Testi’ ile öğretmen adaylarının kullandıkları temsil türleri ile temsiller arası dönüşüm becerilerini belirlemek için ‘Temsil Tercih ve Dönüşüm Testi’ hazırlanıp uygulanmıştır. Çalışma sonucunda elde edilen bulgulara göre, öğretmen adaylarının belirli integral problemlerini çözme sürecinde çoklu temsil kullanma becerilerinin yeteri kadar iyi olmadığı tespit edilmiştir. Araştırmada cebir temsili ile diğer temsiller arasında ilişkiler kurulmasının kavramsal anlamayı geliştirebileceği ve uzamsal görselleme becerisinin geliştirilmesi ile grafik temsili kullanımının desteklenebileceğine dikkat çekilmiştir.

Yılmaz (2011) çalışmasında ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin okuduğunu anlama ve yazılı anlatım becerileri ile cebirde sembolik ve sözel gösterimleri dönüştürme becerileri arasındaki ilişkiyi incelemeyi ve bu ilişkinin sınıf düzeyine göre değişimini belirlemeyi amaçlamıştır. Dolayısıyla çalışmada nicel araştırma yöntemlerinden ilişkisel tarama yöntemi kullanılmıştır. Çalışmaya katılımcı olarak Karadeniz bölgesinin bir ilindeki köy

okulunda bulunan ilköğretim ikinci kademeye giden 198'i kız, 155'i erkek olmak üzere toplam 352 öğrenci seçilmiştir. Çalışmada veri toplama aracı olarak Sever (2004) tarafından geliştirilen 60 soruluk Türkçe Okuduğunu Anlama ve Yazılı Anlatım Becerisi Testi ile araştırmacı tarafından geliştirilen 26 sorudan oluşan 'Sembolik ve Sözel Gösterimleri Dönüştürme Testi' ve 12 sorudan oluşan 'Cebirsel İşlem Testi' olmak üzere üç farklı test kullanılmıştır. Ayrıca testleri uyguladıktan sonra, testlerden düşük puan alan öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Çalışmada elde edilen veriler Pearson korelasyon analizi ve tek faktörlü varyans analizi (ANOVA) ile öğrencilerle yapılan görüşmeler ise verilerin analizinde ise içerik analizi ile analiz edilmiştir. Çalışmasının sonunda öğrencilerin okuduğunu anlama ve yazılı anlatım becerileri ile cebirde sembolik ve sözel gösterimleri dönüştürme becerileri ve cebirsel işlem becerileri, cebirsel işlem becerileri ile cebirde sözel gösterim kullanma becerileri arasında pozitif ve anlamlı bir ilişki bulunmuştur. Ayrıca öğrencilerin cebirsel işlem becerileri Türkçe dersi başarılarına göre; okuduğunu anlama ve yazılı anlatım becerileri Matematik dersi başarılarına göre; cebirde sembolik ve sözel gösterimleri dönüştürme becerileri sınıf düzeyine göre anlamlı bir farklılık oluşturduğu görülmüştür. Fakat cebirde sembolik ve sözel gösterimleri dönüştürme becerileri sınıf düzeyine göre, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin bu becerileri arasında anlamlı bir fark bulunmadığı tespit edilmiştir.

İpek ve Okumuş (2012) tarafından yapılan çalışmada, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinde ne tür temsil kullandıkları ve bu temsillerle ilgili yaşadıkları sorunları araştırılmıştır. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden özel durum çalışması kullanılmıştır. Çalışma 48 aday ile yürütülmüş ve veriler, problem çözmede çoklu temsilleri kullanma testi ve klinik mülakatla toplanmıştır. Çalışmadan elde edilen verilerin analizine göre, adayların problemlerin çözüm sürecinde özellikle konuşma dili temsilini diğer temsil türlerine göre (cebirsel, grafiksel ve sayısal) daha yoğun kullandıkları görülmüştür. Ayrıca, özellikle problemi anlama aşamasında önemli işleve sahip olduğunu düşündükleri temsillerin kullanımında adayların probleme uygun temsil oluşturamama ve temsiller arasında geçiş yapamama gibi sorunlar yaşadıkları görülmüştür.

İzgiol'un (2014) yapmış olduğu çalışmada teknoloji destekli çoklu temsil temelli lineer yapılacak cebir öğretimi ile geleneksel öğretim yöntemleri ile yapılana lineer cebir öğretimine göre öğrencilerin lineer cebir başarılarında ve matematiğe yönelik tutumlarında farklılık olup olmadığını belirlemeye çalışılmıştır. Dolayısıyla çalışmasında nicel yöntem ile nitel yöntemleri bir arada kullandığı için karma yöntemi kullanılmıştır. Çalışmaya katılımcı olarak İzmir Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Buca Fakültesi İlköğretim Matematik bölümü ikinci sınıf öğrencileri seçilmiştir. Katılımcılar deney grubu 35 öğrenci ve kontrol grubu 38 öğrenci olacak şekilde

ikiye ayrılmıştır. Deney grubuyla teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretim, kontrol grubuyla ise geleneksel öğretim yöntemi ile lineer cebir öğretim yapılmıştır. Çalışmada veri toplama olarak Lineer Cebir Testi, Matematiğe Yönelik Tutum Ölçeği ve Görüşme Formu kullanılmıştır. Verilerin analizi sonucuna göre teknoloji destekli çoklu temsil temelli lineer cebir öğretimi yapılan deney grubundaki öğrenciler ile geleneksel yöntemlerle lineer cebir öğretimini yapılan kontrol grubu öğrencilerinin matematiğe yönelik tutumları arasında anlamlı bir farklılık olduğu görülmüştür. Fakat deney ve kontrol grubu öğrencilerin matematiğe yönelik tutum ön test ve son testleri arasında da anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Ayrıca teknoloji destekli çoklu temsil temelli lineer cebir öğretimi yapılan deney grubu öğrencilerinin lineer cebir başarılarının, geleneksel öğretimle lineer cebir öğretimi yapılan kontrol grubu öğrencilerine göre daha yüksel anlamlı seviyede daha yüksek olduğu, mevcut olan teknolojinin imkânları ile hazırlanan Teknoloji Destekli Çoklu Temsil Temelli Lineer Cebir Öğretimi (TeÇoLi) uygulamasının öğrencilerin lineer cebirdeki başarılarını arttıracak özelliklerinin olduğu görülmüştür.

Gürbüz ve Şahin'in (2015) yaptığı çalışmada, sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında çoklu temsiller (sözel, tablo, denklem ve grafik) arasındaki geçiş becerileri incelenmiştir. Çalışmaya ilköğretim sekizinci sınıfa giden üç kız, bir erkek olmak üzere toplam dört öğrenci katılmıştır. Çalışmada veri toplama aracı olarak araştırmacıların hazırladığı "Çoklu Temsillerde Transfer Testi (ÇTTT)" ve yarı-yapılandırılmış mülakat kullanılmış ve elde edilen veriler betimsel analiz tekniğiyle analiz edilmiştir. Çalışmanın sonunda öğrencilerin en çok sözel, tablo ve denklem temsil türlerinden grafiğe geçişte zorlandıklarını aksine sözel, denklem ve grafik temsil türlerinden tabloya geçişte ise zorlanmadıkları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin tablo, denklem ve grafik temsil türlerini sözel olarak ifade ederken yaptıkları hataların yazma becerilerinin yetersiz olduğu ifade edilmiştir.

Yıldırım ve Albayrak (2016) tarafından yapılan araştırmada, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin farklı temsil biçimlerine (tablo, grafik ve denklem) göre iki değişken arasında doğrusal ilişki olup olmadığını tespit edebilme ve doğrusal ilişki içeren gerçek yaşam durumlarına uygun tablo, grafik ve denklem oluşturabilme becerilerini incelenmiştir. Dolayısıyla çalışmada deneysel olmayan nicel araştırmalardan betimleyici türde tarama modeli kullanılmış ve çalışmaya bir devlet okulunda yedinci sınıfa giden 93 öğrenci katılmıştır. Araştırmada veri toplama aracı olarak her biri 3'er açık uçlu sorudan oluşan "Doğrusal ilişki Belirleme Testi (DİBT)" ve "Gerçek Yaşam Durum Testi (GYDT)" uygulanmıştır. Verilerin analiz edilirken yüzde, aritmetik ortalama, standart sapma değerleri hesaplanmış ve veriler normal dağılım göstermediği için 'Kruskal Wallis' testi ile 'Mann Whitney-U' testi

kullanılmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda, öğrencilerin doğrusal ilişkileri belirlemede, grafik temsilinde denklem ve tablo temsillerine göre anlamlı düzeyde daha başarılı olduğu ayrıca doğrusal ilişki bulunan gerçek yaşam durumlarına ait tablo temsilini oluşturma becerilerinin grafik ve denklem temsil biçimlerine göre anlamlı düzeyde daha yüksek olduğu ortaya çıkmıştır.

Yakar ve Yılmaz (2017) tarafından yapılan çalışmada ile yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel bir hikâye içerisindeki gerçek yaşam durumunu matematiksel ifadeye dönüştürme sürecindeki matematiksel dil becerileri incelenmiştir. Bu nedenle çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum (örnek olay) çalışması kullanılmış ve çalışma Türkiye'nin batı bölgesinde yer alan bir ilde yedinci sınıfa giden farklı başarı düzeylerine sahip 80 öğrenci ile yapılmıştır. Çalışmada kullanılmak üzere araştırmacılar tarafından bir hikâye tasarlanmış ve bu hikâye içerisinden öğrencilere sekiz soru sorulmuştur. Çalışmanın sonunda öğrencilerin hikâye içerisindeki durumları matematiksel olarak açıklamakta zorlandıkları ve cevaplarını daha çok sözel olarak ifade etme eğiliminde oldukları görülmüştür.

İncikabı ve Biber (2018) tarafından yapılan çalışma ortaokul matematik ders kitaplarındaki kullanılan temsil türlerini belirlemiş ve temsil türleri arasında yer verilen ilişkilendirmeleri ortaya çıkarılması amacıyla yapılmıştır. Çalışmada MEB'in hazırladığı ortaokul matematik ders kitaplarında yer alan temsil türlerini analiz etmek için nitel araştırma yöntemlerden doküman analizi yöntemi kullanılmıştır. Matematik ders kitapları, matematikte kullanılan sözel, cebirsel, model, tablo, grafik ve gerçek yaşam temsiller türlerine göre analiz edilmiştir. Çalışmanın sonunda ders kitaplarında yer verilen temsiller arası geçiş en fazla cebirsel, sözel ve model temsiller ile cebirsel, sözel, model ve açık temsiller arasında gerçekleştiği belirtilmiştir.

Sezgin (2019) çalışmasında çoklu temsillerle öğretimin 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel anlama seviyelerine ve cebirsel problem çözme sürecine etkisini incelenmiştir. Çoklu temsillerle öğretimin etkilerini inceleyebilmek için hem nitel yöntemi hem de nicel yöntemi bir arada kullanılmıştır. Çalışmaya katılımcı olarak İstanbul ili Kâğıthane ilçesindeki bir devlet okulunda yedinci sınıfa giden 41 öğrenci seçilmiştir. Çalışmada nicel araştırma için yarı deneysel model kullanılmış ve öğrencilere önce ön testler uygulanmış, ardından 5 hafta boyunca çoklu temsiller kullanılarak cebir kazanımlarıyla ilgili öğretim planı uygulanmıştır. Öğretim planı uygulandıktan sonra da son testler yapılmıştır. Veri toplama aracı olarak Matematiksel Anlama Düzeyleri Belirleme Ölçeği, cebirsel düşünme düzeylerini belirlemek için de Cebirsel Düşünme Düzeyleri Belirleme Ölçeği kullanılmıştır. Verilerin analizinde Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi, Mann Whitney U Testi, Spearman Sıra Farkları Korelasyon

Testi, One-Way Anova Testi uygulanmış. Nitel araştırma için katılımcılar arasından seçilen 4 öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Araştırma sonucunda çoklu temsillerle öğretimin öğrencilerin cebir başarılarına olumlu yönde katkı sağladığı belirtilmiştir. Matematiksel anlama seviyesi yüksek olan öğrencilerin cebir başarılarının yüksek olduğu görülmüştür. Çoklu temsil kullanan öğrencilerin matematiksel anlama seviyelerinin ve cebir başarılarının yüksek olduğu sonucuna varılmıştır.

Tavşan (2020) çalışmasında altıncı sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadelerden sözel ifadelere geçebilme becerileri ile bu temsil biçimleri arasındaki geçiş durumlarını ortaya çıkarmayı amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda çalışmasında nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Çalışamaya katılımcı olarak Trabzon'daki bir köy okulunda altıncı sınıfa giden sekiz erkek ve dokuz kız olmak üzere toplam 19 öğrenci seçilmiştir. Veri toplama aracı olarak araştırmacının hazırladığı yedi sorudan oluşan açık uçlu cebirsel ifade testi kullanılmıştır. Araştırmanın sonunda, öğrencilerin cebirsel ifadeleri uygun sözel ifadelere dönüştürmede başarılı oldukları görülmüştür.

Eroğlu ve Akkuş (2021) tarafından yapılan çalışmada ortaöğretim 9. sınıf matematik ders kitabında üçgenler ünitesinde yer alan çözümlü ve çözümlü olmayan problemlerin çoklu temsil türlerinin incelenmiştir. Bu nedenle çalışmada doküman analizi yöntemi uygulanmıştır. Çalışmada veri toplamak için amaçlı örneklem yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi benimsenmiş ve veri toplama aracı olarak 2020-2021 eğitim-öğretim yılında Türkiye'deki tüm fen liselerinde okutulan MEB yayınlarına ait "Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 9.sınıf Ders Kitabı" kullanılmıştır. Araştırmanın verilerini ise, üçgenler ünitesinde yer alan çözümlü ve çözümlü olmayan problemler oluşturmaktadır. Veri toplama aracından elde edilen veriler içerik analizi kullanılarak analiz edilmiştir. Çalışmanın sonunda çözümlü ve çözümsüz problemlerin girdi temsillerinde en çok şekil ve geometrik sembolik temsile, diğer temsil türlerine ise (sözel, cebirsel sembolik ve günlük hayat bağlamı) çok az yer verildiği yer verildiğini göstermiştir. Çözümlü problemlerin çıktı temsillerinde ise en fazla geometrik sembolik ve cebirsel sembolik temsilin kullanıldığı, şekil temsiline ise az yer verildiği görülmüştür.

Özçakır Sümen'nin (2021) yaptığı çalışmada dördüncü sınıf öğrencilerinin matematiksel bilgiyi farklı temsil biçimlerine dönüştürebilme becerilerini incelenmiştir. Dolayısıyla çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmış ve çalışma bir devlet okulunda dördüncü sınıfa giden 30 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Veri toplama aracı olarak araştırmacının geliştirdiği açık uçlu sorulardan oluşan 'Matematiksel Bilginin Farklı Temsil Biçimleri Testi' kullanılmıştır. Ayrıca öğrencilerin hangi temsiller arasında zorlandıklarını tespit edebilmek için öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Çalışmanın sonunda

öğrencilerin problemlerdeki bilgileri temsil türleriyle ifade edebilme becerilerinin orta düzeyde olduğu görülmüştür. Öğrencilerin matematik bilgileri en kolay tablo temsiliyle, en zor ise grafik temsiliyle ile ifade edebildikleri belirtilmiştir.

Yağız ve Tapan Broutin (2023) tarafından yapılan çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin cebir konusunda çoklu temsil türleri (sözel ifade, cebirsel ifade, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme) arasındaki geçiş süreçleri araştırılmıştır. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Çalışma, Bursa'da bir devlet okulunda yedinci sınıfa giden 20 öğrenciyle yapılmıştır. Çalışmada araştırmacı tarafından hazırlanan 'Çoklu Temsilleri Dönüştürme Testi (ÇTDT)' veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Veri toplama aracından elde edilen veriler betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Verilerin analizine göre yedinci sınıf öğrencilerinin en az zorluk yaşadıkları temsil türünün verilen probleme uygun tablo ile gösterme temsili olduğu, en fazla zorluk yaşadıkları temsil türünün ise verilen probleme uygun grafik ile gösterme temsili olduğu görülmüştür. Sonuç olarak yedinci sınıf öğrencilerinin temsil türleri arasındaki geçiş becerilerinin iyi olmadığı ve öğrenciler arasında farklılıkların olduğu ifade edilmiştir.

Boyun (2024) çalışmasında yedinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsillerle desteklenen cebir öğretimin öğrencilerin cebirsel muhakemeleri üzerine etkisini incelemiştir. Çalışmasında karma yöntemlerden açıklayıcı ardışık deseni kullanmıştır. Nicel olarak yarı deneysel desen bünyesinde yer alan eşitlenmemiş gruplar ön test-son test deseni; nitel olarak ise yapılandırılmış görüşmeler yapılmış olup tümdengelimci betimsel analizi kullanmıştır. Çalışma 2022-2023 eğitim öğretim yılında Şanlıurfadaki bir devlet okulunda yapılmıştır. Çalışmaya 54 deney 62 kontrol grubu olmak üzere yedinci sınıfa giden toplam 116 öğrenci katılmıştır. Veri toplama aracı olarak Cebirsel Muhakeme Başarı Testi, yarı yapılandırılmış görüşme formu ve çalışma kâğıtları kullanılmıştır. Nicel verilerin analizinde Wilcoxon Eşleştirişmiş Çiftler Testi, Mann-Whitney U Testi; nitel verilerin analizinde ise ses kayıtları MAXQDA 2022 paket programı kullanılmıştır. Çalışmanın sonunda deney grubundaki öğrenciler ile kontrol grubundaki öğrenciler arasında anlamlı düzeyde farklılıkllar tespit edilmiştir. Çoklu temsil temelli öğretimine ilişkin katılımcıların olumlu görüşleri oldukları belirtilmiştir.

### 2.7.2. Yurt Dışında Yapılan Çalışmalar

Moseley ve Brenner (1997), yaptıkları çalışmada, öğrencilerin cebir eğitimini aldıktan sonra olarak cebirsel değişkenler ve notasyonlarıyla çalışma becerileri ile aritmetik düşünmeden cebirsel akıl yürütmeye kadar olan süreçteki konumları incelenmiştir. Bu çalışma için ortaokul öğrencileriyle deneysel bir çalışma yapılmıştır. Deneysel çalışma için iki grup

öğrenciden, ilk gruptaki öğrenciler (n=15) çoklu temsil becerilerini vurgulayan deneysel bir müfredatla eğitilirken, ikinci gruptaki öğrenciler (n=12) geleneksel eğitim almıştır. Ayrıca öğrencilerle eğitim öncesi ve sonrası kritik görüşmeler de yapılmıştır. Çalışmanın sonucunda çoklu temsil müfredatı alan öğrencilerin, değişkenleri yazdıkları denklemlere entegre ederken geleneksel olarak öğretilen akranlarına göre cebirsel akıl yürütme belirtileri gösterme olasılıklarının önemli ölçüde daha yüksek olduğunu ortaya çıkarılmıştır.

Castro, Morcillo ve Castro (1999) tarafından yapılan çalışmada 13-14 yaş grubu öğrencilerin matematiksel problemleri çözerken kullandıkları temsil çeşitlerini araştırılmıştır. Bunun için çalışmaya İspanya'da bir devlet okulunda 13-14 yaş grubundaki 192 öğrenci katılmıştır. Çalışma deneysel bir çalışma olup test yarılama tekniği uygulanmıştır. Çalışma için 8 soruluk bir test hazırlanmış öğrenciler iki gruba ayrılmıştır. Hazırlanan testin ilk dört sorusu ilk gruba, son dört sorusu ise ikinci gruba uygulanmıştır. Çalışmanın sonunda öğrencilerin temsil tercihlerinin (sayısal, grafiksel, cebirsel, grafik-sayısal) problem çeşidine göre farklılık gösterdiği ve problemi doğru çözen öğrencilerin kullandıkları temsiller incelendiğinde temsil tercihlerinin problemin yapısına göre değiştiği ortaya çıkmıştır. Ayrıca matematiksel problem çözmede sadece sayısal veya cebirsel temsilin yeterli olmayıp bu temsil türleriyle birlikte grafik gösterimlere yer verilmesi gerektiği ifade edilmiştir.

Koedinger ve Nathan (2004) yaptıkları çalışmada problem temsillerindeki farklılıkların nicel muhakeme ile meşgul olan cebire yeni başlayan öğrencilerin hem performansını hem de altında yatan bilişsel süreçlerini nasıl değiştirdiği araştırılmıştır. Bunun için öğrencilerden, araştırmacılar tarafından hazırlanan cebirsel hikâye problemleri ile matematiksel denklemleri çözmeleri istenmiştir. Problem temsilindeki farklılıkların problem çözmeyi ne zaman, neden ve nasıl etkilediğine dair bilişsel süreç açıklamasının temeli olarak öğrencilerin stratejilerinin ve hatalarının analizlerinden yararlanılmıştır. Araştırmanın sonunda dış temsillerdeki farklılıkların, bir temsilin diğerinden daha kolay anlaşılması veya bir temsilin diğerinden daha güvenilir ve anlamlı çözüm stratejileri ortaya çıkarması durumunda performansı ve öğrenmeyi etkileyebileceği sonucuna varılmıştır.

Keller (2008) çalışmasında ilköğretim öğrencilerinin matematik ve fen alan bilgilerinin çizgi grafiklerini yorumlamalarını nasıl etkilediği ve yorumlarının grafik soru düzeylerinden nasıl etkilendiği incelenmiştir. Çalışma grubuna amaçlı örneklem yöntemiyle seçilen altıncı sınıfa giden on dört öğrenci katılmıştır. Çalışma grubundaki öğrencilere önce 'Test of Graphing in Science (TOGS)' testi uygulanmıştır. TOGS testinden sonra öğrencilerle mülakatlar yapılmıştır. TOGS testindeki öğrenci performansı, öğrencilerin grafik çizme becerilerini etkileyen daha önce belirtilen faktörlerden oluşturulan bir değerlendirme rubriği kullanılarak

değerlendirilmiştir. Ayrıca çalışma sırasında gözlemsel notlar da toplanmıştır. Araştırmanın sonunda başarı seviyesi yüksek olan öğrencilerin, testteki soruları çözerken daha fazla sayıda ve daha uygun yöntemleri kullandıkları; fakat başarı seviyesi orta veya düşük olan öğrencilerin ise daha az sayıda yöntem kullandıklarını belirtilmiştir.

Lowrie ve Diezmann (2011) tarafından yapılan çalışmada sayı doğruları, grafikler, haritalar ve diyagramlar içeren 'Graphical Languages in Mathematics (GLIM)' adında veri toplama aracındaki grafik sorularını çözen öğrencilerin performanslarındaki cinsiyet farklılıklar incelenmiştir. Bu nedenle çalışmada nicel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Çalışmaya, yaşları dokuz ile on iki arasında değişen 169'u erkek ve 148'i kadın olmak üzere toplam 317 Avustralyalı öğrenci katılmıştır. Verilerin analizi için analizler için (M)ANCOVA analizi kullanılmıştır. Veri analizi sonuçlarına göre cinsiyet ve sözlü olmayan değişkenlerin korelasyonu zayıf olduğu görülmüştür ($r = .03$, $p > .05$). Ayrıca her bir bağımsız kategori ile ilgili bağımlı değişkeni arasındaki etkileşim istatistiksel olarak anlamlı olmadığından ($p > .05$), regresyon eğiminin homojenliği varsayımı da ihlal edilmemiştir. Araştırmanın sonunda erkeklerin, bir eksende temsil edilen bilgilerin yorumlanmasını ve iki ve üç boyutlu temsiller arasında hareket etmeyi gerektiren grafiklerde kızlardan daha iyi performans gösterdiğini ifade edilmiştir.

Dreher ve Kuntze (2015) tarafından yapılan çalışma öğretmenler ile öğretmen adaylarının çoklu temsillerle ilgili mesleki bilgi ve görüşleri üzerinedir. Araştırma, Almanya'da bir devlet ortaokulunda 67 öğretmen adayı ve 77 öğretmen ile gerçekleştirilmiştir. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından anket, görüşme ve öykü temelli sorular hazırlanmıştır. Araştırma nicel yöntemler ve nitel yöntemler birlikte kullanılmış. Verilerin analizi nicel yöntemle yapılmış, fakat katılımcıların çoklu temsillerle ilgili mesleki bilgilerini derinlemesine inceleyebilmek için nitel analiz de yapılmıştır. Araştırma sonucunda hem öğretmen adaylarının hem de öğretmenlerin herhangi bir konuya özgü olan çoklu temsillerin önemini tam olarak anlamadıklarını görülmüştür. Ek olarak öğretmenlerin, öğretmen adaylarından temaya özgü fark etmelerin de daha başarılı oldukları ifade edilmiştir.

Bakar (2017) yaptığı çalışmada Malezya'da yaşayan 6 yaşındaki çocukların toplama kavramını öğrenirken kullandıkları temsil türlerini araştırmıştır. Çalışmaya farklı yetenek gruplarını temsil edecek şekilde altı yaşındaki altı çocuk katılmıştır. Çalışmada veri toplama araçları olarak çocukların eserleri, gözlemler, çocuklarla yapılan konuşmalar, saha notları, ses ve video kayıtları kullanılmıştır. İlk olarak, çocukların çalışmaları (çizim, yazılı çalışma ve fiziksel yapılar şeklinde) analiz edilmiş ve farklı temsil biçimlerine göre kategorize edilmiştir.

Çalışmanın sonunda çocukların toplama etkinliği yaparken farklı temsil türlerini (oklarla gösterme, daireler çizme, tek tek sayma gibi) kullandıklarını görülmüştür.

Kusumaningsih ve Herman (2018) ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerini gerçekçi bir yaklaşım kullanarak çoklu temsil stratejileriyle geliştirmeyi üzerine bir araştırma yapmıştır. Araştırma grubuna, basit tesadüfi örnekleme tekniği ile Kudüs şehrinde bir devlet okulundaki sekizinci sınıfa giden 72 öğrenci seçilmiştir. Araştırma grubuna seçilen öğrenciler iki gruba ayrılarak ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Araştırmadan elde edilen veriler bağımsız t testi ve oranlar testi ile analiz edilmiştir. Araştırmanın sonunda cebirsel düşünme yeteneği üzerinde gerçekçi yaklaşımı kullanan çoklu temsil stratejileri arasında bir etkileşim olduğunu göstermiştir. Çoklu temsil stratejisine sahip öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri, mevcut bilimsel öğrenime sahip öğrencilere göre daha iyi olmuştur. Ayrıca, gerçekçi yaklaşım kullanan çoklu temsil stratejilerin kullanabilen öğrencilerin yüzde yetmiş beşinden fazlası öğrenmeyi tamamlamayı başarmıştır.

Alkhateeb (2019) sekizinci sınıf matematik ders kitabında yer alan çoklu temsillerin çeşitli türlerini ve aralarındaki geçişleri, ikinci olarak da öğretmenlerin bu temsilleri öğretimde kullanıp kullanmadıklarını belirlemeyi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda çalışmada, 2019 yılında Ürdün'deki devlet okullarında kullanılan sekizinci sınıf matematik ders kitabındaki çoklu temsiller ile bu temsillerin aralarındaki geçişleri araştırmak için içerik analizi yaklaşımını kullanılmıştır. Ayrıca öğretmen uygulamalarını (n=35 gözlem) analiz etmek ve temsiller ile temsillerin aralarındaki geçişleri kaydetmek için bir gözlem yöntemi de uygulanmıştır. Çalışmanın sonunda ders kitabında ve öğretmenlerin uygulamalarında sembolik temsiller ile sözel temsillerin diğer temsil türlerine nazaran daha fazla kullanıldığını görülmüştür. Ayrıca temsil türleri arasındaki geçişlerin sekizinci sınıf matematik ders kitabında ve sekizinci sınıfların dersine giren öğretmenlerin uygulamalarında düşük olduğu sonucuna varılmıştır.

Sirajuddin, Sa'dijah, Parta ve Sukoriyanto (2020) tarafından yapılan çalışmada öğretmen adaylarının cebiri ifade etmede ortaya koydukları çoklu temsil türlerini araştırılmıştır. Bu nedenle çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden birisi olan durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Çalışmaya Endonezya'daki bir üniversitede öğrenim gören 112 matematik öğretmeni adayı katılmıştır. Çalışmada veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından hazırlanan 'Cebir Görev Formu' ile 'Mülakat Rehber Formu' kullanılmıştır. Veri toplama araçlarından elde edilen veriler cebir, resimsel ve geometrik sembolik olarak ifade kategorilerine göre analiz edilmiştir. Analiz sonucunda çalışmaya katılanların %74'ünün cebiri sembolik olarak ifade ederken, %15'inin resimsel olarak ve %11'inin geometrik olarak ifade ettiğini gösterilmiştir. Katılımcıların çoğu cebirsel sembolik temsiller üretmiş ve bir kısmı

resimli temsiller ve geometrik temsiller üretirken engellerle karşılaştığı görülmüştür. Ayrıca araştırmacı geometrik temsilin (algı, görünüm, strateji ve yeniden inceleme) üretiminde benzer örüntüler bulunmuştur.

Pinto, Cañadas ve Moreno (2022) çalışmasında öğrencilerin fonksiyonel düşünme problemleriyle çalışırken değişkenler arasındaki ilişkileri nasıl kurduğunu görmeyi amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda çalışmaya İspanyada bir ilkokulda üçüncü sınıfa giden 24 öğrenci katılmıştır. Çalışmada sınıfta öğretim deneyi yöntemi uygulanmıştır. Veri toplama aracı olarak genelleme yapmayı sağlayan bir fonksiyon içeren 5 sorudan oluşan test ile video kayıtları ve araştırmacının notları kullanılmıştır. Çalışmanın sonunda elde edilen verilere göre üçüncü sınıf öğrencilerinin fonksiyonel ilişkiyi ifade etmek için doğal dil ve sayısal gösterim kullanarak yazışma ilişkilerinin olduğu bulunmuştur. Ayrıca öğrencilerin fonksiyonel problemlerle çalışmaya alışkın olmasalar da bile bazı öğrencilerin aritmetik hesaplamaların ötesine geçerek değişkenler arasındaki ilişkiler kurdukları gözlemlenmiştir.

Durkin, Rittle Johnson, Star ve Loehr (2023) tarafından öğrencilerin cebirin verimli öğrenimi üzerine bir çalışma yapılmıştır. Çalışmada ‘Comparison and Discussion of Multiple Strategies’ (CDMS) yani ‘çoklu stratejilerin karşılaştırılması ve tartışılması’ yöntemi kullanılmıştır. CDMS yöntemi matematik sınıflarında bu süreçleri desteklemek için tasarlanmış bir öğretim yöntemidir. Çalışma Amerika Birleşik Devletleri’ndeki Massachusetts ve New Hampshire bölgelerindeki altı okulda yapılmıştır. Çalışmaya katılan öğretmenler ve öğrenciler deney ve kontrol grubu olarak ikiye ayrılmıştır. Deney grubunda 16 Cebir-1 öğretmeni ve 573 öğrenci; kontrol grubundaki ise 13 Cebir-1 öğretmeni ve 485 öğrenci bulunmaktadır. Deney grubundaki 16 Cebir-I öğretmeni tarafından, doğrusal denklem çözme üzerine bir ünite öğretirken CDMS'yi desteklemek için mesleki gelişim ve ek materyaller alınmış ve öğrencilerinin 475'i üniteden önce ve sonra doğrusal denklem çözme bilgilerine ilişkin değerlendirmeleri tamamlanmıştır. Çalışmanın sonunda CDMS’nin, öğretmenlerin öğrencilerini çoklu stratejiler, sürekli küçük grup çalışmaları ve sürekli matematiksel tartışmalar karşılaştırması ile meşgul etme sıklığını arttırdığı gözlemlenmiştir. CDMS sınıflarındaki öğrencilerin ayrıca ön test bilgileri ve okul demografik farklılıkları kontrol edildikten sonra bile son testte doğrusal denklemler, özellikle de prosedür esnekliği konusunda daha yüksek bilgiye sahip oldukları tespit edilmiştir.

Ureña, Ramírez, Molina ve Cañadas (2024) tarafından cebirsel fonksiyenel bağlamda genelleme içeren diyagramlar eşliğinde sözel problemlerle ilgili bir çalışma yapılmıştır. Çalışmada betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Çalışmaya altıncı ve sekizinci sınıflar arasından 313 öğrenci katılmıştır. Çalışmada öğrencilerin genelleme yapmak için kullandıkları

stratejileri belirlenmesi ve genellemelerini ifade ederken kullandıkları temsil türlerini tanımlanması amaçlanmıştır. Öğrencilerin genellemeleri nasıl oluşturduğunu, bu genellemelerin yapılarda nasıl ortaya çıktığını ve nasıl temsil ettiklerini bütüncül bir biçimde incelenmiştir. Çalışmanın sonunda genelleme yapan öğrencilerin neredeyse tamamının fonksiyonel stratejiyi kullandıkları görülmüştür. Cebirsel sembollerle sınırlı olmayan genellemeyi ifade etme yolları da gözlemlenmiştir. Çalışmada altıncı sınıf öğrencilerinde fonksiyonel ilişkileri belirleme potansiyeli, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileri daha çeşitli ve yapısal olarak karmaşık ilişkileri temsil edebilme potansiyeli tespit edilmiştir. Fakat öğrencilerin arasında yaş farkı olmasına rağmen cebirsel eğitimi olanlarla olmayanlar arasında genelleme stratejileri bakımından anlamlı bir fark tespit edilmediği ifade edilmiştir.

Literatürdeki çalışmalar incelendiğinde çoklu temsillerle ilgili birçok araştırmanın yapıldığı görülmüştür. Yapılan çalışmaların genel olarak; matematik dersinde çoklu temsilleri öğretim yöntemi olarak kullanma (Boyun, 2024; Dreher ve Kuntze, 2015; Durkin, Rittle-Johnson, Star ve Loehr, 2023; İzgiol, 2014; Kusumaningsih ve Herman, 2018; Moseley ve Brenner, 1997; Sezgin, 2019;), bireylerin çoklu temsilleri kullanma becerilerini inceleme (Akkuş ve Çakıroğlu, 2006; Bakar, 2017; Castro, Morcillo ve Castro, 1999; Keller, 2008; Kılıç, 2009; İpek ve Okumuş, 2012; Özgün Koca, 2004; Pinto, Cañadas ve Moreno, 2022; Sevimli, 2009; Sirajuddin ve diğerleri 2020; Ureña, Ramírez, Molina ve Cañadas, 2024; Yakar ve Yılmaz, 2017; Yıldırım ve Albayrak, 2016), çoklu temsiller arası geçiş becerilerini inceleme (Gürbüz ve Şahin, 2015; Özçakır Sümen, 2021; Tavşan, 2020; Yağız ve Tapan-Broutin, 2023; Yılmaz, 2011) şeklinde olduğu görülmüştür. Matematik ders kitaplarındaki çoklu temsillerin kullanımının araştırıldığı çalışmalarda mevcuttur (Alkhateeb, 2019; Eroğlu ve Akkuş, 2021; İncikabı ve Biber, 2018;). Kimi araştırmalarda ise problem çözmede çoklu temsillerin rolü (Koedinger ve Nathan, 2004) ve çoklu temsilleri kullanma becerilerinde cinsiyetin rolü (Lowrie ve Diezmann, 2011) incelenmiştir.

Çalışmalarda farklı seviye (matematik başarısı yüksek ve/veya düşük öğrenciler) ve yaş gruplarıyla (ortaokul öğrencileri, lise öğrencileri, öğretmen adayları) çalışılmıştır. Yapılan çalışmalar incelendiğinde yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileriyle çoklu temsiller arasında geçiş becerilerinin birlikte incelendiği bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu çalışmada hem yedinci sınıf öğrencilerinin hem de sekizinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsilleri kullanma becerileri ve temsiller arası geçiş becerileri birlikte incelenmiştir. Ayrıca çalışmada yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsilleri kullanma becerileri de karşılaştırılmıştır.

# 3. BÖLÜM
# YÖNTEM

Bu bölümde araştırmada kullanılan araştırma modeli belirtilmiş, araştırmanın süreci, evren ve örneklemi, araştırmada kullanılan veri toplama araçları ile ilgili bilgiler verilmiştir. Ayrıca veri toplama araçlarından toplanarak elde edilen verilerin çözümlenmesi de yapılmıştır.

## 3.1. Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada yedinci sınıf ve sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir konusundaki çoklu temsiller arası geçiş becerilerinin derinlemesine incelenebilmesi için nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiştir. Nitel araştırma, "gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama tekniklerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma" şeklinde tanımlanabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Nitel araştırma yöntemi, bir araştırmanın planlanmasında ve uygulamasında araştırmacıya esneklik sağlamaktadır. Nitel araştırma bu esnek yapısından dolayı araştırma planın oluşturulması ve gerçekleştirilmesi sürecinde araştırmacının çalışmasını kolaylaştırmaktadır. Ayrıca nitel araştırmalardaki bu esneklik araştırmanın sürecine göre yeni yöntem ve yaklaşımlar geliştirme, araştırmanın planlanmasında ve uygulamasında değişiklikler yapma gibi fırsatlar vermektedir (Karataş, 2015).

Nitel araştırmada veri toplamanın temel bileşenlerinden biri çalışma grubunda bulunanların davranışlarını, onların etkinliklerine katılarak gözlemlemektir (Creswell, 2021). Bu nedenle araştırmacı veri toplama işlemini, belirlenen bir sınıf ortamında ve öğrencilerin etkinliklerine katılarak gerçekleştirmiştir. Araştırmacı tarafından, çalışmada nitel yaklaşım çerçevesinde öğrencilerin çoklu temsiller ile ilgili öğrenme süreçlerinin sınıf ortamında detaylı olarak incelenmesi gerektiğinden dolayı öğretim deneyi (teaching experiment) kullanılmıştır.

### 3.1.1. Öğretim Deneyi

Öğretim deneyi, nitel araştırma yaklaşımları kapsamında değerlendirilen ve özellikle matematik eğitimi alanında öğrenci düşüncelerinin anlaşılmasına yönelik detaylı ve yapılandırılmış veri elde etmeye olanak tanıyan bir araştırma yöntemidir (Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer, ve Schauble, 2003). Bu yöntemde araştırmacı, yalnızca dış gözlemci değil, aynı zamanda aktif bir katılımcı olarak öğrenme ortamını tasarlayıp yönlendiren bir konumda yer alır (Steffe ve Thompson, 2000). Öğretim deneyi araştırmalarının temel amacı, öğrencilerin matematiksel bilgilerini yapılandırma süreçlerini doğrudan gözlemlemek ve bu süreçlerde gerçekleşen bilişsel dönüşümleri anlamlandırmaktır (Czarnocha ve Maj, 2008). Bu bağlamda,

“deneyimleme” kavramı; öğrencilerin matematiği öğrenirken kullandıkları kavramlar, gerçekleştirdikleri işlemler, yaptıkları hatalar ve sergiledikleri stratejilerin niteliksel olarak analiz edilmesini içerir (Knuth ve Elliott, 1997). Öğretim deneyinin "öğretim" yönü ise, öğrencilerin matematiksel gelişimlerini desteklemek üzere özenle kurgulanan öğrenme ortamlarının oluşturulmasını ve uygulanmasını kapsamaktadır (Steffe ve Olive, 2010, aktaran, Uygan, 2019).

Bu yöntem, öğretim ile araştırma süreçlerinin iç içe geçtiği, öğrenme ortamının doğrudan bir araştırma nesnesine dönüştüğü bir yapıya sahiptir. Öğretim deneyi süresince toplanan veriler genellikle gözlem, yarı yapılandırılmış mülakatlar, klinik görüşmeler, ders sırasında alınan alan notları ve video kayıtları gibi nitel veri toplama teknikleriyle elde edilir (Knuth ve Elliott, 1997). Araştırmacının öğrenme ortamındaki etkin rolü, öğrenme sürecini derinlemesine anlamayı kolaylaştırırken, aynı zamanda öğrenci düşüncelerinin zaman içerisindeki değişimini de analiz etme fırsatı sunar (Cobb vd., 2003). Bu yönüyle öğretim deneyi, sadece öğrencilerin anlık bilgi düzeylerini belirlemekle kalmayıp, süreç içerisinde oluşan kavramsal değişimleri, strateji kullanım biçimlerini ve öğrenme eğilimlerini analiz etmeyi mümkün kılar (Gravemeijer ve Cobb, 2006; Uygan, 2019).

Öğretim deneyinin farklı türleri mevcuttur ve bu türler, araştırmanın yapıldığı ortama ve katılımcı grubun özelliklerine göre çeşitlenebilir. Küçük öğrenci grupları ile yürütülen birebir öğretim deneyi türü ile sınıf ortamında geniş katılımcı kitlesiyle yapılan sınıf öğretim deneyi türü, bu çeşitliliğin örneklerindendir (Cobb vd., 2003). Sınıf öğretim deneyi, bireysel öğrenme süreçlerinin yanı sıra, sınıf ortamındaki sosyal etkileşimlerin ve kültürel normların da göz önünde bulundurulmasını zorunlu kılar. Bu yöntem, öğrencilerin matematiksel etkinliklerini hem bireysel hem de kolektif bağlamda analiz etmeye olanak sağlar (Cobb, 2000). Sınıf içerisindeki sosyal yapı, öğrencilerin matematiği nasıl öğrendiklerini, anlamlandırdıklarını ve ifade ettiklerini şekillendiren önemli bir bileşen olarak değerlendirilir (Cobb, Yackel ve Wood, 1989).

Özellikle sınıf mikrokültürü içerisinde gelişen sosyal normlar, bireylerin rollerine, öğretmen ve akranlarla olan ilişkilerine ve matematik öğrenimine yönelik inançlarına bağlı olarak şekillenir (Cobb ve Yackel 1996). Bu normlar, bireyin sınıf içerisindeki davranışlarını ve matematiksel bilgiye dair kabul, red veya yeniden yapılandırma süreçlerini etkiler. Sosyomatematiksel normlar olarak adlandırılan bu yapılar, öğrencilerin hangi matematiksel düşünceleri geçerli ve anlamlı bulduklarını belirlemede önemli rol oynar (Cobb, 2000). Sosyomatematiksel normlar, ayrıca öğrencilerin çözüm stratejilerinde neyi karmaşık veya basit

olarak değerlendirdiklerini ve hangi açıklamaları yeterli bulduklarını da belirleyerek, öğrenme sürecinin niteliğini doğrudan etkiler (Cobb ve Yackel, 1996).

Bu bağlamda, öğretim deneyi, özellikle matematik öğretiminin doğasını ve öğrencilerin bu öğretim süreci içindeki bilişsel yapılarını anlamak açısından büyük katkılar sağlar. Öğretmenler için bu yöntem, öğrenci matematiği hakkında derinlemesine içgörü kazandırmakta ve öğretimsel kararlarını daha bilinçli temellere oturtmalarına yardımcı olmaktadır (Steffe ve Olive, 2010, aktaran, Uygan, 2019). Bu çalışmada da yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin sınıf ortamında cebir konusuna ilişkin çoklu temsiller arasında geçiş yapma becerilerini anlamak ve değerlendirmek amaçlandığı için öğretim deneyi yöntemlerinden biri olan sınıf öğretim deneyi tercih edilmiştir. Bu yaklaşım sayesinde, yalnızca bireysel düşünme biçimleri değil, aynı zamanda bu düşüncelerin sınıf içi sosyal etkileşimlerle nasıl şekillendiği de analiz edilebilecektir (Cobb vd., 2003). Dolayısıyla sınıf öğretim deneyinin, öğrencilerin cebir öğrenimini nasıl gerçekleştirdiklerini hem bireysel hem sosyal düzeyde ortaya koyacağı düşünülmektedir.

### 3.2. Çalışma Grubu

Bu araştırma, 2023-2024 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde, Bursa ili Osmangazi ilçesinde yer alan ve MEB'e bağlı bir ortaokulda yapılmıştır. Çalışma grubu kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemiyle oluşturulmuştur. Kolay ulaşılabilir örneklem seçilmesinin amacı, çalışma yapılacak grubun, çalışmayı yapan araştırmacı veya araştırmacılara yakınlığı ve ulaşım kolaylığını sağlamasıdır (Patton, 2014). Çalışma için araştırmacının görev yaptığı okuldaki yedinci ve sekizinci sınıfa giden yirmişer öğrenci seçilmiştir. Çalışma grubuna seçilmeden önce yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir bilgileri birbirinden farklıdır. Yedinci sınıf öğrencileri cebirsel ifadelerin tanımlarını yapabilmekte fakat denklemleri kurup çözememektedirler. Sekizinci sınıf öğrencileri ise cebirsel ifadelerin tanımlarını yapabilmekte, denklemleri kurup çözebilmektedirler. Çalışma grubundaki öğrencilere yedinci sınıfa giden öğrenciler için Y1, Y2, … , Y20; sekizinci sınıfa giden öğrenciler için ise S1, S2, S3, … S20 gibi kodlar verilmiş ve tüm öğrencilerin kimliklerinin de gizli kalması sağlanmıştır. Ayrıca çalışmada araştırmacı için de 'A' kodu kullanılmıştır. Öğrencilerin sınıf seviyelerine ve çalışma türüne göre dağılımları Tablo 1'de verilmiştir.

**Tablo 1**
*Öğrenciler sayılarının sınıf düzeylerine ve çalışma türlerine göre dağılımı*

| Sınıf Düzeyi | Öğrenci Sayısı | Çalışma Türü |
|---|---|---|

| | | |
|---|---|---|
| Yedinci sınıf | 5 | Pilot Çalışma |
| Sekizinci sınıf | 5 | Pilot Çalışma |
| Yedinci sınıf | 20 | Esas Çalışma |
| Sekizinci sınıf | 20 | Esas Çalışma |

Tablo 1'e göre yedinci ve sekizinci öğrencilerinin pilot çalışma ve esas çalışma olarak iki uygulamaya katıldıkları görülmektedir. Pilot çalışma yedinci sınıfa ve sekizinci sınıfa giden beşer öğrenciyle; esas çalışma ise yedinci sınıfa ve sekizinci sınıfa giden yirmişer öğrenci ile yapılmıştır. Pilot çalışmaya katılan öğrenciler, çalışmanın geçerliliğini ve güvenirliğini etkilememesi için esas çalışmaya katılmamıştır. Çünkü pilot çalışmadaki öğrencilerin testelerdeki soruları hatırlayıp sorulara doğru cevap verme ihtimali bulunmaktadır. Pilot çalışmanın sonucuna göre hazırlanan testlerin, çalışma kâğıtlarının öğrencilerin seviyesine uygun olduğu ve testleri çözmeleri için verilen sürelerin yeterli görülmüştür.

### 3.3. Yedinci ve Sekizinci Sınıf Matematik Ders Kitaplarındaki Çoklu Temsiller

Veri toplama araçları oluşturulmadan önce araştırmacı tarafından ortaokul yedinci ve sekizinci sınıflarda kullanılan matermatik ders kitapları ele alınmıştır. Ele alınan ders kitapları 2022-2023 eğitim - öğretim yılında Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları tarafından yayınlanan matematik ders kitaplarıdır. Yedinci ve sekizinci sınıf matematik ders kitaplarındaki cebir konusu ve çoklu temsil türleri incelenmiştir. Ders kitapları incelenirken bir uzman akademisyen ve iki ortaokul matematik öğretmenin görüşleri doğrultusunda, yedinci sınıf matematik ders kitaplarındaki '*Birlikte Çözelim', 'Etkinlikler' ve 'Çözüm Sende'* bölümleri; sekizinci sınıf matematik ders kitaplarında ise *'Birlikte Yapalım', 'Sıra Sizde'* ve *'Ünite Değerlendirme'* bölümleri ele alınmıştır. Bu bölümlerde incelenen örnekler; sözel ifade, cebirsel ifade, tablo ile gösterim ve grafik ile gösterim temsil türlerine ve bu temsil türleri arasındaki geçişlerine göre ayrı ayrı sınıflandırılmıştır.

#### 3.3.1 Yedinci Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Çoklu Temsiller

2022-2023 eğitim öğretim yılı için Keskin-Oğan ve Öztürk (2021) tarafından hazırlanan ve Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları tarafından yayınlanan ortaokul yedinci sınıflarda okutulan matematik ders kitabındaki cebir konusundaki çoklu temsiller ve bu temsiller arası geçişleri sağlayan sorular incelenmiştir. Çoklu temsiller arası geçişleri incelemek için yedinci sınıf matematik ders kitabında yer alan '*Birlikte Çözelim', 'Etkinlikler' ve 'Çözüm Sende'* bölümleri ele alınmıştır. Ele alınan bu bölümlerdeki soruların temsil türlerine göre dağılımları Tablo 2'de gösterilmiştir.

**Tablo 2**
*Yedinci sınıf matematik ders kitabındaki çoklu temsil türlerinin dağılımları*

| Soruda verilen temsil türü | Sorunun çözümünde istenen çoklu temsil türleri | | | | Toplam |
|---|---|---|---|---|---|
| | Sözel ifade | Cebirsel ifade | Tablo ile gösterim | Grafik ile gösterim | |
| Sözel ifade | - | 57 | 5 | - | 62 |
| Cebirsel ifade | - | - | - | - | - |
| Tablo ile gösterme | - | 4 | - | - | 4 |
| Grafik ile gösterme | - | - | - | - | - |
| Toplam | - | 61 | 5 | - | 66 |

Tablo 2'de MEB yayınları tarafından basılan ve ortaokul yedinci sınıflarda okutulan matematik ders kitabındaki çoklu temsil türlerinin frekans dağılımları görülmektedir. Tablo 2'de çoklu temsillerin, soruda verilmesi ve sorunun çözümünde istenmesi durumlarına göre iki farklı durumda toplamda 66 soruda çoklu temsiller arası geçişlerin olduğu tespit edilmiştir. Buna göre çoklu temsillerin soruda verilme durumlarına göre, en fazla sözel ifade (62 soru) temsili olduğu görülmüştür. Cebirsel ifade ve tablo ile gösterme temsillerinin soruda verilmeyen temsil türleri oldukları tespit edilmiştir. Soruların çözümlerinde çoklu temsil istenme durumuna göre ise en fazla cebirsel ifade (61 soru) temsili olduğu görülmüştür. Sözel ifade ve grafik ile gösterme temsillerinin ise soruların çözümlerinde istenmediği ortaya çıkmıştır. Tablo 2'de verilen çoklu temsil türleri arasındaki geçişleri sağlayan sorulardan bazılarına şu örnekler verilmiştir:

**Şekil 9**

*Yedinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 120'deki 'Etkinlik'*

**ETKİNLİK**

**Araç-Gereçler:** aynı boyda kalemler

**Uygulama Basamakları:**

- Aşağıda verilen şekil örüntüsünü aynı boyda kalemlerle modelleyerek 4. ve 5. adımda meydana gelecek şekilleri oluşturunuz.

**1. adım** **2. adım** **3. adım** **4. adım** **5. adım**



3 tane kalem ..... ..... ..... .....

- Örüntüdeki her bir şekli oluşturan kalem sayılarını şekillerin altlarına yazınız ve aşağıda verilen tabloyu doldurunuz.

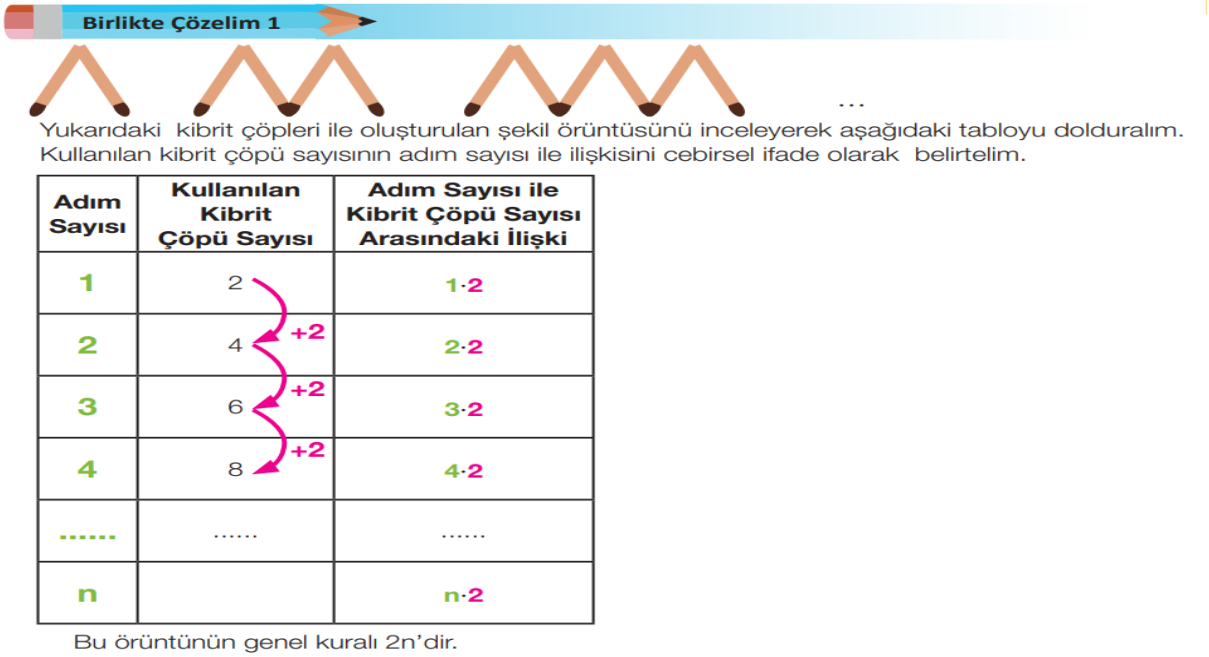
| Adım Sayısı | 1. Adım | 2. Adım | 3. Adım | 4. Adım | 5. Adım | .... Adım | n. Adım |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Kullanılan Kalem Sayısı | 3 | 5 | 7 | ..... | ..... | ..... | ..... |
| Adım Sayısı ile Kalem Sayısı Arasındaki İlişki | $2 \cdot 1 + 1$ | $2 \cdot 2 + 1$ | $2 \cdot 3 + 1$ | ..... | ..... | ..... | ..... |

- Her adımda kullanılan kalemlerin sayısında nasıl bir artış vardır? Yukarıdaki örüntüyü inceleyerek adımlar ile kalem sayıları arasındaki ilişkiyi bulunuz.
- n, adım sayısını gösterecek olursa bu örüntünün n. adımında kullanılan kalem sayısını veren genel ifadeyi yazınız.
- Genel ifadedeki n'nin katsayıları ile kalem sayılarının artış miktarı arasında nasıl bir ilişki vardır?

Şekil 9'da bir şekil örüntüsü verilmiş. Şekil örüntüsünün adımları tablo ile gösterilmiştir. Tabloda, kullanılan kalem sayısı ile adım sayısı arasındaki ilişkinin cebirsel ifade ile gösterilmesi istenmiştir. Şekil 9, tablo ile gösterim temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişe bir örnektir.

**Şekil 10**

*Yedinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 121'deki 'Birlikte Çözelim 1'*



Birlikte Çözelim 1

Yukarıdaki kibrit çöpleri ile oluşturulan şekil örüntüsünü inceleyerek aşağıdaki tabloyu dolduralım. Kullanılan kibrit çöpü sayısının adım sayısı ile ilişkisini cebirsel ifade olarak belirtelim.

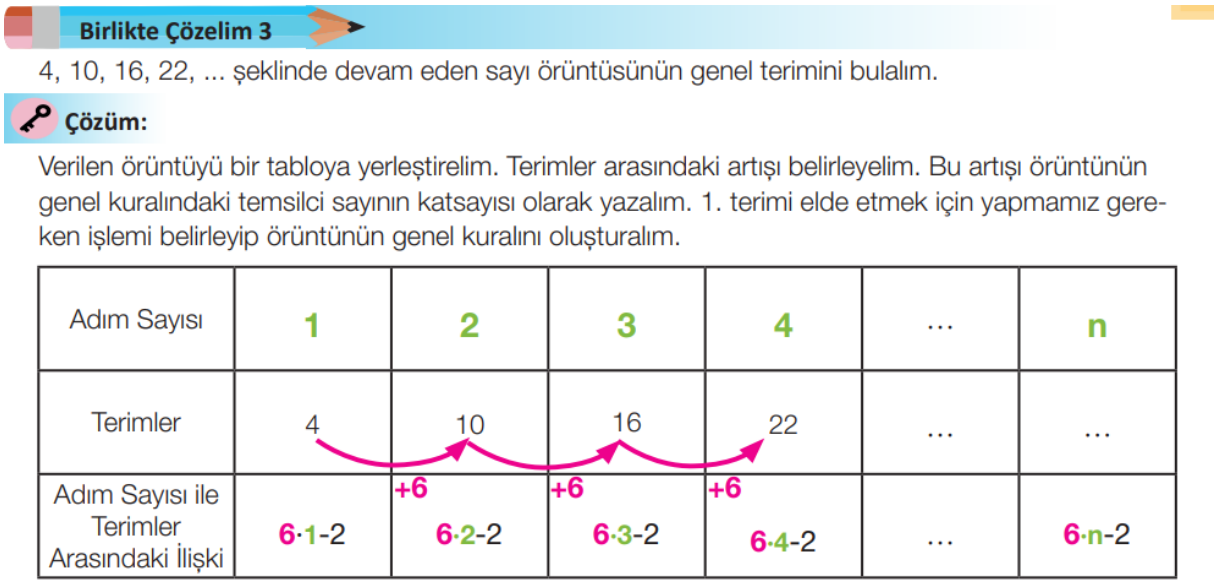
| Adım Sayısı | Kullanılan Kibrit Çöpü Sayısı | Adım Sayısı ile Kibrit Çöpü Sayısı Arasındaki İlişki |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 1·2 |
| 2 | 4 (+2) | 2·2 |
| 3 | 6 (+2) | 3·2 |
| 4 | 8 (+2) | 4·2 |
| ..... | ..... | ..... |
| n | | n·2 |

Bu örüntünün genel kuralı 2n'dir.

Şekil 10'daki soruda sözel bir ifade ile şekil örüntüsü verilmiş. Sorunun çözümünde ise şekil örüntüsünün adımlarının tablo ile gösterilmesi ve örüntüde oluşturulan kibrit çöpü sayısı ile adım sayısı arasındaki ilişkinin cebirsel ifade ile gösterilmesi istenmiştir. Dolayısıyla Şekil 10'daki soru, sözel ifade temsil türünden, cebirsel ifade ve tablo ile gösterim temsiline geçişe bir örnektir.

**Şekil 11**

*Yedinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 123'teki 'Birlikte Çözelim 3'*



Birlikte Çözelim 3

4, 10, 16, 22, ... şeklinde devam eden sayı örüntüsünün genel terimini bulalım.

Çözüm:

Verilen örüntüyü bir tabloya yerleştirelim. Terimler arasındaki artışı belirleyelim. Bu artışı örüntünün genel kuralındaki temsilci sayının katsayısı olarak yazalım. 1. terimi elde etmek için yapmamız gereken işlemi belirleyip örüntünün genel kuralını oluşturalım.

| Adım Sayısı | 1 | 2 | 3 | 4 | ... | n |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Terimler | 4 | 10 | 16 | 22 | ... | ... |
| Adım Sayısı ile Terimler Arasındaki İlişki | 6·1-2 | +6 6·2-2 | +6 6·3-2 | +6 6·4-2 | ... | 6·n-2 |

Şekil 11'deki soruda sözel bir ifade ile sayı örüntüsü verilmiş. Sorunun çözümünde ise sayı örüntüsünün adımlarının tablo ile gösterilmesi ve örüntüdeki sayıların arasındaki ilişkinin

cebirsel ifade ile gösterilmesi istenmiştir. Dolayısıyla Şekil 11'deki soru, sözel ifade temsil türünden, cebirsel ifade ve tablo ile gösterim temsil türlerine geçişe bir örnektir.

**Şekil 12**
*Yedinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 126'daki 'Etkinlik'*

**ETKİNLİK**
**Araç-Gereçler:** kâğıt, kalem
**Uygulama Basamakları:**

| Sözel İfade | Cebirsel İfade | Sözel İfade | Matematik Cümlesi |
|---|---|---|---|
| Bir sayının 3 fazlası | ..... | Bir sayının 3 fazlası 8'dir. | ..... |
| Bilyelerimin 5 eksiği | ..... | Bilyelerimin 5 eksiği 29'dur. | ..... |
| Mehmet'in yaşının 4 katı | ..... | Mehmet'in yaşının 4 katı 48'dir. | ..... |
| Beyza'nın kalemlerinin 3 fazlasının 2 katı | ..... | Beyza'nın kalemlerinin 3 fazlasının 2 katı 20'dir. | ..... |
| Seda'nın tokalarının 3 katının 2 fazlası | ..... | Seda'nın tokalarının 3 katının 2 fazlası 17'dir. | ..... |

Şekil 12'de sözel ifadelere uygun cebirsel ifadelerin yazılması istenmiştir. Şekil 12, sözel ifade temsil türünden cebirsel ifade temsil türüne geçişe bir örnektir.

**Şekil 13**
*Yedinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 127'deki 'Birlikte Çözelim 3'*

**Birlikte Çözelim 3**

32 kişilik bir sınıfta kız öğrencilerin sayısı, erkek öğrencilerin sayısının iki katından 10 eksiktir. Bu sınıftaki erkek öğrencilerin sayısını veren denklemi yazalım.

**Çözüm:**

Erkeklerin sayısı: x olsun.
Kızların sayısı: $2x - 10$ olur.
Sınıf mevcudu 32'dir.
Erkeklerin sayısı ile kızların sayısının toplamı sınıf mevcudunu vereceğinden $x + 2x - 10 = 32$ olur.
Bu ifadeyi düzenlediğimizde $3x - 10 = 32$ denklemini elde ederiz.

Şekil 13'teki soruda 32 kişilik bir sınıfta kız öğrencilerin sayısının, erkek öğrencilerin sayısının iki katından 10 eksik olduğu, sınıftaki erkek öğrenci sayısının kaç olduğu şeklinde sözel olarak ifade edilmiştir. Sorunun çözümünde ise sözel ifadeye uygun cebirsel ifadenin kullanılması istenmiştir. Şekil 13'deki soru, sözel ifade temsil türünden cebirsel ifade temsil türüne geçişe bir örnektir.

### 3.3.2. Sekizinci Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Çoklu Temsiller

2022-2023 eğitim - öğretim yılı için Böge ve Akıllı (2021) tarafından hazırlanan ve Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları tarafından yayınlanan ortaokul sekizinci sınıflarda okutulan matematik ders kitabındaki cebir konusundaki çoklu temsiller ve bu temsiller arası geçişleri sağlayan sorular incelenmiştir. Çoklu temsiller arası geçişleri incelemek için matematik ders kitabında yer alan *'Birlik Yapalım', 'Sıra Sizde'* ve *'Ünite Değerlendirme'* bölümleri ele alınmıştır. Ele alınan bu bölümlerdeki soruların temsil türlerine göre dağılımları Tablo 3'te gösterilmiştir.

**Tablo 3**
*Sekizinci sınıf matematik ders kitabındaki çoklu temsil türlerinin dağılımları*

| Soruda verilen temsil türü | Sorunun çözümünde istenen çoklu temsil türleri | | | | Toplam |
|---|---|---|---|---|---|
| | Sözel ifade | Cebirsel ifade | Tablo ile gösterim | Grafik ile gösterim | |
| Sözel ifade | - | 61 | 10 | 10 | 81 |
| Cebirsel ifade | 2 | - | 5 | 17 | 24 |
| Tablo ile gösterme | - | 5 | - | 3 | 8 |
| Grafik ile gösterme | - | 1 | - | - | 1 |
| Toplam | 2 | 67 | 15 | 30 | 114 |

Tablo 3'te MEB yayınları tarafından basılan ve ortaokul sekizinci sınıflarda okutulan matematik ders kitabındaki çoklu temsil türlerinin frekans dağılımları görülmektedir. Tablo 3'te çoklu temsillerin soruda verilmesi ve sorunun çözümünde istenmesi durumlarına göre iki farklı durumda toplamda 114 soruda çoklu temsiller arası geçişlerin olduğu tespit edilmiştir. Buna göre çoklu temsillerin soruda verilme durumlarına göre, en fazla sözel ifade (81 soru) temsili, en az ise grafik ile gösterme (1 soru) temsili olduğu; sorunun çözümünde istenme durumuna göre ise en fazla cebirsel ifade (67 soru) temsili, en az ise sözel ifade (2 soru) temsili olduğu belirlenmiştir. Tablo 3'te verilen çoklu temsil türleri arasındaki geçişleri sağlayan sorulardan bazılarına şu örnekler verilmiştir:

**Şekil 14**

*Sekizinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 119'daki 'Birlik Yapalım 1'*

**Birlikte Yapalım 1**

Tablo: Süreye Bağlı Aracın Aldığı Yol

| Süre (saat) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Aracın Aldığı Yol | 0 | 60 | 120 | 180 | 240 | 300 |

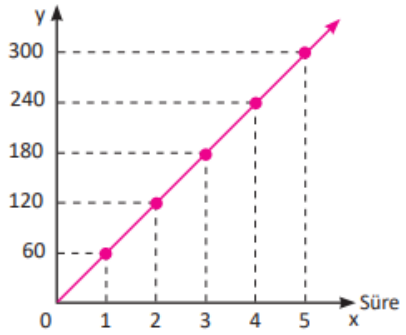


Yukarıdaki tabloda yola çıkan bir aracın hareket süresi (x) ile aldığı yol (y) arasındaki doğrusal ilişki gösterilmiştir. Tabloya göre uygun denklemi ve grafiği oluşturarak yorumlayalım.

Aracın aldığı yol ve saat arasındaki ilişkiyi inceleyelim.

| Süre (Saat) | İlişki | Aracın Aldığı Yol | Sıralı İkili |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | (0, 0) |
| 1 | 60 · 1 | 60 | (1, 60) |
| 2 | 60 · 2 | 120 | (2, 120) |
| 3 | 60 · 3 | 180 | (3, 180) |
| 4 | 60 · 4 | 240 | (4, 240) |
| . . . | . . . | . . . | . . . |
| x | 60 · x | 60 · x | (x, y) |

Grafik: Süreye Bağlı Aracın Aldığı Yol




Tabloda süre x ile, alınan yol y ile gösterildiğinde denklem y = 60 · x şeklinde olur. Buna göre (x, y) sıralı ikilisi yerine (x, 60x) yazılabilir.

Tablodaki verilerle grafik çizilirse çizilen grafik doğrusal olur.

x değişkenine bağlı olarak y değişmektedir. Buna göre x bağımsız değişkendir, y bağımlı değişkendir.

Şekil 14'teki soruda, 'Süreye Bağlı Aracın Aldığı Yol' başlıklı bir tablo verilmiş ve bu tabloda aracın hareket süresi (x) ile aldığı yol (y) arasındaki doğrusal ilişki gösterilmiş. Sorunun çözümünde ise tabloya göre uygun cebirsel ifadenin yazılması ve grafiğinin oluşturulması istenmiştir. Şekil 14'teki soru, tablo ile gösterim temsil türünden cebirsel ifade ve grafik ile gösterim temsil türlerine geçişlere bir örnektir.

**Şekil 15**

*Sekizinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 120'deki 'Birlikte Yapalım 3'*

**Birlikte Yapalım 3**

Burhan Bey'in toprağa diktiği başlangıçtaki boyu 4 cm olan bitki, ayda 3 cm uzamaktadır. Bitkinin dikildiği andan itibaren uzunluğu ile süre arasındaki ilişkiyi tablo, grafik ve denklemle gösterip yorumlayalım.

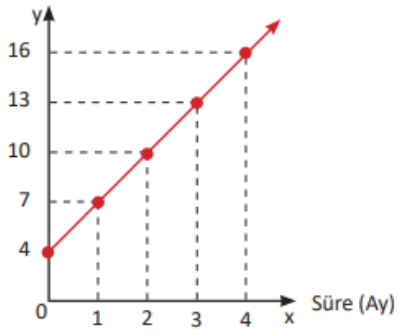
Tablo: Zamana Göre Bitkinin Uzunluğu

| Süre (Ay) | İlişki | Uzunluk (cm) | Sıralı İkili |
|---|---|---|---|
| 0 | $4 + 0 \cdot 3$ | 4 | (0, 4) |
| 1 | $4 + 1 \cdot 3$ | 7 | (1, 7) |
| 2 | $4 + 2 \cdot 3$ | 10 | (2, 10) |
| . . . | . . . | . . . | . . . |
| x | $4 + x \cdot 3$ | $y = 4 + x \cdot 3$ | (x, y) |

Tabloda süre x ile, bitkinin uzunluğu y ile gösterildiğinde denklem $y = 4 + 3 \cdot x$ şeklinde olur.

Denkleme ait grafik doğrusal olur.
(x, 4 + 3x) noktalarını yandaki grafikte belirleyelim.

Grafik: Tablo: Zamana Göre Bitkinin Uzunluğu




x değişkenine bağlı olarak y değişmektedir. Yani zamana göre bitkinin boy uzunluğu artar. Buna göre x bağımsız değişken, y ise bağımlı değişkendir.

Şekil 15'teki soruda toprağa dikilen 4 cm boyundaki bir bitkinin ayda 3 cm uzadığı sözel ifade olarak verilmiş. Sorunun çözümünde ise bitkinin toprağa dikildiği zamandan itibaren boyu ile geçen süre arasındaki ilişkinin cebirsel ifade, tablo ve grafik ile gösterilmesi istenmiştir. Şekil 15'teki soru, sözel ifade temsil türünden cebirsel ifade, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişlere bir örnektir.

**Şekil 16**

*Sekizinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 121'deki 'Sıra Sizde 1'*

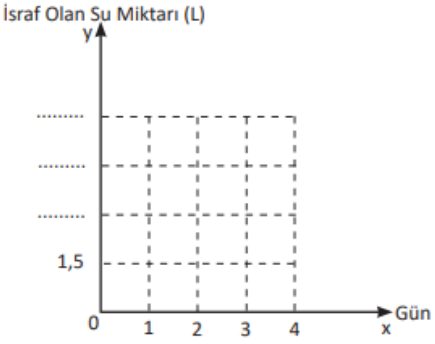
**Sıra Sizde 1**

Ayşe Hanım'ın evindeki bozuk musluk, 1 günde yaklaşık 1,5 L su israfına yol açmaktadır.
Buna göre aşağıda verilen tablodaki boşlukları doldurarak grafiği tamamlayınız.

Tablo: Geçen Zamanla Su İsrafı Arasındaki İlişki

| Geçen Süre (Gün) | İsraf Olan Su Miktarı (L) | İlişki | Sıralı İkili |
|---|---|---|---|
| 1 | 1,5 | $1 \cdot 1{,}5$ | (1, 1,5) |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |
| . . . | . . . | . . . | . . . |
| x | y | y = ..... | (x, y) |

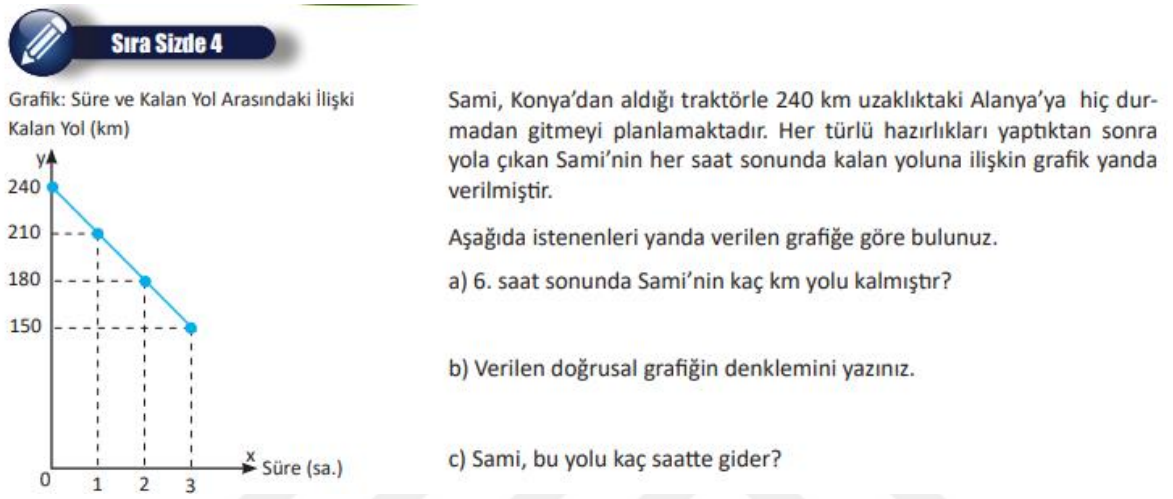
Grafik: Geçen Zamanla Su İsrafı Arasındaki İlişki



Şekil 16'daki soruda bozuk bir musluğun 1 günde yaklaşık 1,5 litre su israfı yaptığı sözel olarak ifade edilmiş. Sorunun çözümünde ise bu sözel ifadeye uygun olacak şekilde cebirsel ifadeyi yazmayı ve tablo ile grafikteki boşlukların doldurulması istenmiştir. Şekil 16'daki soru, sözel ifade temsil türünden cebirsel ifade, tablo oluşturma ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişlere bir örnektir.

**Şekil 17**

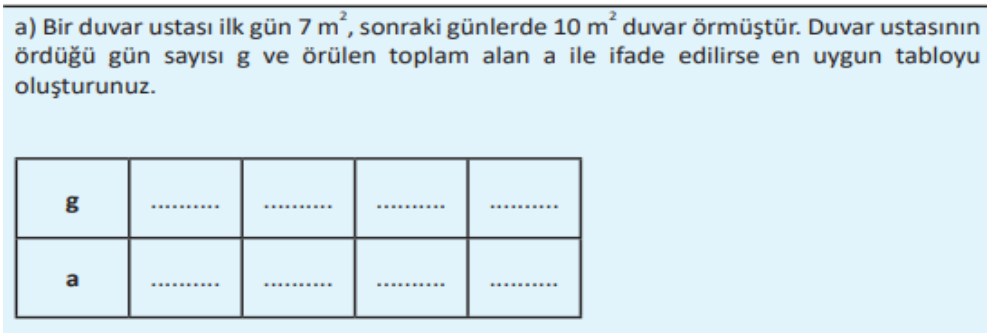
*Sekizinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 122'deki 'Sıra Sizde 4'*




Şekil 17'deki soruda, 'Süre ve Kalan Yol Arasındaki İlişki' başlıklı bir grafik verilmiştir. Verilen grafikte traktörün hareket süresi (x) ile aldığı yol (y) arasındaki doğrusal ilişki gösterilmiş. Sorunun çözümünde ise bu grafiğe uygun olacak şekilde sözel bir problem yazılması ve cebirsel ifadenin oluşturulması istenmiştir. Şekil 17'deki soru, grafik ile gösterme temsil türünden sözel ifade ve cebirsel ifade temsil türlerine geçişe bir örnektir.

**Şekil 18**

*Sekizinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 122'deki 'Sıra Sizde 5a'*




Şekil 18'deki soruda, bir duvar ustasının ilk gün 7 $m^2$ , sonraki günlerde 10 $m^2$ duvar ördüğü sözel ifade olarak verilmiş. Duvar ustasının, duvar ördüğü gün sayısı g ve örülen toplam alan a ile ifade edilmiştir. Sorunun çözümünde ise bu sözel ifadeye uygun olacak şekilde

tablonun oluşturulması istenmiştir. Şekil 18'deki soru, sözel ifade temsil türünden tablo ile gösterme temsil türüne geçişe bir örnektir.

**Şekil 19**

*Sekizinci sınıf matematik ders kitabında sayfa 127'deki 'Birlikte Yapalım 2'*

**Birlikte Yapalım 2**

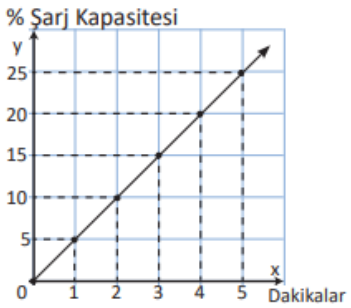
Boş ve hızlı şarj olan bir pilin dakikalara göre yüzdelik dolum oranı aşağıdaki tabloda verilmiştir. Tabloya uygun grafiği oluşturarak yorumlayalım.

Tablo: Dakikalara Göre Yüzdelik Şarj Kapasitesi

| Dakika (x) | İlişki | % Şarj Kapasitesi (y) |
|---|---|---|
| 1. | 1 · 5 | 5 |
| 2. | 2 · 5 | 10 |
| 3. | 3 · 5 | 15 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| x | x · 5 | y = 5x |

Yukarıdaki tabloyu incelediğimizde pilin % şarj kapasitesinin dakikalara göre denklemi y = 5x olur. Her dakikada %5 oranında pil dolduğu için % şarj kapasitesi ile zaman arasındaki ilişki doğrusaldır.

Grafik: Dakikalara Göre Yüzdelik Şarj Kapasitesi




Grafiğimiz orijinden geçen bir doğru grafiğidir. Pilin % şarj kapasitesi sabit bir şekilde dakikalara göre artmaktadır.

Şekil 19'daki soruda bir pilin şarj edilme durumu tablo ile gösterilmiştir. Sorunun çözümünde ise bu tabloda verilenlerin uygun biçimde grafik temsili ile gösterilmesi istenmiştir. Şekil 19'daki soru, tablo ile gösterme temsil türünden grafik ile gösterme temsil türüne geçişe bir örnektir.

Sonuç olarak sekizinci sınıf ders kitabında sözel ifade, cebirsel ifade, tablo oluşturma ve grafik ile gösterim türlerinin her birinden örnekler bulunmaktadır. Her iki ders kitabındaki çoklu temsillerle ilgili örnekler karşılaştırıldığında sekizinci sınıf ders kitabında grafik ile gösterme temsili ile ilgili örneklerin olduğu fakat yedinci sınıf ders kitabında grafik ile gösterme temsili ile ilgili örneklerin olmadığı görülmektedir.

### 3.4. Verileri Toplama Araçları

Veri toplama araçları oluşturulmadan önce araştırmacı tarafından hem yedinci ve sekizinci sınıf matermatik ders kitapları hem de 2018 yılındaki yedinci ve sekizinci sınıf matematik dersinin müfredatı incelenmiştir. Bu incelemelerden yola çıkılarak araştırmacı tarafından veri toplama araçları oluşturulmuştur. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından hazırlanan Temsiller Arası Geçiş Testleri (TAGT-1 testi, TAGT-2 testi), çalışma kâğıtları, ses kayıtları ve araştırmacının notları kullanılmıştır. Çalışmada kullanılan TAGT-1 ve TAGT-2 testleri hazırlanırken matematik öğretimi alanında uzman iki akademisyenin görüşleri ile ortaokul matematik müfredatı temel alınmıştır. Akademisyenlerin görüşlerini almak için

rublikler kullanılmıştır (Bkz. Ek-5.3). Kullanılan rubriklerde testlerdeki problemler ile alt problemlerin anlaşılabilirliği, öğrencilerin seviyelerine uygunluğu, birbiriyle bağlantılı olması, çoklu temsiller arası geçişlere imkân sağlaması gibi çeşitli özellikleri incelenmiştir. Bu incelemeler sonucunda testlerin güvenirliği ve geçerliliği de sağlanmıştır. Her iki TAGT testinde de 4 ana problem ve her problemin diğer üç temsil türünün geçişine uygun olacak şekilde 3 alt sorusu bulunmaktadır. TAGT-1 testi ile TAGT-2 testleri birbirlerine benzer nitelikteki sorulardan oluşmaktadır. Veri toplama araçlarından elde edilen bulgular araştırmanın hangi problemine yanıt verdiği Tablo 4'te gösterilmiştir.

**Tablo 4**
*Veri toplama araçlarının araştırmanın problemlerindeki karşılıkları*

| Veri Toplama Aracı | Araştırma Problemindeki Karşılığı |
|---|---|
| TAGT-1 Testi (7. Sınıf) | Birinci problem ve üçüncü problem |
| TAGT-1 Testi (8. Sınıf) | İkinci problem ve üçüncü problem |
| Sözel ifadeler çalışma kâğıdı (7. ve 8. sınıf) | Dördüncü problem ve beşinci problem |
| Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdı (7. ve 8. sınıf) | Dördüncü problem ve beşinci problem |
| Tablo ile gösterme çalışma kâğıdı (7. ve 8. sınıf) | Dördüncü problem ve beşinci problem |
| Grafik ile gösterme çalışma kâğıdı (7. ve 8. sınıf) | Dördüncü problem ve beşinci problem |
| TAGT-2 Testi (7. Sınıf) | Altıncı problem ve sekizinci problem |
| TAGT-2 Testi (8. Sınıf) | Yedinci problem ve sekizinci problem |

Tablo 4'te veri toplama araçlarından elde edilen bulguların araştırmanın hangi problemine yanıt verdikleri görülmektedir. TAGT-1 testinden elde edilen bulgular araştırmanın birinci, ikinci ve üçüncü problemlerine yanıtlar vermektedir. Çalışma kağtlarından elde edilen bulgular araştırmanın dördüncü ve beşinci problemlerine yanıtlar vermektedir. TAGT-2 testinden elde edilen bulgular ise araştırmanın altıncı, yedinci ve sekizinci problemlerine yanıtlar vermektedir. Çalışmanın birinci, ikinci ve üçüncü problemleri cebir öğretimi yapılmadan önceki durumları; dördüncü ve beşinci problemleri cebir öğretimi sırasındaki durumları; altıncı, yedinci ve sekizinci problemleri ise cebir öğretiminden sonraki durumlarını görebilmeye yöneliktir.

### 3.5. Verilerin Toplanması ve Çözümlenmesi

Araştırmanın verilerinin toplanması ve çözümlenmesi için hazırlık, uygulama ve değerlendirme olmak üzere üç farklı süreçte sırasıyla yapılmıştır. Bu süreçlerde nelerin yapıldığı Tablo 5'te özetlenmiş olarak sunulmuştur.

**Tablo 5**
*Araştırmanın süreçleri ve bu süreçlerin açıklamaları*

| Araştırmanın Süreçleri | Süreçlerin Açıklamaları |
|---|---|
| Hazırlık Süreci | * Araştırmanın konusu belirlenmiştir. Konu belirlenirken MEB (2018) matematik dersi müfredatı temel alınmıştır.<br>* Araştırmanın yapılacağı çalışma grubu belirlenmiştir.<br>* Araştırma yapılacak konu ile ilgili literatür taraması yapılmıştır.<br>* Veri toplama araçları (Temsiller Arası Geçiş Testleri (TAGT) ve çalışma kâğıtları) MEB yedinci ve sekizinci sınıf matematik ders kitapları örnek alınarak hazırlanmıştır. |
| Uygulama Süreci | * Uygulama sürecinde ilk olarak pilot çalışma yapılmıştır.<br>* Esas çalışma kapsamında TAGT-1 testi uygulanmıştır.<br>* TAGT-1 testinden sonra araştırmacı tarafından, hem yedinci hem de sekizinci sınıflara ayrı sınıflarda 6 haftalık süren çoklu temsillerin kullanımına olanak sağlayan cebir öğretimi yapılmıştır.<br>* 6 hafta süren cebir öğretiminde sonra araştırmacı tarafından öğrencilere son olarak TAGT-2 testi uygulanmıştır. |
| Değerlendirme | * Değerlendirme sürecinin ilk aşamasında TAGT-1 testinin sonuçları incelenmiştir. Ayrıca yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testindeki sonuçları karşılaştırılmıştır (frekans ve yüzde olarak).<br>* Değerlendirme sürecinin ikinci aşamasında TAGT-2 testinin sonuçları incelenmiştir. Yine TAGT-1 testinde olduğu gibi yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testindeki sonuçları karşılaştırılmıştır (frekans ve yüzde olarak).<br>* Değerlendirme sürecinin üçüncü aşamasında yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerini hem TAGT-1 testi hem de TAGT-2 testi sonuçları incelenmiş ve karşılaştırılmıştır.<br>* Değerlendirme sürecinin dördüncü aşamasında çoklu temsil geçişleriyle ilgili verilen 6 haftalık cebir öğretiminin, öğrencilerin çoklu temsiller arası geçiş becerilerine katkısının nasıl olduğu belirlenmiştir. |

Tablo 5'te verilen araştırmanın süreçleri ayrıntılı bir şekilde sırasıyla açıklamıştır.

*Hazırlık Süreci:* Hazırlık sürecine ilk olarak araştırmanın ana konusu belirlenerek başlanmıştır. Çalışmanın konusu MEB (2018) matematik dersi müfredatı göz önünde bulundurularak cebir ile çoklu temsiller olarak belirlenmiştir. Konu belirlendikten sonra sıra çalışmanın kimlerle yapılacağını belirlemeye gelmiştir. Çalışmaya katılımcı olarak bir devlet okulundaki ortaokul yedinci ve sekizinci sınıfa giden yirmişer öğrenci seçilmiştir. Çalışma grubuna seçilen yedinci sınıf öğrencilerinin hazırlık sürecinde esnasınında matematik dersinde birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri kurma ve çözme konusunu işledikleri görülmüştür. Çalışma grubuna seçilen sekizinci sınıf öğrencilerinin ise hazırlık süresince matematik derslerinde bir bilinmeyenli denklemleri kurma ve çözme, doğrusal denklemlerin grafiklerini çizme konularını işledikledikleri görülmüştür. Katılımcılar belirlendikten sonra araştırmanın konusu ile ilgili literatür taraması yapılmış ve yapılan çalışmalar incelenmiştir. Yapılan çalışmalar incelendikten sonra bu araştırma için veri toplama araçları hazırlanmaya başlanmıştır. Araştırmacı tarafından veri toplama araçları hazırlanırken matematik eğitimi alanındaki iki uzmanın görüşü ile yedinci ve sekizinci sınıf ortaokul matematik müfredatı temel alınmıştır. Uzman görüşleri doğrultusunda veri toplama araçlarına son şekli verilmiştir. Böylelikle veri toplama araçlarının geçerlik ve güvenirlikleri de sağlanmıştır.

*Uygulama süreci:* Uygulama süreci pilot çalışma, TAGT-1 testinin uygulanması, çoklu temsillerle ilgili 6 haftalık öğretim süreci ve TAGT-2 testinin uygulanması şeklinde 4 bölümden oluşmaktadır.

Uygulama sürecine ilk olarak pilot çalışma ile başlanmıştır. Pilot çalışma, yedinci sınıfa ve sekizinci sınıfa giden beşer öğrenci olmak üzere toplam on öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmada öğrencilere ilk olarak TAGT-1 testi uygulanmıştır. Öğrencilere TAGT-1 testini çözmeleri için bir ders saati süre verilmiştir. Hem yedinci hem de sekizinci sınıf öğrencileri tarafından TAGT-1 testindeki soruların açık ve anlaşılabilir olduğu görülmüştür. TAGT-1 testinden sonra öğrencilere TAGT-2 testi uygulanmıştır. Yine aynı şekilde öğrencilere bir ders saati süre verilmiştir. TAGT-2 testindeki soruların da hem yedinci hem de sekizinci sınıf öğrencileri tarafından açık ve anlaşılabilir olduğu görülmüştür. Her iki testteki soruların zorluk seviyelerinin benzer olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca öğrencilere iki testin çözümü için verilen sürelerin yeterli olduğu görülmüştür. Pilot çalışmadan sonra araştırmacı tarafından çalışma grubu olarak seçilen yedinci ve sekizinci sınıfa giden 20'şer öğrenci olmak üzere toplam 40 öğrenciye TAGT-1 testi uygulanmıştır. Bu testte öğrencilerin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerileri incelenmiştir. İnceleme sonucunda öğrencilerin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerilerinde eksikliklerin olduğu görülmüştür. Bu eksikliklerin giderilmesi için hem yedinci sınıf hem de sekizinci sınıf öğrencileriyle çoklu temsillerin kullanımına olanak sağlayan altı

haftalık cebir öğretimi yapılmıştır. Bu öğretim süreci her hafta bir ders saati (40 dakika) olmak üzere toplam altı hafta sürmüştür. Altı haftalık öğretim sürecinde derslerde her iki sınıf seviyesi için soru-cevap tekniği kullanımıştır. Soruları önce öğrenciler okuyup cevaplamıştır. Öğrencilerin cevaplarında sonra araştırmacı soruların nasıl yapılacağını tahtada göstermiştir. Öğretim sürecinde öğrencilere ilk iki hafta cebirsel ifadenin, temsilin ne olduğu, temsil türlerinin neler olduğu anlatılmıştır. Sonraki haftalar da sırasıyla, çalışmanın temel alındığı çoklu temsil türleri (sözel ifadeler, cebirsel ifadeler, tablo oluşturma ve grafik çizme) arasında geçişlerin nasıl yapıldığı çalışma kâğıtları üzerinden anlatılmıştır. Üçüncü hafta sözel ifade temsil türü anlatılmış ve sözel ifadelerden diğer temsil türlerine geçişlerin nasıl yapıldığı gösterilmiştir. Dördüncü hafta cebirsel ifade temsil türünden bahsedilmiş ve cebirsel ifadelerden diğer temsil türlerine geçişlerin nasıl yapıldığı gösterilmiştir. Beşinci hafta tablo oluşturma temsil türünden bahsedilmiş ve tablolardan diğer temsil türlerine geçişlerin nasıl yapıldığı gösterilmiştir. Son olarak altıncı hafta ise grafik ile gösterme temsili anlatılmış ve grafiklerden diğer temsil türlerine geçişlerin nasıl yapıldığı gösterilmiştir. Altı hafta süren öğretim sırasında araştırmacı tarafından hazırlanan çalışma kâğıtları kullanılmıştır (Bkz. Ek-5.2). Öğretim süreci bittikten sonra verilen öğretimin öğrencilerin çoklu temsiller arası geçiş becerilerine katkısının nasıl olduğunu tespit etmek için öğrencilere araştırmacı tarafından hazırlanan TAGT-2 testi uygulanmıştır. TAGT-2 testinden elde edilen veriler incelenerek verilen öğretimin çoklu temsilleri kullanma becerilerine nasıl bir katkısının olduğu tespit edilmiştir.

