T.C.

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN RASYONEL SAYILAR KONUSUNDAKİ KAVRAM YANILGILARININ EGS (DNR) TEORİSİ ÇERÇEVESİNDE İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Fatma KARA

0000-0001-9474-5879

BURSA- 2024

T.C.

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN RASYONEL SAYILAR KONUSUNDAKİ KAVRAM YANILGILARININ EGS (DNR) TEORİSİ ÇERÇEVESİNDE İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Fatma KARA

0000-0001-9474-5879

Danışman

Doç. Dr. Hatice Kübra GÜLER SELEK

BURSA- 2024

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim.

Fatma KARA

Tarih: 08/02/2024

TEZ YAZIM KILAVUZU'NA UYGUNLUK ONAYI

"7. Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgılarının EGS (DNR) Teorisi Çerçevesinde İncelenmesi" adlı Yüksek Lisans tezi, Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanmıştır.

Tezi Hazırlayan	Danışman
Fatma KARA	Doç. Dr. Hatice Kübra GÜLER SELEK

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Başkanı
Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS BENZERLİK YAZILIM RAPORU

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA

Tarih: 08/01/2024

Tez Başlığı / Konusu:

7. Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgılarının EGS (DNR) Teorisi Çerçevesinde İncelenmesi

Yukarıda başlığı gösterilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç, Tartışma ve Öneriler kısımlarından oluşan toplam 112 sayfalık kısmına ilişkin, 08/01/2024 tarihinde şahsım tarafından Turnitin adlı benzerlik tespit programından (Turnitin) aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan özgünlük raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 6'dir.

Uygulanan filtrelemeler:

1- Kaynakça hariç
2- Alıntılar hariç/dahil
3- 5 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Özgünlük Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir benzerlik içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

08/01/2024

Adı Soyadı:	Fatma Kara
Öğrenci No:	802052014
Anabilim Dalı:	Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi
Programı:	Matematik Eğitimi
Statüsü:	☒ Y.Lisans ☐ Doktora

Danışman

Doç. Dr. Hatice Kübra Güler Selek

08/01/2024

T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE,

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı'nda 802052014 numara ile kayıtlı Fatma Kara'nın hazırladığı "7. Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgılarının EGS (DNR) Teorisi Çerçevesinde İncelenmesi" konulu yüksek lisans çalışması ile ilgili tez savunma sınavı, 08/02/2024 günü 13.00 – 14.00 saatleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin **başarılı** olduğuna **oybirliği** ile karar verilmiştir.

Sınav Komisyonu Başkanı
Doç. Dr. Hatice Kübra GÜLER SELEK
Bursa Uludağ Üniversitesi
AAH-2771-2021
57215935518
0000-0002-6262-8421

Üye
Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN
Bursa Uludağ Üniversitesi
W-2281-2017
58136910000
0000-0002-1860-852X

Üye
Dr. Öğr. Üyesi Sezin SEÇER
Gazi Üniversitesi
AHH-5668-2022
0000-0001-8146-8024

ÖN SÖZ

Matematik sadece mesleğime özgü bir unvan değil, her zaman hayatımın bir parçası oldu. Matematiği öğrencilerime anlatabilmek, onların öğrenme heyecanına şahit olabilmek en büyük mutluluğum oldu. Sadece öğretmenlik yapmamak, kendimi geliştirmek, öğrencilerime yeni bakış açıları kazandırabilmek için bu alanda yüksek lisans yapmak benim için en büyük şanstı. Çıktığım bu yolda benden desteğini hiçbir zaman esirgemeyen, her sorumu sabırla cevaplayan, tüm telaşıma rağmen huzurlu sakinliğiyle, yapıcı tavırlarıyla tezimi tamamlamamı sağlayan kıymetli danışman hocam Doç. Dr. Hatice Kübra GÜLER SELEK'e teşekkürlerimi sunuyorum. Tez jürimde bulunan ve değerli düşünceleriyle tezime katkı sağlayan saygıdeğer hocalarım Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN ve Dr. Öğr. Üyesi Sezin SEÇER'e teşekkürlerimi sunuyorum.

Tez uygulama sürecinde yardımlarını esirgemeyen değerli okul müdürüm Tayfun ŞAHİN'e ve okul idarecilerime teşekkürlerimi sunuyorum. Uygulama sürecine istekle katılan, onlardan çok şey öğrendiğim canım öğrencilerime ve bu süreçte desteğini esirgemeyen tüm öğretmen arkadaşlarıma teşekkürlerimi sunuyorum.

Her zaman olduğu gibi tezimin yazım sürecinde de görüşleriyle ve deneyimiyle hep yanımda hissettiğim canım dostum matematik öğretmeni Derya AYGÜN'e teşekkürlerimi sunuyorum.

Öğretmenlik heyecanımı kendisinden aldığım, yaşamı boyunca öğrenmekten ve öğretmekten asla yılmayan canım babam Bahattin ÇOLAK'a, fedakarlığı ve sevgisiyle bizi sarıp sarmalayan canım annem Şerife ÇOLAK'a bu süreçteki tüm destekleri için teşekkürlerimi sunuyorum. Yanımda olamasalar da desteklerini her zaman yanı başımda hissettiğim canım kardeşlerim Zeynep Hüsna ve Emin Taha ÇOLAK'a teşekkürlerimi sunuyorum.

Çıktığım bu yolda her zaman yanımda olan, süreçte yaşadığım tüm zorluklarda bir çözüm yolu bulan ve yükümü hafifleten canım eşim Abdurrahman KARA'ya ve varlığı hayatımın en güzel armağanı olan biricik oğlum Yusuf Kerem KARA'ya sonsuz teşekkür ediyorum.

Fatma KARA

ÖZET

Yazar Adı ve Soyadı	Fatma Kara
Üniversite	Bursa Uludağ Üniversitesi
Enstitü	Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Ana Bilim Dalı	Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi
Bilim Dalı	Matematik Eğitimi
Tezin Niteliği	Yüksek Lisans Tezi
Sayfa Sayısı	xv+ 129
Mezuniyet Tarihi	…/…/2024
Tez Danışmanı	Doç. Dr. Hatice Kübra GÜLER SELEK

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN RASYONEL SAYILAR KONUSUNDAKİ KAVRAM YANILGILARININ EGS (DNR) TEORİSİ ÇERÇEVESİNDE İNCELENMESİ

Matematikte sonraki öğrenmelerin öncekilerin üzerine inşa ediliyor olması öğrenme sürecinde ortaya çıkabilecek yanlış öğrenmelerin ve kavram yanılgılarının sonraki öğrenmeler için sorun oluşturabileceği varsayımından yola çıkılarak bu çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki kavram yanılgılarının EGS (DNR) teorisi çerçevesinde incelenmesi amaçlanmıştır.

Bu çalışmada öğrencilerin kavram yanılgıları EGS çerçevesinde inceleneceği için nitel araştırma yöntemlerinden tekli durum çalışması deseni kullanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu 2022-2023 eğitim öğretim yılında Bursa ili şehir merkezinde bulunan bir devlet okulunun 36 yedinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışma grubu belirlenirken amaçlı örnekleme yöntemlerinden uygun örnekleme tercih edilmiştir. Katılımcılar gönüllülük esasına göre belirlenmiş ve resmi izinler alınmıştır.

Çalışmanın ilk aşaması için rasyonel sayılar konusunda matematik öğretim programında yer alan kazanımlara uygun olarak beş adet açık uçlu sorudan oluşan kavram yanılgısı testi hazırlanmıştır. Önce pilot uygulama, sonrasında ise esas uygulamayla hazırlanan testi öğrencilerin cevaplandırmaları sağlanmıştır. Kavram yanılgısı testinden elde edilen veriler, hazırlanan rubrik doğrultusunda analiz edilerek hem öğrencilerin anlama yolları hem de anlama yolları kavram yanılgılı olabilecek öğrenciler tespit edilmiştir. Hazırlanan görüşme soruları doğrultusunda bu öğrencilerle klinik görüşmeler gerçekleştirilmiş ve düşünme yolları tespit edilmiştir. Yapılan görüşmeler video kayıt altına alınarak veri kaybı önlenmiştir. Kavram

yanılgısı testinden elde edilen veriler içerik analizine tabi tutulurken, öğrencilerle yapılan görüşmelerin analizleri için betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır.

Çalışmadan elde edilen bulgular doğrultusunda görüşme yapılan öğrencilerden kavram yanılgısına sahip öğrenciler olduğu tespit edilmiştir. Bu öğrencilerin kavram yanılgılarının "eş parçalara bölünmeyen bütünün parçalarını rasyonel sayı olarak ifade etme", "a bir tam sayı olmak üzere a/0 bir rasyonel sayıdır.", "rasyonel sayıyı tam sayı gibi düşünüp sayı doğrusuna yerleştirme" ve "ondalık gösterime dönüştürmede bölüme sıfır eklememe" hususlarında yoğunlaştığı tespit edilmiştir. Kavram yanılgısına sahip öğrencilerin problem çözme süreçlerinde farklı problem çözme stratejileri geliştiremedikleri, dışsal kanıt şemalarını kullandıkları ve problemin çözümüne ilişkin ya çözümüne güvenme ya da probleme karşı tedirginlik, öz güven eksikliği ve korku geliştirdikleri tespit edilmiştir.

Anahtar Sözcükler: EGS teorisi, kavram yanılgısı, rasyonel sayı.

ABSTRACT

Name and Surname	Fatma Kara
University	Bursa Uludag University
Institution	Institute of Educational Sciences
Field	Mathematics and Science Education
Branch	Mathematics Education
Degree Awarded	Master
Page Number	xv + 129
Degree Date	…/…/2024
Supervisor (s)	Doç. Dr. Hatice Kübra GÜLER SELEK

INVESTIGATION OF 7TH GRADE STUDENTS' MISCONCEPTIONS ABOUT RATIONAL NUMBERS IN THE FRAMEWORK OF DNR THEORY

Based on the assumption that subsequent learning in mathematics is built on the previous ones and that mislearning and misconceptions that may arise during the learning process may pose problems for subsequent learning, this study aimed to examine the misconceptions of 7th grade students about rational numbers within the framework of DNR theory.

In this study, since students' misconceptions will be examined within the framework of DNR theory, a single case study design from qualitative research methods was used. The study group of the research consists of 36 7th grade students of a public school located in the city center of Bursa in the 2022-2023 academic year. When determining the study group, convenient sampling was preferred from purposeful sampling methods. Participants were determined on a voluntary basis and official permissions were obtained.

For the first stage of the study, a misconception test consisting of five open-ended questions was prepared in accordance with the learning outcomes in the mathematics curriculum on rational numbers. The students were asked to answer the test prepared with the pilot application first and then with the main application. The data obtained from the misconception test were analyzed in line with the prepared rubric and both the students' ways of understanding and the students whose ways of understanding might be misconceptions were identified. In line with the prepared interview questions, clinical interviews were conducted with these students and their ways of thinking were determined. The interviews were video recorded to prevent data loss. While the data obtained from the misconception test were

subjected to content analysis, descriptive analysis method was used to analyze the interviews with the students.

In line with the findings obtained from the study, it was determined that there were students with misconceptions among the students interviewed. The misconceptions of these students were found to be concentrated on "expressing the parts of the whole that are not divided into equal parts as rational numbers", "a/0 is a rational number if a is a whole number", "thinking of a rational number as a whole number and placing it on the number line" and "not adding zero to the division when converting to decimal notation". It was determined that students with misconceptions could not develop different problem solving strategies in problem solving processes, used external proof schemes, and either trusted the solution of the problem or developed anxiety, lack of self-confidence and fear towards the problem.

Keywords: DNR theory, misconception, rational number.

İÇİNDEKİLER

TEZ ONAY SAYFASI ..... **iv**
ÖN SÖZ ..... **v**
ÖZET ..... **vi**
ABSTRACT ..... **viii**
İÇİNDEKİLER ..... **x**
TABLOLAR LİSTESİ ..... **xiii**
ŞEKİLLER LİSTESİ ..... **xiv**
KISALTMALAR LİSTESİ ..... **xv**

1.BÖLÜM

GİRİŞ

1.1. Problem Durumu 1
1.2. Araştırma Soruları 3
1.3. Araştırmanın Amacı 3
1.4. Araştırmanın Önemi 4
1.5. Araştırmanın Varsayımları 4
1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları 5
1.7. Tanımlar 5

2. BÖLÜM

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

2.1. Kavram Nedir? 6
2.2. Kavram Yanılgısı 6
2.3. Rasyonel Sayıların Öğretimi 9
2.4. Rasyonel Sayılarda Kavram Yanılgıları 10
2.4.1. Rasyonel Sayılarda Kavram Yanılgıları İle İlgili Yurt İçinde Yapılan Çalışmalar…. . ……. ……10
2.4.2. Rasyonel Sayılarda Kavram Yanılgıları İle İlgili Yurt Dışında Yapılan Çalışmalar…. 13
2.5. EGS (DNR) Teorisi 16
2.5.1. EGS'nin Öncülleri 17
2.5.2. EGS'nin Kavramları 18
2.5.2.1. Matematiksel İnançlar 19
2.5.2.2. Problem Çözme Yaklaşımları 20
2.5.2.3. Kanıt Şemaları 20

2.5.3. EGS'nin Öğretim İlkeleri 25
2.5.3.1. Etkileşim İlkesi 25
2.5.3.2. Gereklilik İlkesi 25
2.5.3.3. Sorgulama İlkesi 26
2.5.4. EGS İle İlgili Yurt İçinde Yapılan Çalışmalar 27
2.5.5. EGS İle İlgili Yurt Dışında Yapılan Çalışmalar 29

3. BÖLÜM

YÖNTEM

3.1. Araştırmanın Modeli 31
3.2. Çalışma Grubu 31
3.3. Veri Toplama Araçları 32
3.3.1. Rasyonel Sayılar Kavram Yanılgısı Testi 33
3.3.2. Rasyonel Sayılar Kavram Yanılgısı Testi Rubriği 35
3.3.3. Klinik Görüşmeler 35
3.3.4. Veri Toplama Araçlarının Geçerlik ve Güvenirliği 36
3.3.5. Araştırmacının Rolü 37
3.4. Veri Toplama Süreci 37
3.4.1. Pilot Uygulama 38
3.4.2. Esas Uygulama 38
3.5. Verilerin Analizi 39

4. BÖLÜM

BULGULAR VE YORUM

4.1. Öğrencilerin Rasyonel Sayılar Konusundaki Anlama Yolları 43
4.2. Öğrencilerin Birinci Soruya İlişkin Düşünme Yolları 47
4.2.1.Öğrencilerin Birinci Soruya İlişkin Problem Çözme Stratejileri 47
4.2.2. Öğrencilerin Birinci Soruya İlişkin Kanıt Şemaları 48
4.2.3. Öğrencilerin Birinci Soruya İlişkin Matematiksel İnançları 53
4.2.4. Öğrencilerin Birinci Soruya İlişkin Kavram Yanılgıları 55
4.3. Öğrencilerin İkinci Soruya İlişkin Düşünme Yolları 61
4.3.1. Öğrencilerin İkinci Soruya İlişkin Problem Çözme Stratejileri 61
4.3.2. Öğrencilerin İkinci Soruya İlişkin Kanıt Şemaları 63
4.3.3. Öğrencilerin İkinci Soruya İlişkin Matematiksel İnançları 68
4.3.4. Öğrencilerin İkinci Soruya İlişkin Kavram Yanılgıları 70
4.4. Öğrencilerin Üçüncü Soruya İlişkin Düşünme Yolları 75

4.4.1. Öğrencilerin Üçüncü Soruya İlişkin Problem Çözme Stratejileri. 76
4.4.2. Öğrencilerin Üçüncü Soruya İlişkin Kanıt Şemaları.. 77
4.4.3. Öğrencilerin Üçüncü Soruya İlişkin Matematiksel İnançları 79
4.4.4. Öğrencilerin Üçüncü Soruya İlişkin Kavram Yanılgıları 81
4.5. Öğrencilerin Dördüncü Soruya İlişkin Düşünme Yolları 86
4.5.1. Öğrencilerin Dördüncü Soruya İlişkin Problem Çözme Stratejileri 86
4.5.2. Öğrencilerin Dördüncü Soruya İlişkin Kanıt Şemaları 88
4.5.3. Öğrencilerin Dördüncü Soruya İlişkin Matematiksel İnançları 89
4.5.4. Öğrencilerin Dördüncü Soruya İlişkin Kavram Yanılgıları 91
4.6. Öğrencilerin Beşinci Soruya İlişkin Düşünme Yolları 94
4.6.1. Öğrencilerin Beşinci Soruya İlişkin Problem Çözme Stratejileri 94
4.6.2. Öğrencilerin Beşinci Soruya İlişkin Problem Kanıt Şemaları 96
4.6.3. Öğrencilerin Beşinci Soruya İlişkin Matematiksel İnançları 97
4.6.4. Öğrencilerin Beşinci Soruya İlişkin Kavram Yanılgıları 98

5. BÖLÜM

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1. Sonuç ve Tartışma 102
5.2. Öneriler 105
KAYNAKÇA 107
EK 1: RASYONEL SAYILAR KAVRAM YANILGISI TESTİ 118
EK 2: ÖĞRENCİLERLE YAPILAN KLİNİK GÖRÜŞME FORMU 121
EK 3: RASYONEL SAYILAR KAVRAM YANILGISI TESTİ RUBRİĞİ 124
EK 4: ARAŞTIRMA İZNİ 127
ÖZ GEÇMİŞ 129

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo *Sayfa*

1 Çalışmaya Katılan Öğrencilerin Not Ortalamaları Aralığı 32
2 Testte Kullanılan Sorularda Karşılaşılabilecek Kavram Yanılgıları 33
3 Veri Toplama Sürecinde Klinik Görüşme Yapılan Öğrenciler 39
4 Kanıt Şemalarının Özeti 41
5 Öğrencilerin 1. Soru İle İlgili Anlama Yolları 43
6 Öğrencilerin 2. Soru İle İlgili Anlama Yolları 44
7 Öğrencilerin 3. Soru İle İlgili Anlama Yolları 45
8 Öğrencilerin 4. Soru İle İlgili Anlama Yolları 45
9 Öğrencilerin 5. Soru İle İlgili Anlama Yolları 46
10 Öğrencilerin 1. Soruya İlişkin Kanıt Şemaları 48
11 Öğrencilerin 1. Soruya İlişkin Matematiksel İnançları 53
12 Öğrencilerin 1. Soruya İlişkin Kavram Yanılgıları 56
13 Öğrencilerin 2. Soruya İlişkin Kullandıkları Problem Çözme Stratejileri 61
14 Öğrencilerin 2. Soruya İlişkin Kanıt Şemaları 64
15 Öğrencilerin 2. Soruya İlişkin Matematiksel İnançları 68
16 Öğrencilerin 2. Soruya İlişkin Kavram Yanılgıları 70
17 Öğrencilerin 3. Soruya İlişkin Kullandıkları Problem Çözme Stratejileri 76
18 Öğrencilerin 3. Soruya İlişkin Kanıt Şemaları 77
19 Öğrencilerin 3. Soruya İlişkin Matematiksel İnançları 79
20 Öğrencilerin 3. Soruya İlişkin Kavram Yanılgıları 82
21 Öğrencilerin 4. Soruya İlişkin Matematiksel İnançları 89
22 Öğrencilerin 4. Soruya İlişkin Kavram Yanılgıları 92
23 Öğrencilerin 5. Soruya İlişkin Problem Çözme Stratejileri 95
24 Öğrencilerin 5. Soruya İlişkin Kanıt Şemaları 99
25 Öğrencilerin 5. Soruya İlişkin Matematiksel İnançları 97
26 Kavram Yanılgısına Sahip Öğrencilerin Düşünme Yolları ve Kavram Yanılgıları 100