*Değerlendirme Süreci:* Bu süreç araştırmanın son sürecidir. Değerlendirme sürecinde yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerine uygulanan TAGT testleri ile çalışma kâğıtlarından elde edilen veriler analiz edilmiştir. Elde edilen verileri analiz etmek için betimsel analiz tekniği kullanılmıştır. Betimsel analizde çalışma grubundaki kişilerin ifadeleri değiştirilmeden doğrudan çalışmaya yansılarak çalışmanın etkili olmasını sağlanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Öğrencilerin testlere verdikleri cevaplar çoklu temsil türleri arasındaki geçişlerine göre temalara ayrılmıştır. Bu temalar;

a. Sözel ifade yazma,
b. Cebirsel ifade yazma,
c. Tablo ile gösterim,
d. Grafik ile gösterim

olmak üzere dörde ayrılmıştır. Elde edilen bulgular, oluşturulan temalara göre ayrıntılı olarak analiz edilmiştir. TAGT-1 ve TAGT-2 testlerini analiz etmek için sorulara verilen cevap

türlerine göre kodlama yapılmıştır. Çalışmada TAGT-1 ve TAGT-2 testlerindeki soruların sonuçları için kullanılan cevap türlerinin kodları Tablo 6'da gösterilmiştir.

**Tablo 6**
*Öğrencilerin sorulara verdikleri cevap türlerinin kodları*

| Çoklu Temsil Türü | Cevap Türlerinin Kodları | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Doğru Cevaplar | Kısmen Doğru Cevaplar | Yanlış Cevaplar | Boş Cevaplar |
| Sözel ifade yazma | D | KD | Y | B |
| Cebirsel ifade yazma | D | KD | Y | B |
| Tablo ile gösterim | D | KD | Y | B |
| Grafik ile gösterim | D | KD | Y | B |

Tablo 6'da yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 ve TAGT-2 testlerindeki sorulara verdikleri cevapların sonuçlarına göre verilen kodlar görülmektedir. Öğrenci soruyu tam olarak doğru çözdüyse 'D' koduyla, soruyu kısmen doğru çözmüş ise 'KD' koduyla, soruyu tamamen yanlış çözdüyse 'Y' koduyla ve soruyu hiç çözmediyse 'B' kodu ile gösterilmiştir.

Ayrıca ders etkinlikleri sırasında araştırmacı notları ve ses kayıtlarından elde edilen verilerin analiz etmek için yedinci sınıf öğrencilerine Y1, Y2, Y3, … , Y20; sekizinci sınıf öğrencilerine ise S1, S2, S3, … , S20 gibi kodlar verilmiştir. Araştırmacı için 'A' kodu kullanılmıştır. Araştırmacı notları ve ses kayıtlarından elde edilen veriler, değiştirilmeden bulgulara aktarılmıştır.

Değerlendirme sürecinin ilk aşamasında TAGT-1 testinin sonuçları incelenmiştir. Yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testindeki sonuçları da karşılaştırılmıştır (frekans olarak). Değerlendirme sürecinin ikinci aşamasında TAGT-2 testinin sonuçları incelenmiştir. Yine TAGT-1 testinde olduğu gibi yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testindeki sonuçları karşılaştırılmıştır (frekans olarak). Değerlendirme sürecinin üçüncü aşamasında yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerini hem TAGT-1 testi hem de TAGT-2 testi sonuçları incelenmiş ve karşılaştırılmıştır. Değerlendirme sürecinin dördüncü aşamasında çoklu temsillerin kullanımına olanak sağlayan 6 haftalık cebir öğretiminin, öğrencilerin çoklu temsiller arası geçiş becerilerine nasıl bir katkısının olduğu belirlenmiştir. Araştırmanın

sonunda sınıf seviyesine göre öğrencilerin hangi çoklu temsiller arası geçişlerde daha başarılı oldukları, hangi temsiller arasındaki geçişlerde zorlandıkları tespit edilmiştir.

# 4. BÖLÜM
# BULGULAR VE YORUM

Çalışmanın bulguları; TAGT-1 testi ile TAGT-2 testindeki cevaplar, çoklu temsiller öğretimi sırasında kullanılan etkinlik kâğıtları ve öğretim esnasında öğrencilerin ses kayıtları incelenerek elde edilmiştir.

## 4.1. TAGT-1 Testi ile İlgili Bulgular

TAGT-1 testinde temsiller arası geçişleri sağlayan dört soru ve her sorunun üçer alt sorusu bulunmaktadır. TAGT-1 testindeki bulgular yedinci sınıf öğrencileri ve sekizinci sınıf öğrencileri ayrı ayrı incelenip karşılaştırılmıştır. İlk olarak yedinci sınıf öğrencilerinin cevapları daha sonra da sekizinci sınıf öğrencilerinin cevapları incelenmiştir.

### 4.1.1 Yedinci Sınıf Öğrencilerinin TAGT-1 Testi Sonuçları

Bu bölümde yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testine verdikleri cevaplar bulunmaktadır. Öğrencilerin verdikleri cevapların dağılımları Tablo 7'de verilmiştir.

**Tablo 7**
*Yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testine verdikleri cevapların dağılımı*

| Öğrenciler | TAGT-1 testindeki sorulara verilen cevaplar | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1. problemin 1.sorusu | 1. problemin 2.sorusu | 1. problemin 3.sorusu | 2. problemin 1.sorusu | 2. problemin 2.sorusu | 2. problemin 3.sorusu | 3. problemin 1.sorusu | 3. problemin 2.sorusu | 3. problemin 3.sorusu | 4. problemin 1.sorusu | 4. problemin 2.sorusu | 4. problemin 3.sorusu | Toplam doğru sayısı |
| Y1 | D | Y | KD | Y | D | Y | Y | D | KD | Y | D | KD | 4 |
| Y2 | D | Y | KD | D | Y | Y | KD | Y | KD | KD | Y | D | 3 |
| Y3 | D | Y | Y | KD | KD | Y | D | D | KD | KD | D | KD | 4 |
| Y4 | D | D | D | D | D | Y | D | Y | KD | Y | Y | D | 7 |
| Y5 | Y | D | KD | KD | Y | Y | Y | Y | KD | Y | Y | D | 2 |
| Y6 | D | D | KD | KD | Y | Y | Y | D | KD | Y | Y | D | 4 |
| Y7 | Y | Y | Y | Y | Y | Y | Y | Y | KD | Y | Y | KD | 0 |
| Y8 | D | D | KD | KD | D | D | KD | Y | KD | KD | D | D | 6 |

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Y9 | B | D | KD | B | B | B | B | B | KD | B | B | D | 2 |
| Y10 | D | Y | Y | Y | Y | Y | Y | D | D | D | B | D | 5 |
| Y11 | D | Y | Y | Y | Y | Y | Y | Y | KD | Y | Y | D | 2 |
| Y12 | Y | D | KD | Y | B | B | Y | D | KD | Y | D | D | 4 |
| Y13 | D | B | B | Y | B | B | KD | B | KD | Y | B | D | 2 |
| Y14 | D | Y | Y | Y | B | B | Y | D | KD | Y | Y | Y | 2 |
| Y15 | D | D | KD | B | B | B | Y | D | KD | Y | D | D | 5 |
| Y16 | D | Y | Y | D | Y | KD | Y | Y | Y | Y | D | Y | 3 |
| Y17 | D | KD | KD | D | KD | Y | D | D | KD | D | D | D | 7 |
| Y18 | D | Y | Y | KD | D | Y | D | D | KD | Y | D | D | 6 |
| Y19 | B | D | KD | B | Y | Y | B | B | KD | B | B | D | 2 |
| Y20 | D | D | KD | B | Y | Y | B | B | KD | Y | D | D | 4 |
| Tds | 15 | 9 | 1 | 4 | 4 | 1 | 4 | 9 | 1 | 2 | 9 | 15 | 74 |

Tablo 7’de yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testindeki sorulara verdikleri cevapların sonuçları görülmektedir. Yedinci sınıf öğrencileri TAGT-1 testindeki sorulara toplam 74 doğru, 47 kısmen doğru, 88 yanlış ve 31 boş cevap vermiştir. Öğrencilerin testte bulunan 12 sorudan ortalama 3,70 soruyu doğru yaptıkları belirlenmiştir. Yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testine göre çoklu temsil türleri arasındaki geçiş becerilerinin düşük olduğu ortaya çıkmıştır. Doğru sayısı en fazla olan öğrenciler, yedişer doğru ile Y4 ve Y17; doğru sayısı en az olan öğrenci ise sıfır doğru ile Y7 olmuştur.

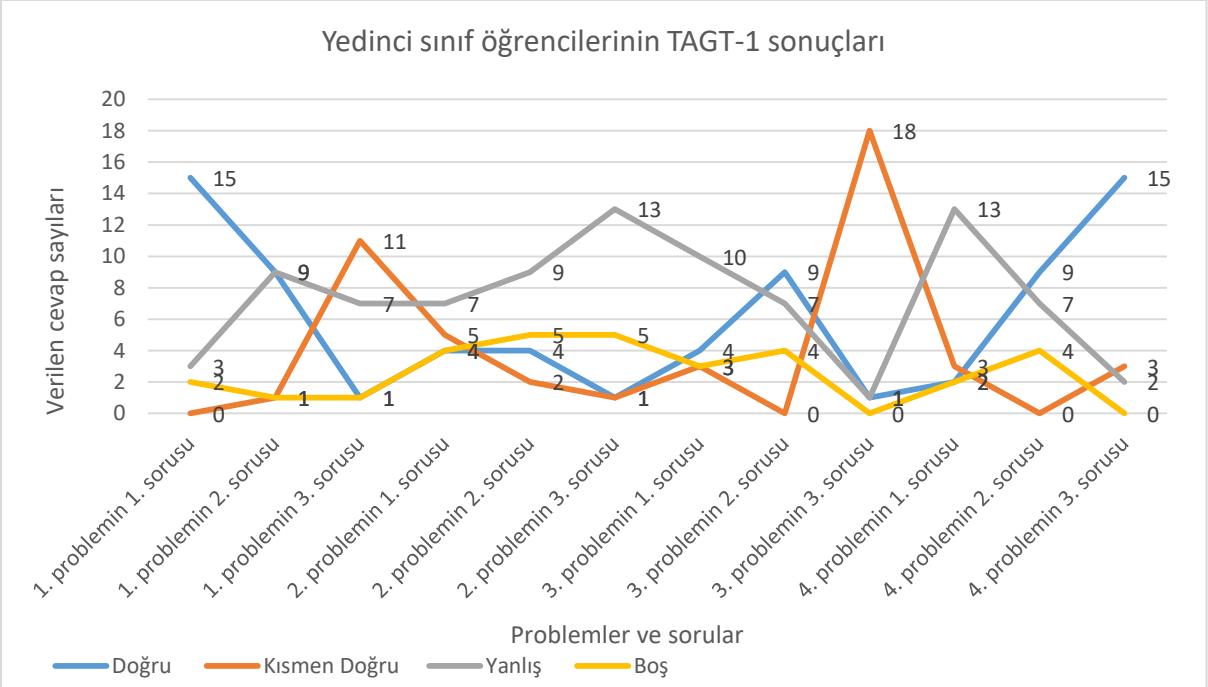
Tablo 7’de yedinci sınıf öğrencilerinin hangi temsil türleri arasındaki geçişlerde başarılı olup olmadıkları görülmektedir. TAGT-1 testinde 26 doğru ile en fazla doğrunun yapıldığı temsil türünün grafik ile gösterme temsilinden diğer temsil türlerine geçiş sorularının olduğu dördüncü problem; 9 doğru ile en az doğrunun yapıldığı temsil türünün cebirsel ifade temsil türünden diğer temsil türlerine geçiş sorularının olduğu ikinci problem olmuştur. En fazla doğrunun yapıldığı sorular birinci problemin birinci sorusu ile dördüncü problemin üçüncü sorusudur. Birinci problemin birinci sorusu ile dördüncü problemin üçüncü sorusunu on beş öğrenci doğru cevaplamıştır. Birinci problemin birinci sorusu sözel ifade temsil türünden cebirsel ifade temsil türüne geçiş sorusu, dördüncü problemin üçüncü sorusu ise grafik ile gösterme temsil türünden tablo ile gösterme temsil türüne geçiş sorusudur. En az doğrunun

yapıldığı sorular ise birinci problemin üçüncü sorusu, ikinci problemin üçüncü sorusu ve üçüncü problemin üçüncü sorusudur. Birinci problemin üçüncü sorusu, ikinci problemin üçüncü sorusu ile üçüncü problemin üçüncü sorusu yedinci sınıfa giden birer öğrenci doğru yapmıştır. Birinci problemin üçüncü sorusu sözel ifade temsil türünden grafik ile gösterme temsil türüne geçiş sorusu, ikinci problemin üçüncü sorusu cebirsel ifade temsil türünden grafik ile gösterme temsil türüne geçiş sorusu ve üçüncü problemin üçüncü sorusu tablo ile gösterme temsil türünden grafik ile gösterme temsil türüne geçiş sorusudur. Yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testinde genel olarak cebirsel ifade yazma temsil türüne geçiş sorularında ve tablo ile gösterme temsil türüne geçiş sorularında başarılı oldukları, grafik ile gösterme temsil türünde ise başarılarının düşük oldukları tespit edilmiştir.

Yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testindeki sorulara verdikleri doğru cevap sayıları Şekil 20'de verilen grafikte gösterilmiştir.

**Şekil 20**

*Yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 sonuçları*




Şekil 20'de verilen grafikte, yedinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin TAGT-1 testine vermiş oldukları yanıtların türlerine göre dağılımları görülmektedir. Söz konusu grafikte, öğrencilerin her bir soruya verdikleri doğru, kısmen doğru, yanlış ve boş cevapların sayıları ayrı ayrı kategorize edilerek gösterilmiştir. Bu kapsamda, öğrenci başarı düzeylerinin sorulara göre nasıl değiştiği ve hangi soru tiplerinde daha çok zorlandıkları ya da başarı gösterdikleri kolayca analiz edilebilmektedir.

Testte yer alan sorulara ilişkin veriler incelendiğinde, öğrencilerin en fazla doğru cevabı verdikleri soruların birinci problemin birinci sorusu (sözelden cebirsele geçiş) ile dördüncü problemin üçüncü sorusu (grafikten tabloya geçiş) olduğu tespit edilmiştir. Bu sonuç, söz konusu iki sorunun öğrenciler tarafından daha anlaşılır bulunduğunu ya da bu soruların, öğrencilerin sahip olduğu bilgi ve becerilerle daha kolay ilişkilendirilebildiğini göstermektedir. Bu tür soruların, muhtemelen öğrencilerin günlük yaşantılarında karşılaşabilecekleri durumları yansıtması veya daha açık temsiller içermesi nedeniyle başarı oranının yüksek olduğu söylenebilir.

Buna karşılık, öğrencilerin en az doğru cevabı verdikleri sorular ise birinci problemin üçüncü sorusu (sözelden grafiğe geçiş), ikinci problemin üçüncü sorusu (cebirselden grafiğe geçiş) ve üçüncü problemin üçüncü sorusu (tablodan grafiğe geçiş) olarak belirlenmiştir. Bu durum, bu üç sorunun öğrenciler için daha karmaşık yapıda olduğunu veya temsil becerileri açısından daha yüksek düzeyde düşünmeyi gerektirdiğini göstermektedir. Bu soruların çözümlerinde, farklı temsiller arasında geçiş yapma ya da soyut kavramları yorumlama gibi ileri düzey işlemler gerektirmesi, doğru cevap oranlarını düşürmüş olabilir.

Kısmen doğru olarak değerlendirilen cevaplar bakımından bakıldığında, üçüncü problemin üçüncü sorusu (tablodan grafiğe geçiş), öğrencilerin en fazla kısmen doğru yanıt verdiği soru olarak öne çıkmaktadır. Bu bulgu, öğrencilerin bu sorunun çözüm sürecinde doğruya yakın düşünme yollarını kullandıklarını ancak çözümde bazı küçük hatalar yaptıklarını ya da sonuca ulaşmada eksik adımlar izlediklerini düşündürmektedir. Bu da, öğrencilerin temsil becerilerini geliştirme sürecinde olduklarının bir göstergesi olabilir.

Yanlış cevaplara dair analizde ise, en fazla yanlış yapılan sorular, ikinci problemin üçüncü sorusu (cebirsel grafiğe geçiş) ile dördüncü problemin birinci sorusu (grafikten sözele geçiş) olmuştur. Bu sonuç, öğrencilerin bu sorulara yönelik ciddi kavramsal karışıklıklar yaşadıklarını veya kullanılan temsilleri yorumlamakta güçlük çektiklerini göstermektedir. Özellikle temsil türleri arasında dönüşüm gerektiren bu tarz sorularda, öğrencilerin hataya daha açık oldukları anlaşılmaktadır. Öte yandan, en az yanlış yapılan sorunun ise üçüncü problemin üçüncü sorusu olduğu dikkat çekmektedir. Bu soruya daha çok kısmen doğru veya boş yanıt verildiği, bu nedenle yanlış oranının düşük kaldığı söylenebilir.

Boş bırakılan sorular bakımından değerlendirildiğinde, ikinci problemin ikinci sorusu (cebirselden tabloya geçiş) ile ikinci problemin üçüncü sorusu (cebirselden grafiğe geçiş), öğrenciler tarafından en fazla cevapsız bırakılan sorular olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu durum, öğrencilerin bu soruların içeriğini anlamada zorlandıklarını, sorunun temsil biçimiyle

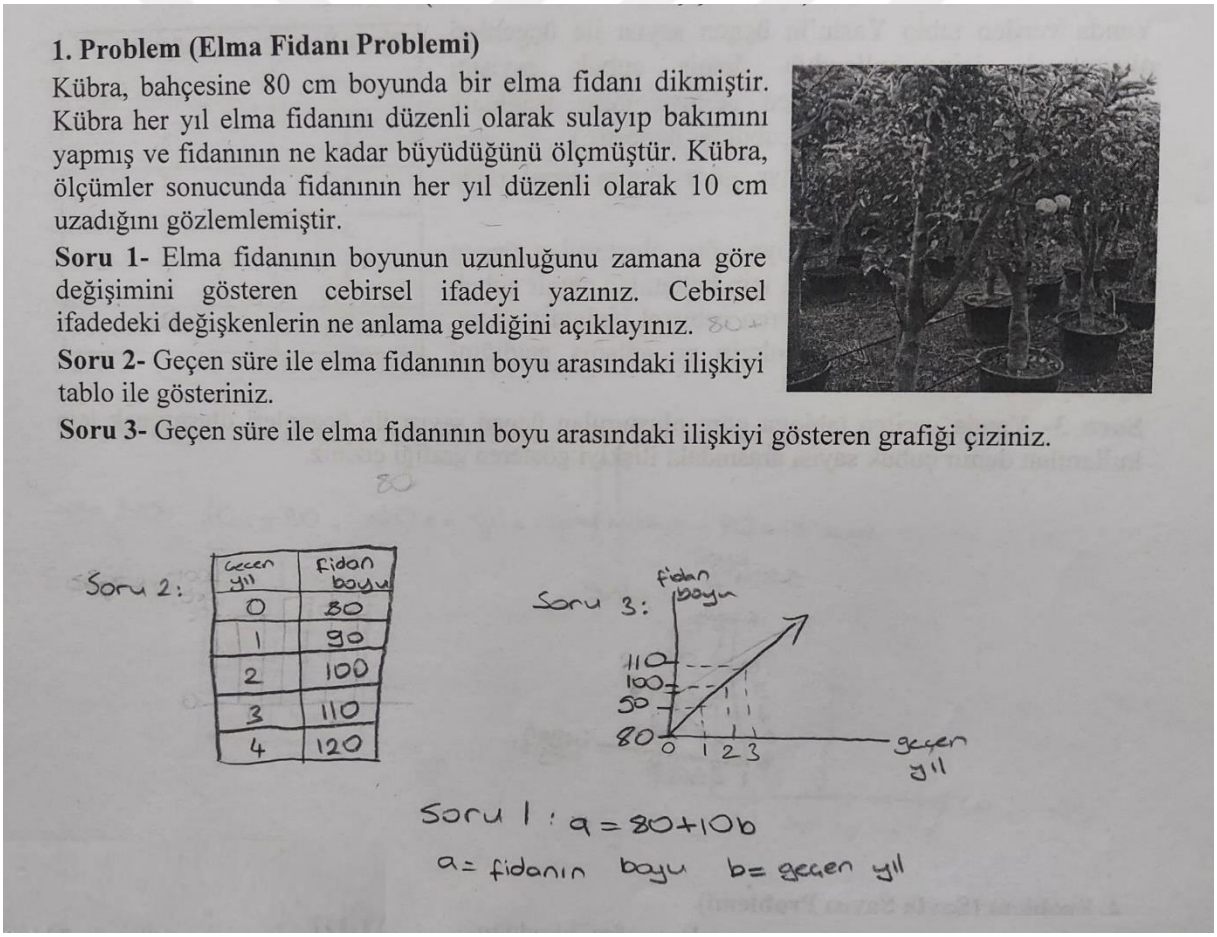
bağlantı kurmakta yetersiz kaldıklarını veya soruyu çözmeye yönelik herhangi bir strateji geliştiremediklerini göstermektedir.

Tüm bu bulgular bir arada değerlendirildiğinde, yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testinde yer alan sorulara verdikleri cevap türlerinin, temsil biçimlerine göre değişkenlik gösterdiği görülmektedir. Bazı sorular öğrenciler için daha açık ve anlaşılırken, bazıları daha fazla zihinsel işlem ve soyut düşünme gerektirdiğinden başarı oranı düşmektedir. Bu da, temsil türlerinin çeşitliliğinin ve uygunluğunun öğrencilerin başarı düzeyleri üzerindeki etkisini açıkça ortaya koymaktadır.

Yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testinin sorularına verdikleri cevaplardan bazıları Şekil 21, Şekil 22, Şekil 23 ve Şekil 24'te gösterilmiştir.

**Şekil 21**

*Y20'nin TAGT-1 testindeki birinci problemle ilgili cevapları*

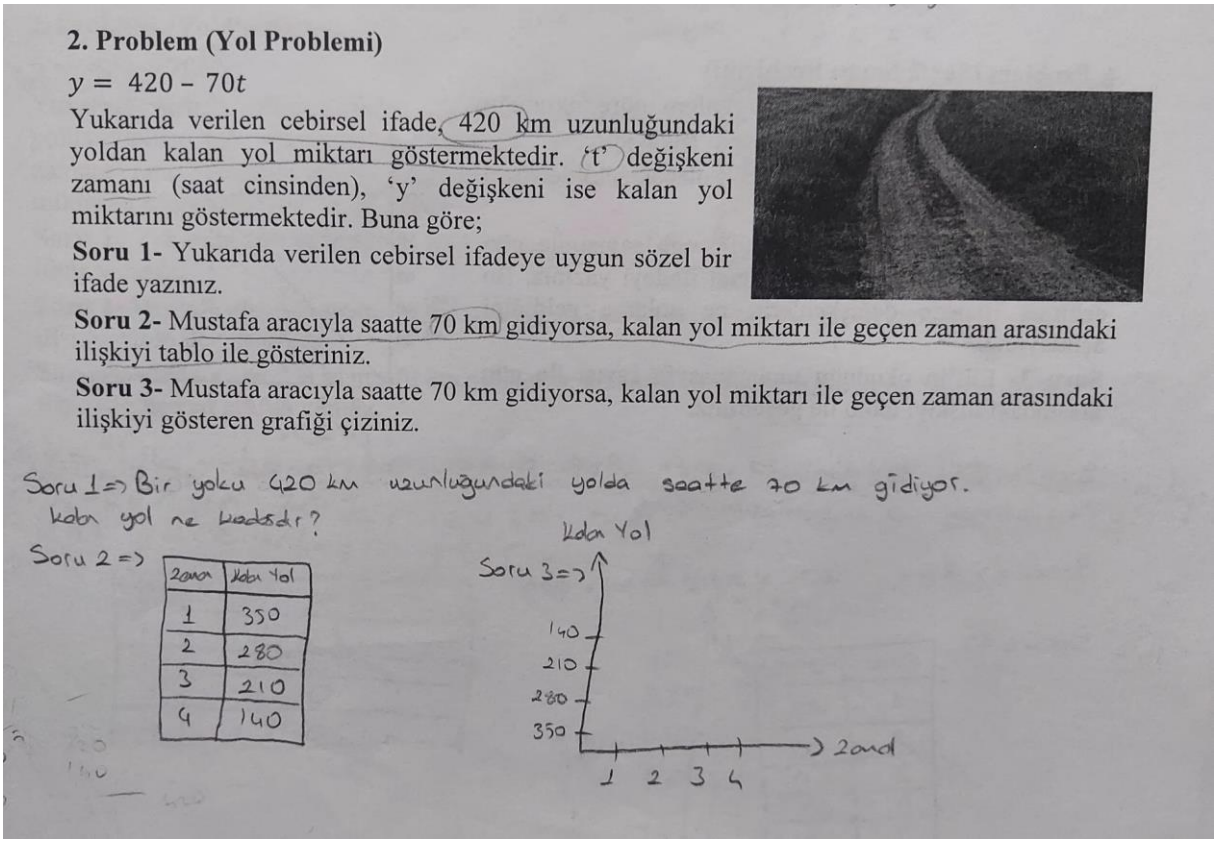



Şekil 21'de Y20'nin TAGT-1 testindeki birinci problemin sorularına verdiği cevaplar görülmektedir. Birinci problem sözel ifade yazma temsil türünde verilmiş ve sorularda sırasıyla cebirsel ifade, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişler istenmiştir. Y20, birinci problemin birinci sorusunu doğru cevaplamış ve sözel ifadeden cebirsel ifade

yazma temsil türüne geçişi doğru yapabilmiştir. Cebirsel ifadedeki değişkenleri doğru tanımlamış ve denklemi doğru kurabilmiştir. Birinci problemin ikinci sorusunu da doğru cevaplamış ve sözel ifadeden tablo ile gösterme temsil türüne temsil türüne geçiş yapabilmiştir. Tabloda geçen yıl ile fidanın boy uzunluğunu doğru bir şekilde göstermiştir. Birinci problemin üçüncü sorusunu ise kısmen doğru cevaplamış ve sözel ifadeden grafik ile gösterme temsil türüne temsil türüne kısmen geçiş yapabilmiştir. Çünkü grafiğin eksenleri arasındaki ilişkiyi tam olarak belirleyememiştir. Başlangıçtaki fidan boyu ile başlangıç zamanını eksenlerde yanlış yerden göstermiştir.

**Şekil 22**

*Y18'in TAGT-1 testindeki ikinci problemle ilgili cevapları*

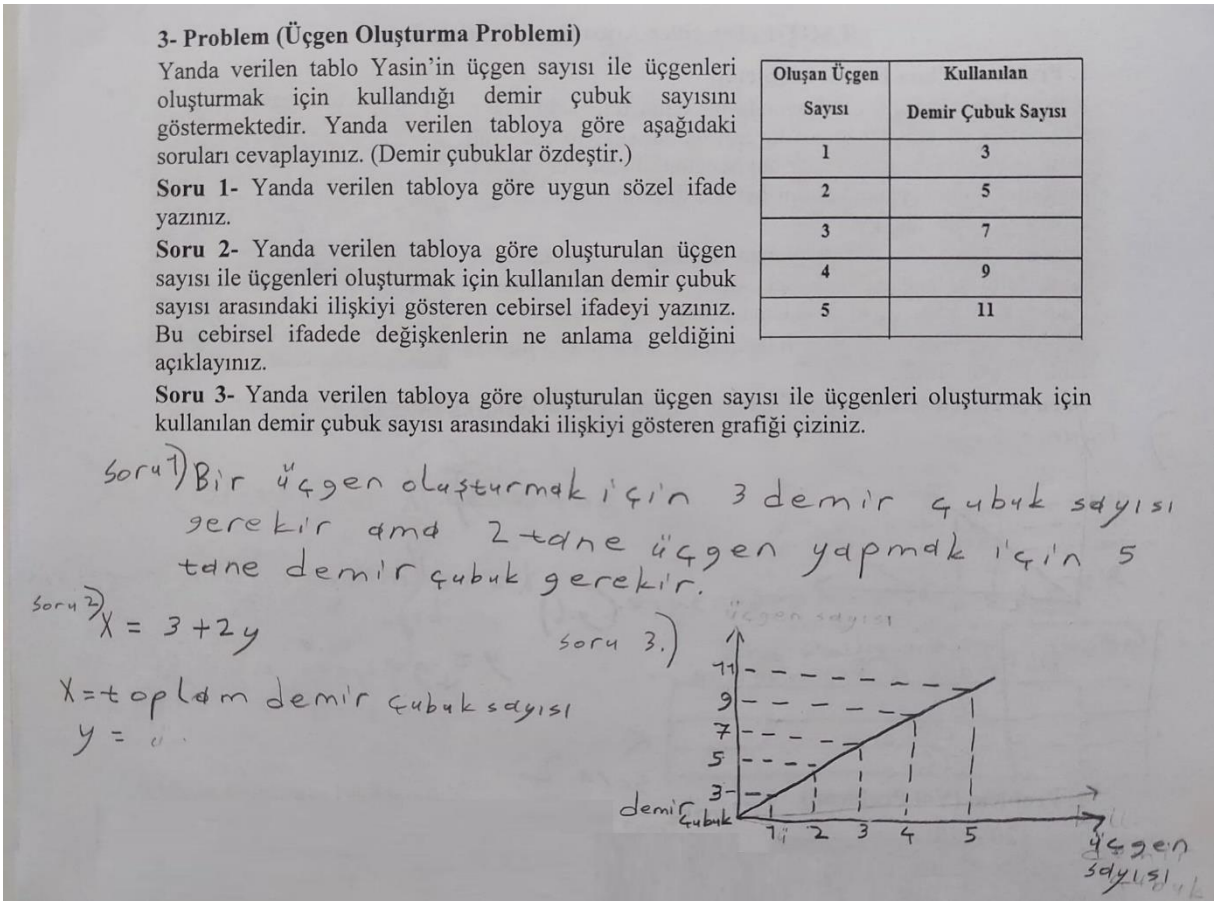



Şekil 22'de Y18'in TAGT-1 testindeki ikinci problemin sorularına verdiği cevaplar görülmektedir. İkinci problemde cebirsel ifade yazma temsil türünde verilmiş ve problemin sorularında sırasıyla sözel ifade yazma, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişler istenmiştir. Y18, ikinci problemin birinci sorusunu kısmen doğru cevaplamış ve cebirsel ifade temsil türünden sözel ifade yazma temsil türüne kısmen geçiş yapabilmiştir. Öğrenci sözel ifade yazarken söylemek istediğini tam olarak doğru şekilde ifade edememiştir. İkinci problemin ikinci sorusunu doğru yapmış ve cebirsel ifade temsil türünden tablo ile gösterme temsil türüne geçişi doğru yapabilmiştir. Tabloda geçen zaman ile kalan yol

uzunluğunu doğru bir şekilde göstermiştir. İkinci problemin üçüncü sorusunu ise yanlış cevaplamış ve cebirsel ifade yazma temsil türünden grafik ile gösterme temsil türüne geçiş yapamamıştır. Çünkü grafiğin eksenlerindeki sayıları doğru şekilde yerleştirememiş ve grafik çizgisini çizmemiştir.

**Şekil 23**

*Y8'in TAGT-1 testindeki üçüncü problemle ilgili cevapları*



**3- Problem (Üçgen Oluşturma Problemi)**

Yanda verilen tablo Yasin'in üçgen sayısı ile üçgenleri oluşturmak için kullandığı demir çubuk sayısını göstermektedir. Yanda verilen tabloya göre aşağıdaki soruları cevaplayınız. (Demir çubuklar özdeştir.)

| Oluşan Üçgen Sayısı | Kullanılan Demir Çubuk Sayısı |
|---|---|
| 1 | 3 |
| 2 | 5 |
| 3 | 7 |
| 4 | 9 |
| 5 | 11 |

**Soru 1-** Yanda verilen tabloya göre uygun sözel ifade yazınız.

**Soru 2-** Yanda verilen tabloya göre oluşturulan üçgen sayısı ile üçgenleri oluşturmak için kullanılan demir çubuk sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız. Bu cebirsel ifadede değişkenlerin ne anlama geldiğini açıklayınız.

**Soru 3-** Yanda verilen tabloya göre oluşturulan üçgen sayısı ile üçgenleri oluşturmak için kullanılan demir çubuk sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

Soru 1) Bir üçgen oluşturmak için 3 demir çubuk sayısı gerekir ama 2 tane üçgen yapmak için 5 tane demir çubuk gerekir.

Soru 2) $X = 3 + 2y$

X = toplam demir çubuk sayısı

y = ...

Soru 3.)

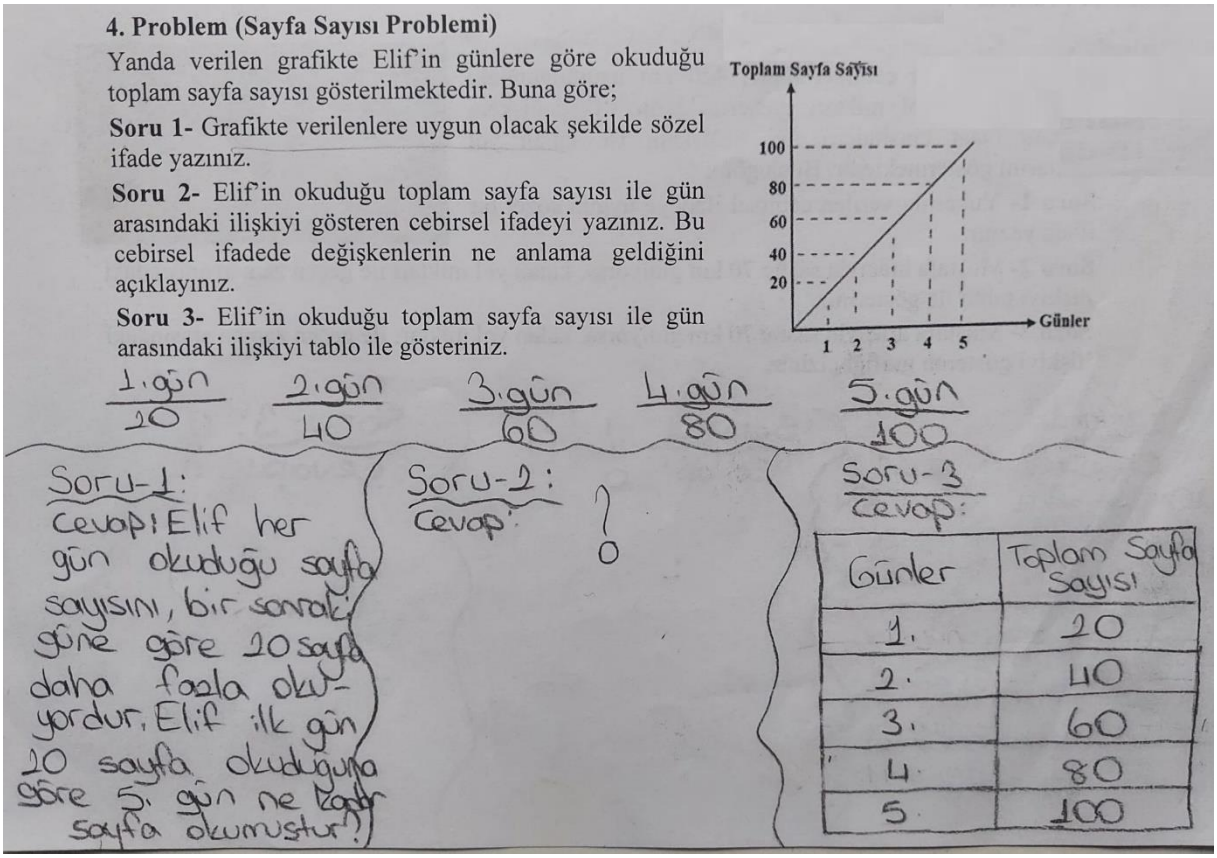


Şekil 23'te Y8'in TAGT-1 testindeki üçüncü problemin sorularına verdiği cevaplar görülmektedir. Üçüncü problem tablo ile gösterme temsil türünde verilmiş ve problemin sorularında sırasıyla sözel ifade yazma, cebirsel ifade yazma ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişler istenmiştir. Y8, üçüncü problemin birinci sorusunu kısmen doğru cevaplamış ve tablo ile gösterme temsil türünden sözel ifade yazma temsil türüne kısmen geçiş yapabilmiştir. Öğrenci tablodaki demir çubuk sayısı ile oluşan üçgen sayısı arasındaki ilişkiyi doğru olarak kuramadığı için sözel ifade yazarken söylemek istediklerini tam olarak doğru biçimde ifade edememiştir. Üçüncü problemin ikinci sorusunu yanlış cevaplamış ve tablo ile gösterme temsil türünden cebirsel ifade yazma temsil türüne geçişi doğru yapamamıştır. Tabloda verilen üçgen sayısı ile kullanılan demir çubuk sayısı arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde belirleyememiştir. Üçüncü problemin üçüncü sorusunu kısmen doğru cevaplamış ve

tablo ile gösterme temsil türünden grafik ile gösterme temsil türüne kısmen geçiş yapabilmiştir. Grafik çizgisini orijin noktasından başlattığı için hata yapmıştır.

**Şekil 24**

*Y13'ün TAGT-1 testindeki dördüncü problemle ilgili cevapları*




Şekil 24'te Y13'ün TAGT-1 testindeki dördüncü problemin sorularına verdiği cevaplar görülmektedir. Dördüncü problem grafik ile gösterme temsil türünde verilmiş ve problemin sorularında sırasıyla sözel ifade yazma, cebirsel ifade yazma ve tablo ile gösterme temsil türlerine geçişler istenmiştir. Y13, dördüncü problemin birinci sorusunu yanlış cevaplamış ve grafik ile gösterme temsil türünden sözel ifade yazma temsil türüne geçişi doğru yapamamıştır. Öğrenci, grafiğe göre günlük 20 sayfa okunması gereken kitabı bir önceki güne göre 20 sayfa daha fazlası okuyarak diyerek hata yapmıştır. Dördüncü problemin ikinci sorusunu boş bırakmış ve grafik ile gösterme temsil türünden cebirsel ifade yazma temsil türüne geçiş yapamamıştır. Öğrenci grafikteki okunan sayfa sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi kuramamıştır. Dördüncü problemin üçüncü sorusunu ise doğru yapmış ve grafik ile gösterme temsil türünden tablo ile gösterme temsil türüne geçişi doğru yapmıştır. Grafiğin eksenlerinde verilenleri tabloya doğru şekilde aktarmıştır.

### 4.1.2. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin TAGT-1 Testi Sonuçları

Bu bölümde sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testine verdikleri cevaplar bulunmaktadır. Öğrencilerin verdikleri cevapların dağılımları Tablo 8'de verilmiştir.

**Tablo 8**
*Sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testine verdikleri cevapların dağılımı*

| | TAGT-1 Testindeki Sorulara Verilen Cevaplar | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Öğrenciler | 1. problemin 1.sorusu | 1. problemin 2.sorusu | 1. problemin 3.sorusu | 2. problemin 1.sorusu | 2. problemin 2.sorusu | 2. problemin 3.sorusu | 3. problemin 1.sorusu | 3. problemin 2.sorusu | 3. problemin 3.sorusu | 4. problemin 1.sorusu | 4. problemin 2.sorusu | 4. problemin 3.sorusu | Toplam doğru sayısı |
| S1 | D | KD | Y | D | KD | KD | Y | D | KD | Y | Y | KD | 3 |
| S2 | D | D | KD | Y | D | Y | Y | D | KD | Y | D | D | 6 |
| S3 | D | D | KD | Y | Y | Y | Y | Y | KD | Y | Y | KD | 2 |
| S4 | D | Y | Y | Y | B | B | Y | D | D | Y | B | D | 4 |
| S5 | Y | D | D | Y | D | D | Y | Y | KD | KD | Y | D | 5 |
| S6 | D | D | KD | Y | D | Y | Y | Y | KD | D | Y | Y | 4 |
| S7 | D | KD | KD | Y | KD | Y | Y | D | KD | Y | D | KD | 3 |
| S8 | Y | Y | Y | D | D | Y | Y | Y | KD | Y | D | D | 4 |
| S9 | Y | KD | Y | Y | Y | Y | Y | Y | KD | Y | Y | D | 1 |
| S10 | Y | D | KD | Y | D | Y | Y | Y | Y | Y | B | D | 3 |
| S11 | D | Y | Y | Y | Y | Y | Y | Y | KD | Y | Y | D | 2 |
| S12 | D | D | KD | KD | Y | Y | Y | Y | KD | Y | Y | D | 3 |
| S13 | D | KD | KD | Y | Y | Y | Y | Y | KD | Y | D | D | 3 |
| S14 | D | D | KD | D | D | D | KD | D | KD | D | Y | D | 8 |
| S15 | D | D | KD | KD | D | D | KD | D | KD | KD | Y | D | 6 |
| S16 | Y | Y | Y | Y | Y | Y | Y | Y | KD | Y | Y | D | 1 |
| S17 | Y | D | D | Y | D | KD | Y | Y | KD | Y | Y | D | 4 |
| S18 | Y | D | Y | Y | KD | Y | Y | D | KD | Y | D | D | 4 |
| S19 | D | Y | Y | KD | Y | Y | Y | Y | KD | D | Y | KD | 2 |

| S20 | D | Y | Y | D | D | KD | Y | D | KD | KD | Y | D | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tds | 13 | 10 | 2 | 4 | 9 | 3 | 0 | 8 | 1 | 3 | 5 | 15 | 73 |

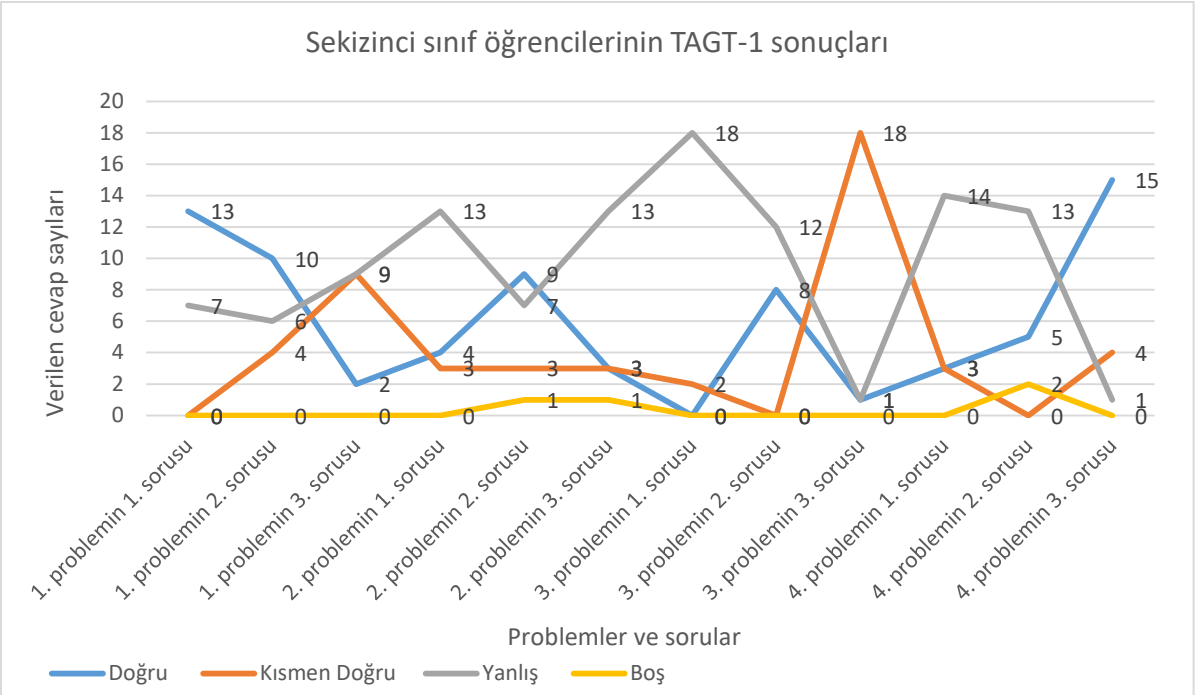
Tablo 8'de sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testindeki sorulara verdikleri cevapların sonuçları görülmektedir. Sekizinci sınıf öğrencileri TAGT-1 testindeki sorulara toplam 73 doğru, 49 kısmen doğru, 114 yanlış ve 4 boş cevap vermiştir. Öğrencilerin testte bulunan 12 sorudan ortalama 3,65 soruyu doğru yaptıkları belirlenmiştir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin de TAGT-1 testine göre çoklu temsil türleri arasında geçiş becerilerinin düşük olduğu ortaya çıkmıştır. Doğru sayısının en fazla olduğu öğrenciler sekiz doğruyla S14 ve altışar doğruyla S2 ve S15; doğru sayısının en az olduğu öğrenciler ise birer doğru ile S9 ve S16 olmuştur.

Tablo 8'de sekizinci sınıf öğrencilerinin hangi temsil türleri arasındaki geçişlerde başarılı ya da başarısız oldukları da görülmektedir. TAGT-1 testinde 25 doğru ile en fazla doğrunun yapıldığı temsil türünün sözel ifade temsilinden diğer temsil türlerine geçiş sorularının olduğu birinci problem; 9 doğru ile en az doğrunun yapıldığı temsil türünün tablo ile gösterme ifade temsil türünden diğer temsil türlerine geçiş sorularının olduğu üçüncü problem olmuştur. En fazla doğrunun yapıldığı sorular birinci problemin birinci sorusu ile dördüncü problemin üçüncü sorusudur. Birinci problemin birinci sorusunu on üç öğrenci, dördüncü problemin üçüncü sorusunu ise on beş öğrenci doğru cevaplamıştır. Birinci problemin birinci sorusu sözel ifade temsil türünden cebirsel ifade temsil türüne geçiş sorusu, dördüncü problemin üçüncü sorusu ise grafik ile gösterme temsil türünden tablo ile gösterme temsil türüne geçiş sorusudur. En az doğrunun yapıldığı sorular üçüncü problemin birinci sorusu ile üçüncü problemin üçüncü sorusudur. Üçüncü problemin birinci sorusunu doğru cevaplayan sekizinci sınıf öğrencisi olmamıştır. Üçüncü problemin üçüncü sorusunu ise sekizinci sınıf öğrencilerinden sadece biri doğru cevaplamıştır. Üçüncü problemin birinci sorusu tablo ile gösterme temsil türünden sözel ifade temsil türüne geçiş sorusu, üçüncü problemin üçüncü sorusu ise tablo ile gösterme temsil türünden grafik ile gösterme temsil türüne geçiş sorusudur. Sekizinci sınıf öğrencilerinin tablo okuma becerilerinin iyi olmaması sonucunda üçüncü problemdeki sorulara diğer problemlerdeki sorulara göre daha az doğru cevap verebilmişlerdir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testinde genel olarak cebirsel ifade yazma temsil türüne geçiş sorularında ve tablo ile gösterme temsil türüne geçiş sorularında başarılı oldukları, grafik ile gösterme temsil türüne geçiş sorularında ise başarılarının düşük oldukları söylenebilir.

Sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testindeki sorulara verdikleri doğru cevap sayıları Şekil 25'te verilen grafikte gösterilmiştir

**Şekil 25**

*Sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 sonuçları*




Şekil 25'te verilen grafikte, sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testindeki sorulara verdikleri yanıt türlerine ilişkin sayısal dağılım ayrıntılı olarak gösterilmektedir. Bu grafik, öğrencilerin her bir probleme yönelik olarak verdikleri doğru, kısmen doğru, yanlış ve boş cevap sayılarını karşılaştırmalı bir biçimde ortaya koymakta ve temsil becerilerine dayalı başarı düzeylerinin görsel analizine imkân sağlamaktadır.

Elde edilen veriler doğrultusunda, testte yer alan sorular arasında en fazla doğru cevabın verildiği sorular, birinci problemin birinci sorusu (sözelden cebirsel geçiş) ile dördüncü problemin üçüncü sorusu (grafikten tabloya geçiş) olarak belirlenmiştir. Bu durum, söz konusu soruların öğrenciler tarafından daha kolay anlaşıldığını, kullanılan temsillerin açık ve anlaşılır olduğunu ya da öğrencilerin bu sorulara ilişkin kavramları daha önceki öğrenmelerinden dolayı iyi içselleştirmiş olabileceğini göstermektedir. Ayrıca, bu iki sorunun öğrencilerde güven duygusu oluşturmuş olabileceği ve bu nedenle çözüm sürecinde daha başarılı oldukları düşünülebilir.

Diğer taraftan, öğrencilerin en az doğru cevap verdikleri soruların, üçüncü problemin birinci sorusu (tablodan sözele geçiş) ile üçüncü problemin üçüncü sorusu (tablodan grafiğe geçiş) olduğu gözlemlenmiştir. Bu durum, özellikle üçüncü problem kapsamında yer alan soruların öğrenciler açısından daha karmaşık algılandığını ve bu soruların çözümünde hem kavramsal hem de temsil dönüşümüne yönelik bilişsel yükün daha fazla olduğunu düşündürmektedir. Bu soruların çözümünde farklı temsil türleri arasında geçiş yapma, soyut

düşünmeyi somutlaştırma ya da strateji geliştirme gibi üst düzey becerilerin gerekli olduğu söylenebilir.

Grafik aynı zamanda kısmen doğru olarak değerlendirilen cevaplar açısından da önemli ipuçları sunmaktadır. Verilere göre, en fazla kısmen doğru yanıt, öğrenciler tarafından üçüncü problemin üçüncü sorusuna (tablodan grafiğe geçiş) verilmiştir. Bu sonuç, öğrencilerin ilgili soruda tam olarak doğru cevaba ulaşamasalar da problemi çözme sürecinde anlamlı adımlar attıklarını ve çözüm yolunda önemli ilerlemeler kaydettiklerini göstermektedir. Kısmen doğru cevapların yüksekliği, öğrencilerin kavramı tam olarak öğrenme aşamasında olduklarını ve temsil becerilerinin gelişme sürecinde bulunduğunu gösterebilir.

Yanlış cevaplara yönelik veriler incelendiğinde, en fazla yanlış yapılan sorunun üçüncü problemin birinci sorusu (tablodan sözele geçiş) olduğu görülmektedir. Bu bulgu, öğrencilerin bu soruda ya temsil türlerini yanlış yorumladıklarını ya da kavramsal bir yanılgıya düştüklerini işaret etmektedir. Ayrıca bu yanlışların, öğrencilerin gerekli bilgiye sahip olmadan çözüm üretmeye çalıştıklarının da göstergesi olabilir. Öte yandan, en az yanlış yapılan soruların, üçüncü problemin üçüncü sorusu (tablodan grafiğe geçiş) ile dördüncü problemin üçüncü sorusu (grafikten tabloya geçiş) olduğu belirlenmiştir. Bu durum, bu soruların bazı öğrenciler tarafından doğru ya da kısmen doğru çözümlerle yanıtlandığını, bazı öğrenciler tarafından ise boş bırakıldığını düşündürmektedir.

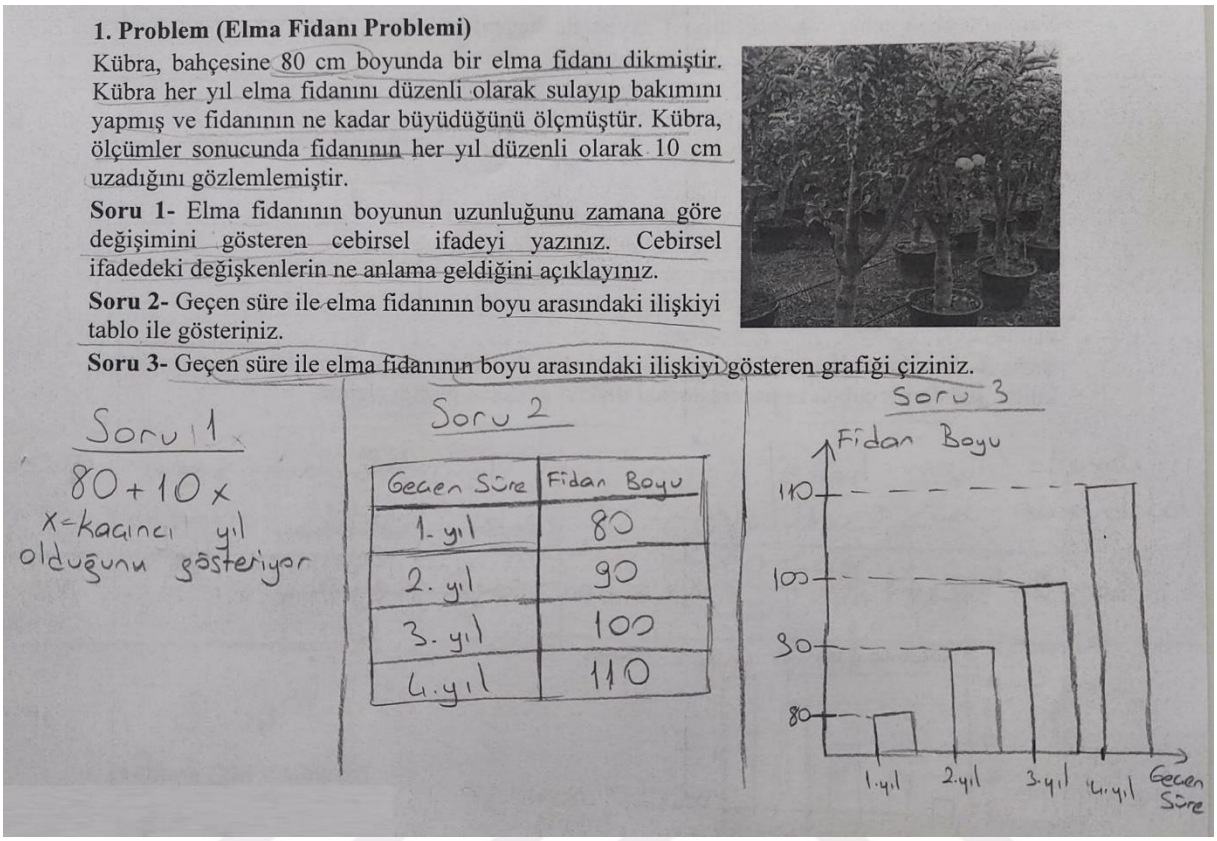
Son olarak, boş bırakılan sorular açısından yapılan değerlendirmeye göre, en fazla boş bırakılan soru, dördüncü problemin ikinci sorusu (grafikten cebirsele geçiş) olmuştur. Bu bulgu, öğrencilerin bu sorunun içeriğini anlamakta ya da çözüm stratejisi geliştirmekte zorlandıklarını, dolayısıyla herhangi bir yanıt vermek yerine soruyu boş bırakmayı tercih ettiklerini göstermektedir. Boş bırakma oranının yüksek olması, aynı zamanda öğrencilerin bu soruya yönelik özgüven eksikliği veya zaman yönetimi sorunları yaşadıklarının da bir göstergesi olabilir.

Genel olarak değerlendirildiğinde, grafik verileri sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testindeki farklı problem ve sorulara karşı verdikleri tepkilerin çeşitlilik gösterdiğini ortaya koymakta ve temsil temelli düşünme becerilerinin hangi alanlarda güçlü, hangi alanlarda geliştirilmeye açık olduğunu anlamak açısından önemli bir veri sunmaktadır.

Sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testinin sorularına verdikleri cevaplardan bazıları Şekil 26, Şekil 27, Şekil 28 ve Şekil 29'da gösterilmiştir.

**Şekil 26**

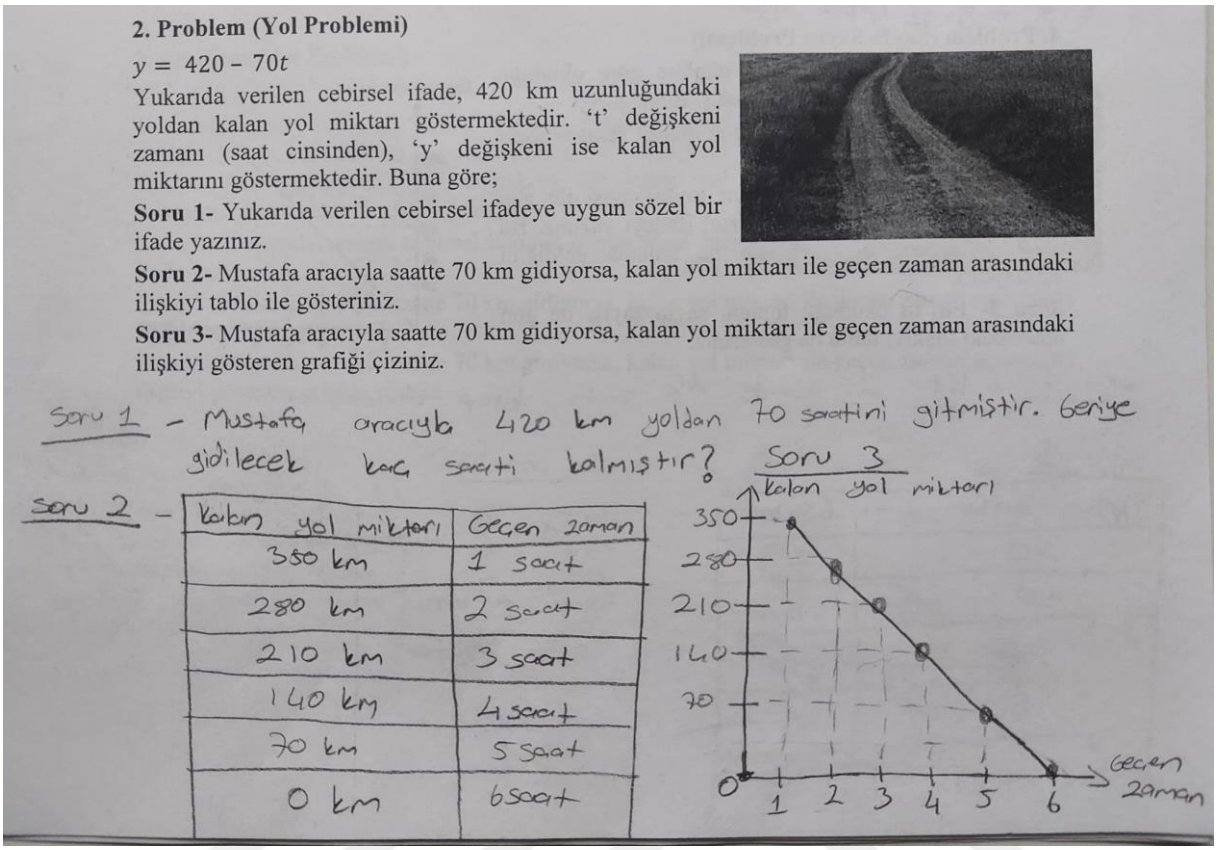
*S4'ün TAGT-1 testindeki birinci problemle ilgili cevapları*




Şekil 26'da S4'ün TAGT-1 testindeki birinci problemin sorularına verdiği cevaplar görülmektedir. Birinci problem sözel ifade yazma temsil türünde verilmiş ve sorularda sırasıyla cebirsel ifade, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişler istenmiştir. S4, birinci problemin birinci sorusunu doğru cevaplamış ve sözel ifadeden cebirsel ifade yazma temsil türüne geçişi doğru yapabilmiştir. Cebirsel ifadedeki değişkenleri doğru tanımlamış ve denklemi doğru kurabilmiştir. Birinci problemin ikinci sorusunu yanlış yapmış ve sözel ifadeden tablo ile gösterme temsil türüne temsil türüne geçişi doğru yapamamıştır. Öğrenci çizdiği tabloda başlangıçtaki fidanın boyu ile başlangıç zamanını yanlış ilişkilendirmiştir. Birinci problemin üçüncü sorusunu da yanlış yapmış ve sözel ifadeden grafik ile gösterme temsil türüne temsil türüne geçişi doğru yapamamıştır. Tablo ile göstermede yaptığı hatanın aynısını grafik ile gösterme temsilinde de yapmıştır.

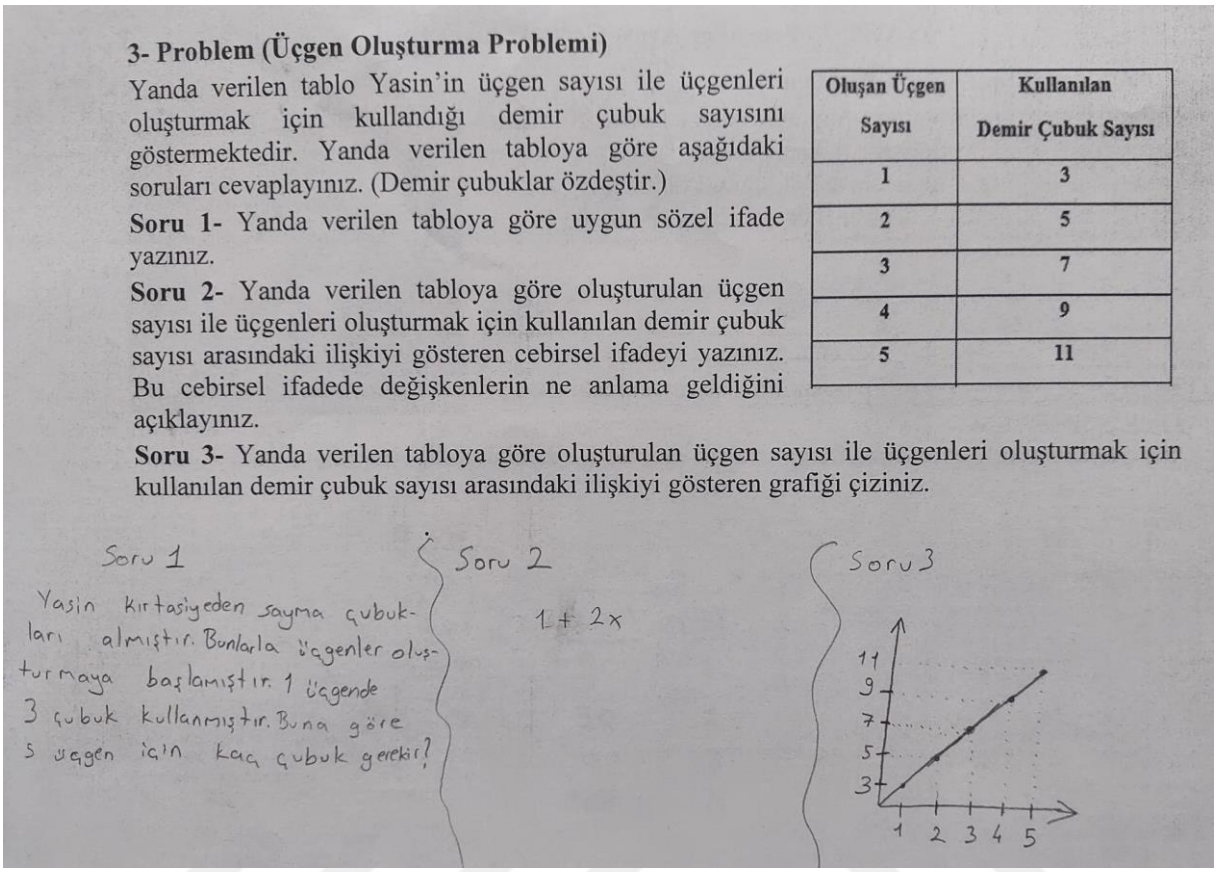
**Şekil 27**

*S17'nin TAGT-1 testindeki ikinci problemle ilgili cevapları*




Şekil 27'de S17'nin TAGT-1 testindeki ikinci problemin sorularına verdiği cevaplar görülmektedir. İkinci problemde cebirsel ifade yazma temsil türünde verilmiş ve problemin sorularında sırasıyla sözel ifade yazma, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişler istenmiştir. S17, ikinci problemin birinci sorusunu yanlış cevaplamış ve cebirsel ifade temsil türünden sözel ifade yazma temsil türüne geçişi doğru yapamamıştır. Öğrenci sözel ifade yazarken uzunluk ile zaman kavramlarını birbirine karıştırmıştır. İkinci problemin ikinci sorusunu doğru yapmış ve cebirsel ifade temsil türünden tablo ile gösterme temsil türüne geçişi doğru yapabilmiştir. Tabloda geçen zaman ile kalan yol uzunluğunu doğru bir şekilde göstermiştir. İkinci problemin üçüncü sorusunu ise kısmen doğru cevaplamış ve cebirsel ifade yazma temsil türünden grafik ile gösterme temsil türüne kısmen doğru geçiş yapabilmiştir. Çünkü başlangıçtaki yol miktarı ile başlangıç zamanını grafikte göstermemiştir.

**Şekil 28**
*S1'in TAGT-1 testindeki üçüncü problemle ilgili cevapları*



**3- Problem (Üçgen Oluşturma Problemi)**

Yanda verilen tablo Yasin'in üçgen sayısı ile üçgenleri oluşturmak için kullandığı demir çubuk sayısını göstermektedir. Yanda verilen tabloya göre aşağıdaki soruları cevaplayınız. (Demir çubuklar özdeştir.)

| Oluşan Üçgen Sayısı | Kullanılan Demir Çubuk Sayısı |
|---|---|
| 1 | 3 |
| 2 | 5 |
| 3 | 7 |
| 4 | 9 |
| 5 | 11 |

**Soru 1-** Yanda verilen tabloya göre uygun sözel ifade yazınız.

**Soru 2-** Yanda verilen tabloya göre oluşturulan üçgen sayısı ile üçgenleri oluşturmak için kullanılan demir çubuk sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız. Bu cebirsel ifadede değişkenlerin ne anlama geldiğini açıklayınız.

**Soru 3-** Yanda verilen tabloya göre oluşturulan üçgen sayısı ile üçgenleri oluşturmak için kullanılan demir çubuk sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

Soru 1

Yasin kırtasiyeden sayma çubukları almıştır. Bunlarla üçgenler oluşturmaya başlamıştır. 1 üçgende 3 çubuk kullanmıştır. Buna göre 5 üçgen için kaç çubuk gerekir?

Soru 2

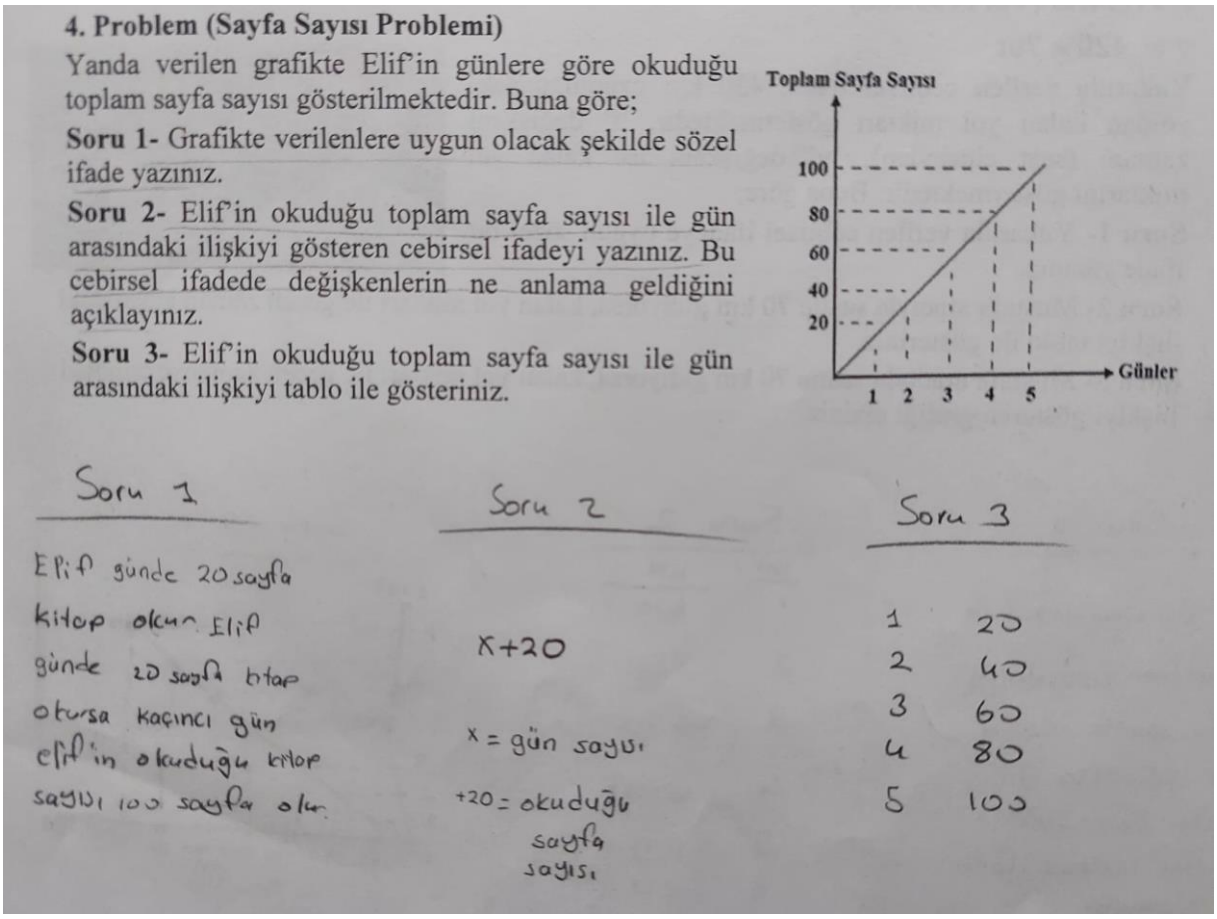
1 + 2x

Soru 3



Şekil 28'de S1'in TAGT-1 testindeki üçüncü problemin sorularına verdiği cevaplar görülmektedir. Üçüncü problem tablo ile gösterme temsil türünde verilmiş ve problemin sorularında sırasıyla sözel ifade yazma, cebirsel ifade yazma ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişler istenmiştir. S1, üçüncü problemin birinci sorusunu yanlış cevaplamış ve tablo ile gösterme temsil türünden sözel ifade yazma temsil türüne geçişi doğru yapamamıştır. Öğrenci tablodaki demir çubuk sayısı ile oluşan üçgen sayısı arasındaki ilişkiyi doğru olarak kuramadığı için sözel ifadeyi yanlış yazmıştır. Üçüncü problemin ikinci sorusunu doğru cevaplamış ve tablo ile gösterme temsil türünden cebirsel ifade yazma temsil türüne geçişi doğru yapmıştır. Tabloda verilen üçgen sayısı ile kullanılan demir çubuk sayısı arasındaki ilişkiyi doğru belirlemiştir. Üçüncü problemin üçüncü sorusunu kısmen doğru cevaplamış ve tablo ile gösterme temsil türünden grafik ile gösterme temsil türüne kısmen geçiş yapabilmiştir. Grafik çizgisini orijin noktasından başlattığı için hata yapmıştır.

***Şekil 29***
*S19'un TAGT-1 testindeki dördüncü problemle ilgili cevapları*



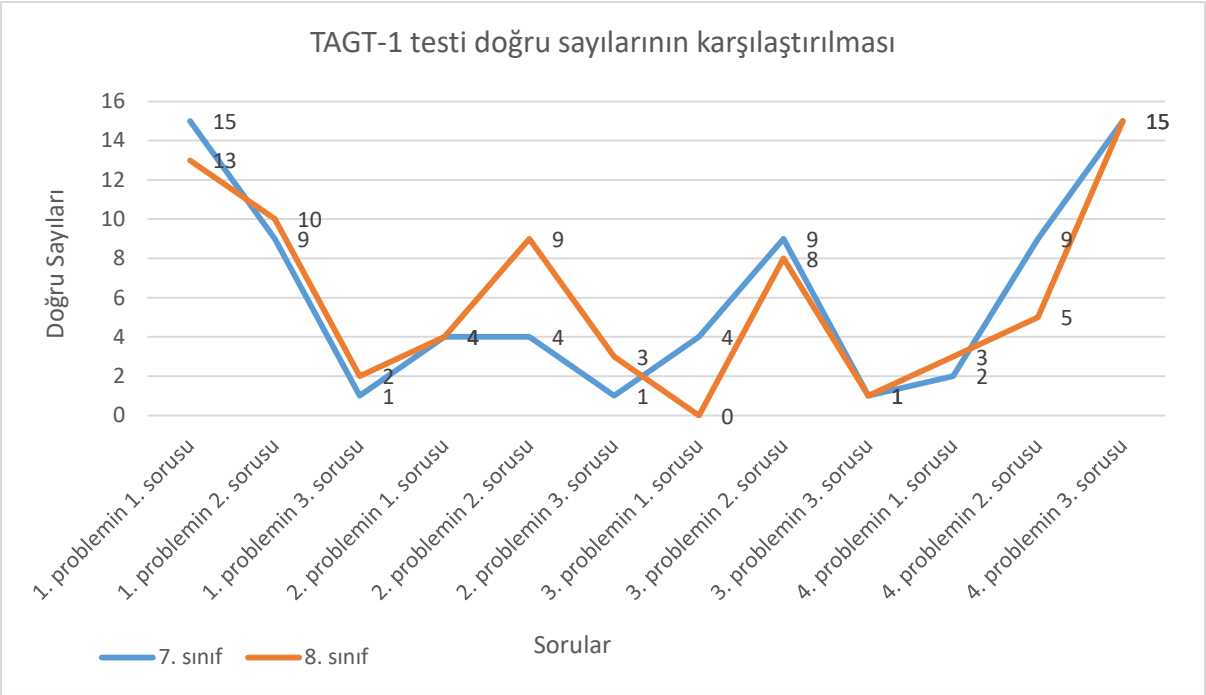

Şekil 29'da S19'un TAGT-1 testindeki dördüncü problemin sorularına verdiği cevaplar görülmektedir. Dördüncü problem grafik ile gösterme temsil türünde verilmiş ve problemin sorularında sırasıyla sözel ifade yazma, cebirsel ifade yazma ve tablo ile gösterme temsil türlerine geçişler istenmiştir. S19, dördüncü problemin birinci sorusunu doğru cevaplamış ve grafik ile gösterme temsil türünden sözel ifade yazma temsil türüne geçişi doğru yapmıştır. Dördüncü problemin ikinci sorusunu yanlış yapmış ve grafik ile gösterme temsil türünden cebirsel ifade yazma temsil türüne geçişi doğru yapamamıştır. Öğrenci grafikteki okunan sayfa sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde kuramamıştır. Dördüncü problemin üçüncü sorusunu ise kısmen doğru yapmış ve grafik ile gösterme temsil türünden tablo ile gösterme temsil türüne geçişi kısmen doğru yapmıştır. Grafiğin eksenlerinde verilenleri tabloya aktarmış ama tabloda sayıların neler ifade ettiğini açık bir şekilde belirtmemiştir.

### 4.1.3. Sınıf Seviyesine Göre TAGT-1 Testindeki Sonuçların Karşılaştırılması

Bu bölümde yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testindeki sonuçları karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma Şekil 30'ta verilen grafikte gösterilmiştir.

**Şekil 30**

*TAGT-1 testinin sonuçlarının karşılaştırılması*




Şekil 30'da sunulan grafik incelendiğinde, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testinde verdikleri doğru cevap sayılarının karşılaştırılması sonucunda hem benzerliklerin hem de farklılıkların dikkat çekici şekilde ortaya çıktığı görülmektedir. Grafik, öğrencilerin çoklu temsil türleri konusundaki mevcut düzeylerini, öğretim öncesi dönemde değerlendirmek amacıyla kullanılmakta olup, analiz sonuçları her iki sınıf düzeyinde belirli sorunlarda benzer eğilimler sergilendiğini, diğer bazılarında ise belirgin farklılıklar bulunduğunu göstermektedir. Elde edilen veriler, yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testinde toplamda 74 doğru cevap verirken, sekizinci sınıf öğrencilerinin toplamda 73 doğru cevap verdiklerini ortaya koymuştur. Bu bağlamda, test sonuçları değerlendirildiğinde, öğretim öncesi dönemde yedinci sınıf öğrencilerinin sekizinci sınıf öğrencilerine kıyasla çok az bir farkla daha başarılı olduğu söylenebilir.

Bu durum, öğrencilerin sınıf düzeyleri arttıkça mutlaka daha yüksek performans gösterecekleri yönündeki yaygın algının her zaman geçerli olmadığını ve öğrenmenin bireysel farklılıklarla şekillendiğini düşündürmektedir. Ayrıca bu sonuç, çoklu temsil türleriyle ilgili becerilerin yalnızca yaş ya da sınıf düzeyine göre gelişmediğini, bunun yerine öğrencilerin önceki deneyimlerine, öğretim süreçlerine ve bilişsel gelişim düzeylerine bağlı olarak farklılık gösterebileceğini işaret etmektedir.

Detaylı inceleme yapıldığında, yedinci sınıf öğrencilerinin en fazla doğru cevap verdikleri problemler, grafik ile gösterme temsilinden diğer temsil biçimlerine geçişin

sorgulandığı dördüncü problemde yer almıştır. Bu soruların yüksek oranda doğru yapılması, öğrencilerin grafik temsilleri başlangıç noktası olarak kullanarak diğer temsillere geçişte daha rahat hareket edebildiklerini göstermektedir. Sekizinci sınıf öğrencileri açısından en fazla başarı gösterilen problem ise, sözel ifade temsillerinden diğer temsil biçimlerine geçişin gerektiği birinci problem olmuştur. Bu durum, sekizinci sınıf öğrencilerinin sözlü açıklamalardan hareketle matematiksel temsillere geçişte daha başarılı olduklarını düşündürmektedir.

Öte yandan, her iki sınıf düzeyinde öğrencilerin en az doğru yaptığı soruların hangi problemlerden kaynaklandığı incelendiğinde, yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ifade temsillerinden diğer temsil türlerine geçişin yer aldığı ikinci problemde zorlandıkları görülmektedir. Bu da, soyut sembollerden oluşan cebirsel temsillerin, somutlaştırma açısından yetersiz kalan öğrenciler için daha karmaşık algılandığını göstermektedir. Benzer biçimde, sekizinci sınıf öğrencileri ise tablo ile gösterme temsillerinden diğer biçimlere geçişi içeren üçüncü problemde en düşük başarıyı göstermişlerdir. Bu, tablo yorumlamaya dayalı temsil türlerinin kavranmasının belirli öğrenciler için güç olabileceğini ortaya koymaktadır.

TAGT-1 testinde hem yedinci hem de sekizinci sınıf öğrencileri tarafından en fazla doğru cevap verilen sorular ise, birinci problemin birinci sorusu (sözelden cebirsele geçiş) ile dördüncü problemin üçüncü sorusu (grafikten tabloya geçiş) olmuştur. Bu soruların başarı oranının yüksek olması, temsil türleri arasındaki geçişin öğrenciler tarafından daha kolay kavrandığı ya da temsil biçimlerinin öğrencilerin zihinsel yapılarına daha uygun olduğu şeklinde yorumlanabilir.

Ayrıca üçüncü problemin birinci sorusunda (tablodan sözele geçiş) yedinci sınıfa devam eden dört öğrencinin doğru yanıt verdiği, sekizinci sınıf öğrencilerinin ise bu soruda hiçbir doğru cevap veremediği belirlenmiştir. Bu örnek, yalnızca sınıf düzeyine değil, öğrencilerin bireysel bilişsel gelişim düzeylerine ve önceki öğrenmelerine bağlı olarak performansın farklılık gösterebileceğine işaret etmektedir.

Her iki sınıf düzeyinde öğrenciler, ikinci problemin birinci sorusuna (cebirselden sözele geçiş) dört doğru cevap, üçüncü problemin üçüncü sorusuna (tablodan grafiğe geçiş) birer doğru cevap ve dördüncü problemin üçüncü sorusuna (grafikten tabloya geçiş) ise on beşer doğru cevap vermiştir. Bu veriler, belirli soruların her iki sınıf düzeyinde de benzer oranda başarıya neden olduğunu ve bu soruların temsil geçişi açısından daha açık ve anlaşılır olduğunu düşündürmektedir.

Son olarak, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileri tarafından TAGT-1 testinde en az doğru yapılan sorular, birinci problemin üçüncü sorusu (sözelden grafiğe geçiş) ile üçüncü problemin üçüncü sorusu (tablodan grafiğe geçiş) olarak belirlenmiştir. Bu iki sorunun düşük

başarıya sahip olması, temsil türleri arasında geçişi zorlaştıran bir yapı içerdiğini ya da öğrencilerde kavram yanılgılarına yol açabilecek düzeyde soyut bir anlatım barındırdığını göstermektedir.

Genel olarak değerlendirildiğinde, TAGT-1 testi sonuçları, her iki sınıf düzeyinde öğrencilerin en fazla zorlandıkları alanın grafik ile gösterme temsillerinden diğer temsil türlerine geçiş olduğu yönünde bulgular sunmaktadır. Bu bulgu, öğrencilerin grafiksel bilgileri diğer biçimlerle ilişkilendirme konusunda gelişime ihtiyaç duyduklarını göstermekte ve öğretim süreçlerinde grafik temsillerin daha yoğun ve yapılandırılmış biçimde ele alınması gerektiğine işaret etmektedir.

## 4.2. Ders Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular

Altı hafta süren ders etkinliklerinde yedinci sınıf öğrencileri ve sekizinci sınıf öğrencilerinden elde edilen bulgular ayrı ayrı incelenmiştir. Ders etkinlikleri sırasında elde edilen bulgular, yedinci sınıf öğrencileri ile sekizinci sınıf öğrencilerinin cevaplarından elde edilmiştir. Ders etkinlikleri, 2 haftası konu anlatımı etkinliği ve 4 haftası çalışma kâğıtları etkinliği olacak biçimde yapılmıştır. Çalışma kâğıtlarında sözel ifade temsili, cebirsel ifade temsili, tablo ile gösterme temsili ve grafik ile gösterme temsillerinden diğer temsil türlerine geçişlerini sağlamak için hazırlanmış sorular bulunmaktadır. Çalışma kâğıtlarıyla yapılan etkinliklerde ilk hafta sözel ifade temsil türünden diğer temsil türlerine geçişleri sağlayan sorularla çalışılmıştır. İkinci hafta cebirsel ifade temsil türünden diğer temsil türlerine geçişleri sağlayan sorularla, üçüncü hafta tablo ile gösterme temsil türünden diğer temsil türlerine geçişleri sağlayan sorularla ve dördüncü hafta grafik ile gösterme temsil türünden diğer temsil türlerine geçişleri sağlayan sorularla çalışılmıştır.

### 4.2.1. Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Ders Etkinliğinden Elde Edilen Bulgular

Yedinci sınıf öğrencileriyle yapılan çoklu temsil türleriyle ilgili cebir öğretimi yani ders etkinlikleri 2 haftası konu anlatım süreci ve 4 haftası çalışma kâğıtlarıyla olmak üzere altı hafta sürmüştür. Ders etkinlikleri konu anlatımları ile başlayıp çalışma kâğıtlarıyla sona ermiş ve bu süreç içerisinde çeşitli bulgular elde edilmiştir.

#### *4.2.1.1. Yedinci Sınıf Öğrencileriyle Yapılan Konu Anlatım Etkinlikleri*

Yedinci sınıf öğrencileriyle yapılan konu anlatım etkinlikleri 2 hafta sürmüştür. İlk hafta çoklu temsil türlerinin neler olduğu ve temsil türlerinin özelliklerinin anlatımı yapılmıştır.

İkinci hafta ise çoklu temsil türleri arasındaki geçişlerin nasıl yapıldığına dair örnek sorular çözülmüştür.

Yedinci sınıf öğrencileriyle ilk hafta yapılan konu anlatım etkinliğinden elde edilen bulgular şu şekildedir:

*A: Sözel ifade nedir?*

*Y1: Problem geliyor aklıma.*

*A1: Başka fikri olan?*

*Y11: Bir matematik işlemini Türkçe metni gibi yazma.*

*A: Ali'nin bilye sayısı Emre'nin biye sayısının yarısıdır. Bir dikdörtgenin uzun kenarı kısa kenarının 2 katından 3 cm fazladır.*

*A: Peki sizde bir örnek verin?*

*Y11: Yunus'un kalemlerinin sayısı kadar Emre'nin kırmızı kalemleri vardır.*

*Y1: Bir sayının beş katının yirmi eksiği.*

Yedinci sınıf öğrencileri sözel ifade temsilini başlangıçta matematik derslerinde gördükleri problem soruları olarak ifade etmişlerdir. Araştırmacı sözel ifade temsiline örnekler verdiğinde öğrencilerin de uygun örnekler verdikleri görülmüştür.

*A: Gördüğünüz gibi sözel ifadeler bu şekildedir. Peki, cebirsel ifade nedir? Kim söylemek ister?*

*Y11: Sayı yerine bir harf konması.*

*Y15: Bir bilinmeyen içeren sayı.*

*Y6: Bilinmeyen bir sayı için kullanılan harfler.*

Araştırmacı öğrencilere 'Cebirsel ifade nedir?' diye sorduğunda yedinci sınıf öğrencileri genel olarak sayının yerine bir harfin olduğunu söylediler. Öğrencilerin değişken kavramını cebirsel ifade olarak söyledikleri görülmüştür. Dolayısıyla cebirsel ifadeyi doğru bir şekilde ifade edememiştir.

*A: Konu anlatım kâğıdındaki örneklere bakalım. Gördüğünüz gibi çalışma kâğıdında* $3x, -5y, 2n + 3, 6a^2$ *gibi ifadeler yazılmış.*

*A: Peki cebirsel ifadelerde hangi kavramlar var?*

*Y15: Değişken, terim, katsayı.*

*Y1: Sabit terim, benzer terim.*

*A: Değişken nedir?*

*Y1: Cebirsel ifadelerde kullanılan harflere veya sembollere denir.*

*A: Terim nedir?*

*Y8: Cebirsel ifadede yer alan sayının yeri.*

*A: Katsayı neydi?*

*Y15: Tamsayı mı?*

*A: Bilinmeyenin başındaki sayı. Peki, illa bilinmeyen olması gerekiyor mu?*

*Y11: Hayır gerekmiyor. Sabit terimin kendisi de bir katsayıdır.*

*A: Benzer terim nedir?*

*Y15: Aynı değişkenleri olan terimler.*

*Y7: Ayrıca değişkenlerin kuvvetleri aynı olmalı.*

*A: Yani benzer terimde önemli olan değişken ve değişkenin kuvveti.*

Araştırmacı, öğrencilerin cebirsel ifade terimlerinde eksiklerinin olduğunu görmüş ve öğrencilere bu terimleri açıklamıştır. Daha sonra örnekler vererek cebirsel ifade terimlerini göstermiştir.

*A: Çalışma kâğıdında verilen* $4x - 3y - 2x + 5$ *cebirsel ifade örneğine bakalım şimdi. Buradaki değişkenler nelerdir?*

*Y15: x ve y.*

*A: Terimler hangileri?*

*Y13: 4x, -3y, -2x ve 5'tir.*

*A: Katsayılar nelerdir?*

*Y2: 4, -3, -2 ve 5.*

*A: Sabit terim kaç?*

*Y18: 5.*

*A: Benzer terimler hangileri?*

*Y12: 4x ve -2x.*

*A: Cebirsel ifadeyi nasıl yazıyorduk? Cebirsel ifadeyi yazarken değişken ile kat sayı arasındaki ilişkiyi doğru kurmamız gerekiyor.*

*A: Bir sayının 3 katının 2 katı eksiği şeklindeki bir ifade cebirsel olarak '*$3x - 2$*' şeklinde gösterilir.*

*A: 'Sepetteki elmaların sayısının 4 fazlasının yarısı' ifadesini nasıl gösteririz peki?*

*Y1:* $\frac{x+4}{2}$ *şeklinde.*

*A: Bir tane de siz örnek verin şimdi?*

*Y11: Cebimdeki paranın yarısının 4 TL fazlası. Cebirsel ifadesi ise* $\frac{x+4}{2}$ *şeklindedir.*

*Y2: Hayır yanlış yaptı.* $\frac{x}{2} + 4$ *şeklinde olmalı.*

Araştırmacı sözel olarak verilen bir ifadeyi cebirsel olarak yazamayan öğrencilerin olduğunu farketmiştir. Araştırmacı tablo çizmeye geçmeden önce öğrencilere sözel olarak verilen bir ifadenin cebirsel ifade olarak nasıl yazılacağını göstermiştir.

*A: Doğru aferin. Peki, şimdi tablo çizmeye geçelim. Tablo çizerken neye dikkat etmemiz gerekiyor.*

*Y8: Tablodaki başlıklara.*

*Y6: Değişkenlere.*

*Y5: Aralıkların eşit olmasına.*

Yedinci sınıf öğrencilerinin tablonun ne olduğunu, nasıl çizeleceğini bildikleri görülmüştür. Öğrenciler tabloyu çizerken belirli bir kuralın olduğunu, değişkenle katsayı arasındaki ilişkileri farketmişlerdir.