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil *Sayfa*

1 EGS'nin Yapı Parçaları 18
2 EGS'ye Göre Matematik 19
3 Üçlü Yapı Kanıtlama, Kanıt, Kanıt şeması 20
4 Kanıt Şemaları 21
5 EGS Sistemi 26
6 Araştırmanın Veri Toplama Süreci 39
7 Araştırmanın Veri Analizinin Özeti 42
8 Ö2 Kodlu Öğrencinin -3/4 Rasyonel Sayısını Sayı Doğrusunda Gösterimi 82
9 Ö4 Kodlu Öğrencinin 11/4 Rasyonel Sayısını Sayı Doğrusunda Gösterimi 83
10 Ö6 Kodlu Öğrencinin -2/3 Rasyonel Sayısını Sayı Doğrusunda Gösterimi 84
11 Ö7 Kodlu Öğrencinin 17/4 Rasyonel Sayısını Sayı Doğrusunda Gösterimi..... 85
12 Ö21 Kodlu Öğrencinin Bileşik Kesirleri Sayı Doğrusunda Gösterimi 86
13 Ö4 Kodlu Öğrencinin Dördüncü Probleme İlişkin Anlama Yolları..... 92
14 Ö7 Kodlu Öğrencinin Dördüncü Probleme İlişkin Anlama Yolları..... 93
15 Ö26 Kodlu Öğrencinin Dördüncü Probleme İlişkin Anlama Yolları 94
16 Ö6 Kodlu Öğrencinin Beşinci Probleme İlişkin Anlama Yolları 99

KISALTMALAR LİSTESİ

EGS (DNR): Etkileşim (Duality), Gereklilik (Necessity), Sorgulama (Repeated Reasoning)

LGS : Liselere Giriş Sınavı

MEB : Millî Eğitim Bakanlığı

PISA : Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)

1.BÖLÜM
GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Değişen toplum düzeniyle birlikte eğitim süreçlerinde de değişimler yaşanmakta, sorgulayan, sebep sonuç ilişkisi kurabilen ve problemlere çözümler sunabilen bireylerin varlığına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu süreçteki değişimi sağlayabilecek en önemli faktörlerden biri de matematik eğitimidir (Kağızmanlı-Köse ve Çiçek, 2019). Çünkü matematik eğitimi ile birlikte birey sistemli bir düşünme ile elde bulunan kaynakları etkili ve verimli bir şekilde kullanabilmektedir (Ay, 2014). Matematikte ilerlemenin ve bütünlüğün korunabilmesinin en önemli temellerinden biri ise bireyin anlama ve düşünme yollarının, akıl yürütme süreçlerinin ortaya çıkarılmasıdır. Ancak bu sayede çözümü gerçekten birey için yeni bir bilgi olan entelektüel ihtiyaçlar ortaya çıkarılarak etkin bir matematik öğretimi gerçekleştirilebilir (Harel, 2008a). "Pisa 2022 Türkiye Raporu" incelendiğinde ise 21. yüzyıl becerilerinin boyutlarından biri olan matematiksel akıl yürütme süreçlerinin ön planda olduğu görülmektedir. Matematiksel akıl yürütme süreçlerine sahip bir birey gerçek yaşamda karşılaştığı bir problemin çözümünde matematiksel kavramları, araçları ve mantığı kullanabilmektedir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2023).

Ülkemizdeki matematik öğretim programı incelendiğinde öğrencilerin önceki öğrendikleri kavramların sonraki öğrendikleri kavramlara temel oluşturabilmelerinin sağlanması gerektiğini vurgularken matematiksel kavramların içselleştirilmesi gerektiğinin öneminden söz etmektedir. Matematiksel kavramların öğretiminde öğretmenlerin öğrencilere yöneltecekleri "Daha önce benzer bir problemle karşılaştın mı?", "Çözümde etkili olacak yolu biliyor musun?" gibi sorularla düşünme süreçlerinin ortaya çıkarılmasının gerektiği vurgulanmıştır (MEB, 2018). Kavramsal öğrenmeyi temel alan öğretim programlarında ise kavram yanılgıları kaçınılmaz olmaktadır (Baştürk ve Dönmez, 2011). Ortaya çıkan kavram yanılgıları öğrencilerin yeni öğrenmelerini etkilerken kavram yanılgılarıyla kurdukları duygusal ve entelektüel bağ karşılaşacakları farklı bilgi türlerini kabullenmelerini zorlaştırmaktadır (Mohyuddin ve Khalil, 2016). Öğrencilerin bu süreçte zihinsel eylemlerinin ürünü ve karakteristiği olan anlama ve düşünme yollarının ortaya çıkarılması yanlış öğrenmenin ve kavram yanılgılarının önüne geçebilecektir.

Rasyonel sayılar kavramı matematiğin ve cebirin üst düzey anlayışının zeminini oluştururken ilkokul ve ortaokulda öğrenilmesi ve öğretilmesinde en çok zorlanılan konulardan biri olarak kabul edilmektedir (Behr ve diğerleri 1983; 1984). Öğrenciler rasyonel sayılarla ilgili problem çözme süreçlerinde semboller, kurallar gibi işlemsel bilgiye sahip olsalar da

kavramlar arasındaki ilişkiyi ifade eden kavramsal bilgi konusunda yetersiz kalmaktadırlar (Barbosa ve Vale, 2021). Öğrencilerin rasyonel sayılar konusunda edindikleri yeni kavramlar sahip olduklarıyla bir araya geldiğinde sistematik ve öngörülebilir hatalar oluşturmakta, bu kavram anlayışı ise kavram yanılgılarına yol açmaktadır (Sherri, 2014).

19. yüzyıldan itibaren sosyal bilimlerin gelişmesiyle birlikte bilimin gelişmesinde büyük rolü olan teoriler ortaya atılmış, bu teorilerle birlikte yeni felsefeler ve kuramlar var olmaya başlamıştır. Bu felsefe ve kuramlardan etkilenen eğitim bilimlerinde de "Nasıl daha iyi öğretiriz?" in cevabı aranmaya başlanmış ve matematik eğitiminde buna cevap aranan teorilerden biri de Harel'in (2008) ortaya koyduğu EGS tabanlı öğretim teorileri olmuştur (Macit ve Nacar, 2019). EGS, otuz yıldan beri süre gelen, ilkokul, ortaokul ve lisans matematik derslerinin öğretim süreçlerinde ve bu öğretim basamaklarının her kademesindeki öğretmenlerin mesleki gelişim programlarında öğretim deneyi olarak geliştirilmiştir (Harel, 2010). Üç temel ilkesinin isimleri olan etkileşim (duality), gereklilik (necessity) ve sorgulamanın (repeated reasoning) ilk harflerinin birleşimi ile tanımlanan EGS, anlama yolları (kavramlar ve beceriler) ve düşünme yolları (uygulamalar, eğilimler ve inançlar) arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmayı hedefleyen kavramsal analizler üzerine tasarlanmıştır. Buna göre öğrenciler onlara öğretmeyi amaçladığımız anlama yollarını kaçınılmaz olarak etkileyecek olan, bazıları istendik bazıları istendik olmayan düşünme yollarıyla gelirler ve onlara kazandırmayı amaçladığımız düşünme yolları ancak uygun olan anlama yollarının öğretimi ile gerçekleşebilir (Harel, 2013). Mohyuddin ve Khalil'e (2016) göre de öğrenciler sınıfa boş birer sayfa olarak gelmemekte, öğretilen kavramlarla ilgili sınıfta sunulan, kabul edilen matematiksel ve bilimsel kavramlarla uyuşmayan açıklayıcı ve dirençli fikirlerle gelmektedirler ve bu fikirler çoğu zaman kavram yanılgılarına yol açmaktadır. Öğrencilere uygun anlama yollarının öğretimi ve kavram yanılgılarının oluşumunun önlenmesi için öğrencilere formüllerin ve prosedürlerin neden işe yaradığı ya da ifadelerin neden doğru olduğu anlatılarak anlamlı ilişkilendirme yapmaları sağlanabilir. Bununla birlikte öğrencilerin bir problem çözümünde cevaplarının doğru ya da yanlışlığına bakılmaksızın açıklama getirmelerini sağlamak onların problem üzerinde düşünmelerini sağlayarak oluşabilecek yanlış anlama ve düşünme yollarının önüne geçilebilir (Flores, 2006).

Bu araştırmanın konusu olan EGS ile ilgili matematik eğitimi alanındaki literatür incelendiğinde yapılan çalışmaların genel olarak EGS tabanlı öğretimin öğrencilerin anlama ve düşünme yollarına etkisi, öğrencilerin bir konuda kanıt şemalarının ortaya çıkarılması ya da öğrencilerin bir konudaki anlama ve düşünme yollarının EGS çerçevesinde incelenmesi şeklinde olduğu gözlemlenmiştir (Akıncı ve Kurttekin, 2023; Aydoğdu-İskenderoğlu, 2003;

İskenderoğlu, 2010; Çontay, 2017; Demir, 2019; Kabael ve Kızıltoprak, 2014; Kubanc, 2022; Yıldız, 2016). İlgili literatürde kavram yanılgısı ve EGS'nin birlikte çalışıldığı bir araştırmaya rastlanmamıştır.

1.2. Araştırma Soruları

Bu tez çalışmasında, 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki anlama yollarını belirleme, bu konuda kavram yanılgılarına sahip olan öğrencilerin anlama ve düşünme yollarının neler olduğunu EGS çerçevesinde incelenme amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki alt problemlere cevap aranmıştır:

1. 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki anlama yolları nasıldır?
2. Rasyonel sayılar konusunda kavram yanılgısına sahip olan 7. sınıf öğrencilerinin düşünme yolları nasıldır?

a) Rasyonel sayılar konusunda kavram yanılgısına sahip olan öğrencilerin problem çözme stratejileri nasıldır?

b) Rasyonel sayılar konusunda kavram yanılgısına sahip olan öğrencilerin kanıt şemaları nasıldır?

c) Rasyonel sayılar konusunda kavram yanılgısına sahip olan öğrencilerin matematiksel inançları nasıldır?

1.3. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmada 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusunda sahip olabilecekleri kavram yanılgılarının EGS'nin temel kavramlarından olan anlama ve düşünme yolları açısından incelenmesi amaçlanmıştır. Bu çalışmayla rasyonel sayılar öğretimi sonrasında kavram yanılgısı bulunan öğrencilerin zihinsel süreçlerine bağlı hangi anlama yollarına ve hangi düşünme yollarına sahip oldukları detaylı bir şekilde açıklanabilecektir. Bu bağlamda bu çalışmanın alt amaçları aşağıda belirtilmiştir:

- 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki anlama yollarını ortaya çıkarmak,
- Öğrencilerin anlama yollarına bağlı olarak rasyonel sayılar konusundaki kavram yanılgılarını tespit etmek,
- Kavram yanılgısına sahip öğrencilerin yapılan görüşmelerle kavram yanılgısının ortaya çıkma sürecindeki problem çözme stratejilerini incelemek,
- Kavram yanılgısına sahip öğrencilerin yapılan görüşmelerle kavram yanılgısının ortaya çıkma sürecinde kullandığı kanıt şemalarını ortaya çıkarmak,

- Kavram yanılgısına sahip öğrencilerin yapılan görüşmelerle kavram yanılgısının ortaya çıkma sürecinde problemle ilgili matematiksel inançlarını ortaya çıkarmak amaçlanmıştır.

1.4. Araştırmanın Önemi

Matematikte öğrenilen kavramlar ve bilgiler bir sonraki öğrenmeler için zemin oluşturmakta dolayısıyla bu kavramların ve bilgilerin öğrenilmesinde oluşacak kavram yanılgıları sonraki öğrenmelerdeki birçok kavram yanılgısına sebep olmaktadır. Bu sebeple matematikte kavram yanılgılarının tespiti ve giderilmesi önemlidir (Yılmaz ve Yenilmez, 2008).

Rasyonel sayılar konusu farklı anlamlarının olması sebebiyle öğrencilerin en çok zorlandıkları konuların başında gelmektedir (Duran-Uzun ve Koparan, 2020). Rasyonel sayıların sözel, sembolik, nesnel ve model olmak üzere farklı gösterim şekilleri, öğrencilerin bu gösterim şekilleri arasındaki geçişleri kavramaları ve sağlamaları konusunda zorlanmalarına sebep olmaktadır (Haser ve Ubuz, 2002). Bu zorlanmalarının sebeplerinden biri ise kural ve formüllerin direkt verilmesi, ezbere ve geleneksel öğretimin benimsenmesidir (Yetim ve Alkan, 2010). Öğrencilerin işlemlerin ve elde ettikleri işlem sonuçlarının ne ifade ettiğini bilmeden, sorgulamadan yapmaları ise istenen anlama ve düşünme yollarının elde edilmesine engel olmaktadır (Yıldız, 2016). Doğru anlama ve düşünme yollarının geliştirilebilmesi için öğrencilerin farklı problem çözme stratejileri geliştirebilmesi, sorgulama ve muhakeme yapabilmesi gereklidir (Harel, 2001).

Bu çalışma öğrencilerin rasyonel sayılar konusundaki kavram yanılgılarının tespit edilmesi ve tespit edilme sürecinde öğrencilerin ortaya koydukları anlama ve düşünme yolları aracılığıyla zihinsel eylemlerinin belirlenmesi açısından önem taşımaktadır. Öğrencilerin bu süreçte sahip oldukları anlama ve düşünme yollarının tespiti, rasyonel sayılar konusu ile ilgili hazırlanacak olan öğretim programlarına ışık tutarak öğrencilerin yanlış öğrenmelerinin ve kavram yanılgılarının önüne geçilmesini ve öğrencilerin, öğrendiklerini sorgulayarak neden yaptıklarını bilmelerini sağlayacaktır. Ayrıca kavram yanılgıları ve EGS'nin birlikte çalışıldığı bir çalışmaya rastlanmamış olması sebebiyle çalışmanın matematik eğitimi alanındaki literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.5. Araştırmanın Varsayımları

Bu araştırmada;

1. Belirlenen çalışma grubunun araştırma için yeterli olduğu,
2. Öğrencilerin hem kavram yanılgısı testine hem de görüşmelerdeki sorulara içtenlikle cevap verdiği,

3. Görüşmelerin kayıt altına alınmasının öğrencilerin verdiği cevapları etkilemediği varsayılmıştır.

1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu çalışma;

1. Araştırmacının dersine girdiği 7. sınıf öğrencilerinden gönüllülük esasına göre belirlenen ve gerekli izinlerin sağlandığı 6'sı pilot uygulamaya, 36'sı esas uygulamaya katılan toplam 42 öğrenci ile,
2. Esas uygulamada 36 öğrencinin rasyonel sayılar kavram yanılgısı testine verdikleri yazılı cevaplarla ve bu öğrencilerle yapılan, her biri ortalama 7-8 dk süren toplamda 47 görüşme ile,
3. Çalışmanın 7. sınıf sayılar öğrenme alanı, rasyonel sayılar alt öğrenme alanında yapılması ile sınırlıdır.

1.7. Tanımlar

Kavram Yanılgısı: Kavramların bilimsel olan tanımlarından farklı olarak algılanmasıdır (Yılmaz ve Yenilmez, 2008).

EGS Tabanlı Öğretim: Guershon Harel (2001) tarafından matematik eğitimi alanında geliştirilen, etkileşim (duality), gereklilik (neccessity) ve sorgulama (repeated reasoning) ilkelerini temel alan öğretim modelidir.

Anlama Yolları: EGS'ye göre zihinsel hareketin gözlemlenebilir ürünüdür (Harel, 2008a).

Düşünme Yolları: EGS'ye göre zihinsel hareketin karakteristiği, bilişsel özelliğidir (Harel, 2008a).

Problem Çözme Stratejileri: Problem çözme eyleminin bilişsel özelliği olan düşünme yollarıdır (Harel, 2008a).

Kanıt Şemaları: Kişinin bir konu ile ilgili doğru olana ikna olması ve başkalarını da buna ikna etmesi sürecindeki zihinsel eylemidir (Sowder ve Harel, 1998).

Matematiksel İnançlar: Kişinin matematiğe dair görüşleridir (Harel, 2008a).

2. BÖLÜM
KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde araştırmanın kuramsal temelini oluşturan kavram, kavram yanılgısı, rasyonel sayıların öğretimi, rasyonel sayılarda kavram yanılgıları, EGS tabanlı öğretim kavramları açıklanmıştır.

2.1. Kavram Nedir?

İnsan zihninde anlam bulan, ortak özellikleri değişkenlik gösterebilen nesne veya olguları ifade eden sözcükler kavram olarak ifade edilebilir (Ülgen, 2004). Senemoğlu (2013) ise kavramı; benzer nesneleri, insanları, düşünceleri, olayları ve süreçleri bir araya getiren kategoriler ve insanların akıl yürütmesine yardımcı olan zihinsel araçlar olarak tanımlamıştır.

1980 yılında Sholomo Vinner ve Rina Herskowitz çalışmalarında kavram tanımını kullanarak matematik eğitimi literatürüne kazandırmışlardır. Bu çalışmalarda kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki ayrımlara yer verilmiştir (Herskowitz ve Vinner, 1980; Tall ve Vinner, 1981; Vinner, 1983). Kavramı, kendisini ifade etmek için kullanılan sözcüklerin bir biçimi olarak tanımlarken; kavram imajının kavramın anlamını çeşitlendiren bütün bir bilişsel yapı olduğunu belirtmişlerdir (Vinner, 1983). Örneğin; günlük yaşamının çeşitli kısımlarında grafiklerle karşılaşan bir öğrenci koordinat sisteminin iki ekseninin dik olduğu ile ilgili bir kavram imajına sahip olabilir. Öğretmen derste koordinat sistemi kavramını kesişen herhangi iki düz çizgi olarak tanımladığında öğrenci zihnindeki kavram imajını öğretmenin tanımıyla değiştirebilir, zihnindeki kavram imajı kalabilir ve bir koordinat sistemi çizmesi istenildiğinde öğretmeninin tanımını bir süre tekrar ettikten sonra kendi kavram imajına göre hareket edebilir hem zihnindeki kavram imajı hem de öğretmenin tanımı kalabilir ve bir süre sonra koordinat eksenini dik açı ile çizmeye devam edebilir (Vinner, 1983).

2.2. Kavram Yanılgısı

Kavram yanılgısı, kavramların anlamlı bir şekilde öğrenilmemesi sebebiyle öğrencilerin kavramları bilimsel olarak kabul edilen kavramdan farklı olarak algılamasıdır (Alkan, 2009). Bir başka tanıma göre kavram yanılgıları öğrencilerin hatalı inançları ve tecrübeleri sebebiyle ortaya çıkan davranışlardır (Baki, 1999). Hata, öğrencilerin cevaplarındaki yanlışlıklar iken, kavram yanılgısı öğrenmeye engel olan sebepler olmaları açısından farklılık göstermektedirler (Ubuz, 1999). Kavram yanılgısı sadece bir hata değil, sistematik hatanın sürekli yapılmasına sebep olan bir yanlış kavramadır (Baki ve Aydın-Güç, 2014). Bir öğrenci sebeplerini belirterek hatalarını açıklayabiliyor ve hatalarının doğru

olduğunu iddia edip savunuyorsa kavram yanılgısına sahiptir. Bu sebeple tüm kavram yanılgıları birer hata iken her hata bir kavram yanılgısı değildir (Yenilmez ve Yaşa, 2008).

Cornu (1991) kavram yanılgılarının üç farklı sebep etrafında şekillendiğini belirtmiştir. Bu sebeplerden ilki öğrenilen konu ve kavramların yapısı itibariyle öğrencilere karmaşık gelmesiyle ortaya çıkan kavram yanılgılarının kaynağı olabilecek epistemolojik sebeptir. İkincisi, öğrencinin sahip olduğu bilişsel yapı özellikleri ve gelişim süreçleri sebebiyle ortaya çıkan kavram yanılgılarının kaynağı olabilecek psikolojik sebeptir. Üçüncüsü ise öğretim ortamları, yöntemleri, modelleri ve ders kitapları sebebiyle ortaya çıkan kavram yanılgılarının kaynağı olabilecek pedagojik sebeplerdir.

Matematik birikimli bir bilim dalı olması sebebiyle öğrencilerin matematiksel kavramları öğrenirken zihinlerinde kavramlar arasında kurdukları bağlantıların hatalı oluşumu sebebiyle kavram yanılgıları ortaya çıkmaktadır (Yavuz-Mumcu, 2015). Öğrencinin matematiksel doğrularla uyuşmayan bir kavram üzerinde doğru olduğunu iddia etmesi, bu durumun süreç içerisinde yeniden ortaya çıkması ve düzeltilmek istendiğinde öğrencinin ısrarla kendi fikrinin doğruluğunu savunması matematiksel kavram yanılgılarının temelini oluşturmaktadır (Kaplan ve diğerleri, 2011).

Öğrencilerin sahip oldukları deneyimler matematikte öğrendikleri yeni bir kavramın yanlış öğrenilmesine, çözdükleri problemlerin ya da yaptıkları işlemlerin matematiksel olarak geçerliliğinin olmadığını fark etmemelerine ve dolayısıyla kavramsal veya işlemsel yanılgılara sahip olmalarına sebep olabilir (Baki ve Bell, 1997). Örneğin çıkarma kavramını ilk kez öğrenen bir öğrenci pozitif tam sayılarla işlem yapacağı için sonucun her zaman eksildiğini görmesine rağmen negatif sayılarla işlem yaptığında durumun bu şekilde olmaması soruna sebep olabilir (Vinner, 1983).

Anlamlı öğrenme, öğrenenin zihnindeki şemalarla yeni edinilecek bilgi arasında bir ilişki kurulduğunda gerçekleşebilir (Ausubel, 1960). Matematik daha çok somut olmayan kavramları içermesi sebebiyle matematiksel kavramlar öğretilirken öğrenciler neyi neden yapacağını bilmelidir (Skemp, 1978). Anlamlı öğrenmenin gerçekleştirilemediği kavram öğretimi süreçlerinde öğrenciler kavram yanılgılarına sahip olabilmektedir (NCTM, 2000).

Kavram yanılgıları özelliklerine göre aşırı genelleme, aşırı özelleme, yanlış tercüme ve kısıtlı algılama olmak üzere dört farklı başlık altında incelenmektedir (Graeber ve Johnson ,1991, aktaran, Duran-Uzun ve Koparan, 2020, s.1269)

Aşırı genelleme: Belirli bir sınıf düzeyindeki kavram, kural ya da ilkelerin diğer sınıf düzeylerinde de etkili olacağının düşünülüp o sınıf düzeylerine taşınmasıdır. En çok karşılaşılan kavram yanılgısı türüdür (Duran Uzun ve Koparan, 2020). Örneğin; Çekiç (2018) çalışmasında

öğrencilerden noktalı kâğıt üzerinde verdiği eğik doğru parçasının uzunluğunu bulmalarını istediğinde öğrenciler yatay ve dikey doğru parçalarını sayar gibi belirledikleri birimlerle uzunluğu ölçmüşlerdir. Bu durum aşırı genellemeye örnek verilebilir.

Aşırı Özelleme: Bir sınıfa ait kavram, kural ya da ilkelerin o sınıfın genelinde geçerli olmayan bir durumu esas alınarak bir daralma durumunun gerçekleşmesidir. Kesirlerde çarpma işleminin aynı paydaya sahip kesirler arasında yapılması bu duruma örnektir (Duran-Uzun ve Koparan, 2020).

Yanlış Tercüme: Bir kavramın farklı gösterimleri arasında yapılan sistematik yanlışların bütünüdür (Duran-Uzun ve Koparan, 2020). Çekiç (2018) çalışmasında öğrencilerden A noktasının konumunu B noktasının konumuna göre belirlemeleri istendiğinde öğrencilerin bir kısmı bunun tam tersini yapmışlardır. Bu durum yanlış tercümeye örnek verilebilir.

Kısıtlı Algılama: Bir kavramın olması gerekenden daha yetersiz olarak algılanmasıdır. Eş parçalara ayrılmayan bir bütünün bir parçasının kesir olarak ifade edilebilmesi bu duruma örnek olarak verilebilir (Duran-Uzun ve Koparan, 2020).

Bir öğrencinin belirli bir kavramı öğrenmesiyle birlikte sahip olduğu kavram yanılgılarının belirlenebilmesi için bu kavramı anlamış olmalı, kavramı öğrendiği zamanın üzerinden yeterli zaman geçmeli, gerekli ölçme araçları ile nitel ve nicel veriler analiz edilerek elde edilen bulgular alanda yapılan diğer çalışmalarla karşılaştırılmalıdır (Erbaş ve Ersoy, 2002). Öğrencilerin sahip oldukları bilgiler ve kavram yanılgıları belirlenip bu kavram yanılgıları ortadan kaldırıldıktan sonra yeni kavramların öğretiminin yapılması faydalı olacaktır (Yılmaz ve Yenilmez, 2008).

Öğrencilerin kavramları öğrenip öğrenmedikleri ve bu kavramlarla kavram yanılgılarına sahip olup olmadıklarını belirlemek amacıyla farklı ölçme araçları ve ölçme yöntemleri kullanılmalıdır çünkü bilginin insan zihninde yapılanması ve anlaşılması dışarıdan gözlenebilen beş duyu organıyla ölçülebilen bir özelliğe sahip değildir (Karataş ve diğerleri, 2003). Kara (2021) çalışmasında matematik eğitiminde kavram yanılgıları ile ilgili araştırmalarda bu yanılgıların belirlenmesi için genellikle başarı testi, görüşme, alternatif değerlendirme araçları (kavram haritaları, portfolyo vb.) anket ve gözlem olmak üzere beş farklı veri toplama aracının kullanıldığını tespit etmiştir.

İnsanların inançlarının yanlış olduğunu kabullenmekte zorlanmaları, yeni bilgileri sahip oldukları bilgilerle uyum sağlamaları amacıyla düzenleyip dönüştürmeleri, giderilen kavram yanılgılarının kendisiyle birlikte birçok fikir ve düşünceyi de etkilemesi ve aynı konu üzerinde kişilerin farklı kavram yanılgılarına sahip olabilmeleri sebebiyle kavram yanılgılarının çözümü ve giderilmesi zordur. Bunun gerçekleşebilmesi için öğrencilerin kavram yanılgılarını fark

etmeleri, kavram yanılgılarının olmasının olağan bir durum olduğunu anlamaları, kavram yanılgılarının kaynaklarının neler olabileceğini bilmeleri, gerekli çalışmayla bu kavram yanılgılarının giderilebileceğinin farkında olmaları sağlanmalıdır. Bununla birlikte yapılacak öğretimlerde bilimsel yöntemlerin kullanılması, eleştirel bakış açısının kazandırılması, "farz edelim ki" soru yapısı kullanılarak öğrencilerin düşüncelerinin öğrenilmeye çalışılması, konuya odaklanmalarının sağlanması kavram yanılgılarının çözümü ve giderilmesinde önemli rol oynamaktadır (Comins, 1998).

2.3. Rasyonel Sayıların Öğretimi

Öğrencilere rasyonel sayılar ilkokul birinci sınıftan itibaren kesirler adı altında öğretilmeye başlanmaktadır. İlerleyen sınıflar itibari ile öğrenilen kesir çeşitleri ve bu kesirlerin küçüklük-büyüklük sınırları değişim göstermektedir (Altun, 2018). Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde birinci sınıftan dördüncü sınıfa kadar kesir kavramının öğretimi yapılırken, kesirlerle işlemler öğretiminin dördüncü sınıfta olduğu görülmektedir. Bununla birlikte beşinci sınıf ve altıncı sınıfta kesirler, kesirlerle işlemler, ondalık gösterim alt öğrenme alanlarının öğretimi yapılırken, yedinci sınıfta rasyonel sayılar ve rasyonel sayılarla işlemler alt öğrenme alanlarına dönüştüğü görülmektedir (MEB, 2018). Aktaş ve Cansız- Aktaş (2012) çalışmalarında öğrencilerin ondalık kesirleri ve kesirleri rasyonel sayılardan farklı algıladıklarını belirtmiştir. Ancak bir rasyonel sayı kesirle anlatılır ve ondalık kesirler ya da ondalık gösterim olarak ifade edilen sayıların ayrı bir sayı kümesi olmamakla birlikte rasyonel sayıların farklı bir gösterim şekli olduğunun bilinmesinde fayda vardır (Altun, 2018).

Günlük hayattaki bazı problemlerin çözümünde doğal sayıların yetersiz kalması sebebiyle rasyonel sayılara ihtiyaç duyulmuştur. Örneğin; bir elmayı eşit olarak paylaşmak isteyen iki arkadaştan her birine düşen elma miktarını belirlemek için rasyonel sayılara ihtiyaç duyarız (Alkan, 2009).

Rasyonel sayılar bazı özellikleri itibari ile doğal sayılar ve tam sayılara benzese de birçok yönüyle onlardan ayrılan karmaşık özelliklere sahip bir sayı sistemidir (Yetim ve Alkan, 2010). Rasyonel sayının tanımı incelendiğinde a, b $\in$ Z, b $\neq$ 0 olmak üzere, a'nın pay b'nin payda olarak isimlendirildiği, a/b şeklinde yazılabilen sayılar olduğu görülmektedir (Baykul, 2020). Rasyonel sayı kavramı matematiksel olarak kolaylıkla tanımlanabilse de psikolojik ve gelişimsel açıdan netliği daha azdır (Behr ve diğerleri, 1997). a/b şeklinde ifade edilen rasyonel sayıların anlamı problemlerin çeşitliliğine göre farklılaşmaktadır (Behr ve diğerleri, 1984; Ohlsson, 1988). Kieren (1976) çalışmasında sunduğu psikolojik bakış açısından da rasyonel sayıların bu beş farklı anlamsal alt yapıya sahip olduğunu belirtmiştir. Bu farklı anlamlar aşağıda başlıklar halinde verilmiştir:

a) Parça- bütün Anlamı: Parça- bütün ilişkisini göstermek için a/b kesri kullanılır.
b) Bölüm Anlamı: a/b kesri bir bölme işleminin sonucunu ifade eder.
c) Oran Anlamı: Bir a niceliğinin b niceliğine kıyaslanmasında a/b kesri kullanılır.
d) Ölçme Anlamı: a/b kesri bir ölçme sonucunu ifade eder.
e) İşlemci (operatör) Anlamı: Rasyonel sayılarda çarpma işleminin kuralını oluşturur.

Kaplan ve diğerleri (2011) ilköğretim öğrencilerinin rasyonel sayıların zor bir kavram olduğunu düşündüklerini belirtmişlerdir. Rasyonel sayılar kavramının iyi anlaşılabilmesi için rasyonel sayının her bir anlamının iyi bir şekilde kavranması ve bu anlamlar arasında ilişki kurulabilmesi gerekmektedir (Alkan, 2009). Ancak Kaplan ve diğerleri (2011) öğrencilerin rasyonel sayılar konusunda yaşadıkları güçlükleri inceledikleri çalışmalarında öğrencilerin öğretim ortamında daha çok parça bütün anlamı üzerinde durduklarını tespit etmişlerdir. Oysa rasyonel sayıların öğretiminde sadece parça-bütün anlamı üzerinde değil, her bir anlamı üzerinde durularak öğretimin gerçekleştirilmesi gerekmektedir (Toluk, 2002).

2.4. Rasyonel Sayılarda Kavram Yanılgıları

Semantik açıdan birçok özelliğe sahip ve çoklu temsil edilme açısından çeşitliliğe sahip olan rasyonel sayıların öğretiminin diğer matematik kavramlarının öğrenilmesi için büyük önem taşıdığı söylenebilir (Doruk, 2020). Böyle bir öneme sahip olan rasyonel sayıların öğreniminde yaşanacak güçlükler, öğrencilerin ileriki matematik öğrenme süreçlerini de olumsuz olarak etkileyecektir (Brown ve Quinn, 2007).

Rasyonel sayılar konusu öğretimden kaynaklanan hatalar sebebiyle kavram yanılgılarının yoğun olarak karşılaşıldığı bir alandır (Zengin, 2013). Bunun sebebi ise rasyonel sayıların kavramsal olarak anlaşılmasının sağlanmasından çok hesaplama işlemlerine ağırlık verilmesidir. Öğrencilerin bu konuda kendi problem çözme stratejilerini geliştirmelerinden çok kuralları ezberletmeye önem verilmektedir. Rasyonel sayılar kavramı konu başında tanımı anlatılıp geçilecek bir kavram olarak değerlendirilmekte ve kavram öğretimi için yeterli zaman ayrılmamaktadır (Seyhan ve Gür, 2004, aktaran Alkan, 2009, s.10). Bununla birlikte yaşanan zorlukların sebeplerinden diğeri ise rasyonel sayıların birden fazla anlamının olmasıdır. Rasyonel sayıların anlamlarından biri de kesirlerdir (Duran-Uzun ve Koparan, 2020). Dolayısıyla kesirlerdeki kavram yanılgıları rasyonel sayılara da etki edebilmektedir.

2.4.1. Rasyonel Sayılarda Kavram Yanılgıları İle İlgili Yurt İçinde Yapılan Çalışmalar: Tezcan (2003) rasyonel sayılar konusunda karşılaşılan kavram yanılgıları, bu yanılgıların giderilmesi ve bunun için kullanılabilecek yöntemler ve çözüm önerilerini belirlemek için bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmasında öğrencilerin tam sayılar ve rasyonel sayılar kümesini belirleme ve sembol ile gösterme, doğal sayı, tam sayı, rasyonel sayı

kümlerinin birbirini kapsama ya da birbirinin alt kümesi olma durumlarında bilgi eksiklerinin olduğunu, toplama işleminin işareti ile rasyonel sayıların işaretlerini karıştırdıklarını, rasyonel sayılarda işlem önceliği konusunda eksiklerinin olduğunu ve rasyonel sayıları sıralamada kavram yanılgılarına sahip olduklarını tespit etmiştir. Yapılan çalışmada araştırmanın uygulandığı ilin ve öğrencilerin cinsiyetinin sonuca bir etkisinin olmadığı tespit edilmiştir.

Özçifçi (2007) rasyonel sayılar konusunda 7. sınıf öğrencilerinin sahip olduğu hataları belirleyerek bu hataların ortadan kalkması için alınabilecek önlemleri ortaya koymayı amaçladığı bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmasında 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayı kavramında, rasyonel sayılarda işlemlerde, rasyonel sayıların diğer sayı kümeleri ile ilişkilerinde, rasyonel sayılarda üs almada, rasyonel sayılarda işlem önceliğinde ve tam sayılar konusunda önemli hatalarının olduğunu tespit etmiştir.

İnce (2008) kesirler ve rasyonel sayılar konusunda 5. sınıf öğrencilerinin sahip olduğu öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgılarını belirlemek, bunları ortadan kaldırmak için bir öğretim hazırlamak ve bu öğretimin başarısını tespit etmek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmasında öğrencilerin parça-bütün ilişkisini rasyonel sayı olarak gösterme, bütünü eş parçalara ayırma, rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösterme ve rasyonel sayılarla yapılan işlemlerde yanılgıya düştükleri; rasyonel sayıları sayı doğrusunda göstermede kavram yanılgılarına sahip oldukları görülmüştür.

Yılmaz ve Yenilmez (2008) 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin ondalık kesirler konusunda sahip oldukları kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Çalışmalarında öğrencilerin ondalık kesirlerin kesirlerle ilişkisinde, ondalık kesirleri okuma-yazma ve karşılaştırmada, ondalık kesir kavramında, ondalık kesirlerle işlemlerde, ondalık kesirlerle problem çözmede ve ondalık kesirleri sayı doğrusunda göstermede kavram yanılgılarına sahip olduklarını belirlemişlerdir. Bununla birlikte öğrencilerin büyük olan ondalık kesir için çok basamaklı olanı seçtikleri, ondalık kesirlerde çarpma işlemi sonucunun çarpanlardan büyük, bölme işlemi sonucunun ise bölünenden küçük olması gerektiğini düşündüklerini tespit etmişlerdir.

Alkan (2009) rasyonel sayılar konusunda 7. sınıf öğrencilerinin sahip olduğu hata ve kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmasında öğrencilerin rasyonel sayı kavramını bilme konusunda hatalarının olduğunu, sıfırın paydada olduğu durumda rasyonel sayının tanımsız olacağı ile ilgili fikir yürütemediklerini, rasyonel sayılar ile diğer sayı gruplarını karşılaştırmada gösterim olarak hatalara sahip olduklarını, rasyonel sayıları sayı doğrusunda göstermede hatalarının olduğunu tespit etmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin özellikle negatif tam sayılı rasyonel sayıların işaretlerinin sadece tama ait

olduğunu düşündüklerini, rasyonel sayıları ondalık gösterimle ifade ederken, ondalık kesirleri sıralamada, rasyonel sayıları sıralama, modelleme, sayı doğrusunda gösterme ve rasyonel sayılarla işlemlerde hata ve kavram yanılgılarına sahip olduklarını belirlemiştir.