*A: Gelelim grafiklere. Grafik nedir? Grafiği nasıl çizeriz?*

*Y17: Bir olayın oluş sürecini göstermeye yarayan çizgilerdir.*

*A: Yani grafik görüldüğünde ne grafiği olduğu anlaşılmalıdır. Yol-zaman grafiği, zaman- boy uzunluğu grafiği gibi.*

*A: Günlük hayatta karşılaşılan hava sıcaklıkları, alışveriş harcamaları gibi durumları grafiklerle gösterebiliriz.*

*Y11: Mesela bir aracın yakıt miktarı ile gidilen yol mesafesi.*

*A: Evet güzel örnek.*

Yedinci sınıf öğrencilerinin grafiğin ne olduğunu, nasıl çizeleceğini bildikleri görülmüştür. Öğrenciler grafiği çizerken belirli bir kuralın olduğunu, eksenler arasındaki ilişkiyi yani değişkenle katsayı arasındaki ilişkileri farketmişlerdir.

İki haftalık konu anlatım etkinliğinin ilk haftası bitmiş ve ikinci haftasına geçilmiştir. İkinci hafta yapılan konu anlatım etkinliği daha çok temsil türlerini içeren örnek sorular üzerinden yapılmıştır. İkinci hafta yedinci sınıf öğrencilerine yapılan konu anlatım etkinliğinden elde edilen bulgular ise şu şekildedir:

*A: Sözel ifadelerle başlayalım. İlk soruyu kim okumak ister?*

*Y14: Ben okuyabilirim.*

*A: Şimdi herkes sözel ifade şeklinde verilen soruya göre 'a' şıkkındaki cebirsel ifadeyi yazsın. Yazmanız için biraz süre vereyim.*

*A: Peki var mı cebirsel ifadeyi yazan?*

*Y12 ve Y18: 60+4x.*

*Y15: x+4.*

*A: Peki zamanla depodaki su miktarı artar mı azalır mı?*

*Y1, Y9, Y11: Artar.*

*A: O zaman cebirsel ifade 60+4x olmalı.*

*A: 'b' şıkkında tablo çizilmesi isteniyor. Peki, tablosunu nasıl çizeriz?*

*Y1: Tabloyu nasıl söyleyeceğiz?*

*A: Tablo çizerken ne yapmamız gerekiyor?*

*Y1: Tablonun bir tarafına geçen süre diğer tarafına da dolan su miktarı yazabiliriz.*

*Y3: Onuncu dakikada 100 litre su olur depoda.*

*A: Evet doğru. Herkes tablosunu çizsin şimdi.*

*A: 'c' şıkkında ise grafik çizilmesi isteniyor.*

*A: Grafik artan mı olmalı azalan mı?*

*Y1, Y8, Y15 ve Y18: Artan bir grafik.*

*A: Evet doğru. Çünkü depodaki su miktarı zamanla artıyor. Şimdi herkes grafiği çizmeye çalışın.*

*Y11: Grafiği çizmeye sıfır noktasından başladım.*

*Y1: Zamanı dakika olarak yapmamız lazım.*

İkinci hafta yapılan konu anlatım etkinliğindeki ilk soru sözel ifade olarak verilmiştir. İlk olarak 'a' şıkkında sözel ifadeyi cebirsel ifade olarak yazmaları istenmiştir. Fakat öğrencilerden bazıları değişkeni doğru belirleyememiş ve dolayısıyla değişkenle katsayı arasındaki ilişki doğru kuramamışlardır. 'b' şıkkında ise sözel ifadeyi tablo ile göstermeleri ve 'c' şıkkında ise sözel ifadeleri grafk ile göstermeleri istenmiştir. Öğrencilerin sözel ifade temsilinden tablo ve grafik temsiline geçiş yapabildikleri görülmüştür.

*A: Şimdi 'B' bölümündeki cebirsel ifade örneği yapalım.*

*A: 'a' şıkkında cebirsel ifadesine uygun sözel ifade yazmanız istenmiş. Sözel ifadenizi yazın bakalım.*

*Y11:Bir biletin beş katının bir eksiği vardır.*

*Y8: Bir sayının beş katının bir eksiği.*

*Y2: 'y' sayısı bir sayının beş katının bir eksiğine eşittir.*

*Y1: Benim mavi kalemlerimin sayısı, arkadaşımın sarı kalemlerinin sayısının beş katından bir eksiktir.*

*A: Örnekler güzel aferin. Şimdi 'b' şıkkına geçelim. 'b' şıkkında cebirsel ifadesine uygun tablo çizmeniz istenmiş.*

*Y3, Y8 ve Y11: Bizim yazdığımız sözel ifadelerde zaman yok. Tablo çizilmiyor.*

*A: Tablo çizmek için illa saat, gün gibi zamanların olması mı gerekir?*

*A: Mesela x yerine 1, 2, 3 gibi değerler vererek de tabloyu yapabilirsiniz.*

*A: Tahtaya yazdığım sözel ifade örneğinde kitap okuma ve zaman vardı. Yazdığım sözel ifadeye göre tablo kaçtan başlamalı?*

*Y3, Y5 ve Y13: 10'dan başlamalı. Çünkü ilk gün on sayfa kitap okumuştu.*

*A: Evet doğru. Peki, ikinci gün kaç sayfa okuyacak?*

*Y5 ve Y6: 49 sayfa okur.*

*A: Tamam doğru. Üçüncü gün peki?*

*Y3, Y4 ve Y15: 244 sayfa.*

*A: Doğru. Şimdi herkes kendi yazdığı sözel ifadeye uygun tabloyu çizsin.*

*A: Herkes tablosunu çizdiğine göre 'c' şıkkındaki grafik çizme sorusuna geçelim.*

*A: Grafiği çizerken, eksenlere okunan sayfa sayısı ve günleri yazdım.*

*A: Peki söyleyin bakalım birinci gün kaç sayfa okumuştu?*

*Y4 ve Y11: 10 sayfa.*

*A: İkinci gün kaç sayfa?*

*Y1, Y7 ve Y11: 49 sayfa.*

*A: Üçüncü gün kaç sayfa?*

*Y2, Y8 ve Y11: 244 sayfa okumuş.*

*A: Evet doğru. Böylece grafiği tamamlamış olduk.*

İkinci hafta yapılan konu anlatım etkinliğindeki ikinci soru cebirsel ifade olarak verilmiştir. Öğrencilerden 'a' şıkkında cebirsel ifadeyi sözel ifade olarak yazmaları, b' şıkkında sözel ifadeyi tablo ile göstermeleri ve 'c' şıkkında ise sözel ifadeleri grafik ile göstermeleri istenmiştir. Öğrenciler değişkenle katsayı arasındaki ilişkiyi doğru kurabildiklerinden dolayı cebirsel ifade temsilinden diğer temsil türlerine geçiş yaparken zorlanmadıkları görülmüştür.

*A: 'C' bölümündeki tablo ile gösterme örneğine geçelim.*

*A: 'a' şıkkında tabloya uygun sözel ifade yazmanız istenmiş. Kim söylemek ister yazdığı sözel ifadeyi?*

*Y15: Bir araç 80 km gidiyor.*

*A: Tabloda bize ne verilmiş? Geçen süre ve aracın aldığı yol uzunluğu.*

*Y3: Bir araç her saatte 80 km gidiyor. Tablo ile ilişkisi nasıl olur?*

*Y2: Bir araç her saat başı 80 km gidiyor.*

*Y9: Bir araç saatte 80 km yol alıyorsa 4 saat sonunda kaç km yol alır?*

*Y11: Ankara'dan Diyarbakır'a giden bir araç saatte 80 km gittiğine göre 4 saatte kaç km yol gitmiştir?*

*Y7: Bir araç saatte 80 km yol alıyorsa ve her saatte 2 litre benzin tüketiyorsa dördüncü saatte kaç litre benzin yakar?*

*A: Y7 tabloda km ile zaman verilmiş ama sen benzin miktarından bahsetmişsin. Sözel ifadeni tabloya uygun olacak şekilde oluşturman gerekiyor.*

*A: Başka sözel ifade yazan var mı?*

*Y15: Bir araç 80 km daha gidiyorsa 4 saat sonra km yol alır?*

*Y8: Yola çıkan Mehmet, her saat 80 km yol almakadır.4 saat sonunda gittiği yere varmıştır. Buna göre Mehmet kaç km gitmiştir?*

*A: Güzel örnekler aferin.*

*A: Şimdi gelelim 'b' şıkkındaki cebirsel ifade yazma kısmına. Tabloya uygun cebirsel ifadelerinizi yazın.*

*Y15: Hocam x çarpı 80 olur mu?*

*A: Emin misin? Bir kontrol et yazdığın cebirsel ifadeyi. Peki, başka cevabı olan?*

*Y8: 80+80n.*

*Y11: 1x+80.*

*Y3: 80x.*

*A: Dikkat ederseniz tabloda aracın gittiği mesafeler 80, 160, 240 şeklinde gösterilmiş.*

*Y15: Artış var.*

*A: Yani sürekli 80 km ile gidiyor. O zaman y=80x diyebiliriz.*

*A: 'c' şıkkında ise grafik çizilmesi isteniyor. Peki, grafiği nasıl çizeriz? Grafiklerinizi çizin, bekliyorum.*

*A: Var mı grafiği çizen?*

*Y6: Grafiği sıfır noktasından başlattım. Eksenlere ise yukarı doğru olana yolu, sağa doğru gidene ise saati yazdım.*

*Y11: Ben de birinci saatten başladım 80 km gidiyor. İkinci saatte 160 km, üçüncü saatte 240 km, dördüncü saatte 320 km gidiyor şeklinde yaptım.*

*A: Y11 eksenlere ne isim verdin?*

*Y11: Hocam yukarı doğru çıkana saat, yan tarafa doğru gidene km yazdım.*

*Y1: Yatay eksene dakika, dikey eksene km dedim ben de.*

*A: Yatay eksene zaman, dikey eksene gidilen yol diyelim. Araç kaç km ile gidiyordu?*

*S1, S11 ve S13: 80 km ile gidiyordu.*

*A: Doğru. O zaman tablodaki sayıları grafik üzerine yerleştirelim.*

İkinci hafta yapılan konu anlatım etkinliğindeki üçüncü soru tablo şeklinde verilmiştir. Öğrencilerden 'a' şıkkında tabloda verilenlere uygun sözel ifade yazmaları, b' şıkkında tabloya uygun cebirsel ifade yazmaları ve 'c' şıkkında ise tabloda verilenlere uygun grafik çizmeleri

istenmiştir. Öğrencilerden bazıları tabloya uygun sözel bir ifade ve cebirsel ifade yazamamışlardır. Fakat öğrencilerin tabloya uygun grafikleri doğru çizebildikleri görülmüştür.

*A: 'a' şıkkında grafiğe uygun sözel bir ifade yazmanız istenmiş. Herkes verilen grafiğe göre bir sözel ifade yazsın şimdi.*

*A: Ne verilmiş grafikte? Gün sayısı ile kovandaki arı sayısı.*

*Y2: 160 arı bulunan bir kovanda her gün 20 arı artıyorsa dördüncü günde kovanda kaç arı vardır?*

*Y6: İçinde 160 arı olan arı kovanında içinde arı sayısı günde 20 artıyor. Sekiz günde kovanda kaç arı olur?*

*Y11: Bir kovanda 160 arı vardır. Her gün 20 arı arttığına göre dört günde kaç arı olmuştur?*

*Y20: Bir kovandaki arıların sayısı her gün 20 artar. Arı sayısı 160 olduğuna dördüncü gün kovanda kaç arı bulunur?*

*A: Hemen hemen herkes benzer sözel ifadeleri yazmış.*

*A: Peki, 'b' şıkkına geçelim. 'b' şıkkında cebirsel ifade istenmiş. Önce herkes verilen grafiğe göre cebirsel ifadesini yazsın. Evet, var mı cebirsel ifadeyi yazan?*

*Y4, Y5 ve Y10:* $160 + 20x$.

*Y6:* $x + 160$.

*Y11:* $160x$.

*Y7:* $x + 20$.

*Y13:* $160x + 20$.

*A: Başlangıçta kaç tane arı vardı?*

*Y8, Y9, Y13 ve Y18: 160 tane.*

*A: Her seferinde kaç arı artıyordu?*

*Y1, Y7, Y11 ve Y6: Yirmişer yirmişer.*

*A: Yani o zaman cebirsel ifademiz 160+20x şeklinde olur.*

*A: 'c' şıkkında ise grafiğe uygun tabloyu çizmeniz istenmiş. Çizin bakalım grafiğe göre tablonuzu. Bekliyorum tablonuzu çizmenizi.*

*A: Tabloyu çizen var mı?*

*Y14: Ben sol tarafa artacak şekilde gün yazdım.*

*Y10: Sol tarafa kovandaki arı sayısı, sağ tarafa ise gün yazdım. Kovandaki arı sayısı 160 iken gün sıfır, kovandaki arı sayısı 180 iken gün bir, kovandaki arı sayısı 200 iken gün şeklinde yaptım tabloyu.*

*Y7: İlk bölüme kovandaki arı sayısını yazdım 160 diye ikinci boşluğa da artan arı miktarını yazdım. İlkine 160, ikinciye 20 şeklinde devam ediyor.*

*A: Arı sayısı kaçtan başlayacak?*

*Y1: 0'dan.*

*Y8 ve Y11: Hayır 160'tan başlayacak.*

*A: Tabloyu gün ve kovandaki arı sayısı diye ikiye ayırdım.*

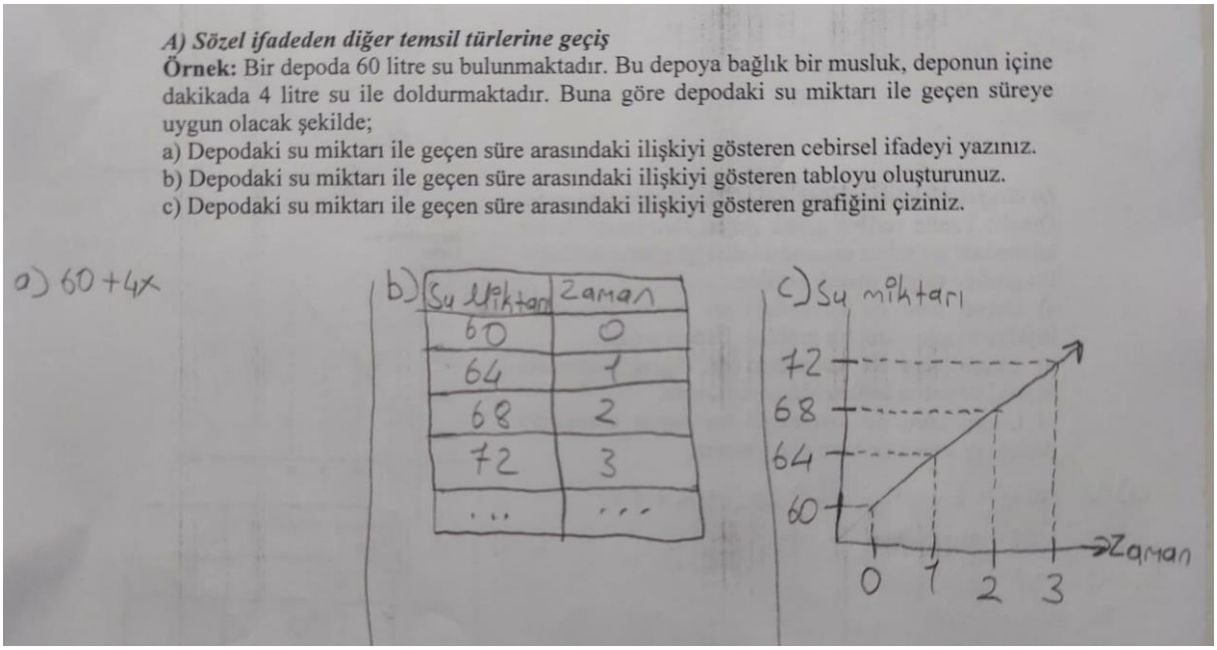
*A: Sonra başlangıç 160 arı, birinci gün 180 arı, ikinci gün 200 arı, üçüncü gün 220 arı olacak şekilde tabloyu çizelim.*

İkinci hafta yapılan konu anlatım etkinliğindeki dördüncü soru grafik şeklinde verilmiştir. Öğrencilerden 'a' şıkkında grafikte verilenlere uygun sözel ifade yazmaları, b' şıkkında grafiğe uygun cebirsel ifade yazmaları ve 'c' şıkkında ise grafikte verilenlere uygun tablo çizmeleri istenmiştir. Öğrencilerden bazıları grafiğe uygun cebirsel ifade yazamamışlardır. Fakat öğrencilerin grafikte verilenlere uygun sözel ifadeleri doğru yazdıkları, tabloyu doğru çizdikleri görülmüştür.

Yedinci sınıf öğrencileriyle yapılan konu anlatım etkinliğindeki öğrenci cevaplarına ait örnekler Şekil 31, Şekil 32, Şekil 33 ve Şekil 34'te verilmiştir. Şekillerde verilen öğrenci cevaplarının hepsi araştırmacının tahtaya doğru cevapları yapmadan önce öğrencilerin çalışma kâğıtlarına yaptıkları cevaplardır. Sırasıyla örnek cevaplar şu şekildedir:

**Şekil 31**

*Y9'un konu anlatım etkinliğinin 'A' bölümündeki örneğe ait cevapları*

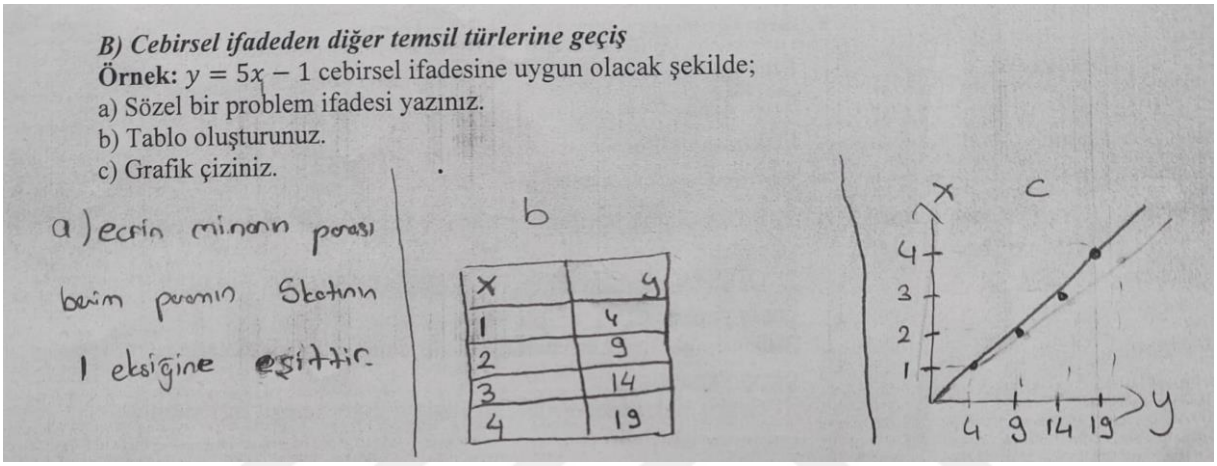



Şekil 31'de Y9'un konu anlatım etkinliğinin 'A' bölümündeki sorulara verdiği cevaplar görülmektedir. 'A' bölümündeki örnekte sözel ifadeden diğer temsil türlerine geçiş soruları

bulunmaktadır. Y9, ‘A’ bölümünün ‘a’ şıkkındaki cebirsel ifade ve ‘b’ şıkkındaki tablo ile gösterme sorularını doğru yapmış ama ‘c’ şıkkındaki grafik ile gösterme temsilinde hata yapmıştır. Grafikteki sıfır noktasını yanlış yerde göstermiş ve dolayısıyla grafiği yanlış çizmiştir. Y9, sözel ifade temsil türünden cebirsel ifade ve tablo ile gösterme temsil türüne geçişlerde başarılı olmuş ama grafik ile gösterme temsil türüne geçişte kısmen başarılı olmuştur.

**Şekil 32**

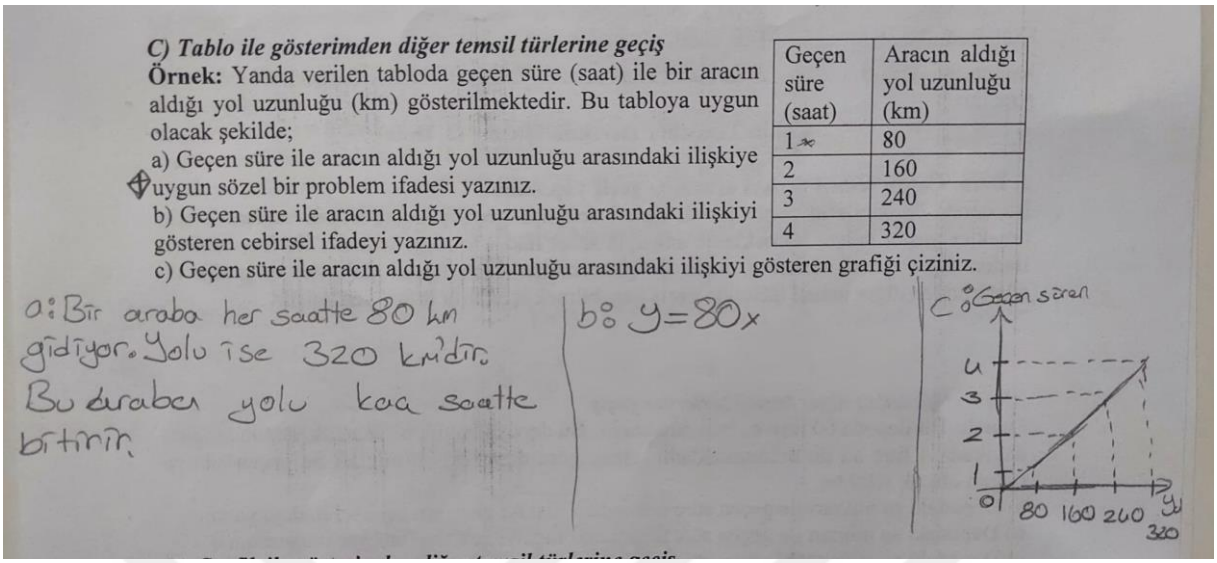
*Y12’nin konu anlatım etkinliğinin ‘B’ bölümündeki örneğe ait cevapları*




Şekil 32’de Y12’nin konu anlatım etkinliğinin ‘B’ bölümündeki sorulara verdiği cevaplar görülmektedir. ‘B’ bölümündeki örnekte cebirsel ifadeden diğer temsil türlerine geçiş soruları bulunmaktadır. Y12, ‘B’ bölümündeki üç şıkkı da doğru yapmış. Fakat ‘x’ ve ‘y’ değişkenlerini ‘a’ şıkkında yazdığı sözel ifadeye bağlamamıştır. Yani ‘x’ değerinin kendi parası olduğunu ve ‘y’ değerinin ise Ecrin’nin parası olduğunu tam olarak tabloda ve grafikte belirtmemiştir. Y12, cebirsel ifade temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

**Şekil 33**

*Y5'in konu anlatım etkinliğinin 'C' bölümündeki örneğe ait cevapları*



***C) Tablo ile gösterimden diğer temsil türlerine geçiş***

**Örnek:** Yanda verilen tabloda geçen süre (saat) ile bir aracın aldığı yol uzunluğu (km) gösterilmektedir. Bu tabloya uygun olacak şekilde;

a) Geçen süre ile aracın aldığı yol uzunluğu arasındaki ilişkiye uygun sözel bir problem ifadesi yazınız.

b) Geçen süre ile aracın aldığı yol uzunluğu arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.

c) Geçen süre ile aracın aldığı yol uzunluğu arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

| Geçen süre (saat) | Aracın aldığı yol uzunluğu (km) |
|---|---|
| 1 | 80 |
| 2 | 160 |
| 3 | 240 |
| 4 | 320 |

a: Bir araba her saatte 80 km gidiyor. Yolu ise 320 km'dir. Bu araba yolu kaç saatte bitirir.

b: $y = 80x$

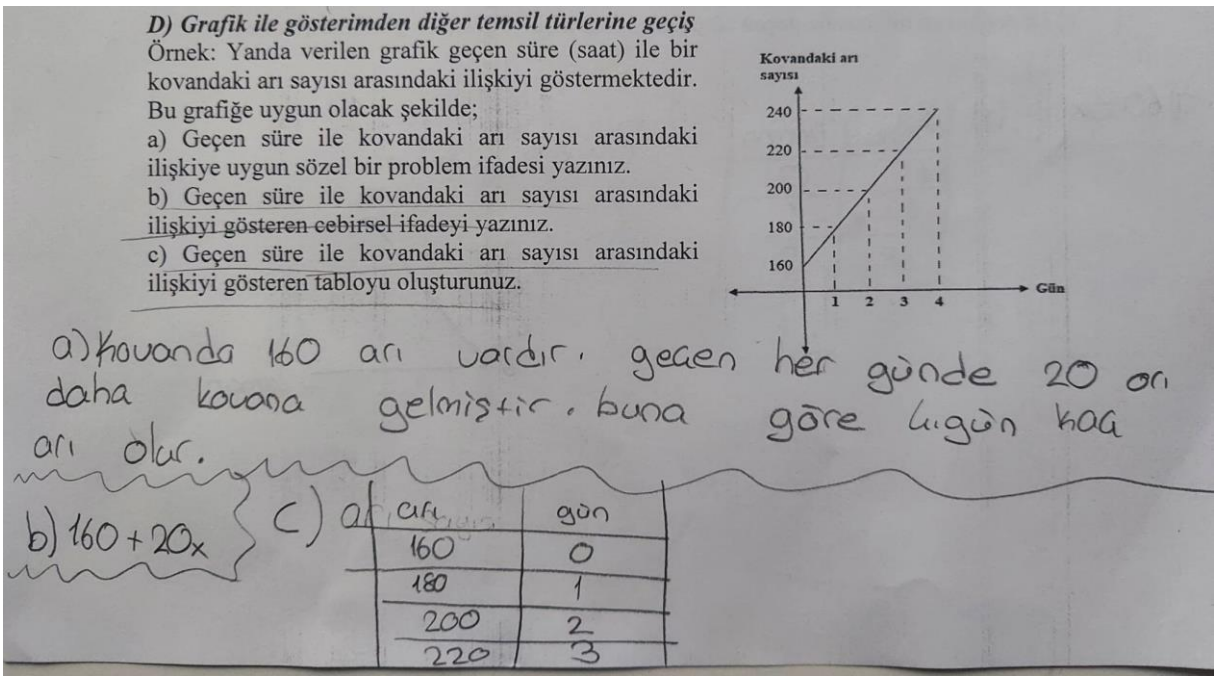
c: Geçen süre



Şekil 33'te Y5'in konu anlatım etkinliğinin 'C' bölümündeki sorulara verdiği cevaplar görülmektedir. 'C' bölümündeki örnekte tablo ile gösterimden diğer temsil türlerine geçiş soruları bulunmaktadır. Y5, 'C' bölümündeki üç şıkkı da doğru yapmıştır. Y5, tablo ile gösterim türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

**Şekil 34**

*Y4'ün konu anlatım etkinliğinin 'D' bölümündeki örneğe ait cevapları*



***D) Grafik ile gösterimden diğer temsil türlerine geçiş***

Örnek: Yanda verilen grafik geçen süre (saat) ile bir kovandaki arı sayısı arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Bu grafiğe uygun olacak şekilde;

a) Geçen süre ile kovandaki arı sayısı arasındaki ilişkiye uygun sözel bir problem ifadesi yazınız.

b) Geçen süre ile kovandaki arı sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.

c) Geçen süre ile kovandaki arı sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu oluşturunuz.



a) Kovanda 160 arı vardır. geçen her günde 20 arı daha kovana gelmiştir. buna göre 4 gün kaç arı olur.

b) $160 + 20x$

c)

| arı | gün |
|---|---|
| 160 | 0 |
| 180 | 1 |
| 200 | 2 |
| 220 | 3 |

Şekil 34'te Y4'ün konu anlatım etkinliğinin 'D' bölümündeki sorulara verdiği cevaplar görülmektedir. 'D' bölümündeki örnekte grafik ile gösterimden diğer temsil türlerine geçiş

soruları bulunmaktadır. Y4, ‘D’ bölümündeki üç şıkkı da doğru yapmıştır. Y4, grafik ile gösterme temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

#### *4.2.1.2. Yedinci Sınıf Öğrencileriyle Yapılan Çalışma Kâğıtları Etkinlikleri*

Yedinci sınıf öğrencileriyle yapılan çalışma kâğıtları etkinlikleri 4 hafta sürmüştür. Çalışma kâğıtları sırasıyla sözel ifade, cebirsel ifade, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme sorularından oluşmaktadır.

*a) Sözel ifade çalışma kâğıdından elde edilen bulgular*

Çalışma kâğıtlarından ilki sözel ifadeler çalışma kâğıdıdır. Sözel ifadeler çalışma kâğıdından elde edilen bulgular şunlardır:

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Geçen hafta dört temsil türleriyle de ilgili birer örnek yapmıştık. Bu hafta çalışma kâğıtlarından ilki olan sözel ifadeler çalışma kâğıdını yapacağız.*

*A: Evet birinci soru ile başlayalım.*

*A: Birinci sorunun ‘a’ şıkkındaki cebirsel ifadeyi kim söylemek ister?*

*Y11 ve Y13:* $10 + 3x$.

*Y1:* $3n + 10$.

*Y6:* $3n + 7$.

*A: Sizce Y6’in cevabı doğru mu?*

*Y1, Y10: Hayır doğru değil.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci sorunun ‘a’ şıkkında sözel ifade temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun ‘a’ şıkkına Y1, Y11 ve Y13 kodlu öğrenciler doğru cevap verirken Y6 kodlu öğrenci yanlış cevap vermiştir. Y1, Y11 ve Y13 kodlu öğrenciler kumbaradaki para miktarı ile geçen gün arasındaki ilişkiyi doğru kurdukları için cebirsel ifadeyi doğru yazmıştır. Fakat Y6 kodlu öğrenci kumbaradaki para miktarı ile geçen gün arasındaki ilişkiyi doğru kuramadığından dolayı cebirsel ifadeyi doğru yazamamıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Tamam şimdi beraber yazalım cebirsel ifadeyi. Başlangıçta kumbaradaki para ne kadardı?*

*Y1, Y11 ve Y13: 10 lira.*

*A: Her gün ne kadar artıyor para miktarı?*

*Y11, Y6: 3 TL.*

*A: O zaman cebirsel ifadeyi 10+3x şeklinde yazabiliriz.*

*A: Peki burada x ne anlama geliyor?*

*Y7 ve Y13: Gün sayısı.*

*A: Evet doğru. Şimdi 'b' şıkkına geçelim. 'b' şıkkında tablo çizmeniz isteniyor. Peki, tabloyu nasıl çizeriz?*

*Y11: Tablo 10'dan başlayacak. Çünkü başlangıçta 10 TL'si vardı. Sonra 13, 16, 19 TL şeklinde devam edecek.*

*A: Doğru. Tabloda sütun başlıkları ne olmalı peki?*

*Y10 ve Y14: Para miktarı ve gün sayısı.*

*Y8: Geçen süre ve TL.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci sorunun 'b' şıkkında sözel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun 'b' şıkkına Y8, Y10, Y11 ve Y14 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y8, Y10, Y11 ve Y14 kodlu öğrenciler kumbaradaki para miktarı ile geçen gün arasındaki ilişkiyi doğru kurduklarından dolayı tablonun sütunlarına neler yazılması gerektiğini doğru belirlemiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Tabloda sütunlara geçen gün sayısı ve biriken para miktarı yazalım. Sırasıyla başlangıca 10 TL, birinci gün 13 TL, ikinci gün 16 TL, üçüncü gün 19 TL olacak şekilde tabloyu çizeriz.*

*A: Tabloyu çizdikten sonra 'c' şıkkına geçelim. 'c' şıkkındaki istenen grafiği nasıl çizeriz?*

*Y1: Yukarı doğru giden eksene para miktarı, sağa doğru giden eksene geçen gün diyeceğiz. Grafiğin çizgisini yukarı doğru giden eksenin üzerinde 10'dan başlatacağız.*

*Y15: Bu bir artan grafik.*

*A: Evet doğru. Çünkü para miktarı gün geçtikçe artıyor.*

*A: Eksenlere ne isim verebiliriz?*

*Y11: Yatay eksene gün sayısı*

*Y13: Dikey eksene para miktarı.*

*A: Evet doğru.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci sorunun 'c' şıkkında sözel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun 'c' şıkkına Y1, Y11, Y13 ve Y15 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y1, Y11, Y13 ve Y15 kodlu öğrenciler kumbaradaki para miktarı ile geçen gün arasındaki ilişkiyi doğru kurduklarından grafiğin eksenlerine yazılması gerekenleri doğru belirlemiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra

araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: İkinci sorunun 'a' şıkkındaki cebirsel ifadeyi kim söylemek ister?*

*Y15 ve Y16:* $100x$.

*Y4, Y7 ve Y11:* $100 + 2x$.

*Y15: Başlangıçta 100 tane bakteri var diyor.*

*A: Evet doğru. O zaman birinci saatin sonunda kaç tane olması lazım?*

*Y3 ve Y11: 200 tane.*

*A: İkinci saatin sonunda kaç tane olması lazım?*

*Y7, Y10: 400 tane.*

*A: x değişkeni ne oluyor?*

*Y15: Bakteri sayısı.*

*A: Hayır x değişkeni saat oluyor. Şimdi yazdığınız cebirsel ifadelerde x yerine 1, 2, 3 gibi değerler verelim.*

*A: Yazdığınız cebirsel ifadelerdeki bakteri sayısı sözel ifadede verilen bakteri sayısıyla aynı olmadı.*

*Y15:* $100x + 100$ *olur mu peki?*

*A: x yerine 1, 2, 3 gibi değerleri verdiğimizde yine sağlamıyor.*

*Y16:* $100^x$ *olur mu?*

*A: x yerine 1, 2, 3 gibi değerleri verdiğimizde sağlamıyor.*

*Y1:* $(2n + 100) \times 2$ *oluyor mu?*

*A: n yerine 1, 2, 3 gibi değerleri verdiğimizde sağlamıyor*

*Y15:* $(200 + 2x)$ *oluyor mu?*

*A: x yerine 1, 2, 3 gibi değerleri verdiğimizde sağlamıyor.*

*Y3:* $100n^2$ *oluyor mu?*

*A: n yerine 1, 2, 3 gibi değerleri verdiğimizde sağlamıyor.*

*A: Bakteri sayısı nasıl artıyor?*

*Y14: 2 katına çıkıyor sürekli.*

*A: Evet doğru.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun 'a' şıkkında sözel ifade temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun 'a' şıkkına sınıftaki öğrencilerin hepsi yanlış cevap vermiştir. Öğrenciler kaptaki bakteri sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru kuramadıklarından dolayı cebirsel ifadeyi doğru yazamamıştır. Öğrencilerin

cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Bakteri sayısı sürekli iki katına çıktığı için 2x şeklinde değil ikinin kuvveti şeklinde olmalı. Yani* $2^x$ *olmalı. Başlangıçta 100 bakteri olduğuna göre cebirsel ifade* $100 \times 2^x$ *şeklinde olur.*

*A: x yerine 1, 2, 3 gibi değerleri verdiğimiz zaman da bakteri sayısını sağladığını görüyoruz.*

*A: Cebirsel ifadeyi yazdık. Şimdi 'b' şıkkında istenen tabloyu çizelim. Tabloda sütunlara neler yazdınız?*

*Y1: Geçen saat ve bakteri sayısı.*

*Y11 ve Y15: Geçen süre ve bakteri sayısı.*

*Y14: Saat ve sayı yazdım.*

*Y6: saat (x) ve sayı (y) yazdım ben de.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun 'b' şıkkında sözel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun 'b' şıkkına Y1, Y,6, Y11, Y14 ve Y15 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y1, Y,6, Y11, Y14 ve Y15 kodlu öğrenciler kaptaki bakteri sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru kurduklarından dolayı tablonun sütunlarına yazılması gerekenleri doğru belirlemiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Tabloda birinci sütuna geçen süre (saat), ikinci sütuna ise toplam bakteri sayısı yazalım. Başlangıçta 100 tane, birinci saat sonunda 200 tane, ikinci saatin sonunda 400 bakteri olacak şekilde tabloyu çizeriz.*

*A: Şimdi 'c' şıkkında istenen grafiği çizelim. Nasıl çizeriz grafiği?*

*Y14: Dikey olan eksene zaman, yatay olan eksene bakteri sayısı yazdım.*

*Y13: Dikey olana bakteri sayısı, yatay olana ise geçen saat yazdım.*

*Y16: Ben de Y13 gibi dedim.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun 'c' şıkkında sözel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun 'c' şıkkına Y13, Y14 ve Y16 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y13, Y14 ve Y16 kodlu öğrenciler kaptaki bakteri sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru kurduklarından dolayı grafiğin eksenlerine neler yazılması gerektiğini doğru belirlemiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Yatay eksene geçen süre (saat), dikey eksene ise biriken bakteri sayısı diyelim.*

*A: Grafik çizgisinin başlangıç noktası dikey eksendeki 100'den başlayacak, sırasıyla birinci saat 200'e, ikinci saat 400'e, üçüncü saat 800 bakteriye denk gelecek şekilde çizeriz.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Üçüncü sorunun 'a' şıkkındaki cebirsel ifadeyi kim söylemek ister?*

*Y8 ve Y10:* $560 - 80n$.

*Y16:* $560 - 80x$.

*Y11:* $560 - 80k$.

*A: Söylediğiniz k, n ve x ne anlama geliyor?*

*Y8, Y11 ve Y16: Geçen süre*

*Y15: Gidilen yol.*

*A: Hayır Y15 dikkat et. Buradaki değişkenler gidilen yolu değil geçen süreyi ifade eder.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'a' şıkkında sözel ifade temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'a' şıkkına Y8, Y11 ve Y16 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Öğrenciler geçen süre ile kalan yol arasındaki ilişkiyi doğru kurduklarından dolayı cebirsel ifadeyi doğru yazabilmiştir. Y8, Y11 ve Y16 kodlu öğrenciler değişkeni doğru ifade ederken Y15 kodlu öğrenci değişkeni yanlış ifade etmiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Evet dediklerniz doğru. Burada değişken süreyi ifade eder. Yani cebirsel ifade* $560 - 80x$ *şeklinde olur. Tabi x yerine k, n, t gibi farklı değişkenler yazabiliriz.*

*A: Cebirsel ifadeyi yazdık. Şimdi 'b' şıkkında tablo çizmeniz isteniyor. Tabloyu çizin.*

*Y7: Tablonun sütun başlıklarına kalan yol ile geçen süre yazdım. Başlangıç saatine karşılık 560 km, birinci saate karşılık (560-80) km, ikinci saate karşılık (560-160) km, ikinci saate karşılık olarak (560-240) km yazdım.*

*Y1: Kalan yol ve geçen zaman yazdım. Kalan yol 560 km'nin karşısına geçen zamana 0 yazdım. 480 km'nin karşısına geçen zamana 1 yazdım ve o şekilde devam ettirdim tabloyu.*

*Y6: Sütunlardan birine saat diğerine de gidilen yolu yazdım.*

*A: Peki Y6. Gidilen yol mu istenmiş yoksa kalan yol mu?*

*Y6: Evet doğru, Yanlış yazmışım orayı.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'b' şıkkında sözel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'b' şıkkına Y1, Y6 ve Y7 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y1 ve Y7 kodlu öğrenciler geçen süre ile kalan yol arasındaki ilişkiyi doğru kurduklarından dolayı tablonun sütunlarına yazılması gerekenleri

doğru belirlemiştir. Y6 kodlu öğrenci ise kalan yol ile gidilen yol ifadelerini başlangıçta karıştırmış ve sonra hatasını fark edip tabloyu doğru çizmiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Tabloda birinci sütuna geçen süre (saat), ikinci sütuna ise kalan yol miktarını yazalım. Başlangıçta 560 km, bir saat sonra 480 km, iki saat sonra 400 km, üç saat sonra 320 km kalır. Peki, kaçıncı saatte yol biter?*

*Y15: Yedinci saatte.*

*A: Evet doğru. O zaman sayıları sırayla yazınca tabloyu tamamlarız.*

*A: Şimdi 'c' şıkkındaki grafiği çizelim. Bu nasıl bir grafiktir?*

*Y1, Y11 ve Y15: Azalan grafik.*

*A: Doğru evet. Peki, eksenlere ne isim verdiniz?*

*Y5: Geçen süre ve kalan yol.*

*Y11 ve Y20: Kalan yol ve geçen süre.*

*A: Hemen hemen aynı şeyleri yazmışsınız.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'c' şıkkında sözel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'c' şıkkına Y1, Y5, Y11, Y15 ve Y20 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y1, Y5, Y11, Y15 ve Y20 kodlu öğrenciler geçen süre ile kalan yol arasındaki ilişkiyi doğru kurduklarından dolayı kurduklarından grafiğin eksenlerine neler yazılması gerektiğini doğru belirlemiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Grafiği birlikte çizelim. Yatay eksene geçen süre, dikey eksene ise kalan yol yazalım. Dikey eksendeki kalan yol 560 km den başlayıp yatay eksendeki geçen sürenin yedinci saatinde sıfır olana kadar devam eder. Böylece başlangıç ve bitiş noktalarını birleştirdiğimizde grafiği çizmiş oluruz.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Dördüncü sorunun 'a' şıkkındaki cebirsel ifadeyi kim söylemek ister?*

*Y1:* $2n - 3.$

*Y16:* $2x - 3.$

*Y14:* $(5 - n) + 2.(-3n).$

*Y5:* $4 + (2x - 3).$

*Y15:* $2.(5x - 3).$

*Y13:* $10x - 3$.

*Y6:* $3x - 3 + 6$.

*Y3:* $5.(2 - 3x)$.

*Y8:* $2 + 3^n$.

*Y1:* $2^n + 3$.

*A: Evet Y1 cebirsel ifadeyi doğru yaptın. Şimdi birlikte yazalım cebirsel ifadeyi.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun 'a' şıkkında sözel ifade temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun 'a' şıkkına sadece Y1 kodlu öğrenci doğru cevap vermiştir. Y1 haricindeki öğrenciler örüntüdeki adım sayısı ile adımda yer alan sayı arasındaki ilişkiyi doğru kuramadıklarından dolayı cebirsel ifadeyi doğru yazamamıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Dikkat ederseniz bu bir örüntü değil mi?*

*Y11, Y13 ve Y14: Evet bir örüntü.*

*A: Örüntüdeki sayılar bir önceki sayının iki katının üç eksiği olacak şekilde gidiyor.*

*A: O zaman birinci terim 5, ikinci terim 7*

*Y4: Üçüncü terim 11 olur.*

*A: Örüntüde sayılar kaçar kaçar artıyor?*

*Y1, Y4 ve Y11: İki kat, iki kat şeklinde.*

*A: Hayır öyle değil. 2,4,8, 16 şeklinde yani ikinin kuvveti şeklinde artıyor sayılar.*

*A: O zaman* $2^n$ *olmalı. İlk terim 5 olduğuna göre n yerine bir yazarsak iki olur. Demek ki üç daha eklememiz gerekiyor. Dolayısıyla cebirsel ifade* $2^n + 3$ *şeklinde olur. Şimdi yazdığımız cebirsel ifadenin doğruluğunu kontrol edelim. 'n' yerine 2 yazdığımızda ikinci terimdeki 7 sayısını, n yerine 3 yazarsak üçüncü terimdeki 11 sayısını buluruz.*

*A: Cebirsel ifadeyi yazdık. Şimdi 'b' şıkkındaki tabloyu çizin.*

*A: Tabloyu nasıl çizeriz?*

*Y1, Y8 ve Y20: Sütunlara adım sayısı ile adımdaki sayı yazdım.*

*A: Evet doğru.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun 'b' şıkkında sözel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun 'b' şıkkına Y1, Y8 ve Y20 doğru cevap vermiştir. Y1, Y8 ve Y20 kodlu öğrenci örüntüdeki adım sayısı ile adımda yer alan sayı arasındaki ilişkiyi doğru kurduğundan dolayı tablonun sütunlarına yazılması gerekenleri doğru belirlemiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun

cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Tablodaki sütunlara adım sayısı ve adımdaki sayı yazabiliriz. Birinci adımda 5, ikinci adımda 7, üçüncü adımda 11, dördüncü adımda 19 olacak şekilde tabloyu çizebiliriz.*

*A: Tabloyu da çizdiğimize göre 'c' şıkkındaki istenen grafiği çizin.*

*A: Eksenlere ne yazdınız?*

*Y4: Yukarı doğru çıkan eksene sayı, yan eksene de terim yazdım.*

*Y14: Dikey olana 'sıra no' yazdım yatay olana sayı yazdım.*

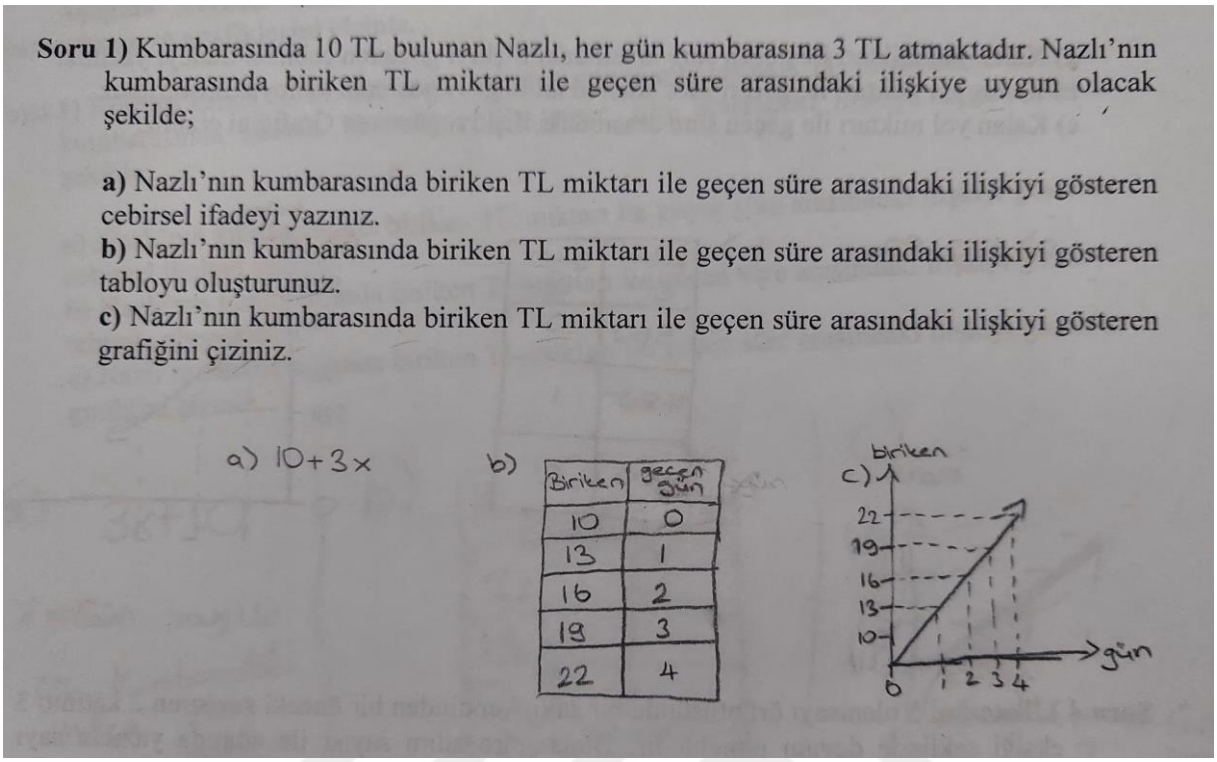
*Y13 ve Y6: Dikey olana terim, yatay olana sayı yazdım.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun 'c' şıkkında sözel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun 'c' şıkkına Y4, Y6, Y13 ve Y14 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y4, Y6, Y13 ve Y14 kodlu öğrenciler örüntüdeki adım sayısı ile adımda yer alan sayı arasındaki ilişkiyi doğru kurduklarından dolayı kurduklarından grafiğin eksenlerine yazılması gerekenleri doğru belirlemişlerdir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Yatay eksene adım sayısı, dikey eksene ise adımdaki sayı yazalım. Birinci adımda 5, ikinci adımda 7, üçüncü adımda 1, dördüncü adımda 19 olacak şekilde grafiği çizeriz.*

Yedinci sınıf öğrencileriyle yapılan sözel ifadeler çalışma kâğıdı etkinliğindeki öğrenci cevaplarına ait örnekler Şekil 35, Şekil 36, Şekil 37 ve Şekil 38'de verilmiştir. Şekillerde verilen öğrenci cevaplarının hepsi araştırmacının tahtaya doğru cevapları yapmadan önce öğrencilerin çalışma kâğıtlarına yaptıkları cevaplardır. Sırasıyla örnek cevaplar şu şekildedir:

**Şekil 35**
*Y20'in sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci soruya ait cevapları*



**Soru 1)** Kumbarasında 10 TL bulunan Nazlı, her gün kumbarasına 3 TL atmaktadır. Nazlı'nın kumbarasında biriken TL miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde;

**a)** Nazlı'nın kumbarasında biriken TL miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.
**b)** Nazlı'nın kumbarasında biriken TL miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu oluşturunuz.
**c)** Nazlı'nın kumbarasında biriken TL miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi gösteren grafiğini çiziniz.

a) 10+3x

b)

| Biriken | geçen gün |
|---|---|
| 10 | 0 |
| 13 | 1 |
| 16 | 2 |
| 19 | 3 |
| 22 | 4 |

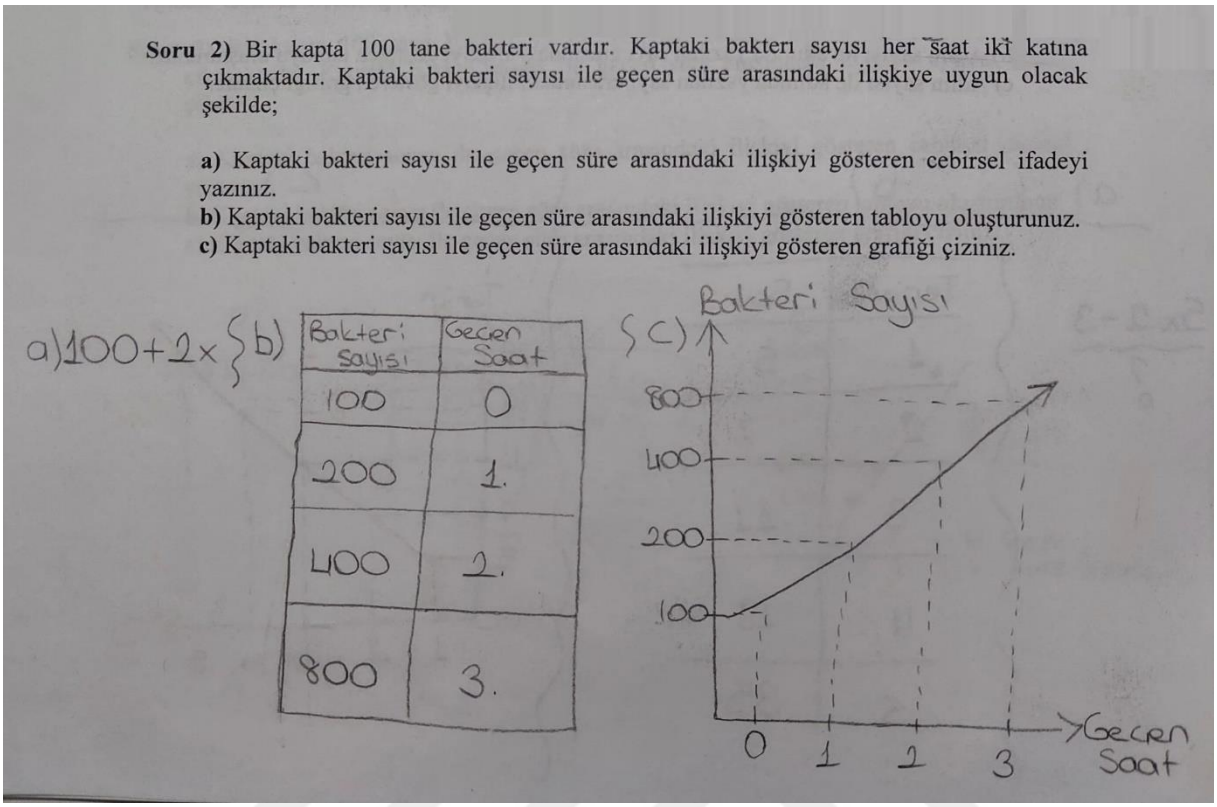
c)



Şekil 35'te Y20'nin sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci soruya verdiği cevaplar görülmektedir. Y20, birinci sorudaki 'a' ve 'b' şıklarını doğru yapmış, 'c' şıkkını ise yanlış yapmıştır. 'c' şıkkında grafik çizgisini dikey eksendeki 10 sayısından başlatmadığı için hata yapmıştır. Y20, birinci sorudaki sözel ifade temsil türünden cebirsel ifade ve tablo ile temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuş, fakat grafik ile gösterme temsil türüne geçişte ise başarılı olmamıştır.

**Şekil 36**

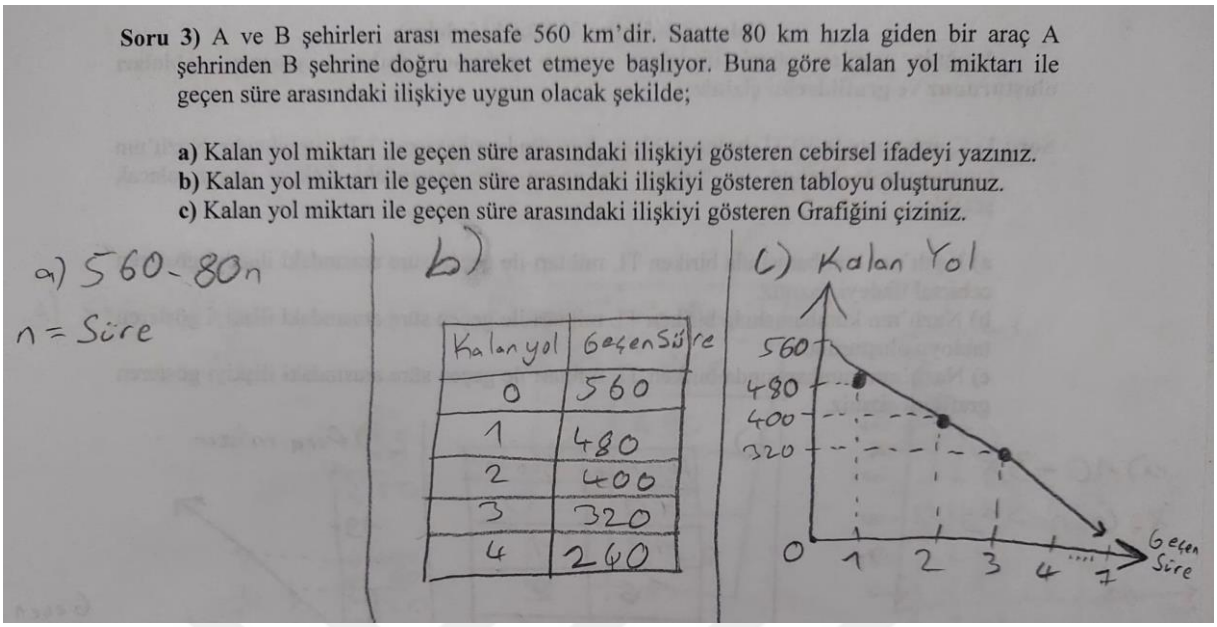
*Y13'ün sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci soruya ait cevapları*




Şekil 36'da Y13'ün sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci soruya verdiği cevaplar görülmektedir. Y13, ikinci sorudaki 'b' ve 'c' şıklarını doğru yapmış ama 'a' şıkkını yanlış yapmıştır. Y13, ikinci sorudaki sözel ifade temsil türünden tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuş, fakat cebirsel ifade temsil türüne geçişte ise başarılı olmamıştır.

**Şekil 37**

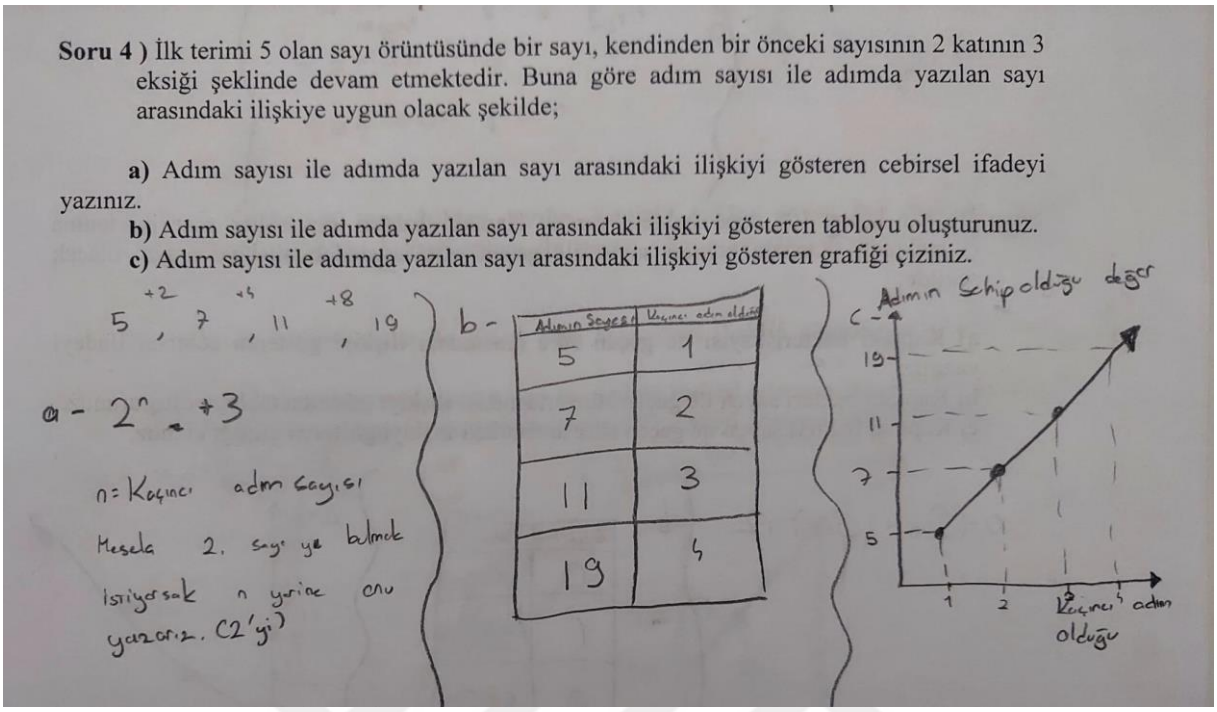
*Y10'un sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya ait cevapları*




Şekil 37'de Y10'un sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya verdiği cevaplar görülmektedir. Y10, üçüncü sorudaki 'a' ve 'b' şıklarını doğru yapmış, 'c' şıkkını ise kısmen doğru yapmıştır. 'c' şıkkında grafik çizgisini kalan yolu yedinci saatte sıfır olarak göstermediğinden hata yapmıştır. Y10, üçüncü sorudaki sözel ifade temsil türünden cebirsel ifade ve tablo ile temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuş, fakat grafik ile gösterme temsiline geçişi kısmen başarılı olmuştur.

**Şekil 38**

*Y1'in sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya ait cevapları*




Şekil 38'de Y1'in öğrencinin sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya verdiği cevaplar görülmektedir. Y1, dördüncü sorudaki üç şıkkı da doğru yapmıştır. Y1, dördüncü sorudaki sözel ifade temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

*b) Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdından elde edilen bulgular*

Çalışma kâğıtlarından ikincisi cebirsel ifadeler çalışma kâğıdır. Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdından elde edilen bulgular şunlardır:

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Birinci sorunun 'a' şıkkındaki sözel ifadeyi kim söylemek ister?*

*Y11: Murat'ın yaşı Mehmet'in yaşının üç katının iki fazlasıdır.*

*Y6: y sayısı x sayısının üç katının iki fazlasına eşittir.*

*Y3: Bir fidanın boyu her sene 3 cm boyu uzuyor. Fidanın boyu başlangıçta 2 cm olduğuna göre fidanın boyu kaç senede kaç cm olur?*

*Y1: Arkadaşımın parası benim paramın üç katından iki TL fazladır.*

*Y15: Bir sayı başka bir sayının üç katının iki fazlasına eşittir.*

*Y4: Ayşe'nin parası Ahmet'in parasının üç katının iki TL fazlasına eşittir.*

*Y13: Bir papatyadaki polenlerin sayısı bir gülün polenlerinin sayısının üç katının iki fazlasıdır. Buna göre papatyadaki polenlerin sayısı kaçtır?*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci sorunun ‘a’ şıkkında cebirsel ifade temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun ‘a’ şıkkına Y1, Y3, Y4, Y6, Y11, Y13 ve Y15 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y1, Y3, Y4, Y6, Y11, Y13 ve Y15 kodlu öğrenciler $3x + 2$ cebirsel ifadesindeki ‘x’ değişkeninin yerine çeşitli ifadeler yazarak sözel ifadeleri doğru yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: ‘Aslı’nın saksıya diktiği fidanın boyu başlangıçta 2 cm’dir. Bu fidan her hafta 3 cm uzadığına göre fidanın boyunun haftalara göre değişimi nasıl olur?’ şeklinde sözel bir ifade yazabiliriz.*

*A: Sözel ifadeyi yazdığımıza göre geçelim ‘b’ şıkkına. Herkes kendi yazdığı sözel ifadeye uygun tabloyu çizsin.*

*A: Tablodaki sütunların başlıklarına neler yazdınız?*

*Y16 ve Y6: Sol sütuna ise x, sağ sütuna ise y yazdım.*

*Y6: x’e 1 değerini verince* $y = 5$*, x’e 2 değerini verince* $y = 8$ *oluyor.*

*Y1: Sol sütuna benim param, sol sütuna ise arkadaşımın parasını yazdım.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci sorunun ‘b’ şıkkında cebirsel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun ‘b’ şıkkına Y1, Y6 ve Y16 kodlu öğrenciler kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y1, Y6 ve Y16 kodlu öğrenciler kodlu öğrenciler $3x + 2$ cebirsel ifadedeki ‘x’ değişkenine 0, 1, 2, 3 gibi değerler verip tabloyu doğru çizmiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Yazdığım sözel ifadeye uygun tabloyu birlikte çizelim. Sözel ifadede fidan boyu ve haftayı kullanmıştım. O zaman tablonun sol sütununa haftayı, sağ sütununa ise fidanın boyunu yazalım. Tabloya sırasıyla birinci hafta 8 cm, ikinci hafta 11 cm, üçüncü hafta 14 cm olarak yazabiliriz.*

*A: Tabloyu çizdiğimize göre şimdi ‘c’ şıkkındaki grafiği çizelim.*

*A: Grafiğin eksenlerine ne yazdınız?*

*Y1: Yukarı doğru giden eksene benim param, sağa doğru gidene arkadaşımın parası dedim.*

*Y11: Yukarı doğru giden eksene Murat’ın parası, sağa doğru gidene ise Mehmet’in yaşı yazdım.*

*Y6: Yukarı doğru giden eksene y, sağa doğru gidene ise x yazdım. x'e sırasıyla 1, 2, yazınca karşısında y değeri olarak 5, 8, 11 yazdım.*

*Y9: Sağa doğru gidene hafta, yukarı doğru gidene fidan boyu yazdım.*

*Y10: Sağa doğru gidene Ahmet'in kalem sayısı, yukarı doğru gidene Ali'nin kalem sayısı yazdım.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci sorunun 'c' şıkkında cebirsel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun 'c' şıkkına Y1, Y6, Y9, Y10 ve Y11 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y1, Y6, Y9, Y10 ve Y11 kodlu öğrenciler $3x + 2$ cebirsel ifadedeki 'x' değişkenine 0, 1, 2, 3 gibi değerler verip grafiği doğru çizmiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Az önce yazdığım sözel ifadeye uygun grafiği birlikte çizelim. Sözel ifadede fidan boyu ve haftayı kullanmıştım. O zaman grafiğin yatay eksenine haftayı, düşey eksenine ise fidanın boyunu yazalım. Grafiği çizmeye düşey eksen üzerindeki 2 cm'den başlayarak eksenler sırasıyla birinci hafta 8 cm, ikinci hafta 11 cm, üçüncü hafta 14 cm olacak şekilde grafiği çizmiş oluruz.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: İkinci sorunun 'a' şıkkındaki sözel ifadeyi kim okumak ister?*

*Y16: Mehmet birinci gün dört soru çözmüş. Sonraki günler bir önceki günün 4 katının bir eksiği kadar soru çözüyor. Mehmet'in gün sayısına göre çözdüğü soru sayısının değişimi nasıldır?*

*Y14: Merve'nin resimlerinin sayısı, Rabia'nın resimlerinin sayısının dört katından bir eksiktir.*

*Y6: y sayısı x sayısının dört katının bir eksiğidir.*

*Y11: Mavi renkli arabaların sayısı, mor renkli arabaların sayısının dört katının bir eksiğidir.*

*Y9: Ebru bir kitaptan her gün 4 sayfa kitap okuyor. Buna göre okuduğu sayfa sayısı nedir?*

*Y2: Delik bir kaba bir musluk saatte 4 litre su akıtırken kaptaki delikten 1 litre su dökülmektedir. Buna göre kaptan su miktarının değişimini gösteriniz.*

*Y15: Bir musluk her dakika bir öncekinden dört katının bir eksiği kadar damla akıtmaktadır.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun ‘a’ şıkkında cebirsel ifade temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun ‘a’ şıkkına Y2, Y6, Y11 ve Y14 kodlu öğrenciler doğru cevap verirken, Y9, Y15 ve Y16 kodlu öğrenciler ise doğru cevap verememiştir. Y2, Y6, Y11 ve Y14 kodlu öğrenciler $4x - 1$ cebirsel ifadesindeki ‘x’ değişkeninin yerine çeşitli ifadeler koyarak sözel ifadeleri doğru yazarken Y9, Y15 ve Y16 kodlu öğrenciler ‘x’ değişkeninin yerine gelecek ifadeleri doğru belirleyemedikleri için sözel ifadeleri doğru yazamamıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: ‘Hasan ilk gün 3 sayfa kitap okumuştur. Sonraki günler bir önceki günün dört katının bir eksiği kadar sayfa okumuştur. Buna göre Hasan’ın okuduğu sayfa sayısının günlere göre değişimi nasıldır?’ şeklinde sözel bir ifade yazabiliriz.*

*A: Sözel ifadeyi yazdık. Şimdi geçelim ‘b’ şıkkına. Herkes kendi yazdığı sözel ifadeye uygun tabloyu çizsin.*

*A: Tablodaki sütunların başlıklarına neler yazdınız?*

*Y3: Saat ve kaptaki su miktarı.*

*Y14: Zaman ve resim sayısı.*

*Y11: Sol sütuna mor renkli araba sayısı, sağ tarafa ise mavi renkli araba sayısı.*

*Y16: Gün sayısı ve soru sayısı.*

*Y13: Yeni fidan ve eski dikilen fidan.*

*Y12: Hafta ve toka sayısı.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun ‘b’ şıkkında cebirsel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun ‘b’ şıkkına Y3, Y11, Y12, Y13, Y14 ve Y16 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y3, Y11, Y12, Y13, Y14 ve Y16 kodlu öğrenciler $4x - 1$ cebirsel ifadesindeki ‘x’ değişkeninin yerine 0, 1, 2, 3 gibi değerler vererek tabloları doğru oluşturmuştur. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Yazdığım sözel ifadeye göre tablonun sol sütununa gün sayısını, sağ sütununa ise okunan sayfa sayısını yazabiliriz. Tabloyu birinci gün 3 sayfa, ikinci gün 11 sayfa, üçüncü gün 43 sayfa, dördüncü gün 171 sayfa olacak şekilde gösterebiliriz.*

*A: Tabloyu çizdik. Sıra ‘c’ şıkkındaki grafiği çizmeye geldi.*

*A: Grafiği çizerken grafiğin eksenlerine neler yazdınız?*

*Y14: Dikey olana resim sayısı, yatay olana zaman yazdım.*

*Y11: Yukarı gidene mor renkli araç sayısı, yataya gidene ise mavi renkli araç sayısı.*

*Y2: Dikey olana saat, yatay olana kaptaki su miktarı.*

*Y4: Dikey olana karınca sayısı, yatay olana gün sayısı.*

*Y13: Dikey olana yeni dikilen fidan ve yatay olana eski dikilen fidan.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun 'c' şıkkında cebirsel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun 'c' şıkkına Y2, Y4, Y11, Y13 ve Y14 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y2, Y4, Y11, Y13 ve Y14 kodlu öğrenciler $4x - 1$ cebirsel ifadedeki 'x' değişkenine 0, 1, 2, 3 gibi değerler verip grafiği doğru çizmiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Yazdığım sözel ifadeye göre grafiğin yatay eksenine gün sayısını, dikey eksenine ise okunan sayfa sayısını yazalım. Grafiğin eksenlerini birinci gün 3 sayfa, ikinci gün 11 sayfa, üçüncü gün 43 sayfa, dördüncü gün 171 sayfa olacak şekilde gösterdiğimizde grafiği çizmiş oluruz.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Üçüncü sorunun 'a' şıkkındaki sözel ifadeyi kim okumak ister?*

*Y16: Bir ormanda 240 ağaç vardır. Her gün 60 ağaç kesilirse ormandaki ağaç sayısının günlere göre değişimi nasıldır?*

*Y8: 240 km'lik yola çıkan Ahmet, her saat 60 km yol gitmektedir. Buna göre kaç saat sonra yolun sonuna gelir?*

*Y11: Buğra Bey'in mandırasında 240 tane inek vardır. Her ay 60 tanesi satılırsa kaç ay sonra hiç ineği kalmaz*?

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'a' şıkkında cebirsel ifade temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'a' şıkkına Y8, Y11 ve Y16 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y8, Y11 ve Y16 kodlu öğrenciler $240 - 60x$ cebirsel ifadesindeki 'x' değişkeninin yerine çeşitli ifadeler koyarak sözel ifadeleri doğru yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: 'Bir aracın gideceği yolun uzunluğu 240 km'dir. Bu araç saatte 60 km hızla gidiyorsa kalan yolun zamana göre değişimi nasıl olur?' şeklinde sözel bir ifade yazabiliriz*

*A: Sözel ifadeyi yazdığımıza göre şimdi 'b' şıkkına geçelim. Yazdığınız sözel ifadeye uygun tabloyu çizin.*

*A: Tablodaki sütunların başlıklarına neler yazdınız?*

*Y14: Sol sütuna gün yazdım, sağ sütuna çubuk sayısı yazdım.*

*Y4: Kitap sayısı ve rafta kalan boşluklar.*

*Y11: İnek sayısı ve geçen ay sayısı.*

*Y3: Sola saat ve kalan benzin miktarı.*

*Y13: Kovandaki arı sayısı ve geçen gün sayısı yazdım.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'b' şıkkında cebirsel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'b' şıkkına Y3, Y4, Y11, Y13 ve Y14 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y3, Y4, Y11, Y13 ve Y14 kodlu öğrenciler $240 - 60x$ cebirsel ifadesindeki 'x' değişkeninin yerine 0, 1, 2, 3 gibi değerler yazarak tabloları doğru oluşturmuştur. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Yazdığım sözel ifadeye göre tablonun sol sütununa geçen saati, sağ sütununa ise kalan yol miktarını yazabiliriz. Tabloda, başlangıcı 240 km, birinci saati 180 km, ikinci saati 120 km, üçüncü saati 60 km ve dördüncü saati 0 km olarak gösterebiliriz.*

*A: Tabloyu çizdik. Şimdi 'c' şıkkındaki grafiği çizin.*

*A: Grafik çizerken eksenlere neler yazdınız?*

*Y3: Yukarı doğru olan eksene toplam benzin, yana gidene ise zaman yazdım.*

*A: Y3, senin çizdiğin grafik artan bir grafik oldu. Nasıl bir grafik olması gerekiyordu?*

*Y8 ve Y15: Azalan grafik olmalı.*

*Y9: Yukarı doğru gidene zaman, sağa doğru gidene barajdaki su miktarı.*

*Y14: Yukarıya doğru olana zaman (gün), diğerine de çubuk yazdım.*

*Y17: Yukarı doğru gidene kalan sayfa, yatay olana ise gün sayısı.*

*Y16: Yukarı doğru gidene gün sayısı, yatay olana ağaç sayısı yazdım.*

*Y12: Dik gidene hafta yan gidene ise para sayısı yazdım.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'c' şıkkında cebirsel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'c' şıkkına Y9, Y12, Y14, Y16, Y17 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiş, fakat Y3 kodlu öğrenci yanlış cevap vermiştir. Y9, Y12, Y14, Y16, Y17 kodlu öğrenciler $240 - 60x$ cebirsel ifadesindeki 'x' değişkeninin yerine 0, 1, 2, 3 gibi değerler verip grafiği doğru çizmiştir. Y3 kodlu öğrenci ise değişkenleri yanlış belirlediği için grafiği yanlış çizmiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra

araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Yazdığım sözel ifadeye göre grafiğin yatay eksenine saati, dikey eksenine ise kalan yol miktarını yazabiliriz. Grafiği dikey eksen üzerindeki 240 km'den başlatarak birinci saat 180 km, ikinci saat 120 km, üçüncü saat 60 km ve dördüncü saat 0 km'yi gösterecek şekilde çizebiliriz.*

*A: Grafiği çizdiğimize göre cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü soruyu bitirdik. Şimdi dördüncü soruya geçelim.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Dördüncü sorunun 'a' şıkkındaki sözel ifadeyi kim okumak ister?*

*Y10: Ali'nin kalem sayısı, Mehmet'in kalem sayısının 5 katıdır. Ali'nin kaç tane kalemi vardır?*

*Y16: Yusuf'un kalem sayısı, Mehmet'in kalem sayısının 5 katıdır.*

*Y2: A fabrikasındaki ürünlerin sayısı, B fabrikasındaki ürünlerin sayısının 5 katıdır. Buna göre ürünlerin sayılarındaki değişimini yazınız.*

*Y12: Yağmur'un parası benim paramın 5 katıdır.*

*Y13: Barış her gün bir önceki günden 5 sayfa daha fazla kitap okumaktadır. Kitap 50 sayfa olduğuna göre Barış kitabı kaçıncı günde bitirir?*

*A: Y13'un yazdığı ifadeye bakalım şimdi. Cebirsel ifadede 5 katı şeklinde gösterilmiş ama sen beş fazlası şeklinde yazmışsın.*

*Y13: Evet, ben orayı toplama olarak yazmışım. Beş katı demem lazımdı.*

*Y20: İrfan'ın kalemlerinin sayısı Gözde'nin kalemlerinin sayısının 5 katına eşittir.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun 'a' şıkkında cebirsel ifade temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun 'a' şıkkına Y2, Y10, Y16, Y12 ve Y20 kodlu öğrenciler sözel ifadeleri doğru yazarken, Y13 kodlu öğrenci sözel ifadeyi yanlış yazmıştır. Y2, Y10, Y16, Y12 ve Y20 kodlu öğrenciler $y = 5x$ ifadesindeki 'x' değişkeninin yerine çeşitli ifadeler koyarak sözel ifadeleri doğru yazarken, Y13 kodlu öğrenci $y = 5x$ cebirsel ifadesindeki 'x' değişkeni ile kat sayı arasındaki ilişkiyi yanlış yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: 'Saatte 5 metre yol giden bir kaplumbağanın gittiği yolun zamana göre değişimi nasıl olur?' şeklinde sözel bir ifade yazabiliriz.*

*A: Sözel ifadeyi yazdık. Şimdi 'b' şıkkına geçelim. Yazdığınız sözel ifadeye uygun tabloyu çizin.*

*A: Tablodaki sütunların başlıklarına neler yazdınız?*

*Y2: A fabrikası, B fabrikası.*

*Y10: Ali'nin kalem sayısı ve Mehmet'in kalem sayısı.*

*Y20: İrfan'ın kalem sayısı ve Gözde'nin kalem sayısı.*

*Y12: Yağmur'un parası ve benim param.*

*Y13: Sayfa sayısı ve geçen gün.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun 'b' şıkkında cebirsel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun 'b' şıkkına Y2, Y10, Y12, Y13 ve Y20 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y2, Y10, Y12, Y13 ve Y20 kodlu öğrenciler $y = 5x$ cebirsel ifadesindeki 'x' değişkeninin yerine 0, 1, 2, 3 gibi değerler yazarak tabloları doğru oluşturmuştur. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Yazdığım sözel ifadeye göre tablonun sol sütununa geçen süreyi, sağ sütununa ise gidilen yol miktarını yazabiliriz. Tabloda, birinci saat 5 m, ikinci saat 10 m, üçüncü saat 15 m ve dördüncü saat 20 m olacak şekilde gösterebiliriz.*

*A: Tabloyu çizdik. Şimdi 'c' şıkkındaki grafiği çizin.*

*A: Grafik çizerken eksenlere neler yazdınız?*

*Y10: Ali'nin kalem sayısı ve Mehmet'in kalem sayısı.*

*Y6: Yukarı doğru gidene çatal sayısı, yana doğru gidene ise kaşık sayısı yazdım.*

*Y2: Yukarı doğru gidene A fabrikası, yana doğru gidene B fabrikası yazdım.*

*Y17: Yukarı doğru gidene papatyanın boyu, yana doğru gidene gün sayısı yazdım.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun 'c' şıkkında cebirsel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun 'c' şıkkına Y2, Y6, Y10 ve Y17 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y2, Y6, Y10 ve Y17 kodlu öğrenciler $y = 5x$ cebirsel ifadesindeki 'x' değişkeninin yerine 0, 1, 2, 3 gibi değerler verip grafiği doğru çizmiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

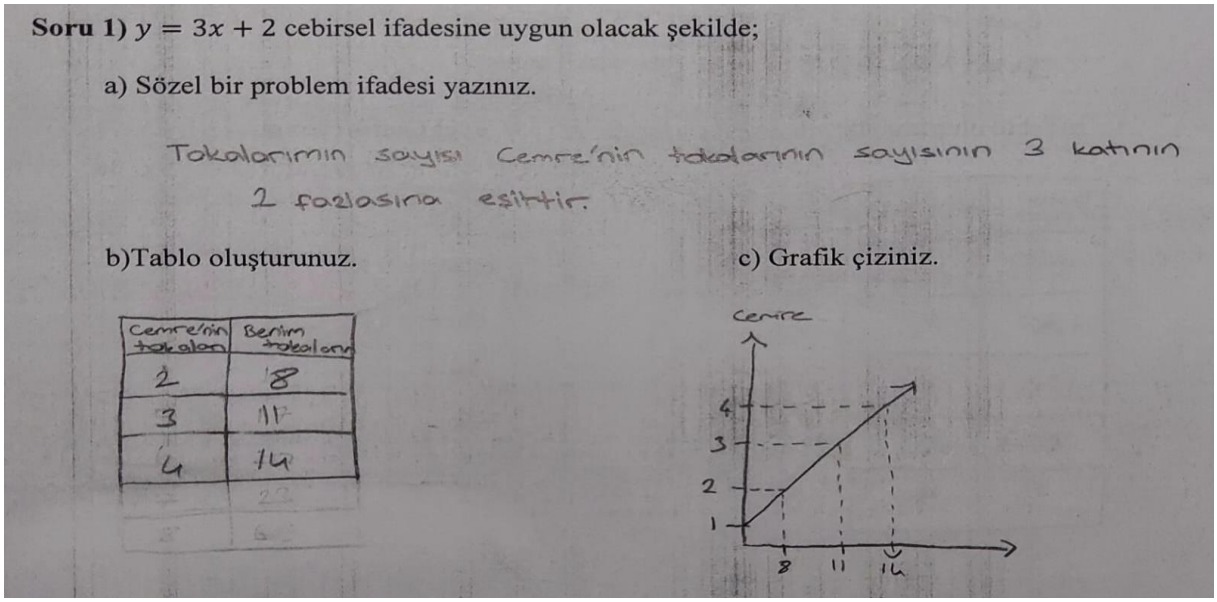
*A: Az önce tahtaya yazdığım sözel ifadeye göre grafiğin yatay eksenine geçen süreyi, dikey eksenine ise gidilen yol miktarını yazalım. Grafiğin eksenlerini birinci saat 5 m'yi, ikinci saat 10 m'yi, üçüncü saat 15 m'yi ve dördüncü saat 20 m'yi gösterecek biçimde grafiği çizelim.*

*A: Grafiği çizdiğimize göre cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü soruyu bitirmiş olduk.*

Yedinci sınıf öğrencileriyle yapılan cebirsel ifadeler çalışma kâğıdı etkinliğindeki öğrenci cevaplarına ait örnekler Şekil 39, Şekil 40, Şekil 41 ve Şekil 42'de verilmiştir. Şekillerde verilen öğrenci cevaplarının hepsi araştırmacının tahtaya doğru cevapları yapmadan önce öğrencilerin çalışma kâğıtlarına yaptıkları cevaplardır. Sırasıyla örnek cevaplar şu şekildedir:

**Şekil 39**

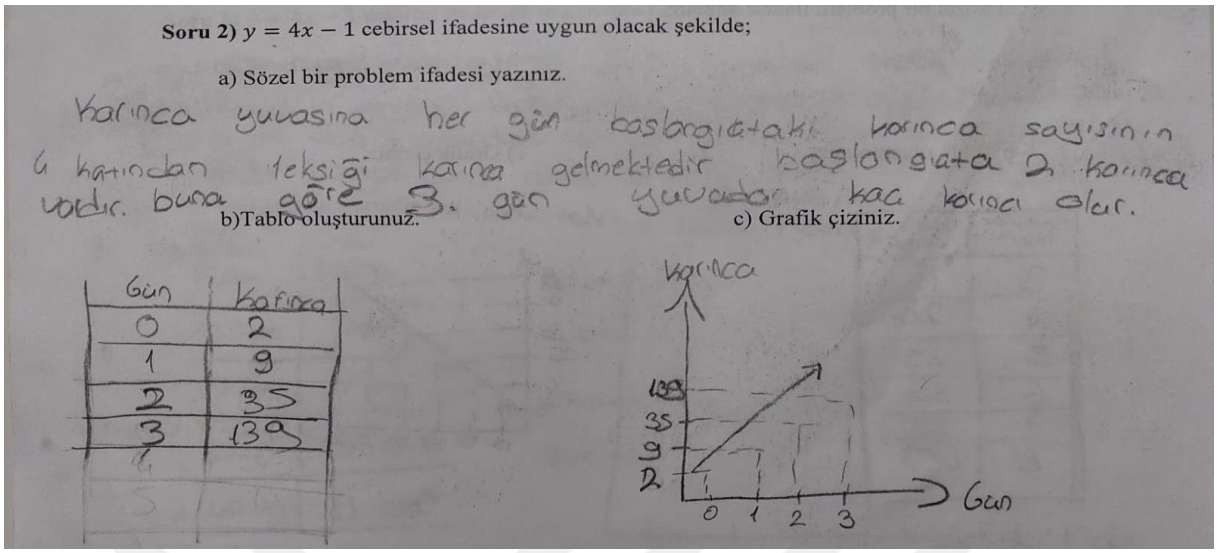
*Y20'nin cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci soruya ait cevapları*




Şekil 39'da Y20'nin cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci soruya verdiği cevaplar görülmektedir. Y20 birinci sorudaki 'a' şıkkını doğru, 'b' şıkkını kısmen doğru ve 'c' şıkkını ise yanlış yapmıştır. 'b' şıkkındaki tabloda toka sayısı 1 olduğunda Cemre'nin kaç tokası olduğunu göstermemiştir. 'c' şıkkında ise grafik çizgisini dikey eksen üzerindeki 1 sayısından başlattığı için grafiği yanlış çizmiştir. Ayrıca grafiğin yatay ekseninin ne olduğunu belirtmemiştir. Y20, birinci soruda cebirsel ifade temsilinden sözel ifade temsiline geçişte başarılı, tablo ile gösterme temsil türüne geçişte kısmen başarılı olmuştur. Fakat cebirsel ifade temsil türünden grafik ile gösterme temsil türüne geçişte başarılı olmamıştır.

**Şekil 40**

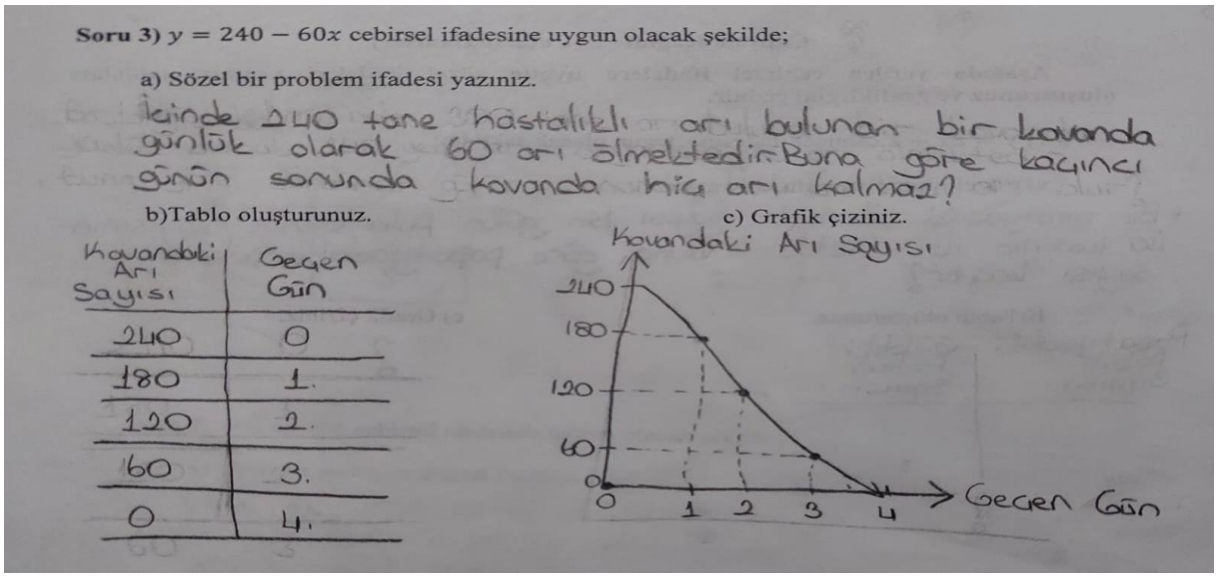
*Y4'ün cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci soruya ait cevapları*




Şekil 40'te Y4'ün cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci soruya verdiği cevaplar görülmektedir. Y4 ikinci sorunun 'a' şıkkında sözel ifadeyi doğru yazmıştır. Fakat 'b' şıkkındaki tabloyu ile 'c' şıkkındaki grafiği yanlış çizmiştir. Tablonun sağ sütununa ve grafiğin dikey eksenine karınca yazmıştır. Sözel ifadede 'üçüncü günün sonunda kaç karınca olur?' şeklinde yazılmasına rağmen tablo ve grafikteki sayılar o gün karınca yuvasına eklenen karınca sayısını göstermektedir. Y4, ikinci soruda cebirsel ifade temsilinden sözel ifade temsiline geçişte başarılı olurken, cebirsel ifade temsilinden tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişlerde başarılı olmamıştır.