Zengin (2013) rasyonel sayılar konusunda 7. sınıf öğrencilerinin hata ve kavram yanılgılarını ortaya çıkarmak için bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmasında, öğrencilerin rasyonel sayıları sayı doğrusunda göstermede zorlandıklarını, sayı doğrusunda bir bütünü eş parçalara ayırmada kavram yanılgısına sahip olduklarını, bununla birlikte öğrenciler negatif tam sayıları soldan sağa doğru yerleştirdikleri için negatif rasyonel sayıların yerlerini de yanlış belirlediklerini tespit etmiştir. Öğrencilerin bileşik kesirleri tam sayılı kesre çevirmede, rasyonel sayıları sıralamada, rasyonel sayılarda dört işlemle ilgili sorularda, rasyonel sayılarda işlem önceliğinde hata ve kavram yanılgısına sahip oldukları belirlenmiştir.

Biber ve diğerleri (2013) 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerde sıralama, toplama-çıkarma ve çarpma konularında sahip oldukları kavram yanılgılarını belirlemek ve bu yanılgıların kesir problemlerinin çözümlerine etkilerini incelemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Öğrencilerin belirtilen konularda kavram yanılgılarına sahip oldukları ancak kesir problemlerinin çözümünde başarılı oldukları tespit edilmiştir. Bu başarının sebebi olarak çözümlerde kullandıkları modellemeler olduğu belirlenmiştir.

Baki ve Aydın-Güç (2014) 9. sınıf öğrencilerinin devirli ondalık gösterim ile ilgili kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Çalışmalarında dokuzuncu sınıf öğrencilerinin devirli ondalık kesirlerle ilgili olarak aşırı genelleme, kısıtlı algılama ve yanlış tercüme türlerinde kavram yanılgılarının olduğu görülmüştür. Öğrencilerin devirli ondalık kesirlerin uzunluklarının sınırlı olduğunu düşündükleri için bölme işlemi sonucunda elde edecekleri devirli ondalık gösterimde virgülden sonra devreden hemen görülemediğinde o sayının devretmeyeceği gibi farklı kavram yanılgılarına sahip oldukları tespit edilmiştir.

Yavuz-Mumcu (2015) 6, 7 ve 8. sınıf düzeyindeki öğrencilerin ondalık kesirlerle ilgili sahip oldukları kavram yanılgılarını ve sebeplerini belirlemek, kavram yanılgılarının çeşitleri arasında varsa ilişkileri tespit etmek ve farklı sınıf düzeylerindeki öğrencilerin sahip oldukları kavram yanılgıları ile ilgili başarılarını karşılaştırmak amacıyla bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmasında öğrencilerin bir kısmının ondalık kesirlerde bulunan virgülü "ayıraç" olarak gördüğünü, bir kısmının ise ondalık kesirlerdeki virgülü görmezden geldiğini tespit etmiştir. Bunula birlikte öğrencilerin bir kısmının kesir-ondalık kesir dönüşümünde virgül ve kesir çizgisini aynı düşündüğü, bir kısmının ise basamak değeri ile basamak kavramlarını

karıştırdıkları gözlemlenmiştir. Bununla birlikte sayı doğrusu üzerinde gösterilen ondalık kesirlerin, kesre dönüştürülürken aralık sayısını doğru olarak belirlenemediği tespit edilmiştir.

Sınıf düzeylerine göre öğrencilerin ondalık kesirlerdeki başarı düzeyleri değerlendirildiğinde, genel olarak başarının % 40 olduğu, en düşük başarı seviyesinin 7. sınıflarda iken en yüksek başarı düzeyinin 8. sınıflarda olduğu belirlenmiştir.

Gürel ve Okur (2016) 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda sahip oldukları kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Çalışmalarında bir sayının sıfıra bölümü, sıfırın bir sayıya bölümü, tam sayılar ile rasyonel sayılar arasındaki ilişki, kesirlerin sayı doğrusunda gösterimi, kesirlerde sıralama, kesirlerde toplama ve çarpma işlemleri ve kesirlerde parça bütün ilişkisi ile ilgili kavram yanılgıları belirlemişlerdir. Öğrencilerin en fazla kesirlerde parça bütün ilişkisinde kavram yanılgılarına sahip oldukları, en az ise kesirlerde toplama işleminde kavram yanılgılarına sahip oldukları tespit edilmiştir.

Duran-Uzun ve Koparan (2020), 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusunda öğrencilerin kavram yanılgılarını belirleyerek bu kavram yanılgılarının kavramsal değişim yaklaşımının kullanılarak giderilmesine etkisini inceleyen bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmalarında kavramsal değişim yaklaşımının öğrencilerin ders başarılarına ve matematiğe ilişkin tutumlarına olumlu yönde etki ettiğini tespit etmişlerdir. Bununla birlikte oluşturulan öğretim ortamına karşı öğrencilerin olumlu düşüncelerinin oluştuğu ve kavramsal değişim metinleri ile öğrencilerin hataları ile yüzleşerek onları düzeltme imkânı bulduklarını belirtmişlerdir.

Gezer-Kartaloğlu (2023) 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılarda işlemler konusunda sahip oldukları kavram yanılgılarını belirleyip bu kavram yanılgılarının kavram karikatürleri ile giderilmesi amacıyla bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışma sonucunda öğrencilerin rasyonel sayılarda işlemlerde, modellemesi verilen işlemin matematiksel olarak ifadesinde ve rasyonel sayılarla işlem yapmayı gerektiren problemlerde yanılgılara sahip oldukları tespit edilmiştir. Bu yanılgıların bir kısmı kavram karikatürleri ile giderilirken bir kısmının görülmesi sıklığının azaldığı belirlenmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin matematik dersine karşı motivasyonlarının ve ilgilerinin arttığı belirlenmiştir.

2.4.2. Rasyonel Sayılarda Kavram Yanılgıları İle İlgili Yurt Dışında Yapılan Çalışmalar: Martinie (2014) öğrencilerin zamanla gelişen düşünme kalıplarına bağlı olarak ortaya çıkan kavram yanılgıları sebebiyle oluşturdukları ondalık karşılaştırma stratejileri ile ilgili araştırmalara odaklandığı bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmasında 6-8. sınıf düzeyindeki 350'den fazla öğrenciye ondalık kesir karşılaştırma testi uyguladıktan sonra öğrencilerden 0,6 ve 0,06 ondalık kesirlerini dört farklı şekilde göstermelerini istemiştir. Bunlar

sayı doğrusunda gösterme, 10x10 kareli zemin üzerinde gösterme, temsil biçimi olarak parayı kullanma ve basamak değerini kullanmadır. Öğrencilerin başarılarının temsil biçiminden biçimine değişkenlik gösterdiği ve ondalık karşılaştırma testinin sonuçlarıyla örtüştüğü belirlenmiştir. Öğrencilerin verilen ondalık kesirleri dört farklı temsil şekliyle olmasa da en az birini kullanarak gösterdikleri tespit edilmiştir. Ancak öğrencilerin en çok sayı doğrusunda gösterme ve basamak değerini kullanma temsil biçimlerinde zorlandıkları görülmüştür. Hatalar öğrencilerin kavram yanılgılarını ve aşırı genellemelerini ortaya çıkarmakta bu durum da hem öğrenci hem de öğretmen için öğrenme fırsatı sağlamaktadır.

Mohyuddin ve Khalil (2016) ilköğretim düzeyinde öğrencilerin matematik öğreniminde sahip oldukları kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Çalışmalarını birinci sınıftan dördüncü sınıfa kadar olan matematiğin tüm kavramsal alanlarını içerecek şekilde temellendirmişlerdir. Bu sekiz kavramsal alan içerisinde kesirler, kesirlerle işlemler ve ondalık kesirler de bulunmaktadır. Beşinci sınıf düzeyinde öğrencilerle yapılan çalışmada öğrencilerin kesirlerin kendine özgü bir değere sahip oldukları kavramının tam olarak anlaşılmadığı, kesrin bir bütünün parçası olarak algılanmadığı, kesirleri sıralarken pay ve paydada bulunan sayıların büyüklüğünün ölçüt olarak alındığı, kesirlerde pay ve paydaların kendi aralarında toplanıp çıkarıldığı, ‘‘yarım’’, ‘‘üçte bir’’, dörtte bir’’ gibi kesir kavramlarında kavramsal gelişimin eksik olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin ondalık kesirlerdeki en büyük eksiklerinin basamak değeri konusunda olduğu belirlenmiştir.

Siegler ve Lortie-Forgues (2017) rasyonel sayıların insanlar için neden zor olduğunu belirlemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Çalışmalarında rasyonel sayı aritmetiğini az anlaşılmasına sebep olan iki başlık belirlemişlerdir. Bunlar doğuştan gelen zorluk kaynakları ve kültürden gelen zorluk kaynaklarıdır. Doğuştan gelen zorluk kaynakları her öğrenci için geçerli olan kesirli aritmetik işlemler arasındaki ilişkiler gibi öğrencilerin öğrenme süreçleridir. Kültürden gelen zorluk kaynakları ise öğretmenlerin rasyonel sayılara ilişkin anlayışları gibi kültürden kültüre değişen, bazı yerlerde öğrenciler arasında daha az öğrenmeye sebep olan kaynaklardır. Ders kitaplarında kullanılan açıklamalar ve öğrencilerin kullandıkları dil de kültürden gelen zorluk kaynakları çerçevesinde değerlendirilmektedir.

Alkhateeb (2019) 5. sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda sıkça yaptıkları hatalar, bu hatalarla ilişkili düşünme stratejileri ve hatalarının kalıcılığını tespit etmek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmasında öğrencilerin kesirleri tam sayı gibi aldıkları ve kesirlerin temel kavramları ile ilgili hatalar yaptıklarını belirlemiştir. Bununla birlikte öğrencilerin parçaların eş olup olmadığına dikkat etmeden kesirler ifade ettikleri, pay ve payda arasındaki ilişkinin kesrin gerçek değeri ile yanlış yorumlanması ve kesirde bulunan tamın dikkate alınmaması gibi hatalar

yapıldığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin çözüm stratejileri ile ilgili olarak da hatalarının olduğu görülmüştür. Kağıtlarında hata yapan öğrencilerle yapılan görüşmelerde eş parçalar olup olmadığına dikkat etmeden kesri ifade etme, parçayı bütünle değil diğer parçalarla ilişkilendirme ve tam sayı ile ondalık kesir arasındaki karışıklığa bağlı hatalarda en fazla ısrarcı oldukları tespit edilmiştir.

Powell ve Nelson (2021) dört yıllık bir üniversitede okuyan 331 öğrencinin rasyonel sayılar konusunda kavram yanılgılarını belirlemek için, değerlendirmelerini, temel anlayışlarını, hesaplamalarını veya sözlü problemlerini ölçmek üzere kategorize edilen 41 maddeden oluşan bir çalışmayı gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada üniversite öğrencilerinin seçilmesinin sebebi ortaöğretim yıllarında öğrencilerin sahip oldukları kavram yanılgılarının üniversite hayatı boyunca da devam etmesidir. Elde edilen bulgularda öğrencilerin en az hatayı temel anlayış ve hesaplamalarda yaparken en benzersiz hataları ise hesaplamalar ve sözel problemlerde yapmışlardır. Bu çalışmada öğrencilerin sorularda yaptıkları hatalar ve çeşitlilikleri göz önünde bulundurulduğunda rasyonel sayılarda yaşanan zorlukların yetişkinliğe taşındığı belirlenmiştir.

Van Hoof ve diğerleri (2021) öğrencilerin sahip olduğu kavram yanılgılarını değiştirmek için önemli bir öğretim yöntemi olduğu kanıtlanan çürütme metni yardımıyla öğrencilere stratejilerinin yanlış olduğunu ifade etmenin etkisini araştırmak amacıyla bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Bu araştırmada öğrencilerin genel matematik başarılarında büyük öneme sahip kesir büyüklüğünü anlamaları için "Payı, paydası ya da her ikisi de büyüyen kesrin sayısal değeri büyür." kavram yanılgısı üzerinde çalışmışlardır. Öğrencilere açıklayıcı bir metin verilmesi durumunun aksine, bir çürütme metni ile fikirlerinin yanlışlığı konusunda özel olarak talimatlar verilerek yanılgılarının ne kadar güçlü olduğunu belirleme amaçlanmıştır. 76 dördüncü sınıf öğrencisi ile yapılan çalışmada çürütme metni verilen öğrenciler ile açıklayıcı metin verilen öğrenciler karşılaştırıldığında büyük bir öğrenme farkı gözlemlenmemiştir. Bireysel farklılıkların oluştuğu belirlenmiştir. Ayrıca çürütme metnini kullanan grup dışında metinde bulunan bilgileri aşırı ve yanlış kullanan bir grup olduğu da görülmüştür.

Ghani ve Maat (2018) dördüncü sınıf düzeyindeki öğrencilerin kesirlerde toplama işleminde sahip oldukları kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Beş öğrenci ile yapılan çalışmada öğrencilere verilen çalışma kağıtları üzerinden kavram yanılgıları belirlenmiş ve sonrasında öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Çalışmada öğrencilerin kesirlerde toplama işlemi ile ilgili on farklı hata türüne sahip oldukları belirlenmiştir.

González-Forte ve diğerleri (2023) öğrencilerin önceden seçmeli maddelere verdikleri cevapları öğrencilerin sözel ifadeleri ile karşılaştırarak kesirlerin büyüklüğü konusunda sahip oldukları yanlış akıl yürütmeleri ve düşünme biçimlerini belirlemek ve incelemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Bununla birlikte öğrencilerin düşünme biçimlerinin dirençliliğini ortaya çıkarmak da amaçlanmıştır. 52 yedinci sınıf öğrencisi ile yaptıkları çalışmalarında öğrenciler öncelikle otuz bir adet kesir ve ondalık kesir karşılaştırma içeren çoktan seçmeli testi bireysel olarak çözmüşlerdir. Buradaki kesirler ve ondalık kesirler öğrencilerin doğal sayı ön yargısı, boşluk düşüncesi ve ters ön yargı düşüncelerine uygun olarak hazırlanmıştır. Testin çözümünden sonra öğrencilerle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Çalışmada "doğal sayı yanlılığı" olarak ifade edilen rasyonel sayıları doğal sayı gibi düşünme durumunu destekler sonuçlar elde etmişlerdir. Öğrencilerin sözel ifadelerinin de testteki hatalı düşünme yollarını destekler nitelikte olduğu görülmüştür. Bununla birlikte görüşme yapılan öğrencilerin %80'i düşünme biçimlerine güvenmişlerdir. Bu durum ise öğrencilerde kavram yanılgılarının bulunduğunu gösterebilmektedir.

Jarrah ve diğerleri (2022) 7. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemleri ile ilgili kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Çalışmalarında öğrencilerin kesirlerde toplama işlemini tam sayılarda toplama işleminden ayırt edemediklerini ve pay ve payda ayrımına varamadıklarını belirlemişlerdir. Tam sayılardan rasyonel sayılara geçişin sağlanamadığını tespit etmişlerdir.

2.5. EGS (DNR) Teorisi

EGS, Harel'ın (2001) matematik öğretimi üzerine geliştirmiş olduğu bir öğretim şekli, bakış açısıdır. Öğrencilerin öğrenmeye dönük entelektüel ihtiyaçlarını harekete geçirmeyi, matematiksel anlama ve düşünme yollarını oluşturmalarını sağlamayı, öğrendikleri bilgileri içselleştirmelerini ve kalıcılığını sağlamayı amaçlayan bir kavramsal çerçevedir (Harel ve Koichu, 2010). Bu öğretim modelinin temeli Piaget'inin yapılandırmacı kuramına ve Vygotsky'nin sosyokültürel öğrenme kuramına dayanmaktadır (Harel, 2001). Birçok matematik eğitimcisinin, müfredat geliştiricinin ve okul yöneticisinin zihninde bulunan "Okulda öğretmemiz gereken matematik nedir?" ve "Bu matematiği nasıl öğretmeliyiz?" sorularının cevaplarına dayanan EGS, sadece bir alan ya da sınıf düzeyi ile sınırlı kalmayıp genel olarak matematiğin öğrenilmesi ve öğretilmesini amaçlamaktadır (Harel, 2008b).

EGS üç farklı kategoriden oluşan bir sistem olarak düşünülebilir. Bunlar; öncüller (EGS kavram ve iddialarının temelindeki varsayımlar), kavramlar (öncüller içerisinde tanılanan yapılar) ve iddialardan (EGS kavramları açısından tanımlanmış, EGS öncüllerinden kaynaklanan, deneysel çalışmalarla desteklenen ifadeler) oluşmaktadır. İddialar ise üç farklı

öğretim ilkesini içermektedir. Etkileşim (duality), gereklilik (necessity) ve sorgulama (repeated reasoning), iddiaları oluşturan üç farklı öğretim ilkesi olarak tanımlanır. EGS kavramsal çerçevesinin ismi de bu üç öğretim ilkesinin baş harflerinden oluşmaktadır. Sistemdeki diğer ilkeler bu üç ilke çerçevesinde şekillenmektedir. (Harel, 2008b).

2.5.1. EGS'nin Öncülleri: EGS'nin temellerini oluşturan öncüller bu süreçte deneysel olarak tasarlanmamış, iddiaların gerekçelendirilmesi sürecinde ortaya çıkmıştır. EGS'nin matematik felsefesinin matematik öğreniminin ve öğretiminin temelini oluşturmaktadır. Öncüller kendi içerisinde dört farklı kategoride değerlendirilir (Harel, 2008b):

Matematik: Tarih boyunca süregelmiş tüm anlama ve düşünme yolları matematik bilgisini oluşturur.

Öğrenme: Epistomofili, bilme, bilme-bilgi bağlantısı, bağlam bağlılığı kategorilerinden oluşmaktadır.

- *Epistomofili:* Tüm insanlarda zihinsel bir karmaşa ya da problem oluşturma isteği ve bu problemleri çözmek için zihinsel eylem gerçekleştirme kapasitesine sahiptir. Bireysel farklılıklar bulunmasının yanında doğuştan gelen ve sonradan tecrübe ile değiştirilemeyen farklılık içerisinde yer almamaktadır.
- *Bilme:* Özümseme ve uyum sağlama arasında sürekli gerilim yoluyla gerçekleşen dengeye dönük gelişim sürecidir.
- *Bilme- bilgi bağlantısı:* İnsanların problemli durumu çözmelerinin sonucu olan herhangi bir bilgidir.
- *Bağlam bağlılığı:* Öğrenme bağlama bağlıdır.

Öğretme: Matematik öğrenmek kendiliğinden olacak bir durumdan çok bir uzman rehberliğinde ya da daha yetenekli akranlarla iş birliği içerisinde gerçekleşecek bir durumdur.

Ontoloji: Öznellik ve karşılıklı bağımlılık alt kategorilerinden oluşur.

Öznellik: İnsanların zihinsel yapılarının çevrelerini anlamlandırma süreçlerindeki gözlemleridir.

Karşılıklı bağımlılık: İnsanların eylemleri ile dünya görüşleri arasındaki ilişkidir. Eylemleri dünya görüşleri tarafından yönetilirken, dünya görüşleri eylemleriyle oluşturulur.

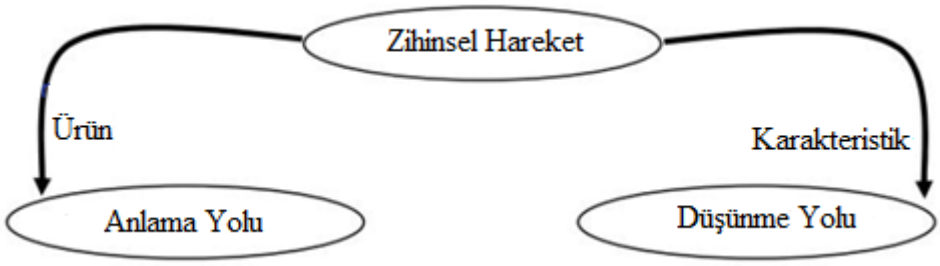
Tüm bu öncüller belirli teorilere dayanmaktadır (Harel, 2008b). Epistomofili Aristotales' e (Lawson-Tancred, 1998), uyumluluk kavramı Piaget'in (1985) denge teorisine dayanmaktadır. Öğrenme- bilgi bağlantısı öncülü Piaget'ten alınmıştır, bağlam bağlılığı öncülü modern bilişsel bilgi edinme teoriyle tutumludur. Öğretme öncülü Vygotsky'nin (1978) yakınsal gelişim bölgesi fikrinden oluşturulmuştur. Öznellik ve karşılıklı bağımlılık öncülleri

Piaget'in yapılandırmacı kuramına (von Glasersfeld, 1983) ve bilgi işleme teorilerine (Chiesi ve diğerleri, 1979; Davis, 1984) dayanmaktadır.

2.5.2. EGS'nin Kavramları: EGS'nin düzenleyici yapıları, zihinsel eylem, anlama yolu ve düşünme yolu temel kavramlarından oluşmaktadır (Harel, 2008a) (Şekil 1). Bir kişinin herhangi bir problem ile ilgili ifadeleri ya da yorumları o kişinin zihinsel hareketinin bilişsel süreçlerindeki sonuçlarını gösterir. Bu sonuçlar ise anlama şekli olarak ifade edilebilir (Harel, 2008a). Kişinin anlama biçimlerine ilişkin yapılan gözlemler ortak bir bilişsel süreçten kaynaklandıklarını gösterebilir. Bu ortak bilişsel durum ise düşünme yolunu göstermektedir (Harel, 2008a).

Şekil 1

EGS'nin yapı parçaları (Harel, 2008a)



Bir öğrencinin bir kavram, cümle ya da metne yüklediği anlam, bir problem için gerçekleştirdiği çözüm, herhangi bir iddiayı ispatlaması ya da çürütmesi için kullandığı tüm sebepler anlama yollarını ifade ederken, bu sebeplerin ortaya çıkmasını, şekillenmesini sağlayan genel teorileri veya eylemleri düşünme yollarını yansıtmaktadır (Harel ve Sowder, 2005). Düşünme yolları zihinsel hareketin karakteristiği, bilişsel özelliği iken anlama yolları zihinsel hareketin gözlemlenebilir bir ürünü olarak düşünülebilir (Yıldız, 2016).

Bir öğrenci kesir kavramını farklı şekillerde anlayabilir. a/b şeklinde ifade edilen bir kesir için;

- a tane 1/b (birim kesir)
- b eş parçaya bölünmüş bir bütünün a kadar parçası (parça-bütün)
- a kadar bütünün b kadar eş parçaya bölünmesi (parçalamalı bölme)
- a'nın b birimleri cinsinden ölçüsü (gruplama bölme) şeklinde farklı anlama şekilleri oluşturabilir (Harel ve Sowder, 2005).

Anlama yollarından olan "problem çözümü" için 9. sınıf öğrencilerinin bir probleme ilişkin gerçekleştirdikleri farklı çözümler incelenebilir. Öğrencilere yöneltilen "Suyun sabit

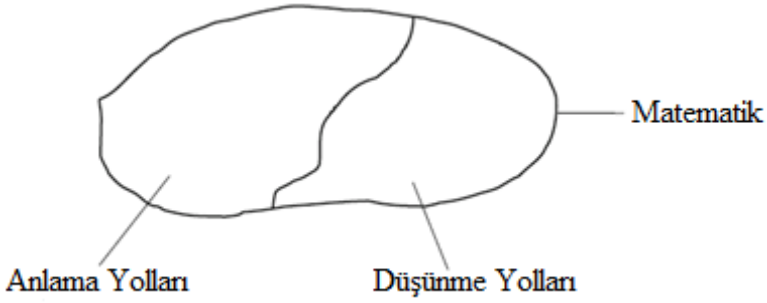
hızla aktığı iki musluğa bağlı olan bir havuzu musluklardan biri tek başına 20 saatte, diğeri 30 saatte doldurabildiğine göre ikisi birlikte kaç saatte doldurur?" problemine ait anlama yolları aşağıda verilmiştir:

- 12 saatte musluklardan biri havuzun 3/5'ni, diğeri ise havuzun kalan 2/5'ini dolduracaktır.
- Musluğun havuzu doldurması 50 saat sürecektir.
- Musluğun havuzu doldurması 10 saat sürecektir.
- Doldurma süresine x denirse $\frac{x}{20} + \frac{x}{30} = 1$ denkleminden x=12 bulunur (Harel ve Sowder, 2005).

Anlama ve düşünme yolları matematiğin temel yapısını oluşturmaktadır. Matematikçiler çeşitli yapılar ve anlama yolları üretebilmek için zihinsel olarak harekete geçip (düşünme yollarını oluşturarak) matematiği uygularlar. EGS'ye göre matematik iki bilgi kümesinden oluşan bir disiplindir (Şekil 2). Kümelerden ilki tanım, teorem, ispat, problem ve çözümlerden oluşan anlama yollarını içerirken, diğer küme bu anlama şekillerinin özelliklerini belirleyen düşünme şekillerinden oluşur (Harel, 2008a).

Şekil 2

EGS'ye göre matematik (Harel, 2008a)



Anlama yolu bir probleme ya da matematiksel duruma özgü üretilen akıl yürütmeyi ifade ederken, düşünme yolu kişinin anlama yolunu neyin yönettiğini gösterir ve tek bir duruma özgü değil genel bir akıl yürütmeyi ifade eder (Harel ve Sowder, 2005). Düşünme yolları; matematiksel inançlar, problem çözme yaklaşımları ve kanıt şemaları şeklinde üç farklı kategoriden oluşmaktadır (Harel, 2008a).

2.5.2.1. Matematiksel İnançlar: Kişinin karşılaştığı bir durum karşısında geliştirdiği bakış açısıdır (Harel, 2008a). Kişinin matematiğe ilişkin görüşleri matematiksel inançlarını oluşturur. Bu görüşler matematiğin ne olup olmadığı (a), matematiğin nasıl

oluşturulduğu (b) ve entelektüel pratik yararları (c) ile ilgili görüşlerinin özellikleridir. Matematiksel inançlara sırasıyla aşağıdaki örnekler verilebilir:

a) Gerçek düşünme ve problem çözme ile formel matematiğin ilgisi çok azdır ya da hiç yoktur (Schoenfeld, 1985).

b) İspatlar hızlı bir şekilde oluşturulur çünkü öğretmenim tahtada bu şekilde yapar (Harel ve Sowder, 1998).

c) Bir matematik kavramını birden fazla şekilde yorumlayabilmek her zaman daha faydalıdır (Harel, 1998).

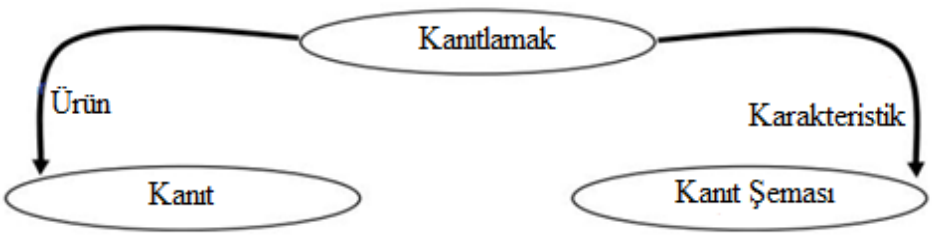
2.5.2.2. Problem Çözme Yaklaşımları: Problem çözme eyleminin bilişsel karakteristiği olması sebebiyle problem çözme yaklaşımı bir düşünme yoludur. O probleme ait gerçekleşen doğru ya da yanlış çözüm ise o eylemin bir ürünü olması sebebiyle anlama biçiminin göstergesidir. Problem çözme eylemi olarak "daha basit bir problem arama", "problemi çözme sürecinde farklı olasılıkları değerlendirme", "problem cümlesindeki anahtar kelimeleri arama" gibi problem çözme yaklaşımları düşünme yollarına örnek verilebilir (Harel, 2008a).

2.5.2.3. Kanıt Şemaları: Gerekçelendirmelerin son basamağının matematiksel kanıtlar olduğu düşünülse de geleneksel yaklaşımlar lise ve üniversite düzeyi de dahil çoğu öğrenci için başarısız olmuştur. Üniversite matematik öğrencileri ile yapılan görüşmelerde öğrencilerin sonucun açık olmasına rağmen matematiksel kanıtı neden yapmaları gerektiğine, bir matematikçinin ispatına güvenmeye başladıklarından beri kanıtların önemli olduğunu hissetmediklerine dair yorumlar yapılmışlardır (Sowder ve Harel, 1998).

Kanıt şemaları bireyin matematiksel bir gözlemin doğruluğunu nasıl ortaya koyduğu, diğer kişileri nasıl ikna ettiği ve ispatı nasıl gerekçelendirdiği ile ilgilidir (Harel ve Sowder, 1998). Kanıt, zihinsel bir ürün olması sebebiyle anlama yolu iken, kanıt şeması bir düşünme yoludur (Harel, 2008a) (Şekil 3).

Şekil 3

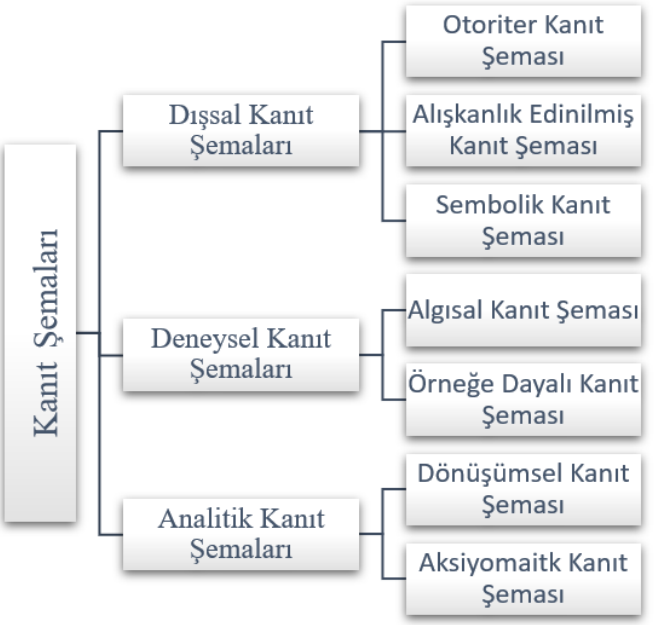
Üçlü yapı kanıtlama, kanıt, kanıt şeması (Harel, 2008a)



Kanıt şemaları; dışsal kanıt şemaları, deneysel kanıt şemaları ve analitik kanıt şemaları olmak üzere üç kategoriden oluşur. Dışsal kanıt şemalarında öğrenciler kanıtlarını kitap, aile, öğretmen gibi dış etkenlere bağlı olarak, deneysel kanıt şemalarında öneklere bağlı olarak, analitik kanıt şemalarında ise önceki öğrenmelerinden kaynaklı akıl yürütmelerine bağlı olarak oluşturmaktadırlar (Flores, 2002 ; Sowder ve Harel, 1998). Aşağıda kanıt şemalarının genel bir özeti görülmektedir (Şekil 4):

Şekil 4

Kanıt şemaları (Sowder ve Harel, 1998)



Dışsal kanıt şemalarında öğretmen bilginin tek kaynağıdır ve öğrenciler problem çözümlerinde sadece kuralları takip etmekte, problemlere yaratıcı çözümler getirip yeni yöntemler keşfetmek yerine ezberleme yoluna gitmektedirler. Öğrencilerin bu alışkanlıkları ise dışsal kanıt şemalarının oluşumuna sebep olmaktadır (Harel ve Sowder, 1998). Dışsal kanıt şemalarının üç alt kategorisi; otoriter kanıt şemaları, alışkanlık edinilmiş kanıt şemaları ve sembolik kanıt şemalarıdır.

- Öğrencilerin birçoğu bir teoremin veya formülün neden doğru olduğunu merak etmemektedir. Öğrenciler matematiğin içsel bir doğrulama gerektirmediğini, yaptıkları matematiğin doğru olması gerektiğini düşünseler de ispatlama kısmının kendileriyle ilgili olmadığını düşünürler. Burada ispat kaynağı olarak bir öğretmeni veya bir kitabı görmektedirler (Harel ve Sowder, 1998). Bu tür kanıt şeması otoriter kanıt şeması olarak

adlandırılır. Otoriteye başvurmak her zaman kötü değildir ancak öğrencilerin oluşturdukları kanıtlar her zaman bu kaynaklar aracılığı ile gerçekleşiyorsa öğrencide kaygıya ya da öğrenilmiş çaresizliğe sebep olmaktadır (Sowder ve Harel, 1998). Otoriter kanıt şemasına sahip olana öğrenciler kanıt oluşturmak yerine ispatın kendilerine söylenmesini beklerler. Bununla birlikte bir problemin çözümü için kendi başlarına uğraşmaktan çok bir otoritenin varlığına ihtiyaç duyarlar (Harel ve Sowder, 1998).

- Alışkanlık edinilmiş kanıt şemaları için Martin ve Harel (1989), öğrencilerin bir ispatın doğruluğundan daha çok matematiksel bir ispat şeklinde görünmesinden mi etkilendikleri sorusundan yola çıkarak öğrencilerle gerçekleştirdikleri çalışmalarında tümdengelimli yanlış bir kanıta sahip olan doğrulamayı öğrencilerin biçimsel olarak ispata benzemesi sebebiyle doğru kabul ettiklerini görmüşlerdir. Bunun sebebi ise okullarda ispatın yazım sürecine daha ağrılık verilmesi, ispatın anlama, üretme, değerlendirme süreçlerinin önemsenmemesinden kaynaklanabileceğini belirtmişlerdir. Bununla birlikte öğrenciler yapılan matematiksel ispatların doğruluğunu kabul etseler de biçimsel olarak benzememeleri sebebiyle matematiksel bir kanıt olup olmamaları konusunda şüpheye düştükleri görülmüştür. Bu durum ise daha çok kanıt aşamasında matematiksel şekiller, semboller ya da işlemler yapılmadığında ortaya çıkmaktadır (Harel ve Sowder, 1998).
- Sembollerin tüm durumlardan izole edip, işlevsel ve niceliksel temellerinden ayrı düşünülmesine sembolik akıl yürütme denir. Sembolik akıl yürütme öğrencilerin ilkokul yıllarında edinip liseden sonra da devam ettirdikleri vazgeçmesi zor bir zihin alışkanlığıdır. Sembolik muhakeme karşılan bir problemi anlamadan, tutarlı bir kavrayış gerçekleştirmeden probleme yaklaşma şeklidir. Matematiksel bir problemin sembolik akıl yürütme ve muhakeme ile ispatlanma şekline ise sembolik kanıt şeması denir (Harel ve Sowder, 1998). Matematiksel bir ispat içinde bulunan sembollerin ve manipülasyonların temellerine bakılmaksızın sadece görünüşüne bağlı olarak doğruluğu ya da yanlışlığı belirlenir (Yıldız, 2016). Sembolik düşünme ispat şemasını doğru kullanan bir kişi dönüşümsel kanıt şemasına sahiptir. Belirli bir temele dayanan sembollere sahip argümanlar analitik olarak değerlendirilirken, anlamı olmayan manipülasyonlara sahip sembollerin olduğu argümanlar dışsal olarak değerlendirilir (Flores, 2006).

Deneysel kanıt şemaları, örneklere dayanmaktadır (Sowder ve Harel, 1998). Bu ispat şemasında varsayımlar fiziksel gerçeklere ve duyusal deneyimleri temel almaktadır (Harel ve

Sowder, 1998). Algısal kanıt şeması ve örneğe dayalı kanıt şeması olmak üzere iki alt kategoriye ayrılır.

- Örneğe dayalı (tümevarımsal) kanıt şemaları, öğretmenlerin genellikle öğrencilerinde baskın şekilde gözlemlediği, öğrencilerin varsayımları bir veya birden fazla durumda niceliksel olarak değerlendirdiği ya da başka birini bu varsayımın doğruluğuna ikna ettiği kanıt şemasıdır (Harel ve Sowder, 1998). Öğrenciler birden çok örnek kullanmak yerine tek bir örnek üzerinden hareket ederler. Varsayımın ispatı sürecinde karşıt bir örnek ile karşılaşsalar bile bunun tek bir durum olması sebebiyle iddia ettikleri durum geçerliliğini korur. Öğrenciler; doğal bir eğilim olması sebebiyle, öğretmenlerin varsayımları örnek kullanarak ispatlamayı çok fazla yapmaları sebebiyle, çelişkili bir ispat şeklinde zorlanmaları ve ispat şemalarının çok fazla gelişmemiş olması sebebiyle herhangi bir varsayımı örnekleri kullanarak ispatlama yolunu tercih ederler (Harel ve Sowder, 1998).
- Algısal kanıt şemalarında zihinsel imgeler aracılığıyla algısal gözlemler oluşur ancak bu algılardan ya da algıların bir araya gelmesiyle oluşan bu gözlemler dönüştürme özelliğine sahip değillerdir (Harel ve Sowder, 1998). Bu imgeler düşüncede gerçekleştirilebilen eylemlerin bir taklidini oluştursalar da fiilen gerçekleştirilmeden görselleştirilemezler (Piaget, 2013). Geometri öğretmenleri algısal kanıt şeması kullanan öğrencilere aşinadır çünkü bu tür öğrenciler problem çözümlerinde bir veya birkaç tane çizime bağlı olarak düşüncelerini savunup karşılarındakini ikna etmeye çalışırlar. Örneğin; ikizkenar bir yamuğun kenarlarının orta noktalarının birleşimiyle oluşan şeklin eşkenar bir dörtgen olduğunu savunan bir öğrenci, ispatında ikiz kenar yamuğu sürekli kareye benzer olarak çizer. Bununla birlikte aynı öğrenciye bir paralelkenarın orta noktalarının birleşimiyle oluşan şekil sorulduğunda yine paralelkenarı kareye benzer çizer ve Pisagor teoremini kullanarak oluşacak şeklin de kare olduğunu iddia eder. Her iki durumda da öğrencinin ispata yaklaşımı sezgiseldir ve şekle odaklıdır. Verilen dörtgenlerin sadece tek bir durumu ile ilgilenir (Harel ve Sowder, 1998). Yapılan çalışmalar incelendiğinde (Kitcher, 1984; Piaget, 1983; Steffe ve diğerleri, 1988) algısal kanıt şemalarının öğrencilerin içsel bir inanç kaynağı olduğu görülmüştür. Bu durum öğrencilerin eğitim süreçleri boyunca da önemli bir yere sahip olmaktadır (Harel ve Sowder, 1998).