**Şekil 41**

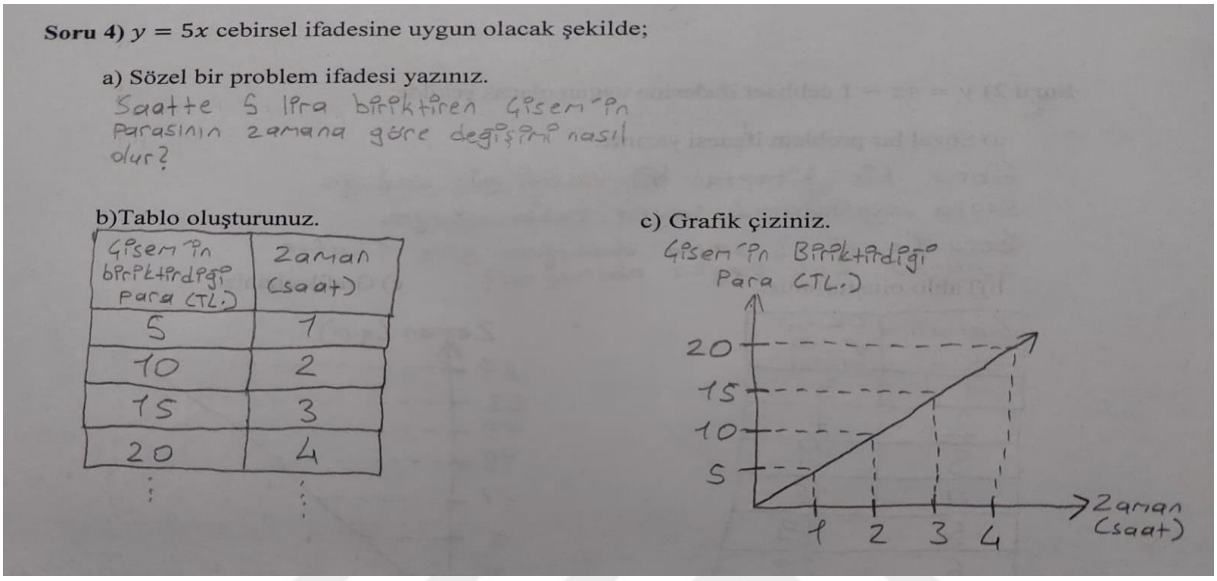
*Y13'ün cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya ait cevapları*



Şekil 41'de Y13'ün cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya verdiği cevaplar görülmektedir. Y13 üçüncü sorudaki üç şıkkı da doğru yapmıştır. Dolayısıyla Y13, üçüncü soruda cebirsel ifade temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

**Şekil 42**

*Y9'un cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya ait cevapları*




Şekil 42'de Y9'un cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya verdiği cevaplar görülmektedir. Y9, dördüncü sorudaki üç şıkkı da doğru yapmıştır. Dolayısıyla Y9, dördüncü soruda cebirsel ifadeler temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

*c) Tablo ile gösterme çalışma kâğıtlarından elde edilen bulgular*

Çalışma kâğıtlarından üçüncüsü tablo ile gösterme çalışma kâğıdıdır. Tablo ile gösterme çalışma kâğıdından elde edilen bulgular şunlardır:

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Birinci sorunun 'a' şıkkındaki sözel ifadeyi kim söylemek ister?*

*Y6: Her gün kumbarasına 10 lira ekleyen Ahmet'in başlangıçta 25 TL'si olduğuna göre kaç gün sonra kumbarada 105 TL'si olur?*

*Y12: Berkay'ın kumbarasındaki parası 35 TL'dir. Her gün 10 TL atan Berkay'ın dördüncü gün sonunda kaç TL'si olur?*

*Y7: Barış'ın kumbarasında 35 TL vardır. Kumbaraya diğer günler 10'ar TL atmıştır. Dördüncü günün sonunda kaç TL'si olmuştur?*

*Y13: Ecrin ve Aysima bir kumbaraya para biriktirmeye başlamışlardır. İlk gün 35 TL attıkları kumbaraya her gün 10 TL atmaktadırlar. Buna göre dördüncü günün sonunda kumbarada ne kadar para birikmiştir?*

*Y4: Kerem her gün düzenli olacak şekilde kumbarasına para atacaktır. İlk gün kumbarasına 35 TL atan Kerem diğer günler 10'ar TL atar. Buna göre geçen zaman ile kumbaradaki para miktarını açıklayınız.*

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci sorunun 'a' şıkkında tablo ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun 'a' şıkkına Y4, Y6, Y7, Y12 ve Y13 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y4, Y6, Y7, Y12 ve Y13 kodlu öğrenciler kumbarada biriken para miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde sözel ifade yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Tamam şimdi beraber yazalım sözel ifadeyi. Tabloya baktığınız para miktarı 10'ar TL olarak artıyor. Buradan hareketle kumbaradaki para miktarının başlangıçta 25 TL olduğunu bulabiliriz.*

*A: 'Azra'nın kumbarasında 25 TL vardır. Azra, her gün kumbaraya 10 TL atarsa kumbaradaki para miktarının zamana göre değişimi nasıl olur?' gibi sözel bir ifade yazabiliriz.*

*A: Sözel ifadeyi yazdığımıza göre geçelim 'b' şıkkına. Herkes tabloya uygun cebirsel ifadeyi yazsın.*

*Y5:* $1x + 10$.

*Y10:* $y + 10$.

*Y13:* $25x + 10$.

*Y4:* $35 + 10x$.

*Y16:* $10n + 15$.

*Y11:* $10k + 15$.

*Y1:* $10n + 25$.

*Y14:* $t + 10$. *'t' değişkenine zaman dedim.*

*Y15 ve Y6: Y1 gibi yazdım ben de.*

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci sorunun 'b' şıkkında tablo ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun 'b' şıkkına sadece Y4 kodlu öğrenci doğru cevap vermiştir. Diğer öğrenciler, kumbarada biriken para miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru belirleyemedikleri için cebirsel ifadeyi doğru yazamamıştır.

Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Kumbarada başlangıçtaki para 25 TL. Her gün 10'ar TL artıyor. O zaman cebirsel ifadeyi* $y = 25 + 10x$ *şeklinde yazabiliriz. 'x' değişkeni gün sayısını, y değişkeni ise kumbarada biriken para miktarını gösterir.*

*A: Cebirsel ifadeyi yazdığımıza göre şimdi 'c' şıkkındaki grafiği çizelim.*

*A: Grafiğin eksenlerine ne yazdınız?*

*Y11: Yukarı giden eksene para, sağa gidene gün yazdım. Birinci gün 35 TL, ikinci gün 45 TL, üçüncü gün 55 TL, dördüncü gün 65 TL lira kazanmıştır.*

*A: Bu para miktarları kumbaraya atılan para mı yoksa kumbarada biriken para mı?*

*Y11 ve Y15: Biriken para.*

*A: Y11 o zaman senin grafiğin eksenlerine yazdıkların doğru değil.*

*Y16: Dikey eksene geçen saat, sağa doğru gidene ise kumbaradaki toplam para miktarı.*

*Y13: Üste çıkana kumbaradaki para miktarı, yatay olana geçen süre.*

*Y10 ve Y14: Dikey olana para miktarı, yataya geçen süre yazdım.*

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci sorunun 'c' şıkkında tablo ile gösterme temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun 'c' şıkkında Y10, Y13, Y14, Y15 ve Y16 kodlu öğrenciler grafiği doğru çizerken, Y11 kodlu öğrenci grafiği yanlış çizmiştir. Y11 kodlu öğrenci kumbarada biriken para miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru belirleyemediği için grafiği doğru çizememiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Tabloda bize geçen gün sayısı ile kumbarada biriken para miktarı verilmiş. O halde grafiğin yatay eksenine geçen gün sayısı, dikey eksenine de kumbarada biriken para miktarı yazalım. Kumbarada başlangıçta 25 TL varmış. O zaman grafiği, dikey eksendeki 25 sayısından başlayarak sırasıyla birinci gün 35 TL, ikinci gün 45 TL, üçüncü gün 55 TL ve dördüncü gün 65 TL olacak şekilde çizebiliriz.*

*A: Grafiği çizdiğimize göre tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci soruyu bitirdik. Şimdi ikinci soruyu yapalım.*

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: İkinci sorunun 'a' şıkkındaki sözel ifadeyi kim okumak ister?*

*Y11: Çağlar yeni bir kitap almıştır. Kitaptan ilk saat 40 sayfa okumuş Diğer saatler iki katı kadar okumuştur. Çağlar dokuz saatte kaç sayfa kitap okumuştur?*

*Y12: Eymen, kitabını aldığı ilk saat okumamıştır. Bir saat sonra 40 sayfa okumuştur. Saatte 40 sayfa fazla okuduğuna göre dördüncü saatin sonunda kaç sayfa okumuştur?*

*A: Y12, tabloda toplam sayfa sayısı diyor ama sen okunan sayfa sayısını saatlik 40 sayfa daha fazla olacak şekilde yazmışsın. O yüzden yazdığın tabloya göre hatalı olmuş.*

*Y4: Asena yeni aldığı kitabı okumaya başlar. Asena her saat 40 sayfa okumuştur. Buna göre üçüncü saatte kaç sayfa kitap okumuştur?*

*Y13: Ali, dört saat boyunca kitap okumaya karar vermiştir. Saatte 40 sayfa kitap okuyorsa dördüncü saatin sonunda kaç sayfa kitap okur?*

*Y6: Ayşe, her gün bir önceki güne göre 40 sayfa daha fazla okumuştur. Dokuz gün sonra kaç sayfa okur?*

*A: Y6, tabloda saat verilmiş ama sen gün demişsin. Ayrıca 40 sayfa daha fazla dersen ikinci gün okunan toplam sayfa sayısı 120 oluyor. Ama tabloda ikinci gün 80 sayfayı gösteriyor. Dolayısıyla yazdığın sözel ifade tabloya uygun olmamış.*

*Y16: Kemal her saat 40 sayfa kitap okuyor. Geçen saate göre okuduğu sayfa sayısının değişimi nedir?*

*Y7: Elif, her gün bir önceki günün iki katı kadar kitap okur. İlk gün 40 sayfa okuduğuna göre 160 sayfalık bir kitabı kaç günde bitirir?*

*Y5: Ali, yeni bir kitap almıştır. Bu kitap 160 sayfadır. Her saat 40 sayfa okuduğuna göre kitap kaç saatte biter?*

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun 'a' şıkkında tablo ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun 'a' şıkkına Y5, Y11, Y13 ve Y16 kodlu öğrenciler sözel ifadeleri doğru yazarken Y6, Y7 ve Y12 kodlu öğrenciler sözel ifadeleri doğru yazamamıştır. Y6, Y7 ve Y12 kodlu öğrenciler toplam sayfa sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru belirleyememiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: 'Şule her saat 40 sayfa kitap okumaktadır. Şule'nin toplam okuduğu sayfa sayısının geçen zamana göre değişimi nasıl olur?' şeklinde sözel bir ifade yazabiliriz.*

*A: Sözel ifadeyi yazdığımıza göre 'b' şıkkına geçelim. Herkes tabloya uygun cebirsel ifadeyi yazsın.*

*Y4:* $x + 40$.

*Y14:* $4tx + 40$.

*Y11:* $40b$.

*Y10, Y15 ve Y16:* $40x$.

*Y15: x'i burada zaman olarak kullandım.*

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun 'b' şıkkında tablo ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun 'b' şıkkına Y10, Y11, Y15 ve Y16 kodlu öğrencileri doğru cevap verirken, Y4 ve Y14 kodlu öğrenciler yanlış cevap vermişlerdir. Y4 ve Y14 kodlu öğrenciler toplam sayfa sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru belirleyemedikleri için cebirsel ifadeyi doğru yazamamıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Her saat 40 sayfa kitap okunuyor. O zaman tabloya göre cebirsel ifade y= 40x şeklinde olur. 'x' değişkeni geçen saati, y değişkeni ise okunan toplam sayfa sayısı verir.*

*A: Cebirsel ifadeyi yazdığımıza göre şimdi 'c' şıkkındaki grafiği çizelim.*

*A: Grafiğin eksenlerine ne yazdınız?*

*Y4: Yukarı doğru gidene sayfa sayısı, sağa doğru gidene geçen süre.*

*A: Sayfa sayısı derken toplam okuduğu sayfa sayısı mı yoksa saatlik okuduğu sayfa sayfa sayısı mı?*

*Y4: Toplam okuduğu sayfa sayısı.*

*Y10: Dikey olana toplam sayfa sayısı, yatay olana geçen süre.*

*Y11: Yukarı gidene sayfa sayısı, sağa gidene saat yazdım.*

*Y6: Yukarı doğru gidene toplam okunan sayfa sayısı, sağ tarafa doğru gidene geçen saat dedim.*

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun 'c' şıkkında tablo ile gösterme temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun 'c' şıkkına Y4, Y6, Y10 ve Y11 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y4, Y6, Y10 ve Y11 kodlu öğrenciler toplam sayfa sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru belirledikleri için grafikleri doğru çizmiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Tabloda bize geçen gün sayısı ile okunan toplam sayfa sayısı verilmiş. O halde grafiğin yatay eksenine geçen gün sayısı, dikey eksenine de okunan toplam sayfa sayısı yazalım. Birinci gün 40 sayfa, ikinci gün 80 sayfa, üçüncü gün 120 sayfa ve dördüncü gün 160 sayfa olacak şekilde grafiği çizebiliriz.*

*A: Grafiği çizdiğimize göre tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci soruyu bitirdik. Üçüncü soruya geçelim.*

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Üçüncü sorunun 'a' şıkkındaki sözel ifadeyi kim okumak ister?*

*Y1: Bir arabanın gideceği yol 3000 metredir. Araba her dakika 300 metre yol aldığına göre dördüncü dakikanın sonunda kaç metre yol alır?*

*Y11: Buğra, ilk dakikada 2700 metre yol gitmiştir. Bundan sonraki her dakika 300 metre gittiğine göre yol kaç dakika da biter?*

*Y7: Bir araç A şehrinden B şehrine gidiyor. 3000 metre yolu olan araç her dakika 300 metre gidiyor. Buna göre araç kaçıncı dakikada B şehrine varır?*

*Y5: Babam 3000 metrelik uzaklıktaki bir yere gidecektir. Babam her dakika 300 metre gitmektedir. Zamana göre kalan yol değişimi nedir?*

*Y16: Dakikada 300 metre giden bir araç 3000 metrelik yolu gidiyor. Buna göre kalan yolun zamana göre değişimi nedir?*

*Y4: Bir araç 3000 metre yol gidecektir. Araç dakikada 300 metre yol gitmektedir. Buna göre kaç dakika sonra yol biter?*

*Y13: Babam 3000 metrelik bir yürüyüş turuna katılmıştır. 3000 metrelik yolu dakikada 300 metre giderek bitirmeyi hedeflemektedir. Buna göre babamın dördüncü dakikanın sonunda kaç metre yolu kalmıştır? Kaç dakikada sonunda bu tur biter?*

*Y6: 3000 metre yolu olan bir araba her dakika 300 metre yol gidiyorsa kaç dakika sonra 1800 metre yolu kalır?*

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'a' şıkkında tablo ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'a' şıkkında Y1, Y5, Y6, Y7, Y13 ve Y16 kodlu öğrenciler kalan yol miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde sözel ifadeleri doğru yazarken, Y11 kodlu öğrenci sözel ifadeyi yanlış yazmıştır. Y11 tabloda verilen başlangıçtaki yol miktarını 3000 metre yerine 2700 metre olarak almıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: 'Sema, 3000 metrelik parkuru bisikletiyle gitmektedir. Sema dakikada 300 metre gittiğine göre Sema'nın kalan yolu ile geçen zaman arasındaki değişim nasıldır?' şeklinde bir sözel ifade yazabiliriz.*

*A: Sözel ifadeyi yazdığımıza göre 'b' şıkkına geçelim. Herkes tabloya uygun cebirsel ifadeyi yazsın.*

*Y11:* $2700 - 300x.$

*Y2:* $y = 3000 - 300x.$

*Y7:* $3000 - 300x$.

*Y10, Y15 ve Y16: Y7 ile aynı benim.*

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'b' şıkkında tablo ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'b' şıkkına Y2, Y7, Y10, Y11, Y15, Y16 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y2, Y7, Y10, Y11, Y15, Y16, kodlu öğrenciler kalan yol miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde cebirsel ifadeyi doğru yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Tabloya göre yol miktarı her dakika 300'er metre azalacak şekilde devam ediyor. O zaman başlangıç yol uzunluğu 3000 metredir. Cebirsel ifade* $y = 3000 - 300x$ *şeklinde olur. 'x' değişkeni dakikayı, 'y' değişkeni ise kalan yol miktarını verir.*

*A: Cebirsel ifadeyi yazdığımıza göre şimdi 'c' şıkkındaki grafiği çizelim.*

*A: Grafiğin eksenlerine ne yazdınız?*

*Y6: Yukarı doğru giden eksene kalan yol, sağ tarafa doğru gidene geçen süre yazdım.*

*Y5: Dikey olana kalan yol, yatay olana geçen süre.*

*A: Benzer ifadeleri yazdınız sanırım.*

*Y7, Y11, Y13 ve Y15: Evet.*

*A: Peki bu yol kaçıncı dakikada biter?*

*Y15 ve Y16: Onuncu dakikada biter.*

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'c' şıkkında tablo ile gösterme temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'c' şıkkına Y5, Y6, Y7, Y11, Y13, Y15 ve Y16 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y5, Y6, Y7, Y11, Y13, Y15 ve Y16 kodlu öğrenciler kalan yol miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru belirledikleri için grafikleri doğru çizmiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Tabloda bize kalan yol miktarı ve geçen süre verilmiş. O zaman grafiğin yatay eksenine geçen gün sayısı, dikey eksenine de kalan yol miktarını yazalım. Grafiği çizmeye dikey eksendeki 3000 metreden başlayıp sırasıyla kalan yolu birinci dakikada 2700 metre, ikinci dakikada 2400 metre, üçüncü dakikada 2100 metre olacak şekilde grafiği çizebiliriz. Kalan yol onuncu dakikada sıfır metre olur.*

*A: Grafiği çizdiğimize göre tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü soruyu bitirdik. Dördüncü soruya geçelim.*

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Dördüncü sorunun 'a' şıkkında istenen sözel ifadeyi kim okumak ister?*

*Y4: Umay, matematik proje ödevi için altıgenler oluşturacaktır. Birinci altıgende 6 kibrit çubuğu kullanır. Daha sonraki her altıgende dört fazla kibrit çubuğu kullanır. Buna göre 26 tane kibrit çubuğundan kaç tane altıgen oluşur?*

*Y6: Ali bir altıgeni dört çubukla yapıyor. Başta iki çubuk koymuştu. Ali 13 tane altıgen yaptığına göre kaç tane çubuk kullanmıştır?*

*Y16: Kemal, kibritlerden bir altıgen oluşturuyor. Bir dahaki her altıgen için dört kibrit gerekiyor ise oluşan altıgen ile kibrit çubuğu sayısının değişimi nasıldır?*

*Y13: Berat ve Şule'nin kurduğu bir oyunda kibrit çöpleriyle altıgen oluşturulmaktadır. İlk turda altı kibrit çöpüyle başladıkları oyunda her tur dört kibrit çöpü daha ekleniyor. Buna göre dört altıgen kaç kibrit çöpünden oluşmaktadır?*

*Y7: Gözde çubuklarla altıgen oluşturmaktadır. İlk altıgen için 6, sonrasında 4'er tane arttığına göre 6 altıgen için kaç çubuk gerekir?*

*Y15: Şükrü bir atom modeli için 6 tane kürdana ihtiyacı vardır. Başka atom modeli için 4 tane daha kürdana ihtiyacı vardır. Buna göre artış miktarı nasıldır?*

*Y1: Ahmet kırtasiyeden kibrit çubukları almıştır. İlk altıgeni yapmak için altı tane çubuk lazımken diğerlerini yapmak için dört tane lazım olur. Buna göre dört tane altıgen yapmak için kaç adet kibrit çubuğu lazımdır?*

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun 'a' şıkkında tablo ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun 'a' şıkkında Y13 ve Y16 kodlu öğrenciler oluşturulan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit çubuklarının sayısı arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde sözel ifadeleri doğru yazarken, Y1, Y4, Y6, Y7 ve Y15 kodlu öğrenciler sözel ifadeleri doğru yazamamıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: 'Yasin, matematik ödevi için kibrit çubuklarıyla altıgen yapmıştır. İlk altıgeni oluşturmak için altı tane kibrit çubuğu kullanmıştır. Daha sonraki altıgenleri dörder çubuk kullanarak oluşturmuştur. Buna göre oluşan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit çubuğu arasındaki değişim nasıl olmuştur?' şeklinde bir sözel ifade yazabiliriz.*

*A: Sözel ifadeyi yazdığımıza göre 'b' şıkkına geçelim. Herkes tabloya uygun cebirsel ifadeyi yazsın.*

*Y4:* $6 + 4x$.

*Y11 ve Y13:* $6x + 4$.

*Y2, Y10, Y15, Y16 ve Y6:* $4x + 2$.

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun 'b' şıkkında tablo ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun 'b' şıkkına Y2, Y6, Y10, Y15 ve Y16 kodlu öğrenciler doğru cevap verirken, Y4, Y11 ve Y13 kodlu öğrenciler yanlış cevap vermiştir. Y2, Y6, Y10, Y15 ve Y16 kodlu öğrenciler oluşturulan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit çubuklarının sayısı arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde cebirsel ifadeyi yazarken, Y4, Y11 ve Y13 kodlu öğrenciler yazamamıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Tabloda oluşan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit çubuğu sayısı verilmiş. Altıgen sayısı ve kibrit çubukları sayısı arasında bir örüntü vardır. Tabloya göre kibrit çubukları dörder dörder arttığından dolayı değişkenin kat sayısı 4 olmalıdır. İlk altıgende altı tane kibrit çubuğu olduğuna göre değişkene bir değerini verdiğimizde iki çubuk eksik kalıyor. Dolasıyla iki sayısını eklememiz gerekiyor. O zaman cebirsel ifade* $y = 4x + 2$ *şeklinde olur. Burada y kullanılan kibrit çubuğu sayısı, x de oluşan altıgen sayısıdır.*

*A: Cebirsel ifadeyi yazdık. Şimdi 'c' şıkkındaki grafiği çizin. Grafiklerin eksenlerine neler yazdınız?*

*Y6: Yukarı doğru gidene kullanılan çubuk sayısı, sağa doğru gidene oluşturulan altıgen sayısı yazdım.*

*Y16: Dikey eksene toplam altıgen sayısı, yatay eksene kullanılan kibrit sayısı.*

*Y11: Dikey eksene oluşturulan altıgen sayısı, yatay eksene kullanılan kibrit sayısı.*

*A: Hepiniz aynı ifadeleri yazdınız sanırım. O zaman birlikte çizelim grafiği.*

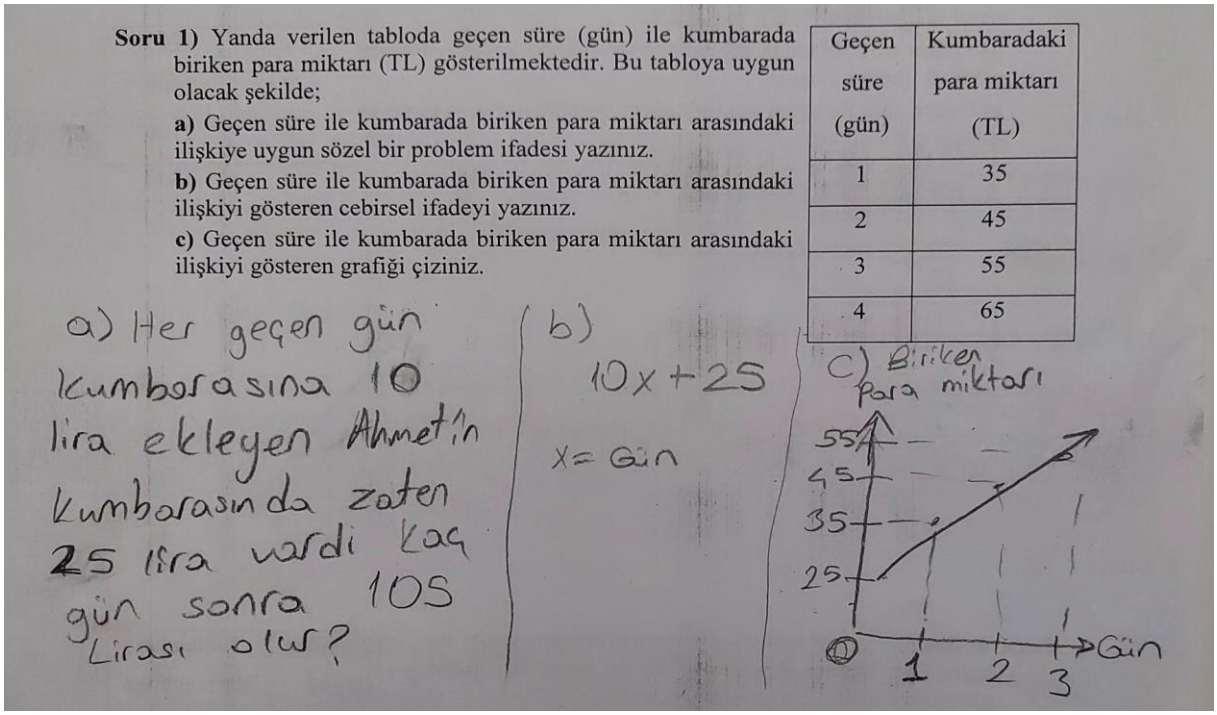
Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun 'c' şıkkında tablo ile gösterme temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun 'c' şıkkına Y6, Y11 ve Y16 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. Y6, Y11 ve Y16 kodlu öğrenciler oluşturulan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit çubuklarının sayısı arasındaki ilişkiyi doğru belirledikleri için grafikleri doğru çizmiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Tabloda oluşturulan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit çubuğu sayısı verilmiştir. O zaman yatay eksene oluşturulan altıgen sayısı, dikey eksene de kullanılan kibrit çubuğu sayısı yazabiliriz. Birinci altıgen için altı çubuk, ikinci altıgen için on çubuk, üçüncü altıgen için on dört çubuk olacak biçimde grafiği çizebiliriz.*

Yedinci sınıf öğrencileriyle yapılan tablo ile gösterme çalışma kâğıdı etkinliğindeki öğrenci cevaplarına ait örnekler Şekil 43, Şekil 44, Şekil 45 ve Şekil 46'da verilmiştir. Şekillerde verilen öğrenci cevaplarının tümü araştırmacının tahtaya doğru cevapları yapmadan önce öğrencilerin çalışma kâğıtlarına yaptıkları cevaplardır. Örnek cevaplar sırasıyla şu şekildedir:

**Şekil 43**

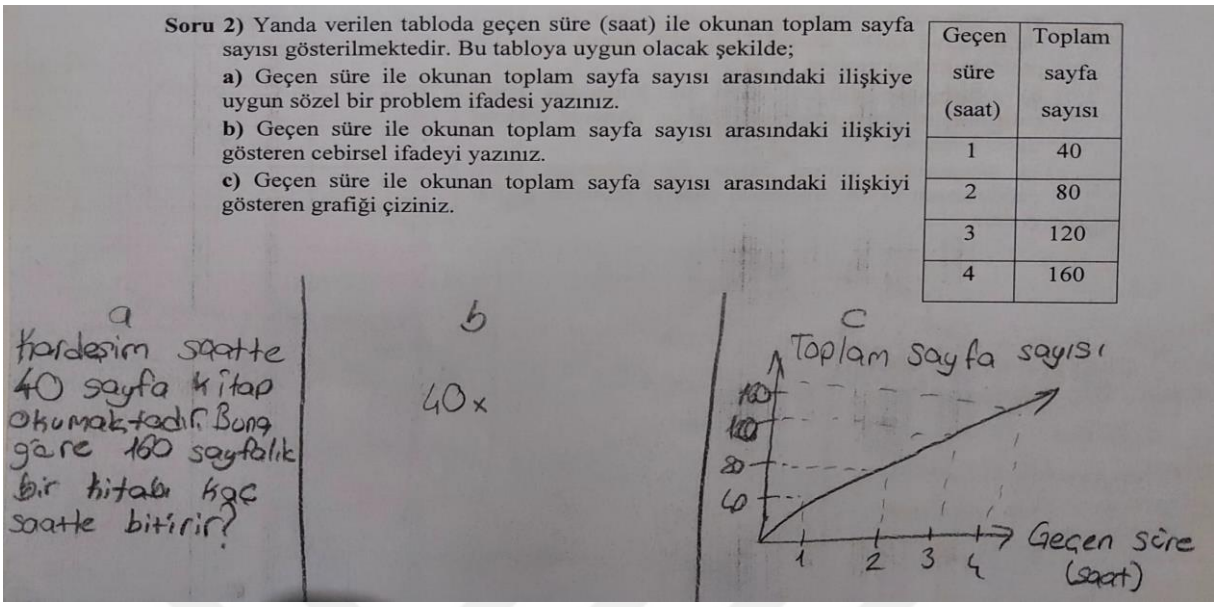
*Y6'in tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci soruya ait cevapları*




Şekil 43'te Y6'in tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci soruya verdiği cevaplar görülmektedir. Y6 birinci sorudaki üç şıkkı da doğru yapmıştır. Dolayısıyla Y6, birinci soruda tablo ile gösterme temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

**Şekil 44**

*Y2'nin tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci soruya ait cevapları*



**Soru 2)** Yanda verilen tabloda geçen süre (saat) ile okunan toplam sayfa sayısı gösterilmektedir. Bu tabloya uygun olacak şekilde;

**a)** Geçen süre ile okunan toplam sayfa sayısı arasındaki ilişkiye uygun sözel bir problem ifadesi yazınız.

**b)** Geçen süre ile okunan toplam sayfa sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.

**c)** Geçen süre ile okunan toplam sayfa sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

| Geçen süre (saat) | Toplam sayfa sayısı |
|---|---|
| 1 | 40 |
| 2 | 80 |
| 3 | 120 |
| 4 | 160 |

a

Kardeşim saatte 40 sayfa kitap okumaktadır. Buna göre 160 sayfalık bir kitabı kaç saatte bitirir?

b

40x

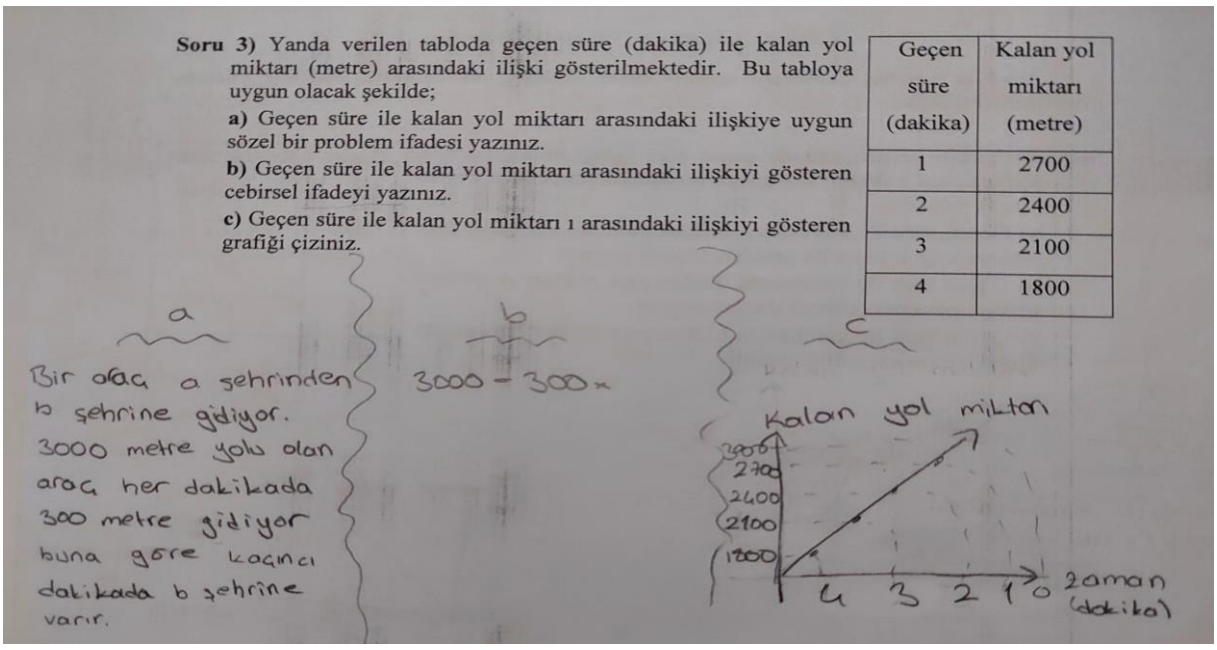
c



Şekil 44'te Y2'nin tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci soruya verdiği cevaplar görülmektedir. Y2 ikinci sorudaki üç şıkkı da doğru yapmıştır. Dolayısıyla Y2, ikinci soruda tablo ile gösterme temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

**Şekil 45**

*Y7'nin tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya ait cevapları*



**Soru 3)** Yanda verilen tabloda geçen süre (dakika) ile kalan yol miktarı (metre) arasındaki ilişki gösterilmektedir. Bu tabloya uygun olacak şekilde;

**a)** Geçen süre ile kalan yol miktarı arasındaki ilişkiye uygun sözel bir problem ifadesi yazınız.

**b)** Geçen süre ile kalan yol miktarı arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.

**c)** Geçen süre ile kalan yol miktarı ı arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

| Geçen süre (dakika) | Kalan yol miktarı (metre) |
|---|---|
| 1 | 2700 |
| 2 | 2400 |
| 3 | 2100 |
| 4 | 1800 |

a

Bir araç a şehrinden b şehrine gidiyor. 3000 metre yolu olan araç her dakikada 300 metre gidiyor buna göre kaçıncı dakikada b şehrine varır.

b

3000 - 300x

c

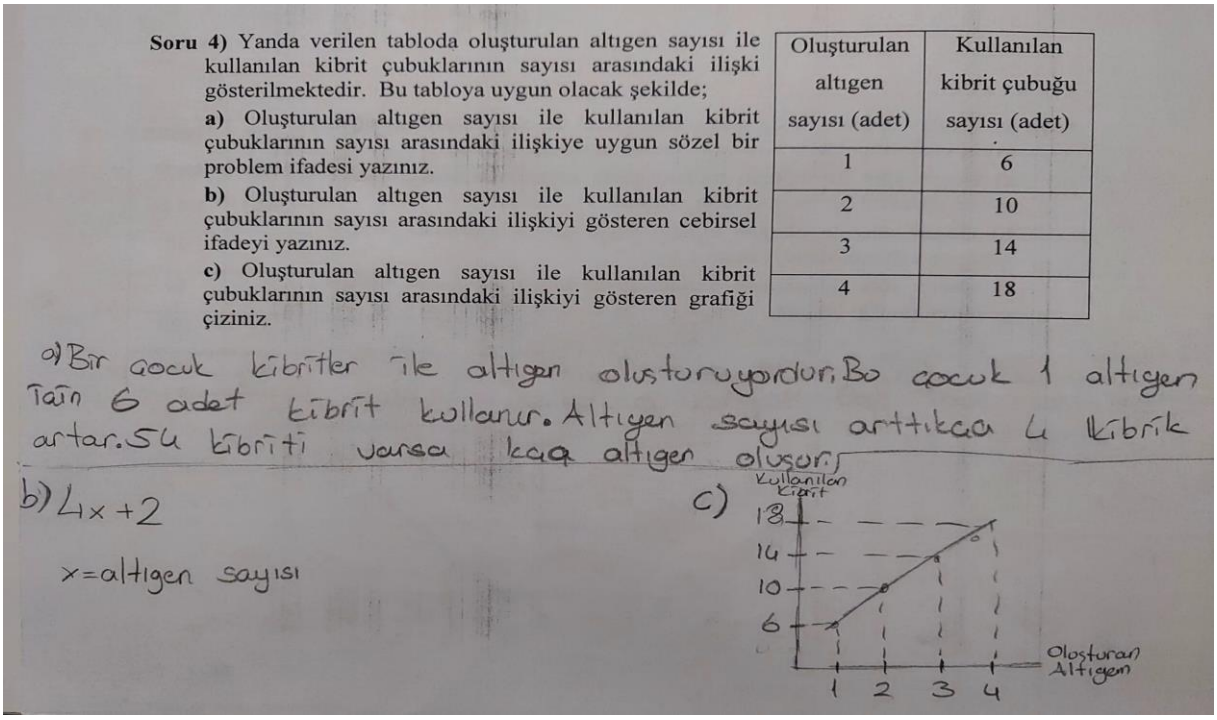


Şekil 45'te Y7'nin tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya verdiği cevaplar görülmektedir. Y7 üçüncü sorudaki 'a' ve 'b' şıklarını doğru yapmış, 'c' şıkkındaki grafiği ise yanlış yapmıştır. 'c' şıkkında çizdiği grafikte dikey eksende kalan yol miktarı demesine rağmen grafiği artan grafik olarak göstermiş, dolayısıyla grafiğin çizgisini yanlış

çizmiştir. Ayrıca yatay eksende dakikada sayılarını yanlış yerleştirmiştir. Y7, üçüncü soruda tablo ile gösterme temsil türünden sözel ifade ve cebirsel ifade temsil türlerine geçişlerde başarılı olurken, tablo ile gösterme temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişte başarılı olmamıştır.

**Şekil 46**

*Y5'in tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya ait cevapları*




Şekil 46'da Y5'in tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya verdiği cevaplar görülmektedir. Y5 dördüncü soruda 'b' ve 'c' şıkkını doğru, 'a' şıkkını ise kısmen doğru yapmıştır. 'a' şıkkında sözel ifadeyi tam olarak doğru yazamamıştır. Y5, sözel ifadesini 'ilk altıgen için altı tane çubuk kullanır, altıgen sayısı arttıkça 4 kibrit artar.' biçiminde yazmış. Burada ikinci altıgeni oluşturmak için 10 tane kibrit çubuğu, toplamda ise 16 tane kibrit çubuğu kullanılıyormuş gibi bir ifade ortaya çıkmaktadır. Oysa tabloya göre iki altıgen için toplam 10 tane kibrit çubuğu kullanılmaktadır. Dolayısıyla Y5'in yazdığı sözel ifade kısmen doğrudur. Y5, dördüncü soruda tablo ile gösterim türünden cebirsel ifade ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuş, tablo ile gösterim temsil türünden sözel ifade temsil türüne geçişte kısmen başarılı olmuştur.

d) Grafik ile gösterme çalışma kâğıdından elde edilen bulgular

Çalışma kâğıtlarından dördüncüsü grafik ile gösterme çalışma kâğıdıdır. Grafik ile gösterme çalışma kâğıdından elde edilen bulgular şunlardır:

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Birinci sorunun 'a' şıkkındaki sözel ifadeyi kim söylemek ister?*

*Y10: Ali'nin kumbarasında 3 TL vardır. Ali her gün 2TL attığına göre dördüncü gün kaç TL olur?*

*Y6: Kumbarasında 3 TL olan Emre, her gün 2 TL ekliyorsa, altıncı gün toplam kaç lirası olur?*

*Y15: Başlangıçta 3 lirası olan Buğra, her gün kumbarasına 2 lira atmaktadır. Buna göre kumbaradaki artış miktarı nasıldır?*

*Y13: Kardeşime içerisine 3 TL atıp verdiğim kumbaraya kardeşimin de içine her gün iki TL atmasını istediğime göre dördüncü günün sonunda kumbarada kaç TL olur?*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci sorunun 'a' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun 'a' şıkkında Y6, Y10, Y13 ve Y15 kodlu öğrenciler geçen süre ile kumbaradaki toplam para miktarı arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde sözel ifadeleri doğru yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: 'Yağmur'un kumbarasında başlangıçta 3 TL vardır. Kumbaraya her gün 2 TL atarsa kumbaradaki para miktarının zamana göre değişimi nasıldır?' şeklinde bir sözel ifade yazabiliriz.*

*A: Sözel ifadeyi yazdığımıza göre geçelim 'b' şıkkına. Herkes grafiğe uygun cebirsel ifadeyi yazsın.*

*Y2, Y4, Y10, Y16 ve Y6:* $y = 2x + 3$.

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci sorunun 'b' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun 'b' şıkkında Y2, Y4, Y6, Y10 ve Y16 kodlu öğrenciler geçen süre ile kumbaradaki toplam para miktarı arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde cebirsel ifadeleri doğru yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Kumbarada başlangıçta para 3 TL vardır. Her gün 2 TL atıyor. O zaman cebirsel ifadeyi* $y = 2x + 3$ *şeklinde yazabiliriz. 'x' değişkeni gün sayısını, 'y' değişkeni ise kumbarada biriken para miktarını gösterir.*

*A: Cebirsel ifadeyi yazdığımıza göre şimdi 'c' şıkkındaki tabloyu çizelim.*

*A: Tablonun sütunlarına ne yazdınız?*

*Y16: Soldaki sütuna para sayısı, sağdakine gün sayısı.*

*Y10, Y13 ve Y20: Sol tarafa toplam para miktarı, sağ tarafa ise gün yazdım.*

*Y6: Sol taraftakine gün, sağ taraftakine toplam para.*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci sorunun 'c' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun 'c' şıkkında Y6, Y10, Y13, Y16 ve Y20 kodlu öğrenciler geçen süre ile kumbaradaki toplam para miktarı arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde tabloları doğru oluşturmuştur. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Grafikte bize geçen gün sayısı ile toplam para miktarı verilmiş. O halde tablonun sol sütununa gün sayısı, sağ sütununa ise toplam para miktarını yazalım. Grafiğe göre başlangıçta 3 TL varmış. O zaman, sıfırıncı gün (başlangıç) 3 TL, birinci gün 5 TL, ikinci gün 7 TL, üçüncü gün 9 TL ve dördüncü gün 11 TL olacak şekilde tabloyu çizebiliriz.*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: İkinci sorunun 'a' şıkkındaki sözel ifadeyi kim okumak ister?*

*Y7: Bir araç saatte 70 km hızla yol almaktadır. Bu aracın 420 km yolu olduğuna göre kaçıncı saatte bitirir?*

*Y16: Bir araba 420 km'lik yolu saatte 70 km hızla gidiyorsa kaç saatte yolu gider?*

*Y6: 420 km yolu saatte 70 km giden kişinin altı saat sonra kaç km yolu kalır?*

*Y15:420 km'lik bir yolu bir araba saatte 70 km gittiğine göre aç saat sonra yol tamamlanır?*

*Y11: Alpaslan'ın 420 km yolu vardır. Her saat 70 km gittiğine göre kaç saatte bitirir?*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun 'a' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun 'a' şıkkında Y6, Y7, Y11, Y15 ve Y16 kodlu öğrenciler geçen süre ile kalan yol miktarı arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde sözel ifadeleri doğru yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: 'Yusuf, aracıyla saatte 70 km gitmektedir. Yusuf, 420 km'lik yolu kaç saatte gider?' şeklinde sözel bir ifade yazabiliriz.*

*A: Sözel ifadeyi yazdığımıza göre geçelim 'b' şıkkına. Herkes grafiğe uygun cebirsel ifadeyi yazsın.*

*Y6:* $420 - 70x$*. 'x' değişkeni saati veriyor.*

*Y1:* $y = 420 - 70n$. *'y' kalan yol miktarı, 'n' ise geçen saati veriyor.*

*Y4:* $490 - 70x$.

*Y13:* $y = 420x - 70$.

*A: Y13, bu ifadede x değişkenine 1, 2, 3 gibi değerler verdiğinde grafiğe uygun olmuyor.*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun 'b' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun 'b' şıkkında Y2, Y4, Y6, Y10 ve Y16 kodlu öğrenciler geçen süre ile kalan yol miktarı arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde cebirsel ifadeleri doğru yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Grafiğe göre kalan yol miktarı başlangıçta 420 km'dir. Her saat kalan yol miktarı 70 km azaldığına göre cebirsel ifadeyi* $y = 420 - 70x$ *şeklinde yazabiliriz. 'x' değişkeni saati, 'y' değişkeni ise kalan yol miktarını gösterir.*

*A: Cebirsel ifadeyi yazdığımıza göre şimdi 'c' şıkkındaki tabloyu çizelim.*

*A: Tablonun sütunlarına ne yazdınız?*

*Y16: Soldaki sütuna kalan yol, sağdaki sütuna saat.*

*Y6: Sol taraftakine saat, sağ taraftakine kalan yol yazdım.*

*Y15: Sağ sütuna kalan yol, sol sütuna saati yazdım.*

*Y11: Sağdaki saat, soldaki kalan yol.*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun 'c' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun 'c' şıkkında Y6, Y11, Y11, Y15 ve Y16 kodlu öğrenciler geçen süre ile kumbaradaki toplam para miktarı arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde tabloları doğru oluşturmuştur. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Grafikte kalan yol miktarı ile geçen süre verilmiş. O zaman tablonun sol sütununa geçen süreyi (saat), sağ sütununa ise kalan yol miktarını (km) yazarız. Grafiğe göre başlangıçtaki yol miktarı 420 km'dir. O halde, sıfırıncı saat (başlangıç) 420 km, birinci saat 350 km, ikinci saat 280 km, üçüncü saat 210 km ve dördüncü saat 140 km, beşinci saat 70 km ve altıncı saatte sıfır km yol kalacak şekilde tabloyu çizebiliriz.*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Üçüncü sorunun 'a' şıkkındaki sözel ifadeyi kim okumak ister?*

*Y15: Başlangıçta 40 cm olan bir fidan her ay 10 cm uzuyorsa fidanın boyunun zamana göre değişimi nedir?*

*Y6: Fidan ekildiğinde 40 cm, fidanın boyu her ay 10 cm artıyorsa 10 ay sonra kaç cm olur?*

*Y16: 40 cm'lik bir fidan her ay 10 cm uzuyorsa 4 ay sonra fidanın boyu kaç cm'dir?*

*Y20: Baştaki boyu 40 cm olan fidan ayda 10 cm uzadığına göre fidanın boyunun zamana göre değişimi nasıldır?*

*Y7: 40 cm boyu olan bir fidan her ay 10 cm uzuyorsa dördüncü ayın sonunda kaç cm olur?*

*Y13: Arkadaşımın bana aldığı 40 cm'lik fidanı bahçeye diktim. Fidanım her ay 10 cm uzamaktadır. Buna göre dördüncü ayın sonunda fidanım kaç cm olur?*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'a' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'a' şıkkında Y6, Y7, Y13, Y15, Y16 ve Y20 kodlu öğrenciler fidan boyu ile süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde sözel ifadeleri doğru yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: 'Melisa'nın elinde 40 cm'lik elma fidanı vardır. Bu fidan her ay 10 cm uzadığına göre fidanın boyunun zamana göre değişimi nasıl olur?' şeklinde sözel bir ifade yazabiliriz.*

*A: Sözel ifadeyi yazdığımıza göre geçelim 'b' şıkkına. Herkes grafiğe uygun cebirsel ifadeyi yazsın.*

*Y8 ve Y6:* $40 + 10x.$

*Y12:* $y = 40 + 10x.$

*Y15:* $h = 10x + 40.$ *'h' fidanın yüksekliği.*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'b' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'b' şıkkında Y8, Y12 ve Y15 kodlu öğrenciler fidan boyu ile süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde cebirsel ifadeleri doğru yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Grafiğe göre fidanın başlangıçtaki boyu 40 cm ve her ay boyu 10 cm uzuyormuş. O zaman cebirsel ifadeyi* $y = 40 + 10x$ *şeklinde yazabiliriz. 'x' değişkeni ayları, 'y' değişkeni fidanı boyunu verir.*

*A: Cebirsel ifadeyi yazdığımıza göre şimdi 'c' şıkkındaki tabloyu çizelim.*

*A: Tablonun sütunlarına ne yazdınız?*

*Y18: Sol sütuna geçen süre yazdım sağ sütuna da fidanın boyu.*

*Y13: Sol sütuna aylar, sağ sütuna fidanın boyu.*

*Y10: Sola fidanın boyu, sağa aylar.*

*Y11: Sol tarafa cm, sağ tarafa ay.*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'c' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'c' şıkkında Y10, Y11, Y13 ve Y18 kodlu öğrenciler fidan boyu ile süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde tabloları doğru oluşturmuştur. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Grafikte fidan boyu ve aylar verilmiş. O zaman tablonun sol sütununa geçen süreyi (ayları) sağ sütununa ise fidanın boyunu (cm) yazarız. Grafiğe göre fidanın boyu başlangıçta 40 cm ve bu fidan her ay 10 cm uzuyormuş. O halde, sıfırıncı ay (başlangıç) 40 cm, birinci ay 50 cm, ikinci ay 60 cm, üçüncü ay 70 cm ve dördüncü ay 80 cm olacak şekilde tabloyu çizebiliriz.*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Dördüncü sorunun 'a' şıkkındaki sözel ifadeyi kim okumak ister?*

*Y13: Barış saatte 35 soru çözdüğüne göre dördüncü saatin sonunda kaç soru çözmüş olur?*

*Y10: Ahmet her saat 35 soru çözerse dördüncü saatin sonunda kaç soru çözer?*

*Y15: Buğra ilk saat 35 soru çözüyor. Her saat 35 soru çözdüğüne göre dört saat sonra kaç soru çözmüştür?*

*Y6: Her saat 35 soru çözen Aylin kaç saat sonra 140 soru çözer?*

*Y12: Gökçen her saat 35 soru çözüyor. İlk saat 35 soru çözüyorsa dördüncü saatin sonunda toplam kaç soru çözer?*

*Y7: Ebru her saat 35 soru çözdüğüne göre dört saat sonunda kaç soru çözer?*

*Y18: Elif bir saatte 35 soru çözüyorsa, dört saat sonra kaç soru çözmüş olur?*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun 'a' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun 'a' şıkkında Y6, Y7, Y10, Y12, Y13, Y15 ve Y18 kodlu öğrenciler toplam çözülen soru sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde sözel ifadeleri doğru yazmıştır. Öğrencilerin

cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: 'Ecrin saatte 35 soru çözüyor. Buna göre Ecrin'in çözdüğü soru sayısının zamana göre değişimi nasıl olur?' şeklinde sözel bir ifade yazabiliriz.*

*A: Sözel ifadeyi yazdığımıza göre geçelim 'b' şıkkına. Herkes grafiğe uygun cebirsel ifadeyi yazsın.*

*Y14:* $1x + 35$.

*Y5:* $35 + 35x$.

*Y2 ve Y16:* $y = 35x$.

*Y10 ve Y6:* $35x$.

*Y15:* $35t$. *'t' değişkenini zaman olarak yazdım.*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun 'b' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun 'b' şıkkında Y2, Y6, Y10, Y15 ve Y16 kodlu öğrenciler toplam çözülen soru sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde cebirsel ifadeleri doğru yazarken Y5 ve Y14 kodlu öğrenciler cebirsel ifadeleri doğru yazamamıştır. Y5 ve Y14 kodlu öğrenciler değişkenler ile katsayılar arasındaki ilişkileri yanlış yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Grafiğe göre her saat 35 soru çözüyormuş. O zaman cebirsel ifadeyi* $y = 35x$ *şeklinde yazabiliriz. 'x' değişkeni saati, 'y' değişkeni çözülen soru sayısını verir.*

*A: Cebirsel ifadeyi yazdığımıza göre şimdi 'c' şıkkındaki tabloyu çizelim.*

*A: Tablonun sütunlarına ne yazdınız?*

*Y2, Y17 ve Y9: Çözülen soru sayısı ve saat.*

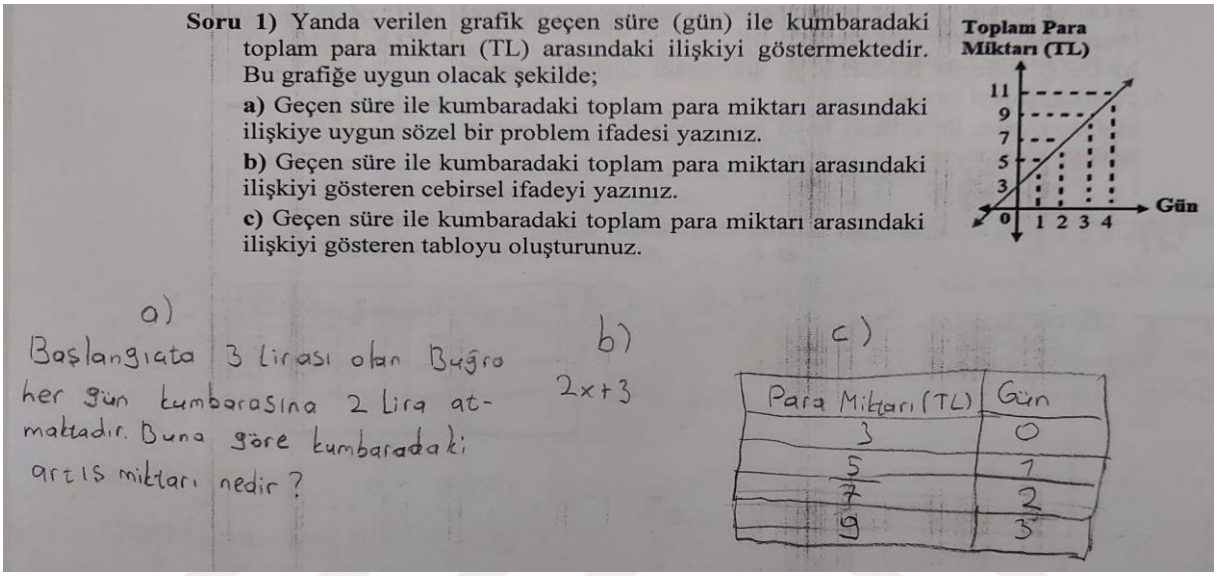
Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun 'c' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun 'c' şıkkında Y2, Y17 ve Y19 kodlu öğrenciler toplam çözülen soru sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde tabloları doğru oluşturmuştur. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Grafikte saat ve çözülen soru sayısı verilmiş. O zaman tablonun sol sütununa geçen süreyi (saati) sağ sütununa ise çözülen soru sayısını yazarız. Grafiğe göre her saat 35 soru çözülüyormuş. O halde birinci saat 35 soru, ikinci saat 70 soru, üçüncü saat 105 soru, dördüncü saat 140 soru olacak şekilde tabloyu çizebiliriz.*

Yedinci sınıf öğrencileriyle yapılan grafik ile gösterme çalışma kâğıdı etkinliğindeki öğrenci cevaplarına ait örnekler Şekil 47, Şekil 48, Şekil 49 ve Şekil 50'de verilmiştir. Şekillerde verilen öğrenci cevaplarının hepsi araştırmacının tahtaya doğru cevapları yapmadan önce öğrencilerin çalışma kâğıtlarına yaptıkları cevaplardır. Örnek cevaplar sırasıyla şu şekildedir:

**Şekil 47**

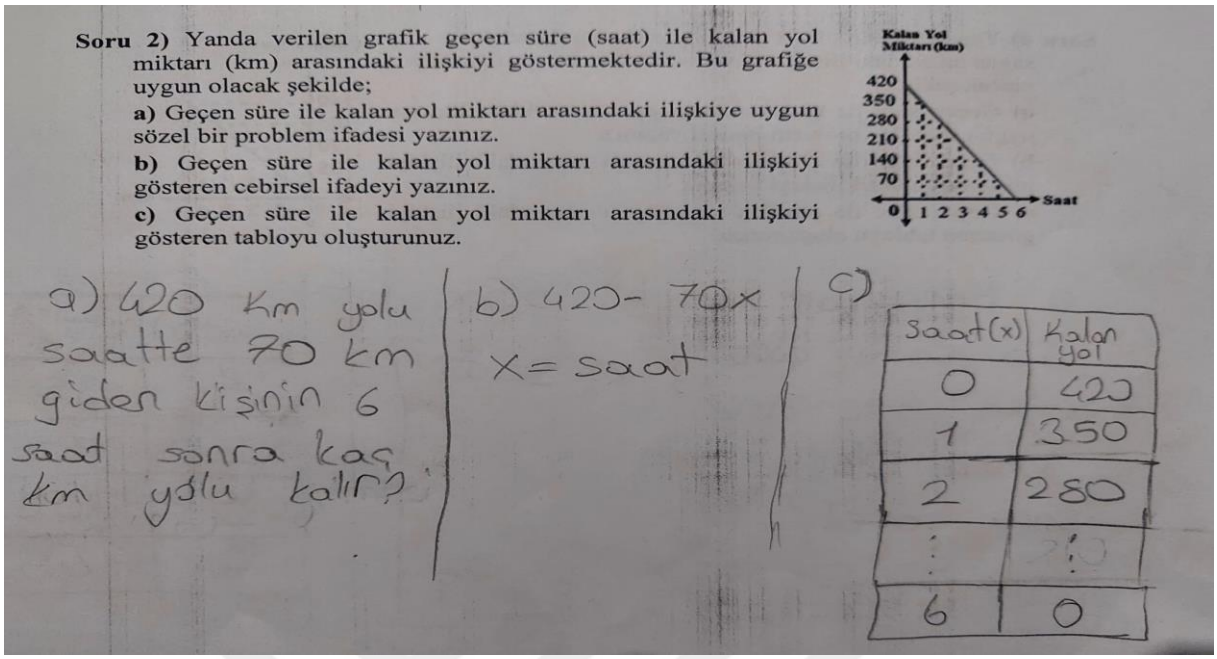
*Y15'in grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci soruya ait cevapları*




Şekil 47'de Y15'in grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci soruya verdiği cevaplar görülmektedir. Y15 birinci sorudaki 'b' ve 'c' şıkkını doğru, 'a' şıkkını ise kısmen doğru yapmıştır. 'a' şıkkında kumbaradaki toplam para miktarını sorması gerekirken artış miktarını sorduğu için hata yapmıştır. Dolayısıyla Y15, birinci soruda grafik ile gösterme temsil türünden cebirsel ifade ve tablo ile gösterme temsil türlerine geçişlerde başarılı olurken, grafik ile gösterme temsil türünden sözel ifade temsil türüne geçişte kısmen başarılı olmuştur.

**Şekil 48**

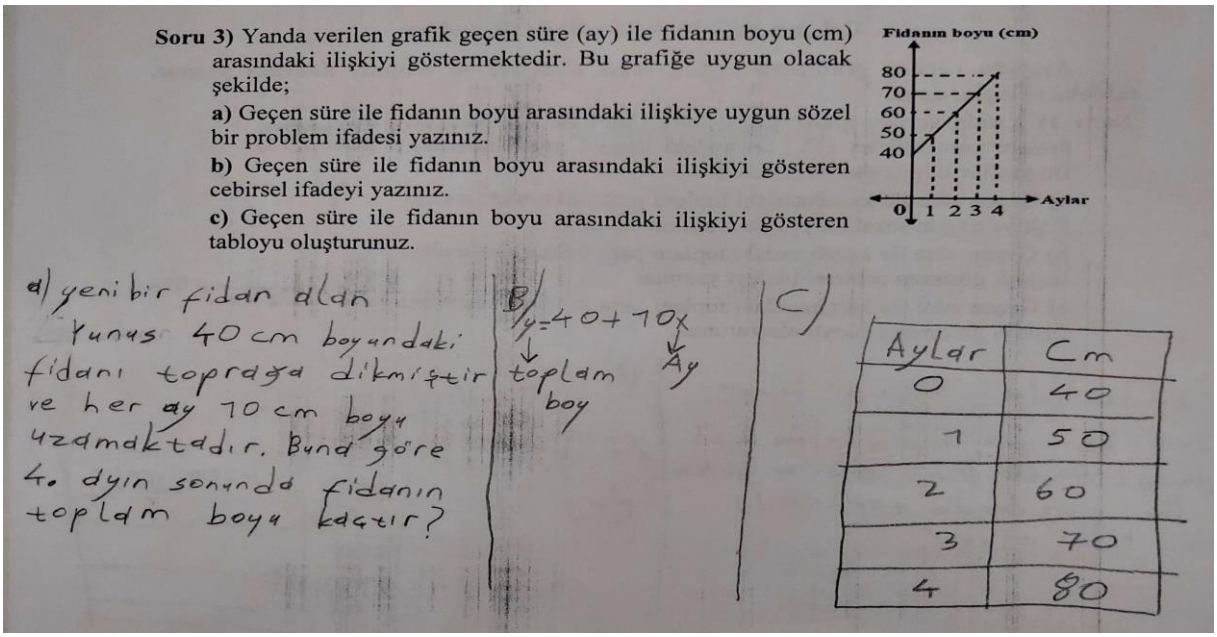
*Y6'in grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci soruya ait cevapları*




Şekil 48'de Y6'in grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci soruya verdiği cevaplar görülmektedir. Y6 ikinci sorudaki üç şıkkı da doğru yapmıştır. Dolayısıyla Y6, ikinci soruda grafik ile gösterme temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

**Şekil 49**

*Y8'in grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya ait cevapları*

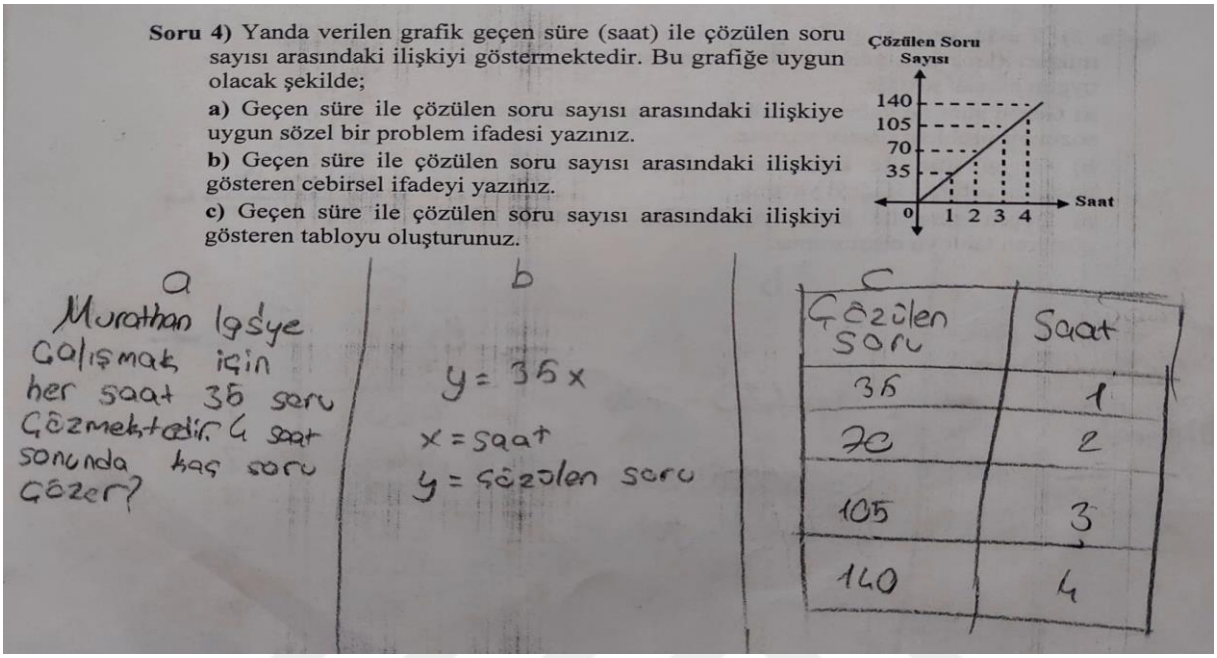



Şekil 49'da Y8'in grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya verdiği cevaplar görülmektedir. Y8 üçüncü sorudaki üç şıkkı da doğru yapmıştır. Dolayısıyla Y8,

üçüncü soruda grafik ile gösterme temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

**Şekil 50**

*Y2'nin grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya ait cevapları*




Şekil 50'de Y2'nin grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya verdiği cevaplar görülmektedir. Y2 dördüncü sorudaki üç şıkkı da doğru yapmıştır. Dolayısıyla Y2, dördüncü soruda grafik ile gösterme temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

### 4.2.2. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Ders Etkinliğinden Elde Edilen Bulgular

Sekizinci sınıf öğrencileriyle yapılan ders etkinlikleri de yedinci sınıflarla yapılan etkinler gibi 2 haftası konu anlatım süreci ve 4 haftası çalışma kâğıtlarıyla olmak üzere altı hafta sürmüştür. Ders etkinlikleri konu anlatımları ile başlayıp çalışma kâğıtlarıyla sona ermiş ve çeşitli bulgular elde edilmiştir.

#### *4.2.2.1. Sekizinci Sınıf Öğrencileriyle Yapılan Konu Anlatım Etkinlikleri*

Sekizinci sınıf öğrencileriyle yapılan konu anlatım etkinlikleri 2 hafta sürmüştür. İlk hafta çoklu temsil türlerinin neler olduğu ve temsil türlerinin özelliklerinin anlatımı yapılmıştır. İkinci hafta ise çoklu temsil türleri arasındaki geçişlerin nasıl yapıldığına dair örnek sorular çözülmüştür.

Sekizinci sınıf öğrencileriyle ilk hafta yapılan konu anlatım etkinliğinden elde edilen bulgular şu şekildedir:

*A: Bu derste hangi temsil türlerini göreceğimizden başlayalım. Bu haftaki derste sözel ifade yazma, cebirsel ifade yazma, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme temsil türlerini göreceğiz.*

*A: Sözel ifade nedir?*

*S14: Bir olayın anlatılması.*

*S12: Matematiksel herhangi bir olayın daha kolay kavranmasını sağlayan anlatım biçimi.*

*S18: Günlük hayattaki herhangi bir konunun sözel olarak anlatımı.*

*A: Ali'nin bilye sayısı Emre'nin biye sayısının yarısıdır. Bir dikdörtgenin uzun kenarı kısa kenarının 2 katından 3 cm fazladır.*

Sekizinci sınıf öğrencileri sözel ifade temsilini başlangıçta paragraf, metin gibi biçimlerde ifade etmişlerdir. Araştırmacı sözel ifade temsiline örnekler verdiğinde öğrencilerin de uygun örnekler verdikleri görülmüştür.

*A: Gördüğünüz gibi sözel ifadeler bu şekildedir. Peki, cebirsel ifade nedir? Kim söylemek ister?*

*S11: İçinde x, y, z gibi bilinmeyen şeyler bulunur.*

*S14: İçinde herhangi bir bilinmeyen bulunan ifadelerdir.*

*A: Cebirsel ifadelerde işlemde bulunması gerekmez mi?*

*S7, S11 ve S14: Evet bulunmalı.*

Araştırmacı öğrencilere 'Cebirsel ifade nedir?' diye sorduğunda sekizinci sınıf öğrencileri genel olarak sayının yerine bir harfin olduğunu söylediler. Öğrencilerin değişken kavramını cebirsel ifade olarak söyledikleri görülmüştür. Dolayısıyla cebirsel ifadeyi doğru bir şekilde ifade edememiştir.

*A: Konu anlatım kâğıdındaki örneklere bakalım. Neler yazılmış çalışma kâğıdında.* $3x, -5y, 2n + 3, 6a^2$ *ve benzerleri gibi ifadeler yazılmış.*

*A: Cebirsel ifadelerin içinde hangi kavramlar var?*

*S7: Değişken, terim*

*A: Katsayı, sabit terim. Değişken neydi?*

*S2: x, y.*

*A: Yani bildiğiniz harf ya da sembol.*

*S7: Evet.*

*A: Peki terim neydi?*

*S18: Pozitif veya negatif olduğunu bildiren ifade*

*A: Şu bir terim mi?*

*S7, S14 ve S18: Evet.*

*A: Peki kat sayı nedir?*

*S14: Oluşan terimlerin başında gizli bir şekilde bulunan onun ne kadar olduğunu belirten sayı.*

*A: Yani, bildiğiniz sayılar.*

*S14: Evet.*

*A: Peki sabit terim nedir?*

*S3: Yanında değişken olmayan terimdir.*

*A: Benzer terime bakalım?*

*S7: Bilinmeyenlerin aynı olması*

*A: Bilinmeyenlerin aynı olması mı sadece?*

*S3: Kuvvetlerinin de aynı olması lazım*

*A: Benzer terime, değişkeni de aynı olmalı değişkenin kuvveti de aynı olmalıdır diyebiliriz.*

Araştırmacı, öğrencilerin cebirsel ifade terimlerinde eksiklerinin olduğunu görmüş ve öğrencilere bu terimleri açıklamıştır. Daha sonra örnekler vererek cebirsel ifade terimlerini göstermiştir.

*A:Çalışma kâğıdında verilen* $4x - 3y - 2x + 5$ *cebirsel ifade örneğine bakalım şimdi. Buradaki değişkenler nelerdir?*

*S7: x ve y.*

*A: Peki katsayılar?*

*S3:4, -3, -2 ve 5.*

*A: Sabit terim?*

*S18:5.*

*A: Benzer terim?*

*S3, S11 ve S13:* $4x$ *ve* $-2x$.

*A: Tamam doğru aferin. Peki, cebirsel ifade yazma. Nasıl yazabiliriz? Yazarken neye dikkat etmemiz lazım?*

*S3: Değişken ile katsayı arasındaki ilişkiye.*

*S13: Bir sayının 3 katının 2 katı eksiği şeklindeki bir ifade cebirsel olarak '*$3x - 2$*' şeklinde gösterilir.*

*S12: 'Sepetteki elmaların sayısının 4 fazlasının yarısı' şeklindeki ifade* $\frac{x+4}{2}$ *şeklinde gösterilir.*

Sekizinci sınıf öğrencilerinin sözel ifadeyi cebirsel ifade olarak yazabildiklerini görülmüştür. Öğrenciler değişkenle kat sayı arasındaki ilişkileri doğru belirlemişlerdir.

*A: Şimdi cebirsel ifadelerden tablo ile gösterime geçelim.*

*A: Tablo ne demek? Var mı bir fikri olan? Tablonun içinde neler olmalı?*

*S7: Sayı olur.*

*A: Sayılar ama rasgele yazılmış sayılar mı?*

*S3: Hayır rasgele yazılmış sayılar olmaz.*

*S3: Belli bir kurala göre olması lazım. Sayılar birbiri ile alakalı olmalı.*

*A: Yani tablodaki sayıların aralarında bir ilişki olması lazım.*

*S14: Belirli bir düzene sahip olaylara anlaşılabilirlik katan matematiksel terimlerin çizelgesidir.*

*S18: Birbiriyle bağlantı kurulabilen…*

*S3: 'Birbiriyle olan ilişkilerine göre düzenlenerek yazılmış şeylerin hepsinin bir arada gösterilmesini sağlayan çizelgelerdir'.*

Sekizinci sınıf öğrencilerinin tablonun ne olduğunu, nasıl çizeleceğini bildikleri görülmüştür. Öğrenciler tabloyu çizerken belirli bir kuralın olduğunu, değişkenle katsayı arasındaki ilişkileri farketmişlerdir.

*A: Tamamdır. Tablodan da sonra gelelim şimdi grafiklere. Grafik nedir?*

*S12: Bir olayın zaman içindeki değişimini gösteren çizelgedir.*

*S18: Sadece zaman değil ki.*

*A: Peki sadece zaman mı?*

*S12 ve S13: Hayır.*

*A: Kim tanımlamak ister?*

*S14: Herhangi bir değişken ya da olayın…*

*S12: Bir veya iki ayrı durum ya da şeyin birbiriyle orantılı olarak artması ya da azalması.*

*A: Yani grafik çizmek için en az iki tane değişken lazım. Para- ürün, zaman-yol gibi.*

*S2, S12 ve S18: Evet.*

*S7: İki terimin bir şeye göre artması ya da azalması.*

*A: İki terim yerine iki değişken desek daha doğru olmaz mı?*

*S7: Evet olur.*

*A: Grafiklerle günlük hayatta hangi örnekler vardır?*

*S14: Okuldaki öğrencilere uygulanan anketler gibi.*

*A: Hava sıcaklıkları gösterilebilir mi?*

*S3, S7, S11 ve S14: Evet.*

*S5: Bir firmanın yıllara göre kar- zarar durumu gösterilebilir.*

*A: Aferin güzel örnek.*

*A: Peki grafiklerde neler bulunur? Çizerken neye dikkat etmeliyiz?*

*S7: Sayı ve çizgi.*

*A: Sayı ve çizgi dışında ne olmalı?*

*S4: Yol-zaman gibi ifadeler.*

*A: Evet doğru eksenlerin ucunda açıklayıcı ifadeler olmalı.*

*A: Peki grafiklerin özellikleri nelerdir?*

*A: Yani grafik görüldüğünde ne grafiği olduğu anlaşılmalıdır. Yol-zaman grafiği, zaman- boy uzunluğu grafiği gibi.*

*A: Ayrıca eksenler arasında belirli bir ilişki bulunmalıdır.*

Sekizinci sınıf öğrencilerinin grafiğin ne olduğunu, nasıl çizeleceğini bildikleri görülmüştür. Öğrenciler grafiği çizerken belirli bir kuralın olduğunu, eksenler arasındaki ilişkiyi yani değişkenle katsayı arasındaki ilişkileri farketmişlerdir.

İki haftalık konu anlatım etkinliğinin ilk haftası bitmiş ve ikinci haftasına geçilmiştir. İkinci hafta yapılan konu anlatım etkinliği daha çok temsil türlerini içeren örnek sorular üzerinden yapılmıştır. İkinci hafta sekizinci sınıf öğrencilerine yapılan konu anlatım etkinliğinden elde edilen bulgular ise şu şekildedir:

*A: Geçen hafta çoklu temsil türlerinin tanımlarını ve özelliklerini görmüştük. Bu hafta ise her temsil türüyle ilgili sorular çözeceğiz. 'A' bölümündeki sözel ifade örneğiyle başlayalım.*

*A: Depoda kaç litre su var?*

*S3, S6 ve S12: 60 litre.*

*A: Peki depoya dakikada kaç litre su akıyor?*

*S1, S7, S10: 4 litre.*

*A: Peki, depodaki su miktarını nasıl gösterebiliriz?*

*A: Birinci sorunun 'a' şıkkını yani cebirsel ifadeyi kim söylemek ister?*

*S15:* $60 + 4x$.

*S7:* $60 - 4x$.

*A: Depodan su mu boşaltıyoruz yoksa depoya su mu ekliyoruz?*

*S7: Doğru ya depoya su eklememiz isteniyor.*

*S14: Değişkenin ne olduğunu da yazalım mı?*

*A: Evet değişkenin ne anlama geldiğini de yazın. Zaman mı su miktarı mı? Hadi herkes yazsın cebirsel ifadesini. Sonra ben yazayım.*

*A: Soruda bize depoda 60 litre olduğu su olduğu verilmiş. Su miktarı zamanla artıyor.*

*A: O zaman cebirsel ifade için 60+4x diyebiliriz.*

*A: Şimdi 'b' şıkkındaki tabloyu çizmeye geçelim. Tabloyu nasıl çizeriz? Herkes çizsin tablosunu.*

*S14: x yazıp üzerine zaman diye belirtiriz ve yanına bir çizgi daha çekip artan su miktarı yazarız. Sonra sırasıyla x değişkenine sıfır, bir, iki değerler vererek tabloyu doldururuz.*

*S3: Tabloda süreyi üçüncü dakikaya kadar doldurdum.*

*A: Tabloyu birlikte çizelim şimdi. Tabloyu çizerken neler yazmalıyız?*

*A: Zaman.*

*S3, S7 ve S14: Ve depodaki su miktarını.*

*A: O zaman tabloyu başlangıçta 60 litre, birinci dakikada 64 litre, ikinci dakikada 68 litre su olacak şekilde göstermeliyiz.*

*A: Peki grafiğini nasıl çizeriz?*

*S3 ve S7: Artan bir grafik şeklinde.*

*A: Doğru grafiğin çizgisi artacak şekilde olmalı.*

*S14: Dakikayı x eksenine ve artan su miktarını y eksenine yazacağız. Ve sıfırıncı dakika 60 litreye denk gelmeli.*

*A: Artan su miktarı mı depodaki su miktarı mı?*

*S14: Depodaki su miktarı.*

*S18: 60 litreye karşılık sıfırıncı dakika, Sonra altmışın üzerine dört dört ekleyeceğiz.*

*A: S18 eksenlere ne isim vereceksin?*

*S18: Dikey eksen litre, yatay eksen zaman.*

*A: Doğru. Peki, herkes çizsin grafiğini. Şimdi birlikte çizelim.*

*A: Yatay eksene zaman, dikey eksene depodaki su miktarı diyelim. Başlangıçta 60 litreden başlayacaktı değil mi?*

*S7, S14 ve S18: Evet.*

*A: Sonra 64, 68, 72 litre şeklinde devam ediyor. Zamanlar ise birinci, ikinci, üçüncü dakika diye devam edecek. Sonra litre ve zamanları eşleştirip grafiğin çizgisini çekelim.*

İkinci hafta yapılan konu anlatım etkinliğindeki ilk soru sözel ifade olarak verilmiştir. Öğrencilerden 'a' şıkkında sözel ifadeyi cebirsel ifade olarak yazmaları, 'b' şıkkında sözel ifadeye uygun bir tablo çizmeleri ve 'c' şıkkında sözel ifadeye uygun bir grafik çizmeleri istenmiştir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin değişkenle kat sayı arasındaki ilişkiyi doğru kurabildiklerinden dolayı genel olarak sözel ifadeden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı oldukları görülmüştür.

*A: Şimdi 'B' bölümündeki cebirsel ifade örneğiyle devam edelim.*

*A: $y = 5x - 1$ cebirsel ifadesi verilmiş. 'a' şıkkında buna uygun sözel ifade yazın denilmiş. Kim bu cebirsel ifadeye uygun sözel bir ifade söylemek ister?*

*S14: Ayşe'nin silgi sayısı Yelda'nın silgi sayısının beş katının bir eksiğidir. Buna göre Ayşe'nin ne kadar silgisi vardır?*

*A: Peki başka örnek vermek isteyen var mı?*

*S5: Bir sayının beş katının bir eksiği.*

*A: Sizce verilen bu örnekler olur mu?*

*S3, S5, S16: Evet olur.*

*A: Şimdi herkes kendi yazdığı sözel ifadeye uygun tablo çizsin. Tablolarınızı nasıl çizdiğinizi söyleyin.*

*S14 ve S18: x yerine sırasıyla 1,2,3,4… gibi değerler vererek tabloyu çizdim.*

*A: Peki grafiğini nasıl çizeriz?*

*S14: Bu artan bir grafik olmalı bence.*

*S18: Grafiği rasgele çizebilir miyiz?*

*A: Hayır kendi yazdığınız sözel ifadeye göre çizmelisin.*

*A: Grafikte eksenlerin isimleri unutmayın çizerken.*

İkinci hafta yapılan konu anlatım etkinliğindeki ikinci soru cebirsel ifade olarak verilmiştir. Öğrencilerden 'a' şıkkında cebirsel ifadeyi sözel ifade olarak yazmaları, b' şıkkında sözel ifadeyi tablo ile göstermeleri ve 'c' şıkkında ise sözel ifadeleri grafik ile göstermeleri istenmiştir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin değişkenle kat sayı arasındaki ilişkiyi doğru kurabildiklerinden dolayı genel olarak cebirsel ifadeden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı oldukları görülmüştür.

*A: Şimdi 'C' bölümündeki tablo ile gösterme örneğiyle devam edelim.*

*A: Bu örnekte bir tablo verilmiş. Tabloya uygun sözel bir ifade yazmaya çalışın.*

*S7: Problem gibi yazsak da olur mu?*

*S12: A aracı 80 km hızla yol alıyor. Buna göre zaman içinde aldığı yol uzunluğunun km cinsinden değişimi nasıldır?*

*A: Evet güzel örnek. Başka peki?*

*S7: Tabloya göre bir araba 5 saatte kaç km yol gitmiş olabilir?*

*S5: Bir araç saatte 80 km hızla gidiyor. Bu araç kaç saatte 320 km gider?*

*S18: Yukarıdaki tabloya göre bir araba saatte 80 km yol gidiyorsa 4 saatte kaç km yol gider?*

*A: Hemen hemen benzer sözel ifadeler yazmışsınız. Peki, cebirsel ifadesini nasıl yazarız?*

*S14: Değişkenleri de açıklayalım mı?*

*A: Evet değişkenleri de söyleyin. Var mı yazdığı cebirsel ifadeyi söylemek isteyen?*

*S18:* $1x + 80 = y$ *şeklinde yazdım.*

*S12:* $80x.$

*S4:* $y = 80x.$

*A: Yola 'y', zamana 't' desek cebirsel ifademiz* $y = 80t$ *olabilir mi?*

*S7, S18, S9: Evet olabilir.*

*A: Peki grafiği nasıl çizebiliriz? Öncelikle bu nasıl bir grafik olmalı?*

*S10, S11, S17: Artan grafik olmalı.*

*S11: Süreyi x eksenine, alınan yolu da y eksenine yazarız.*

İkinci hafta yapılan konu anlatım etkinliğindeki üçüncü soru tablo şeklinde verilmiştir. Öğrencilerden 'a' şıkkında tabloda verilenlere uygun sözel ifade yazmaları, b' şıkkında tabloya uygun cebirsel ifade yazmaları ve 'c' şıkkında ise tabloda verilenlere uygun grafik çizmeleri istenmiştir. Öğrencilerden bazıları değişkenle katsayı arasındaki ilişkiliyi doğru kuramadıkları için tabloya uygun sözel bir ifade ve cebirsel ifade yazamamışlardır. Fakat öğrencilerin tabloya uygun grafikleri doğru çizdikleri görülmüştür.

*A: Şimdi 'D' bölümündeki grafik ile gösterme örneğiyle devam edelim.*

*A: Bu örnekte bir grafik verilmiş. Grafikte neler var? Grafiğe uygun sözel bir ifade yazmaya çalışın.*

*S12: Bir kovanda 160 arı vardır. Arı sayısı her geçen gün yirmişer artmaktadır. Buna bağlı olarak zaman içinde değişkenlik gösteren kovandaki arı sayısı nasıl olur?*

*A: Aferin güzel örnek verdin. Başka örnek verecek olan?*

*S15: Bir kovanda 160 arı vardır. He gün 20 arı artarsa dördüncü günde kaç arı olur?*

*S1: Başlangıçta 160 arı bulunan kovanda her gün 20 artıyorsa dört günün sonunda kaç arıya ulaşılır?*

*A: Güzel. Peki, cebirsel ifadesi nasıl olur?*

*S15:* $160 + 20x$ *olur.*

*S12:* $160 + 20x = y.$

*A: Tamamdır şimdi gelelim tabloya. Tabloyu nasıl çizeriz?*

*S3: Tabloda sıfırda başlarız. Yani başlangıçta 160 arı, ilk gün 180 arı, ikinci gün 200 arı şeklinde devam ediyor.*

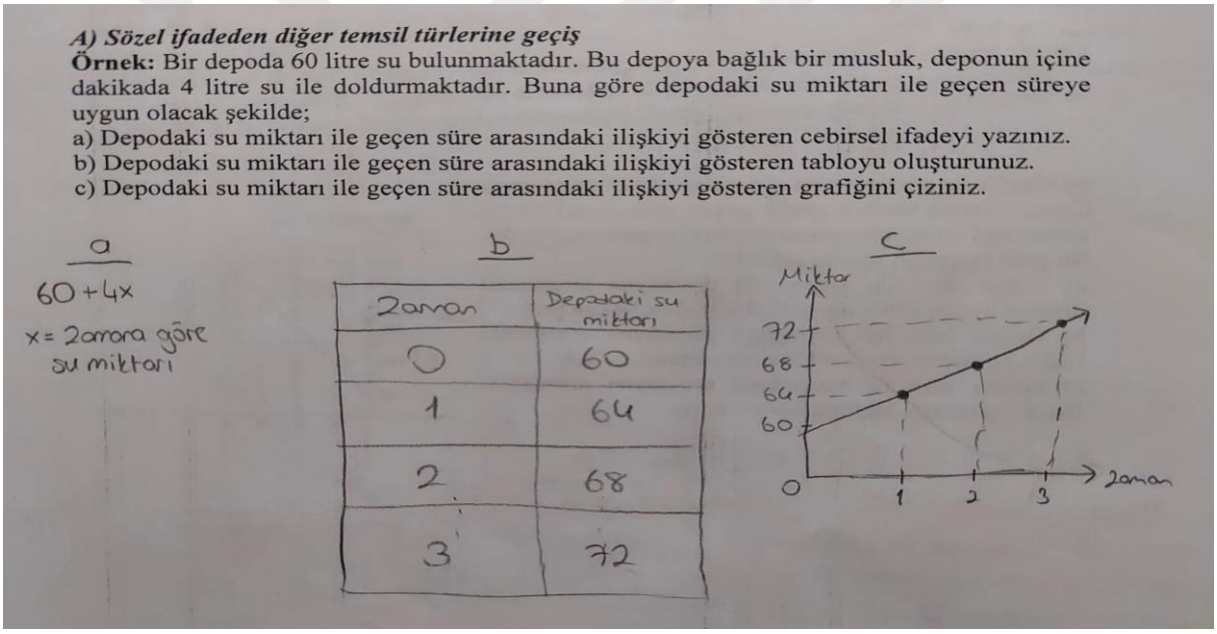
*S18: Ben de aynı şekilde yaptım tabloyu. Arı sayısı ve geçen gün olarak yazdım tabloya.*

İkinci hafta yapılan konu anlatım etkinliğindeki dördüncü soru grafik şeklinde verilmiştir. Öğrencilerden ‘a’ şıkkında grafikte verilenlere uygun sözel ifade yazmaları, b’ şıkkında grafiğe uygun cebirsel ifade yazmaları ve ‘c’ şıkkında ise grafikte verilenlere uygun tablo çizmeleri istenmiştir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin değişkenle kat sayı arasındaki ilişkiyi doğru kurabildiklerinden dolayı grafik temsilinden diğer temsil türlerine geçişlerde zorlanmamışlardır.

Sekizinci sınıf öğrencileriyle yapılan konu anlatım etkinliğindeki öğrenci cevaplarına ait örnekler Şekil 51, Şekil 52, Şekil 53 ve Şekil 54’te verilmiştir. Şekillerde verilen öğrenci cevaplarının hepsi araştırmacının tahtaya doğru cevapları yapmadan önce öğrencilerin çalışma kâğıtlarına yaptıkları cevaplardır. Sırasıyla örnek cevaplar şu şekildedir:

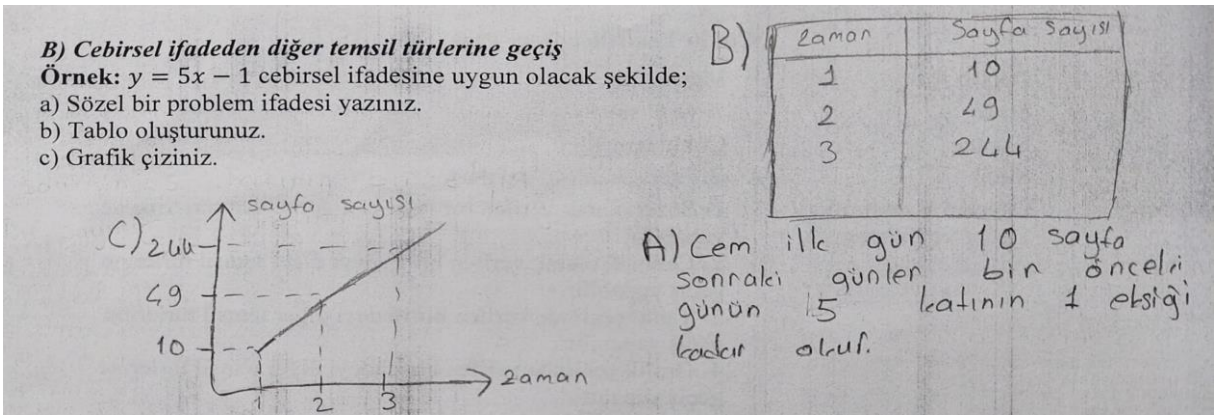
**Şekil 51**

*S3’ün konu anlatım etkinliğinin ‘A’ bölümündeki örneğe ait cevapları*



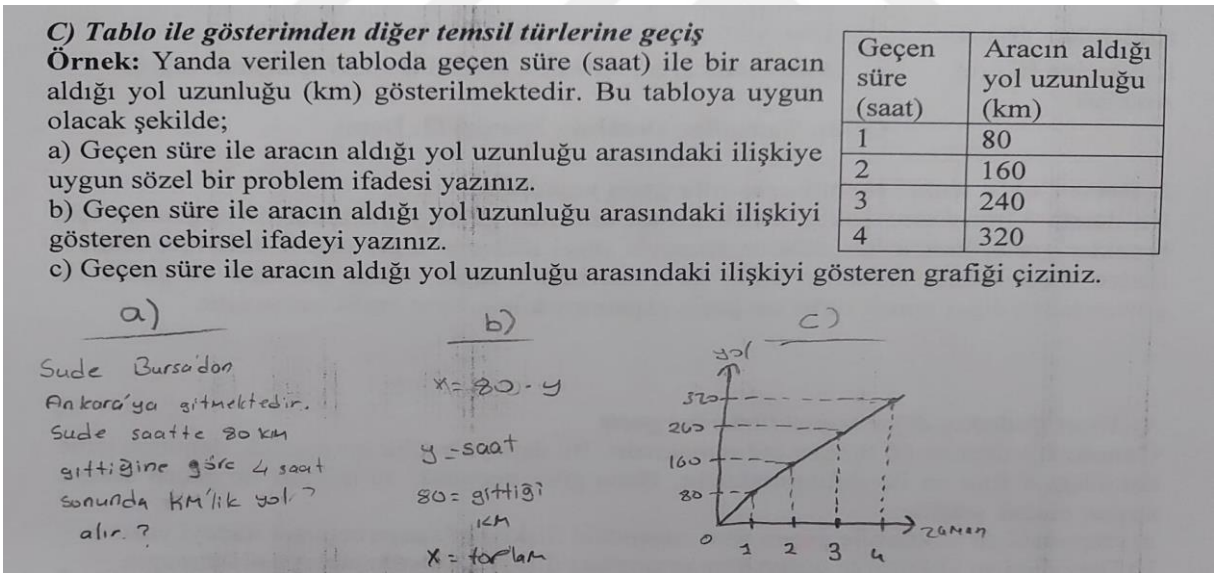

Şekil 51’de S3’ün konu anlatım etkinliği ‘A’ bölümündeki sorulara verdiği cevaplar görülmektedir. ‘A’ bölümündeki örnekte sözel ifadeden diğer temsil türlerine geçiş soruları bulunmaktadır. S3 üç şıkkı da doğru yapmıştır. S3, sözel ifade temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

**Şekil 52**
*S12'nin konu anlatım etkinliğinin 'B' bölümündeki örneğe ait cevapları*




Şekil 52'de S12'nin konu anlatım etkinliği 'B' bölümündeki sorulara verdiği cevaplar görülmektedir. 'B' bölümündeki örnekte cebirsel ifadeden diğer temsil türlerine geçiş soruları bulunmaktadır. S12, üç şıkkı da doğru yapmıştır. S12, cebirsel ifade temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

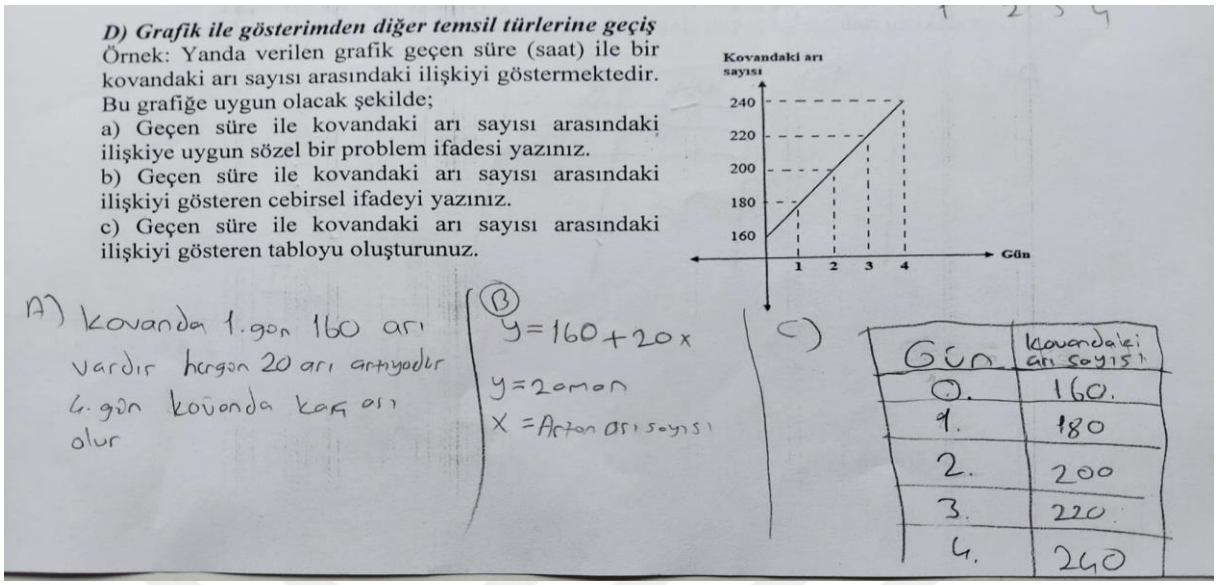
**Şekil 53**
*S19'un konu anlatım etkinliğinin 'C' bölümündeki örneğe ait cevapları*




Şekil 53'te S19'un konu anlatım etkinliği 'C' bölümündeki sorulara verdiği cevaplar görülmektedir. 'C' bölümündeki örnekte tablo ile gösterimden diğer temsil türlerine geçiş soruları bulunmaktadır. S19, üç şıkkı da doğru yapmıştır. S19, tablo ile gösterimden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

**Şekil 54**

*S10'un konu anlatım etkinliğinin 'D' bölümündeki örneğe ait cevapları*




Şekil 54'te S10'un konu anlatım etkinliği 'D' bölümündeki sorulara verdiği cevaplar görülmektedir. 'D' bölümündeki örnekte grafik ile gösterimden diğer temsil türlerine geçiş soruları bulunmaktadır. S10, üç şıkkı da doğru yapmıştır. S10 grafik ile gösterme temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

### *4.2.2.2. Sekizinci Sınıf Öğrencileri İle Yapılan Çalışma Kâğıtları Etkinlikleri*

Sekizinci sınıf öğrencileriyle yapılan çalışma kâğıtları etkinlikleri 4 hafta sürmüştür. Çalışma kâğıtları sırasıyla sözel ifade, cebirsel ifade, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme sorularından oluşmaktadır.

*a) Sözel ifade çalışma kâğıtlarından elde edilen bulgular*

Çalışma kâğıtlarından ilki sözel ifadeler çalışma kâğıdıdır. Sözel ifadeler çalışma kâğıdından çeşitli bulgular elde edilmiştir.

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Birinci sorunun 'a' şıkkındaki cebirsel ifadeyi kim söylemek ister?*

*S5:* $10 + 3x$.

*S18:* $y = 10 + 3x$.

*A: Burada x dediğimiz ne oluyor?*

*S18: Geçen gün sayısı.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci sorunun 'a' şıkkında sözel ifade temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun 'a' şıkkına S5 ve S18 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S5 ve S18 kodlu öğrenciler kumbaradaki para miktarı ile

geçen gün arasındaki ilişkiyi doğru kurdukları için cebirsel ifadeyi doğru yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Cebirsel ifade* $y = 10 + 3x$ *şeklinde olur. 'x' değişkeni de zamanı, 'y' değişkeni de biriken para miktarını belirtir.*

*A: Şimdi 'b' şıkkında istenen tabloyu çizelim. Tabloyu çizerken sütun başlıkları ne olmalı?*

*S3: Zaman ve para*

*S5: Geçen gün ve kumbarada biriken para.*

*S11: Tabloda zamanı üç güne kadar yazsak olur mu?*

*A: Evet olur.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci sorunun 'b' şıkkında sözel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun 'b' şıkkına S3, S5 ve S11 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S3, S5 ve S11 kodlu öğrenciler kumbaradaki para miktarı ile geçen gün arasındaki ilişkiyi doğru kurduklarından dolayı tablonun sütunlarına yazılması gerekenleri doğru belirlemiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Başlangıçta kaç para vardı kumbarada?*

*S7, S9 ve S11: 10 TL para vardı.*

*A: O zaman başlangıçta 10 TL olmalı. Peki, sonra kaç TL olacak?*

*S10: Birinci gün 13 TL.*

*S3, S10 ve S11: İkinci gün 16 TL, üçüncü gün 19 TL olur.*

*A: Evet doğru. O zaman gün ve para miktarlarını karşılıklı yazdığımızda tabloyu çizmiş oluruz.*

*A: Tabloyu çizdikten sonra 'c' şıkkında istenen grafiği çizelim. Grafikte eksenlerimiz ne olmalı?*

*S6: Zaman ve para miktarı.*

*S14: Yatay eksene zaman, dikey eksene ise biriken para miktarı deriz. Yatay eksende sıfırdan dikey eksende ise 10 TL'den başlamamız lazım.*

*A: Tamam herkes çizsin grafiğini. Başlangıçta kaç paramız vardı?*

*S9, S11 ve S18: 10 TL para vardı.*

*A: Yani 10, 13, 16, 19 şeklinde gidiyor para miktarı.*

*S11 ve S12: Grafiğin çizgisi dikey eksendeki 10'dan başlayacak.*

*A: Evet doğru.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci sorunun ‘c’ şıkkında sözel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun ‘c’ şıkkına S9, S11, S12 ve S18 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S9, S11, S12 ve S18 kodlu öğrenciler kumbaradaki para miktarı ile geçen gün arasındaki ilişkiyi doğru kurduklarından grafiğin eksenlerine neler yazılması gerektiğini doğru belirlemiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: İkinci sorunun ‘a’ şıkkındaki cebirsel ifadeyi kim söylemek ister?*

*S1 ve S15:* $100.2x$.

*S12:* $y = 100 + 2x$.

*S9 ve S11:* $100 + 2x$.

*S14:* $100 + 100x$.

*A: Şimdi yazdıklarınıza bakarsak cebirsel ifade hangisi olabilir? ‘x’ yerine 1, 2, 3 gibi değerler verelim. O zaman kapta sırasıyla 100, 200, 400 tane bakteri olmalı.*

*S15: Benim dediğim cebirsel ifade sağlıyor.*

*A: Evet S15, senin dediğin belli bir yere kadar sağlıyor ama sorudaki istenen cebirsel ifade tam olarak o şekilde değil.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun ‘a’ şıkkında sözel ifade temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun ‘a’ şıkkına sınıftaki öğrencilerin hepsi yanlış cevap vermiştir. Öğrenciler kaptaki bakteri sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru kuramadıklarından dolayı cebirsel ifadeyi doğru yazamamıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Cebirsel ifadeyi birlikte yazalım şimdi. Dikkat ederseniz bakteri sayısı hep iki katına çıkıyor. Yani ikinin kuvveti şeklinde olmalı.*

*A: O zaman cebirsel ifade* $y$: $2^x.100$ *şeklinde olur. ‘x’ değişkeni zaman ve ‘y’ değişkeni de kaptaki bakteri sayısıdır.*

*A: Cebirsel ifadeyi yazdığımıza göre ‘b’ şıkkında istenen tabloyu çizelim. Ne yazdınız tablodaki sütun başlıklarına?*

*S4: Tabloya bakteri sayısı ve süre yazdım.*

*S18: Bakteri sayısı ve zaman yazdım.*

*S5: Geçen süre ve kaptaki bakteri sayısı.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun ‘b’ şıkkında sözel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun ‘b’ şıkkına S4, S5 ve S18 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S4, S5 ve S18 kodlu öğrenciler kaptaki bakteri sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru kurduklarından dolayı tablonun sütunlarına yazılması gerekenleri doğru belirlemiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Birlikte çizelim şimdi tabloyu. Süre ve kaptaki bakteri sayısını yazalım. Başlangıçta kaç tane bakteri vardı?*

*S7, S9, S14 ve S18: 100 tane.*

*A: Tablonun sol sütununa zaman, sağ sütununa ise bakteri sayısı yazalım. Başlangıçta 100 tane bakteri vardı. Bir saatin sonunda 200, ikinci saatin sonunda ise 400 tane, üç saatine sonunda 800 tane bakteri olacak şekilde tabloyu çizebiliriz.*

*A: Tabloyu çizdiğimize göre ‘c’ şıkkında istenen grafiğe geçelim. Grafikteki eksenlerin isimleri neler olmalı?*

*S2, S7, S16 ve S19: Yatay eksen zaman, dikey eksen de bakteri sayısı olmalı.*

*A: Evet doğru.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun ‘c’ şıkkında sözel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun ‘c’ şıkkına S2, S7, S16 ve S19 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S2, S7, S16 ve S19 kodlu öğrenciler kaptaki bakteri sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru kurduklarından dolayı grafiğin eksenlerine neler yazılması gerektiğini doğru belirlemiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Grafiği beraber çizelim. Yatay eksen zaman, dikey eksen ise bakteri sayısı olsun. Gün sayısı 1, 2, 3 şeklinde, bakteri sayısı ise 100, 200, 400, 800 şeklinde olur. Gün sayısı ile bakteri sayısını eşleştirip grafiği çizebiliriz.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Üçüncü sorunun ‘a’ şıkkındaki cebirsel ifadeyi kim söylemek ister?*

*S20: y =* $560 - 80x$.

*A: Peki başka?*

*S1, S3, S9, S14 ve S15: Benimde aynı.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun ‘a’ şıkkında sözel ifade temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun ‘a’ şıkkına S1, S3, S9, S11, S14,

S15, S18 ve S20 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S1, S3, S9, S11, S14, S15, S18 ve S20 kodlu öğrenciler geçen süre ile kalan yol arasındaki ilişkiyi doğru kurduklarından dolayı cebirsel ifadeyi doğru yazabilmiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Peki bu x değişkeni ne anlama geliyor?*

*S11: Saat.*

*S18: y değişkeni de kalan yol anlamına geliyor.*

*A: Evet doğru. Yani cebirsel ifade S20'nin dediği gibi* $y = 560 - 80x$ *şeklinde olur.*

*A: Peki 'b' şıkkındaki tabloyu nasıl çizeriz?*

*S6 ve S9: Kalan yol ve geçen süre yazmalıyız tablo bölümlerine.*

*A: Evet doğru. Şimdi birlikte çizelim tabloyu.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'b' şıkkında sözel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'b' şıkkına S6, S7, S9 ve S10 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S6, S7, S9 ve S10 kodlu öğrenciler geçen süre ile kalan yol arasındaki ilişkiyi doğru kurduklarından dolayı tablonun sütunlarına yazılması gerekenleri doğru belirlemiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Tablodaki sütunlarda zaman ve kalan yol miktarları olmalı.*

*A: Başlangıçta kaç km yol vardı?*

*S7: 560 km yol vardı.*

*A: 1 saat sonunda ne kadar yol kalır?*

*S10: 480 km yol kalır.*

*A: 2 saat sonunda ne kadar yol kalır?*

*S7 ve S10: 400 km yol kalır.*

*A:Evet doğru. Tabloyu tamamladık böylece. Şimdi 'c' şıkkındaki grafiği çizmeye çalışalım.*

*S18: Üst tarafa kalan yolu, alt tarafa geçen süreyi yazarız.*

*A: Yani yatay eksen zaman ya da geçen süre, dikey eksen kalan yol olmalı.*

*A: Doğru. Peki, bu araç yolu kaç saatte tamamlar?*

*S3, S7 ve S10: 7 saatte tamamlar.*

*A: Evet doğru.*

*S18: Dikey eksende kalan yolu sıfır olduğu nokta ile zamanı yatay eksende yedinci saat olacak şekilde çizdim.*

*A: Tamam olur. Şimdi herkes kendi grafiğini çizsin.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'c' şıkkında sözel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'c' şıkkına S3, S7, S10 ve S18 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S3, S7, S10 ve S18 kodlu öğrenciler geçen süre ile kalan yol arasındaki ilişkiyi doğru kurduklarından dolayı kurduklarından grafiğin eksenlerine neler yazılması gerektiğini doğru belirlemiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Herkes dördüncü sorunun 'a' şıkkındaki cebirsel ifadeyi yazsın. Cebirsel ifadeyi yazan var mı?*

*S14:* $8x - 3$ *buldum.*

*S5: Hocam bu giderek artıyor mu?*

*A: Evet örüntüdeki sayılar giderek artıyor.*

*S5:* $5 + 3x$.

*S3:* $6x - 1$.

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun 'a' şıkkında sözel ifade temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun 'a' şıkkına sekizinci sınıf öğrencilerinden doğru cevap veren olmamıştır. Sekizinci sınıf öğrencileri örüntüdeki adım sayısı ile adımda yer alan sayı arasındaki ilişkiyi doğru kuramadıklarından dolayı cebirsel ifadeyi doğru yazamamıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Cebirsel ifadeyi birlikte yazalım. Örüntüye baktığımızda sayılar bir önceki sayının iki katının üç eksiği şeklinde gidiyor. Terimlerdeki sayılar sırasıyla 5, 7, 11, 19, 35 şeklinde oluyor. Sayıların arasındaki farka baktığımızda 2, 4, 8, 16 şeklinde olduğunu görüyoruz.*

*A: Yani ikinin kuvveti şeklinde gidiyor. O zaman* $2^x$ *'i yazalım. Devam edelim şimdi. 'x' yerine bir yazdığımızda 5 olmalı. O zaman cebirsel ifade* $2^x + 3$ *şeklinde olur.*

*A: Cebirsel ifadeyi yazdığımıza göre 'b' şıkkında istenen tabloyu çizelim. Tabloda sütun başlıklarına ne yazdınız?*

*S3: Adım sayısı ve adımda yazılan sayı.*

*S20: Adım sayısı ile adımda olan sayı.*

*S14: x'e adım sayısı, y'ye örüntü ilerleyişi.*

Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun 'b' şıkkında sözel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun 'b' şıkkına S3, S14 ve S20 doğru cevap vermiştir. S3, S14 ve S20 kodlu öğrenci örüntüdeki adım sayısı ile adımda yer alan sayı arasındaki ilişkiyi doğru kurduğundan dolayı tablonun sütunlarına yazılması gerekenleri doğru belirlemiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Tablonun sol sütununa adım sayısı, sağ sütununa ise adımdaki sayı yazalım. Solda adım sayısı olarak 1, 2, 3, 4 yazıldığında bu sayıların karşısına sağ sütunda 5, 7, 11, 19 sayıları yazılmalıdır.*

*A: Tabloyu çizdik. Şimdi 'c' şıkkındaki grafiği çizelim. Grafikte eksenlerin isimleri neler olabilir?*

*S14: Yatay eksene adım sayısı, dikey eksene adımda yazan sayı.*

*S18: Yatay eksene toplam adım, diğerine de adımda yazan sayı.*

*A: Grafik hangi noktadan başlayacak.*

*S11: 5'ten başlayacak.*

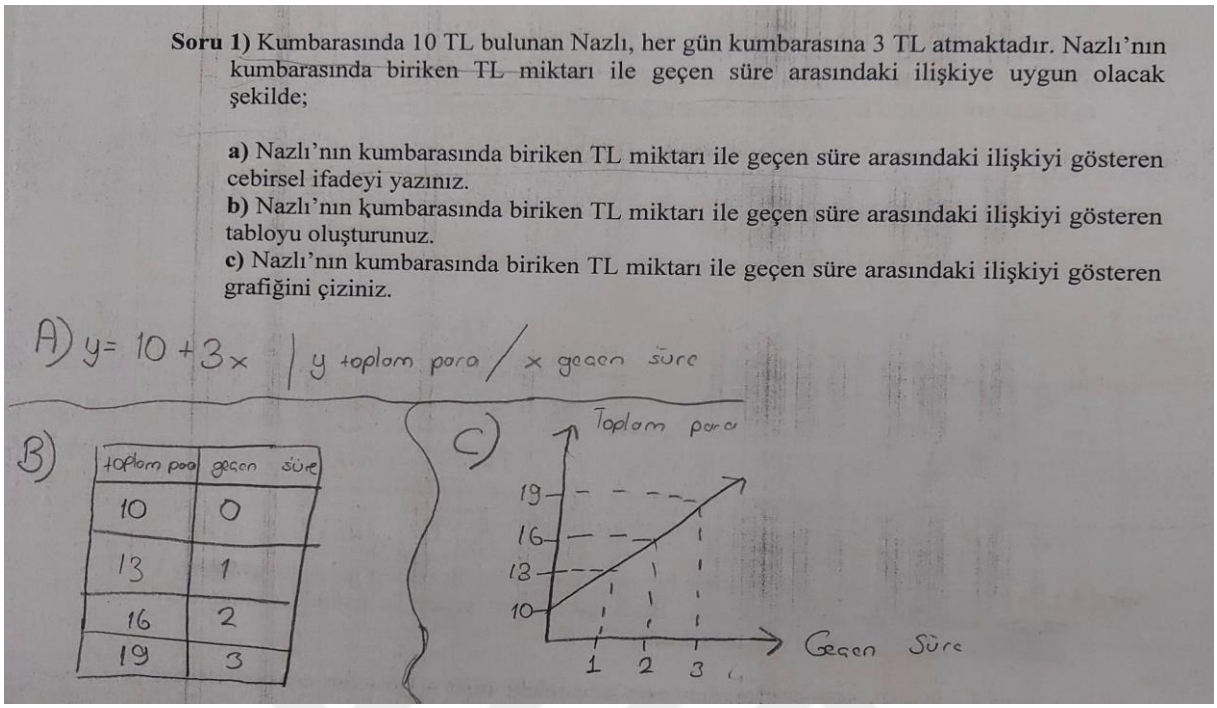
Sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun 'c' şıkkında sözel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun 'c' şıkkına S11, S14 ve S18 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S11, S14 ve S18 kodlu öğrenciler örüntüdeki adım sayısı ile adımda yer alan sayı arasındaki ilişkiyi doğru kurduklarından dolayı kurduklarından grafiğin eksenlerine yazılması gerekenleri doğru belirlemiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere sözel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir

*A: Yatay eksene adım sayısı, dikey eksene ise adımda yazan sayı diyelim. Yatay eksendeki adım sayı olarak 1, 2, 3, 4 yazalım. Dikey eksende de bu sayılara karşılık gelen 5, 7, 11, 19 sayılarını yazalım. Daha sonra iki eksendeki sayıları eşleştirdiğimizde grafiği çizmiş oluruz.*

Sekizinci sınıf öğrencileriyle yapılan sözel ifadeler çalışma kâğıdı etkinliğindeki öğrenci cevaplarına ait örnekler Şekil 55, Şekil 56, Şekil 57 ve Şekil 58'de verilmiştir. Şekillerde verilen öğrenci cevaplarının hepsi araştırmacının tahtaya doğru cevapları yapmadan önce öğrencilerin çalışma kâğıtlarına yaptıkları cevaplardır. Örnek cevaplar sırasıyla şu şekildedir:

**Şekil 55**

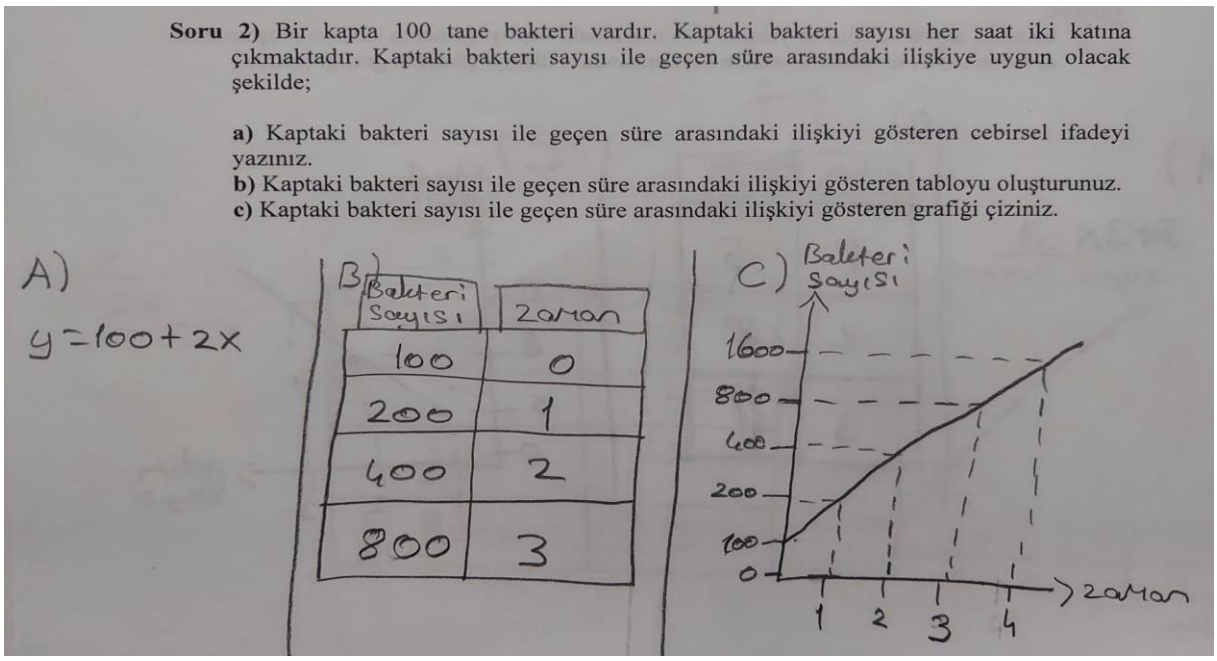
*S13'ün sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci soruya ait cevapları*




Şekil 55'te S13'ün sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci soruya verdiği cevaplar görülmektedir. S13, birinci sorudaki üç şıkkı da doğru yapmıştır. S13, birinci soruda sözel ifade temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

**Şekil 56**

*S16'nın sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci soruya ait cevapları*

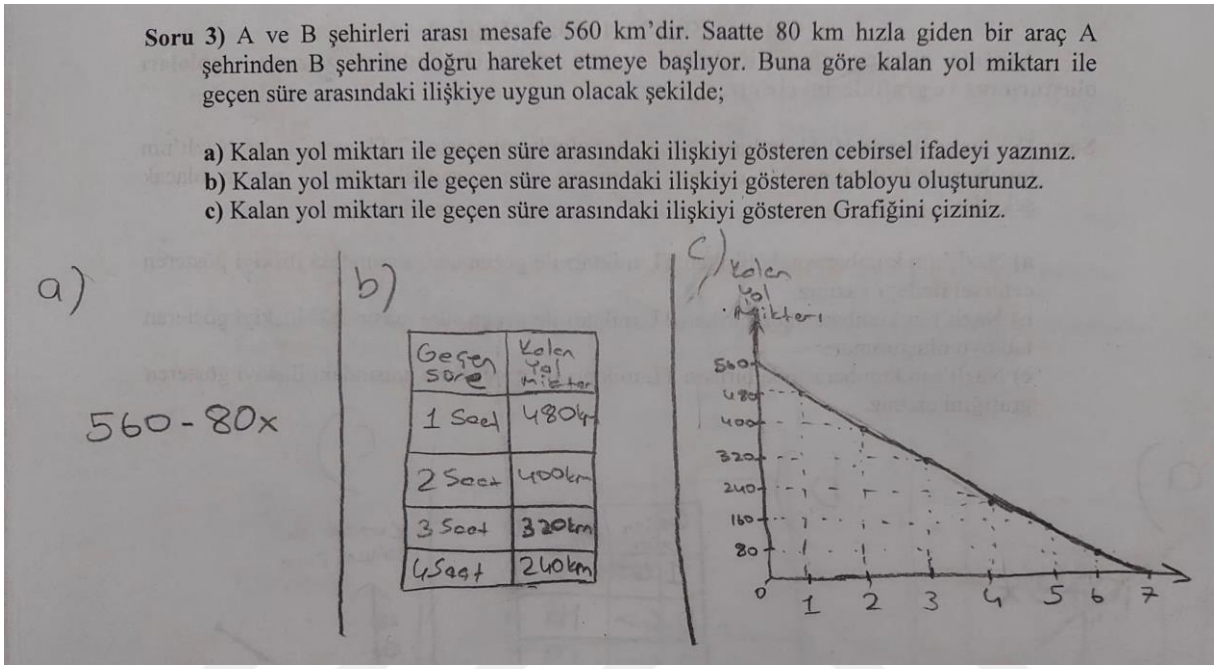



Şekil 56'da S16'nın sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci soruya verdiği cevaplar görülmektedir. S16, ikinci sorudaki 'b' ve 'c' şıklarını doğru yapmış, ama 'a' şıkkını ise yanlış

yapmıştır. ‘a’ şıkkında cebirsel ifadeyi doğru yazamamıştır. S16, ikinci soruda sözel ifade temsil türünden tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişlerde başarılı olurken, cebirsel ifade temsil türüne geçişte başarılı olmamıştır.

**Şekil 57**

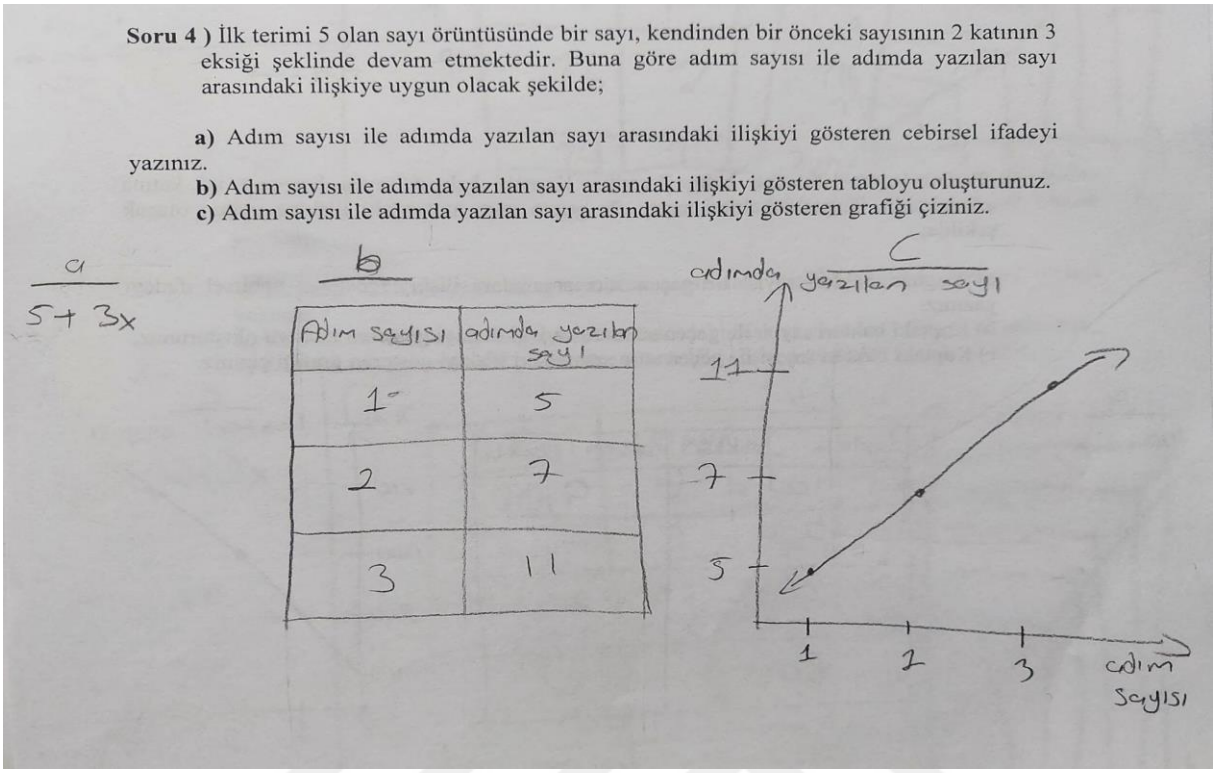
*S5’in sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya ait cevapları*




Şekil 57’de S5’in sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya verdiği cevaplar görülmektedir. S5, üçüncü sorudaki üç şıkkı da doğru yapmıştır. S5, üçüncü soruda sözel ifade temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

**Şekil 58**

*S17'nin sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya ait cevapları*




Şekil 58'de S17'nin sözel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya verdiği cevaplar görülmektedir. S17, dördüncü s sorudaki 'b' ve 'c' şıklarını doğru yapmış, ama 'a' şıkkını ise yanlış yapmıştır. 'a' şıkkında cebirsel ifadeyi doğru yazamamıştır. S17, örüntünün genel kuralını bulamamıştır. S17, sözel ifade temsil türünden tablo ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişlerde başarılı olurken cebirsel ifade temsil türüne geçişte başarılı olamamıştır.

b) Cebirsel ifadeler çalışma kâğıtlarından elde edilen bulgular

Çalışma kâğıtlarından ikincisi cebirsel ifadeler çalışma kâğıdıdır. Cebirsel ifadeler çalışma kâğıtlarından çeşitli bulgular elde edilmiştir.

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Birinci sorunun 'a' şıkkındaki sözel ifadeyi kim söylemek ister?*

*S18: Para biriktirmeye başlayan Eymen her gün kumbarasına 3 TL atıyor. Başlangıçta kumbarada 2 TL olduğuna göre Eymen'nin kaç TL'si birikir?*

*S10: Mehmet'in kumbarasında 3 TL vardır. Her gün kumbaraya 2 TL atmıştır. Bir hafta sonra kumbarada kaç TL'si olmuştur?*

*S14: Her adımda adım sayısının üç katının iki fazlası kadar kalori yakan Seda'nın adımlara göre kaç kalori yaktığını açıklayınız.*

*S11: Murat'ın kumbarasında 5 TL'si vardır. Kumbaraya her gün bir önceki günün üç katının 2 TL fazlası olacak şekilde para atarsa beşinci günün sonunda kaç TL'si olur?*

*S4: Bir kişi her gün bir önceki günün üç katının iki fazlası olacak şekilde sayfa okuyor. Buna göre kaç sayfa kitap okumuştur?*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci sorunun 'a' şıkkında cebirsel ifade temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun 'a' şıkkına S4, S10, S11 ve S14 kodlu öğrenciler doğru cevap verirken S18 kodlu öğrenci yanlış cevap vermiştir. S18 kodlu öğrenci $3x + 2$ cebirsel ifadesindeki 'x' değişkeninin yerine yazılması gerekeni doğru ifade edememiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: 'Merve para biriktirmeye başlamıştır. Kumbarasında başlangıçta 2 TL vardır. Her gün düzenli olarak kumbaraya 3 TL atmıştır. Bir hafta sonra kumbarada kaç TL'si olmuştur? Buna gör Merve'nin kumbarasındaki para miktarının zamana göre değişimi nasıl olur?' şeklinde sözel bir ifade yazabiliriz.*

*A: Sözel ifadeyi yazdığımıza göre geçelim 'b' şıkkına. Herkes kendi yazdığı sözel ifadeye uygun tabloyu çizsin.*

*A: Sütun başlıklarına ne yazdınız?*

*S6: Sol sütuna gün, sağ sütuna para miktarı.*

*S4: Gün ve sayfa sayısı.*

*S14: x'e adım sayısı, y'ye harcanan kalori yazdım.*

*S20: Gün sayısı ve biriken para miktarı.*

*S18: Geçen gün sayısı ve toplam para sayısı.*

*S7: Zaman ve sayfa sayısı.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci sorunun 'b' şıkkında cebirsel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun 'b' şıkkına S4, S6, S7, S14, S18 ve S20 kodlu öğrenciler kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S4, S6, S7, S14, S18 ve S20 kodlu öğrenciler $3x + 2$ cebirsel ifadedeki 'x' değişkenine 0, 1, 2, 3 gibi değerler verip tabloyu doğru çizmiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Yazdığım sözel ifadeye uygun tabloyu birlikte çizelim. Sözel ifadede para miktarı ve günü kullanmıştım. O zaman tablonun sol sütununa gün sayısını, sağ sütununa ise para*

*miktarını yazalım. Tabloya sırasıyla başlangıçta 3 TL, birinci gün 5 TL, ikinci gün 7 TL, üçüncü gün 9 TL olacak şekilde yazabiliriz.*

*A: Tabloyu çizdiğimize göre şimdi 'c' şıkkındaki grafiği çizelim. Grafiğin eksenlerine ne yazdınız?*

*S7: y eksenin sayfa sayısı, x eksenine zaman yazdım.*

*S18: Yataya geçen gün, dikeye de toplam para sayısı.*

*S6: Yataya geçen gün, dikeye de para miktarı yazdım.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci sorunun 'c' şıkkında cebirsel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun 'c' şıkkına S6, S7 ve S18 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S6, S7 ve S18 kodlu öğrenciler $3x + 2$ cebirsel ifadedeki 'x' değişkenine 0, 1, 2, 3 gibi değerler verip grafiği doğru çizmiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Biraz önce yazdığım sözel ifadeye uygun grafiği birlikte çizelim. Sözel ifadede sayfa sayısı ve günü kullanmıştım. O zaman grafiğin yatay eksenine günü, düşey eksenine ise kumbaradaki toplam para miktarını yazalım. Grafiği çizmeye düşey eksen üzerindeki 2 TL'den başlayarak eksenler sırasıyla birinci gün 5 TL, ikinci gün 7 TL, üçüncü gün 9 TL olacak şekilde grafiği çizmiş oluruz.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

A*: İkinci sorunun 'a' şıkkındaki sözel ifadeyi kim okumak ister?*

*S14: Şeyda dedesinin tarlasına yardım etmektedir. Her geçen gün ekilen tohum sayısının dört katının bir eksiği kadar tohum ekmektedir. Ekilen tohum sayısının günlere göre değişimini bulunuz.*

*S20: Kerem'in kumbarasında 10 TL'si vardır. Kerem her geçen gün bir önceki günün dört katının bir TL eksiği kadar para eklemektedir. Üçüncü günün sonunda Kerem'in kumbarasında kaç TL'si birikir?*

*S6: Her gün kumbarasına bir önceki günün dört katının 1 eksiği kadar para atan bir kişi ilk gün 5 TL attıysa kumbaradaki paranın zamana göre değişimi nasıl olur?*

*S7: İlk gün on sayfa kitap okuyan bir kişi her gün bir önceki günün dört katının bir eksiği olacak şekilde kitap okuyor. Buna göre üç günde kaç sayfa kitap okumuş olur?*

*S18: Bir ressam ilk gün 5 resim çizmiştir. Her gün bir önceki günün dört katından bir eksik resim çizen ressam bir haftada kaç resim çizmiştir?*

*S8: Yiğit ilk gün marketten 4 çikolata almıştır. Her gün aldığı çikolata sayısının dört katı fazlasını almakta ve her gün bir tanesini yemektedir. Buna göre üçüncü gün kaç çikolatası olur?*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun 'a' şıkkında cebirsel ifade temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun 'a' şıkkına S6, S7, , S14, S18 ve S20 kodlu öğrenciler doğru cevap verirken S8 kodlu öğrenci doğru cevap verememiştir. S8 kodlu öğrenci 'x' değişkeninin yerine gelecek ifadeleri doğru belirleyemediği için sözel ifadeleri doğru yazamamıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: 'Hasan ilk gün 15 dakika spor yapmıştır. Daha sonraki günler bir önceki günün dört katının bir dakika eksiği kadar spor yaptığına göre Hasan beş günün sonunda toplam kaç dakika spor yapmıştır?' şeklinde sözel bir ifade yazabiliriz.*

*A: Sözel ifadeyi yazdık. Şimdi 'b' şıkkında yazdığınız sözel ifadeye uygun tabloyu çizin.*

*A: Tablodaki sütunların başlıklarına neler yazdınız?*

*S11: Gün ve para.*

*S1: Gün ve sayfa.*

*S20: Geçen gün ve biriken para miktarı.*

*S18: Geçen gün sayısı ve toplam çizilen resim.*

*S10: Zaman ve yürüdüğü yol.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun 'b' şıkkında cebirsel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun 'b' şıkkına S1, S10, S11, S18 ve S20 kodlu öğrenciler doğru cevap vermişlerdir. S1, S10, S11, S18 ve S20 kodlu öğrenciler $4x - 1$ cebirsel ifadesindeki 'x' değişkeninin yerine 0, 1, 2, 3 gibi değerler vererek tabloları doğru oluşturmuştur. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı 104 sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Az önce yazdığım sözel ifadeye göre tablonun sol sütununa gün, sağ sütununa spor süresi yazabilirim. O halde tabloyu birinci gün 15 dakika, ikinci gün 59 dakika, üçüncü gün 235 dakika spor yapacak şekilde gösterebiliriz.*

*A: Tabloyu çizdik. Şimdi 'c' şıkkındaki grafiği çizsin herkes.*

*A: Grafik çizerken eksenlere neler yazdınız?*

*S18: Dikeye toplam çizilen resim sayısı, yataya da gün sayısı yazdım.*

*S20: Geçen gün ve biriken para miktarı.*

*S4: y eksenine sayfa sayısı, x eksenine ise gün.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun 'c' şıkkında cebirsel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun 'c' şıkkına S4, S18 ve S20 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S4, S18 ve S20 kodlu öğrenciler $4x - 1$ cebirsel ifadedeki 'x' değişkenine 0, 1, 2, 3 gibi değerler verip grafiği doğru çizmişlerdir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Yazdığım sözel ifadeye göre grafiğin yatay eksenine gün sayısını, dikey eksenine ise spor süresini yazabilirim. Grafiğin eksenlerini birinci gün 15 dakika spor, ikinci gün 59 dakika spor, üçüncü güne 235 dakika spor olacak şekilde gösterdiğimizde grafiği çizmiş oluruz.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Üçüncü sorunun 'a' şıkkındaki sözel ifadeyi kim okumak ister?*

*S14: 240 litre benzin alan bir aracın deposu tamamen doludur. Saatte 60 litre yakan bir aracın kaçıncı saatte benzinliğe uğraması gerekmektedir?*

*S8: Saatte 60 km hızla giden bir araç 240 km'lik yolu kaç saatte bitirir?*

*S20: Kerem, 240 sorusu olan bir matematik testinde her gün 60 soru çözmektedir. Kerem kaç gün sonra matematik testini bitirir?*

*S18: Toplam 240 sayfa olan bir kitabı her gün 60 sayfa okuyarak bitirmeye çalışan Emirhan kitabı kaç günde bitirir?*

*S1: İki şehir arası 240 km'dir. Saatte 60 km hızla giden Ada, bu yolu kaç saatte gider?*

*S3: Alp 240 sayfalık bir kitabı her gün 60 sayfa olmak üzere okuyor. Kalan sayfa sayısı ile zaman arasındaki ilişkiyi yazın.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'a' şıkkında cebirsel ifade temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'a' şıkkına S1, S3, S8, S14, S18 ve S20 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S1, S3, S8, S14, S18 ve S20 kodlu öğrenciler $240 - 60x$ cebirsel ifadesindeki 'x' değişkeninin yerine çeşitli ifadeler koyarak sözel ifadeleri doğru yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir

*A: Beraber yazalım sözel ifadeyi. 'Ayla'nın kumbarasında 240 TL'si vardır. Haftada 60 TL'sini harcıyor. Buna göre Ayla'nın kumbarasındaki kalan parasının zamana göre değişimi nasıldır?' gibi bir sözel ifade yazabiliriz.*

*A: Sözel ifadeyi yazdık. Şimdi geçelim 'b' şıkkına. Herkse kendi yazdığı sözel ifadeye uygun tabloyu çizsin.*

*A: Tablodaki sütunların başlıklarına neler yazdınız?*

*S20: Gün sayısı ve kalan soru miktarı.*

*S13: Kalan sayfa sayısı ve geçen gün sayısı.*

*S14: Sol sütun saat, sağ sütun kalan litre.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'b' şıkkında cebirsel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'b' şıkkına S13, S14 ve S20 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S13, S14 ve S20 kodlu öğrenciler $240 - 60x$ cebirsel ifadesindeki 'x' değişkeninin yerine 0, 1, 2, 3 gibi değerler yazarak tabloları doğru oluşturmuştur. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Az önce yazdığım sözel ifadeye göre tablonun sol sütununa hafta, sağ sütununa ise kalan para miktarını yazabilirim. Tabloyu, başlangıç 240 TL, birinci hafta 180 TL, ikinci hafta 120 TL, üçüncü hafta 60 TL ve dördüncü hafta 0 TL para kalacak şekilde gösterebiliriz.*

*A: Tabloyu çizdik. Şimdi 'c' şıkkındaki grafiği çizin.*

*A: Grafik çizerken eksenlere neler yazdınız?*

*S4: Kalan sayfa sayısı ve gün.*

*S8: Yataya geçen süre, dikeye okunan sayfa sayısı.*

*S7: x eksenine geçen hafta, y eksenine kalan para sayısı.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'c' şıkkında cebirsel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'c' şıkkına S4, S7 ve S8 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S4, S7 ve S8 kodlu öğrenciler $240 - 60x$ cebirsel ifadesindeki 'x' değişkeninin yerine 0, 1, 2, 3 gibi değerler verip grafiği doğru çizmiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Yazdığım sözel ifadeye göre grafiğin yatay eksenine haftayı, dikey eksenine ise kalan para miktarını yazabilirim. Grafiği, dikey eksen üzerindeki 240 TL'den başlatarak birinci hafta 180 TL, ikinci hafta 120 TL, üçüncü hafta 60 TL ve dördüncü TL 0 TL'yi gösterecek şekilde çizebiliriz.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Dördüncü sorunun 'a' şıkkındaki sözel ifadeyi kim okumak ister?*

*S14: Bir kırtasiyeci her gün 5 adet kalem sattığına göre dördüncü günde kaç kalem satar?*

*S17: Kitap fuarından kitap almak isteyen Yaren kumbarasına ilk gün 20 TL atıyor. Bundan sonraki günler bir önceki günün beş katı para atıyor. Buna göre üçüncü günün sonunda kaç TL'si olur?*

*S5: Mert Bey her gün 5 TL kazanmaktadır. Başlangıçta hiç parası olmadığına göre dördüncü günün sonunda Mert Bey'in parası kaç TL olur?*

*S16: Bir ağaç her gün beş cm uzuyorsa beşinci günün sonunda kaç cm uzar?*

*S3: Gamze her gün bir önceki günün beş katı kadar para kazanıyor. İlk gün 2 TL kazandığına göre para miktarı ve gün sayısı arasındaki ilişkiyi yazınız.*

*S10: Tuğba her gün beş soru çözmektedir. Bir hafta sonra kaç soru çözmüş olur?*

*S11: Ahmet'in kumbarasında başlangıçta hiç parası yoktur. Ahmet her gün kumbarasına 5 TL fazla para atmaktadır. Dördüncü günün sonunda Ahmet'in kumbarasında toplam kaç TL para birikmiş olur?*

*S4: Her saat beş km koşan biri dört saat sonunda kaç km koşmuş olur?*

*S6: Her gün beş portakal alan Yasir'in beş gün sonunda kaç portakalı olur?*

*S1: Elif, yeni bir telefon almıştır. Her gün bir önceki günün beş katı kadar sürede oyun oynayan Elif ilk gün beş dakika oyun oynamıştır. Bir hafta sonra kaç dakika oyun oynar?*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun 'a' şıkkında cebirsel ifade temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun 'a' şıkkına S4, S5, S6, S10, S14 ve S16 kodlu öğrenciler sözel ifadeleri doğru yazarken; S1, S3, S11 ve S17 kodlu öğrenciler sözel ifadeyi yanlış yazmıştır. S3 ve S11 kodlu öğrenciler $y = 5x$ cebirsel ifadesindeki 'x' değişkeni ile kat sayı arasındaki ilişkiyi yanlış yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

A*: Şimdi sözel ifadeyi beraber yazalım. 'Her saat 5 metre giden bir kaplumbağanın aldığı yolun zamana göre değişimi nasıl olur?' şeklinde bir sözel ifade yazabiliriz.*

*A: Sözel ifadeyi yazdık. 'b' şıkkına geçelim. Herkes kendi yazdığı sözel ifadeye uygun tabloyu çizsin. Tablodaki sütunların başlıklarına neler yazdınız?*

*S6: Toplam portakal sayısı ve geçen gün.*

*S5: Gün ve Mert Bey'in parası.*

*S11: Gün ve biriken para.*

*S1: Gün ve oyun oynama süresi.*

Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun ‘b’ şıkkında cebirsel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun ‘b’ şıkkına S1, S5, S6 ve S11 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S1, S5, S6 ve S11 kodlu öğrenciler $y = 5x$ cebirsel ifadesindeki ‘x’ değişkeninin yerine 0, 1, 2, 3 gibi değerler yazarak tabloları doğru oluşturmuştur. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Yazdığım sözel ifadeye göre tablonun sol sütununa geçen saati, sağ sütununa ise toplam gidilen yol miktarını yazalım. Tabloda, birinci saat 5 m, ikinci saat 10 m, üçüncü saat 15 m ve dördüncü saat 20 m olacak şekilde gösterebiliriz.*

*A: Tabloyu çizdiğinize göre şimdi ‘c’ şıkkındaki grafiği çizin.*

*A: Grafik çizerken eksenlere neler yazdınız?*

*S11: x eksenine gün, y eksenine biriken para.*

*S3: Yatay eksene gün sayısı, dikey eksene toplam para miktarı.*

*S5: Yatay çizgiye gün, dikey çizgiye Mert Bey’in parası.*

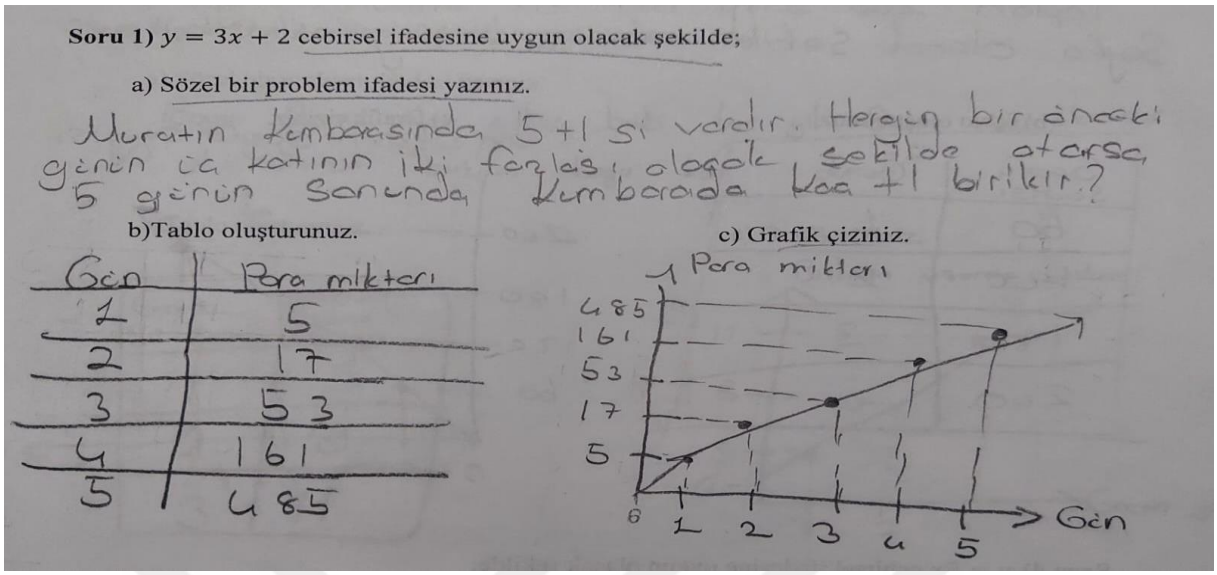
Cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun ‘c’ şıkkında cebirsel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun ‘c’ şıkkına S3, S5 ve S11 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S3, S5 ve S11 kodlu öğrenciler $y = 5x$ cebirsel ifadesindeki ‘x’ değişkeninin yerine 0, 1, 2, 3 gibi değerler verip grafiği doğru çizmiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere cebirsel ifade temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Az önce tahtaya yazdığım sözel ifadeye göre grafiğin yatay eksenine geçen süreyi, dikey eksenine ise gidilen yol miktarını yazabilirim. Grafiğin eksenleri birinci saat 5 m’yi, ikinci saat 10 m’yi, üçüncü saat 15 m’yi ve dördüncü saat 20 m’yi gösterecek biçimde grafiği çizebiliriz.*

Sekizinci sınıf öğrencileriyle yapılan cebirsel ifadeler çalışma kâğıdı etkinliğindeki öğrenci cevaplarına ait örnekler Şekil 59, Şekil 60, Şekil 61 ve Şekil 62’de verilmiştir. Şekillerde verilen öğrenci cevaplarının hepsi araştırmacının tahtaya doğru cevapları yapmadan önce öğrencilerin çalışma kâğıtlarına yaptıkları cevaplardır. Örnek cevaplar sırasıyla şu şekildedir:

**Şekil 59**

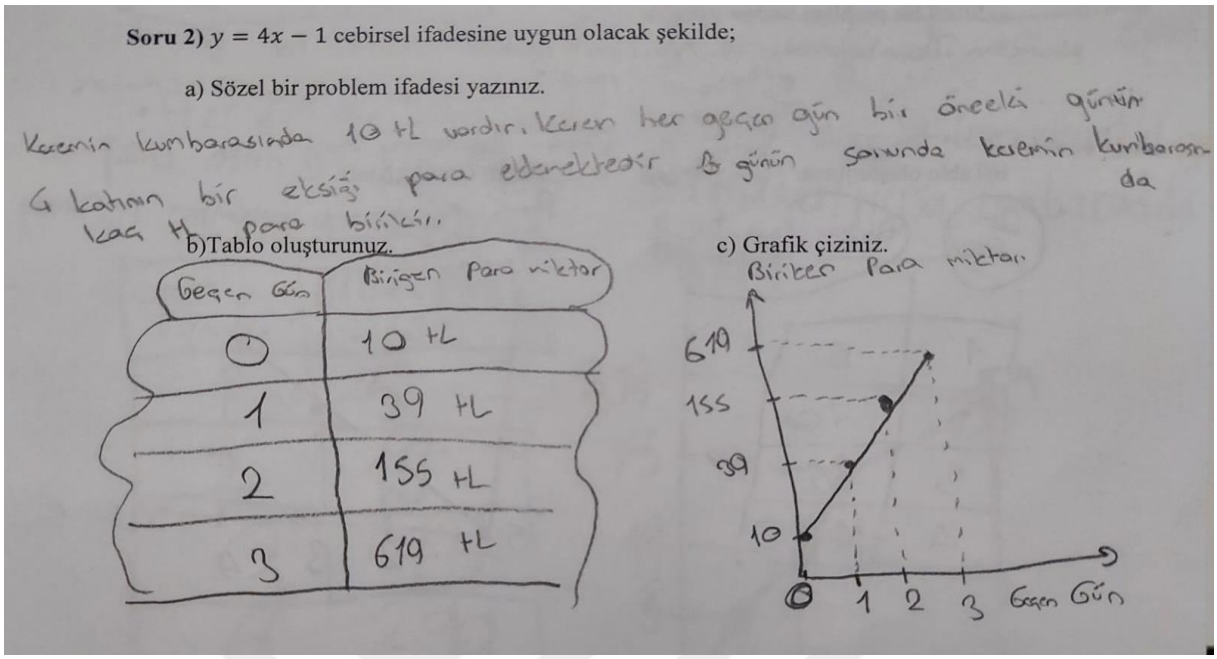
*S11'in cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci soruya ait cevapları*




Şekil 59'da S11'in cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki birinci soruya verdiği cevaplar görülmektedir. S11 birinci sorunun 'a' şıkkında sözel ifadeyi doğru yazmıştır. Fakat 'b' şıkkındaki tabloyu ve 'c' şıklarındaki grafiği yanlış çizmiştir. 'a' şıkkındaki sözel ifadede 'kumbarada kaç TL birikir?' yazmış olmasına rağmen tablo ve grafiklerde biriken parayı değil o gün için kumbaraya atılan para miktarlarını göstermiştir. Ayrıca grafiğin çizgisini dikey eksen üzerindeki 5 TL başlayarak çizmeye başlaması gerekiyordu. S11, birinci soruda cebirsel ifade temsilinden sözel ifade temsiline geçişte başarılı olurken, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişlerde başarılı olmamıştır.

**Şekil 60**

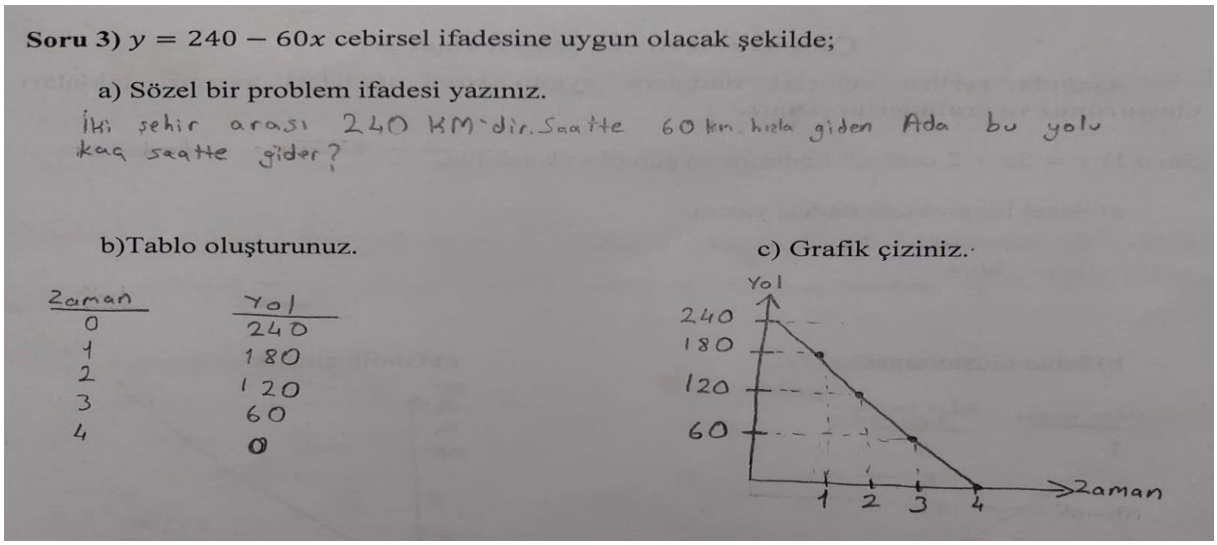
*S20'nin cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci soruya ait cevapları*




Şekil 60'ta S20'nin cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki ikinci soruya verdiği cevaplar görülmektedir. S20 ikinci sorunun 'a' şıkkında sözel ifadeyi doğru yazmıştır. Fakat 'b' şıkkındaki tabloyu ve 'c' şıklarındaki grafiği yanlış çizmiştir. Tablonun sağ sütunu ile grafiğin dikey eksenine biriken para miktarı yazmasına rağmen tablo ve grafikte yazılan sayılar kumbaradaki biriken para miktarını değil, o gün kumbaraya atılan para miktarını göstermektedir. S20, ikinci soruda cebirsel ifade temsilinden sözel ifade temsiline geçişte başarılı olurken, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişlerde başarılı olamamıştır.

**Şekil 61**

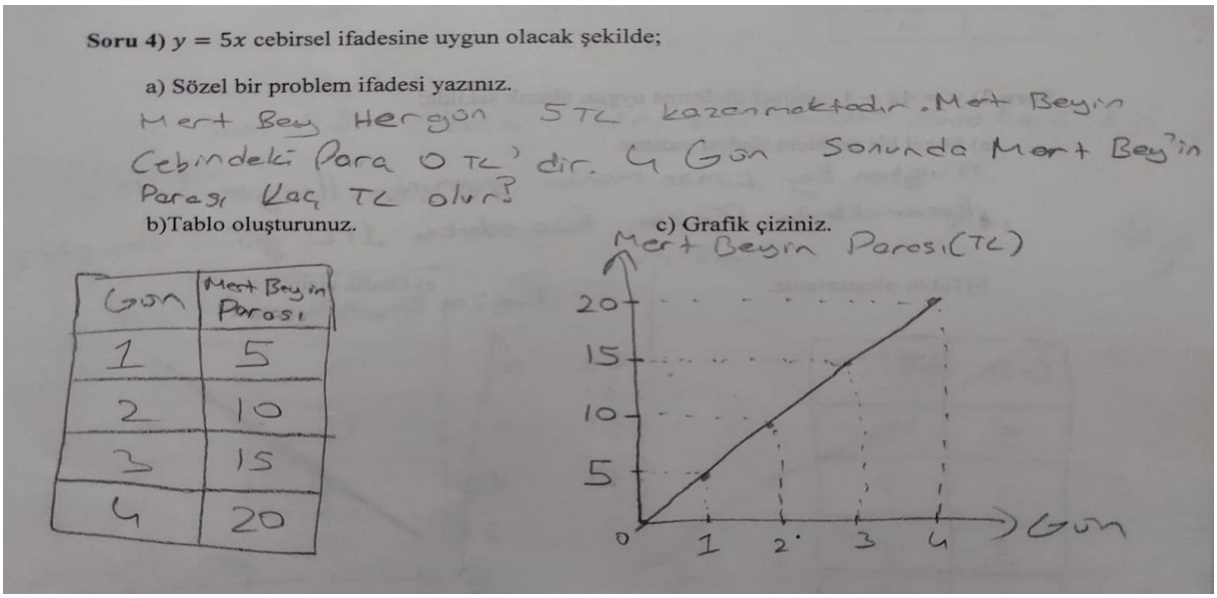
*S1'in cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya ait cevapları*



Şekil 61'de S1'in cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya verdiği cevaplar görülmektedir. S1 üçüncü sorudaki üç şıkkı da doğru yapmıştır. Tablonun sağ sütununda ve grafiğin dikey ekseninde yazılan yol ifadesini tam olarak açıklamamıştır. Yol ifadesi burada kalan yol miktarını mı yoksa gidilen yol miktarını mı ifade ettiği belirtilmemiştir. Yine de S1'in, üçüncü soruda cebirsel ifade temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olduğu söylenebilir.

**Şekil 62**

*S5'in cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya ait cevapları*




Şekil 62'de S5'in cebirsel ifadeler çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya verdiği cevaplar görülmektedir. S5 dördüncü sorudaki üç şıkkı da doğru yapmıştır. S5, dördüncü soruda cebirsel ifade temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

c) Tablo ile gösterme çalışma kâğıtlarından elde edilen bulgular

Çalışma kâğıtlarından üçüncüsü tablo ile gösterme çalışma kâğıdıdır. Tablo ile gösterme çalışma kâğıdından çeşitli bulgular elde edilmiştir. Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

A: Birinci sorunun 'a' şıkkındaki sözel ifadeyi kim söylemek ister?

S10: Mehmet kumbarasında para biriktirmeye başlamıştır. Her gün bir önceki günden 10 TL fazla para atacaktır. Mehmet'in dört gün sonra kaç lirası olur?

S14: Başlangıçta 25 TL'si olan Büşra, her geçen gün kumbarasına 10 TL atmaktadır. Buna göre toplam parayı zamanla ilişkilendiriniz.

S5: Umut'un kumbarasında 25 TL vardır. Her gün kumbaraya 10 TL atan Umut'un dört gün sonunda kumbarasında kaç TL olur?

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci sorunun ‘a’ şıkkında tablo ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun ‘a’ şıkkına S5, S10 ve S14 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S5, S10 ve S14 kodlu öğrenciler kumbarada biriken para miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde sözel ifade yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

A: Tamam şimdi beraber yazalım sözel ifadeyi. Tabloya baktığınız para miktarı 10’ar TL olarak artıyor. Buradan hareketle kumbaradaki para miktarının başlangıçta 25 TL olduğunu bulabiliriz.

A: ‘Elif’in kumbarasında 25 TL vardır. Elif her gün kumbaraya 10 TL atarsa kumbaradaki para miktarının zamana göre değişimi nasıl olur?’ gibi bir sözel ifade yazabiliriz.

A: Sözel ifadeyi yazdığımıza göre geçelim ‘b’ şıkkına. Herkes tabloya uygun cebirsel ifadeyi yazsın.

S3, S6 ve S9: $10x + 25$.

A: Peki buradaki x ne anlama geliyor?

S3: Gün sayısı.

A: Evet doğru.

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci sorunun ‘b’ şıkkında tablo ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun ‘b’ şıkkına S3, S6 ve S9 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S3, S6 ve S9 kodlu öğrenciler kumbarada biriken para miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru belirlemiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

A: Cebirsel ifadeyi $y = 25 + 10x$ şeklinde yazabiliriz. ‘x’ değişkeni gün sayısını, ‘y’ değişkeni ise kumbarada biriken para miktarını göstermektedir.

A: Cebirsel ifadeyi yazdığımıza göre şimdi ‘c’ şıkkındaki grafiği çizelim.

A: Grafiğin eksenlerine ne yazdınız?

S14. Yatay eksene gün, dikey eksene kumbaradaki toplam para miktarı.

S3, S5 ve S10: Ben de aynı S14 gibi yazdım.

A: Sanırım herkes aynı ifadeleri yazmış. Birlikte çizelim grafiği o zaman.

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci sorunun ‘c’ şıkkında tablo ile gösterme temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun ‘c’ şıkkında S3, S5, S10 ve S14 kodlu öğrenciler grafiği doğru çizmiştir. S3, S5, S10 ve S14 kodlu öğrenciler

öğrenci kumbarada biriken para miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru belirlemiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

A: Tabloda bize geçen gün sayısı ile kumbarada biriken para miktarı verilmiş. O halde grafiğin yatay eksenine geçen gün sayısı, dikey eksenine de kumbarada biriken para miktarı yazalım. Kumbarada başlangıçta 25 TL varmış. O zaman grafiği, dikey eksendeki 25 sayısından başlayarak sırasıyla birinci gün 35 TL, ikinci gün 45 TL, üçüncü gün 55 TL ve dördüncü gün 65 TL olacak şekilde çizebiliriz.

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

A: İkinci sorunun 'a' şıkkında istenen sözel ifadeyi kim okumak ister?

S6: Yasir saatte 40 sayfa okuyordur. Buna göre dört saatte kaç sayfa kitap okur?

S14: Ahmet kitapçıdan yeni bir kitap almıştır. Aldığı bu kitapta her saat 40 sayfa okumaktadır. Buna göre Ahmet'in zamana kıyasla okuyacağı sayfa sayılarını belirtiniz

S3: Ayşe her saatte 40 sayfa kitap okuyor. Buna göre okunan sayfa sayısı ile geçen süre arasındaki ilişki nasıldır?

S5: Berat bir saatte 40 sayfa kitap okuyor. Buna göre dört saatin sonunda kaç sayfa kitap okur?

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun 'a' şıkkında tablo ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun 'a' şıkkına S3, S5, S6 ve S14 kodlu öğrenciler sözel ifadeleri doğru yazmıştır. S3, S5, S6 ve S14 kodlu öğrenciler toplam sayfa sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru belirlemiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

A: 'Gamze her saat 40 sayfa kitap okumaktadır. Gamze'nin toplam okuduğu sayfa sayısının geçen zamana göre değişimi nasıldır?' şeklinde bir sözel ifade yazabiliriz.

A: Sözel ifadeyi yazdığımıza göre 'b' şıkkına geçelim. Herkes tabloya uygun cebirsel ifadeyi yazsın.

S1, S3, S10 ve S14: $40x$.

S5: $y = 40x$ şeklinde de olabilir.

S14: y toplam okunan sayfa sayısı, x de geçen saat sayısı.

A: Evet doğru.

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun 'b' şıkkında tablo ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun 'b' şıkkına S1, S3, S5,

S10 ve S14 kodlu öğrencileri doğru cevap vermiştir. S1, S3, S5, S10 ve S14 kodlu öğrenciler toplam sayfa sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru belirlemiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

A:Her saat 40 sayfa kitap okunuyor. O zaman tabloya göre cebirsel ifade y= 40x şeklinde olur. 'x' değişkeni geçen saati, 'y' değişkeni ise okunan toplam sayfa sayısı verir.

A: Cebirsel ifadeyi yazdığımıza göre şimdi 'c' şıkkındaki grafiği çizelim.

A: Grafiğin eksenlerine ne yazdınız?

S2 ve S6: Yatay eksene geçen saat, dikey eksene toplam okunan sayfa sayısı.

S5 ve S10: Dikey eksene okunan sayfa sayısı, yatay eksene geçen süre.

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun 'c' şıkkında tablo ile gösterme temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun 'c' şıkkına S2, S5, S6 ve S10 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S2, S5, S6 ve S10 kodlu öğrenciler toplam sayfa sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru belirledikleri için grafikleri doğru çizmiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

A: Tabloda bize geçen gün sayısı ile okunan toplam sayfa sayısı verilmiş. O halde grafiğin yatay eksenine geçen gün sayısı, dikey eksenine de okunan toplam sayfa sayısı yazalım. Birinci gün 40 sayfa, ikinci gün 80 sayfa, üçüncü gün 120 sayfa ve dördüncü gün 160 sayfa olacak şekilde grafiği çizebiliriz.

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

A: Üçüncü sorunun 'a' şıkkındaki sözel ifadeyi kim okumak ister?

S6: Ali, arabasıyla 3000 metrelik bir yol gidecektir. Dakikada 300 metre giden Ali'nin dört dakika sonunda kalan yol uzunluğu kaç metredir?

S14: Savaş'ın oğlu gece birden ateşlenmiştir. Savaş oğlunu arabasıyla 3 km ilerideki hastaneye götürmek istemiştir. Araç dakika 0,3 km ilerlediğine göre geçen süre ile kalan yolu ilişkilendiriniz.

S5: Emir Ali bisikletle evden stadyuma gitmektedir. Emir Ali'nin evi ile stadyum arasındaki mesafe 3000 metredir. Dakikada 300 metre yol giden Emir Ali'nin dört dakika sonra kaç metre yolu kalır?

S3: Gizem her dakika 300 metre yol almaktadır. 3000 metrelik yol kaç dakika sonra biter?

A: Tabloda kalan yol miktarı olarak verilmiş ama sen gidilen yol miktarı olarak düşünmüşsün.

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'a' şıkkında tablo ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'a' şıkkında S3, S5, S6 ve S14 kodlu öğrenciler kalan yol miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde sözel ifadeleri doğru yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

A: 'Sinan 3000 metrelik yolu bisikletiyle gitmektedir. Her dakika 300 metre yol gittiğine göre Sinan'ın kalan yol miktarı ile geçen süre arasındaki değişim nasıldır?' şeklinde sözel bir ifade yazabiliriz.

A: Sözel ifadeyi yazdığımıza göre 'b' şıkkına geçelim. Herkes tabloya uygun cebirsel ifadeyi yazsın.

S9: $300x + 3000$.

S6: $3000 - 300x$.

S1, S5 ve S14: Ben de S6 gibi yazdım cebirsel ifadeyi.

A: x değişkeni ne anlama geliyor burada?

S6: Geçen süre.

A: Evet doğru.

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'b' şıkkında tablo ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'b' şıkkına S1, S5, S6 ve S14 kodlu öğrenciler doğru cevap verirken, S9 kodlu öğrenci yanlış cevap vermiştir. S9 kodlu öğrenci kalan yol miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru belirleyememiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

A: Tabloya göre yol miktarı her dakika 300'er metre azalacak şekilde devam ediyor. O zaman başlangıç yol uzunluğu 3000 metredir. Cebirsel ifade $y = 3000 - 300x$ şeklinde olur. 'x' değişkeni dakikayı, 'y' değişkeni ise kalan yol miktarını verir.

A: Cebirsel ifadeyi yazdığımıza göre şimdi 'c' şıkkındaki grafiği çizelim.

A: Grafiğin eksenlerine ne yazdınız?

S10 ve S14: Yatay eksene dakika, dikey eksene kalan yol yazdım.

S3, S9 ve S16: Yatay eksen geçen süre ile dikey eksen kalan yol miktarı.

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'c' şıkkında tablo ile gösterme temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'c' şıkkına S3,

S9, S10, S14 ve S16 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S3, S9, S10, S14 ve S16 kodlu öğrenciler kalan yol miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru belirledikleri için grafikleri doğru çizmiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

A: Tabloda bize kalan yol miktarı ve geçen süre verilmiş. O zaman grafiğin yatay eksenine geçen gün sayısı, dikey eksenine de kalan yol miktarını yazalım. Grafiği çizmeye dikey eksendeki 3000 metreden başlayıp sırasıyla kalan yolu birinci dakikada 2700 metre, ikinci dakikada 2400 metre, üçüncü dakikada 2100 metre olacak şekilde grafiği çizebiliriz. Kalan yol onuncu dakikada sıfır metre olur.

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

A: Dördüncü sorunun ‘a’ şıkkındaki sözel ifadeyi kim okumak ister?

S6: İsmail elindeki kibritler ile altıgen oluşturacaktır. İlk altıgen için altı kibrit harcıyor. Diğer altıgenler için dört kibrit harcayacaksa dört altıgen için kaç kibrit harcar?

S14: Eda anaokuluna giden kızı Ada için altıgenlerden eğitici bir oyun yapmayı planlar. Ne yazık ki elinde altıgen yoktur. İçinde 18 adet kibrit çöpü bulunan bir kibrit kutusu vardır. Bir altıgen için altıgen sayısının dört katının iki fazlası kadar kibrit kullanır. Buna göre kibrit kutusunun içindeki kibrit çubuklarıyla kaç altıgen oluşur?

S9: İkinci sınıfa giden Sefa, ödevi için 4 adet altıgen yapması gerekiyor. Bir altıgen için altı kibrit çubuğu kullanırsa dört adet altıgen için kaç kibrit çubuğu gerekir?

S3: Ayşe ödevi gereği kibritlerle altıgen oluşturacaktır. Bir altıgen oluşturmak için altı adet kibrit çubuğu kullandığına göre oluşturan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit sayısı arasındaki ilişki nasıldır?

S1: Mert, matematikten proje ödevi almıştır. Matematik öğretmeni Mert’e bir mukavvaya kibrit çubuklarından altıgenler yapmasını istemiştir. Mert, bir altıgende altı kibrit çubuğu kullanmıştır. Bundan sonraki her altıgende bir öncekinden 4 fazla kibrit çöpü kullanmıştır. Buna göre beş altıgen yaptığında kaç kibrit çöpü kullanmıştır?

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun ‘a’ şıkkında tablo ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun ‘a’ şıkkında

S6 kodlu öğrenci oluşturulan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit çubuklarının sayısı arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde sözel ifadeyi doğru yazarken S1, S3, S9 ve S14 kodlu öğrenciler sözel ifadeleri doğru yazamamıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı

sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir

A: 'Büşra, matematik ödevi için kibrit çubuklarıyla altıgen yapmıştır. İlk altıgeni oluşturmak için altı tane kibrit çubuğu kullanmıştır. Daha sonraki altıgenleri dörder çubuk kullanarak oluşturmuştur. Buna göre oluşan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit çubuğu arasındaki değişim nasıl olmuştur?' şeklinde sözel bir ifade yazabiliriz.

A: Sözel ifadeyi yazdığımıza göre 'b' şıkkına geçelim. Herkes tabloya uygun cebirsel ifadeyi yazsın.

S14: $y = 4x + 2$ yazdım ben de. Burada y kullanılan kibrit sayısı, x de altıgen sayısıdır.

S1, S3, S5, S9 ve S10: Ben de S14 gibi yazdım cebirsel ifadeyi.

Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun 'b' şıkkında tablo ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun 'b' şıkkına S1, S3, S5, S9, S10 ve S14 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S1, S3, S5, S9, S10 ve S14 kodlu öğrenciler oluşturulan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit çubuklarının sayısı arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde cebirsel ifadeyi yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

A: Tabloda oluşan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit çubuğu sayısı verilmiş. Altıgen sayısı ve kibrit çubukları sayısı arasında bir örüntü vardır. Tabloya göre kibrit çubukları dörder dörder arttığından dolayı değişkenin kat sayısı 4 olmalıdır. İlk altıgende altı tane kibrit çubuğu olduğuna göre değişkene bir değerini verdiğimizde iki çubuk eksik kalıyor. Dolasıyla iki sayısını eklememiz gerekiyor. O zaman cebirsel ifade $y = 4x + 2$ şeklinde olur. Burada y kullanılan kibrit çubuğu sayısı, x de oluşan altıgen sayısıdır.

A: Cebirsel ifadeyi yazdık. Şimdi 'c' şıkkındaki grafiği çizin. Grafiğin eksenlerine ne yazdınız?

S3: Yatay eksene oluşturulan altıgen sayısı, dikey eksene kullanılan kibrit sayısı yazdım.

S5, S6: Ben de S3 gibi yazdım.

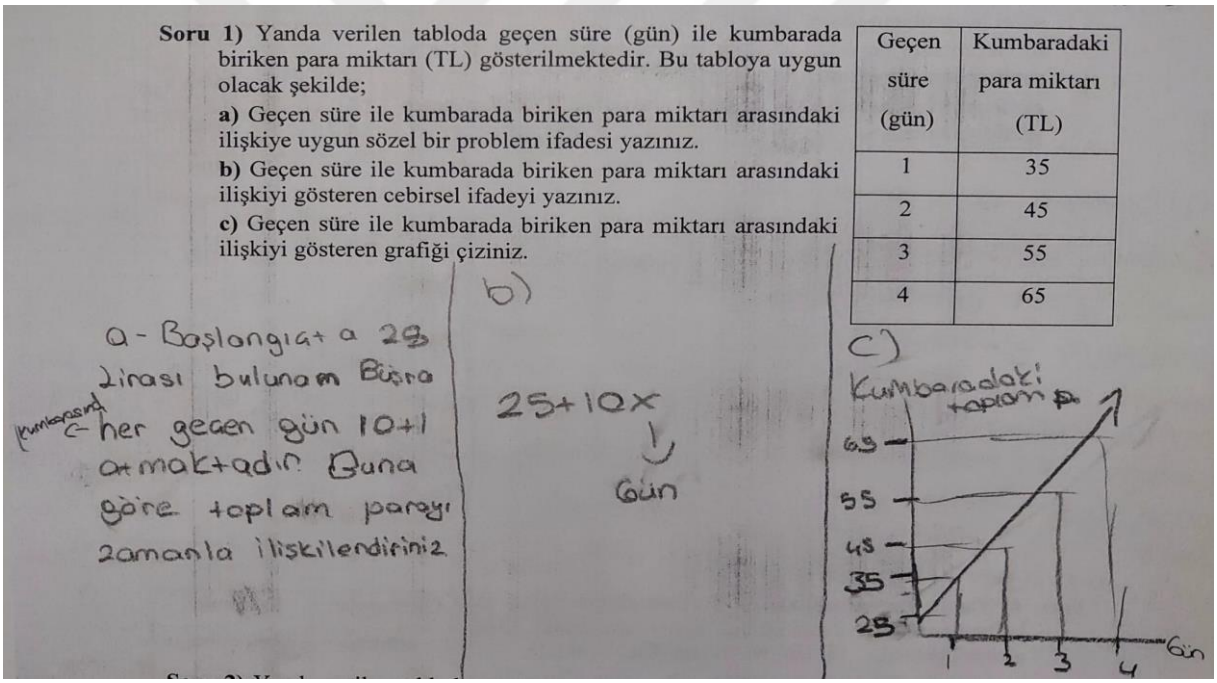
Tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun 'c' şıkkında tablo ile gösterme temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun 'c' şıkkına S3, S5 ve S6 kodlu öğrenciler doğru cevap vermiştir. S3, S5 ve S6 kodlu öğrenciler oluşturulan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit çubuklarının sayısı arasındaki ilişkiyi doğru belirledikleri için grafikleri doğru çizmiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı

sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere tablo ile gösterme temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

A: Tabloda oluşturulan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit çubuğu sayısı verilmiştir. O zaman yatay eksene oluşturulan altıgen sayısı, dikey eksene de kullanılan kibrit çubuğu sayısı yazabiliriz. Birinci altıgen için altı çubuk, ikinci altıgen için on çubuk, üçüncü altıgen için on dört çubuk olacak biçimde grafiği çizebiliriz.

Sekizinci sınıf öğrencileriyle yapılan tablo ile gösterme çalışma kâğıdı etkinliğindeki öğrenci cevaplarına ait örnekler Şekil 63, Şekil 64, Şekil 65 ve Şekil 66'da verilmiştir. Şekillerde verilen öğrenci cevaplarının hepsi araştırmacının tahtaya doğru cevapları yapmadan önce öğrencilerin çalışma kâğıtlarına yaptıkları cevaplardır. Örnek cevaplar sırasıyla şu şekildedir:

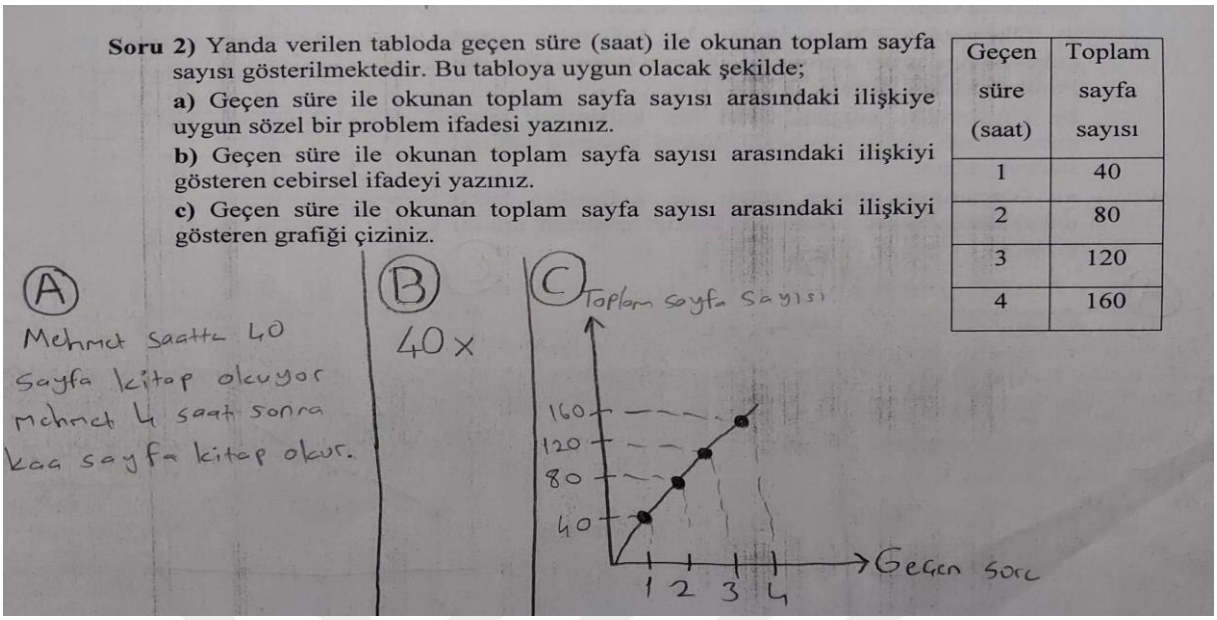
**Şekil 63**
*S14'ün tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci soruya ait cevapları*




Şekil 63'te S14'ün tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci soruya verdiği cevaplar görülmektedir. S14, birinci sorudaki üç şıkkı da doğru yapmıştır. Dolayısıyla S14, birinci soruda tablo ile gösterme temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

**Şekil 64**

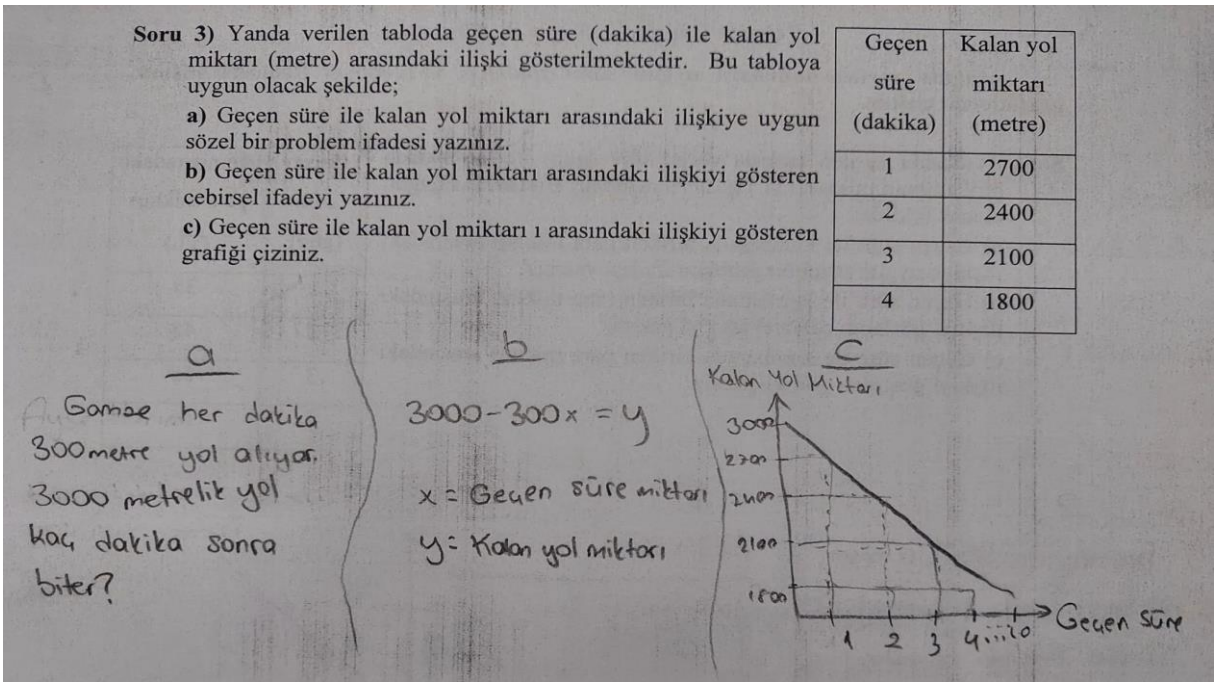
*S10'un tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci soruya ait cevapları*




Şekil 64'te S10'un tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci soruya verdiği cevaplar görülmektedir. S10 ikinci sorudaki üç şıkkı da doğru yapmıştır. Dolayısıyla S10, ikinci soruda tablo ile gösterme temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

**Şekil 65**

*S3'ün tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya ait cevapları*

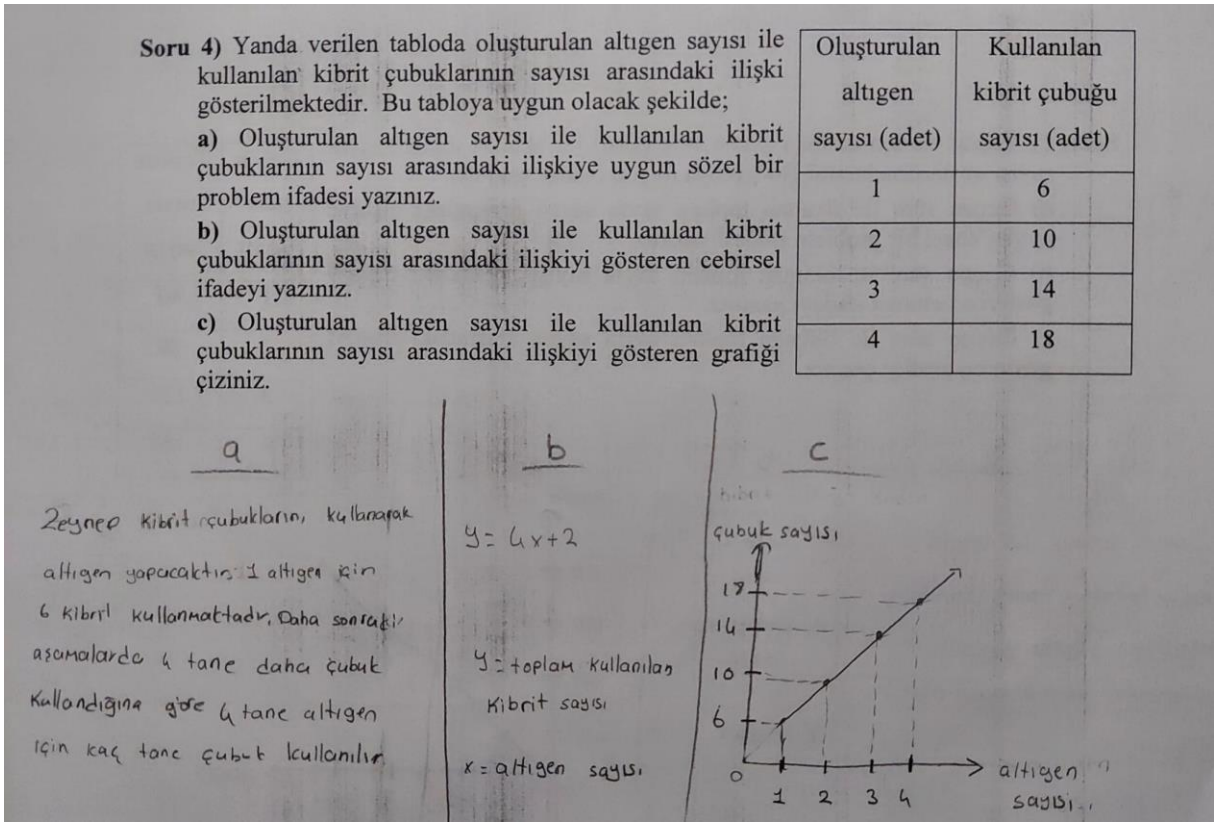



Şekil 65'te S3'ün tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya verdiği cevaplar görülmektedir. S3, üçüncü sorudaki üç şıkkı da doğru yapmıştır. Dolayısıyla S3,

üçüncü soruda tablo ile gösterme temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

**Şekil 66**

*S19'un tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya ait cevapları*



**Soru 4)** Yanda verilen tabloda oluşturulan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit çubuklarının sayısı arasındaki ilişki gösterilmektedir. Bu tabloya uygun olacak şekilde;

**a)** Oluşturulan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit çubuklarının sayısı arasındaki ilişkiye uygun sözel bir problem ifadesi yazınız.

**b)** Oluşturulan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit çubuklarının sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.

**c)** Oluşturulan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit çubuklarının sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

| Oluşturulan altıgen sayısı (adet) | Kullanılan kibrit çubuğu sayısı (adet) |
|---|---|
| 1 | 6 |
| 2 | 10 |
| 3 | 14 |
| 4 | 18 |

a

2 eşnea kibrit çubukların kullanarak altıgen yapacaktın 1 altıgen için 6 kibrit kullanmaktadır, daha sonraki aşamalarda 4 tane daha çubuk kullandığına göre 4 tane altıgen için kaç tane çubuk kullanılır

b

$y = 4x + 2$

y = toplam kullanılan kibrit sayısı

x = altıgen sayısı

c



Şekil 66'da S19'un tablo ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya verdiği cevaplar görülmektedir. S19, dördüncü sorudaki üç şıkkı da doğru yapmıştır. Dolayısıyla S19, dördüncü soruda tablo ile gösterme temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

*d) Grafik ile gösterme çalışma kâğıtlarından elde edilen bulgular*

Çalışma kâğıtlarından dördüncüsü grafik ile gösterme çalışma kâğıdıdır. Grafik ile gösterme çalışma kâğıdından çeşitli bulgular elde edilmiştir.