Analitik kanıt şemalarında argümanlar geneldir ve örneklere dayanmak yerine matematikseldir (Flores, 2006). Varsayımlar mantıksal çıkarımlar yoluyla doğrulanır (Harel ve

Sowder, 1998). Matematik öğretmenleri gerekçelendirme türlerinin son noktası olarak muhtemelen analitik kanıt şemalarını görmektedirler (Sowder ve Harel, 1998). Analitik kanıt şemaları dönüşümsel kanıt şemaları ve aksiyomatik kanıt şemaları olmak üzere iki farklı kategoriden oluşmaktadır.

- Dönüşümsel kanıt şemalarında dönüşümsel gözlemler nesnelerle işlemleri ve bu işlemler sonucundaki tahminleri kapsar. İşlemler hedefe dönüktür. İşlemlerde değişim düşünülmeyip aynı kalması amaçlansa da herhangi bir değişiklikte gözlemci bu durumu tahmin eder ve değişikliğe bağlı gelişecek farklı durumları adapte ve telafi eder (Harel ve Sowder, 1998). Dönüşümsel kanıt şemalarında öğrenciler bir durumu genel hatlarıyla değerlendirir ve genel bir muhakeme yapar (Flores, 2006). Kanıtların içselleştirilmesi ve sembolik dönüşümler dönüşümsel ispat şemalarının önemli birer örnekleridir (Harel ve Sowder, 1998). Negatif tam sayıların çarpım kuralını açıklayan bir öğrenci negatif sembolünü bir şeyin tersini söylemenin farklı bir yolu olarak ifade etmiştir. (-5) x 6 işleminde önce 5 ve 6'nın çarpılması, sonuç olarak bulunan 30'un toplamaya göre tersinin alınması şeklinde açıklamıştır. Aynı şekilde (-5) x (-6) işlemini önce 5 ve 6'nın çarpılarak 30 bulunması sonra 30'un toplama işlemine göre tersinin alınarak (-30) bulunması ve tekrar tersi alınarak cevabın 30 olarak bulunması şeklinde açıklamıştır. Burada öğrenci sembolleri dönüşümsel olarak kullanmıştır (Flores, 2006). Öğrenciler herhangi bir problem çözümünde sürekli etkili olduğunu düşündükleri yaklaşımları ya da stratejileri kullanırlar. Kesirlerin karşılaştırılmasında 7/8 ve 8/9 kesrini karşılaştıran bir öğrenci bu kesirlerin bütüne yakınlığına bakar. Bütüne yakınlıkları 1/8 ve 1/9 olması sebebiyle 7/8'in 8/9'dan büyük olduğunu ifade eder. Bütüne yakınlık stratejisi öğrenci için içselleştirilmiştir ve etkili olduğu durumlarda kullanılır. Aynı öğrenciden 2/5 ve 2/7 kesirlerini ya da 5/11 ve 6/11 kesirlerini karşılaştırması istendiğinde bu yaklaşımı kullanmayı tercih etmez (Harel ve Sowder, 1998).
- Aksiyomatik kanıt şemaları, operasyonel düşünce, mantıksal çıkarım özellikleri ile birlikte herhangi bir ispatın tanımsız terimlerden ve aksiyomlardan başlayabilmesi ve bu durumun bireyin matematiksel gerçekliğini belirleyebilmesi özelliğine sahiptir (Harel, 2008a). Bu kanıt şemasında bir öğrenci, nokta ve çizgi gibi tanımlanmamış terimleri kullanarak kare ve daire arasında ilişki kurup ispat yoluna gidebilmektedir (Harel ve Sowder, 1998). Günümüz Öklid geometrisinde nokta ve doğru tanımsız olmakla birlikte iki noktadan bir doğru geçer ifadesi

varsayılmaktadır. Böyle bir sistemle çalışma konusunda sorun yaşamayan bir öğrenci aksiyomatik kanıt şemasını kullanmaktadır (Sowder ve Harel,1998). Aksiyomatik kanıt şemalarında yeni teoremlerin ispatları aksiyomlara ve yalnızca önceden kanıtlanmış teoremlere dayanır (Flores, 2006).

2.5.3. EGS'nin Öğretim İlkeleri: EGS tabanlı öğretimin üç temel ilkesi, kurucu unsuru bulunmaktadır. Bunlar; anlama ve düşünme yolları arasındaki sürekli ilişkiyi ifade eden etkileşim ilkesi, öğrencilerin entelektüel ihtiyaçlarını ifade eden gereklilik ilkesi ve bilginin edinilmesi, düzenlemesi ve saklanması sürecini ifade eden sorgulama ilkesinden oluşmaktadır. Bu üç ilke birbiriyle sıkı bir ilişki içerisindedir ve birbirlerinden ayrı düşünülmesi pedagojik olarak anlamlı olamamaktadır (Harel, 2008b).

2.5.3.1. Etkileşim İlkesi: Etkileşim ilkesi matematik derslerinin bilişsel hedefleri içerisinde anlama ve düşünme yollarının bilinçli ve titizlikle hazırlanmış bir parçası olarak yer almasını sağlamaktadır (Harel ve Sowder, 2005). Öğrenciler anlama yolları ortaya koyarak düşünme yollarını geliştirirken, düşünme yolları anlama yollarını etkilemektedir (Harel, 2008b).

Anlama yolları; tanımlar, varsayımlar, teoremler, problemler ve çözümler gibi ürünleri ifade ederken, düşünme yolları bu ürünlerin oluşturulma süreçlerinde kullanılan matematiksel uygulamaları göstermektedir. Deneysel akıl yürütme, buluşsal akıl yürütme, tümdengelimli akıl yürütme düşünme yollarına örnektir (Harel, 2013).

Bir zihinsel işlem için kişinin oluşturduğu anlama yolları düşünme biçiminin kalitesini etkilerken düşünme biçimleri de anlama yollarının kalitesini etkilemektedir (Harel, 2008). Bunun için bir eğitim müfredatı hazırlanırken öğrencilerin düşünme biçimleri kriter olarak ele alınmalıdır. Çünkü düşünme biçimleri öğrencinin neyi öğrenip öğrenemeyeceğini ve öğrendiklerinin kalitesini belirlemektedir. Ayrıca düşünme yollarının gelişimi için uzun vadeli hedefler belirlenmeli ve bu hedeflerin gerçekleştirilmesi için öğrencilerin ileri matematik öğrenmeleri beklenmeden ilk ve ortaokul matematiğinde yer verilmelidir (Harel, 2013).

2.5.3.2. Gereklilik İlkesi: EGS'de öğrenme; duygusal ve entelektüel tedirginliklerin hissedilmesi, hissedilen tedirginliklerin öğrenmenin ayrılmaz bir parçası olduğu ve bilginin sadece yeni yapıların inşasında değil öğrenmenin bir bileşeni olarak görüldüğü üç temel ilke etrafında tanımlanır (Harel, 2013).

Matematik müfredatında öğrencilerin entelektüel ihtiyaçlarına dönük eksikler bulunmaktadır. Öğrenciler kuralların uygulanmasını, bir ifadenin başka bir ifadeye dönüştürülmesini öğrenirken bu kuralların neden uygulandığı, bir ifadenin

dönüştürülmesindeki amacı ve hangi ifadenin diğerine göre daha anlamlı olduğunu öğrenmezler (Harel, 2008b).

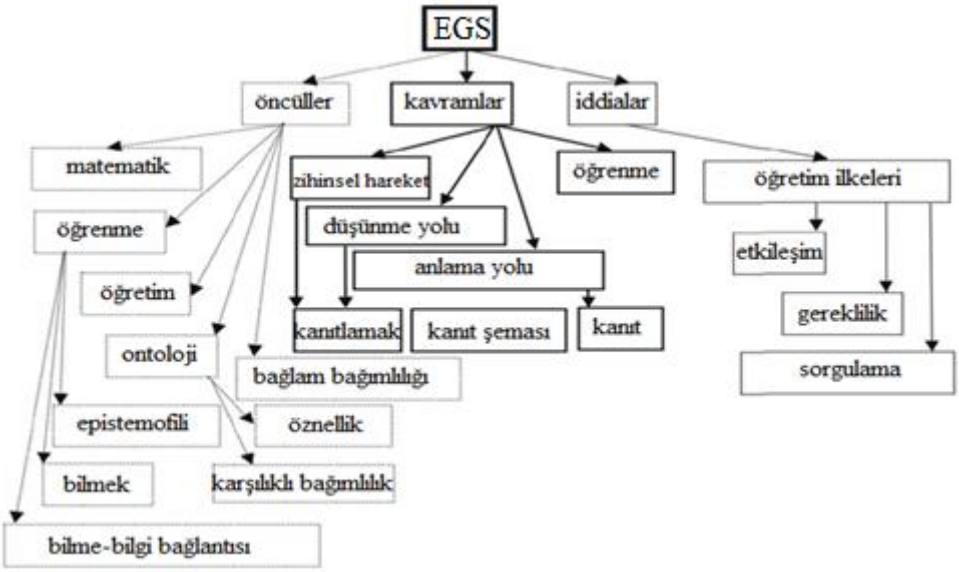
Müfredat geliştirmede gereklilik ilkesi sebebiyle öğrencilerin matematik problemlerinden yeni anlama ve düşünme yolları elde etmeleri amaçlanmalıdır ve öğrenciler amaçlanan bilginin entelektüel yararını görmelilerdir. Burada bahsedilen entelektüel kavramı entelektüel ihtiyaca atıf yapmaktadır. Entelektüel ihtiyaç ise öğrencinin bir bilginin neden ve nasıl ortaya çıktığına dair muhakemesi ile ilgilidir (Harel, 2013).

2.5.3.3. Sorgulama İlkesi: Öğrenciler için anlama ve düşünme yolları entelektüel birer ihtiyaçken hedeflenen bilgiyi zihinde tutmaları, organize etmeleri ve içselleştirmeleri de önemlidir. Bunun için öğrencilerin rutin problemlerle tekrarlar yapmaları yerine öğrencilerin üzerinde düşünüp sürekli muhakeme yapacakları, entelektüel ihtiyaçlarına cevap verecek problemlerle karşılaşmaları gerekmektedir. Bu durum sorgulama ilkesinin temelini oluşturmaktadır (Harel, 2008b).

EGS sisteminin genel yapısı Şekil 5'te özetlenmiştir:

Şekil 5

EGS sistemi (Harel, 2008b)



Bu çalışmada öğrencilerin problemlere ait çözümleri onların anlama yolları olarak değerlendirilmiştir. Kavram yanılgısına sahip olduğu düşünülen öğrencilerin problemlerin çözümünde kullandıkları yol ve yöntemler problem çözme stratejileri olarak, problem çözümlerini ispatlama yolları kanıt şemaları olarak, problemle ilgili düşünceleri ve inançları matematiksel inançları olarak belirlenmiştir.

2.5.4. EGS İle İlgili Yurt İçinde Yapılan Çalışmalar: Aydoğdu-İskenderoğlu (2003) 5., 6., 7., 8., ve 9. sınıf öğrencilerinin problem çözümlerinden nasıl emin olduklarını araştırmak amacıyla gerçekleştirdiği çalışmasında öğrencilerin kanıt şemalarını Sowder ve Harel'ın (1998) belirlediği şemalara göre analiz etmiştir. Öğrencilerin çoğunluğunun dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullandığı, deneysel kanıt şemalarını kullanan öğrencilerin örneğe dayalı kanıt şemalarını kullandığını tespit etmiştir. Analitik kanıt şemasını kullanan öğrenci sayısı ise çok azdır.

İskenderoğlu (2010) farklı sınıf düzeylerindeki ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kanıt şemalarını belirlemek ve sınıf düzeyine göre nasıl farklılaştığını görmek, öğretmen adaylarının kanıt ile ilgili görüşlerini belirlemek ve sınıf düzeylerine göre farklılıklarını belirlemek ve kanıt ile ilgili görüşleri ile fonksiyonlar konusunda kullandıkları kanıt şemalarının ilişkili olup olmadığını görmek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmasında kanıt şemalarını Harel ve Sowder 'ın (1998) belirlediği şemalara göre analiz etmiştir. Öğretmen adaylarının kanıta dair olumlu bir bakış açısı geliştirdikleri, sınıf düzeyi arttıkça analitik kanıt şemalarının kullanımın arttığı ve bazı maddeler çerçevesinde öğretmen adaylarının kanıta dair görüşleri ile fonksiyonlar konusunda yaptıkları kanıtlar şemaları arasında uyum olduğu gözlemlenmiştir.

Ursavaş (2014) biyoloji öğretmen adaylarının anlama ve düşünme yollarını belirlemek ve bu anlama ve düşünme yollarını bilimsel olanlarla değiştirmek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmiştir. Bu değişimi sağlamak için de beş haftalık EGS tabanlı bir öğretim planlamıştır. Öğretmen adaylarının yüzeysel, yetersiz, yanlış veya kavram yanılgılı anlama şekillerine sahipken en çok kullandıkları kanıt şeması dışsal kanıt şemaları olmuştur. Bununla birlikte öğretmen adayları biyoloji alanıyla ilgili olarak yeni bir kanıt şeması olan "tecrübeye dayalı" savunma şemasını kullanmışlardır.

Kabael ve Kızıltoprak (2014) 6. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel bir problem ile ilgili anlama ve düşünme yollarının EGS çerçevesinde incelenmesi amacıyla bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada öğrencilerin yedisinin problemi çözmek için plan yapmak yerine anahtar kelime bulma yolunu seçtikleri, bu durum işe yaramadığında ise deneme yanılma stratejisini kullandıkları görülmüştür. Diğer üç öğrencinin ise probleme dair ilişkileri anlamaları ve problemi çözmeleri sebebiyle niceliksel bir düşünme biçimine sahip oldukları belirlenmiştir.

Kabael ve diğerleri (2014) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının anlama ve düşünme yolları ile pedagojik yaklaşımları arasındaki ilişkiyi EGS çerçevesinde incelemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Öğretmen adaylarının iki farklı düşünme şekline sahip oldukları görülmüştür. Birinci düşünme şekline sahip olanlar problem çözümünde

niceliksel ilişkiler, denem yanılma ve örüntü arayarak problemleri çözerken diğer düşünme şekline sahip olan öğretmen adayları önceden bildikleri matematik bilgileri, formüller, tanım ve kavramları kullanarak problem çözümlerini gerçekleştirmişlerdir. Öğretmen adaylarının düşünme biçimlerinin ve ispat şemalarının pedagojik süreçlerinde etkili olduğu görülmüştür.

Yıldız (2016) EGS tabanlı öğretimin 8. sınıf ve 9. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistik ile ilgili anlama ve düşünme yollarına etkisini ortaya çıkarmak amacıyla bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışma sonucunda EGS tabanlı öğretim yapılan öğrencilerin farklı anlama yolları ve problem çözme stratejileri ortaya koyduğu ve analitik kanıt şemalarını kontrol grubu öğrencilerine göre daha fazla kullandıkları tespit edilmiştir.

Çontay (2017) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının ispat şemalarının neler olduğu, bu ispat şemalarını nasıl kullandıkları ve ispat şemalarındaki farklılıkları ortaya koymak amacıyla bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmasında öğretmen adaylarının ispat şemalarını sınıflandırmak için Sowder ve Harel'ın (1998) belirledikleri şemalar esas alınmıştır. Öğretmen adaylarının en çok dışsal kanıt şemalarını, en az ise deneysel kanıt şemalarını kullandıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının ispatları doğru bir şekilde yapamamalarının kaynağı dışsal kanıt şemasına sahip olmaları ile aynı durumları sağlamaktadır. Öğretmen adayları yüzeysel ve ezberlenmiş düşüncelerle kanıtlarını oluşturmuşlardır.

Subaşı ve Özay-Köse (2017) fen bilimleri dersinde EGS tabanlı öğretimin üstün yetenekli öğrencilerin anlama ve düşünme şekillerine etkisini belirlemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada EGS tabanlı öğretimin gerçekleşmesi ile birlikte anlama şekillerinin daha bilimsel seviyeye ulaştığı, düşünme yollarının sistem temelli olduğu, analitik ve çok boyutlu düşünmenin geliştiği görülmüştür.

Demir (2019) 10. sınıf öğrencilerinin çember konusundaki anlama ve düşünme yollarını EGS çerçevesinde incelenmesini amaçlayan bir çalışma gerçekleştirmiştir. Öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme yollarını kullandıkları tespit edilmiştir.

Toprak (2019) 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin düşünme yollarının ve düşünme yolları ile problemin bağlamı arasında bir ilişkinin(varsa) incelenmesini amaçladığı bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmada düşünme yollarının incelenmesinde EGS teorik çerçevesi kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin zihinsel eylem düzeylerinin farklı olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte kanıt şemalarında ve matematiğe dair inanışlarında farklılıkların olduğu gözlemlenmiştir.

Kubanc (2022) ilkokul öğrencilerinin dört işlem problemleri ilgili kanıt şemalarını incelemek amacıyla gerçekleştirdiği çalışmasında Harel ve Sowder'ın (1998) oluşturmuş oldukları ispat şemaları kategorilerini kullanmıştır. İlkokul öğrencilerinin daha çok dışsal kanıt

şemalarını kullandıkları belirlenmiştir. 1. sınıf öğrencileri otoriter kanıt şemasını kullanırken 2. ve 3. sınıf öğrencileri alışkanlık edinilmiş kanıt şemasını kullandıkları tespit edilmiştir.

Akıncı ve Kurttekin (2023) matematik öğretmenlerinin kanıt şemalarını belirlemek amacıyla gerçekleştirdiği çalışmasında kanıt şemalarının sınıflandırılmasında Harel ve Sowder'ın belirlemiş olduğu kategorileri kullanmıştır. Öğretmenler bazı ispatlarında birden fazla kanıt şeması kullanırken en çok kullandıkları kanıt şeması analitik kanıt şeması olmuştur.