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Birinci sorunun 'a' şıkkındaki sözel ifadeyi kim söylemek ister?*

*S11: Murat'ın kumbarasında 3 TL vardır. Her gün 2 TL lira attığına göre dördüncü günü sonunda kaç TL'si olur?*

*S6: Yasir, her gün kumbarasına 2 lira atmaktadır. Başlangıçta kumbarasında 3 lira olduğuna göre 4 gün sonunda kumbarada toplam kaç lira olur?*

*S3: Kumbarasında başlangıçta 3 TL bulunan Ayşe, her gün kumbarasına 2 TL atıyor. Buna göre geçen süre ile kumbaradaki toplam para miktarı arasındaki ilişki nasıldır?*

*S12: Ali'nin başlangıçta 3 TL'si vardır. Her geçen gün 2 TL daha aldığına göre 4 gün sonra kaç TL'si olur?*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci sorunun 'a' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun 'a' şıkkında S3, S6, S11 ve S12 kodlu öğrenciler geçen süre ile kumbaradaki toplam para miktarı arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde sözel ifadeleri doğru yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: 'Elif'in kumbarasında başlangıçta 3 TL vardır. Kumbaraya her gün 2 TL atarsa kumbaradaki para miktarının zamana göre değişimi nasıl olur?' şeklinde sözel bir ifade yazabiliriz.*

*A: Sözel ifadeyi yazdığımıza göre geçelim 'b' şıkkına. Herkes grafiğe uygun cebirsel ifadeyi yazsın.*

*S4, S5, S12 ve S14:* $3 + 2x$.

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci sorunun 'b' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun 'b' şıkkında S4, S5, S12 ve S14 kodlu öğrenciler geçen süre ile kumbaradaki toplam para miktarı arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde cebirsel ifadeleri doğru yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Kumbarada başlangıçta para 3 TL vardır. Her gün 2 TL atıyor. O zaman cebirsel ifadeyi* $y = 2x + 3$ *şeklinde yazabiliriz.*

*S3: x geçen, y para miktarını gösterir.*

*A: Evet doğru. Cebirsel ifadeyi yazdığımıza göre şimdi 'c' şıkkındaki tabloyu çizelim.*

*A: Tablonun sütunlarına ne yazdınız?*

*S12: Para ve gün.*

*S11: Sola toplam para miktarı ve sağa gün yazdım.*

*S6: Sola gün, sağa toplam para miktarı.*

*S14: Sola x (gün), sağa toplam para yazdım.*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci sorunun 'c' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Birinci sorunun 'c' şıkkında S3, S6, S11, S12 ve S14 kodlu öğrenciler geçen süre ile kumbaradaki toplam para miktarı

arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde tabloları doğru oluşturmuştur. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Grafikte bize geçen gün sayısı ile toplam para miktarı verilmiş. O halde tablonun sol sütununa gün sayısı, sağ sütununa ise toplam para miktarını yazalım. Grafiğe göre başlangıçta 3 TL varmış. O zaman, sıfırıncı gün (başlangıç) 3 TL, birinci gün 5 TL, ikinci gün 7 TL, üçüncü gün 9 TL ve dördüncü gün 11 TL olacak şekilde tabloyu çizebiliriz.*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: İkinci sorunun 'a' şıkkındaki sözel ifadeyi kim okumak ister?*

*S2: Ali, 420 km'lik bir yolu saatte 70 km hızla gidiyordur. İki saatte bir mola verirse kaç kez mola verir?*

*S5: Emir Ali'nin gideceği yer 420 km uzaktadır. Emir Ali arabasıyla saatte 70 km gittiğine göre kaç saat sonra gideceği yere varır?*

*S3: Ali 420 km'lik bir yolu saatte 70 km olacak şekilde gidiyor Buna göre geçen süre ile kalan yol arasındaki ilişki nasıldır?*

*S12: Yasir arabasıyla 420 km bir yol gidecektir. Her saatte 70 km giden Yasir bu yolu kaç saatte bitirir?*

*S18: Bursa'dan İzmir'e kalkan bir otobüsün gitmesi gereken 420 km yol vardır. Otobüs saatte 70 km yol gidiyorsa yol kaç saatte biter?*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun 'a' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun 'a' şıkkında S3, S5, S12 ve S18 kodlu öğrenciler geçen süre ile kalan yol miktarı arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde sözel ifadeleri doğru yazarken, S2 kodlu öğrenci sözel ifadeyi yanlış yazmıştır. S2 kodlu öğrenci sözel ifadeyi yanlış yazmıştır. S2 kodlu öğrenci geçen süre ile kalan yol miktarı arasındaki ilişkiyi doğru belirleyememiştir. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Eşref, 420 km'lik yolu gidecektir. Eşref aracıyla saatte 70 km gidiyorsa kalan yol miktarının zamana göre değişimi nasıl olur?*

*A: Sözel ifadeyi yazdığımıza göre geçelim 'b' şıkkına. Herkes grafiğe uygun cebirsel ifadeyi yazsın.*

*S9:* $420 - 70x$.

*S2, S12 ve S14:* $y = 420 - 70x$.

*S14: 'y' kalan yol miktarı, 'x' ise geçen saati veriyor.*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun 'b' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun 'b' şıkkında S2, S9, S12 ve S14 kodlu öğrenciler geçen süre ile kalan yol miktarı arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde cebirsel ifadeleri doğru yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Grafiğe göre kalan yol miktarı başlangıçta 420 km'dir. Her saat kalan yol miktarı 70 km azaldığına göre cebirsel ifadeyi* $y = 420 - 70x$ *şeklinde yazabiliriz. 'x' değişkeni saati, 'y' değişkeni ise kalan yol miktarını gösterir.*

*A: Cebirsel ifadeyi yazdığımıza göre şimdi 'c' şıkkındaki tabloyu çizelim.*

*A: Tablonun sütunlarına ne yazdınız?*

*S2, S3 ve S6: Saat ve kalan yol*

*S18: Geçen saat ve kalan yol.*

*A: Sütunlara benzer ifadeleri yazdınız sanırım. O zaman birlikte çizelim tabloyu.*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci sorunun 'c' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. İkinci sorunun 'c' şıkkında S2, S3, S6 ve S18 kodlu öğrenciler geçen süre ile kumbaradaki toplam para miktarı arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde tabloları doğru oluşturmuştur. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Grafikte kalan yol miktarı ile geçen süre verilmiş. O zaman tablonun sol sütununa geçen süreyi (saat), sağ sütununa ise kalan yol miktarını (km) yazarız. Grafiğe göre başlangıçtaki yol miktarı 420 km'dir. O halde, sıfırıncı saat (başlangıç) 420 km, birinci saat 350 km, ikinci saat 280 km, üçüncü saat 210 km ve dördüncü saat 140 km, beşinci saat 70 km ve altıncı saatte sıfır km yol kalacak şekilde tabloyu çizebiliriz.*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Üçüncü sorunun 'a' şıkkındaki sözel ifadeyi kim okumak ister?*

*S11: Dikilen erik ağacının boyu başta 40 cm ise ve her ay 10 cm uzuyorsa dördüncü ayın sonunda erik ağacının boyu kaç cm olur?*

*S12: Yasir, 40 cm boyunda bir fidan almıştır. Fidan her ay 10 cm uzayan fidan dört ay sonunda kaç cm olur?*

*S6: Gökhan Bey, 40 cm'lik fidanı bahçesine ekmiştir. Bu fidan her bir ayın sonunda 10 cm uzar. Buna göre üçüncü ayın sonunda fidanın boyu kaç cm olur?*

*S7: Yasin 40 cm portakal fidanı almış. Her ay 10 cm uzarsa dört ay sonra kaç cm olur?*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'a' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'a' şıkkında S6, S7, S11 ve S12 kodlu öğrenciler fidan boyu ile süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde sözel ifadeleri doğru yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: 'Semih, kardeşi Gamze'ye bahçeye dikmesi için 40 cm'lik erik fidanı vermiştir. Gamze'nin bahçeye diktiği bu fidan her ay 10 cm uzadığına göre fidanın boyu ile geçen süre arasındaki ilişki nasıldır?' şeklinde sözel bir ifade yazabiliriz.*

*A: Sözel ifadeyi yazdığımıza göre geçelim 'b' şıkkına. Herkes grafiğe uygun cebirsel ifadeyi yazsın.*

*S2, S7, S14 ve S18:* $y = 40 + 10x$.

*S2: 'y' değişkeni fidanın boyu, 'x' değişkeni zamanı verir.*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun 'b' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun 'b' şıkkında S2, S7, S14 ve S18 kodlu öğrenciler fidan boyu ile süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde cebirsel ifadeleri doğru yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Grafiğe göre fidanın başlangıçtaki boyu 40 cm ve her ay boyu 10 cm uzuyormuş. O zaman cebirsel ifadeyi* $y = 40 + 10x$ *şeklinde yazabiliriz. 'x' değişkeni ayları, 'y' değişkeni fidanı boyunu verir.*

*A: Cebirsel ifadeyi yazdığımıza göre şimdi 'c' şıkkındaki tabloyu çizelim.*

*A: Tablonun sütunlarına ne yazdınız?*

*S6: Soldakine ay, sağdakine fidanın boyu.*

*S7: Sağ tarafa geçen ay, sol tarafa fidan boyu.*

*S18: Sola geçen ay, sağa fidan boyu.*

*S11: Sola fidanın boyu, sağa geçen ay.*

*S14: Sola x (geçen ay) sağa y (fidanın toplam boyu) biçiminde yazdım.*

*A: Benzer ifadeleri yazmışsınız sütunlara. Beraber çizelim tabloyu.*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü sorunun ‘c’ şıkkında grafik ile gösterme temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Üçüncü sorunun ‘c’ şıkkında S6, S7, S11, S14 ve S18 kodlu öğrenciler fidan boyu ile süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde tabloları doğru oluşturmuştur. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Grafikte fidan boyu ve aylar verilmiş. O zaman tablonun sol sütununa geçen süreyi (ayları) sağ sütununa ise fidanın boyunu (cm) yazarız. Grafiğe göre fidanın boyu başlangıçta 40 cm ve bu fidan her ay 10 cm uzuyormuş. O halde, sıfırıncı ay (başlangıç) 40 cm, birinci ay 50 cm, ikinci ay 60 cm, üçüncü ay 70 cm ve dördüncü ay 80 cm olacak şekilde tabloyu çizebiliriz.*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü soruyla ilgili elde edilen bulgular şunlardır:

*A: Dördüncü sorunun ‘a’ şıkkındaki sözel ifadeyi kim okumak ister?*

*S10: arkadaşlarına hiç soru çözmüyorum diyor ve her gün saatlerce soru çözüyordur. Hülya saatte 35 soru çözüyorsa dört saat sonra kaç soru çözer?*

*S6: Yasir her saat 35 soru çözerse dört saatte kaç soru çözer?*

*S11: Pamir bir matematik test kitabında bir saatte 35 soru çözüyorsa ve her saat 35 soru daha fazla çözdüğünde dördüncü saatte kaç soru çözmüş olur?*

*S13: Yaren LGS’ye çalışırken her gün matematikten bir saatte 35 soru çözmektedir. Buna göre Yaren dört saat sonunda toplam kaç soru çözmüştür?*

*S3: Gamze saatte 35 soru çözüyor. Buna göre geçen süre ile çözülen soru sayısı arasındaki ilişki nasıldır?*

*S18: Saatte 35 soru çözen Yağmur, dört saat sonra kaç soru çözmüştür?*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun ‘a’ şıkkında grafik ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun ‘a’ şıkkında S3, S6, S10, S11, S13 ve S18 kodlu öğrenciler toplam çözülen soru sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde sözel ifadeleri doğru yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden sözel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: ‘Emirhan oğlu Kerem’e matematik testi kitabı almıştır. Kerem bu kitaptan her saat 35 soru çözdüğüne göre zamana göre çözdüğü soru sayısının değişimi nasıl olur?’ şeklinde sözel bir ifade yazabiliriz.*

*A: Sözel ifadeyi yazdığımıza göre geçelim 'b' şıkkına. Herkes grafiğe uygun cebirsel ifadeyi yazsın.*

*S6, S7, S10, S12 ve S14:* $y = 35x$.

*S12: 'y' değişkeni çözülen soru sayısını, 'x' değişkeni zamanı verir.*

*A: Sanırım herkes aynı cebirsel ifadeyi yazmışsınız. Birlikte yazalım cebirsel ifadeyi.*

Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun 'b' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun 'b' şıkkında S6, S7, S10, S12 ve S14 kodlu öğrenciler toplam çözülen soru sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde cebirsel ifadeleri doğru yazmıştır. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden cebirsel ifade temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Grafiğe göre her saat 35 soru çözüyormuş. O zaman cebirsel ifadeyi* $y = 35x$ *şeklinde yazabiliriz. 'x' değişkeni saati, 'y' değişkeni çözülen soru sayısını verir.*

*A: Cebirsel ifadeyi yazdığımıza göre şimdi 'c' şıkkındaki tabloyu çizelim. Tablonun sütunlarına ne yazdınız?*

*S9: Toplam soru ve saat yazdım.*

*S10: Sola saat, sağa çözülen soru sayısı.*

*S14: Ben y ile x yazdım. 'y' değişkenine çözülen soru sayısı, 'x' değişkenine saat yazdım.*

*S18: Sola geçen saat, sağa toplam soru sayısı.*

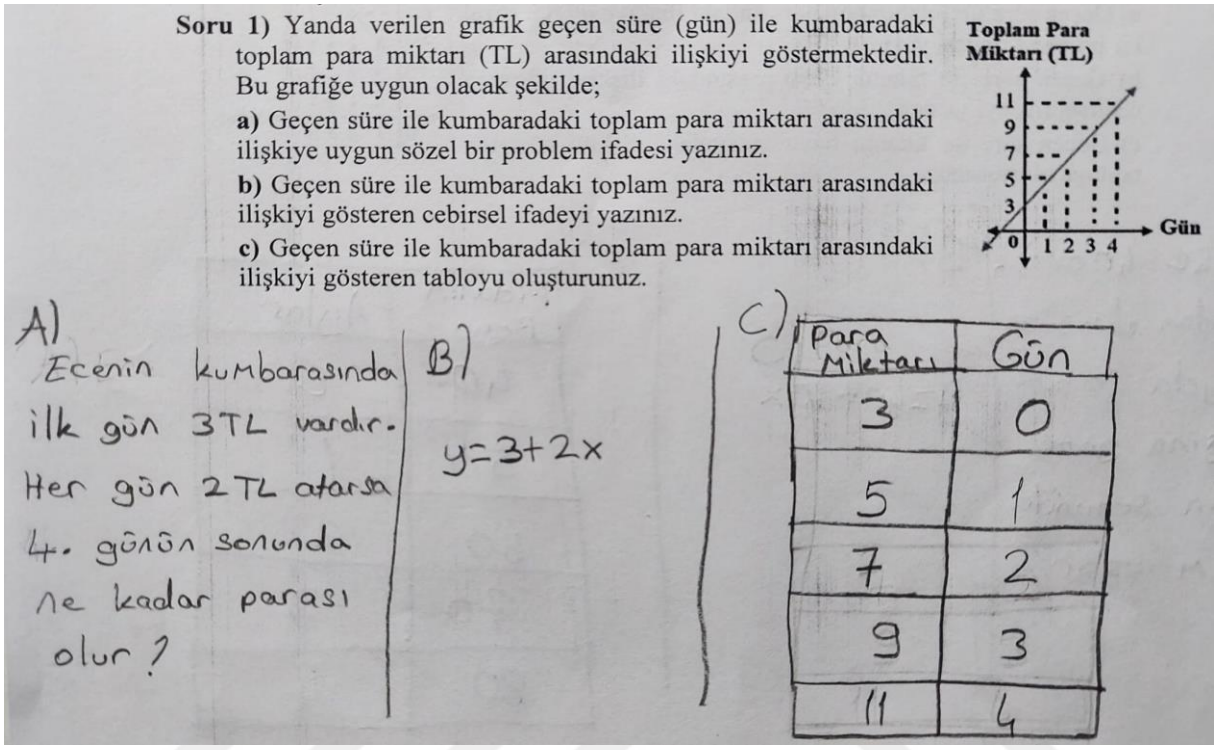
Grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü sorunun 'c' şıkkında grafik ile gösterme temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçiş sorulmaktadır. Dördüncü sorunun 'c' şıkkında S9, S10, S14 ve S18 kodlu öğrenciler toplam çözülen soru sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde tabloları doğru oluşturmuştur. Öğrencilerin cevaplarından sonra araştırmacı sorunun cevabını tahtaya yazarak öğrencilere grafik ile gösterme temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişin nasıl yapıldığını göstermiştir.

*A: Grafikte saat ve çözülen soru sayısı verilmiş. O zaman tablonun sol sütununa geçen süreyi (saati) sağ sütununa ise çözülen soru sayısını yazarız. Grafiğe göre her saat 35 soru çözülüyormuş. O halde birinci saat 35 soru, ikinci saat 70 soru, üçüncü saat 105 soru, dördüncü saat 140 soru olacak şekilde tabloyu çizebiliriz.*

Sekizinci sınıf öğrencileriyle yapılan grafik ile gösterme çalışma kâğıdı etkinliğindeki öğrenci cevaplarına ait örnekler Şekil 67, Şekil 68, Şekil 69 ve Şekil 70'de verilmiştir. Şekillerde verilen öğrenci cevaplarının hepsi araştırmacının tahtaya doğru cevapları yapmadan

önce öğrencilerin çalışma kâğıtlarına yaptıkları cevaplardır. Sırasıyla örnek cevaplar şu şekildedir:

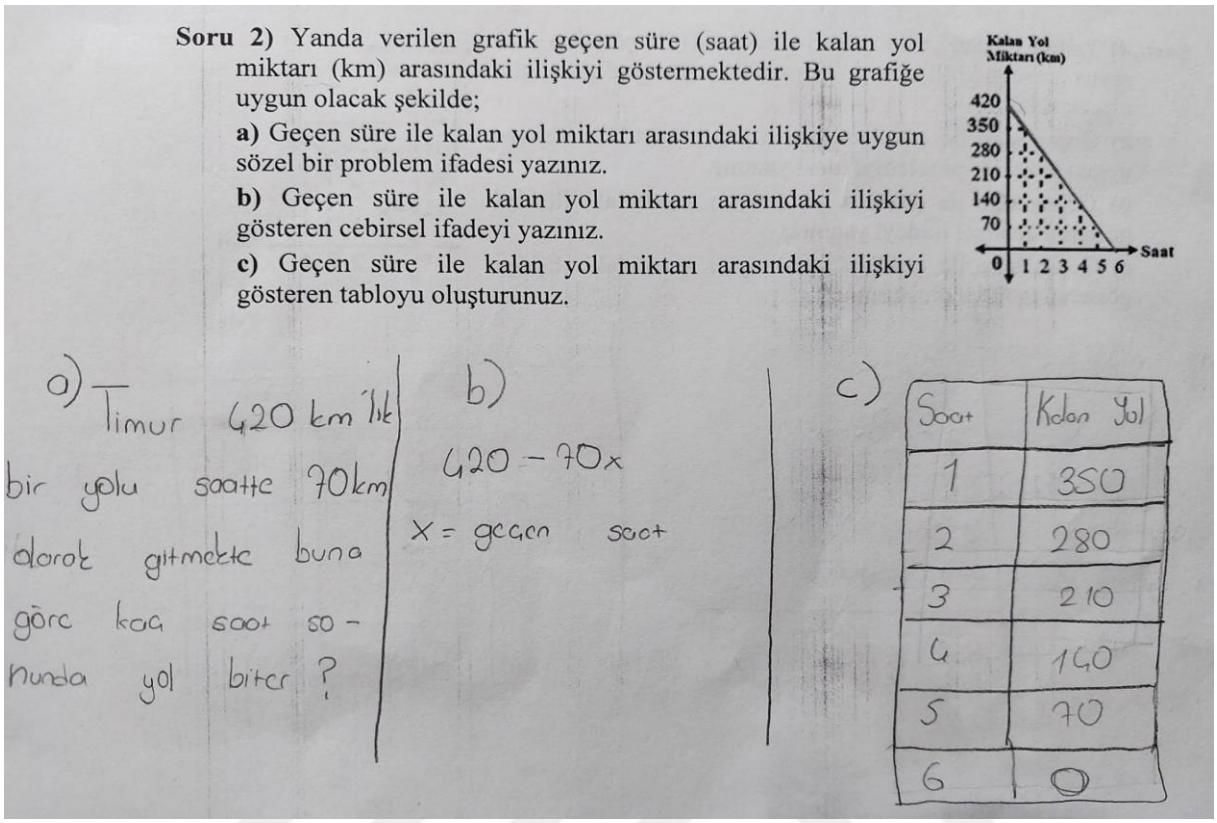
**Şekil 67**
*S16'nın grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci soruya ait cevapları*




Şekil 67'de S16'nın grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki birinci soruya verdiği cevaplar görülmektedir. S16 birinci sorudaki 'b' ve 'c' şıkkını doğru, 'a' şıkkını ise kısmen doğru yapmıştır. 'a' şıkkında 'kumbarada ilk gün 3 TL vardır' şeklinde yazmış. Ama grafiğe göre kumbarada ilk gün 5 TL vardır. Sözel ifadesinde 'ilk gün' yerine 'başlangıçta' yazmış olsaydı doğru olurdu. S16, birinci soruda grafik ile gösterme temsil türünden cebirsel ifade ve tablo ile gösterme temsil türlerine geçişlerde başarılı olurken, grafik ile gösterme temsil türünden sözel ifade temsil türüne geçişte kısmen başarılı olmuştur.

**Şekil 68**

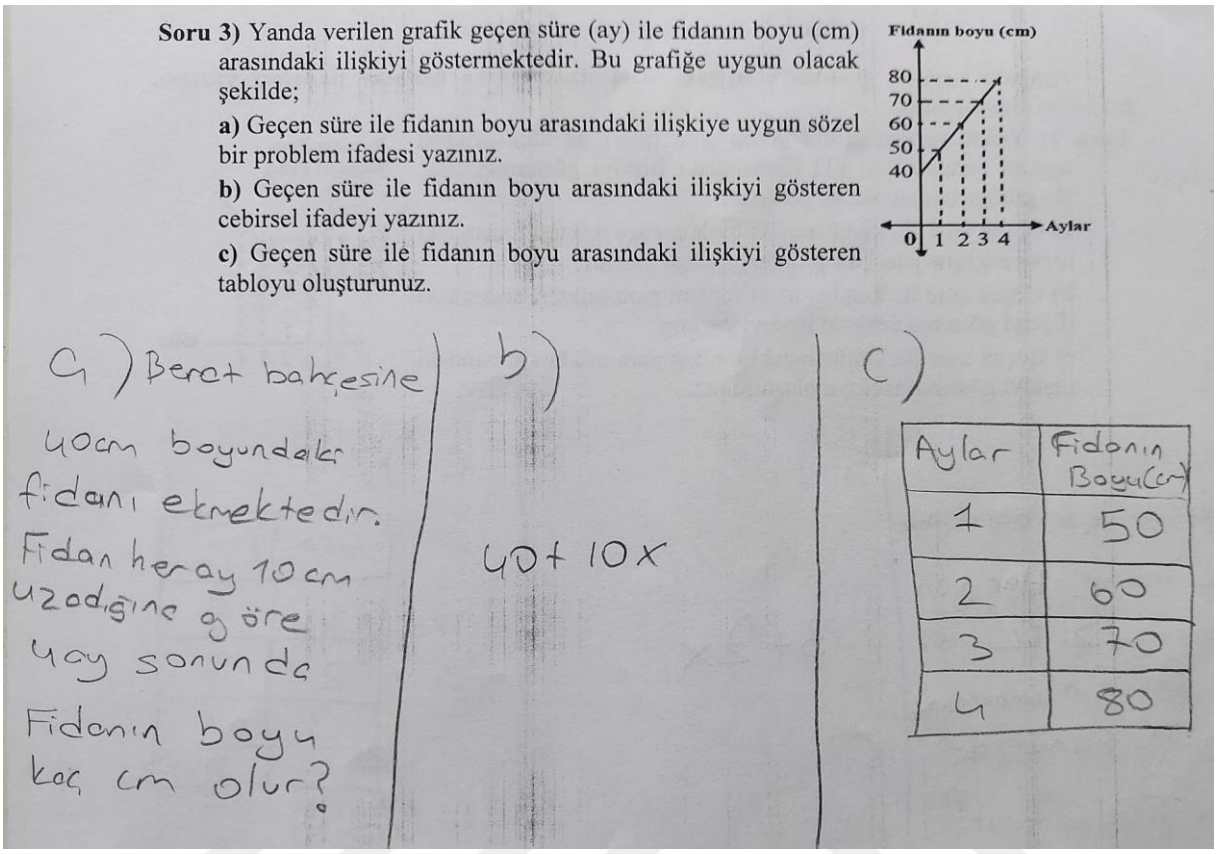
*S13'ün grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci soruya ait cevapları*




Şekil 68'de S13'ün grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki ikinci soruya verdiği cevaplar görülmektedir. S13, ikinci sorudaki üç şıkkı da doğru yapmıştır. Dolayısıyla S13, ikinci soruda grafik ile gösterme temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

**Şekil 69**

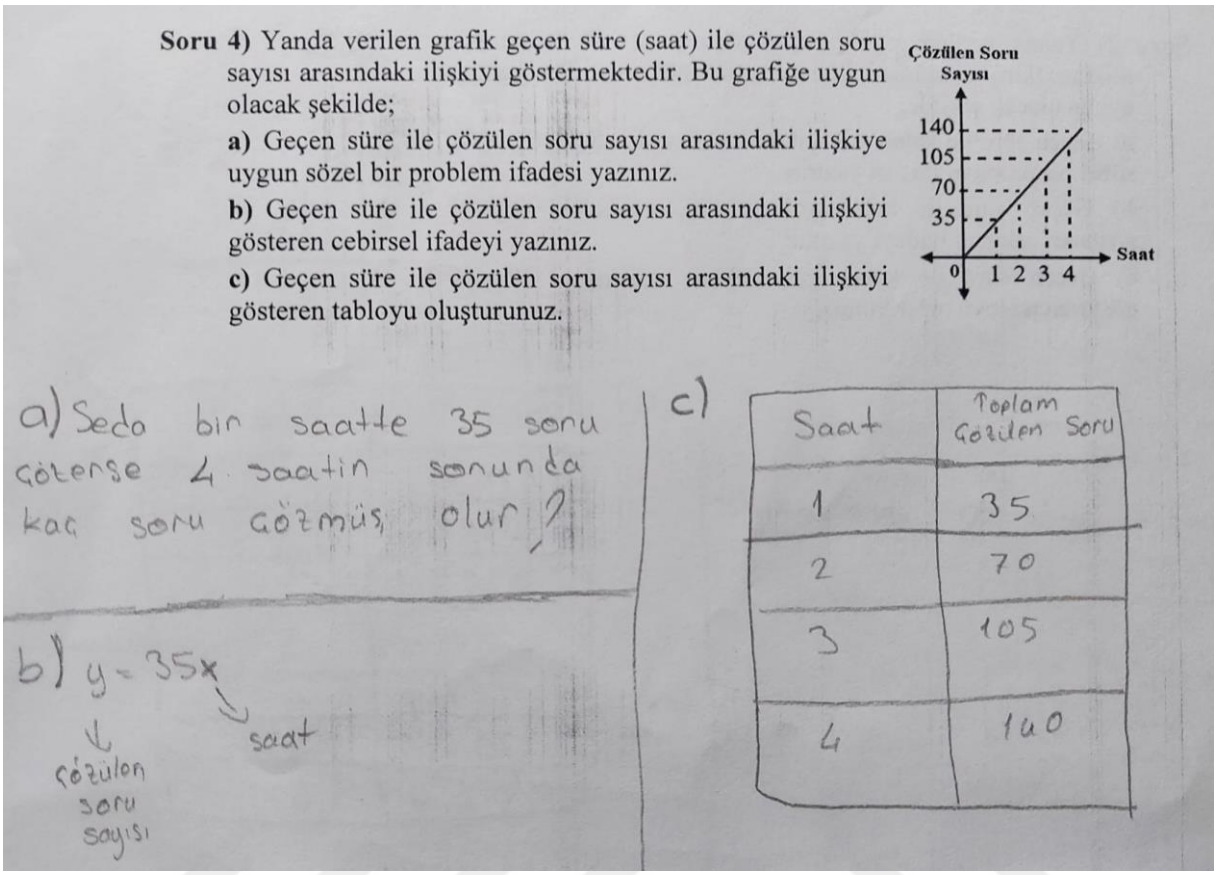
*S5'in grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya ait cevapları*




Şekil 69'da S5'in grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki üçüncü soruya verdiği cevaplar görülmektedir. S5, 'a' ve 'b' şıkkını doğru, 'c' şıkkını ise kısmen doğru yapmıştır. Grafikte başlangıçtaki fidan boyu gösterilmesine rağmen 'c' şıkkında çizdiği tabloda başlangıçtaki fidan boyunu göstermemiştir. S5, birinci soruda grafik ile gösterme temsil türünden sözel ifade ve cebirsel ifade temsil türlerine geçişlerde başarılı olurken, grafik ile gösterme temsil türünden tablo ile gösterme temsil türüne geçişte kısmen başarılı olmuştur.

**Şekil 70**

*S12'nin grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya ait cevapları*




Şekil 70'te S12'nin grafik ile gösterme çalışma kâğıdındaki dördüncü soruya verdiği cevaplar görülmektedir. S12, dördüncü sorudaki üç şıkkı da doğru yapmıştır. Dolayısıyla S12, dördüncü soruda grafik ile gösterme temsil türünden diğer temsil türlerine geçişlerde başarılı olmuştur.

## 4.3. TAGT-2 Testi İle İlgili Bulgular

TAGT-2 testinde de TAGT-1 testindeki gibi temsiller arası geçişleri sağlayan dört soru ve her sorunun üçer alt sorusu bulunmaktadır. TAGT-2 testindeki bulgular yedinci sınıf öğrencileri ve sekizinci sınıf öğrencileri ayrı ayrı incelenip karşılaştırılmıştır. TAGT-1 testinde olduğu gibi TAGT-2 testinde de ilk olarak yedinci sınıf öğrencilerinin cevapları daha sonra da sekizinci sınıf öğrencilerinin cevapları incelenmiştir.

### 4.3.1. Yedinci Sınıf Öğrencilerinin TAGT-2 Testi Sonuçları

Bu bölümde yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testine verdikleri cevaplar bulunmaktadır. Öğrencilerin verdikleri cevapların dağılımları Tablo 9'da verilmiştir.

**Tablo 9**

*Yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testine verdikleri cevapların dağılımı*

| Öğrenciler | TAGT-2 Testindeki Sorulara Verilen Cevaplar | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1. problemin 1.sorusu | 1. problemin 2.sorusu | 1. problemin 3.sorusu | 2. problemin 1.sorusu | 2. problemin 2.sorusu | 2. problemin 3.sorusu | 3. problemin 1.sorusu | 3. problemin 2.sorusu | 3. problemin 3.sorusu | 4. problemin 1.sorusu | 4. problemin 2.sorusu | 4. problemin 3.sorusu | Toplam doğru sayısı |
| Y1 | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | 12 |
| Y2 | D | D | D | KD | D | D | D | D | D | D | D | D | 11 |
| Y3 | D | D | D | D | D | D | Y | Y | D | D | D | D | 10 |
| Y4 | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | 12 |
| Y5 | D | D | D | D | D | D | KD | D | D | D | D | D | 11 |
| Y6 | D | D | KD | D | D | KD | Y | D | Y | D | D | D | 8 |
| Y7 | D | D | Y | D | KD | Y | D | D | D | D | D | D | 9 |
| Y8 | D | D | D | D | D | D | KD | D | KD | D | D | D | 10 |
| Y9 | Y | D | Y | D | D | Y | Y | Y | D | D | Y | D | 6 |
| Y10 | D | D | D | KD | D | KD | D | D | KD | Y | D | D | 8 |
| Y11 | D | D | Y | KD | D | Y | Y | Y | D | Y | KD | D | 5 |
| Y12 | D | D | D | D | D | KD | KD | D | KD | Y | D | D | 8 |
| Y13 | D | D | D | D | D | Y | D | Y | D | D | Y | D | 9 |
| Y14 | D | Y | Y | Y | Y | Y | Y | Y | KD | D | Y | D | 3 |
| Y15 | D | D | D | D | D | Y | KD | D | KD | D | D | D | 9 |
| Y16 | D | D | D | D | D | Y | D | D | D | D | D | D | 11 |
| Y17 | D | D | KD | D | D | Y | KD | D | KD | KD | D | D | 7 |
| Y18 | D | D | D | D | D | Y | Y | D | KD | Y | D | D | 8 |
| Y19 | D | D | Y | D | D | KD | D | B | KD | D | B | D | 7 |
| Y20 | D | D | D | D | D | D | D | Y | Y | D | D | D | 10 |
| Tds | 19 | 19 | 13 | 16 | 18 | 7 | 9 | 13 | 10 | 15 | 15 | 20 | 174 |

Tablo 9'da yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testindeki sorulara verdikleri cevapların sonuçları görülmektedir. Yedinci sınıf öğrencileri TAGT-2 testindeki sorulara

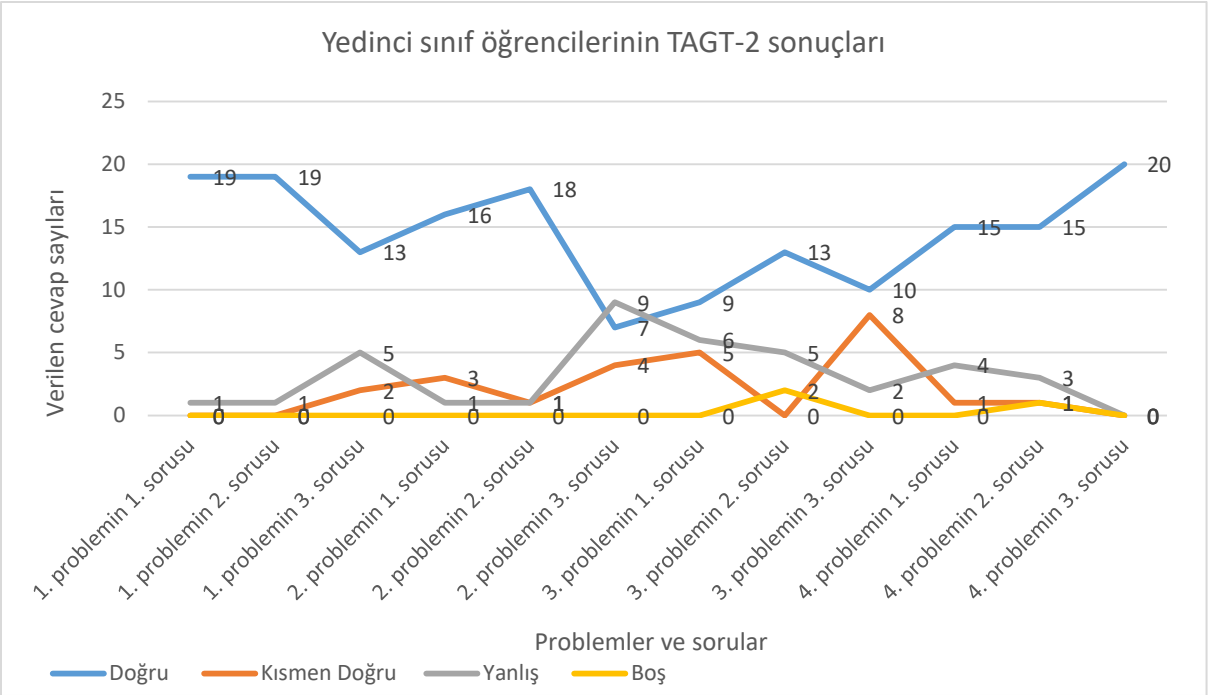
toplam 174 doğru, 25 kısmen doğru, 38 yanlış ve 3 boş cevap vermiştir. Öğrencilerin testte bulunan 12 sorudan ortalama 8,70 soruyu doğru yaptıkları belirlenmiştir. En fazla sayıda soruyu doğru yapan öğrenciler on ikişer doğru ile Y1 ve Y4, en az sayıda soruyu doğru yapan öğrenci ise üç doğru ile Y14 olmuştur.

Tablo 9'da yedinci sınıf öğrencilerinin hangi temsil türleri arasındaki geçişlerde başarılı ya da başarısız oldukları da görülmektedir. TAGT-2 testinde 51 doğru ile en fazla doğrunun yapıldığı temsil türünün sözel ifade temsilinden diğer temsil türlerine geçiş sorularının olduğu birinci problem; 32 doğru ile en az doğrunun yapıldığı temsil türünün tablo ile gösterme temsil türünden diğer temsil türlerine geçiş sorularının olduğu üçüncü problem olmuştur. TAGT-2 testinde yedinci sınıf öğrencileri tarafından en fazla doğrunun yapıldığı sorular birinci problemin birinci sorusu, birinci problemin ikinci sorusu ile dördüncü problemin üçüncü sorusudur. Dördüncü problemin üçüncü sorusunu yirmi öğrenci, birinci problemin birinci sorusu ile birinci problemin ikinci sorusunu ise on dokuz öğrenci doğru cevaplamıştır. Birinci problemin birinci sorusu sözel ifade temsil türünden cebirsel ifade temsil türüne geçişe, birinci problemin ikinci sorusu sözel ifadeden tablo ile gösterme temsil türüne geçişe ve dördüncü problemin üçüncü sorusu da grafik ile gösterme temsil türünden tablo ile gösterme temsil türüne geçişe yöneliktir. TAGT-2 testinde yedinci sınıf öğrencileri tarafından en az doğrunun yapıldığı sorular ise ikinci problemin üçüncü sorusu ve üçüncü problemin birinci sorusudur. İkinci problemin üçüncü sorusunu yedi öğrenci, üçüncü problemin birinci sorusunu ise dokuz öğrenci doğru yapmıştır. İkinci problemin üçüncü sorusu cebirsel ifade temsil türünden grafik ile gösterme temsil türüne geçişe, üçüncü problemin birinci sorusu ise tablo ile gösterme temsil türünden sözel ifade temsil türüne geçişe yöneliktir. Yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testinde genel olarak cebirsel ifade yazma temsil türüne geçiş ile tablo ile gösterme temsil türlerine geçişte başarılı oldukları, grafik ile gösterme temsil türüne geçiş sorularında başarılarının düşük olduğu tespit edilmiştir.

Yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testindeki sorulara verdikleri doğru cevap sayıları Şekil 71'de verilen grafikte gösterilmiştir.

**Şekil 71**

*Yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 sonuçları*




Şekil 71'de verilen grafikte, yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testinde çözmüş oldukları sorulara verdikleri cevapların türlerine göre dağılımı ayrıntılı biçimde gösterilmektedir. Bu grafik, öğrencilerin her bir problem ve soruya ilişkin olarak verdikleri doğru, kısmen doğru, yanlış ve boş yanıtların sayısal durumunu karşılaştırmalı biçimde analiz etme olanağı sunmaktadır. Böylece öğrencilerin hangi tür temsil biçimlerinde daha başarılı oldukları ya da hangi sorularda zorlandıkları anlaşılabilmektedir.

Verilerin detaylı incelenmesi sonucunda, TAGT-2 testinde en fazla doğru cevabın verildiği sorular, birinci problemin birinci sorusu (sözelden cebirsele geçiş) , birinci problemin ikinci sorusu (sözelden tabloya geçiş) ve dördüncü problemin üçüncü sorusu (grafikten tabloya geçiş) olmuştur. Bu durum, ilgili soruların öğrencilerin bilişsel düzeylerine uygun şekilde hazırlandığını ya da temsil biçimlerinin daha açık ve anlaşılır olduğunu düşündürmektedir. Ayrıca bu soruların, öğrencilerin günlük yaşantılarıyla ilişki kurabilecekleri türde olması veya önceki öğrenmeleriyle desteklenmiş olması, doğru cevap oranının artmasına katkı sağlamış olabilir.

Buna karşılık, testte en az doğru yanıt verilen soru, ikinci problemin üçüncü sorusu (cebirselden grafiğe geçiş) olarak belirlenmiştir. Bu sonuç, öğrencilerin özellikle bu sorunun içerdiği temsil biçimlerini kavramakta ya da gerekli dönüşümleri gerçekleştirmekte zorlandıklarını göstermektedir.

Kısmen doğru olarak değerlendirilen cevaplar incelendiğinde, en fazla kısmen doğru yanıtın, üçüncü problemin üçüncü sorusunda (tablodan grafiğe geçiş) verildiği tespit edilmiştir. Bu bulgu, öğrencilerin bu soruyu çözme sürecinde doğruya yakın stratejiler kullandıklarını, ancak çeşitli nedenlerle tam doğru cevaba ulaşamadıklarını göstermektedir. Bu tür kısmi başarılar, öğrencilerin konuyu anlamaya başladığını ve temsil dönüşümleri konusunda gelişim gösterdiğini işaret edebilir.

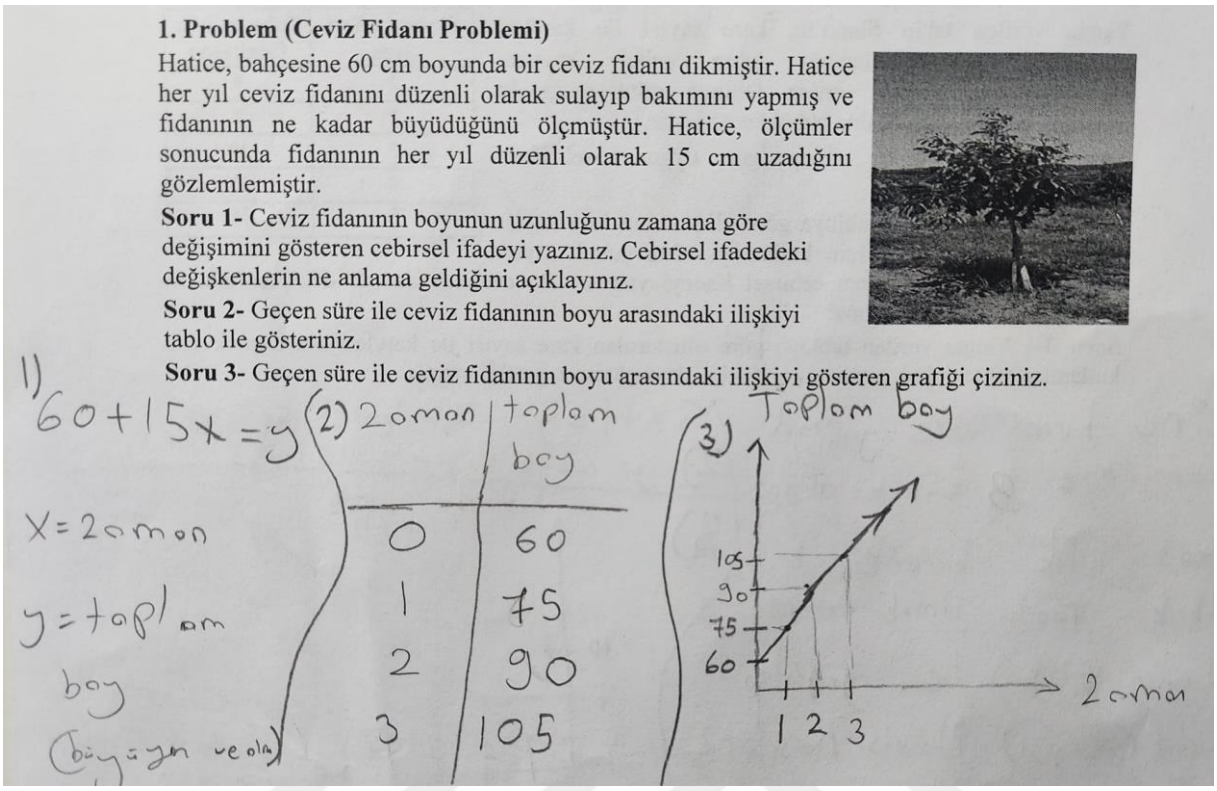
Yanlış cevaplara yönelik yapılan değerlendirmede ise, en fazla yanlış yapılan sorunun yine ikinci problemin üçüncü sorusu (cebirselden grafiğe geçiş) olduğu görülmüştür. Bu durum, daha önce en az doğru verilen soru olarak belirlenen bu sorunun, aynı zamanda en çok hata yapılan soru olması açısından dikkat çekicidir. Bu bulgu, öğrencilerin bu sorudaki kavramları anlamakta zorlandıklarını ve yanlış temsil kullanımları ya da işlem hataları yaptıklarını göstermektedir. Öte yandan, en az yanlış yapılan sorunun ise dördüncü problemin üçüncü sorusu olduğu belirlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin ya bu soruya doğru yanıt verdiğini ya da cevaplamamayı tercih ederek boş bıraktığını göstermektedir.

Son olarak, en fazla boş bırakılan sorunun, üçüncü problemin ikinci sorusu (tablodan cebirsele geçiş) olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin bu soruya hiç yanıt vermemeyi tercih etmeleri, sorunun içeriğini anlamakta zorlandıklarını, çözüm stratejisi geliştiremediklerini ya da zaman yönetimi açısından sıkıntı yaşadıklarını düşündürmektedir.

Genel olarak değerlendirildiğinde, Şekil 71'de sunulan grafik, yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testinde karşılaştıkları sorulara yönelik farklı yanıt türlerine verdikleri tepkileri göstermekte ve temsil temelli düşünme becerilerinin hangi alanlarda yeterli, hangi alanlarda ise geliştirilmeye ihtiyaç duyduğunu ortaya koymaktadır. Öğrencilerin en başarılı oldukları ve en çok zorlandıkları sorular arasında belirgin farklar gözlenmektedir; bu da temsillerin doğası, içeriği ve öğrencinin hazırbulunuşluk düzeyine göre performansın değiştiğini göstermektedir.

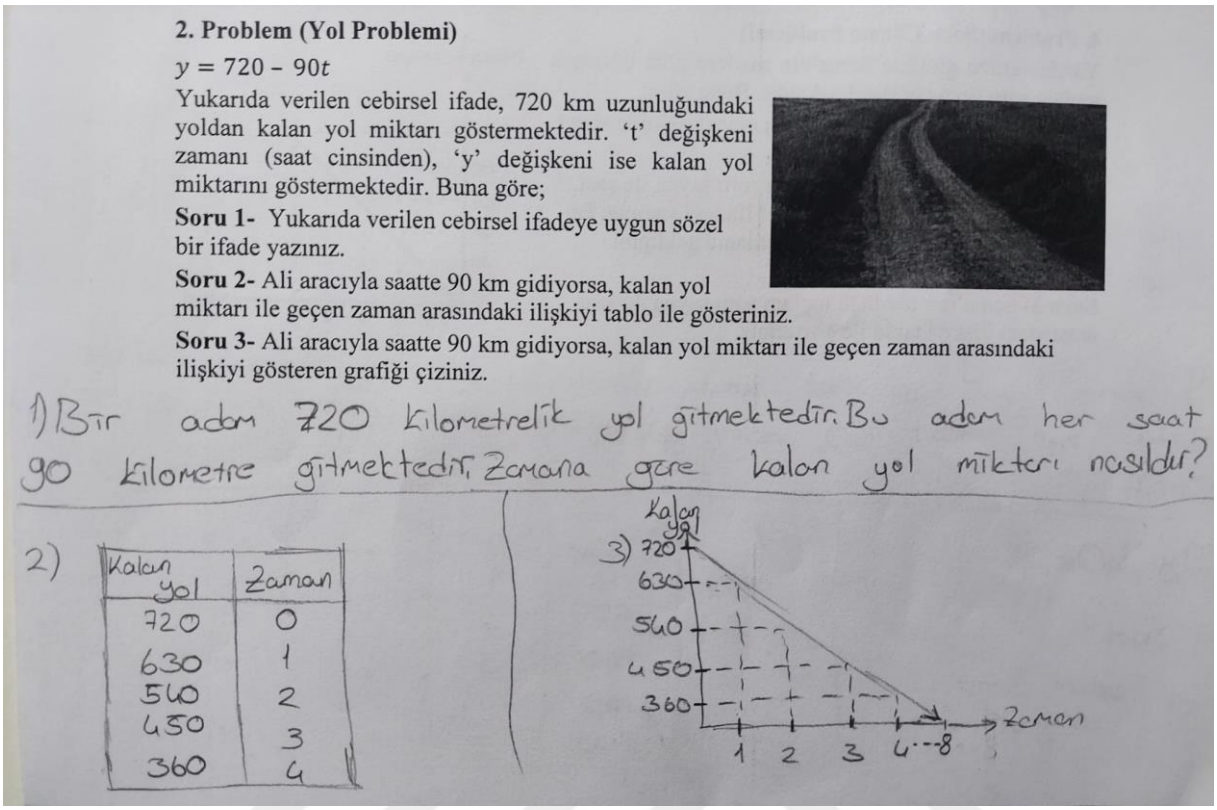
Yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testinin sorularına verdikleri cevaplar Şekil 72, Şekil 73, Şekil 74 ve Şekil 75'te örnek olarak gösterilmiştir.

**Şekil 72**
*Y3'ün TAGT-2 testindeki birinci problemle ilgili cevapları*



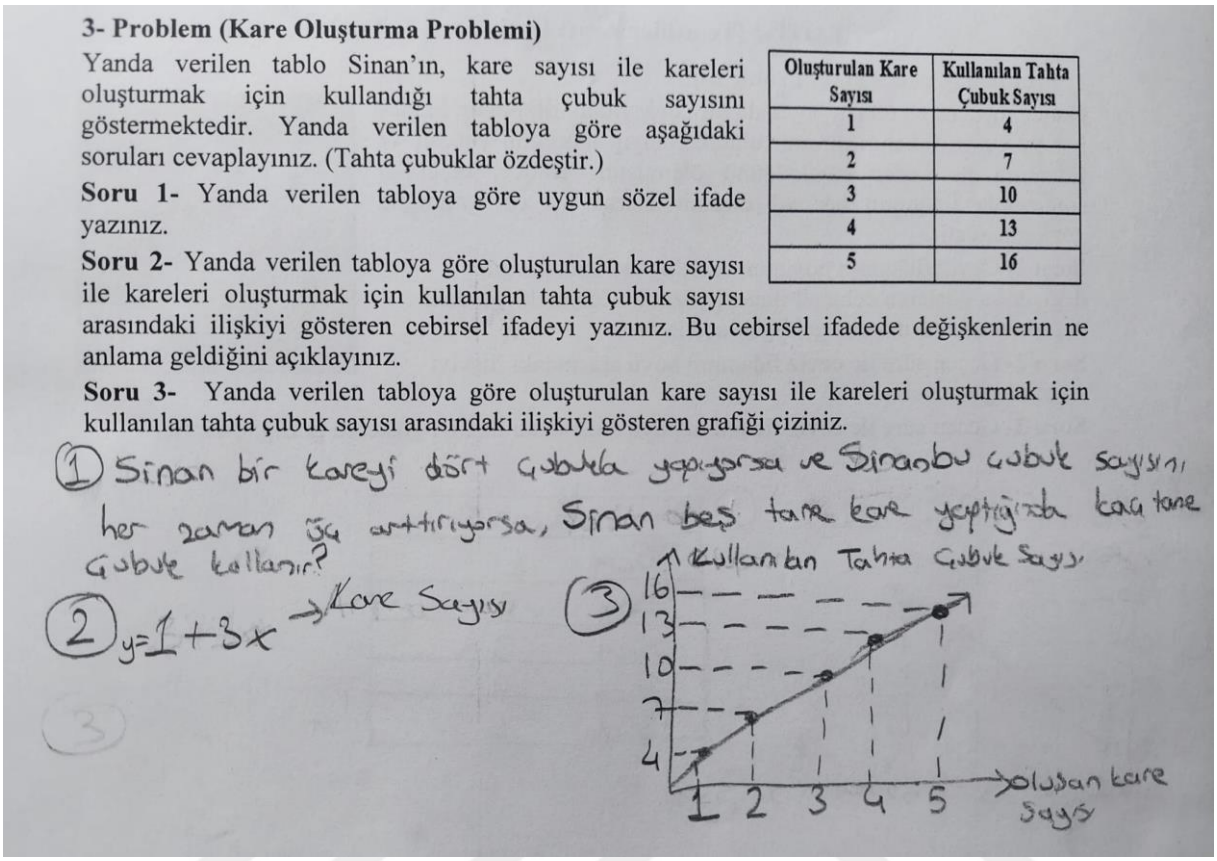

Şekil 72'de Y3'ün TAGT-2 testindeki birinci problemin sorularına verdiği cevaplar görülmektedir. Birinci problem sözel ifade yazma temsil türünde verilmiş ve problemin sorularında sırasıyla cebirsel ifade, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişler istenmiştir. Y3, birinci problemin birinci sorusunu doğru cevaplamış ve sözel ifadeden cebirsel ifade yazma temsil türüne geçişi doğru yapabilmiştir. Cebirsel ifadedeki değişkenleri doğru tanımlamış ve denklemi doğru kurabilmiştir. Y3, birinci problemin ikinci sorusunu da doğru cevaplamış ve sözel ifadeden tablo ile gösterme temsil türüne temsil türüne geçiş yapabilmiştir. Tabloda zaman ile fidanın boy uzunluğunu doğru bir şekilde göstermiştir. Y3, birinci problemin üçüncü sorusunu da doğru cevaplamış ve sözel ifadeden grafik ile gösterme temsil türüne temsil türüne geçiş yapabilmiştir. Grafiğin eksenlerini ve grafiğin çizgisini doğru çizmiştir.

**Şekil 73**
*Y5'in TAGT-2 testindeki ikinci problemle ilgili cevapları*




Şekil 73'te Y5'in TAGT-2 testindeki ikinci problemin sorularına verdiği cevaplar görülmektedir. İkinci problemde cebirsel ifade yazma temsil türünde verilmiş ve problemin sorularında sırasıyla sözel ifade yazma, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişler istenmiştir. Y5, ikinci problemin birinci sorusunu doğru cevaplamış ve cebirsel ifade temsil türünden sözel ifade yazma temsil türüne geçiş yapabilmiştir. Sözel ifade yazarken söylemek istediğini doğru şekilde ifade edebilmiştir. Y5, ikinci problemin ikinci sorusunu da doğru yapmış ve cebirsel ifade temsil türünden tablo ile gösterme temsil türüne geçişi doğru yapabilmiştir. Tabloda geçen zaman ile kalan yol uzunluğunu doğru bir şekilde göstermiştir. Y5, ikinci problemin üçüncü sorusunu da doğru cevaplamış ve cebirsel ifade yazma temsil türünden grafik ile gösterme temsil türüne geçiş yapabilmiştir. Grafiğin eksenlerini ve grafiğin çizgisini doğru çizmiştir.

**Şekil 74**
*Y17'nin TAGT-2 testindeki üçüncü problemle ilgili cevapları*



**3- Problem (Kare Oluşturma Problemi)**

Yanda verilen tablo Sinan'ın, kare sayısı ile kareleri oluşturmak için kullandığı tahta çubuk sayısını göstermektedir. Yanda verilen tabloya göre aşağıdaki soruları cevaplayınız. (Tahta çubuklar özdeştir.)

| Oluşturulan Kare Sayısı | Kullanılan Tahta Çubuk Sayısı |
|---|---|
| 1 | 4 |
| 2 | 7 |
| 3 | 10 |
| 4 | 13 |
| 5 | 16 |

**Soru 1-** Yanda verilen tabloya göre uygun sözel ifade yazınız.

**Soru 2-** Yanda verilen tabloya göre oluşturulan kare sayısı ile kareleri oluşturmak için kullanılan tahta çubuk sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız. Bu cebirsel ifadede değişkenlerin ne anlama geldiğini açıklayınız.

**Soru 3-** Yanda verilen tabloya göre oluşturulan kare sayısı ile kareleri oluşturmak için kullanılan tahta çubuk sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

(1) Sinan bir kareyi dört çubukla yapıyorsa ve Sinan bu çubuk sayısını her zaman üç arttırıyorsa, Sinan beş tane kare yaptığında kaç tane çubuk kullanır?

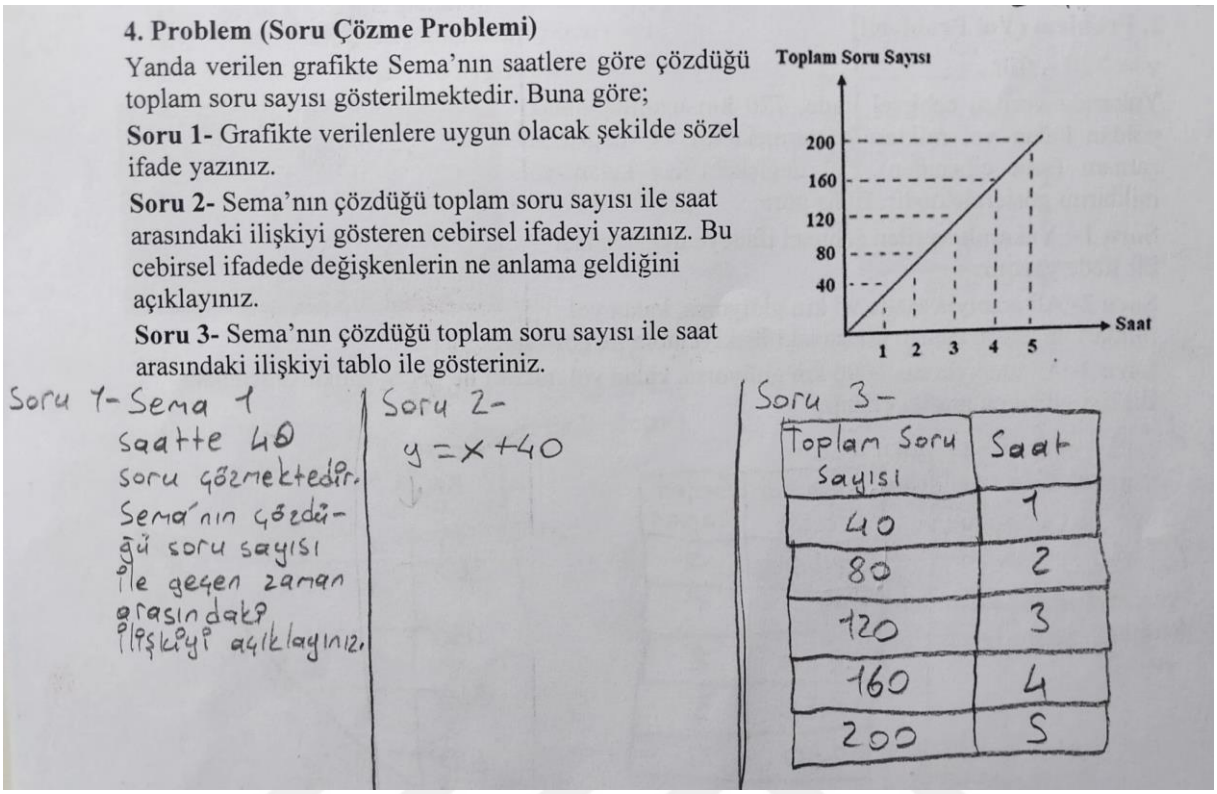
(2) $y=1+3x$ → Kare Sayısı

(3)



Şekil 74'te Y17'nin TAGT-2 testindeki üçüncü problemin sorularına verdiği cevaplar görülmektedir. Üçüncü problem tablo ile gösterme temsil türünde verilmiş ve problemin sorularında sırasıyla sözel ifade yazma, cebirsel ifade yazma ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişler istenmiştir. Y17, üçüncü problemin birinci sorusunu kısmen doğru cevaplamış ve tablo ile gösterme temsil türünden sözel ifade yazma temsil türüne kısmen geçiş yapabilmiştir. Tablodaki demir çubuk sayısı ile oluşan üçgen sayısı arasındaki ilişkiyi doğru olarak kuramadığı için sözel ifade yazarken söylemek istediklerini tam olarak doğru biçimde ifade edememiştir. Y17, üçüncü problemin ikinci sorusunu doğru cevaplamış ve tablo ile gösterme temsil türünden cebirsel ifade yazma temsil türüne geçiş yapabilmiştir. Tabloda verilen üçgen sayısı ile kullanılan demir çubuk sayısı arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde belirlemiştir. Y17, üçüncü problemin üçüncü sorusunu kısmen doğru cevaplamış ve tablo ile gösterme temsil türünden grafik ile gösterme temsil türüne kısmen geçiş yapabilmiştir. Grafik çizgisini orijin noktasından başlattığı için hata yapmıştır.

**Şekil 75**
*Y9'nin TAGT-2 testindeki dördüncü problemle ilgili cevapları*




Şekil 75'te Y9'un TAGT-2 testindeki dördüncü problemin sorularına verdiği cevaplar görülmektedir. Dördüncü problem grafik ile gösterme temsil türünde verilmiş ve problemin sorularında sırasıyla sözel ifade yazma, cebirsel ifade yazma ve tablo ile gösterme temsil türlerine geçişler istenmiştir. Y9, dördüncü problemin birinci sorusunu doğru cevaplamış ve grafik ile gösterme temsil türünden sözel ifade yazma temsil türüne geçiş yapabilmiştir. Sözel ifade yazarken söylemek istediğini doğru şekilde ifade edebilmiştir. Y9, dördüncü problemin ikinci sorusunu yanlış yapmış ve grafik ile gösterme temsil türünden cebirsel ifade yazma temsil türüne geçiş yapamamıştır. Öğrenci grafikteki okunan sayfa sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru belirleyemediğinden cebirsel ifadedeki değişkenin kat saylarını yanlış yazmıştır. Y9, dördüncü problemin üçüncü sorusunu doğru yapmış ve grafik ile gösterme temsil türünden tablo ile gösterme temsil türüne geçişi doğru yapmıştır. Grafiğin eksenlerinde verilenleri tabloya doğru şekilde aktarmıştır.

### 4.3.2. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin TAGT-2 Testi Sonuçları

Bu bölümde sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testine verdikleri cevaplar bulunmaktadır. Öğrencilerin verdikleri cevapların dağılımları Tablo 10'da verilmiştir.

**Tablo 10**

*Sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testine verdikleri cevapların dağılımı*

| Öğrenciler | TAGT-2 testindeki sorulara verilen cevaplar | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1. problemin 1.sorusu | 1. problemin 2.sorusu | 1. problemin 3.sorusu | 2. problemin 1.sorusu | 2. problemin 2.sorusu | 2. problemin 3.sorusu | 3. problemin 1.sorusu | 3. problemin 2.sorusu | 3. problemin 3.sorusu | 4. problemin 1.sorusu | 4. problemin 2.sorusu | 4. problemin 3.sorusu | Toplam doğru sayısı |
| S1 | D | D | D | D | D | D | Y | D | D | D | D | D | 11 |
| S2 | D | D | Y | D | D | D | Y | D | D | D | D | D | 10 |
| S3 | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | 12 |
| S4 | D | D | KD | D | D | D | D | D | D | D | D | D | 11 |
| S5 | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | 12 |
| S6 | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | 12 |
| S7 | D | D | D | D | D | KD | Y | D | D | D | D | D | 10 |
| S8 | D | D | Y | D | D | Y | Y | D | Y | Y | D | D | 7 |
| S9 | D | D | KD | D | D | KD | Y | Y | Y | D | D | D | 7 |
| S10 | D | D | D | D | D | Y | D | B | KD | D | D | D | 9 |
| S11 | D | D | D | KD | D | D | Y | Y | KD | Y | D | D | 7 |
| S12 | D | D | D | D | Y | Y | KD | KD | D | D | Y | D | 7 |
| S13 | D | D | D | D | D | KD | D | D | KD | D | D | D | 10 |
| S14 | D | D | D | D | D | D | D | D | D | KD | D | D | 11 |
| S15 | D | D | D | KD | D | D | Y | Y | KD | Y | D | D | 7 |
| S16 | D | D | D | D | Y | Y | KD | KD | D | D | Y | D | 7 |
| S17 | D | D | D | D | D | D | KD | KD | D | D | D | D | 10 |
| S18 | D | D | D | D | D | D | D | D | KD | D | D | D | 11 |
| S19 | D | D | D | D | D | D | Y | Y | KD | D | D | D | 9 |
| S20 | D | D | D | D | D | D | Y | KD | D | D | Y | D | 9 |
| Tds | 20 | 20 | 16 | 18 | 18 | 13 | 8 | 11 | 12 | 16 | 17 | 20 | 189 |

Tablo 10’da sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testindeki sorulara verdikleri cevapların sonuçları görülmektedir. Sekizinci sınıf öğrencileri TAGT-2 testindeki sorulara

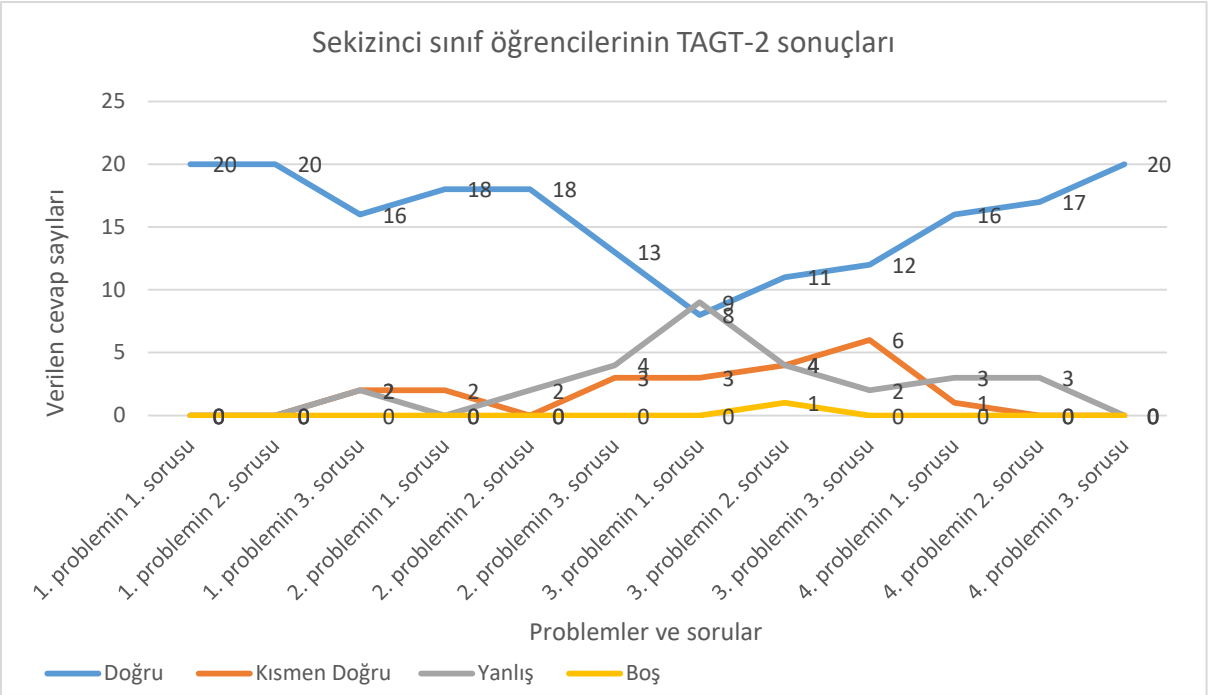
toplam 189 doğru, 21 kısmen doğru, 29 yanlış ve 4 boş cevap vermiştir. Öğrencilerin testte bulunan 12 sorudan ortalama 9,45 soruyu doğru yaptıkları belirlenmiştir. En fazla sayıda soruyu doğru yapan öğrenciler on iki doğruyla S3, S5 ve S6, en az sayıda soruyu doğru yapan öğrenciler ise yedi doğru ile S8, S9, S11, S12, S15 ve S16 olmuştur.

Tablo 10'da sekizinci sınıf öğrencilerinin hangi temsil türleri arasındaki geçişlerde başarılı ya da başarısız oldukları da görülmektedir. TAGT-2 testinde 56 doğru ile en fazla doğrunun yapıldığı temsil türünün sözel ifade temsilinden diğer temsil türlerine geçiş sorularının olduğu birinci problem; 31 doğru ile en az doğrunun yapıldığı temsil türünün tablo ile gösterme ifade temsil türünden diğer temsil türlerine geçiş sorularının olduğu üçüncü problem olmuştur. TAGT-2 testinde sekizinci sınıf öğrencileri tarafından en fazla doğrunun yapıldığı sorular birinci problemin birinci sorusu, birinci problemin ikinci sorusu ile dördüncü problemin üçüncü sorusudur. Birinci problemin birinci sorusu, birinci problemin ikinci sorusu ile dördüncü problemin üçüncü sorusunu yirmi öğrenci doğru cevaplamıştır. Birinci problemin birinci sorusu sözel ifade temsil türünden cebirsel ifade temsil türüne geçişe, birinci problemin ikinci sorusu sözel ifadeden tablo ile gösterme temsil türüne geçişe ve dördüncü problemin üçüncü sorusu da grafik ile gösterme temsil türünden tablo ile gösterme temsil türüne geçişe yöneliktir. TAGT-2 testinde sekizinci sınıf öğrencileri tarafından en az doğrunun yapıldığı soru ise üçüncü problemin birinci sorusudur. Üçüncü problemin birinci sorusunu sekiz öğrenci doğru yapmıştır. Üçüncü problemin birinci sorusu tablo ile gösterme temsil türünden sözel ifade temsil türüne geçişe yöneliktir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testinde genel olarak cebirsel ifade yazma temsil türüne geçiş ile tablo ile gösterme temsil türlerine geçiş sorularında başarılı oldukları, grafik ile gösterme temsil türüne geçiş sorularında başarılarının düşük olduğu tespit edilmiştir.

Sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testindeki sorulara verdikleri doğru cevap sayıları Şekil 76'da verilen grafikte gösterilmiştir.

**Şekil 76**

*Sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 sonuçları*




Şekil 76'da verilen grafik, sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testine verdikleri cevapların türlerine göre dağılımını kapsamlı bir şekilde göstermektedir. Bu grafik aracılığıyla öğrencilerin her bir soruya verdikleri doğru, kısmen doğru, yanlış ve boş cevapların sayısal değerleri net bir biçimde ortaya konmuştur. Elde edilen veriler, öğrencilerin temsil temelli sorular karşısındaki başarı düzeylerinin analiz edilmesi ve hangi soru tiplerinde zorlandıklarının belirlenmesi açısından önemli bilgiler sunmaktadır.

TAGT-2 testinde yer alan sorulara ilişkin doğru cevap sayıları incelendiğinde, öğrencilerin en yüksek başarıyı gösterdiği soruların birinci problemin birinci sorusu (sözelden cebirsele geçiş), birinci problemin ikinci sorusu (sözelden tabloya geçiş) ve dördüncü problemin üçüncü sorusu (grafikten tabloya geçiş) olduğu görülmektedir. Bu durum, belirtilen soruların öğrenciler için anlaşılır bir içerik taşıdığını, kullanılan temsillerin açık ve çözüm sürecinin daha kolay kavranabilir nitelikte olduğunu düşündürmektedir. Aynı zamanda bu soruların, öğrencilerin önceki öğrenme deneyimleriyle bağlantılı olduğu ya da günlük yaşamla ilişkilendirilebilir özellikler taşıdığı da söylenebilir. Bu tür bağlantılar, öğrencilerin doğru çözüme ulaşmalarını kolaylaştırmış olabilir.

Buna karşın, en az doğru cevap verilen soru, üçüncü problemin birinci sorusu (tablodan sözele geçiş) olarak dikkat çekmektedir. Bu durum, öğrencilerin bu sorunun çözümünde zorlandıklarını, kullanılan temsil biçimlerini tam olarak anlamadıklarını ya da çözüm sürecinde stratejik bir yaklaşım geliştiremediklerini göstermektedir. Özellikle bu sorunun, soyut düşünme

ve temsil dönüşümü gibi üst düzey bilişsel beceriler gerektirmesi, başarı oranının düşmesine neden olmuş olabilir.

Kısmen doğru cevaplara bakıldığında, en fazla kısmen doğru verilen soru, üçüncü problemin üçüncü sorusu (tablodan grafiğe geçiş) olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu veri, öğrencilerin bu sorunun çözümüne yaklaşırken doğru stratejiler izlediklerini, ancak çözüm sürecinde eksik adımlar attıklarını ya da bazı kavramsal karışıklıklar nedeniyle tam başarı sağlayamadıklarını göstermektedir. Kısmen doğru cevap oranının yüksek olması, bu sorunun öğrencilerin temsil becerilerini geliştirme aşamasında olduklarını ve konuyu kavrama yönünde çaba gösterdiklerini göstermesi bakımından önemlidir.

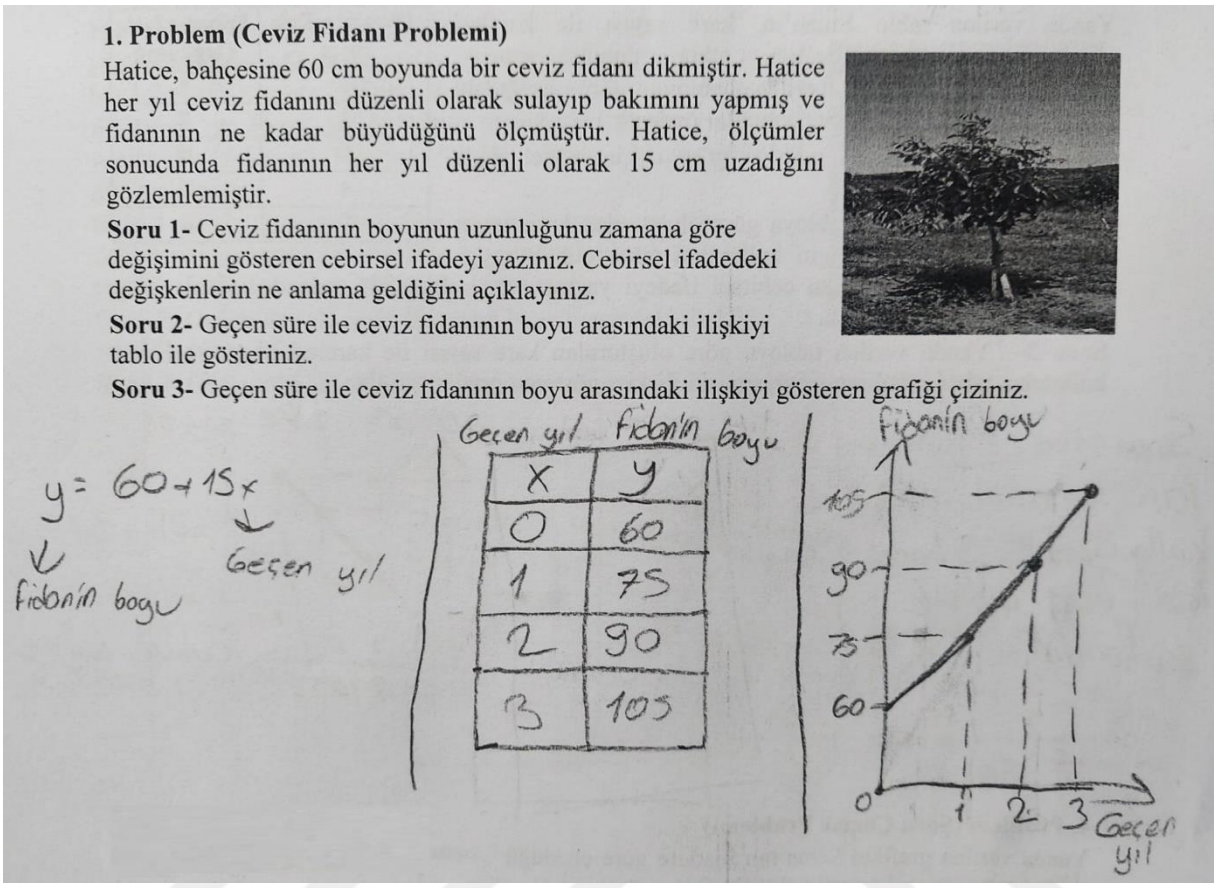
Yanlış cevaplar açısından yapılan inceleme sonucunda, en fazla yanlışın yapıldığı soru, yine üçüncü problemin birinci sorusu (tablodan sözele geçiş) olarak belirlenmiştir. Bu durum, daha önce en az doğru verilen soru olarak da tespit edilen bu sorunun, öğrenciler açısından oldukça zorlayıcı olduğunu bir kez daha ortaya koymaktadır. Sorunun temsil biçimi, çoklu adım gereksinimi ya da soyut içeriği, öğrencilerin hata yapma olasılığını artırmış olabilir. Bu da, öğrencilerin temsil becerilerinin bu tür sorular karşısında yetersiz kalabildiğini göstermektedir.

Son olarak, boş bırakılan cevaplara ilişkin değerlendirme yapıldığında, en fazla cevapsız bırakılan sorunun, üçüncü problemin ikinci sorusu (tablodan cebirsel geçiş) olduğu görülmektedir. Bu durum, öğrencilerin bu soruya herhangi bir çözüm üretmekte zorlandığını ve belki de sorunun içeriğini tam olarak anlamadıkları için yanıt vermekten kaçındıklarını düşündürmektedir. Zaman yönetimi sorunları, kavram yanılgıları ya da motivasyon eksikliği gibi faktörler de öğrencilerin bu soruyu boş bırakmalarında etkili olmuş olabilir.

Tüm bu veriler birlikte değerlendirildiğinde, sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testinde karşılaştıkları sorulara verdikleri yanıtların çeşitlilik gösterdiği, temsil kullanımında başarı düzeylerinin sorudan soruya değiştiği ve özellikle üçüncü probleme ait sorularda zorlandıkları açıkça görülmektedir. Bu bulgular, öğrencilerin temsil temelli düşünme becerilerinin değerlendirilmesinde önemli birer gösterge niteliği taşımaktadır.

Sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testinin sorularına verdikleri cevaplar Şekil 77, Şekil 78, Şekil 79 ve Şekil 80'de örnek olarak gösterilmiştir.

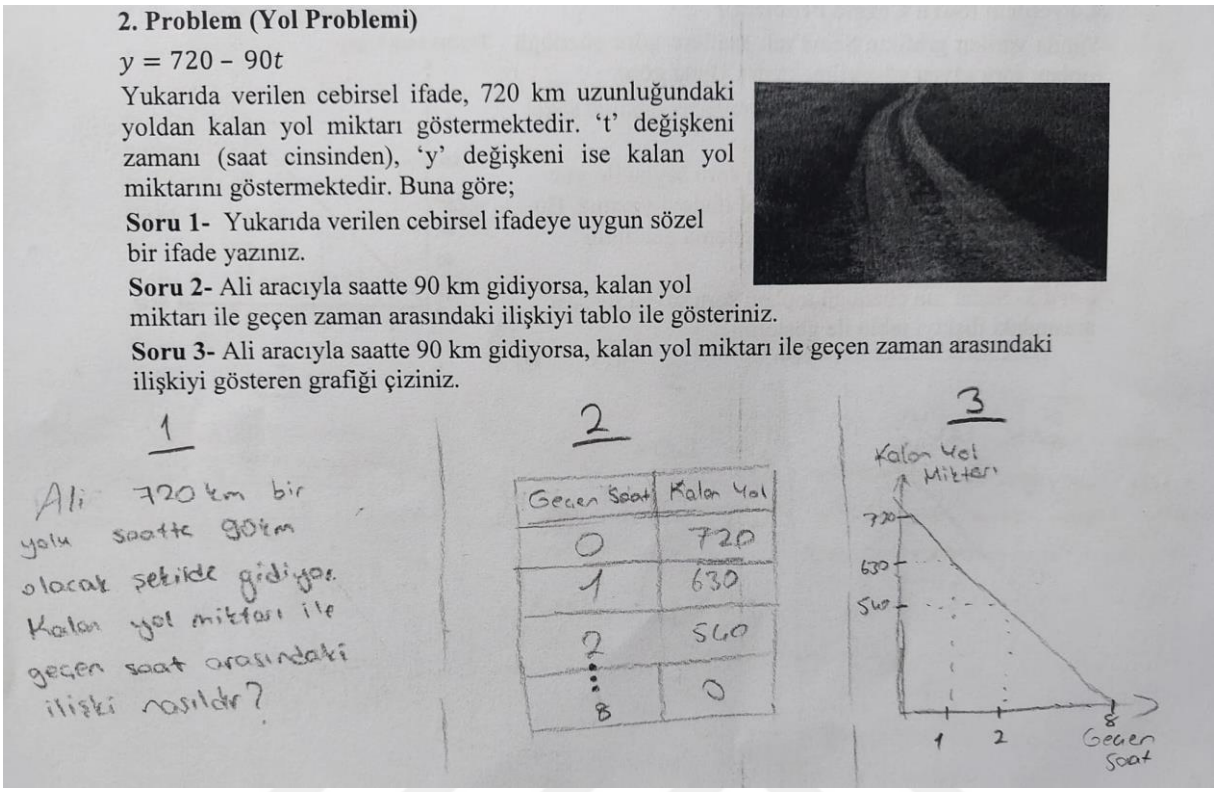
**Şekil 77**
*S7'nin TAGT-2 testindeki birinci problemle ilgili cevapları*




Şekil 77'de S7'nin TAGT-2 testindeki birinci problemin sorularına verdiği cevaplar görülmektedir. Birinci problem sözel ifade yazma temsil türünde verilmiş ve problemin sorularında sırasıyla cebirsel ifade, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişler istenmiştir. S7, birinci problemin birinci sorusunu doğru cevaplamış ve sözel ifadeden cebirsel ifade yazma temsil türüne geçişi doğru yapabilmiştir. Cebirsel ifadedeki değişkenleri doğru tanımlamış ve denklemi doğru kurabilmiştir. S7, birinci problemin ikinci sorusunu da doğru cevaplamış ve sözel ifadeden tablo ile gösterme temsil türüne temsil türüne geçiş yapabilmiştir. Tabloda zaman ile fidanın boy uzunluğunu doğru bir şekilde göstermiştir. S7, birinci problemin üçüncü sorusunu da doğru cevaplamış ve sözel ifadeden grafik ile gösterme temsil türüne temsil türüne geçiş yapabilmiştir. Grafiğin eksenlerini ve grafiğin çizgisini doğru çizmiştir.

**Şekil 78**

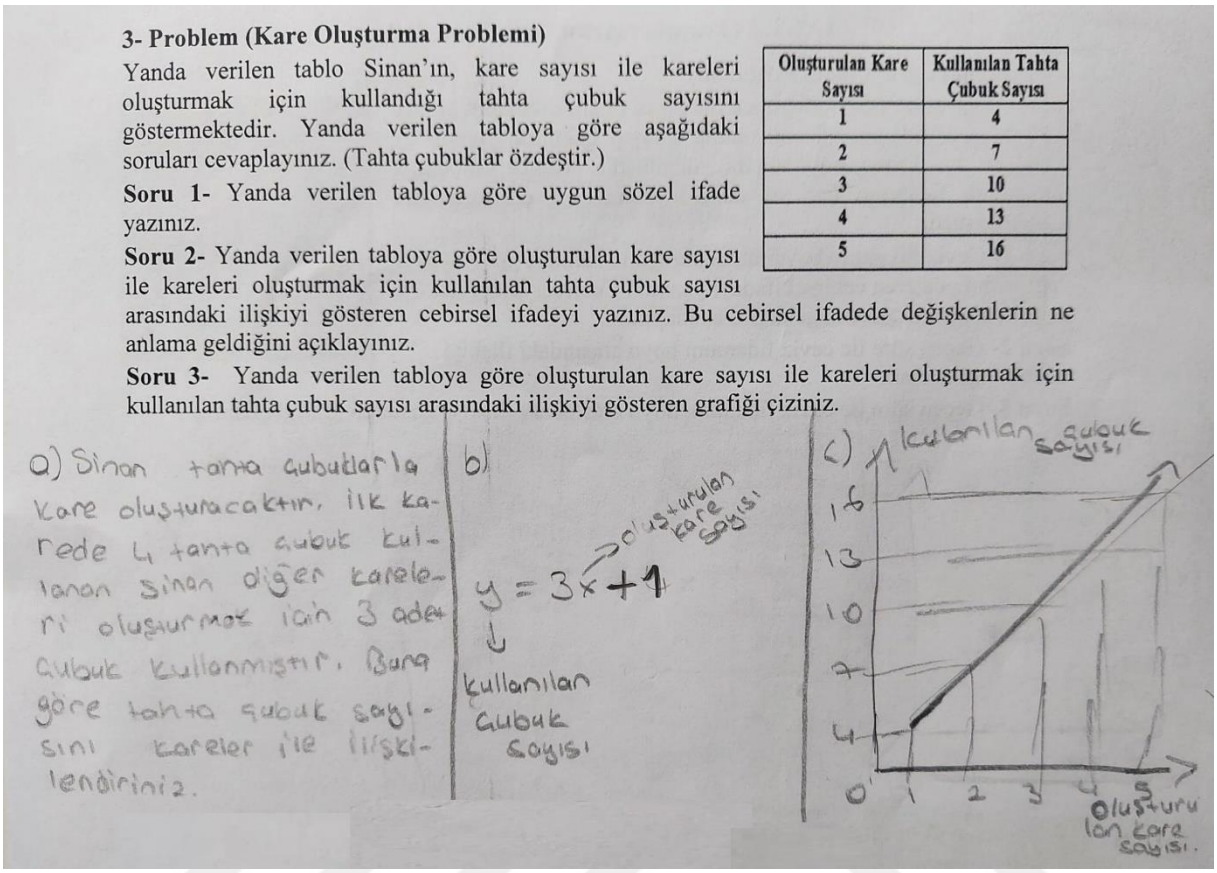
*S3'ün TAGT-2 testindeki ikinci problemle ilgili cevapları*




Şekil 78'de S3'ün TAGT-2 testindeki ikinci problemin sorularına verdiği cevaplar görülmektedir. İkinci problemde cebirsel ifade yazma temsil türünde verilmiş ve problemin sorularında sırasıyla sözel ifade yazma, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişler istenmiştir. S3, ikinci problemin birinci sorusunu doğru cevaplamış ve cebirsel ifade temsil türünden sözel ifade yazma temsil türüne geçiş yapabilmiştir. Sözel ifade yazarken söylemek istediğini doğru şekilde ifade edebilmiştir. S3, ikinci problemin ikinci sorusunu da doğru yapmış ve cebirsel ifade temsil türünden tablo ile gösterme temsil türüne geçişi doğru yapabilmiştir. Tabloda geçen zaman ile kalan yol uzunluğunu doğru bir şekilde göstermiştir. S3, ikinci problemin üçüncü sorusunu da doğru cevaplamış ve cebirsel ifade yazma temsil türünden grafik ile gösterme temsil türüne geçiş yapabilmiştir. Grafiğin eksenlerini ile grafik çizgisini doğru çizmiştir.

**Şekil 79**

*S14'ün TAGT-2 testindeki üçüncü problemle ilgili cevapları*



**3- Problem (Kare Oluşturma Problemi)**

Yanda verilen tablo Sinan'ın, kare sayısı ile kareleri oluşturmak için kullandığı tahta çubuk sayısını göstermektedir. Yanda verilen tabloya göre aşağıdaki soruları cevaplayınız. (Tahta çubuklar özdeştir.)

| Oluşturulan Kare Sayısı | Kullanılan Tahta Çubuk Sayısı |
|---|---|
| 1 | 4 |
| 2 | 7 |
| 3 | 10 |
| 4 | 13 |
| 5 | 16 |

**Soru 1-** Yanda verilen tabloya göre uygun sözel ifade yazınız.

**Soru 2-** Yanda verilen tabloya göre oluşturulan kare sayısı ile kareleri oluşturmak için kullanılan tahta çubuk sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız. Bu cebirsel ifadede değişkenlerin ne anlama geldiğini açıklayınız.

**Soru 3-** Yanda verilen tabloya göre oluşturulan kare sayısı ile kareleri oluşturmak için kullanılan tahta çubuk sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

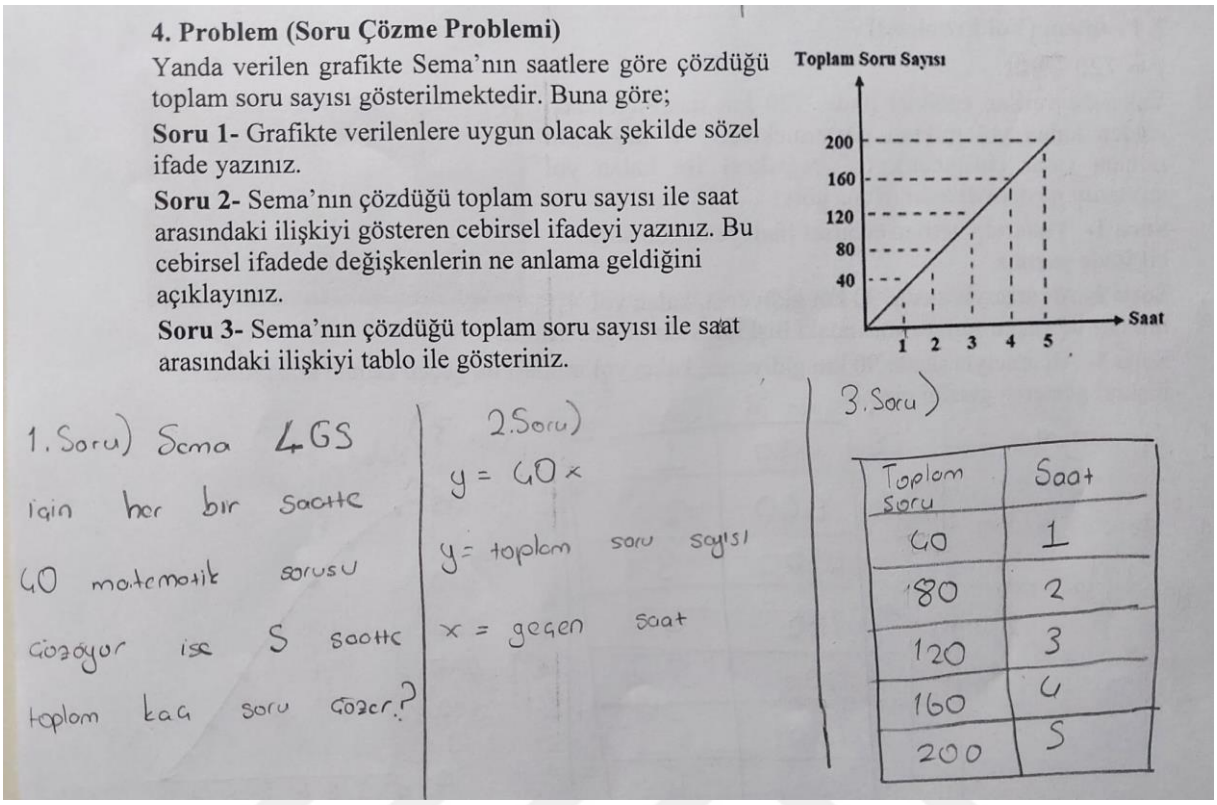
a) Sinan tahta çubuklarla kare oluşturacaktır. İlk karede 4 tahta çubuk kullanan Sinan diğer kareleri oluşturmak için 3 adet çubuk kullanmıştır. Buna göre tahta çubuk sayısını kareler ile ilişkilendiriniz.

b) $y = 3x + 1$ (x: oluşturulan kare sayısı; y: kullanılan çubuk sayısı)

c) Kullanılan çubuk sayısı – Oluşturulan kare sayısı

Şekil 79'da S14'ün TAGT-2 testindeki üçüncü problemin sorularına verdiği cevaplar görülmektedir. Üçüncü problem tablo ile gösterme temsil türünde verilmiş ve problemin sorularında sırasıyla sözel ifade yazma, cebirsel ifade yazma ve grafik ile gösterme temsil türlerine geçişler istenmiştir. S14, üçüncü problemin birinci sorusunu doğru cevaplamış ve tablo ile gösterme temsil türünden sözel ifade yazma temsil türüne geçiş yapabilmiştir. Tablodaki demir çubuk sayısı ile oluşan üçgen sayısı arasındaki ilişkiyi doğru olarak kurabilmiş ve sözel ifade yazarken söylemek istediklerini doğru biçimde ifade etmiştir. S14, üçüncü problemin ikinci sorusunu doğru cevaplamış ve tablo ile gösterme temsil türünden cebirsel ifade yazma temsil türüne geçiş yapabilmiştir. Tabloda verilen üçgen sayısı ile kullanılan demir çubuk sayısı arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde belirlemiştir. S14, üçüncü problemin üçüncü sorusunu da doğru cevaplamış ve tablo ile gösterme temsil türünden grafik ile gösterme temsil türüne geçiş yapabilmiştir. Grafiğin eksenlerini ile grafik çizgisini doğru çizmiştir.

**Şekil 80**
*S13'ün TAGT-2 testindeki dördüncü problemle ilgili cevapları*



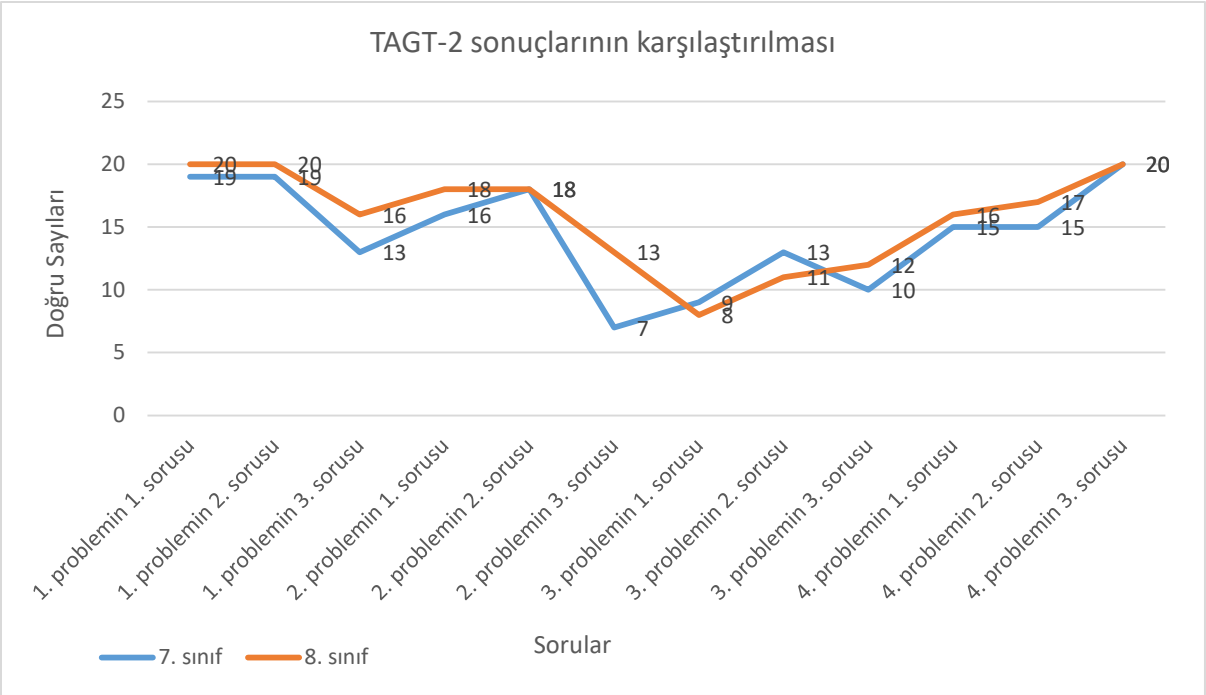

Şekil 80'de S13'ün TAGT-2 testindeki dördüncü problemin sorularına verdiği cevaplar görülmektedir. Dördüncü problem grafik ile gösterme temsil türünde verilmiş ve problemin sorularında sırasıyla sözel ifade yazma, cebirsel ifade yazma ve tablo ile gösterme temsil türlerine geçişler istenmiştir. S13, dördüncü problemin birinci sorusunu doğru cevaplamış ve grafik ile gösterme temsil türünden sözel ifade yazma temsil türüne geçiş yapabilmiştir. Sözel ifade yazarken söylemek istediğini doğru şekilde ifade edebilmiştir. S13, dördüncü problemin ikinci sorusunu da doğru yapmış ve grafik ile gösterme temsil türünden cebirsel ifade yazma temsil türüne geçiş yapabilmiştir. Öğrenci grafikteki okunan sayfa sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi doğru belirlediğinden cebirsel ifadedeki değişkenin kat saylarını doğru yazmıştır. S13, dördüncü problemin üçüncü sorusunu da doğru yapmış ve grafik ile gösterme temsil türünden tablo ile gösterme temsil türüne geçişi doğru yapmıştır. Grafiğin eksenlerinde verilenleri tabloya doğru şekilde aktarmıştır.

### 4.3.3. Sınıf Seviyesine Göre TAGT-2 Testindeki Sonuçlarının Karşılaştırılması

Bu bölümde yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testindeki cevapları karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma Şekil 91'de verilen grafikle gösterilmiştir.

**Şekil 81**

*TAGT-2 testinin sonuçlarının karşılaştırılması*




Şekil 81'de sunulan verilere bakıldığında, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testindeki performanslarının hem benzerlik hem de farklılıklar içerdiği dikkat çekmektedir. Bu karşılaştırma, öğrencilerin çoklu temsiller ile öğretim süreci sonrasındaki kavrama ve uygulama becerileri hakkında önemli ipuçları sunmaktadır. Özellikle test sonrası elde edilen toplam doğru cevap sayıları, öğretim sürecinin her iki sınıf düzeyinde de olumlu etki yarattığını ortaya koymakla birlikte, sekizinci sınıf öğrencilerinin genel başarı düzeyinin yedinci sınıf öğrencilerine göre daha yüksek olduğu görülmektedir. TAGT-2 testinde, yedinci sınıf öğrencileri toplamda 174 doğru cevap verirken, sekizinci sınıf öğrencileri 189 doğru cevap ile bu başarıyı bir adım öteye taşımışlardır. Bu veriler, çoklu temsillerle yapılan öğretimin, üst sınıf düzeyindeki öğrencilerde daha fazla akademik kazanım oluşturduğunu ve öğretimsel etkinin bilişsel gelişim düzeyine bağlı olarak daha verimli sonuçlar doğurabileceğini düşündürmektedir.

TAGT-2 testi, çoklu temsiller konusunun öğretimi tamamlandıktan sonra uygulandığı için, öğrencilerin testte verdikleri doğru cevaplar, aynı zamanda öğretim sürecinden ne derece fayda sağladıklarını da göstermektedir. Öğretim sonrasında sekizinci sınıf öğrencilerinin, yedinci sınıf öğrencilerine kıyasla daha yüksek başarı göstermesi, bu öğrencilerin hem temsil türlerini daha iyi kavradıklarını hem de farklı temsil türleri arasındaki geçişlerde daha fazla doğru strateji kullanabildiklerini göstermektedir. Testteki sorulara verilen cevapların analizine göre, hem yedinci hem de sekizinci sınıf öğrencileri açısından en fazla doğru cevabın verildiği

problem, sözel ifade temsillerinden diğer temsil türlerine geçişi gerektiren birinci problem olmuştur. Bu durum, sözel ifadelerin öğrencilere daha tanıdık gelmesinin ve sözel temsilden diğer temsillere geçişin bilişsel açıdan daha kolay olmasının etkisiyle açıklanabilir.

Buna karşılık, TAGT-2 testinde en az doğru cevabın verildiği problem ise, cebirsel ifade temsilinden diğer temsil türlerine geçişi içeren ikinci problem olarak belirlenmiştir. Bu sonuç, öğrencilerin özellikle sembolik ve soyut içerikli cebirsel temsilleri yorumlama ve başka bir biçime dönüştürme konusunda zorlandıklarını göstermektedir. Bu durum, cebirsel sembollerin soyut doğası gereği daha fazla zihinsel işlem gerektirmesiyle ilişkilendirilebilir.

Yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileri tarafından en fazla doğru yapılan sorular arasında; birinci problemin birinci sorusu (sözelden cebirsele geçiş), birinci problemin ikinci sorusu (sözelden tabloya geçiş) ile dördüncü problemin üçüncü sorusu (grafikten tabloya geçiş) yer almaktadır. Bu sorulardaki yüksek başarı düzeyi, temsil geçişlerinin açık ve anlaşılır olduğu ya da öğrencilerin temsil biçimlerine ilişkin yeterli ön bilgileri kazandıkları durumlarda daha başarılı olduklarını göstermektedir. Özellikle dikkat çeken bir başka bulgu ise, dördüncü problemin üçüncü sorusunun (grafikten tabloya geçiş) her iki sınıf düzeyindeki tüm öğrenciler tarafından doğru yanıtlanmış olmasıdır. Bu sonuç, söz konusu sorunun öğrencilerin hem kavrayabileceği düzeyde açık hem de çoklu temsiller arasında geçişi kolaylaştıracak nitelikte yapılandırıldığını düşündürmektedir.

Ayrıca, ikinci problemin ikinci sorusunda (cebirselden tabloya geçiş) da her iki sınıf düzeyinden eşit sayıda doğru yanıt elde edilmiş olması, bazı temsil türlerinin öğrenciler için benzer düzeyde erişilebilir olduğunu ve bu sorunun sınıf düzeyinden bağımsız olarak anlaşıldığını göstermektedir. Bununla birlikte, TAGT-2 testinde hem yedinci hem de sekizinci sınıf öğrencileri tarafından en az doğru yapılan soru, üçüncü problemin birinci sorusu (tablodan sözele geçiş) olarak tespit edilmiştir. Bu sorunun içerdiği temsil geçişinin, öğrencilerin zihinsel olarak zorlandıkları bir yön barındırdığı ve özellikle problem çözme stratejilerinin yeterince gelişmediği durumlarda düşük başarıya neden olduğu anlaşılmaktadır.

Bununla birlikte, yedinci sınıf öğrencileri üçüncü problemin birinci sorusu (tablodan sözele geçiş) ve üçüncü problemin ikinci sorusunda (tablodan cebirsele geçiş), sekizinci sınıf öğrencilerine kıyasla daha fazla doğru cevap vermiştir. Bu durum, öğrencilerin bireysel farklılıklarına bağlı olarak bazı temsil geçişlerinde daha başarılı olabileceklerini ve sınıf düzeyinin her zaman belirleyici bir unsur olmadığını ortaya koymaktadır. Öğrencilerin testte gösterdiği bu başarı düzeyleri, aynı zamanda öğretimin etkisinin öğrenciden öğrenciye farklılık gösterdiğini ve çoklu temsillere yönelik bireysel öğrenme yollarının dikkate alınması gerektiğini göstermektedir.

Genel sonuçlar değerlendirildiğinde, TAGT-2 testinde hem yedinci hem de sekizinci sınıf öğrencilerinin en fazla zorlandıkları soruların grafik ile gösterme temsil türünden diğer temsil biçimlerine geçişi gerektiren sorular olduğu belirlenmiştir. Bu bulgu, grafik temsillerin yorumlanmasının ve diğer biçimlerle ilişkilendirilmesinin öğrenciler açısından hâlâ gelişime açık bir alan olduğunu ve öğretim sürecinde bu temsil türüne özel vurgu yapılması gerektiğini göstermektedir. Dolayısıyla, çoklu temsillere dayalı öğretim sürecinin planlanmasında, öğrencilerin özellikle grafik temsilleri anlama ve dönüştürme becerilerinin desteklenmesine yönelik daha fazla örneklemeye ve uygulamaya yer verilmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

### 4.4. TAGT-1 ile TAGT-2 Testlerinin Sonuçlarının Karşılaştırılması

Çoklu temsiller ile ilgili öğretim verilen öğrencilerin çoklu temsil türleri arası geçiş becerilerine katkısının olup olmadığını belirlemek için yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testi ile TAGT-2 testleri karşılaştırılmıştır.

#### 4.4.1. Yedinci Sınıfların TAGT-1 Ve TAGT-2 Sonuçlarının Karşılaştırılması

Yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 VE TAGT-2 testlerinin sonuçları karşılaştırılmış ve sonuçlar Tablo 11'de gösterilmiştir. İki testin sonuçlarının karşılaştırması yedinci sınıf öğrencilerinin hangi çoklu temsil türleri arasındaki geçiş becerilerinde gelişmelerin olduğunu göstermektedir.

**Tablo 11**
*Yedinci sınıfların TAGT-1 ve TAGT-2 sonuçlarının karşılaştırılması*

| | Öğrencilerin TAGT-1 ve TAGT-2 Sonuçlarının Karşılaştırılması | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Öğrenci Adı | 1. problemin 1.sorusu | 1. problemin 1.sorusu | 1. problemin 2.sorusu | 1. problemin 2.sorusu | 1. problemin 3.sorusu | 1. problemin 3.sorusu | 2. problemin 1.sorusu | 2. problemin 1.sorusu | 2. problemin 2.sorusu | 2. problemin 2.sorusu | 2. problemin 3.sorusu | 2. problemin 3.sorusu | 3. problemin 1.sorusu | 3. problemin 1.sorusu | 3. problemin 2.sorusu | 3. problemin 2.sorusu | 3. problemin 3.sorusu | 3. problemin 3.sorusu | 4. problemin 1.sorusu | 4. problemin 1.sorusu | 4. problemin 2.sorusu | 4. problemin 2.sorusu | 4. problemin 3.sorusu | 4. problemin 3.sorusu |
| | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 |
| Y1 | D | D | Y | D | KD | D | Y | D | D | D | Y | D | Y | D | D | D | KD | D | Y | D | D | D | KD | D |
| Y2 | D | D | Y | D | KD | D | D | KD | Y | D | Y | D | KD | D | Y | D | KD | D | KD | D | Y | D | D | D |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Y3 | D | D | Y | D | Y | D | KD | D | KD | D | Y | D | D | Y | D | Y | KD | D | KD | D | D | D | KD | D |
| Y4 | D | D | D | D | D | D | D | D | D | D | Y | D | D | D | Y | D | KD | D | Y | D | Y | D | D | D |
| Y5 | Y | D | D | D | KD | D | KD | D | Y | D | Y | D | Y | KD | Y | D | KD | D | Y | D | Y | D | D | D |
| Y6 | D | D | D | D | KD | KD | KD | D | Y | D | Y | KD | Y | Y | D | D | KD | Y | Y | D | Y | D | D | D |
| Y7 | Y | D | Y | D | Y | Y | Y | D | Y | KD | Y | Y | Y | D | Y | D | KD | D | Y | D | Y | D | KD | D |
| Y8 | D | D | D | D | KD | D | KD | D | D | D | D | D | KD | KD | Y | D | KD | KD | KD | D | D | D | D | D |
| Y9 | B | Y | D | D | KD | Y | B | D | B | D | B | Y | B | Y | B | Y | KD | D | B | D | B | Y | D | D |
| Y10 | D | D | Y | D | Y | D | Y | KD | Y | D | Y | KD | Y | D | D | D | D | KD | D | Y | B | D | D | D |
| Y11 | D | D | Y | D | Y | Y | Y | KD | Y | D | Y | Y | Y | Y | Y | Y | KD | D | Y | Y | Y | KD | D | D |
| Y12 | Y | D | D | D | KD | D | Y | D | B | D | B | KD | Y | KD | D | D | KD | KD | Y | Y | D | D | D | D |
| Y13 | D | D | B | D | B | D | Y | D | B | D | B | Y | KD | D | B | Y | KD | D | Y | D | B | Y | D | D |
| Y14 | D | D | Y | Y | Y | Y | Y | Y | B | Y | B | Y | Y | Y | D | Y | KD | KD | Y | D | Y | Y | Y | D |
| Y15 | D | D | D | D | KD | D | B | D | B | D | B | Y | Y | KD | D | D | KD | KD | Y | D | D | D | D | D |
| Y16 | D | D | Y | D | Y | D | D | D | Y | D | KD | Y | Y | D | Y | D | Y | D | Y | D | D | D | Y | D |
| Y17 | D | D | KD | D | KD | KD | D | D | KD | D | Y | Y | D | KD | D | D | KD | KD | D | KD | D | D | D | D |
| Y18 | D | D | Y | D | Y | D | KD | D | D | D | Y | Y | D | Y | D | D | KD | KD | Y | Y | D | D | D | D |
| Y19 | B | D | D | D | KD | Y | B | D | Y | D | Y | KD | B | D | B | B | KD | KD | B | D | B | B | D | D |
| Y20 | D | D | D | D | KD | D | B | D | Y | D | Y | D | B | D | B | Y | KD | Y | Y | D | D | D | D | D |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tds | 15 | 19 | 9 | 19 | 1 | 13 | 4 | 16 | 4 | 18 | 1 | 7 | 4 | 9 | 9 | 13 | 1 | 10 | 2 | 15 | 9 | 15 | 15 | 20 |

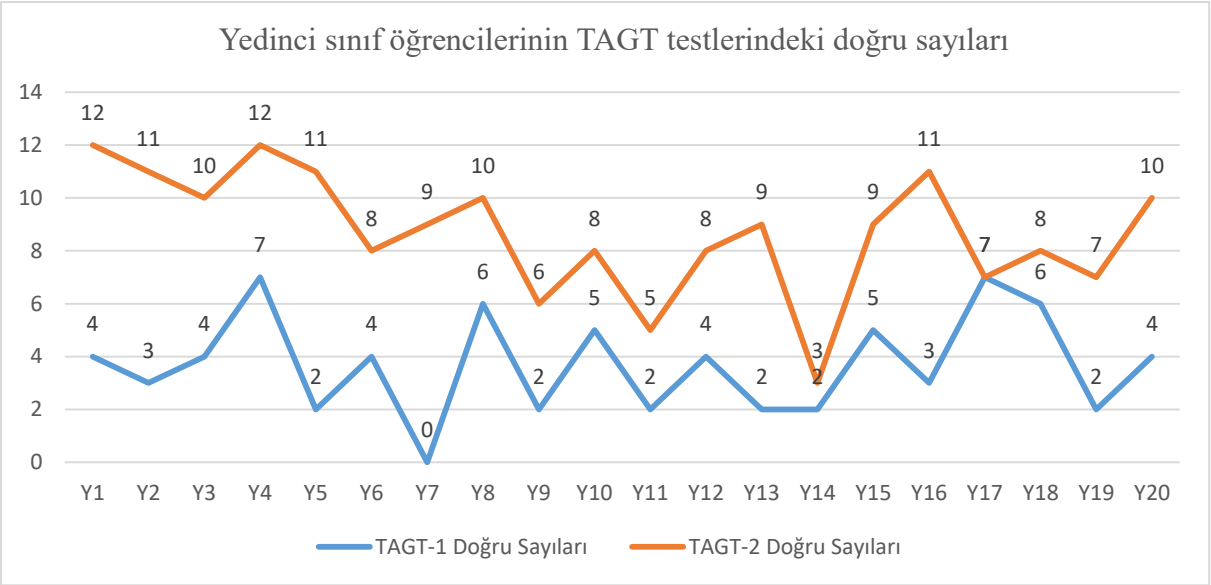
Tablo 11'de yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 ve TAGT-2 testlerindeki sorulara verdikleri cevap türleri ile bir problem türüne ait soruların doğru cevap sayıları görülmektedir. Yedinci sınıf öğrencileri TAGT-1 testindeki sorulara toplam 74 doğru cevap verirken TAGT-2 testindeki sorulara 174 doğru cevap vermişlerdir. Bu artışın, altı haftalık yapılan öğretimin sonucunda ortaya çıktığı düşünülmektedir. Yedinci sınıf öğrencilerinin, bazı temsil türleri arasındaki geçiş becerilerindeki gelişmelerinin fazla olduğu, bazı temsil türleri arasında ise gelişmelerinin ise daha az olduğu tespit edilmiştir. En fazla gelişme gösterilen sorular birinci problemin üçüncü sorusu, ikinci problemin birinci sorusu, ikinci problemin ikinci sorusu ve dördüncü problemin birinci sorusu olmuştur. Bu sorularda yer alan temsil türleri arasındaki geçiş becerilerinde önemli artışların olduğu gözlemlenmiştir. Birinci problemin üçüncü sorusu sözel ifade temsil türünden grafik ile gösterme temsil türüne geçiş sorusudur. TAGT-1 testinde bu soruya 1 öğrenci doğru cevap verirken TAGT-2 testinde doğru cevap veren öğrenci sayısı 13'e çıkmıştır. Yedinci sınıf öğrencileri, yapılan öğretimden sonra grafiklerin nasıl çizileceğini öğrenmişlerdir. Bu sayede sözel ifadede yazılanları grafiğe doğru bir şekilde aktarabilmişlerdir. İkinci problemin birinci sorusu cebirsel ifade temsil türünden sözel ifade temsil türüne geçiş sorudur. TAGT-1 testinde bu soruya 4 öğrenci doğru cevap verirken TAGT-2 testinde doğru cevap veren öğrenci sayısı 16'ya yükselmiştir. Yedinci sınıf öğrencileri yapılan öğretimden sonra cebirsel ifadedeki değişkenlere çeşitli anlamlar verip sözel ifade kurmaya başlamışlardır. Böylece verilen cebirsel bir ifadeye uygun sözel bir ifade yazabilmişlerdir. İkinci problemin ikinci sorusu cebirsel ifadeden tablo ile gösterme temsil türüne geçiş sorusudur. TAGT-1 testinde bu soruya 4 öğrenci doğru cevap verirken TAGT-2 testinde doğru cevap veren öğrenci sayısı 18'e yükselmiştir. Yedinci sınıf öğrencileri, yapılan öğretimden sonra cebirsel ifadedeki değişkenlere 1, 2, 3 gibi değerler verip, verilen bu değerler ile sonuçları tablo ile göstermişlerdir. Bu sayede cebirsel ifadeye uygun sözel bir ifade yazmışlardır. Dördüncü problemin birinci sorusu grafik ile gösterme temsil türünden sözel ifade temsil türüne geçiş sorusudur. TAGT-1 testinde bu soruya 2 öğrenci doğru cevap verirken TAGT-2 testinde doğru cevap veren öğrenci sayısı 15'e çıkmıştır. Yedinci sınıf öğrencilerinin yapılan öğretim sonrasında grafikleri daha iyi okudukları, grafiklerin eksenleri arasındaki ilişkileri daha iyi belirledikleri tespit edilmiştir. Grafiği okuyabilen yedinci sınıf öğrencilerinin verilen bir grafiğe uygun sözel bir ifade yazabildikleri görülmüştür. En az gelişme gösterilen sorular birinci problemin birinci sorusu ve üçüncü problemin ikinci sorusu olmuştur. Bu sorularda yer alan temsil türleri arasındaki geçiş becerilerinde artışların daha az olduğu gözlemlenmiştir. Birinci

problemin birinci sorusu sözel ifade temsil türünden cebirsel ifade temsil türüne geçiş sorusudur. TAGT-1 testinde bu soruya 15 öğrenci doğru cevap verirken TAGT-2 testinde doğru cevap veren öğrenci sayısı 19'a çıkmıştır. Bu temsil sorusunda doğru cevap sayısı iki testte de yüksektir. Yedinci sınıf öğrencileri, yapılan öğretimin sonucunda sözel ifadede yer alan nesneleri, olayları değişken olarak nasıl kullanılacağını öğrenmişlerdir. Bu sayede sözel ifadeye uygun cebirsel bir ifade yazabilen öğrenci sayısında artış görülmüştür. Üçüncü problemin ikinci sorusu tablo ile gösterme temsil türünden cebirsel ifade temsil türüne geçiş sorusudur. TAGT-1 testinde bu soruya 9 öğrenci doğru cevap verirken TAGT-2 testinde doğru cevap veren öğrenci sayısı 13'e çıkmıştır. Yedinci sınıf öğrencileri yapılan öğretim sonrasında tabloların sütunları arasındaki ilişkileri, öğretim öncesine göre daha fazla görebilmeye başlamışlardır. Bu sayede verilen bir tabloya uygun cebirsel bir ifade yazmışlardır.

Tablo 11'de TAGT-1 ve TAGT-2 test sonuçlarına göre yapılan öğretimin öğrencilerin bireysel olarak temsil türleri arasındaki geçiş becerilerine bir katkısının olup olmadığı da görülmektedir. Bu katkı öğrencilerin doğru cevap sayılarındaki değişiklikle tespit edilmektedir. En fazla gelişme gösteren öğrenciler Y5 ve Y7 olmuştur. Y5, TAGT-1 testinde 2 doğru yapıp TAGT-2 testinde 11 doğru yapmıştır. Y7 ise TAGT-1 testinde 0 doğru yapıp TAGT-2 testinde 9 doğru yapmıştır. Yapılan öğretimin bu iki öğrencinin temsil türleri arasındaki geçiş becerilerine katkısının oldukça fazla olduğu tespit edilmiştir. En az gelişme gösteren öğrenciler ise Y14 ve Y18 olmuştur. Y14, TAGT-1 testinde 2 doğru yapıp TAGT-2 testinde 3 doğru yapmıştır. Y18 ise TAGT-1 testinde 6 doğru yapıp TAGT-2 testinde 8 doğru yapmıştır. Yapılan öğretimin bu iki öğrencinin temsil türleri arasındaki geçiş becerilerine katkısının daha az olduğu tespit edilmiştir. Y17, TAGT-1 testinde 7 doğru yapıp TAGT-2 testinde de 7 doğru yapmıştır. Bu sonuca göre yapılan öğretimin Y17'nin temsil türleri arasındaki geçiş becerilerine bir katkısının olmadığı görülmüştür. Tablo 9'daki veriler Şekil 92'de verilen grafik ile gösterilmiştir.

**Şekil 82**

*Yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT testlerindeki doğru sayıları*




Şekil 82'de yer alan grafik, yedinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 ve TAGT-2 testlerinden elde ettikleri doğru cevap sayılarını karşılaştırmalı olarak görsel biçimde sunmaktadır. Bu grafiksel gösterim, öğrencilerin her iki testte gösterdikleri başarı düzeylerindeki artışları veya azalmaları açık bir şekilde gözlemlemeyi mümkün kılmaktadır. Böylece hem bireysel öğrenci düzeyinde hem de genel sınıf düzeyinde zaman içinde ortaya çıkan gelişim veya gerilemelerin daha kolay analiz edilmesi amaçlanmıştır. Grafik aracılığıyla öğrencilerin temsil türlerini kullanma becerilerinde testler arasında meydana gelen değişimler, nicel olarak görsel biçimde karşılaştırılabilir hale gelmiştir.

Grafikteki verilere göre, Y17 kodlu öğrencinin TAGT-1 ve TAGT-2 testlerindeki doğru cevap sayılarının birbirine eşit olduğu tespit edilmiştir. Bu durum, ilgili öğrencinin çoklu temsillerle yapılan öğretim süreci sonunda test performansında belirgin bir gelişme ya da gerileme göstermediğini ortaya koymaktadır. Başka bir ifadeyle, öğretim süreci bu öğrenci özelinde ölçülebilir bir değişim yaratmamıştır. Bu tür grafiksel karşılaştırmalar, öğretim sürecinin bireysel etkilerini değerlendirme açısından öğretmenlere ve araştırmacılara önemli veriler sunmaktadır. Özellikle çoklu temsillerle yapılan öğretimin her öğrenci üzerinde aynı düzeyde etkili olmadığı göz önünde bulundurulduğunda, bu tür karşılaştırmalı grafiklerin yorumlanması, öğretimin etkililiğini değerlendirme açısından büyük önem taşımaktadır.

### 4.4.2. Sekizinci Sınıfların TAGT-1 Ve TAGT-2 Sonuçlarının Karşılaştırılması

Sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 VE TAGT-2 testlerinin sonuçları karşılaştırılmış ve sonuçlar Tablo 12'de verilmiştir. İki testin sonuçlarının karşılaştırması sekizinci sınıf

öğrencilerinin hangi çoklu temsil türleri arasındaki geçiş becerilerinde gelişmelerin olduğunu göstermektedir.

**Tablo 12**

*Sekizinci sınıfların TAGT-1 ve TAGT-2 sonuçlarının karşılaştırılması*

| | Öğrencilerin TAGT-1 ve TAGT-2 Sonuçlarının Karşılaştırılması | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Öğrenci Adı | 1. problemin 1.sorusu | 1. problemin 1.sorusu | 1. problemin 2.sorusu | 1. problemin 2.sorusu | 1. problemin 3.sorusu | 1. problemin 3.sorusu | 2. problemin 1.sorusu | 2. problemin 1.sorusu | 2. problemin 2.sorusu | 2. problemin 2.sorusu | 2. problemin 3.sorusu | 2. problemin 3.sorusu | 3. problemin 1.sorusu | 3. problemin 1.sorusu | 3. problemin 2.sorusu | 3. problemin 2.sorusu | 3. problemin 3.sorusu | 3. problemin 3.sorusu | 4. problemin 1.sorusu | 4. problemin 1.sorusu | 4. problemin 2.sorusu | 4. problemin 2.sorusu | 4. problemin 3.sorusu | 4. problemin 3.sorusu |
| | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 | TAGT-1 | TAGT-2 |
| S1 | D | D | KD | D | Y | D | D | D | KD | D | KD | D | Y | Y | D | D | KD | D | Y | D | Y | D | KD | D |
| S2 | D | D | D | D | KD | Y | Y | D | D | D | Y | D | Y | Y | D | D | KD | D | Y | D | D | D | D | D |
| S3 | D | D | D | D | KD | D | Y | D | Y | D | Y | D | Y | D | Y | D | KD | D | Y | D | Y | D | KD | D |
| S4 | D | D | Y | D | Y | KD | Y | D | B | D | B | D | Y | D | D | D | D | D | Y | D | B | D | D | D |
| S5 | Y | D | D | D | D | D | Y | D | D | D | D | D | Y | D | Y | D | KD | D | KD | D | Y | D | D | D |
| S6 | D | D | D | D | KD | D | Y | D | D | D | Y | D | Y | D | Y | D | KD | D | D | D | Y | D | Y | D |
| S7 | D | D | KD | D | KD | D | Y | D | KD | D | Y | KD | Y | Y | D | D | KD | D | Y | D | D | D | KD | D |
| S8 | Y | D | Y | D | Y | Y | D | D | D | D | Y | Y | Y | Y | Y | D | KD | Y | Y | Y | D | D | D | D |
| S9 | Y | D | KD | D | Y | KD | Y | D | Y | D | Y | KD | Y | Y | Y | Y | KD | Y | Y | D | Y | D | D | D |
| S10 | Y | D | D | D | KD | D | Y | D | D | D | Y | Y | Y | D | Y | B | Y | KD | Y | D | B | D | D | D |
| S11 | D | D | Y | D | Y | D | Y | KD | Y | D | Y | D | Y | Y | Y | Y | KD | KD | Y | Y | Y | D | D | D |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S12 | D | D | D | D | KD | D | KD | D | Y | Y | Y | Y | Y | KD | Y | KD | KD | D | Y | D | Y | Y | D | D |
| S13 | D | D | KD | D | KD | D | Y | D | Y | D | Y | KD | Y | D | Y | D | KD | KD | Y | D | D | D | D | D |
| S14 | D | D | D | D | KD | D | D | D | D | D | D | D | KD | D | D | D | KD | D | D | KD | Y | D | D | D |
| S15 | D | D | D | D | KD | D | KD | KD | D | D | D | D | KD | Y | D | Y | KD | KD | KD | Y | Y | D | D | D |
| S16 | Y | D | Y | D | Y | D | Y | D | Y | Y | Y | Y | Y | KD | Y | KD | KD | D | Y | D | Y | Y | D | D |
| S17 | Y | D | D | D | D | D | Y | D | D | D | KD | D | Y | KD | Y | KD | KD | D | Y | D | Y | D | D | D |
| S18 | Y | D | D | D | Y | D | Y | D | KD | D | Y | D | Y | D | D | D | KD | KD | Y | D | D | D | D | D |
| S19 | D | D | Y | D | Y | D | KD | D | Y | D | Y | D | Y | Y | Y | Y | KD | KD | D | D | Y | D | KD | D |
| S20 | D | D | Y | D | Y | D | D | D | D | D | KD | D | Y | Y | D | KD | KD | D | KD | D | Y | Y | D | D |
| Tds | 13 | 20 | 10 | 20 | 2 | 16 | 4 | 18 | 9 | 18 | 3 | 13 | 0 | 8 | 8 | 11 | 1 | 12 | 3 | 16 | 5 | 17 | 15 | 20 |

Tablo 12'de sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 ve TAGT-2 testlerindeki sorulara verdikleri cevap türleri ile bir problem türüne ait soruların doğru cevap sayıları görülmektedir. Sekizinci sınıf öğrencileri TAGT-1 testindeki sorulara toplam 73 doğru cevap verirken TAGT-2 testindeki sorulara 189 doğru cevap vermişlerdir. Bu artışın, altı haftalık yapılan öğretimin sonucunda ortaya çıktığı düşünülmektedir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin bazı temsil türleri arasındaki geçiş becerilerindeki gelişmelerinin fazla olduğu, bazı temsil türleri arasında ise gelişmelerinin ise daha az olduğu tespit edilmiştir. En fazla gelişme gösterilen sorular birinci problemin üçüncü sorusu, ikinci problemin birinci sorusu, dördüncü problemin birinci sorusu ve dördüncü problemin ikinci sorusu olmuştur. Bu sorularda yer alan temsil türleri arasındaki geçiş becerilerinde önemli artışların olduğu gözlemlenmiştir. Birinci problemin üçüncü sorusu sözel ifade temsil türünden grafik ile gösterme temsil türüne geçiş sorusudur. TAGT-1 testinde bu soruya 2 öğrenci doğru cevap verirken TAGT-2 testinde doğru cevap veren öğrenci sayısı 16'ya çıkmıştır. Sekizinci sınıf öğrencileri, yapılan öğretimden sonra grafiklerin nasıl çizileceğini öğrenmişlerdir. Bu sayede sözel ifadede yazılanları grafiğe doğru bir şekilde aktarabilmişlerdir. İkinci problemin birinci sorusu cebirsel ifade temsil türünden sözel ifade temsil türüne geçiş sorudur. TAGT-1 testinde bu soruya 4 öğrenci doğru cevap verirken TAGT-

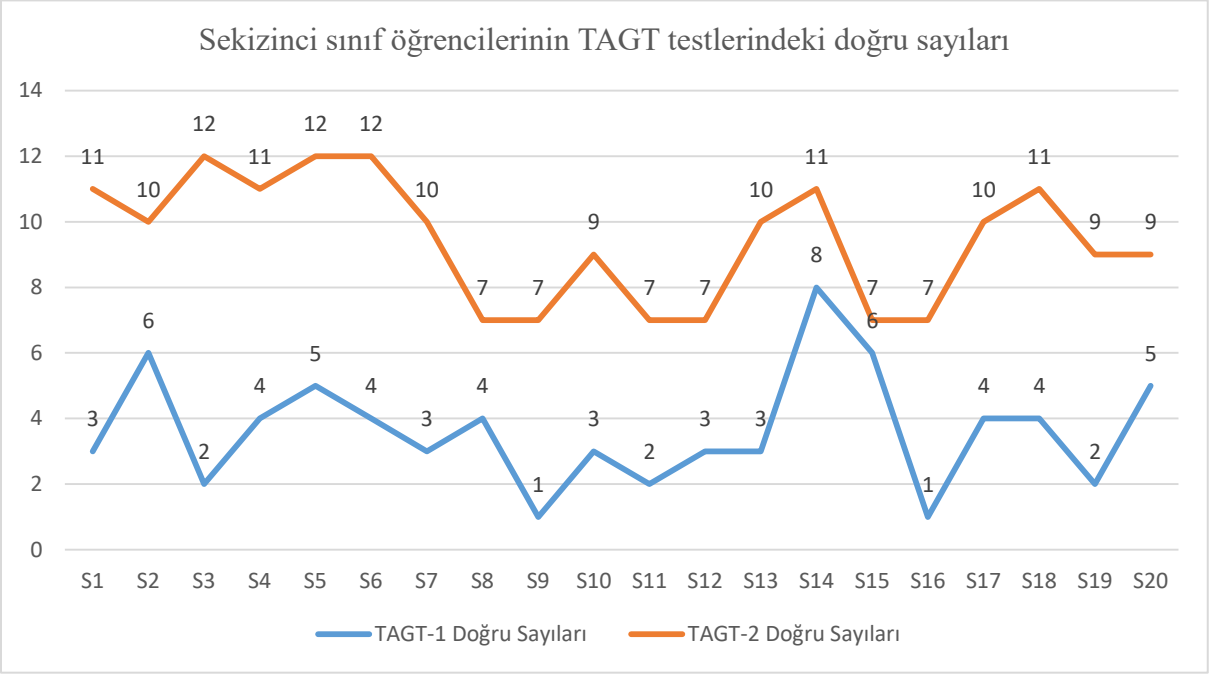
2 testinde doğru cevap veren öğrenci sayısı 18'e yükselmiştir. Sekizinci sınıf öğrencileri yapılan öğretimden sonra cebirsel ifadedeki değişkenlere çeşitli anlamlar verip sözel ifade kurmaya başlamışlardır. Böylece verilen cebirsel bir ifadeye uygun sözel bir ifade yazabilmişlerdir. Dördüncü problemin birinci sorusu grafik ile gösterme temsil türünden sözel ifade temsil türüne geçiş sorusudur. TAGT-1 testinde bu soruya 3 öğrenci doğru cevap verirken TAGT-2 testinde doğru cevap veren öğrenci sayısı 16'ya çıkmıştır. Sekizinci sınıf öğrencilerinin, yapılan öğretim sonrasında grafikleri daha iyi okudukları, grafiklerin eksenleri arasındaki ilişkileri daha iyi belirledikleri tespit edilmiştir. Grafiği okuyabilen sekizinci sınıf öğrencilerinin verilen bir grafiğe uygun sözel bir ifade yazabildikleri görülmüştür. Dördüncü problemin ikinci sorusu grafik ile gösterme temsil türünden cebirsel ifade temsil türüne geçiş sorusudur. TAGT-1 testinde bu soruya 5 öğrenci doğru cevap verirken TAGT-2 testinde doğru cevap veren öğrenci sayısı 17'ye çıkmıştır. Sekizinci sınıf öğrencilerinin, yapılan öğretim sonrasında grafikleri daha iyi okudukları, grafiklerin eksenleri arasındaki ilişkileri daha iyi belirledikleri tespit edilmiştir. Grafiği okuyabilen sekizinci sınıf öğrencilerinin verilen bir grafiğe uygun cebirsel bir ifade yazabildikleri görülmüştür. Sekizinci sınıf öğrencileri tarafından en az gelişme gösterilen sorular üçüncü problemin ikinci sorusu ve dördüncü problemin üçüncü sorusu olmuştur. Bu sorularda yer alan temsil türleri arasındaki geçiş becerilerinde artışların daha az olduğu gözlemlenmiştir. Üçüncü problemin ikinci sorusu tablo ile gösterme temsil türünden cebirsel ifade temsil türüne geçiş sorusudur. TAGT-1 testinde bu soruya 8 öğrenci doğru cevap verirken TAGT-2 testinde doğru cevap veren öğrenci sayısı 11'e çıkmıştır. Sekizinci sınıf öğrencileri, yapılan öğretim sonrasında tabloların sütunları arasındaki ilişkileri, öğretim öncesine göre daha fazla görebilmeye başlamışlardır. Bu sayede verilen bir tabloya uygun cebirsel bir ifade yazmışlardır. Dördüncü problemin üçüncü sorusu grafik ile gösterme temsil türünden tablo ile gösterme temsil türüne geçiş sorusudur. TAGT-1 testinde bu soruya 15 öğrenci doğru cevap verirken TAGT-2 testinde doğru cevap veren öğrenci sayısı 20'ye çıkmıştır. Bu temsil sorusunda doğru cevap sayısı her iki testte de yüksektir. Sekizinci sınıf öğrencileri, yapılan öğretim sonrasında grafiklerin eksenlerindeki verileri tablonun sütunlarına aktarabilmeyi öğrenmişlerdir.

Tablo 12'de TAGT-1 ve TAGT-2 test sonuçlarına göre yapılan öğretimin öğrencilerin bireysel olarak temsil türleri arasındaki geçiş becerilerine bir katkısının olup olmadığı da görülmektedir. Bu katkı öğrencilerin doğru cevap sayılarındaki değişiklikle tespit edilmektedir. En fazla gelişme gösteren öğrenciler S3 ve S6 olmuştur. S3, TAGT-1 testinde 2 doğru yapıp TAGT-2 testinde 12 doğru yapmıştır. S6 ise TAGT-1 testinde 4 doğru yapıp TAGT-2 testinde 12 doğru yapmıştır. Yapılan öğretimin bu iki öğrencinin temsil türleri arasındaki geçiş

becerilerine katkısının oldukça fazla olduğu tespit edilmiştir. En az gelişme gösteren öğrenciler ise S8 ve S15 olmuştur. S8, TAGT-1 testinde 4 doğru yapıp TAGT-2 testinde 7 doğru yapmıştır. S15 ise TAGT-1 testinde 6 doğru yapıp TAGT-2 testinde 7 doğru yapmıştır. Yapılan öğretimin bu iki öğrencinin temsil türleri arasındaki geçiş becerilerine katkısının daha az olduğu tespit edilmiştir. Tablo 10'daki veriler Şekil 93'te verilen grafik ile gösterilmiştir.

**Şekil 83**

*Sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT testlerindeki doğru sayıları*




Şekil 83'te yer alan grafik, sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 ve TAGT-2 testlerinde verdikleri doğru cevap sayılarını karşılaştırmalı olarak sunmakta ve bu iki test arasındaki başarı düzeylerindeki değişimi görsel olarak ortaya koymaktadır. Grafiksel sunumun amacı, öğrencilerin testler arasında gösterdikleri bireysel performans değişimlerini kolaylıkla fark edilebilir hale getirmektir. Bu bağlamda, sekizinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsillerle yapılan öğretim sürecinin ardından temsil türlerini kullanma ve temsiller arası geçiş becerilerinde gelişme gösterip göstermedikleri daha somut biçimde değerlendirilebilmektedir.

Grafikte yer alan karşılaştırmalı veriler sayesinde her bir öğrencinin TAGT-1 ve TAGT-2 testlerinden elde ettiği doğru cevap sayıları arasındaki fark açık biçimde analiz edilebilmektedir. Bu sayede hem öğretim sürecinin etkililiği hem de bireysel öğrenci gelişimleri görsel olarak izlenebilir hâle gelmiştir. Görselleştirme yoluyla öğrencilerin hangi düzeyde bir ilerleme kaydettikleri ya da hangi alanlarda daha fazla desteğe ihtiyaç duydukları anlaşılabilir, bu da öğretim sürecinin yönlendirilmesi açısından öğretmenlere önemli veriler sunmaktadır. Öğrencilerin test performansları arasındaki farklar, grafik sayesinde yalnızca nicel olarak değil,

aynı zamanda öğretimsel stratejilerin değerlendirilmesine katkı sağlayacak şekilde yorumlanabilir.

# 5. BÖLÜM
# SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Çalışmanın bu bölümünde tartışma, sonuç ve öneriler bulunmaktadır. Tartışma ve sonuç kısmında araştırmanın alt problemlerine yanıtlar verilmiştir. Öneriler kısmında ise bu yanıtlara bağlı olarak ileride bu konuyla ilgili yapılacak çalışmalar için tavsiyelerde bulunulmuştur.

## 5.1. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışma 2018 yılındaki Matematik Dersi Öğretim Programı'nda yer alan *'kavramları farklı temsil türleriyle gösterir.'* özel amacından yola çıkılarak yapılmıştır. Dolayısıyla 2018 yılındaki Matematik Dersi Öğretim Programı'nın bu özel amacından yola çıkılarak çalışmada ortaokuldaki cebir konusunun öğretiminde kullanılan çoklu temsil türleri ile öğrencilerin bu temsil türleri arasındaki geçiş becerileri incelenmiştir. Çalışmada temel alınan çoklu temsil türleri ise sözel ifadeler, cebirsel ifadeler, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme temsil türleridir. Çalışmada yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin bu temsilleri kullanma ve bu temsiller arası geçiş yapabilme becerileri araştırılmıştır. Çalışma TAGT-1 testi, çoklu temsillerle ilgili öğretim ve TAGT-2 testi olmak üzere üç aşamada yapılmıştır. İlk olarak yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerine TAGT-1 testi uygulanmıştır. TAGT-1 testi uygulandıktan sonra öğrencilerin sonuçları incelenmiş ve hangi temsil türlerini kullanıp kullanamadıkları, hangi temsil türleri arasında geçiş yapıp yapamadıkları tespit edilmiştir. TAGT-1 testinin sonuçlarından sonra yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerine ayrı sınıflarda altı haftalık çoklu temsil türleriyle ilgili öğretim yapılmıştır. Altı haftalık öğretim sürecinden sonra öğrencilere TAGT-2 testi uygulanmıştır. TAGT-2 testi uygulandıktan sonra öğrencilerin sonuçları incelenmiş ve hangi temsil türlerini kullanıp kullanamadıkları, hangi temsil türleri arasında geçiş yapıp yapamadıkları tespit edilmiştir. Daha sonra TAGT-1 ve TAGT-2 testleri karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada çıkan sonuçlara göre yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerine çoklu temsil türleriyle ilgili verilen öğretimin öğrencilerin çoklu temsil türlerini kullanma ve temsil türleri arasındaki geçiş becerilerine katkısının nasıl olduğu belirlenmiştir. TAGT-1 ve TAGT-2 testleri ile öğretim sürecinde elde edilen bulguların daha önce yapılan çalışmalarla arasında benzerliklerin ve farklılıkların olduğu görülmüştür.

Çalışmanın tartışma ve sonuç bölümünde, elde edilen verilerin analizinden yola çıkılarak araştırmanın alt problemlerine sırasıyla cevaplar verilmiştir.

### 5.1.1. Birinci alt problemle ilgili sonuçlar

Araştırmanın birinci alt problemi, "Çoklu temsillerle ilgili öğretim yapılmadan önce yedinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arası geçiş becerileri nasıldır?" şeklinde tanımlanmıştır. Bu kapsamda, yedinci sınıf öğrencilerine uygulanan TAGT-1 testinin verileri titizlikle analiz edilmiştir. 12 sorudan oluşan teste katılan öğrenciler toplamda 74 doğru yanıt vermiş ve kişi başına ortalama 3,70 doğru yanıt verilmiştir. Bu sonuç, öğrencilerin soruların yaklaşık üçte birini doğru yanıtlayabildiğini, fakat çoklu temsiller arası geçişte genel olarak yetersiz kaldığını göstermektedir (Lesh, Post ve Behr, 1987; Piaget, 1972). Analiz verileri, doğru sayısı en yüksek olan öğrencilerin Y4 ve Y17 kodlu bireyler olduğunu, her birinin yedi doğru yanıtla öne çıktığını göstermektedir. Buna karşın Y7 kodlu öğrencinin testte sıfır doğru yanıt vermesi, bireysel farklılıkların ve temsilleri anlama konusundaki güçlüklerin bu beceride belirleyici olduğunu ortaya koymaktadır (Ainsworth, 2006; Presmeg, 2006).

Öğrencilerin en fazla doğru yanıt verdikleri sorular arasında yer alan birinci problemin birinci sorusu, sözel ifadeden cebirsel ifadeye geçişi gerektirirken, dördüncü problemin üçüncü sorusu grafikle verilen bilgiyi tabloya dönüştürmeyi istemektedir. Özellikle her iki sorunun 15 öğrenci tarafından doğru yanıtlanması, sözel-cebirsel ve grafik-tablo dönüşümlerinde nispeten daha başarılı olduklarını göstermiştir. Bu durum, öğrencilerin tablo ile temsil konusunda deneyim sahibi olduğunu ortaya koymuş; benzer bir eğilim Yıldırım ve Albayrak (2016) tarafından yapıldığı belirtilen çalışmada da tablo temsili konusundaki başarının daha yüksek olduğunu göstermiştir. Yine uluslararası bulgular, grafik-tablo dönüşümlerinde öğrencilerin daha yüksek başarı gösterdiğini ortaya koymaktadır (English ve Halford, 1995; Leinhardt, Zaslavsky ve Stein, 1990).

Öte yandan, öğrencilerin en az doğru yanıt verdikleri sorular arasında birinci problemin üçüncü sorusu (sözelden grafiğe geçiş), ikinci problemin üçüncü sorusu (cebirselden grafiğe geçiş) ve üçüncü problemin üçüncü sorusu (tablodan grafiğe geçiş) yer almaktadır. Bu üç soruya yalnızca birer öğrenci doğru yanıt vermiştir. Dolayısıyla grafik ile gösterme temsiline geçişte ciddi güçlük yaşanmaktadır. Bu durum, Duval'ın (2006) grafiksel temsillerin soyut niteliğine dikkat çekmesiyle tutarlıdır; ayrıca Susac, Sajka ve Rosiek'in (2024) öğrenci grafik anlayışındaki sıkıntıları belirleyen çalışmalarla da örtüşmektedir.

TAGT-1 sonuçları, yedinci sınıf düzeyinde çoklu temsiller arası geçişte özellikle grafikle çalışma alanında boşluk olduğunu ortaya koymaktadır. Bu durum, öğretim etkinliklerinde grafik temsillerin yeterince işlenmemesinden kaynaklanabilir. Van Garderen ve Montague (2003) ile NCTM (2000) gibi kurumlar, grafiksel temsillere yönelik öğretim

stratejilerinin artırılmasını ve etkileşimli çalışmalarla öğrencinin bu beceriyi kazanmasının sağlanması gerektiğini vurgulamaktadır.

Y4 ve Y17 kodlu öğrencilerin yüksek performansı, bireysel bilişsel farklara, önceki temsillerle ilişkilendirme deneyimine veya kişisel ilgilere bağlı olabilir. Bu durum, Dede, Yalın ve Argün (2002) ile Akkan, Baki ve Çakıroğlu'nun (2012) çalışmalarıyla uyumludur; söz konusu araştırmalarda öğrencilerin değişken-katsayı ilişkisini kurmada yaşadığı başarıya dikkat çekilmektedir. Öte yandan Y7 öğrencisinin sıfır doğru yanıtla tamamlayıcı bir karşı örnek oluşturması, çoklu temsillerle henüz tanışmamış veya bu konuda desteklenmemiş bireylerde belirgin eksikliklerin oluşabileceğini göstermektedir.

Genel olarak, TAGT-1 sonuçları matematiksel temsiller içinde cebirsel ve tablo temsilde nispeten ileri düzeyde becerilere işaret ederken, grafik temsile geçişte düşük performans olduğunu ortaya koymaktadır. Bu da grafik-temsil içeren etkinliklerin artırılması gerektiğini göstermektedir. Bu sonuçlar, Ainsworth (1999), Booth ve Koedinger (2012) ve NCTM (2000) gibi kaynaklarda önerilen temsiller arası öğretim stratejileriyle desteklenmelidir.

Tüm bu bulgular sonucunda, yedinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arası geçiş becerilerinin hâlâ gelişmekte olduğunu fakat özellikle grafik ile gösterme alanında ciddi eksiklikler taşıdığını söylemek mümkündür. Öğretim süreçlerinde grafik, tablo, cebirsel ifadeler arasında geçişi destekleyen etkinlikler daha fazla kullanılmalı, öğrencilerin kavramsal ve temsillere yönelik gelişimleri dengeli şekilde desteklenmelidir.

### 5.1.2. İkinci alt problemle ilgili sonuçlar

Araştırmanın ikinci alt problemi şu şekilde tanımlanmıştır: "Çoklu temsillerle ilgili öğretim yapılmadan önce sekizinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arası geçiş becerileri nasıldır?" Bu soruyu yanıtlamak için, sekizinci sınıf öğrencilerine TAGT-1 testi uygulanmış ve elde edilen veriler ayrıntılı bir biçimde analiz edilmiştir. Test on iki sorudan oluşmakta olup öğrenciler toplamda 73 doğru yanıt vermiştir ve bu da kişi başına ortalama 3,65 doğru yanıt düşmesine karşılık gelmektedir. Bu sonuç, sekizinci sınıf öğrencilerinin de, yedinci sınıf öğrencileri gibi, temsiller arası geçiş becerileri açısından hâlâ gelişme sürecinde olduklarını göstermektedir (Lesh, Post ve Behr, 1987; Piaget, 1972).

Performans dağılımlarına bakıldığında, en başarılı öğrenciler "S14" kodlu öğrenci 8 doğru, "S2" ve "S15" kodlu öğrenciler ise 6'şar doğru yanıt vermiştir. Buna karşılık "S9" ve "S16" kodlu öğrenciler yalnızca birer doğru yanıtla alt sınıf ortalamasının oldukça gerisinde kalmışlardır. Bu durum, sekizinci sınıf seviyesinde bile öğrenciler arasında temsilleri anlamada

ve dönüştürmede ciddi bireysel farklılıkların olduğunu ortaya koymaktadır (Ainsworth, 2006; Presmeg, 2006).

Analiz edilen veriler ışığında en yüksek doğrulukla yanıtlanan sorular, birinci problemin birinci sorusu (sözelden cebirsele geçiş) ile dördüncü problemin üçüncü sorusu (grafikten tabloya geçiş) olmuştur. Birinci soruyu 13 öğrenci, dördüncü soruyu ise 15 öğrenci doğru çözmüştür. Birinci problemin birinci sorusu sözel ifadeyi cebirsel ifadeye dönüştüren bir temsili gerektirirken, dördüncü problemin üçüncü sorusu grafiksel veriyi tabloya dönüştürme kabiliyeti gerektirmektedir. Bu durum, öğrencilerin sözel ifadelerden cebirsel ifadelere, grafik ile gösterme temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişlerinde daha yetkin olduklarını göstermektedir ki bu, Yıldırım ve Albayrak'ın (2016) ortaokul çalışmaları ile benzerlik göstermektedir.

Diğer yandan, en az doğru yapılan sorular üçüncü problemin birinci sorusu (tablodan sözele geçiş) ve üçüncü problemin üçüncü sorusudur (tablodan grafiğe geçiş). Üçüncü problemin birinci sorusuna doğru yanıt veren olmamış, üçüncü problemi üçüncü soruyu ise yalnızca bir öğrenci doğru cevaplayabilmiştir. Bu sorular sırasıyla tablo ile gösterme temsilinden sözel ifade yazma temsiline ve tablo ile gösterme temsilinden grafik ile gösterme temsiline geçişi içermektedir. Bu sonuç, öğrencilerin tablo temsilden diğer temsil türlerine geçişte belirgin şekilde zayıf olduğunu göstermektedir. Bu tespit, Duval'ın (2006) grafik temsillerin soyut niteliğine ilişkin bulguları ile örtüşmekte olup, Susac, Sajka ve Rosiek'in (2024) grafik yorumlama zorluklarına yönelik çalışmalarıyla da paralellik taşımaktadır.

Genel sonuç bakımından TAGT-1 verileri, sekizinci sınıf öğrencilerinin temsil türlerini kullanma ve onları birbirine dönüştürme becerilerinin hâlâ yeterli düzeyde olmadığını ortaya koymaktadır. Bu durum, öğrencilerin soyut düşünmeye geçiş aşamasında olduklarını ve temsiller arası geçişlerinde hâlâ zorluk yaşadıklarını göstermektedir (Lesh, Post ve Behr, 1987; Piaget, 1972). S14, S2 ve S15 kodlu öğrencilerin başarılı performansları, kişisel ön bilgi birikimleri veya önceki eğitim deneyimleriyle açıklanabilirken, S9 ve S16 kodlu öğrencilerin düşük performansı bu becerilerin gelişimi yönünde desteğe ihtiyaç duyduğunu göstermektedir.

Ayrıca öğrencilerin cebirsel ifade yazma ve tablo gösterme becerilerinde daha başarılı olduğu belirlenmiştir; buna karşın grafikle gösterme becerilerinde belirgin eksiklik saptanmıştır. Bu durum, değişkenin doğru tanımlanması ve değişken–katsayı ilişkilerinin tam kurulabilmesine dayanan cebirsel geçişin görece kolaylıkla gerçekleştirildiğini; buna karşılık grafiksel temsil geçişlerinin karmaşık yapısı nedeniyle zorlayıcı olduğunu göstermektedir (Lee, Collins ve Melton, 2016).

Bu çalışma, Özçakır Sümen'in (2021) ilkokul öğrencilerine yönelik yaptığı çalışmadaki tablo kullanım başarısı bulgularıyla tutarlılık göstermektedir. Yine benzer şekilde, sekizinci sınıf öğrencilerimizin öğretim öncesi dönemde tablo ile gösterme becerilerinde diğer temsillere kıyasla daha başarılı oldukları ortaya çıkmıştır. Bu da, matematik derslerinde tablo okuma ve tablo oluşturma sorularına daha fazla yer verilmesiyle açıklanabilir.

Sonuç olarak, sekizinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arası geçiş becerilerinin özellikle tablodan sözel ifade ile tablodan grafiğe geçişlerinde hâlâ zayıf olduğu, ancak "sözel–cebirsel" ve "grafik–tablo" gibi dönüşümlerde nispeten daha iyi oldukları belirlenmiştir. Bu çerçevede, öğretim programlarında temsiller arası geçişleri destekleyecek etkinliklere daha fazla yer verilmeli, özellikle grafik temsillere yönelik aktif uygulama ve örnek çözüm faaliyetleri artırılmalıdır. Bu öneriler, NCTM (2000) ve Van Garderen ve Montague (2003) gibi otoritelerin temsiller arası dönüşüm stratejilerine verdiği önemi de desteklemektedir.

### 5.1.3. Üçüncü alt problemle ilgili sonuçlar

Araştırmanın üçüncü alt problemi, "Çoklu temsillerle ilgili öğretim yapılmadan önce yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arası geçiş becerileri arasındaki farklar nelerdir?" sorusu çerçevesinde formüle edilmiştir. TAGT-1 testi verileri analiz edildiğinde, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileri arasında hem kayda değer benzerlikler hem de bazı farklılıklar tespit edilmiştir. Öncelikle her iki sınıf düzeyinde en fazla doğru yapılan sorular ile en az doğru yapılan soruların neredeyse aynı olduğu görülmektedir. Hem yedinci hem de sekizinci sınıf öğrencileri, birinci problemin birinci sorusu (sözelden cebirsele geçiş) ile dördüncü problemin üçüncü sorusu (grafikten tabloya geçiş) sorularına en çok doğru yanıt vermiş; her iki sınıf grubunda üçüncü problemin üçüncü sorusu (tablodan grafiğe geçiş) ise en fazla yanlış yapılan soru olmuştur. Ancak sekizinci sınıf öğrencileri ayrıca üçüncü problemin birinci sorusunda (tablodan sözele geçiş) da yüksek düzeyde yanlış yanıt veya boş bırakma ile dikkat çekmişlerdir, bu da bu sınıf düzeyinde ek bir zayıflık alanı olduğunu göstermektedir.

Yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin temsil türlerini kullanma ve bunlar arası geçiş becerileri genel olarak benzerlik göstermektedir. Her iki grup da sözel ifadelerden cebirsel ifadelere ve grafikden tablo temsil biçimine geçişte görece daha başarılı olmuştur. Buna karşın grafik temsile geçişte her iki grup da zorluk yaşamıştır. Bu durum, Tekin, Konyalıoğlu ve Işık'ın (2009) onuncu sınıf öğrencilerinin grafik çizme becerilerinin yetersiz olduğu bulgusu ve Ercan, Coştu ve Coştu'nun (2018) öğretmen adaylarının grafik çizimi sırasında orijinden başlıyor gibi sık yapılan hataları raporlamasıyla benzerlik göstermektedir. Bu uluslararası paralellik, örneğin Kaiser ve Sikorski'nin (2015) ortaokul öğrencilerinin grafik yorumlama

süreçlerinde eksiklik gösterdiği veya Mestre ve Ross'in (1990) grafik sembolizmine geçişte öğrencilerin zorlandığı tespitleriyle de örtüşmektedir. Her iki sınıf düzeyindeki öğrencilerin grafik temsil türüne geçişte zorlanması, matematik derslerinde grafik sorularına yeterince maruz kalmamalarına ve ders kitaplarındaki grafik örneklerinin sınırlı sayıda olmasına bağlanabilir. Ayrıca grafik temsillerin gerektirdiği soyut düşünme becerileri nedeniyle, öğrencilerin bilişsel gelişim evresi, grafik okuma ve çizme sırasında bir engel oluşturabilir (Duval, 2006; Piaget, 1972).

TAGT-1 sonuçlarının bir diğer yorumu hem yedinci hem sekizinci sınıf öğrencilerinin genel olarak hem temsil kullanma hem de temsiller arası geçiş becerilerinin düşük düzeyde olduğudur. Bu durum, çoklu temsillerle ilgili öğretim süreci başlamadan önce her iki yaş grubunun da gerekli bilişsel ve temsili yeterliliğe henüz ulaşamamış olduğunu göstermektedir. Diğer bir ifadeyle, öğrenciler sadece belirli dönüşümlerde –örneğin sözelden cebire veya grafikten tabloya– başarılı olsalar da, temsil türleri arasında genel bir esneklik ve geçiş becerisi geliştirme konusunda eksiklikleri sürmektedir. Bu eksikliğin giderilmesi, özellikle grafik temsi ile ilgili daha yapılandırılmış, tekrar edici öğretim aktiviteleri, sınıf içi uygulama örnekleri ve görsel–soyut temsillere geçiş becerisini destekleyen öğretim stratejileri ile mümkün olabilir (Ainsworth, 2006; NCTM, 2000).

### 5.1.4. Dördüncü ve beşinci alt problemlerle ilgili sonuçlar

Araştırmanın dördüncü alt problemi, "Yedinci sınıf öğrencilerine, çoklu temsillere yönelik yapılan öğretimin öğrencilerin çoklu temsiller arası geçiş becerilerine katkısı nasıldır?" ve beşinci alt problemi ise "Sekizinci sınıf öğrencilerine, çoklu temsillere yönelik yapılan öğretimin öğrencilerin çoklu temsiller arası geçiş becerilerine katkısı nasıldır?" şeklinde tanımlanmıştır. Bu kapsamda, her iki sınıf düzeyine altı hafta süren ve çoklu temsilleri içeren bir cebir öğretimi uygulanmış; öğretim sürecinde gözlemlenen davranış ve beceriler detaylı biçimde incelenmiştir. Düzenlenen etkinliklerde soru-cevap yöntemiyle etkileşim sağlanmış ve öğrencilerin anlık düşünce süreçleri kayıt altına alınmıştır (Mason, 2001).

İlk çalışma kâğıdı, sözel ifadelerle başlatılarak, öğrencilerin sözel temsilden diğer temsillere geçiş düzeyleri sınanmıştır. Yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin genel olarak sözel ifadeleri matematiksel sembollere, tablolara veya grafiklere dönüştürmede başarılı oldukları gözlemlenmiştir. Bu durum, matematik ders kitabı sorularının büyük kısmının sözel ifade formunda hazırlanmasına bağlanabilir (Pimm, 1987; Doğan ve Çakır, 2023). Bu nedenle her iki sınıf düzeyindeki öğrencilerin sözel'den diğer temsil türlerine geçiş becerilerinin güçlü olduğu söylenebilir.

İkinci çalışma kâğıdında cebirsel ifadeler temel alınmış; öğrenciler cebirsel temsilden tabloya veya grafiğe geçerken problem yaşamamış ancak cebirsel ifadenin sözel karşılığını yazarken önemli güçlükler göstermiştir. Öğrenciler tabloları ve eksenleri kurarak grafik çizme becerilerini sergilemişlerdir ama değişken yerine nesne ya da sözcük kullanma konusunda yetersiz kalmışlardır. Bu nedenle sözel ifadeyi ifade etme aşamasında hata yapmışlardır. Bu gözlem Lee, Collins ve Melton'un (2016) değişken-katsayı ilişkisinin doğru kurulmadığında sözel formda ifade zorluklarına işaret eden çalışmalarıyla paralellik göstermektedir.

Üçüncü çalışma kâğıdında tablo temsile odaklanılmış; öğrencilerin tablo temsilden cebirsel ifadelere ya da grafiğe geçişte başarılı oldukları, ancak tabloyu sözel ifadeye dönüştürmede zorlandıkları tespit edilmiştir. Tablolardaki sütun ilişkilerini doğru belirleyebilen öğrencilerin cebirsel ifadede başarılı oldukları, ayrıca verileri grafiğin eksenlerine taşımada netlik sergiledikleri görülmüştür. Ancak, tablo değerlerine karşılık gelecek sözel karşılıkları oluşturma aşamasında eksik kalmışlardır. Bu durum, Ainsworth'un (2006) temsiller arası uyumun sembolik ve somut temsiller ile kolaylaşıp sözel temsilde karmaşık hale geldiğini belirten çalışmalarıyla örtüşmektedir.

Dördüncü çalışma kâğıdı grafik temsile yönelik idi; öğrenciler grafikten tabloya ve cebirsel ifadeye geçişte yeterli performans sergilemiş ancak grafiği sözel formata aktarma aşamasında belirgin güçlük yaşamışlardır. Bu durumda, öğrencilerin grafik eksenleri arasındaki ilişkiyi kavradıkları, cebirsel ifadeyi oluşturabildikleri ve tabloya aktarabildikleri ancak sözel anlatımda özne-nicelik eşlemesini doğru kuramadıkları görülmüştür. Duval'ın (2006) grafik temsillerin dil aracılığıyla ifade edilmesinin bilişsel olarak karmaşık olduğunu belirttiği araştırmayla paralel sonuçlar elde edilmiştir.

Tüm çalışma kâğıtlarının incelenmesiyle, her iki sınıf düzeyinde en belirgin zorluğun "sözel ifade temsiline" geçişte yaşandığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç, Kılıç'ın (2009) ortaokul öğrencilerinin sözel ifade oluştururken zorlandıklarına yönelik bulgularıyla uyuşmaktadır. Ancak Tavşan'ın (2020) öğrencilerin sözel ifade yazmada zorlanmadığını ifade eden çalışmasıyla çelişmektedir. Bu çelişki, öğrencilerin sözel ifade becerilerinin öğretim materyallerine ve dil yapılarına bağlı olarak değişken olduğunu işaret etmektedir.

Sözel ifadede yaşanan zorlukların temel nedeni olarak, mevcut yedinci ve sekizinci sınıf matematik ders kitaplarında bu tür geçiş sorularına yeterli yer verilmediği düşünülmektedir. Bu durum, İncikabı ve Biber'in (2018) öğrencilerin temsil çeşitliliğine dayanarak hazırlanmış kitaplarda sözel ifadenin ağırlıklı olduğunu ifade eden çalışmasıyla çelişmektedir. Bu çalışma, ilgili sınıf düzeyindeki kitapların içeriğinin araç çeşitliliğine rağmen sözel ifadeye gereken önem vermediğini ortaya koymaktadır.

Sonuç olarak, öğretim sürecinin öğrencilerin sembolik, tablo ve grafik temsiller arasında geçiş becerilerini desteklediği; ancak sözel ifade temsile geçişte yetersiz kaldığı tespit edilmiştir. Bu nedenle öğretim süreçlerine sözel ifadeyi güçlendiren etkinlikleri dâhil etmek, sözel–sembolik–grafik geçişlerini destekleyen planlamalar yapmak; Moschkovich'in (2010) önerileri doğrultusunda dil-biliş uyumunu tahkim edebilir. Ayrıca NCTM'nin (2000) temsiller arası geçiş stratejileri kapsamında, dilsel temsili de öncelikli hale getirmek eğitimde çoklu temsil becerilerini daha dengeli geliştirebilir.

### 5.1.5. Altıncı alt problemle ilgili sonuçlar

Araştırmanın altıncı alt problemi "Çoklu temsillerle ilgili öğretim yapıldıktan sonra yedinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arası geçiş becerileri nasıldır?" biçiminde ifade edilmiştir. Bu kapsamda yedinci sınıf öğrencilerine çoklu temsil öğretimi tamamlandıktan sonra uygulanan TAGT-2 testinin sonuçları analiz edilmiş ve elde edilen bulgular detaylı biçimde değerlendirilmiştir. TAGT-2 testi sonuçlarına göre, öğrenciler toplamda 174 doğru cevap vermiştir. Bu durum, testteki her öğrencinin ortalama olarak 12 soru içerisinden yaklaşık 8,7 soruya doğru yanıt verdiğini göstermektedir. Bu ortalama, daha önce uygulanan TAGT-1 testiyle karşılaştırıldığında anlamlı bir artışa işaret etmektedir. Öğrencilerin temsil türlerini anlama ve temsiller arası geçiş yapabilme düzeylerinin gelişim gösterdiği açıkça görülmektedir.

En yüksek doğru sayısına sahip öğrenciler Y1 ve Y4 olup her biri 12 soruyu doğru yanıtlamıştır. Bu iki öğrenci, öğretim sürecinden yüksek düzeyde yararlanabilen öğrenciler arasında yer almaktadır. Öte yandan, en az doğru yapan öğrenci ise Y14 olup yalnızca üç doğru yanıt verebilmiştir. Bu durum, öğrenciler arasında bireysel farklılıkların temsil geçiş becerileri üzerinde etkili olduğunu göstermektedir (Presmeg, 2006; Ainsworth, 2006). Ayrıca, bireysel performanslardaki farklılıklar öğrenme stilleri, önceki bilgi düzeyleri ve öğretim sürecindeki aktif katılım oranlarıyla da ilişkili olabilir (Lesh, Post ve Behr, 1987).

TAGT-2 testinde en fazla doğru yapılan sorular arasında birinci problemin birinci (sözelden cebirsele geçiş), birinci problemin ikinci sorusu (sözelden tabloya geçiş) ile dördüncü problemin üçüncü sorusu (grafikten tabloya geçiş) yer almaktadır. Bu sorular sırasıyla sözel ifadeden cebirsel ifadeye, sözel ifadeden tabloya ve grafik temsilden tablo temsiline geçişe yöneliktir. Bu geçişlerdeki başarı, öğrencilerin özellikle sözel ve tablo temsilleri arasında bağ kurmada gelişim kaydettiklerini göstermektedir. Bu durum, daha önce yapılan çoklu temsil temelli öğretimin etkili olduğunu desteklemektedir. Nitekim benzer sonuçlara Yağız ve Tapan Broutin'in (2023) yedinci sınıflarla yaptığı çalışmada da rastlanmıştır; bu çalışmada da öğrencilerin en başarılı oldukları temsil türü tablo ile gösterme olmuştur.

Diğer yandan, TAGT-2 testinde öğrencilerin en fazla zorlandıkları sorular ise ikinci problemin üçüncü sorusu (cebirselden grafiğe geçiş) ile üçüncü problemin birinci sorusudur (tablodan sözele geçiş). Bu sorular cebirsel ifadeden grafik temsile ve tablo temsilden sözel ifadeye geçişe yöneliktir. Özellikle grafik temsile geçişte yaşanan zorluk, daha önce yapılan araştırmalarda da vurgulanmıştır. Grafiksel temsiller, öğrenciler için soyut yapılar barındırması nedeniyle diğer temsil türlerine göre daha zor anlaşılmaktadır (Duval, 2006; Stylianou, 2010). Ayrıca, öğrencilerin grafik temsilleri okuma, yorumlama ve çizme süreçlerinde zorluk yaşadığı, hem ulusal hem uluslararası düzeyde yapılan çalışmalarla da desteklenmektedir (Ercan, Coştu ve Coştu, 2018; Wilson ve Lloyd, 1995).

TAGT-2 sonuçları, çoklu temsil öğretiminin öğrencilerin özellikle değişken ile katsayı arasındaki ilişkiyi kurma becerilerini olumlu yönde etkilediğini ortaya koymuştur. Bu beceri, cebirsel düşünmenin temel unsurlarından biri olarak kabul edilmekte ve öğrencilerin soyutlama düzeyinin geliştiğini göstermektedir (Lins ve Kaput, 2004). Grafik ve sözel temsillere geçişteki zorluklar ise, bu alanlarda öğretimin daha fazla desteklenmesi gerektiğine işaret etmektedir. Bununla birlikte, test sonuçları, daha önce yapılan TAGT-1'e göre önemli bir gelişmeyi yansıtmaktadır. Bu da, altı haftalık çoklu temsil temelli cebir öğretiminin, öğrencilerin temsilleri kavrama ve geçiş yapma becerilerini anlamlı şekilde artırdığını göstermektedir (Ainsworth, 1999).

Sonuç olarak, öğretim sonrasında gerçekleştirilen TAGT-2 testi, öğrencilerin özellikle tablo ve cebirsel temsillerde daha başarılı olduklarını, ancak grafik temsile geçişte zorlandıklarını göstermektedir. Bu durum Yağız ve Tapan Broutin'in (2023) çalışmasıyla paralellik arz etmektedir. Söz konusu çalışmada da yedinci sınıf öğrencilerinin en az zorlandığı temsil türünün tablo, en fazla zorlandığı temsil türünün ise grafik olduğu belirtilmiştir. TAGT-2 testi de bu durumu doğrulamakta ve çoklu temsil temelli öğretimin özellikle tablo gibi somutlaştırılmış temsiller üzerinden başarıyı artırdığına işaret etmektedir. Öğrencilerin bu temsillerle daha sık karşılaştıkları ve bu sayede daha aşina oldukları düşünülmektedir (Yıldırım ve Albayrak, 2016). Ayrıca, öğrencilerin grafik temsillere yeterince maruz kalmamaları, bu alandaki performans düşüklüğünün temel nedenlerinden biri olabilir (Stylianou, 2010). Bu sonuçlar ışığında, temsil çeşitliliği sağlanarak özellikle grafik okuma ve yazma becerilerinin geliştirilmesine yönelik daha fazla uygulamaya yer verilmesi gerektiği söylenebilir.

### 5.1.6. Yedinci alt problemle ilgili sonuçlar

Araştırmanın yedinci alt problemi "Çoklu temsillerle ilgili öğretim yapıldıktan sonra sekizinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arası geçiş becerileri nasıldır?" sorusu

çerçevesinde şekillenmiştir. Bu problem kapsamında, sekizinci sınıf öğrencilerine çoklu temsil temelli öğretimin tamamlanmasının ardından uygulanan TAGT-2 testine ilişkin bulgular detaylı biçimde analiz edilmiştir. Test sonuçları, öğrencilerin çoklu temsiller arasında geçiş yapabilme ve bu temsilleri etkili bir şekilde kullanma becerilerinde kayda değer gelişmeler olduğunu ortaya koymuştur. TAGT-2 testi kapsamında sekizinci sınıf öğrencilerinin toplamda 189 doğru cevap verdikleri ve testte yer alan 12 sorudan ortalama 9,45'ini doğru yanıtladıkları tespit edilmiştir. Bu sonuçlar, öğretim öncesi uygulanan TAGT-1 testiyle karşılaştırıldığında belirgin bir gelişmeye işaret etmektedir. Sekizinci sınıf düzeyinde çoklu temsil öğretiminin, öğrencilerin matematiksel temsilleri anlama ve temsil türleri arasında geçiş yapma konusundaki yeterliliklerini anlamlı şekilde artırdığı söylenebilir (Ainsworth, 1999; Lesh, Post ve Behr, 1987).

Testte en yüksek başarıyı gösteren öğrenciler arasında S3, S5 ve S6 öne çıkarken, en düşük doğru cevap sayısına sahip öğrenciler S8, S9, S11, S12, S15 ve S16 olmuştur. Bu farklılıklar, öğrencilerin bireysel öğrenme farklılıkları, ön bilgi düzeyleri ve öğretim sürecine aktif katılım düzeyleriyle ilişkili olabilir (Presmeg, 2006). En fazla doğru cevap verilen sorular, birinci problemin birinci (sözelden cebirsele geçiş), birinci problemin ikinci sorusu (sözelden tabloya geçiş) ile dördüncü problemin üçüncü sorusudur (grafikten tabloya geçiş). Bu sorular sırasıyla sözel ifadeden cebirsel ifadeye, sözel ifadeden tabloya ve grafik temsilden tablo temsiline geçişe yönelik olup, öğrencilerin özellikle tablo temsilleri ile cebirsel ifadeler arasındaki ilişkileri daha iyi kurabildiklerini göstermektedir. Bu sonuçlar, öğrencilerin daha çok karşılaştıkları ya da aşina oldukları temsil türlerinde daha başarılı olabildiklerini göstermektedir (Stylianou, 2010; Yıldırım ve Albayrak, 2016).

Buna karşın öğrencilerin en az doğru yaptığı soru, üçüncü problemin birinci sorusu olup tablo ile gösterme temsillerinden sözel ifade temsiline geçişi içermektedir. Bu durum, öğrencilerin özellikle soyutlama ve betimleme gerektiren sözel ifade üretiminde zorluk yaşadıklarını göstermektedir. Öğrencilerin sayısal ya da görsel verilerden yola çıkarak sözel açıklama yapmalarında karşılaştıkları güçlük, yalnızca Türkiye'de değil, uluslararası bağlamda da pek çok araştırmada dile getirilmiştir (Duval, 2006; Janvier, 1987). Sözel ifade üretiminin doğrudan öğretilmeyip dolaylı olarak kazanılmaya çalışılması, bu alandaki başarının düşüklüğünde etkili olabilir. Bu bulgu, temsil türleri arasında geçişin yalnızca belirli yönlerde (örneğin cebirselden tabloya) değil, tüm yönlerde sistemli şekilde desteklenmesi gerektiğini göstermektedir (Ainsworth, 2006).

TAGT-2 test sonuçları, temsil türleri arasında geçiş yapabilme düzeyinin önceki test olan TAGT-1'e göre anlamlı şekilde arttığını göstermektedir. Bu artış, öğrencilerin çoklu temsil

öğretim sürecinde temsil türleri arasındaki ilişkileri daha iyi kavradıklarını ve bu temsilleri daha esnek biçimde kullanabildiklerini göstermektedir. Özellikle cebirsel ifadeden tabloya geçişteki başarının yüksek olması, öğrencilerin cebirsel ilişkileri tabloya aktarma konusunda yeterli düzeye ulaştıklarını göstermektedir. Bununla birlikte grafik ile gösterme temsilinde yaşanan zorluklar, bu temsilin diğerlerine göre daha soyut ve karmaşık olmasıyla açıklanabilir (Cai ve Lester, 2005). Grafiksel temsillerin anlaşılmasında yaşanan güçlük, öğrencilerin verileri grafik üzerinde yorumlama, eksenleri doğru şekilde yerleştirme ve grafiklerin ardındaki matematiksel anlamı kavrama konularındaki yetersizliklerinden kaynaklanabilir (Wilson ve Lloyd, 1995; Ercan, Coştu ve Coştu, 2018).

Gürbüz ve Şahin'in (2015) yaptığı çalışmayla TAGT-2 testinden elde edilen sonuçlar benzerlik göstermektedir. Gürbüz ve Şahin'in sekizinci sınıf öğrencileriyle yaptığı araştırmada öğrencilerin özellikle tablo ve denklem temsillerinden grafik temsile geçişte zorlandıkları; ancak sözel, denklem ve grafik temsillerden tabloya geçişte daha az zorlandıkları görülmüştür. Bu çalışmada da sekizinci sınıf öğrencilerinin tablo ve cebirsel ifadeler ile ilgili sorularda başarılı, grafik ile gösterme temsiline geçişte ise daha az başarılı oldukları belirlenmiştir. Bu paralellik, hem önceki araştırma bulgularını desteklemekte hem de öğrencilerin öğretim sürecinde hangi temsil türlerine daha fazla maruz kaldıklarının performanslarına yansıdığını ortaya koymaktadır (Yackel, Cobb, Wood, Wheatley ve Merkel, 1990).

Ayrıca, temsil türleriyle ilgili öğretimin etkili olabilmesi için bu öğretimin yalnızca sembolik ya da şekilsel düzeyde değil, anlamlandırma düzeyinde de gerçekleştirilmesi gerektiği vurgulanmaktadır (Lesh vd., 2003). Öğrencilerin anlamlı öğrenmeler gerçekleştirebilmeleri için, temsil türleri arasındaki dönüşümlerin mantığını kavrayabilmeleri ve bu dönüşümleri kendi ifadeleriyle açıklayabilmeleri önemlidir. Bu bağlamda, sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-2 testi sonuçları, çoklu temsillerin öğretiminin öğrencilerin temsiller arası geçiş becerilerinde olumlu yönde gelişmelere yol açtığını göstermektedir. Ancak bu gelişmenin tüm temsil türleri açısından homojen bir şekilde gerçekleşmediği ve özellikle grafik temsillerde hâlâ desteklenmeye ihtiyaç duyulduğu açıktır.

Sonuç olarak, sekizinci sınıf öğrencileri TAGT-2 testinde özellikle cebirsel ifade ve tablo temsillerinde yüksek performans göstermiş, ancak grafik temsillere geçişte daha düşük başarı düzeyi sergilemiştir. Bu durum, çoklu temsil öğretiminin belirli alanlarda etkili olduğunu ancak bazı temsil türlerinde daha fazla desteğe ihtiyaç duyulduğunu göstermektedir. Ulusal ve uluslararası araştırmaların bulgularıyla örtüşen bu sonuçlar, çoklu temsil kullanımının matematik öğretiminde vazgeçilmez bir unsur olduğunu bir kez daha ortaya koymuştur.

### 5.1.7. Sekizinci alt problemle ilgili sonuçlar

Araştırmanın sekizinci alt problemi, "Çoklu temsillerle ilgili öğretim yapıldıktan sonra yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arası geçiş becerileri arasındaki farklar nelerdir?" sorusu çerçevesinde şekillenmiştir. Bu alt problem kapsamında, yedinci ve sekizinci sınıf düzeylerinde öğrenim gören öğrencilerin TAGT-2 testinden elde ettikleri veriler karşılaştırmalı olarak analiz edilmiş ve öğrencilerin çoklu temsiller arası geçiş becerilerinde ortaya çıkan benzerlikler ve farklılıklar ayrıntılı biçimde değerlendirilmiştir. Test sonuçlarına göre, her iki sınıf düzeyinde de en fazla doğru yapılan sorular ile en az doğru yapılan sorular benzerlik göstermektedir. Özellikle birinci problemin birinci sorusu (sözelden cebirsele geçiş) ile dördüncü problemin üçüncü sorusunun (grafikten tabloya geçiş), hem yedinci hem sekizinci sınıf öğrencileri tarafından en fazla doğru yanıtlanan sorular arasında yer alması dikkat çekmektedir. Buna karşın üçüncü problemin üçüncü sorusu ise iki sınıf düzeyinde de en az doğru cevaplanan soru olmuştur. Bu durum, bazı temsil türleri arasında geçişlerin öğrenciler açısından daha kolay gerçekleştiğini, bazılarının ise daha fazla bilişsel zorluk içerdiğini göstermektedir (Ainsworth, 2006; Duval, 2006).

Her iki sınıf düzeyindeki öğrencilerin çoklu temsiller arası geçiş performansları karşılaştırıldığında, genel başarı düzeylerinin birbirine yakın olduğu görülmektedir. Özellikle sözel ifadelerden cebirsel ifadelere ve grafik ile gösterme temsilinden tablo ile gösterme temsiline geçişlerde her iki sınıf düzeyindeki öğrencilerin de benzer başarılar sergilediği gözlenmiştir. Bu tür geçişlerin daha sık karşılaşılan temsil örüntülerinden olması, öğrencilerin bu geçişleri daha rahat gerçekleştirebilmelerine katkı sağlamış olabilir (Lesh, Post ve Behr, 1987). Ayrıca, öğrencilerin özellikle cebirsel ilişkileri tabloya aktarma becerilerinin gelişmiş olması, yapılandırılmış öğretim sürecinin öğrenciler üzerindeki olumlu etkisini ortaya koymaktadır (Cai ve Lester, 2005). Bununla birlikte, her iki sınıf düzeyindeki öğrenciler, diğer temsil türlerinden grafik ile gösterme temsiline geçişte ortak şekilde zorluk yaşamışlardır. Bu durum, grafik temsillerin diğer temsillere kıyasla daha fazla bilişsel yük içerdiğini ve öğrencilerin grafik oluştururken sistematik hatalar yapabildiklerini göstermektedir (Presmeg, 2006; Stylianou, 2010).

Yurt içi ve yurt dışı literatürde grafik ile gösterme temsilinin genellikle zorlayıcı bulunduğu belirlenmiştir. Tekin, Konyalıoğlu ve Işık'ın (2009) çalışmasında, onuncu sınıf öğrencilerinin grafik çizme becerilerinin düşük olduğu ve öğrencilerin grafiklerde genellikle orijinden başlama, eksen değerlerini yanlış sıralama gibi hatalar yaptıkları belirlenmiştir. Benzer şekilde Ercan, Coştu ve Coştu'nun (2018) araştırmasında, öğretmen adaylarının grafik

çizerken teknik ve kavramsal açıdan ciddi güçlükler yaşadıkları ifade edilmiştir. Bu bulgular, grafik temsillerin yalnızca ortaokul öğrencileri için değil, ileri düzeydeki öğrenciler için de zorlayıcı olduğunu göstermektedir. Uluslararası literatürde ise Duval (2006), öğrencilerin farklı temsil türleri arasındaki dönüşümler sırasında anlamlı öğrenmenin gerçekleşebilmesi için temsilin semantik yapısını kavramalarının gerekli olduğunu belirtmiş; aksi halde geçiş sürecinin yüzeysel kalacağını ifade etmiştir. Özellikle grafiksel temsillerin matematiksel ilişkilerin görselleştirilmesini gerektirmesi, öğrencilerin bu temsili anlamlandırmasını zorlaştırmaktadır (Janvier, 1987).

Her iki sınıf düzeyindeki öğrencilerin grafik çiziminde yaşadıkları ortak zorlukların temelinde, öğrencilerin bu temsil türüyle derslerde yeterince karşılaşmamış olmalarının etkili olduğu düşünülmektedir. Nitekim öğrencilerin matematik derslerinde grafik temsillerle çalışma fırsatlarının az olması, bu temsile yönelik yeterliliklerinin gelişmemesine yol açmaktadır (Wilson ve Lloyd, 1995). Ayrıca, ders kitaplarında grafiklerle ilgili yeterli sayıda ve nitelikte sorunun yer almaması da bu becerinin gelişmesini sınırlamaktadır. Bu bağlamda, öğretim materyallerinde grafik temsillere daha fazla yer verilmesi gerektiği sonucuna varılabilir.

TAGT-2 testinden elde edilen bulgulara göre hem yedinci hem de sekizinci sınıf öğrencilerinin doğru cevap sayıları, öğretim öncesinde uygulanan TAGT-1 testine kıyasla anlamlı bir artış göstermiştir. Bu artış, çoklu temsillerle yapılan sistematik öğretimin öğrencilerin hem temsil türlerini tanıma hem de bu temsiller arasında geçiş yapma becerilerinde gelişme sağladığını göstermektedir. Bu sonuç, Ainsworth'un (1999) çoklu temsil kullanımının öğrenmeyi desteklediğine ilişkin modelini desteklemektedir. Ainsworth'a göre birden fazla temsille sunulan matematiksel içerik, öğrencilerin kavramsal anlamalarını derinleştirmekte ve farklı temsiller arasında bağlantı kurmalarını kolaylaştırmaktadır. TAGT-2 testindeki artışlar da bu bağlantıların kurulduğunu göstermektedir.