2.5.5. EGS İle İlgili Yurt Dışında Yapılan Çalışmalar: Flores (2002) matematik yöntemleri dersini alan öğretmen adaylarının ilkokul öğrencileri ile görüşmeler gerçekleştirerek öğrencilerin kanıt şemalarını belirlemeyi amaçladığı bir çalışma gerçekleştirmiştir. Öğrencilerle yapılan görüşmelere bağlı olarak kanıt şemaları sınıflandırıldığında bu şemaların Sowder ve Harel'ın (1998) belirledikleri kanıt şemaları ile uyum sağladığı görülmüştür. Öğretmen adaylarının öğrencilerin kullandıkları yöntemlerden etkilendikleri görülmüştür. Bununla birlikte öğrencilerin matematik ile ilgili bildikleri hakkında doğru olma sebebi sorulduğunda şaşırdıkları ve bu durumu genelde öğretmen, anne-baba, kitap, kardeş gibi dış unsurlara bağladıkları görülmüştür. Bununla birlikte üst sınıf öğrencilerin basit sayı işlemlerinde kendi yöntemlerini kullanırken işlemler karmaşıklaştıkça bu yöntemlerin etkisini yitirdiği gelişim gösteremediği görülmüştür.

Flores (2006) öğretmen adayları ile ortaokul öğrencilerinin görüşmeler yaparak öğrencilerin son zamanlarda matematik ile ilgili ne öğrendikleri ve bu öğrendiklerinin doğru olduğunu nasıl belirlediklerini ortaya çıkarmayı amaçlayan bir çalışma gerçekleştirmiştir. Öğrencilerin Sowder ve Harel'ın (1998) belirlediği kanıt şemalarına uygun olarak dışsal, deneysel ve analitik kanıt şemalarını kullandıkları görülmüştür. Bazı öğrenciler herhangi bir kanıt sunmazken bazıları bir soru için birden fazla kanıt şeması oluşturdukları belirlenmiştir. Öğrencilerin genel olarak düşüncelerini açıklamakta zorlandıkları ve son zamanlarda öğrendiklerini hatırlamakta güçlük çektikleri görülmüştür.

Maskiewicz (2006) EGS tabanlı matematik öğretiminin biyoloji öğretimine uygulanabilirliğini belirlemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmiştir. Öğrencilerin anlama ve düşünme yolları belirlenip, temel alınarak bir öğretim modeli oluşturulmuş ve on haftalık bir süreçte 16 üniversite birinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmada EGS tabanlı öğretimin biyoloji öğretimine uygulanabileceği belirlenmiştir. Öğrencilerin anlama yollarının gelişiminin akıl yürütmelerinin gelişimini sağladığı görülürken, kullanılan iyi yapılandırılmış problemlerin biyolojiye dönük bir bakış açısı geliştirmelerine yardımcı olduğu tespit edilmiştir.

Harel ve Koichu (2010) bir matematik öğretmeni ile gerçekleşen ve öğretmenden çözümü 4/5 bölü 2/3 işleminin sonucu olan bir sözel problem oluşturmasının istendiği bir

çalışma gerçekleştirerek EGS'de öğrenmenin tanımını açıklamayı amaçlamışlardır. Öğretmenle gerçekleştirilen üç farklı zamanlardaki görüşmelerde öğretmenin oluşturduğu problemin pedagojik ve öğretimsel açıdan gelişim gösterdiği tespit edilmiştir.

Harel (2013) müfredat geliştirmede teorik bir alt yapı olarak EGS teorik çerçevesini tanıtmak, karmaşık sayılar konusuna uygun bir müfredat örneği vermek ve EGS'nin "Matematiksel Uygulama Standartları'nda belirtilen düşünme yollarını geliştirmenin bir örneği olabileceğini göstermek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmiştir. Karmaşık sayılar ünitesi üniversiteye gidecek lise öğrencileri için tasarlanmıştır. Karmaşık sayılar ünitesi, hizmet içi ve öğretmen adayı olan ortaöğretim matematik öğretmeniyle üç öğretim deneyiyle geçerliliği sorgulanmıştır. Üniteni tasarımı karmaşık sayıların tarihsel gelişimi göz önünde bulundurularak hazırlanmıştır. Tasarlanan müfredatta EGS'nin öğretim ilkeleri olan etkileşim, gereklilik ve sorgulama ilkeleri temel alınmıştır.

Rabin ve diğerleri (2013) negatif tam sayıların kuvvetlerinin anlatıldığı bir sınıfta dersin bir bölümünü EGS çerçevesinde incelemek ve farklı bir bilişsel analizle karşılaştırmak amacıyla bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada öğrencilerin tam sayıların çarpımlarında ve üslü ifadeler ile ilgili verilen kuralları kabullenmedikleri, kendi yöntemlerini kullanmakta ısrar ettikleri görülmüştür. Bu ise öğrencilerin entelektüel ihtiyaçlarına karşılık vermeyen öğretim yöntemlerinin öğrenciler üzerinde etkili olmadığını göstermektedir. Bununla birlikte bu çalışma, öğretmenlerin matematiğe dair klasik yöntemler ile pedagojik yöntemler arasındaki sınırı fark edebilmelerine katkı sağlanmıştır. Öğretmenlerin bazı iddiaları doğrulayabilmek için standartlaşmış matematiksel ifadeler kullandıkları ve bu ifadelerin öğrencilere anlamlı gelmediği ve öğrencileri ikna edemediği tespit edilmiştir.

Soto, Siy ve Harel (2022) bir lise öğretmenin ayrık matematik dersinde kombinatorik konusunu EGS tabanlı olarak anlatımını incelemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Öğrencilerin düşünme yollarını ve bu düşünme yollarını ortaya çıkaracak uygulamaları incelemek amaçlanmıştır. 12. sınıf düzeyinde 36 öğrenci ile gerçekleştirilen çalışmada "domino" ve "el sıkışma" isimli iki farklı sayma problemi kullanılmıştır. Bu iki problemle ilgili sınıf içerisinde gerçekleşen tartışmalar ve küme hedefli düşünme şeklinin gelişimi için oluşturan düşünme yolları incelenmiştir. Ders öğretmeninin öğrencilerin entelektüel ihtiyaçlarını anlayıp öğretimi bunun üzerine kurgulayarak öğrencilerim ortak bir tecrübe yaşamalarını ve matematiksel düşüncelerin anlaşılmasını sağladığı belirlenmiştir. Öğrencilerin EGS tabanlı öğretimle anlama ve düşünme yollarında değişikliklerin gerçekleştiği ve başarılı bir öğretim uygulaması olduğu görülmüştür.

3. BÖLÜM
YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, veri toplama süreci ve veri analizi detaylı bir şekilde, sırası ile açıklanacaktır.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bir araştırmada içerisinde yer aldığı içerikle kesin sınırları olmayan güncel bir durumun gerçek yaşamda, çoklu veri kaynaklarından veri toplanması yöntemiyle çalışılması bu araştırmanın yönteminin durum çalışması olduğunun göstergesidir (Yin, 1984). Durum çalışması diğer araştırma yöntemlerinden 'neden' ve 'nasıl' sorularına cevap araması ve detaylı bir inceleme gerektirmesi sebebiyle ayrılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Öğrencilerin kavram yanılgılarının EGS teorisi çerçevesinde incelenmesi öğrencilerden elde edilen dokümanlar ve öğrencilerle yapılan görüşmelerle sağlandığı için bu çalışmanın deseni bir durum çalışmasıdır. Bu araştırmada öğrencilerin rasyonel sayılar alt öğrenme alanında sahip oldukları kavram yanılgıları ortaya çıkarılmakla birlikte bu kavram yanılgılarının 'nasıl' ve 'neden' oluştuğu da öğrencilerin anlama ve düşünme yolları irdelenerek detaylı bir şekilde ortaya koyulmuştur.

Creswell (2020) bir durum çalışmasındaki analiz biriminin tek bir durum (tek mekânlı çalışma) ya da birden çok durum (çok mekânlı çalışma) olabileceğini belirtmiştir. Bu çalışma araştırmacının görev yaptığı okulda matematik dersine girdiği 7. sınıf öğrencilerinin analiz birimi olarak ele alınması sebebiyle bütüncül tekli durum çalışması olarak nitelendirilebilir.

3.2. Çalışma Grubu

Nitel araştırmalarda örneklemin belirlenmesi sürecinde araştırmacının temel düşüncesi örneklemin büyüklüğü ve araştırmanın bir evrene genellenmesi değil, örneklemin temsil ettiği durumların çeşitliliğine bağlı olarak araştırmanın her açıdan detaylandırılabilmesidir (Le Compte ve Goetz, 1982). Dolayısıyla nitel bir araştırmada örneklem grupları küçük olarak belirlenmeli ve amaçlı bir şekilde seçilmelidir (Çepni, 2012). Çünkü amaçlı örnekleme çok çeşitli veriye sahip olduğu düşünülen olgu ve durumların detaylı bir şekilde incelenmesine imkân sağlamaktadır (Patton, 1987).

Bu araştırmada çalışma grubu belirlenirken amaçlı örnekleme yöntemlerinden uygun örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Çalışmanın katılımcılarını araştırmacının görev yaptığı okulda 2022-2023 eğitim öğretim yılında matematik dersine girdiği iki şubenin 7. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Araştırma, gerekli tüm izinler alındıktan sonra gönüllülük esasına göre katılım sağlamak isteyen 6'sı pilot uygulamaya 36'sı esas uygulamaya katılan bu iki şubenin öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın 7. sınıf öğrencileri ile yapılmasının

sebeplerinden biri öğrencilerin bulundukları sınıf düzeyi itibari ile LGS'ye girmeyecek olmalarıdır. LGS çalışma sürecinin yoğun olması sebebi ile 8. sınıf öğrencilerinin araştırmaya katkı sağlamakta zorlanabileceği düşünülmüştür. Bir diğer sebep ise 7. sınıf öğrencilerinin kanıt şemalarının bulundukları yaş grubu itibari ile alt sınıf düzeylerine göre daha fazla gelişim göstermiş olabileceği düşüncesidir.

Araştırmanın esas uygulamasına katılan otuz altı öğrenciye kavram yanılgısı testi uygulanmıştır. Öğrencilerin testteki sorulara verdikleri cevaplar hazırlanan rubriğe göre değerlendirilerek anlama yolları belirlenmiştir (EK 3). Rubriğe bağlı olarak kavram yanılgılı anlama yollarına sahip olabilecek öğrenciler tespit edilmiştir. Bununla birlikte esas uygulamaya katılan otuz altı öğrencinin birinci dönem matematik ders notları eşit aralıklı üç gruba ayrılarak öğrenciler birinci dönem notlarına göre bu gruplara yerleştirilmiştir (Tablo 1). Her bir soru için her not aralığından kavram yanılgılı anlama yoluna sahip olabileceği belirlenen üç öğrenci seçilerek bu öğrencilerle klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bir soru için bir not aralığındaki öğrencilerden kavram yanılgılı anlama yolu olabileceği belirlenen bir öğrenci yoksa görüşme yapılacak öğrenci bir üst not aralığından belirlenmiştir. Araştırmaya katılan öğrencilerin birinci dönem matematik dersi not aralıkları Tablo 1'de verilmiştir. Öğrencilerin isimleri yerine her bir öğrenci için Ö1, Ö2… şeklinde kodlar kullanılmıştır.

Tablo 1

Çalışmaya katılan öğrencilerin not ortalamaları aralığı

Not Aralığı	**Öğrenciler**
51,11- 67,40	**3** (Ö2, Ö10, Ö35)
67,41- 83,70	**9** (Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö8, Ö19, Ö21, Ö32, Ö34)
83,71-100	**24** (Ö6, Ö7, Ö9, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö20, Ö22, Ö23, Ö24, Ö25, Ö26, Ö27, Ö28, Ö29, Ö30, Ö31, Ö33, Ö36)

Her bir soru için seçilen dokuz öğrenci ile görüşmeler okul kütüphanesinde ya da uygun bir sınıfta gerçekleştirilmiştir.

3.3. Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada veri toplama süreci "Rasyonel Sayılar Kavram Yanılgısı Testi", "Rasyonel Sayılar Kavram Yanılgısı Testi Rubriği" ve klinik görüşmelerle gerçekleştirilmiştir. Aşağıda üç veri toplama aracı detaylı olarak anlatılmıştır.

3.3.1. Rasyonel Sayılar Kavram Yanılgısı Testi: Kavram yanılgısı testinin soruları 7. sınıf sayılar ve işlemler öğrenme alanı, rasyonel sayılar alt öğrenme alanının dört kazanımına bağlı olarak hazırlanmıştır. Öğrencilerin rasyonel sayılar konusunda sahip oldukları kavram yanılgılarının ve düşünme yollarının daha iyi görülebilmesi için açık uçlu olarak hazırlanmıştır. Testte kullanılan sorular MEB Bursa Ölçme Değerlendirme Merkezi'nin yayınlamış olduğu "Matematik 7. Sınıf 2. Çalışma Föyü (2021)"nden seçilen ve araştırmacının hazırlamış olduğu beş sorudan oluşmaktadır. Testte bulunan soruların soru cümlelerinde "Sebebi ile birlikte açıklayınız." ifadesine yer verilerek öğrencilerin daha detaylı bir çözüm yapmaları istenmiştir. Bu sorular rasyonel sayılarla ilgili literatürde bulunan kavram yanılgıları doğrultusunda seçilmiştir. Sorularda karşılaşılabilecek kavram yanılgıları Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2

Testte kullanılan sorulardaki muhtemel kavram yanılgıları

Soru	Muhtemel Kavram Yanılgıları
1	Modeli verilen bir rasyonel sayı a/b şeklinde ifade edilirken modelin eş parçalara bölünüp bölünmediğine dikkat etme (Duran Uzun ve Koparan, 2020). Farklı geometrik şekiller eş parçalara bölündüğünde, şekil alışılmışın dışında olduğu için rasyonel sayı ifade etmediğini düşünme (Duran Uzun ve Koparan, 2020).
2	$\frac{a}{b}$ ifadesindeki a payda, b paydır (Alkan, 2009). Rasyonel sayıları oluştururken 0/0 veya a/0'ı rasyonel sayı olarak kabul etme (Alkan, 2009). Pozitif ve negatif rasyonel sayıları sıralayabilmek için payda eşitleme ve sonrasında negatif rasyonel sayılar da pozitifmiş gibi düşünülerek sıralama yapma (Zengin, 2013). Pozitif ve negatif rasyonel sayılar sıralanırken negatif sayıları her zaman pozitif sayılardan küçük olacak şekilde yerleştirme ve daha sonra rasyonel sayıları pay ve paydayı oluşturan sayıların büyüklüğüne göre sıralama (Zengin, 2013).
3	Rasyonel sayıları sayı doğrusu üzerinde gösterirken bütünü farklı büyüklükte parçalara ayırma (Zengin, 2013). Bütünü parçalara ayırırken paydadaki sayı kadar nokta yerleştirileceğini düşünme ve bütünü olması gerekenden bir tane fazla parçaya ayırma (Zengin, 2013). Negatif rasyonel sayılar sayı doğrusuna yerleştirilirken sayı doğrusunda yer alacak olan negatif tam sayılar soldan sağa doğru –1, –2, –3, ... şeklinde yerleştirilir (Zengin, 2013).

4	$\frac{a}{b}$ ifadesindeki a payda, b paydır. Ondalık kesirleri, büyüklüğünü, küçüklüğünü, karşılaştırılmasını, basamak değerini, virgülün anlamını kavrayamama (Yavuz-Mumcu, 2015). Rasyonel sayıları devirli ondalık gösterime dönüştürürken devreden kısmın uzun olamayacağını düşünme ve bölme işlemini devam ettirememe (Baki ve Aydın- Güç, 2014).
5	Ondalık kesirleri, büyüklüğünü, küçüklüğünü, karşılaştırılmasını, basamak değerini, virgülün anlamını kavrayamama (Yavuz-Mumcu, 2015).

Çalışmada kavram yanılgısına sahip öğrencilerin anlama ve düşünme yollarının ortaya çıkarılması amaçlandığından kazanım odaklı soruların yanında öğrencilerin farklı problem çözme stratejileri kullanılabilecekleri, muhakeme güçlerini ortaya çıkarabilecekleri, yaşamla bağlantılı sorulara da yer verilmiştir.

Hazırlanan kavram yanılgısı testinin geçerliği ve güvenirliğinin sağlanması için test öncelikle uzman görüşüne sunulmuş ve üç uzmanın görüşü alınmıştır. Uzman görüşlerine bağlı olarak sorular düzenlenmiştir.

Testte bulunan birinci soru "Rasyonel sayıları tanır ve sayı doğrusunda gösterir." kazanımına uygun olarak hazırlanmıştır. Katılımcılardan verilen üç farklı modeli rasyonel sayı olarak ifade etmeleri, ifade edemeyeceklerini düşündükleri model var ise sebebi ile birlikte açıklamaları beklenmektedir. Soruda bulunan ikinci şekil eş parçalara bölünmediği için bir rasyonel sayı oluşturmamaktadır.

İkinci soru "Rasyonel sayıları tanır ve sayı doğrusunda gösterir." ve "Rasyonel sayıları sıralar ve karşılaştırır." kazanımlarına uygun olarak hazırlanmıştır. Katılımcılardan sorunun ilk kısmında verilen tam sayıları kullanarak rasyonel sayı oluşturmaları beklenmektedir. Verilen tam sayılar içerisinde bulunan sıfırın rasyonel sayı oluşturmada pay ya da paydada kullanılma durumu önem taşımaktadır. Problemin ikinci kısmında öğrencinin oluşturduğu rasyonel sayıları karşılaştırıp sıralaması beklenmektedir.

Üçüncü soru "Rasyonel sayıları tanır ve sayı doğrusunda gösterir." kazanımına uygun olarak hazırlanmıştır. Katılımcılardan soruda verilen rasyonel sayıları sayı doğrusunda göstermeleri beklenmektedir.

Dördüncü soru "Devirli olan ve olmayan ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak ifade eder." kazanımına uygun olarak hazırlanmıştır. Katılımcılardan sorunun çözümünü ondalık

gösterim olarak ifade etmeleri istenmektedir. Öğrencinin burada sonucun devirli bir ondalık gösterim olduğunu görmesi beklenmektedir.

Beşinci soru "Rasyonel sayıları ondalık gösterimle ifade eder." ve "Rasyonel sayıları sıralar ve karşılaştırır." kazanımına uygun olarak seçilmiştir. Katılımcılardan ondalık gösterim ve kesir olarak verilen iki sayıyı karşılaştırması beklenmektedir. Öğrencinin karşılaştırma sonucunda muhakeme gücünü kullanarak bir karar vermeleri beklenmektedir.

"Rasyonel Sayılar Kavram Yanılgısı Testi" nin öğrencilere bir ders saati (40 dakika) süre verilerek cevaplandırmaları istenmiştir (EK 1). Uygulama öncesinde araştırmacı tarafından gerekli açıklamalar yapılarak öğrencilerin soruları heyecanlanmadan, testi daha açıklayıcı bir şekilde çözmeleri sağlanmıştır.