Sonuç olarak, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arası geçiş becerileri genel olarak benzerlik göstermekte, ancak özellikle grafik temsiller söz konusu olduğunda her iki düzeyde de belirgin zorluklar ortaya çıkmaktadır. Bu durum, yalnızca Türkiye'ye özgü bir bulgu olmayıp, uluslararası literatürde de benzer örüntülerle karşılaşılmaktadır. Bu bağlamda, temsil türlerine ilişkin öğretim süreçlerinin, tüm geçiş yönlerini kapsayacak şekilde ve özellikle grafik temsiller gibi daha zorlayıcı alanlara odaklanarak yapılandırılması gerekmektedir. Öğrencilerin çoklu temsil kullanımına yönelik deneyimlerinin artırılması, bu becerilerin kalıcılığını ve uygulama başarısını doğrudan etkileyecektir.

### 5.1.8. TAGT-1 ve TAGT-2 sonuçlarının karşılaştırılması

Yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin TAGT-1 testi ile TAGT-2 testindeki ortalama doğru cevap sayıları karşılaştırıldığında, her iki sınıf düzeyinde de dikkat çekici bir artış olduğu gözlemlenmiştir. TAGT-2 testindeki ortalama doğru cevap sayılarının, TAGT-1 testindeki ortalama doğru cevap sayılarına kıyasla belirgin bir artış göstermesi, yapılan çoklu temsillere dayalı öğretimin öğrencilerin temsil türlerini kullanma ve bu temsiller arasında geçiş yapabilme becerilerine olumlu katkı sunduğunu ortaya koymaktadır. Bu bağlamda çoklu temsil temelli öğretim sürecinin, öğrencilerin hem kavramsal anlamalarını geliştirdiği hem de cebirsel düşünme süreçlerini desteklediği söylenebilir (Ainsworth, 2006; Sezgin, 2019).

Öğrencilerin test performanslarında gözlemlenen bu gelişim, çoklu temsillere dayalı öğretimlerin öğrenme sürecine olan katkısının yalnızca kısa vadeli değil, kavramsal derinlik açısından da etkili olduğunu ortaya koymaktadır. İzgiol (2014) tarafından yürütülen çalışmada, çoklu temsil destekli lineer cebir öğretiminin geleneksel öğretim yöntemlerine göre daha etkili olduğu ve öğrencilerin soyut kavramları anlamlandırma süreçlerinde daha başarılı oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Bu bulgu, cebir öğretiminde çoklu temsil türlerinin pedagojik gücünü doğrulamaktadır. Sezgin'in (2019) çalışması da çoklu temsillerle yapılan öğretimin öğrencilerin matematiksel anlama seviyeleri ve problem çözme performansları üzerinde doğrudan etkili olduğunu göstermiştir. Aynı şekilde Pinto, Cañadas ve Moreno (2022), ilkokul düzeyinde yürüttükleri araştırmada çoklu temsillerin fonksiyonel düşünme becerilerini geliştirdiğini ve öğrencilerin değişkenler arası ilişkileri kurarken başarılı stratejiler geliştirdiklerini ortaya koymuştur.

Durkin, Rittle-Johnson, Star ve Loehr (2023) tarafından gerçekleştirilen deneysel bir çalışmada, çoklu temsillerle yürütülen cebir öğretiminin, geleneksel yaklaşımlarla karşılaştırıldığında öğrencilerin kavramsal anlama, problem çözme ve temsiller arası geçiş becerilerinde daha etkili olduğu tespit edilmiştir. Bu bulgular ışığında, yedinci ve sekizinci sınıf düzeylerinde yapılan bu araştırmanın sonuçlarının hem yerli hem de uluslararası literatürle paralellik gösterdiği açıkça görülmektedir. Ayrıca bu tür öğretim yaklaşımlarının sadece bireysel başarı değil, sınıf genelinde öğrenme ortamının niteliğini artırdığı da söylenebilir (Koedinger ve Nathan, 2004).

TAGT-1 ve TAGT-2 testleri karşılaştırıldığında, yedinci sınıf öğrencilerinin en fazla gelişim gösterdiği soruların birinci problemin üçüncü sorusu (sözelden grafiğe geçiş), ikinci problemin birinci sorusu (cebirselden sözele geçiş), ikinci problemin ikinci sorusu (cebirselden tabloya geçiş) ile dördüncü problemin birinci sorusu (grafikten sözele geçiş) olduğu

belirlenmiştir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin ise birinci problemin üçüncü sorusu (sözelden grafiğe geçiş), ikinci problemin birinci sorusu (cebirselden sözele geçiş) ile dördüncü problemin birinci sorusu (grafikten sözele geçiş) ve dördüncü problemin ikinci sorusunda (grafikten cebirsele geçiş) en fazla gelişimi gösterdikleri ortaya çıkmıştır. Bu gelişmeler, çoklu temsillerle yapılan öğretimin özellikle bazı problem türlerinde öğrencilerin temsiller arası geçişlerde anlamlı ilerlemeler kaydetmesini sağladığını göstermektedir. Ancak bu gelişimin her öğrenci üzerinde aynı düzeyde etki göstermediği, bireysel farklılıkların öğrenme süreçlerinde belirleyici rol oynadığı da görülmektedir.

Örneğin, yedinci sınıf düzeyinde Y5 ve Y7 kodlu öğrencilerin test performanslarında anlamlı artışlar gözlemlenirken, Y14 ve Y18 kodlu öğrencilerde bu artış daha sınırlı kalmıştır. Sekizinci sınıf düzeyinde ise S3 ve S6 kodlu öğrenciler çoklu temsillerle öğretimden en fazla fayda sağlayan bireyler olurken, S8 ve S15 kodlu öğrencilerin gelişim düzeyleri görece daha düşük olmuştur. Bu farklılıkların nedeni olarak öğrencilerin bireysel öğrenme stilleri, ön bilgi düzeyleri ve özellikle soyut düşünme becerileri gösterilebilir (Gürbüz, 2021). Ergenlik dönemindeki öğrenciler, bilişsel gelişim açısından soyut işlemler dönemine geçiş sürecindedir ve bu dönemdeki bireysel gelişim farklılıkları, matematiksel kavramları anlamlandırma düzeylerini doğrudan etkilemektedir (Piaget, 1972).

Çoklu temsil türleriyle yapılan öğretimin öğrencilerin yalnızca bir temsili tanıması değil, bu temsiller arasında geçiş yapabilme becerilerini de geliştirmesi gerektiği açıktır. Temsil türlerinin bağımsız olarak öğrenilmesi, öğrencilerin cebirsel düşünme ve problem çözme süreçlerinde yeterli olmayabilir. Bu nedenle, öğretim sürecinde temsiller arası geçişlerin nasıl yapıldığına dair açık ve yapılandırılmış öğretim stratejilerinin kullanılması önem arz etmektedir (Lesh, Post ve Behr, 1987). Öğrencilerin yalnızca cebirsel sembollerle işlem yapabilme becerisi değil, aynı zamanda bu sembolleri gerçek yaşam durumlarıyla ilişkilendirme, tablo ve grafiklerle anlamlandırma gibi çok yönlü becerilere sahip olmaları amaçlanmalıdır.

Matematik öğretmenlerinin derslerinde çoklu temsilleri daha yaygın biçimde kullanmaları, öğrencilerin kavramsal anlayışlarını derinleştirecektir. Bunun yanı sıra, matematik ders kitaplarında çoklu temsil türleri arasındaki geçişleri destekleyen sorulara daha fazla yer verilmesi, öğrencilerin bu becerileri doğal bir şekilde edinmelerini kolaylaştıracaktır (Keller, 2008). Literatürde de belirtildiği üzere, temsil türleriyle çalışmak öğrenmenin yüzeysel boyutunu aşarak, anlamlı öğrenmeye katkı sağlayan etkili araçlardır (Ainsworth, 1999). Dolayısıyla cebir öğretiminin kalitesini artırmak için çoklu temsil temelli öğretim, bütüncül bir yaklaşımla ele alınmalıdır.

## 5.2. Öneriler

Bu araştırmada, ortaokul seviyesinde yer alan yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir konusundaki çoklu temsiller arası geçiş becerileri detaylı olarak incelenmiştir. Öğrencilerin bu becerileri, özellikle matematiksel temsiller arasında dönüşüm yapabilme ve bir temsildeki bilgiyi başka bir temsile aktarabilme yetenekleri çerçevesinde değerlendirilmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre, yedinci ve sekizinci sınıf düzeyindeki öğrenciler, henüz soyut düşünme becerisi tam olarak gelişme sürecinde oldukları için çoklu temsiller arasında anlamlı geçişler kurmada belirli zorluklar yaşamaktadırlar. Bu durum, öğrencilerin genel olarak çoklu temsil dönüşümleri konusunda yeterli düzeye ulaşmadığını göstermektedir.

Öte yandan, lise veya lisans düzeyindeki öğrencilerin, yaş ve gelişimsel özellikleri ile birlikte daha fazla matematiksel deneyime sahip olmaları nedeniyle, çoklu temsiller arası geçiş becerilerinin ortaokul öğrencilerine kıyasla daha gelişmiş olduğu düşünülmektedir. Bu bağlamda, benzer bir araştırmanın lise ve üniversite öğrencileri üzerinde gerçekleştirilmesi, sınıf düzeyi ile temsil becerileri arasındaki ilişkiyi daha açık biçimde ortaya koyabilir. Böyle bir çalışma, öğrencilerin akademik düzeylerine göre kullandıkları temsil türlerinin çeşitliliğini ve temsil dönüşümlerindeki başarı düzeylerini karşılaştırma fırsatı da sunabilir.

Bu çalışmada temel alınan çoklu temsiller, özellikle sözel ifadeler, cebirsel ifadeler, tablo ile gösterim ve grafik ile gösterim olmak üzere dört farklı temsil türünden oluşmaktadır. Bu temsil biçimleri, ortaokul müfredatında cebir konularında yaygın olarak kullanılan temsillerin başında gelmektedir. Ancak, eğer ilerleyen çalışmalarda lise veya lisans düzeyindeki öğrenciler üzerine odaklanılacaksa, bu seviyelere uygun olarak daha gelişmiş ya da soyut temsillerin (örneğin, fonksiyon kavramı, parametrik gösterimler, matris temsilleri vb.) dâhil edilmesi uygun olacaktır. Zira bu düzeylerde cebir öğretimi daha karmaşık ve derinlemesine bilgi içerdiği için, kullanılan temsiller de farklılık gösterebilir.

Mevcut araştırmada öğrencilerin çoklu temsiller arasında yaptıkları hatalar belirlenmiş olsa da, bu hataların neden ortaya çıktığı, yani kaynaklarının neler olduğu ayrıntılı bir şekilde incelenmemiştir. Hataların nereden kaynaklandığını belirlemek, gelecekte yapılacak çalışmalar için önemli bir araştırma fırsatı sunmaktadır. Örneğin, öğrencilerin grafik temsillerinde sık hata yapmasının nedeni kavramsal eksiklik mi, yoksa öğretim yöntemine bağlı olarak gelişmeyen bir beceri midir, bu gibi soruların derinlemesine araştırılması mümkündür. Bu bağlamda, nitel veri toplama yöntemleriyle, öğrencilerin düşünme süreçlerini ortaya koyan daha kapsamlı analizlerin yapılması önerilmektedir.

Araştırmada yalnızca belirli bir zamanda, yani tek bir ölçüm noktasında veri toplandığı için, çalışmada kesitsel desen benimsenmiştir. Ancak, öğrencilerin çoklu temsiller arası geçiş becerilerindeki gelişimi zaman içerisinde izlemek üzere boylamsal bir araştırma deseni tercih edilebilir. Bu tür bir yaklaşım, hem yedinci sınıftan sekizinci sınıfa geçişte öğrencilerin temsil becerilerinde ne tür ilerlemeler kaydettiğini hem de bu gelişimin hangi sınıf düzeyinde daha belirgin olduğunu ortaya çıkarabilir. Aynı zamanda, farklı eğitim müdahalelerinin öğrenciler üzerindeki etkisi de gözlemlenebilir.

Araştırma bulguları, öğrencilerin genellikle belirli temsil türlerinde benzer hataları tekrar ettiklerini göstermektedir. Bu durum, öğretmenlerin ya da öğretmen adaylarının, özellikle bu temsil türlerine yönelik daha az sayıda örnek sunduklarını veya bu temsilleri öğretim süreçlerinde yeterince vurgulamadıklarını düşündürebilir. Dolayısıyla, öğretmenlerin derslerde kullandıkları temsil örneklerinin çeşitliliği ve dengesi, öğrencilerin çoklu temsiller arası geçiş becerilerini doğrudan etkileyen bir unsur olarak öne çıkmaktadır. Bu noktada, öğretmenlerin cebir öğretimi sırasında tüm temsil türlerini dengeli şekilde kullanmaları ve öğrencilerin zayıf olduğu alanlara yönelik hedefli çalışmalar yapmaları önerilmektedir.

Gelecekte yapılacak çalışmalarda, matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının çoklu temsilleri kullanma sıklıkları, bu temsillere ilişkin tutumları ve pedagojik yaklaşımları derinlemesine incelenebilir. Özellikle öğretmenlerin belirli temsil türlerine yönelik olumlu ya da olumsuz algılarının, sınıf içi uygulamaları nasıl etkilediği önemli bir araştırma sorusudur. Örneğin, grafik temsillerin cebir öğretiminde fazla önemli olmadığını düşünen bir öğretmen, ders sürecinde bu temsile çok az yer verebilir. Bu durum da öğrencilerin grafikle gösterme becerilerinde zayıf kalmalarına yol açabilir. Bu çalışmada da benzer bir tablo ortaya çıkmış ve öğrencilerin grafik temsiline geçiş becerilerinde diğer temsillere kıyasla daha fazla hata yaptıkları belirlenmiştir. Bu sonuç, öğretmenlerin çoklu temsillere yönelik tutumlarının öğrenci başarısı üzerindeki dolaylı etkisini göstermektedir.

Ayrıca, günümüzde eğitim teknolojilerindeki gelişmeler sayesinde matematik derslerinde akıllı tahta ve zenginleştirilmiş kitaplar (z-kitaplar) gibi dijital materyallerin kullanımı giderek yaygınlaşmaktadır. Bu teknolojik araçlar, özellikle grafik ve tablo gibi görsel temsillerin daha etkili biçimde sunulmasına olanak tanımaktadır. Dolayısıyla, bu araçların cebir konusundaki temsil geçiş becerilerine olan etkisinin araştırılması da güncel ve önemli bir konu başlığıdır. Akıllı tahta kullanımının ve z-kitapların etkileşimli yapısının, öğrencilerin temsil dönüşümlerini daha iyi kavramalarına katkı sağlayıp sağlamadığı, gelecekteki çalışmalarla test edilmelidir.

# KAYNAKÇA


Adu-Gyamfi, K. (2007). Connections among representations: The nature of students' coordinations on a linear function task (Doctoral dissertation). North Carolina State University, USA.

Ainsworth, S. (1999). The functions of multiple representations. *Computers ve Education, 33*(2–3), 131–152. https://doi.org/10.1016/S0360-1315(99)00029-9

Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction, 16*(3), 183–198. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.03.001

Ainsworth, S. (2014). The multiple representation principle in multimedia learning. In R. E. Mayer (Ed.), *The Cambridge handbook of multimedia learning* (2nd ed., pp. 464–486). Cambridge University Press.

Ainsworth, S., Wood, D.J., ve Bibby, P.A. (1998). Analysing the costs and benefits of multi-representational learning environments. In M. van Someren, P. Reimann, H. Boshuizen ve T. de Jong (Eds.), Learning with multiple representations (pp. 120-134). Elsevier Science.

Akarsu Yakar, E., ve Yılmaz, S. (2017). 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebire Yönelik Gerçek Yaşam Durumlarını Matematiksel İfadelere Dönüştürme Sürecindeki Matematiksel Dil Becerileri. İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18(1), 292-310. https://doi.org/10.17679/inuefd.306995

Akıncan, E., ve Tekin, B. (2023). Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadelerde çarpma işlemini modelleme konusundaki beceri düzeylerinin incelenmesi. Trakya Eğitim Dergisi, 13(1), 735-752.

Akkan, Y., Baki, A., ve Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin problem çözme bağlamında incelenmesi. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 43(43).

Akkaya, R., ve Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. Sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanılgıları. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 31, 1-12.

Akkuş, O., ve Çakıroğlu, E. (2006). 7. sınıf öğrencilerinin örüntülerle ilgili cebirsel işlemlerde çoklu temsil kullanımları. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 31, 13-24.

Alegre, F., Moliner, L., Maroto, A., ve Lorenzo-Valentin, G. (2019). Peer tutoring in algebra: A study in Middle school. The Journal of Educational Research, 112(6), 693-699.

Alkhateeb, M. (2019). Multiple representations in 8th grade mathematics textbook and the extent to which teachers implement them. International Electronic Journal of Mathematics Education, 14(1), 137-145.

Alsaeed, M. S. (2017). Using the internet in teaching algebra to middle school students: A study of teacher perspectives and attitudes. *Contemporary Issues in Education Research (CIER), 10*(2), 121-136.

Altun, M. (2005). *İlköğretim ikinci kademede matematik öğretimi*. Alfa Basım Yayım.

Amoah, V., ve Laridon, P. (2004). Using multiple representations to assess students' understanding of the derivative concept. *Proceeding of the British Society for Research into Learning Mathematics, 24*(1), 1-6

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 52*(3), 215–241. https://doi.org/10.1023/A:1024312321077

Bakar, K. A. (2017). Young children's representations of addition in problem solving. *Creative Education, 8*(14), 2232-2242.

Bayazıt, İ. (2011). Öğretmen Adaylarının Grafikler Konusundaki Bilgi Düzeyleri. *Gaziantep University Journal of Social Sciences, 10*(4).

Bodemer, D., ve Faust, U. (2006). External and mental referencing of multiple representations. *Computers in Human Behavior, 22*, 27-42

Booth, J. L., ve Koedinger, K. R. (2012). Are diagrams always helpful tools? Developmental and individual differences in the effect of presentation format on student problem solving. *British Journal of Educational Psychology, 82*(3), 492–511.

Boyun, Ö. F. (2024). *Çoklu temsiller ile desteklenen cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel muhakemeleri üzerine etkisinin incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.

Böge, H., ve Akıllı, R. (2021). *Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik 8 Ders Kitabı*. MEB Yayınları

Brenner, M. E., Mayer, R. E., Moseley, B., Brar, T., Durán, R., Reed, B. S., ve Webb, D. (1997). Learning by understanding: The role of multiple representations in learning algebra. *American Educational Research Journal, 34*(4), 663–689.

Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Harvard University Press.

Bruner, J. S. (1977). *The process of education*. Harvard University Press.

Cai, J., ve Lester, F. K. (2005). Solution representations and pedagogical representations in Chinese and U.S. classrooms. *Journal of Mathematical Behavior, 24*(3–4), 221–237. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.

Cañadas, M. C., ve Figueiras, L. (2011). Use of representations and generalization of the multiplication principle. *Infancia y aprendizaje, 34*(4), 409-425.

Castro, E., Morcillo, N., ve Castro, E. (1999). Representations produced by secondary education pupils in mathematical problem solving. *Psychology of Mathematics Education, 2*, 547-558.

Cleaves, W. P. (2008). Promoting mathematics accessibility through multiple representations jigsaws. *Mathematics Teaching in the Middle School, 13*(8), 446-452.

Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers. In A. E. Kelly ve R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 307–333). Mahwah. NJ: Erlbaum.

Cobb, P. (2002). Modeling, symbolzing, and tool use in statistical data analysis. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. van Oers, ve L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 171– 196). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., ve Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher, 32*(1), 9–13. https://doi.org/10.3102/0013189X032001009

Cobb, P., Yackel, E., ve Wood, T. (1989). Young children's emotional acts while doing mathematical problem solving. In D. B. McLeod ve V. M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective* (pp. 117–148). New York: Springer.

Cobb, P., ve Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist, 31*(3/4), 175–190. https://doi.org/10.1080/00461520.1996.9653265

Creswell, J. W. (2021). *Nitel Araştırma Yöntemleri: Beş Yaklaşıma Uygun Nitel Araştırma Deseni*, (Çev. Ed. Bütün, M ve Demir, S. B.). 6. Baskı, Ankara: Siyasal Kitabevi.

Czarnocha, B., ve Maj, B. (2008). A teaching experiment. In B. Czarnocha (Ed.), *Handbook of mathematics teaching research -a tool for teachers- researchers* (pp. 47–58). Poland: University of Reszów.

Çağlar, M. (2022). *Sınıf öğretmenlerinin çoklu temsillere yönelik görüşleri ve çoklu temsil kullanımları* (Yüksek Lisans Tezi). Kastamonu Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Çakıroğlu, Ü., ve Özdemir, A. S. (2010). Ortaöğretim öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ve temsiller arası geçiş becerileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 38*, 94–106.

Çakmak Gürel, Z., ve Okur, M. (2017). 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin eşitlik ve denklem konusundaki kavram yanılgıları. *Cumhuriyet International Journal of Education, 6*(4), 479-507. https://doi.org/10.30703/cije.342074

Çelikkol, Ö. (2016). *7. sınıf öğrencilerine cebirsel sözel problemlerde matematiksel modelleme uygulaması: bir eylem araştırması* (Yüksek Lisans Tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Çıkla Akkuş, O. (2004). *The effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students' algebra performance, attitude toward mathematics, and representation preference* (Unpublished doctoral dissertation). Middle East Technical University, Ankara.

Çiçek, M. İ. (2020). *Matematik öğretmenlerinin fonksiyon öğretiminde ders imecesi ve çoklu temsilleri kullanabilme düzeylerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Dede, Y. (2004). Öğrencilerin cebirsel sözel problemleri denklem olarak yazarken kullandıkları çözüm stratejilerinin belirlenmesi. *Journal of Educational Sciences ve Practices, 3*(6), 175-192.

Dede, Y., ve Argün, Z. (2003). Cebir, Öğrencilere Niçin Zor Gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24*, 180-185.

Dede, Y., Yalın, H. İ., ve Argün, Z. (2002). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanılgıları.* V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde Sunulan Bildiri (16-18 Eylül). ODTÜ. Ankara.

Delice, A., ve Sevimli, E. (2010). An Investigation of the Pre-Services Teachers' Ability of Using Multiple Representations in Problem-solving Success: The Case of Definite Integral. *Educational Sciences: Theory and Practice 10* (1), 137- 149.

Dikkartın Övez, F. T., ve Çınar, B. A. (2018). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin cebir bilgileri ve cebirsel düşünme düzeylerinin problem kurma becerileri açısından incelenmesi. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, *20*(1), 483-502. https://doi.org/10.25092/baunfbed.418622

Doğan, M., ve Çakır, Y. (2023). Çoklu temsillerle cebir öğretiminin etkileri. *Journal of Mathematics Education, 14*(1), 12–30.

Dreher, A., ve Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics, 88*, 89-114.

Dreher, A., Kuntze, S., ve Lerman, S. (2016). Why use multiple representations in the mathematics classroom? Views of English and German preservice teachers. *International Journal of Science and Mathematics Education, 14*, 363-382.

Duman, Ş., ve Karpuzcu, S. Y. (2024). 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğretimi Öncesi Matematiksel Çözüm Stratejileri: Eşitlik ve Denklem Konusu. *Manisa Celal Bayar Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *12*(2), 262-285.

Durkin, K., Rittle-Johnson, B., Star, J. R., ve Loehr, A. (2023). Comparing the effects of multiple representations and traditional instruction on algebra learning. *Journal of Educational Psychology*, *115*(1), 42–57. https://doi.org/10.1037/edu0000771

Durmuş, S., ve Yaman, H. (2002). Mevcut teknolojilerin sunduğu çoklu temsil olanaklarının oluşturmacı yaklaşıma getireceği yenilikler. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitim Kongresi* (16-18 Eylül 2002). Ankara: ODTÜ Kültür ve Kongre Merkezi.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, (61)*103-131.

Duval, R. (2017). Mathematical activity and the transformations of semiotic representations. In M. Tania ve M. Campos (Eds.), *Understanding the mathematical way of thinking: the registers of semiotic representations*. Cham: Springer.

English, L. D. (1997). The development of fifth-grade children's problem-solving and mathematical communication skills. *Educational Studies in Mathematics, 34*(3), 183–217.

English, L., ve Halford, G. S. (1995). Pupils' relational conceptual knowledge of descriptive statistics. *British Journal of Educational Psychology, 65*(4), 471–490.

Ercan, O., Coştu, F., ve Coştu, B. (2018). Öğretmen Adaylarının Grafik Çiziminde Karşılaştıkları Güçlüklerin Belirlenmesi. *Kastamonu Education Journal, 26*(6), 1929 1938. https://doi.org/10.24106/kefdergi.2227

Eroğlu, D., ve Akkuş, B. (2021). 9.Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Üçgenler Ünitesinin Çoklu Temsiller Bağlamında İncelenmesi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, 12*(2), 786-804. https://doi.org/10.51460/baebd.995676

Garofalo, J., ve Trinter, C. (2009). Technology Focus: Multi-Representational Approaches to Equation Solving. *NCSSSMST Journal*, *14*(2), 26-27.

Gerez Cantimer G. (2022). 8. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel İfade, Denklem ve Özdeşliklere Yönelik Kavram İmajlarının İncelenmesi. *Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *9*(2), 421-440. https://doi.org/10.21666/muefd.1022740

Gilbert, J. K. (2010). The role of visual representations in the learning and teaching of science: An introduction. In *Asia-Pacific Forum on Science Learning and Teaching, 11*(1), 1-19.

Godino, J. D., ve Font, V. (2010). The theory of representations as viewed from the onto-semiotic approach to mathematics education. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education 9*(1), 189-210

Goldin, G. A. (1998). Representational systems, learning, and problem solving in mathematics. *The Journal of Mathematical Behavior*, *17*(2), 137-165.

Goldin, G. A. (2000). Affective pathways and representation in mathematical problem solving. *Mathematical thinking and learning, 2*(3), 209-219.

Goldin, G. A. (2003). Representation in school mathematics: A unifying research perspective. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, ve D. Schifter (Eds.), *A research companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 275–285). NCTM.

Goldin, G. A., ve Janvier, C. (1998). Representations and the Psychology of Mathematics Education. *The Journal of Mathematical Behavior, 17*(1), 1-4.

Goldin, G., ve Kaput, J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. Goldin, ve B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 397–430). Lawrence Erlbaum.

Goldin, G. A., ve Shteingold, N. (2001). Systems of representations and the development of mathematical concepts. In A. A. Cuoco ve F. R. Curcio (Eds.), *The roles of representation in school mathematics* (pp. 1–23). NCTM.

Graham, A. T., Pfannkuch, M., ve Thomas, M. (2009). Versatile thinking and the learning of statistical concepts. *ZDM The International Journal on Mathematics Education, 41*(5), 681-695

Gravemeijer, K., ve Cobb, P. (2006). Design research from the learning design perspective. In J. van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney ve N. Nieveen (Eds.), *Educational Design Research* (pp. 17–51). London: Routledge.

Gravemeijer, K., ve Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational Studies in Mathematics, 39*(1), 111–129.

Greeno, J. G., ve Hall, R. P. (1997). Practicing representation: Learning with and about representational forms. *The Phi Delta Kappan, 78*(5), 361–367.

Güçiz Doğan, B. (2015). Tablo ve Grafikler. *Epidemiyoloji Konferansları Serisi (14.05.2015).* Hacettepe Üniversitesi, Tıp Fakültesi, Halk Sağlığı Anabilim Dalı. http://www.halksagligi.hacettepe.edu.tr/sunumlar_ve_seminerler/epidemiyoloji/EpiKonferans_13.html adresinden 20.05.2023 tarihinde alınmıştır.

Gülpek, P. (2006). *İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimi* (Yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Gürbüz, M. Ç. (2021). *Ortaokul öğrencilerinin cebirsel kavramları soyutlama süreçlerinin incelenmesi* (Doktora Tezi). Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Gürbüz, R., ve Şahin, S. (2015). 8. sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *23*(4), 1869-1888. *(TURCOMAT), 9*(2), 312-338.

Hannula, M. S. (2002). Attitude towards mathematics: Emotions, expectations and values. *Educational Studies in Mathematics, 49*(1), 25-46.

İncikabı, S. (2017). Çoklu temsiller ve matematik öğretimi: ders kitapları üzerine bir inceleme. *Cumhuriyet International Journal of Education*, *6*(1), 66.

İncikabı, S., ve Biber, A. Ç. (2018). Ortaokul matematik ders kitaplarında yer verilen temsiller arası ilişkilendirmeler. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *26*(3), 729-740.

İpek, A. S., ve Okumuş, S. (2012). The representations of pre-service elementary mathematics teachers used in solving mathematical problems. *Gaziantep University Journal of Social Sciences*, *11*(3), 681-700.

İzgiol, D. (2014). *Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin öğrencilerin lineer cebir öğrenimine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Janvier, C. (1987). Problems of representation in the teaching and learning of mathematics. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 1–9). Lawrence Erlbaum.

Janvier, C., Girardon, C., ve Morand, J. (1993). Mathematical symbols and representations. In P. S. Wilson (Ed.), *Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics* (pp. 79-102). Reston, VA: NCTM.

Kaiser, G., ve Sikorski, C. (2015). Students' difficulties in interpretating graphs in geometry. *International Journal of Science and Mathematics Education, 13*(1), 79–99.

Kaput, J. J. (1987). Representation systems and mathematics. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in The Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 19-26). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Kaput, J. J. (1991). Notations and representations as mediators of constructive processes. In E. von Glasersfeld (Ed.), *Radical Constructivism in Mathematics Education* (pp. 53-74). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Kaput, J. J. (1992). Technology and mathematics education. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 515–556). Macmillan.

Karataş, Z. (2015). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. *Manevi temelli sosyal hizmet araştırmaları dergisi*, *1*(1), 62-80.

Kaya, D. (2015). *Çoklu temsil temelli öğretimin öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerine, cebirsel düşünme düzeylerine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi üzerine bir inceleme* (Yayınlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimler Enstitüsü.

Kaya, D. (2017). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile becerilerinin incelenmesi. *Bartın Eğitim Fakültesi Dergisi, 6*(2), 657-675

Kaya, D., ve Keşan, C. (2014). İlköğretim seviyesindeki öğrenciler için cebirsel düşünme ve cebirsel muhakeme becerisinin önemi. *International Journal of New in Arts, Sports ve Science Education, 3*(2), 38-47.

Kaya, D., ve Keşan, C. (2017). Çoklu Temsil Temelli Cebir Öğretimin Matematiğe Yönelik Tutuma Etkisi. *Karadeniz Sosyal Bilimler Dergisi*, *10*(18), 1-22.

Keller, B. A. (2008). Effects of representational format on students' learning of introductory calculus concepts. *International Journal for Technology in Mathematics Education, 15*(1), 9–16.

Keller, B. A., ve Hirsch, C. R. (1998). Student preferences for representations of functions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *29*(1), 1-17.

Keller, S. K. (2008). *Levels of line graph question interpretation with intermediate elementary students of varying scientific and mathematical knowledge and ability: A think aloud study*. (Doctoral Dissertation), University of Central Florida, Orlando.

Kendal, M. (2001). *Teaching and learning introductory differential calculus with a computer algebra system* (Doktora Tezi). University of Melbourne, Department of Science and Mathematics Education.

Keskin Oğan, A., ve Öztürk, S. (2021). *Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik 7 Ders Kitabı*. MEB Yayınları.

Kılıç, Ç. (2009). *İlköğretim beşinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Problemlerin Çözümlerinde Kullandıkları Temsiller* (Doktora Tezi). Eskişehir Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Kızıltoprak, A., ve Köse, N. Y. (2017). Relational thinking: The bridge between arithmetic and algebra. *International Electronic Journal of Elementary Education*, *10*(1), 131-145.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In Grouws, D. A. (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 390- 419). New York: Macmillan.

Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 707–762). Information Age Publishing.

Kinach, B. M. (2014). Generalizing: The core of algebraic thinking. *The Mathematics Teacher*, *107*(6), 432-439.

Kitt, N. ve Leitze, R. (1992). Using Homemade Algebra Tiles to Develop Algebra and Prealgebra Concepts. *Mathematics Teacher, 93*(6), 462-466, 520

Kozulin, A. (2005). The concept of activity in Soviet psychology: Vygotsky, Leontiev, and beyond. In H. Daniels (Ed.), *An introduction to Vygotsky* (pp. 110–134). Routledge.

Kozma, R., ve Russell, J. (2005). Students becoming chemists: Developing representational competence. In J. Gilbert (Ed.), *Visualization in science education* (pp. 121–145). Springer.

Knuth, E., ve Elliott, R. (1997). Preservice secondary mathematics teachers' interpretations of mathematical proof. In J. Dossey, J. Swafford, M. Parmantie, ve A. Dossey (Eds.), Proceedings of the 19th Annual Meeting of the North American Chapter of the *International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 545–551). Bloomington, IL.

Koedinger, K. R., ve Nathan, M. J. (2004). The real story behind story problems: Effects of representations on quantitative reasoning. *The Journal of the Learning Sciences, 13*(2), 129–164. https://doi.org/10.1207/s15327809jls1302_1

Kohl, P. B., ve Finkelstein, N. D. (2008). Patterns of multiple representation use by experts and novices during physics problem solving. *Physical Review Special Topics-Physics Education Research, 4*(1), 010111.

Kusumaningsih, W., ve Herman, T. (2018). Improvement algebraic thinking ability using multiple representation strategy on Realistic Mathematics Education. *Journal on Mathematics Education, 9*(2), 281-290. https://doi.org/10.22342/jme.9.2.5404.281-290

Lee, J., Collins, D., ve Melton, J. (2016). What Does Algebra Look Like in Early Childhood? *Childhood Education, 92*(4), 305-310.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O., ve Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of Educational Research, 60*(1), 1–64. https://doi.org/10.3102/00346543060001001

Lesh, R., ve Doerr, H. M. (2003). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching.* Lawrence Erlbaum.

Lesh, R., ve Kelly, A. E. (1997). Teachers' evolving conceptions of one-to-one tutoring: A three-tiered teaching experiment. *Journal of Research in Mathematics Education, v28*, 398-430.

Lesh, R., Post, T., ve Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 33–40). Lawrence Erlbaum.

Lins, R., ve Kaput, J. (2004). The early development of algebraic reasoning: The current state of the field. In K. Stacey, H. Chick, ve M. Kendal (Eds.), *The Future of the Teaching and Learning of Algebra* (pp. 47–70). Springer.

Lowrie, T., ve Diezmann, C. M. (2011). Solving graphics tasks: Gender differences in middle-school students. *Learning and Instruction, 21*(1), 109-125.

MacGregor, M., ve Stacey, K. (1997). Students' Understanding Of Algebraic Notation: 11–15. *Educational Studies İn Mathematics, 33*(1), 1-19.

Mainali, B. (2021). Representation in teaching and learning mathematics. *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology (IJEMST), 9*(1), 1-21. https://doi.org/10.46328/ijemst.1111

Mason, J. (2001). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. Routledge.

Mason, J. (2008). Representing problem situations: The importance of being able to shift perspectives. *Mathematics Teaching*, *204*, 9–14.

Mason, J., ve Kaye, S. (2013). Making meaning through representation. In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 180–197). Routledge.

Meira, L. (1998). Making sense of instructional devices: The emergence of transparency in mathematical activity. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(2), 121–142.

Mestre, J., ve Ross, B. (1990). Evidence for students' deficiencies in graph interpretation. *Journal of Educational Psychology*, *82*(4), 781–784.

Millî Eğitim Bakanlığı (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı*. https://ttkb.meb.gov.tr adresinden 15.02.2023 tarihinde erişilmiştir.

Millî Eğitim Bakanlığı (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329 adresinden 15.02.2023 tarihinde erişilmiştir.

Mitchell, R., Charalambous, C.Y., ve Hill, H.C. (2014). Examining the task and knowledge demands needed to teach with representations. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *17*, 37-60.

Mishra, P., ve Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, *108*(6), 1017–1054.

Moschkovich, J. N. (2010). Language and math learning: A research review. *Language and Education*, *24*(4), 339–355.

Moseley, B., ve Brenner, M. E. (1997). Using Multiple Representations for Conceptual Change in Pre-Algebra: A Comparison of Variable Usage with Graphic and Text Based Problems. Washington DC: Office of Educational Research and Improvement.

Nakahara, T. (2008). Cultivating mathematical thinking through representation. In *Utilizing the representational system. Talk given at the APEC-Tsukuba International Conference (III), Tsukuba, Japan. Retrieved November* (Vol. 17, p. 2019). https://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/apec2008/index_en.php

Nathan, M. J., ve Koedinger, K. R. (2000). Teachers' and researchers' beliefs about the development of algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(2), 168–190

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and standards for school mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.

Öner, A. T. (2009). *İlköğretim 7. sınıf cebir öğretiminde teknoloji destekli öğretimin öğrencilerin erişi düzeyine, tutumlarına ve kalıcılığa etkisi* (Yüksek Lisans Tezi). İzmir Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Özarslan, P. (2010). *İlköğretim 7. Sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri denklem kurma yoluyla çözme becerilerinin incelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi). Çukurova Üniversitesi, Adana

Özçakır Sümen, Ö. (2021). İlkokul öğrencilerinin matematiksel bilgiyi farklı temsil biçimlerine dönüştürebilme becerileri. *EKEV Akademi Dergisi, (87)*, 507 - 524, Doi: 10.17753/Ekev1994

Özgün Koca S. A. (1998). Students' use of representations in mathematics education. https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED425937.pdf adresinden 25.01.2023 tarihinde alınmıştır.

Özgün Koca, S. A. (2004). Bilgisayar ortamındaki çoğul bağlantılı gösterimlerin öğrencilerin doğrusal ilişkileri öğrenmeleri üzerindeki etkileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 26*, 82-90.

Özmantar, M. F. (2020). Matematik öğretiminde temsillerin rolü. In Ö. Demir ve M. F. Özmantar (Eds.), *Matematiksel düşünme ve öğretimi* (s. 131–154). Pegem Akademi.

Özmantar, M. F., ve Bingölbali, E. (2009). Öğrenme sürecinde matematiksel temsil: Kavramsal bir analiz. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 7*(2), 325-345.

Özmantar, M. F., Akkoç, H., ve Bingölbali, E. (2009). Temsil kavramı ve matematiksel bilgi inşasındaki rolü. In M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Eds.), *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri* (pp. 1–24). Pegem Akademi.

Panasuk, R. M. (2010). Three phase ranking framework for assessing conceptual understanding in algebra using multiple representations. *Education*, *131*(2).

Pape, S. J., ve Tchoshanov, M. A. (2001). The role of representations in developing mathematical understanding. *Theory into Practice, 40*(2), 118-127.

Patterson, N.T., ve Norwood, K.S. (2004). A case study of teacher beliefs on students' beliefs about multiple representations. *International Journal of Science and Mathematics Education. 2*, 5-23.

Patton, M. Q. (2014). *Qualitative research ve Evaluation methods: Integrating theory and practice (fourth ed.)*. SAGE Publications.

Piaget, J. (1972). *The psychology of the child*. Basic Books.

Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically: Communication in mathematics classrooms*. Routledge ve Kegan Paul.

Pinto, E., Cañadas, M. C., ve Moreno, A. (2022). Functional relationships evidenced and representations used by third graders within a functional approach to early algebra. *International Journal of Science and Mathematics Education, 20*(6), 1183-1202. https://doi.org/10.1007/s10763-021-10183-0

Presmeg, N. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. In A. Gutiérrez ve P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 205–235). Sense Publishers.

Preston, R., ve Garner, A. S. (2003). Representation as a vehicle for solving and communication. *Mathematics Teaching in The Middle School. 9*(1), 38-44.

Rachmawati, L. N., Sah, R. W. A., ve Hasanah, S. N. (2023). Newman and Scaffolding Stages
in Analyzing Student Errors in Solving Algebraic Problems. *Delta-Phi: Jurnal Pendidikan Matematika, 1*(1), 01-11.

Resnick, L. B., ve Ford, W. W. (1981). *The psychology of mathematics for instruction*. Lawrence Erlbaum Associates.

Roth, M. W., ve McGinn, M. K. (1998): Inscriptions: Toward a theory of representing as social practice. *Review of Educational Research, 68*(1), 35-59.

Roubicek, F. (2006). Variety of representational environments in early geometry. *Proceedings of the 30th Conference of International group for the Psychology of Mathematics Education, Czech Republic, 1*, 321

Schneider, M. (1995). Representational insight in mathematical problem solving: Studies on the development of knowledge. *Educational Studies in Mathematics, 28*(1), 77–90.

Schultz, J. E., ve Waters, M. S. (2000). Why representations? *Mathematic teacher, 93*(6), 448- 453.

Sedig, K., ve Liang, H. (2006). Interactivity of visual mathematical representations: Factors affecting learning and cognitive processes. *Journal of Interactive Learning Research, 17*(2), 179–212.

Sert, Ö. (2007). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir kavramlarının farklı temsil biçimleri arasında dönüşüm yapma becerileri* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Sevimli, E. (2009). *Matematik öğretmen adaylarının belirli integral konusundaki temsil tercihlerinin uzamsal yetenek ve akademik başarı bağlamında incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Sezgin, A. N. (2019). *Çoklu temsillerle öğretimin 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel anlama seviyelerine ve cebirsel problem çözme sürecine etkisinin incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics, 22*(1), 1–36.

Sirajuddin, S., Sa'dijah, C., Parta, N. I., ve Sukorıyanto. (2020). Multi-representation raised by prospective teachers in expressing algebra. *Journal for the Education of Gifted Young Scientists, 8*(2), 857–870. https://doi.org/10.17478/jegys.688710

Steffe, L. P., ve Olive, J. (2010). *Children's fractional knowledge*. Springer.

Steffe, L. P., ve Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh, ve A. E. Kelly (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 267–307). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Stemele, B. P., ve Jina Asvat, Z. (2024). Exploring learner errors and misconceptions in algebraic expressions with grade 9 learners through the use of algebra tiles. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education, 28*(1), 153-170.

Stern, E. (2002). Wie abstrakt lernt das Grundschulkind? Neuere Ergebnisse der entwicklungspsychologischen Forschung (How abstract does the primary student learn? Recent findings in developmental psychological research). In H. Petillon (Ed.), *Individuelles Lernen in der Grundschule – Kinderperspektive und pädagogische Konzepte* (pp. 27–42). Opladen: Leske+Budrich

Stylianou, D. A. (2010). Teachers' conceptions of representation in middle school mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education, 13*(4), 325–343.

Susac, A., Sajka, M., ve Rosiek, R. (2024). Understanding and overcoming students' difficulties in interpreting graphs: Insights from a racing car problem. *Journal of Physics Conference Series, 2715*, 012022. https://doi.org/10.1088/1742-6596/2715/1/012022

Tabach, M., ve Friedlander, A. (2003). The role of context in learning beginnig algebra. *Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*, Bellaria, Italia.

Taban, J., ve Cadorna, E. (2018). Structure sense in algebraic expressions and equations of groups of students. *Journal of Educational and Human Resource Development (JEHRD), 6*, 140-154.

Tavşan, S. (2020). 6. Sınıf Öğrencilerinin Verilen Cebirsel İfadeleri Uygun Sözel İfadelere Dönüştürebilme Becerilerinin İncelenmesi. *Ondokuz Mayis University Journal of Education Faculty*, *39*(3 100. Yıl Eğitim Sempozyumu Özel Sayı), 275-288.

Tekin, B., Konyalıoğlu, A. C., ve Işık, A. (2009). Ortaöğretim öğrencilerinin fonksiyon grafiklerini çizebilme becerilerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *17*(3), 919-932.

Temel, H., ve Altun, M. (2020). Problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılması. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, *7*(3), 173-197. https://doi.org/10.17278/ijesim.745257

Toluk, Z. (2003). Üçüncü Uluslararasi Matematik ve Fen Arastirmasi (TIMSS): Matematik Nedir?. *İlköğretim Online*, *2*(1).

Tripathi, P. (2008). Developing mathematical understanding through multiple representations. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *13*(8), 438–445.

Türer, G., ve Günhan, B. C. (2022). Türkiye'de Matematik Eğitiminde Çoklu Temsiller ile İlgili Yapılan Çalışmaların İncelenmesi. *Fen Matematik Girişimcilik ve Teknoloji Eğitimi Dergisi*, *5*(3), 214-236.

Türk Dil Kurumu [TDK] (2023). Güncel Türkçe Sözlük. http://www.tdk.gov.tr/ adresinden 22.01.2023 tarihinde alındı.

Ural, A. (2012). Fonksiyon kavramı: Tanımsal bilginin kavramın çoklu temsillerine transfer edilebilmesi ve bazı kavram yanılgıları. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *31*(31), 93-105.

Ureña, J., Ramírez, R., Molina, M., & Cañadas, M. C. (2024). Generalization: strategies and representations used by sixth to eighth graders in a functional context. *Mathematics Education Research Journal*, *36*(3), 519-545.

Usiskin, Z. (1997). Doing algebra in grade K-4. *Teaching Children Mathematics, 3*, 346-356.

Uşak, M. (2013). Bilişsel gelişim kuramlarının matematik öğretimi üzerindeki etkisi. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi, 2*(2), 35–44.

Uygan, C. (2019). Öğretim deneyi: Öğrenci düşüncelerine dayalı öğretim tasarımı ve araştırma. In E. Bingölbali ve M. Baki (Eds.), *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi Araştırmaları* (pp. 413–438). Ankara: Pegem Akademi.

Van Amerom, B. A. (2003). Focusing on informal strategies when linking arithmetic to early algebra. *Educational Studies in Mathematics, 54*(1), 63-75.

Vance, J. H. (1998). Number operations from an algebraic perpective. *Teaching Children Mathematics, 4*, 282-285

Van Der Meij, J., ve De Jong, T. (2006). Supporting students' learning with multiple representations in a dynamic simulation-based learning environment. *Learning and Instruction, 16,* 199–212.

Van Garderen, D., ve Montague, M. (2003). Visual representation: A problem-solving instruction for middle school students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research ve Practice, 18*(2), 101–114.

Villegas, J. L., Castro, E., ve Gutierrez, J. (2009). Representation in Problem Solving: A Case Study with Optimization Problem. *Electronic Journal of Research in Education Psychology, 17*(7), 279-308.

Williams, E. S. (1997). Algebra: What Students can Learn. *The Nature and Algebra in the K-14 Curriculum. Procedings of a National Symposium*. (27-28 May 1997). Washington.

Wilson, P. S., ve Lloyd, G. M. (1995). The challenge of graphing: Students' struggles with data and scale. *Mathematics Teacher, 88*(2), 156–160.

Wu, Z. (2004). *The stduy of middle school teachers understanding and use of mathematical representation in relation to teachers zone of proximal in teaching fractions and algebraic functions* (Yayınlanmamış doktora tezi). Texas: Texas AveM University.

Yackel, E., Cobb, P., Wood, T., Wheatley, G., ve Merkel, G. (1990). The importance of social interaction in children's construction of mathematical knowledge. *In T. J. Cooney ve C. R. Hirsch (Eds.), Teaching and learning mathematics in the 1990s* (pp. 12–21). National Council of Teachers of Mathematics.

Yağız, G. (2019). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel problemlerin çözümündeki hataların incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.

Yağız, G., ve Tapan Broutin, M. S. (2023). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebir konusundaki çoklu temsiller arası geçiş süreçlerinin incelenmesi. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi,* 6(1), 141-155. https://doi.org/10.33400/kuje.1228562

Yenilmez, K., ve Teke, M. (2008). Yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *9*(15), 229-246.

Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2021). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. (12. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, G., ve Albayrak, S. (2016). Ortaokul öğrencilerinin çoklu temsil kullanım düzeyleri: Tablo önceliği. *Eurasian Journal of Educational Research, 65,* 123–142.

Yıldırım, Z., ve Albayrak, M. (2016). Ortaokul öğrencilerinin farklı temsil biçimlerine göre doğrusal ilişki konusunu anlama düzeylerinin incelenmesi. *Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi, 7*(2), 11-26.

Yılmaz, E. (2011). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin okuduğunu anlama ve yazılı anlatım ile cebirde sembolik ve sözel gösterimleri dönüştürme becerileri arasındaki ilişki* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Yılmaz, G. K., ve Argün, Z. (2018). Matematikte temsillerin önemi ve öğretime yansımaları. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18*(2), 667–688.

Zachariades, T., Christou, C., ve Papageorgiou, E. (2002, July). The difficulties and reasoning of undergraduate mathematics students in the identification of functions. In *Proceedings in the 10th ICME Conference, Crete, Greece* (Vol. 3).

Zhang, J. (1997). The nature of external representations in problem solving. *Cognitive Science, 2,* 179-217

# EKLER

## EK 1: Etik Kurul İzni

**BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ**
**ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİK KURULLARI**
**(Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma ve Yayın Etik Kurulu)**
**TOPLANTI TUTANAĞI**

| OTURUM TARİHİ | OTURUM SAYISI |
|---|---|
| 23 HAZİRAN 2023 | 2023-06 |

**KARAR NO 4:** Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'nden alınan Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı öğretim üyelerinden Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN'in danışmanlığında Matematik Eğitimi Bilim Dalı doktora programı öğrencisi Gökhan YAĞIZ'ın "Yedinci ve Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Cebir Konusundaki Çoklu Temsiller Arası Geçiş Becerilerinin İncelenmesi" konulu tez çalışması kapsamında uygulanacak test sorularının değerlendirilmesine geçildi.

Yapılan görüşmeler sonunda; Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı öğretim üyelerinden Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN'in danışmanlığında Matematik Eğitimi Bilim Dalı doktora programı öğrencisi Gökhan YAĞIZ'ın "Yedinci ve Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Cebir Konusundaki Çoklu Temsiller Arası Geçiş Becerilerinin İncelenmesi" konulu tez çalışması kapsamında uygulanacak test sorularının fikri, hukuki ve telif hakları bakımından metot ve ölçeğine ilişkin sorumluluğu başvurucuya ait olmak üzere uygun olduğuna oybirliği ile karar verildi.

**EK 2: Kurum İzni**

T.C.
BURSA VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-86896125-605.01-91959842 13.12.2023
Konu : Gökhan YAĞIZ'ın Araştırma İzni

MÜDÜRLÜK MAKAMINA

İlgi : a) Milli Eğitim Bakanlığının Araştırma Uygulama İzinleri konulu 21/01/2020 tarih ve 1563890 (2020/2) sayılı Genelgesi.
b) Bursa Uludağ Üniversitesi Rektörlüğü Öğrenci İşleri Daire Başkanlığının 31.10.2023 tarih ve 133858 sayılı yazısı.

Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Doktora Programı öğrencilerinden Gökhan YAĞIZ'ın "Yedinci ve Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Cebir Konusundaki Çoklu Temsiller Arası Geçiş Becerilerinin İncelenmesi" başlıklı araştırma çalışması, ilgi (b) sayılı yazı ile Müdürlüğümüze bildirilmektedir.

İlimiz Osmangazi ilçesi Çimento Fabrikası Ortaokulunda uygulanması planlanan çalışma, Müdürlüğümüzde oluşturulan "Araştırma Değerlendirme Komisyonu" tarafından incelenerek değerlendirilmiştir. Araştırma ile ilgili çalışmanın **okul/kurumlardaki eğitim öğretim faaliyetleri aksatılmadan, araştırma formlarının aslı okul müdürlüklerince görülerek ve gönüllülük esası ile** okul müdürlüklerinin gözetim ve sorumluluğunda ilgi Genelge çerçevesinde uygulanması ayrıca **araştırma sonuçlarının Müdürlüğümüz ile paylaşılması** komisyonumuzca uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Mustafa KORKMAZ
İl Milli Eğitim Müdür Yardımcısı

OLUR

Dr. Ahmet ALİREİSOĞLU
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Hocahasan Mh. İlkbahar Cad. No:38 ( Yeni Hükümet Konağı A Blok) 16050/Osmangazi/BURSA
Telefon No : (0224) 225 25 78
Faks : 445 18 10
İnternet Adresi : http://bursa.meb.gov.tr
E-Posta : arge16@meb.gov.tr
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Belge Doğrulama Adresi : https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys
Bilgi için: Fatih ALTIN
Unvan : Bilgisayar İşletmeni

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 397e-5d5b-39bb-80c1-fa1f kodu ile teyit edilebilir.

**EK 3: VERİ Toplama Araçları İzinleri**

BURSA ÇİMENTO FABRİKASI ORTAOKULU MÜDÜRLÜĞÜNE
OSMANGAZİ

"Yedinci ve Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Cebir Konusundaki Gösterim Temsiller Arası Geçiş Becerilerinin İncelenmesi" adlı doktora tez çalışmam için 01.10.2023 ile 01.07.2024 tarihleri arasında 7. ve 8. sınıf öğrencileri ile çalışma yapılacaktır. Tez çalışması sırasında yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin ses kaydı yapılacaktır. Ses kayıtlarının yapılması için izin gerekmektedir. Gereğinin yapılmasını bilgilerinize arz ederim.

Adres: Alemdar Mahallesi
Sokak

02.05.2023

**EK 4: Ders Planları**

| DERS PLANI -1- (1. Ders) | |
|---|---|
| Dersin Adı | Matematik |
| Sınıf | 7. ve 8. sınıf |
| Konu: | Çoklu temsiller |
| Süre | Bir ders saati (40 dakika) |
| Öğrenci Kazanımları/ Hedef ve Davranışlar | 1- Sözel ifadelerin özelliklerini tanır.<br>2- Cebirsel ifadelerin özelliklerini tanır.<br>3- Tablo ile gösterim temsilinin özelliklerini tanır.<br>4- Grafik ile gösterim temsilinin özelliklerini tanır. |
| Kullanılan Yöntem | Düz anlatım ve soru-cevap |
| Kullanılan Eğitim Araçları | Matematik Ders Kitabı, Cebirsel İfadeler Çalışma Kâğıdı |

**1. Ders: Çoklu temsil türleri ve özellikleri**

Bu ders kapsamında çoklu temsil türlerinden sözel ifadeler, cebirsel ifadeler, tablo ile gösterim ve grafik ile gösterim temsillerinin özellikleri anlatılmıştır.

***A) Sözel ifadeler***

*Sözel İfade:* Günlük yaşamda kullanılan dilin içine matematiksel terimlerin de katılarak kullanılmasıyla oluşan genellikle yazılı ya da sözlü açıklamalardır.

Örneğin;

a) Bir sayının 3 katının 5 eksiği,

b) Ali'nin bilye sayısı, Emre'nin bilye sayısının yarısıdır,

c) Bir dikdörtgenin uzun kenarı kısa kenarının iki katından 3 cm fazladır,

şeklindeki ifadeler sözel ifadelerdir.

***B) Cebirsel İfadeler***

*Cebirsel ifadeler ile ilgili kavramlar*

* *Cebirsel ifade*: içerisinde x, y, a, b gibi en az bir değişken bulunan ve bu değişkenlerle işlem yapılmasını sağlayan ifadelerdir.

* Örneğin; $3x, -5y\ , 2n + 3, 6a^2$ gibi ifadeler birer cebirsel ifadedir.

* Cebirsel ifadelerde kullanılan kavramlar şunlardır:

*a) Değişken:* Cebirsel ifadede kullanılan harflere veya sembollere değişken (bilinmeyen) denir.

*b) Terim:* Bir cebirsel ifadede (+) ya da (-) işaretleri ile gösterilen kısımların her birine terim denir.

*c) Katsayı*: Bir terimin başındaki sayıya (işareti de dâhil) katsayı denir.

*d) Sabit Terim:* Yanında herhangi bir değişken olmayan terime sabit terim denir.

*e) Benzer Terim:* Bir cebirsel ifadede bir değişkenin aynı kuvvetine sahip terimlerine benzer terim denir.

Örnek: $4x - 3y - 2x + 5$ cebirsel ifadesi ile ilgili

Değişkenler: x ve y

Terimler: $4x, -3y, -2x$ ve $5$

Katsayılar: $4, -3, -2$ ve $5$

Sabit terim: $5$

Benzer terim: $4x$ ve $-2x$ olur.

***Cebirsel ifade yazma***

Cebirsel ifade yazarken değişken ile katsayı arasındaki ilişki doğru kurulmalıdır.

Örneğin;
a) 'Bir sayının 3 katının 2 eksiği' şeklindeki bir ifade cebirsel ifade olarak
'$3x - 2$' şeklinde gösterilir.
b) 'Sepetteki elmaların sayısının 4 fazlasının yarısı' şeklindeki bir ifade cebirsel ifade olarak $\frac{x+4}{2}$ şeklinde gösterilir.

***C) Tablo ile Gösterim Ders İşlenişi***

Tablo: Birbiriyle olan ilişkilerine göre düzenlenerek yazılmış şeylerin hepsinin bir arada gösterilmesini sağlayan çizelgelerdir. Tablolarda olması gereken özellikler şunlardır:
- Her tablo okuyucuya tam, açık ve çabuk anlaşılabilir özellikte bilgi sunmalıdır.
- Tablonun sıra ve sütunları arasında yeterli aralık bırakılmalıdır.
- Satır ve sütunların başlıkları olması gerekir. Ayrıca kullanılan birimlerin de belirtilmesi gerekir (saat, hız, kg ve benzerleri gibi)

***D) Grafik ile Gösterim Ders İşlenişi***

Grafik: Bir olayın oluş sürecini göstermeyi ya da birkaç şey arasında karşılaştırma yapmaya yarayan birbiriyle anlamlı olacak şekilde çeşitli çizgilerden meydana gelmiş şekillerdir. Grafikler, günlük yaşamda sayısal verilerin görselleştirilmesine ve böylece verilerin daha kolay anlaşılmasına yardımcı olmaktadır.
Grafiklerde bulunması gereken özellikler şunlardır:
- Her grafiğin kendi kendisini açıklayıcı, okuyucuya metni okumadan bilgi verici nitelikte olması gerekir.
- Her grafiğin açıklayıcı bir başlığı olmalıdır. Bazı açıklamalar dipnot olarak da verilebilir.
- Eksenler verilere uygun şekilde tanımlanmalıdır. Dikey ve yatay eksenlerin gösterdikleri değişkenler ve varsa bunların birimleri açık biçimde belirtilmelidir.

| **DERS PLANI -2- (2. Ders)** | |
|---|---|
| Dersin Adı | Matematik |
| Sınıf | 7. ve 8. sınıf |
| Konu: | Çoklu temsiller |
| Süre | Bir ders saati (40 dakika) |
| Öğrenci Kazanımları/ Hedef ve Davranışlar | 1- Sözel olarak verilen bir ifadeyi diğer temsil türlerine geçiş yapabilir.<br>2- Cebirsel olarak verilen bir ifadeyi diğer temsil türlerine geçiş yapabilir.<br>3- Tablo şeklinde verilen bir ifadeyi diğer temsil türlerine geçiş yapabilir.<br>4- Grafik şeklinde verilen bir ifadeyi diğer temsil türlerine geçiş yapabilir. |
| Kullanılan Yöntem | Düz anlatım ve soru-cevap |
| Kullanılan Eğitim Araçları | Matematik Ders Kitabı, Cebirsel İfadeler Çalışma Kâğıdı |

**Çoklu Temsiller Dersinin İşlenişi (2. Ders)**

**2. Ders: Çoklu temsil türleri arasında geçiş yapabilme**

Bu derste öğrencilerin çoklu temsil türleri arasında geçiş yapabilmelerin sağlamak için örnekler gösterilmiştir. Örneklerde sırasıyla sözel ifadeden diğer temsil türlerine, cebirsel ifaden diğer temsil türlerine, tablo ile gösterimden diğer temsil türlerine ve grafik ile gösterimden diğer temsil türlerine geçiş yapabilmek için birer örnek verilmiştir.

***A) Sözel ifadeden diğer temsil türlerine geçiş***

**Örnek:** Bir depoda 60 litre su bulunmaktadır. Bu depoya bağlı bir musluk, deponun içine dakikada 4 litre su doldurmaktadır. Buna göre depodaki su miktarı ile geçen süreye uygun olacak şekilde;

a) Depodaki su miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.
b) Depodaki su miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu oluşturunuz.
c) Depodaki su miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi gösteren grafiğini çiziniz.

***B) Cebirsel ifadeden diğer temsil türlerine geçiş***

**Örnek:** $y = 5x - 1$ cebirsel ifadesine uygun olacak şekilde;

a) Sözel bir problem ifadesi yazınız.
b) Tablo oluşturunuz.
c) Grafik çiziniz.

***C) Tablo ile gösterimden diğer temsil türlerine geçiş***

**Örnek:** Yanda verilen tabloda geçen süre (saat) ile bir aracın aldığı yol uzunluğu (km) gösterilmektedir. Bu tabloya uygun olacak şekilde;

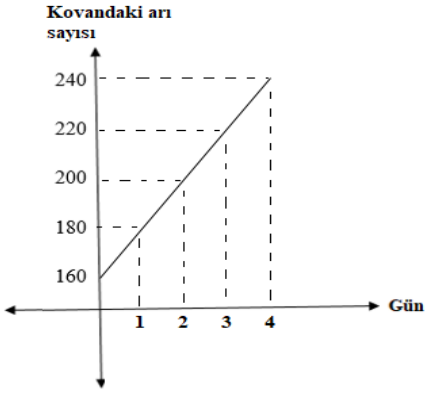
| Geçen süre (saat) | Aracın aldığı yol uzunluğu (km) |
|---|---|
| 1 | 80 |
| 2 | 160 |
| 3 | 240 |
| 4 | 320 |

a) Geçen süre ile aracın aldığı yol uzunluğu arasındaki ilişkiye uygun sözel bir problem ifadesi yazınız.
b) Geçen süre ile aracın aldığı yol uzunluğu arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.
c) Geçen süre ile aracın aldığı yol uzunluğu arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

***D) Grafik ile gösterimden diğer temsil türlerine geçiş***

Örnek: Yanda verilen grafik geçen süre (saat) ile bir kovandaki arı sayısı arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Bu grafiğe uygun olacak şekilde;

a) Geçen süre ile kovandaki arı sayısı arasındaki ilişkiye uygun sözel bir problem ifadesi yazınız.
b) Geçen süre ile kovandaki arı sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.
c) Geçen süre ile kovandaki arı sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu oluşturunuz.



# EK 5: Veri Toplama Araçları

## EK 5.1. TAGT Testleri

### *EK 5.1.1. TAGT-1 TESTİ (Temsiller Arası Geçiş Testi - 1)*

### TAGT-1 TESTİ (Temsiller Arası Geçiş Testi - 1)

**1. Problem (Elma Fidanı Problemi)**



Kübra, bahçesine 80 cm boyunda bir elma fidanı dikmiştir. Kübra her yıl elma fidanını düzenli olarak sulayıp bakımını yapmış ve fidanının ne kadar büyüdüğünü ölçmüştür. Kübra, ölçümler sonucunda fidanının her yıl düzenli olarak 10 cm uzadığını gözlemlemiştir.

**Soru 1-** Elma fidanının boyunun uzunluğunu zamana göre değişimini gösteren cebirsel ifadeyi yazınız. Cebirsel ifadedeki değişkenlerin ne anlama geldiğini açıklayınız.

**Soru 2-** Geçen süre ile elma fidanının boyu arasındaki ilişkiyi tablo ile gösteriniz.

**Soru 3-** Geçen süre ile elma fidanının boyu arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

**2. Problem (Yol Problemi)**

$y = 420 - 70t$



Yukarıda verilen cebirsel ifade, 420 km uzunluğundaki yoldan kalan yol miktarı göstermektedir. ‘t’ değişkeni zamanı (saat cinsinden), ‘y’ değişkeni ise kalan yol miktarını göstermektedir. Buna göre;

**Soru 1-** Yukarıda verilen cebirsel ifadeye uygun sözel bir ifade yazınız.

**Soru 2-** Mustafa aracıyla saatte 70 km gidiyorsa, kalan yol miktarı ile geçen zaman arasındaki ilişkiyi tablo ile gösteriniz.

**Soru 3-** Mustafa aracıyla saatte 70 km gidiyorsa, kalan yol miktarı ile geçen zaman arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

**3- Problem (Üçgen Oluşturma Problemi)**

Yanda verilen tablo Yasin'in üçgen sayısı ile üçgenleri oluşturmak için kullandığı demir çubuk sayısını göstermektedir. Yanda verilen tabloya göre aşağıdaki soruları cevaplayınız. (Demir çubuklar özdeştir.)

| Oluşan Üçgen Sayısı | Kullanılan Demir Çubuk Sayısı |
|---|---|
| 1 | 3 |
| 2 | 5 |
| 3 | 7 |
| 4 | 9 |
| 5 | 11 |

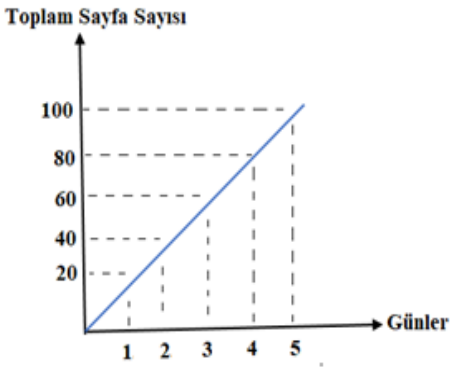
**Soru 1-** Yanda verilen tabloya göre uygun sözel ifade yazınız.

**Soru 2-** Yanda verilen tabloya göre oluşturulan üçgen sayısı ile üçgenleri oluşturmak için kullanılan demir çubuk sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız. Bu cebirsel ifadede değişkenlerin ne anlama geldiğini açıklayınız.

**Soru 3-** Yanda verilen tabloya göre oluşturulan üçgen sayısı ile üçgenleri oluşturmak için kullanılan demir çubuk sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

**4. Problem (Sayfa Sayısı Problemi)**

Yanda verilen grafikte Elif'in günlere göre okuduğu toplam sayfa sayısı gösterilmektedir. Buna göre;




**Soru 1-** Grafikte verilenlere uygun olacak şekilde sözel ifade yazınız.

**Soru 2-** Elif'in okuduğu toplam sayfa sayısı ile gün arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız. Bu cebirsel ifadede değişkenlerin ne anlama geldiğini açıklayınız.

**Soru 3-** Elif'in okuduğu toplam sayfa sayısı ile gün arasındaki ilişkiyi tablo ile gösteriniz.

*EK 5.1.2. TAGT-2 TESTİ (Temsiller Arası Geçiş Testi - 2)*

**TAGT-2 TESTİ (Temsiller Arası Geçiş Testi - 2)**

**1. Problem (Ceviz Fidanı Problemi)**



Hatice, bahçesine 60 cm boyunda bir ceviz fidanı dikmiştir. Hatice her yıl ceviz fidanını düzenli olarak sulayıp bakımını yapmış ve fidanının ne kadar büyüdüğünü ölçmüştür. Hatice, ölçümler sonucunda fidanının her yıl düzenli olarak 15 cm uzadığını gözlemlemiştir.

**Soru 1-** Ceviz fidanının boyunun uzunluğunu zamana göre değişimini gösteren cebirsel ifadeyi yazınız. Cebirsel ifadedeki değişkenlerin ne anlama geldiğini açıklayınız.

**Soru 2-** Geçen süre ile ceviz fidanının boyu arasındaki ilişkiyi tablo ile gösteriniz.

**Soru 3-** Geçen süre ile ceviz fidanının boyu arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

**2. Problem (Yol Problemi)**



$y = 720 - 90t$

Yukarıda verilen cebirsel ifade, 720 km uzunluğundaki yoldan kalan yol miktarı göstermektedir. ‘t’ değişkeni zamanı (saat cinsinden), ‘y’ değişkeni ise kalan yol miktarını göstermektedir. Buna göre;

**Soru 1-** Yukarıda verilen cebirsel ifadeye uygun sözel bir ifade yazınız.

**Soru 2-** Ali aracıyla saatte 90 km gidiyorsa, kalan yol miktarı ile geçen zaman arasındaki ilişkiyi tablo ile gösteriniz.

**Soru 3-** Ali aracıyla saatte 90 km gidiyorsa, kalan yol miktarı ile geçen zaman arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

**3- Problem (Kare Oluşturma Problemi)**

Yanda verilen tablo Sinan'ın, kare sayısı ile kareleri oluşturmak için kullandığı tahta çubuk sayısını göstermektedir. Yanda verilen tabloya göre aşağıdaki soruları cevaplayınız. (Tahta çubuklar özdeştir.)

| Oluşan Kare Sayısı | Kullanılan Tahta Çubuk Sayısı |
|---|---|
| 1 | 4 |
| 2 | 7 |
| 3 | 10 |
| 4 | 13 |
| 5 | 16 |

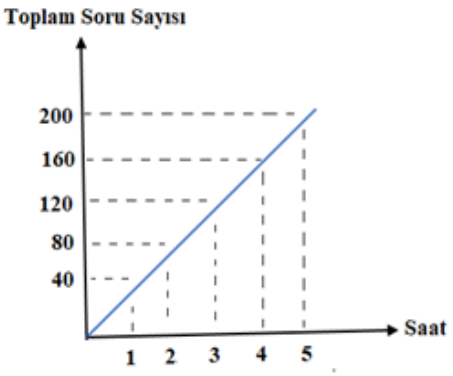
**Soru 1-** Yanda verilen tabloya göre uygun sözel ifade yazınız.

**Soru 2-** Yanda verilen tabloya göre oluşturulan kare sayısı ile kareleri oluşturmak için kullanılan tahta çubuk sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız. Bu cebirsel ifadede değişkenlerin ne anlama geldiğini açıklayınız.

**Soru 3-** Yanda verilen tabloya göre oluşturulan kare sayısı ile kareleri oluşturmak için kullanılan tahta çubuk sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

**4. Problem (Soru Çözme Problemi)**

Yanda verilen grafikte Sema'nın saatlere göre çözdüğü toplam soru sayısı gösterilmektedir. Buna göre;




**Soru 1-** Grafikte verilenlere uygun olacak şekilde sözel ifade yazınız.

**Soru 2-** Sema'nın çözdüğü toplam soru sayısı ile saat arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız. Bu cebirsel ifadede değişkenlerin ne anlama geldiğini açıklayınız.

**Soru 3-** Sema'nın çözdüğü toplam soru sayısı ile saat arasındaki ilişkiyi tablo ile gösteriniz.

## EK 5.2. Çalışma Kâğıtları

### *EK 5.2.1. Çalışma Kâğıdı - 1 (Sözel İfadeler)*

**Çalışma Kâğıdı - 1 (Sözel İfadeler)**

**Aşağıda verilen sözel ifadelere uygun cebirsel ifadeleri yazınız, tabloları oluşturunuz ve grafiklerini çiziniz.**

**Soru 1)** Kumbarasında 10 TL bulunan Nazlı, her gün kumbarasına 3 TL atmaktadır. Nazlı'nın kumbarasında biriken TL miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde;

**a)** Nazlı'nın kumbarasında biriken TL miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.

**b)** Nazlı'nın kumbarasında biriken TL miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu oluşturunuz.

**c)** Nazlı'nın kumbarasında biriken TL miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi gösteren grafiğini çiziniz.

**Soru 2)** Bir kapta 100 tane bakteri vardır. Kaptaki bakteri sayısı her saat iki katına çıkmaktadır. Kaptaki bakteri sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde;

**a)** Kaptaki bakteri sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.

**b)** Kaptaki bakteri sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu oluşturunuz.

**c)** Kaptaki bakteri sayısı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

**Soru 3)** A ve B şehirleri arası mesafe 560 km'dir. Saatte 80 km hızla giden bir araç A şehrinden B şehrine doğru hareket etmeye başlıyor. Buna göre kalan yol miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde;

**a)** Kalan yol miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.

**b)** Kalan yol miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu oluşturunuz.

**c)** Kalan yol miktarı ile geçen süre arasındaki ilişkiyi gösteren grafiğini çiziniz.

**Soru 4 )** İlk terimi 5 olan sayı örüntüsünde bir sayı, kendinden bir önceki sayının 2 katının 3 eksiği şeklinde devam etmektedir. Buna göre adım sayısı ile adımda yazılan sayı arasındaki ilişkiye uygun olacak şekilde;

**a)** Adım sayısı ile adımda yazılan sayı arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.

**b)** Adım sayısı ile adımda yazılan sayı arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu oluşturunuz.

**c)** Adım sayısı ile adımda yazılan sayı arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

*EK 5.2.2. Çalışma Kâğıdı - 2 (Cebirsel İfadeler)*

**Çalışma Kâğıdı - 2 (Cebirsel İfadeler)**

**Aşağıda verilen cebirsel ifadelere uygun sözel ifadeleri yazınız, tabloları oluşturunuz ve grafiklerini çiziniz.**

**Soru 1)** $y = 3x + 2$ cebirsel ifadesine uygun olacak şekilde;

a) Sözel bir problem ifadesi yazınız.

b)Tablo oluşturunuz.

c) Grafik çiziniz.

**Soru 2)** $y = 4x - 1$ cebirsel ifadesine uygun olacak şekilde;

a) Sözel bir problem ifadesi yazınız.

b)Tablo oluşturunuz.

c) Grafik çiziniz.

**Soru 3)** $y = 240 - 60x$ cebirsel ifadesine uygun olacak şekilde;

a) Sözel bir problem ifadesi yazınız.

b)Tablo oluşturunuz.

c) Grafik çiziniz.

**Soru 4)** $y = 5x$ cebirsel ifadesine uygun olacak şekilde;

a) Sözel bir problem ifadesi yazınız.

b)Tablo oluşturunuz.

c) Grafik çiziniz.

*EK 5.2.3. Çalışma Kâğıdı - 3 (Tablo ile Gösterim)*

**Çalışma Kâğıdı - 3 (Tablo ile Gösterim)**

**Aşağıda verilen tablolara uygun sözel ifadeleri ve cebirsel ifadeleri yazınız, grafiklerini çiziniz.**

**Soru 1)** Yanda verilen tabloda geçen süre (gün) ile kumbarada biriken para miktarı (TL) gösterilmektedir. Bu tabloya uygun olacak şekilde;

**a)** Geçen süre ile kumbarada biriken para miktarı arasındaki ilişkiye uygun sözel bir problem ifadesi yazınız.

**b)** Geçen süre ile kumbarada biriken para miktarı arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.

**c)** Geçen süre ile kumbarada biriken para miktarı arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

| Geçen süre (gün) | Kumbaradaki para miktarı (TL) |
|---|---|
| 1 | 35 |
| 2 | 45 |
| 3 | 55 |
| 4 | 65 |

**Soru 2)** Yanda verilen tabloda geçen süre (saat) ile okunan toplam sayfa sayısı gösterilmektedir. Bu tabloya uygun olacak şekilde;

**a)** Geçen süre ile okunan toplam sayfa sayısı arasındaki ilişkiye uygun sözel bir problem ifadesi yazınız.

**b)** Geçen süre ile okunan toplam sayfa sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.

**c)** Geçen süre ile okunan toplam sayfa sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

| Geçen süre (saat) | Toplam sayfa sayısı |
|---|---|
| 1 | 40 |
| 2 | 80 |
| 3 | 120 |
| 4 | 160 |

**Soru 3)** Yanda verilen tabloda geçen süre (dakika) ile kalan yol miktarı (metre) arasındaki ilişki gösterilmektedir. Bu tabloya uygun olacak şekilde;

**a)** Geçen süre ile kalan yol miktarı arasındaki ilişkiye uygun sözel bir problem ifadesi yazınız.

**b)** Geçen süre ile kalan yol miktarı arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.

**c)** Geçen süre ile kalan yol miktarı ı arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

| Geçen süre (dakika) | Kalan yol miktarı (metre) |
|---|---|
| 1 | 2700 |
| 2 | 2400 |
| 3 | 2100 |
| 4 | 1800 |

**Soru 4)** Yanda verilen tabloda oluşturulan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit çubuklarının sayısı arasındaki ilişki gösterilmektedir. Bu tabloya uygun olacak şekilde;

**a)** Oluşturulan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit çubuklarının sayısı arasındaki ilişkiye uygun sözel bir problem ifadesi yazınız.

**b)** Oluşturulan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit çubuklarının sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.

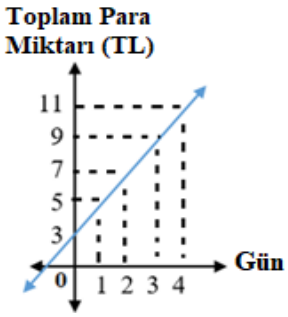
**c)** Oluşturulan altıgen sayısı ile kullanılan kibrit çubuklarının sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

| Oluşturulan altıgen sayısı (adet) | Kullanılan kibrit çubuğu sayısı (adet) |
|---|---|
| 1 | 6 |
| 2 | 10 |
| 3 | 14 |
| 4 | 18 |

*EK 5.2.4. Çalışma Kâğıdı - 4 (Grafik ile Gösterim)*

**Aşağıda verilen grafiklere uygun sözel ifadeleri ve cebirsel ifadeleri yazınız, tabloları oluşturunuz.**

**Soru 1)** Yanda verilen grafik geçen süre (gün) ile kumbaradaki toplam para miktarı (TL) arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Bu grafiğe uygun olacak şekilde;

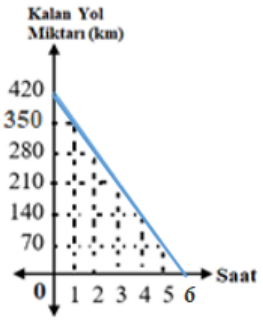



**a)** Geçen süre ile kumbaradaki toplam para miktarı arasındaki ilişkiye uygun sözel bir problem ifadesi yazınız.

**b)** Geçen süre ile kumbaradaki toplam para miktarı arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.

**c)** Geçen süre ile kumbaradaki toplam para miktarı arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu oluşturunuz.

**Soru 2)** Yanda verilen grafik geçen süre (saat) ile kalan yol miktarı (km) arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Bu grafiğe uygun olacak şekilde;

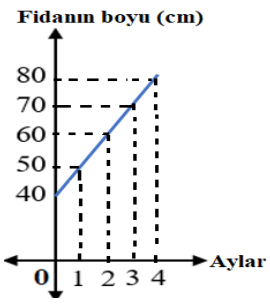



**a)** Geçen süre ile kalan yol miktarı arasındaki ilişkiye uygun sözel bir problem ifadesi yazınız.

**b)** Geçen süre ile kalan yol miktarı arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.

**c)** Geçen süre ile kalan yol miktarı arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu oluşturunuz.

**Soru 3)** Yanda verilen grafik geçen süre (ay) ile fidanın boyu (cm) arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Bu grafiğe uygun olacak şekilde;

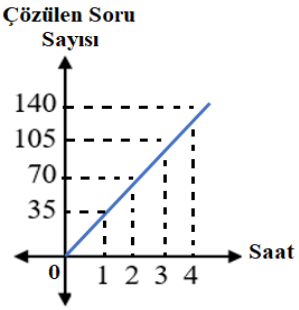



**a)** Geçen süre ile fidanın boyu arasındaki ilişkiye uygun sözel bir problem ifadesi yazınız.

**b)** Geçen süre ile fidanın boyu arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.

**c)** Geçen süre ile fidanın boyu arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu oluşturunuz.

**Soru 4)** Yanda verilen grafik geçen süre (saat) ile çözülen soru sayısı arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Bu grafiğe uygun olacak şekilde;




**a)** Geçen süre ile çözülen soru sayısı arasındaki ilişkiye uygun sözel bir problem ifadesi yazınız.

**b)** Geçen süre ile çözülen soru sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.

**c)** Geçen süre ile çözülen soru sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu oluşturunuz.

## EK 5.3. TAGT Testleri İçin Alınan Uzman Görüşleri Rubrikleri

### *EK 5.3.1. TAGT-1 Testi İçin Hazırlanan Rubrik*

| | **1. Problem ve Soruları** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1. problem 1. soru | | | 1. problem 2. soru | | | 1. problem 3. soru | | |
| Ölçütler | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. |
| Problemin alt soruları anlaşılır bir şekilde yazılmıştır. | | | | | | | | | |
| Problemin alt soruları öğrencilerin seviyelerine uygundur. | | | | | | | | | |
| Problem ile problemin alt sorusu birbiriyle tutarlıdır. | | | | | | | | | |
| Problem çoklu temsil türlerinden en az birini içermektedir. | | | | | | | | | |
| Problemin alt soruları çoklu temsil türlerinden en az birini içermektedir. | | | | | | | | | |
| Problemin alt soruları çoklu temsil türleri arasında geçiş yapabilmeyi sağlamaktadır. | | | | | | | | | |

| | **2. Problem ve Soruları** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2. problem 1. soru | | | 2. problem 2. soru | | |
| Ölçütler | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. |
| Problemin alt soruları anlaşılır bir şekilde yazılmıştır. | | | | | | |
| Problemin alt soruları öğrencilerin seviyelerine uygundur. | | | | | | |
| Problem ile problemin alt sorusu birbiriyle tutarlıdır. | | | | | | |
| Problem çoklu temsil türlerinden en az birini içermektedir. | | | | | | |
| Problemin alt soruları çoklu temsil türlerinden en az birini içermektedir. | | | | | | |
| Problemin alt soruları çoklu temsil türleri arasında geçiş yapabilmeyi sağlamaktadır. | | | | | | |

| | 2. problem 3. soru | | |
|---|---|---|---|
| Ölçütler | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. |
| Problemin alt soruları anlaşılır bir şekilde yazılmıştır. | | | |
| Problemin alt soruları öğrencilerin seviyelerine uygundur. | | | |
| Problem ile problemin alt sorusu birbiriyle tutarlıdır. | | | |
| Problem çoklu temsil türlerinden en az birini içermektedir. | | | |
| Problemin alt soruları çoklu temsil türlerinden en az birini içermektedir. | | | |
| Problemin alt soruları çoklu temsil türleri arasında geçiş yapabilmeyi sağlamaktadır. | | | |

| | **3. Problem ve Soruları** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 3. problem 1. soru | | | 3. problem 2. soru | | | 3. problem 3. soru | | |
| Ölçütler | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. |
| Problemin alt soruları anlaşılır bir şekilde yazılmıştır. | | | | | | | | | |
| Problemin alt soruları öğrencilerin seviyelerine uygundur. | | | | | | | | | |
| Problem ile problemin alt sorusu birbiriyle tutarlıdır. | | | | | | | | | |
| Problem çoklu temsil türlerinden en az birini içermektedir. | | | | | | | | | |
| Problemin alt soruları çoklu temsil türlerinden en az birini içermektedir. | | | | | | | | | |
| Problemin alt soruları çoklu temsil türleri arasında geçiş yapabilmeyi sağlamaktadır. | | | | | | | | | |

| | **4. Problem ve Soruları** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 4. problem 1. soru | | | 4. problem 2. soru | | | 4. problem 3. soru | | |
| Ölçütler | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. |
| Problemin alt soruları anlaşılır bir şekilde yazılmıştır. | | | | | | | | | |
| Problemin alt soruları öğrencilerin seviyelerine uygundur. | | | | | | | | | |
| Problem ile problemin alt sorusu birbiriyle tutarlıdır. | | | | | | | | | |
| Problem çoklu temsil türlerinden en az birini içermektedir. | | | | | | | | | |
| Problemin alt soruları çoklu temsil türlerinden en az birini içermektedir. | | | | | | | | | |
| Problemin alt soruları çoklu temsil türleri arasında geçiş yapabilmeyi sağlamaktadır. | | | | | | | | | |

***EK 5.3.2. TAGT-2 Testi İçin Hazırlanan Rubrik***

| | **1. Problem ve Soruları** | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1. problem 1. soru | | | 1. problem 2. soru | | | 1. problem 3. soru | | |
| Ölçütler | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. |
| Problemin alt soruları anlaşılır bir şekilde yazılmıştır. | | | | | | | | | |
| Problemin alt soruları öğrencilerin seviyelerine uygundur. | | | | | | | | | |
| Problem ile problemin alt sorusu birbiriyle tutarlıdır. | | | | | | | | | |
| Problem çoklu temsil türlerinden en az birini içermektedir. | | | | | | | | | |
| Problemin alt soruları çoklu temsil türlerinden en az birini içermektedir. | | | | | | | | | |
| Problemin alt soruları çoklu temsil türleri arasında geçiş yapabilmeyi sağlamaktadır. | | | | | | | | | |

| | **2. Problem ve Soruları** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2. problem 1. soru | | | 2. problem 2. soru | | |
| Ölçütler | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. |
| Problemin alt soruları anlaşılır bir şekilde yazılmıştır. | | | | | | |
| Problemin alt soruları öğrencilerin seviyelerine uygundur. | | | | | | |
| Problem ile problemin alt sorusu birbiriyle tutarlıdır. | | | | | | |
| Problem çoklu temsil türlerinden en az birini içermektedir. | | | | | | |
| Problemin alt soruları çoklu temsil türlerinden en az birini içermektedir. | | | | | | |
| Problemin alt soruları çoklu temsil türleri arasında geçiş yapabilmeyi sağlamaktadır. | | | | | | |

| | 2. problem 3. soru | | |
|---|---|---|---|
| Ölçütler | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. |
| Problemin alt soruları anlaşılır bir şekilde yazılmıştır. | | | |
| Problemin alt soruları öğrencilerin seviyelerine uygundur. | | | |
| Problem ile problemin alt sorusu birbiriyle tutarlıdır. | | | |
| Problem çoklu temsil türlerinden en az birini içermektedir. | | | |
| Problemin alt soruları çoklu temsil türlerinden en az birini içermektedir. | | | |
| Problemin alt soruları çoklu temsil türleri arasında geçiş yapabilmeyi sağlamaktadır. | | | |

| | **3. Problem ve Soruları** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 3. problem 1. soru | | | 3. problem 2. soru | | | 3. problem 3. soru | | |
| Ölçütler | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. |
| Problemin alt soruları anlaşılır bir şekilde yazılmıştır. | | | | | | | | | |
| Problemin alt soruları öğrencilerin seviyelerine uygundur. | | | | | | | | | |
| Problem ile problemin alt sorusu birbiriyle tutarlıdır. | | | | | | | | | |
| Problem çoklu temsil türlerinden en az birini içermektedir. | | | | | | | | | |
| Problemin alt soruları çoklu temsil türlerinden en az birini içermektedir. | | | | | | | | | |
| Problemin alt soruları çoklu temsil türleri arasında geçiş yapabilmeyi sağlamaktadır. | | | | | | | | | |

| | **4. Problem ve Soruları** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 4. problem 1. soru | | | 4. problem 2. soru | | | 4. problem 3. soru | | |
| Ölçütler | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. | Uygun | Uygun Değil | Uygun Değilse Nedenini Açıklayınız. |
| Problemin alt soruları anlaşılır bir şekilde yazılmıştır. | | | | | | | | | |
| Problemin alt soruları öğrencilerin seviyelerine uygundur. | | | | | | | | | |
| Problem ile problemin alt sorusu birbiriyle tutarlıdır. | | | | | | | | | |
| Problem çoklu temsil türlerinden en az birini içermektedir. | | | | | | | | | |
| Problemin alt soruları çoklu temsil türlerinden en az birini içermektedir. | | | | | | | | | |
| Problemin alt soruları çoklu temsil türleri arasında geçiş yapabilmeyi sağlamaktadır. | | | | | | | | | |

# ÖZGEÇMİŞ

| ÖZ GEÇMİŞ | | | |
|---|---|---|---|
| **Adı-Soyadı** | | Gökhan YAĞIZ | |
| **Bildiği Yabancı Diller** | | İngilizce | |
| **Eğitim Durumu** | **Başlama -** | **Bitirme** | **Kurum Adı** |
| **Lise** | 2006 | 2010 | Bursa Anadolu Kız Lisesi |
| **Lisans** | 2010 | 2014 | Kastamonu Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği |
| **Yüksek Lisans** | 2017 | 2019 | Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Yüksek Lisansı |
| **Doktora** | 2021 | 2025 | Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Doktora Programı |
| **Çalıştığı Kurum** | **Başlama –** | **Devam ediyor** | **Çalışılan Kurumun Adı** |
| **1. Şehit Zehir Acar Ortaokulu** | 2014 | 2017 | MEB / Diyarbakır |
| **2. Bursa Çimento Fabrikası Ortaokulu** | 2017 | | MEB / Bursa |
| **Üye Olduğu Bilimsel ve Meslekî Kuruluşlar** | | | |
| **Katıldığı Proje ve Eğitimler** | | | |
| **Yayınlar:** | - Yağız, G., ve Tapan-Broutın, M. S. (2022, Haziran). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebir konusundaki Çoklu Temsiller Arasındaki Geçiş Süreçlerinin İncelenmesi. *14th International Congress on Social Sciences, China to Adriatic*.<br><br>- Yağız, G., Kaleli Yılmaz, G., ve Tapan-Broutın, M. S. (2023, Mayıs). Ortaokul Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin Denklem Çözme Açısından İncelenmesi. *4. Uluslararası Fen, Matematik, Girişimcilik ve Teknoloji Kongresi*.<br><br>- Yağız, G., ve Tapan-Broutın, M. S. (2023). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebir konusundaki çoklu temsiller arası geçiş süreçlerinin incelenmesi. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi*, *6*(1), 141-155.<br><br>- Yağız, G., Arslan, Ç., ve Broutın, M. S. T. (2024). Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Sözel ve Cebirsel İfadeleri Birbirine Dönüştürme Becerilerinin İncelenmesi. *Manisa Celal Bayar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *22*(2), 1-13.<br><br>- Yağız, G., Arslan, Ç., ve Tapan-Broutin, M. S. (2024). Examination of Seventh Grade Students' Process of Finding the Pattern Rule According to The RBC+C Model. *Social Sciences Research Journal, 13* (01), 01-11. | |