3.3.2. Rasyonel Sayılar Kavram Yanılgısı Testi Rubriği: Esas uygulamaya katılan otuz altı öğrenciye rasyonel sayılar kavram yanılgısı testi uygulandıktan sonra testteki sorulara verdikleri cevaplar (anlama yolları) rasyonel sayılar kavram yanılgısı testi rubriği ile değerlendirilmiştir (EK 3). Bu değerlendirme ile anlama yolları kavram yanılgılı olabilecek öğrenciler belirlenmiştir.

Araştırmacı tarafından hazırlanan rubrik, kavram yanılgısı testindeki soruların doğru cevaplarından ve her sorudaki muhtemel kavram yanılgılarından oluşmaktadır. Bu kavram yanılgıları literatürdeki kavram yanılgılarından oluşmaktadır ve Tablo 2'de verilmiştir. Rubrikte her sorunun doğru cevabı 1 puan ile yanlış ya da boş cevaplar 0 puan ile değerlendirilmiştir. Ancak buradaki puanlama bir toplam puan oluşturmak veya karşılaştırma yapmak amacıyla değil, doğru ve yanlış cevapları ayırt etmek için kullanılmıştır. Öğrencilerin 0 puanla değerlendirilen yanlış cevapları, rubrikte bulunan kavram yanılgıları doğrultusunda incelenerek kavram yanılgılı olabilecek cevaplar (anlama yolları) belirlenmiştir.

3.3.3. Klinik Görüşmeler: Esnek soru sorma yöntemi olan klinik görüşmeler, çocukların düşünce çeşitliliklerini ortaya çıkarmak, bilişsel kabiliyetlerini ölçmek için ilk kez Piaget tarafından psikolojik çalışmalarda kullanılmıştır (Karataş ve Güven, 2003).

Klinik görüşmeler matematik eğitimi alanında özellikle öğrencilerin düşünme süreçlerini inceleyen çalışmalarda sıkça kullanılmaktadır (İskenderoğlu, 2010). Matematik araştırmalarında klinik görüşmeler; öğrencilerin problem çözme stratejilerini ortaya çıkararak matematiksel davranışlarını gözlemleme ve bu gözlemle birlikte matematiksel anlamalarını, bilişsel süreçlerini ve bu süreçte meydana gelen duyuşsal değişimleri ile ilgili durumları belirleyebilmek amacıyla kullanılmaktadır (Goldin, 1997). Ayrıca klinik görüşmelerle öğrencilerin kavram yanılgıları, bilgi eksikleri, matematik bilgilerini sözlü ve yazılı olarak nasıl ifade edebildikleri görülebilmektedir (İskenderoğlu, 2010). Öğrencilerinin hatalarının ve

yanılgılarının tespit edilmesi ve zorlandığı kısımların anlaşılmasında klinik görüşmeler fayda sağlamaktadır (Karataş ve Güven, 2003).

Bu çalışmada öğrencilerin bir problem üzerinde sahip olduğu kavram yanılgılarının belirlenebilmesi, kavram yanılgısına sahip olan öğrencilerin anlama ve düşünme yollarının ortaya çıkarılıp derinlemesine incelenmesi için klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Klinik görüşmeler öncesinde yarı yapılandırılmış bir görüşme formu hazırlanmıştır. Bu görüşme formu öğrencilerin problem çözme stratejilerini, kavram yanılgılarını, problem ile ilgili kanıt şemalarını ve matematiksel inançlarını ortaya çıkaracak sorulardan oluşmaktadır (EK 2). Her bir soru için bu sorular ayrıca düzenlenmiştir. Öğrencilerin "Problemi çözerken nasıl bir yol izledin?", "Problemi farklı bir yol ile çözebilir miydin?" gibi sorularla problem çözme stratejilerini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Öğrencilere "Problem çözümünün doğru olduğunu düşünüyor musun?" sorusu yöneltilmiş ve sonrasında öğrenciye birkaç farklı örnek soru sorularak o sorunun çözümünde de aynı hatayı yapıp yapmadığı belirlenerek varsa kavram yanılgıları ortaya çıkarılmıştır. Öğrencilerin kanıt şemalarını belirlemek için "Çözümünün bu şekilde olacağına nasıl karar verdin?" "Neden bu şekilde bir çözüm yaptın?" gibi sorular sorulmuştur. Öğrencilerin çözdükleri problem ile ilgili matematiksel inançlarını ortaya çıkarabilmek için "Bu problem ve çözüm süreci sana neler hissettirdi?", "Zorlandığın kısımlar oldu mu? Olduysa açıklayabilir misin?" gibi sorular sorulmuştur. Bununla birlikte görüşme sürecinde öğrencilere cevaplarına bağlı olarak hazırlanan sorular dışında sorular da yöneltilmiştir. Pilot uygulamada öğrencilerle yapılan görüşmeler doğrultusunda görüşme sorularında düzeltmeler yapılmıştır.

Öğrencilerin kavram yanılgısı testi sonuçları değerlendirildikten sonra her bir soru için anlama yolu kavram yanılgılı olabilecek öğrenciler kavram yanılgısı testi rubriğine bağlı olarak tespit edilmiştir. Araştırmacının öğrencilere uygulanan kavram yanılgısı testini rubriğe bağlı olarak değerlendirme süresi ve ara tatil sebebiyle kavram yanılgısı testinin uygulanmasından yaklaşık bir ay sonra belirlenen öğrencilerle klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

3.3.4. Veri Toplama Araçlarının Geçerlik ve Güvenirliği: Bu araştırmada veri toplamak için kullanılan "Rasyonel Sayılar Kavram Yanılgısı Testi" ve klinik görüşmelerde kullanılan görüşme sorularının hazırlanma sürecinde 6 öğrenci ile pilot uygulama gerçekleştirilmiş ve test ile görüşme sorularına ilişkin matematik eğitimi alanında yüksek lisans derecesine sahip bir öğretmen ve doktora derecesine sahip iki öğretim üyesinin görüşleri alınmıştır. Yapılan pilot uygulama ve uzmanların görüşleri doğrultusunda sorularda değişikliğe gidilerek araştırma sorularının amacına uygun veri toplama araçlarının kullanılması sağlanmıştır. Bununla birlikte görüşme sürecinde öğrencilere verdikleri cevaplara bağlı olarak

daha detaylı incelemeyi sağlayacak ek sorular yöneltilmiştir. Araştırmada öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak için öğrencilere kavram yanılgısı testi uygulanmış, elde edilen dokümanlar rubrikle analiz edilmiş; elde edilen verilerin teyidi ve zenginleştirilmesi için öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Böylece çeşitleme (üçgenleme) sağlanarak araştırmanın inandırıcılığının artırılması amaçlanmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bununla birlikte öğrencilerle yapılan görüşmeler video kayıt altına alınmıştır. Video kayıt altına alınan bu görüşmeler metne dönüştürülürken her bir satır numaralandırılmış ve çalışmada öğrenci görüşleri ile birlikte verilmiştir. Tüm bu durumlar veri toplama araçlarının iç geçerliği ve dış geçerliğini sağlayan faktörlerdendir (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Nitel araştırmalarda insan davranışları sürekli değişkenlik gösterdiği için dış güvenirliği (tekrar edilebilirlik) sağlamak pek mümkün değildir ancak bunun için önlemler alınabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu önlemler doğrultusunda bu araştırmanın kavramsal çerçevesinin, araştırmacının araştırmadaki rolünün, çalışma grubunun özelliklerinin, kullanılan veri toplama araçlarının, veri toplama ve analiz sürecinin detaylı bir şekilde anlatılması dış geçerliği sağlamakta önemli etkenler olmuştur. Araştırmanın iç güvenirliğinin sağlanabilmesi için de üç uzman görüşüne başvurulmuş, doküman inceleme yoluyla elde edilen veriler öğrencilerle yapılan görüşmelerle teyit edilmiş, bulgular bölümünde doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

3.3.5. Araştırmacının Rolü: Nitel araştırmalarda araştırmacının rolü nicel araştırmalara göre farklılık göstermektedir. Nitel araştırmalarda araştırmacı, veri kaynaklarına yakın olma, olgu ya da durum ile ilişkili kişilerle görüşme, gözlem yapma, dokümanları inceleme, ilgili olgu ya da durumu ayrıntılı tanıma ve anlama gibi görevler üstlenmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu araştırmada araştırmacı, çalışma grubunda bulunan öğrencilerin matematik derslerine girmektedir. Bununla birlikte araştırmacı araştırma sürecinde pilot ve esas uygulamayı, klinik görüşmeleri gerçekleştirmiştir. Araştırmacının bu süreçte çalışma grubuna yakın olması onun nesnel bakış açısını etkilememekle birlikte öğrencilerin soruları daha içten ve samimi olarak cevaplandırmalarını sağlamıştır. Kavram yanılgısı testinin uygulanması ve klinik mülakatların gerçekleştirilmesi sürecinde araştırmacı tarafından öğrenciler herhangi bir şekilde yönlendirilmemiştir. Öğrenciler açık uçlu problemleri ve görüşme sorularını istedikleri gibi cevaplandırmışlardır.

3.4. Veri Toplama Süreci

Araştırmanın veri toplama süreci pilot uygulama ve esas uygulama alt başlıkları altında aşağıda belirtilmiştir.

3.4.1. Pilot Uygulama: Araştırmanın pilot uygulaması için; araştırmacının dersine girdiği iki yedinci sınıf düzeyindeki şubede rasyonel sayılar konusu öğretimi tamamlandıktan sonra bir kazanım kavrama testi uygulanmıştır. Bu testten yüksek başarı gösteren iki öğrenci, orta başarı gösteren iki öğrenci ve düşük başarı gösteren iki öğrenci olmak üzere toplam 6 öğrenci ile pilot uygulama gerçekleştirilmiştir. Bu öğrenciler esas uygulamaya dahil edilmemiştir. Düşük, orta, yüksek başarılı olan birer öğrenciye kavram yanılgısı testi ilk kez klinik görüşme ile uygulanmıştır. Klinik görüşme sürecinde öğrencilerin problemleri çözmeleri istenmiş ve her bir problemin çözümünde öğrencilere sorular yöneltilerek anlama ve düşünme yolları ortaya çıkarılmıştır. Diğer üç öğrenciden ise öncelikle belirli bir süre verilerek kavram yanılgısı testini çözmeleri istenmiştir. Sonrasında öğrencilerin kağıtları incelenerek anlama yolları belirlenmiş, aynı hafta içerisinde klinik görüşme ile öğrencilerin düşünme yolları ortaya çıkarılmıştır. Burada iki farklı uygulamanın yapılma amacı hangi veri toplama yönteminin öğrencilerin anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmada etkili olacağını görebilmektir. Öğrencilerin önce testi çözmesi ve ardından görüşme yapılmasının veri toplama sürecinin daha etkili yürütülmesini sağladığı görülmüştür. Bu nedenle pilot uygulama sonucunda esas uygulamanın, kavram yanılgısı testinin öncelikle öğrencilere belirli bir zaman aralığı verilip çözdürülüp, anlama yolları belirlenip, kavram yanılgısına sahip olabilecek öğrencilerin tespiti sonrasında bu öğrencilerle klinik görüşmeler yapılması şeklinde olmasının uygun olduğuna karar verilmiştir.

3.4.2. Esas Uygulama: Araştırmacının dersine girdiği iki 7. sınıf şubesinde çalışmaya gönüllü olarak katılan 36 öğrenciye rasyonel sayılar kavram yanılgısı testi uygulanmıştır. Öğrencilere test uygulanmadan önce testte verecekleri cevapların not ile değerlendirilmeyeceği, okul başarısına herhangi bir etkisinin olmayacağı ifade edilmiştir. Kavram yanılgısı testi uygulandıktan sonra her bir öğrencinin anlama yolları ve anlama yolları kavram yanılgılı olabilecek öğrenciler hazırlanan rubrik ile belirlenmiştir (Ek 3). Her soru için anlama yolu kavram yanılgılı olabilecek öğrencilerden, birinci dönem matematik dersi not aralıklarına göre (Tablo 1) oluşturulan her gruptan üç öğrenci seçilerek 9 öğrenci ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir (Tablo 3). Görüşmeler öncesinde öğrencilere süreçle ilgili bilgi verilerek soruları daha rahat cevaplamaları sağlanmıştır. 25.04.2023- 31.05.2023 tarihleri arasında gerçekleşen görüşmeler bir soru için bir öğrenciyle ortalama yedi- sekiz dakika sürmüştür. Veri kaybının önlenmesi amacıyla alınan izinler doğrultusunda görüşmeler video ile kayıt altına alınmıştır. Elde edilen kırk yedi video kaydı bilgisayar ortamında yazıya çevrilmiştir. Her bir soru için görüşme yapılan öğrenciler Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3

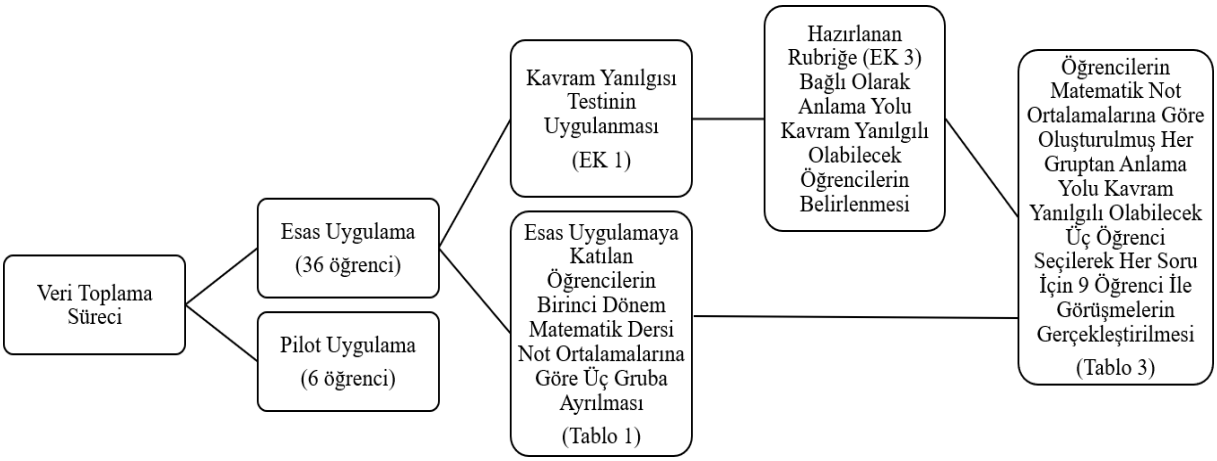
Veri toplama sürecinde klinik görüşme yapılan öğrenciler

Soru	Görüşme Yapılan Öğrenciler
1	11 (Ö1, Ö2, Ö3, Ö8, Ö9, Ö10, Ö16, Ö19, Ö21, Ö30, Ö34)
2	9 (Ö2, Ö7, Ö8, Ö19, Ö24, Ö32, Ö34, Ö35, Ö36)
3	9 (Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö6, Ö7, Ö10, Ö21, Ö27)
4	9 (Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö7, Ö12, Ö19, Ö26, Ö32)
5	9 (Ö2, Ö4, Ö6, Ö7, Ö10, Ö22, Ö25, Ö33, Ö35)

Tablo 3 incelendiğinde birinci soru ile ilgili 11 öğrenciyle görüşüldüğü görülmektedir. Bunun sebebi birinci soru ile ilgili öğrencilerin anlama yolları değerlendirildiğinde hatalı anlama yolu olan öğrenci sayısının fazla olmasıdır. Bununla birlikte kavram yanılgısı testinin her bir sorusunda anlama yolu kavram yanılgılı olabilecek öğrenciler farklılık göstermektedir. Bu sebeple kavram yanılgısı testindeki her soru için öğrencilerin anlama yollarına (cevaplarına) bağlı olarak farklı öğrencilerle görüşülmüştür. Araştırmanın veri toplama sürecinin genel bir özeti Şekil 6'da görülmektedir.

Şekil 6

Veri toplama süreci



3.5. Verilerin Analizi

Nitel araştırmalarda verilerin düzenlemesi, kodlanması, kodların bir araya getirilerek temaların oluşturulması ve elde edilen verilerin şekil, tablo veya tartışma şeklinde sunulması veri analizinin genel basamaklarını oluşturmaktadır (Creswell, 2020). Ancak nitel araştırmalarda veri analizinin standart yöntemlere bağlı olarak yapılması verilerin derinlemesine incelenmesini ve detaylı sonuçlar elde edilmesini sınırlandırmaktadır (Strauss,

1987). Her nitel araştırma kendi içerisinde özeldir ve bunun için araştırmacı elde ettiği verilerin özelliklerine bağlı olarak mevcut analiz yöntemlerini değerlendirdikten sonra verilerinin analizi için bir plan hazırlamalıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bir durum çalışmasının analizinde de durumun ve ortamın ayrıntılı bir şekilde tanımlanması önem taşımaktadır. (Creswell, 2020).

Bu araştırmanın alt problemlerinden ilki olan öğrencilerin anlama yollarının belirlenmesinde içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Araştırmaya katılan 36 öğrencinin kavram yanılgısı testinde bulunan beş soruya verdikleri cevaplar, hazırlanan rubrik ile değerlendirilerek öğrencilerin anlama yolları belirlenmiştir. Öğrencilerin sorulardan 0 veya 1 puan almalarına bakılmaksızın tüm cevapları içerik analizine tabi tutularak anlama yolları belirlenmiştir. Öğrencilerin anlama yollarına bağlı olarak kod, kategori ve temalar oluşturulmuştur. Sorulardan 0 puan alan öğrencilerin cevapları rubrikte bulunan muhtemel kavram yanılgıları bağlamında değerlendirilmiştir. Kavram yanılgılı olabilecek anlama yolları (cevapları) bulunan öğrenciler belirlenmiştir.

Araştırmanın ikinci alt problemi olan kavram yanılgısına sahip öğrencilerin düşünme yollarının belirlenmesine bağlı olarak anlama yolları belirlenen öğrencilerden kavram yanılgısı olabileceği düşünülen öğrencilerle klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Klinik görüşmelerde öğrencilerin o soru ile ilgili kavram yanılgısı olup olmadığı ve düşünme yolları belirlenmiştir. Elde edilen bu verilerden kavram yanılgıları, literatürde rasyonel sayılar ile ilgili bulunan kavram yanılgılarına göre, düşünme yolları ise öğrencilerin soruda kullandıkları problem çözme stratejileri, kanıt şemaları ve matematiksel inançları çerçevesinde incelendiği için betimsel bir analiz gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin problem çözme stratejileri ve kanıt şemaları için genel bir çerçeve kullanıldığı için bu alt problemlerin veri analizi betimsel analiz ile sağlanırken, öğrencilerin matematiksel inançlarının belirlenmesinde o soruya özgü değerlendirme yapıldığı için içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Veri analizinde öğrencilerin görüşmelerde belirttikleri bir soru ile ilgili son ifadeleri veri olarak değerlendirilmiştir.

Kavram yanılgısına sahip olabileceği düşünülen öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerde öğrencilerin problem çözme stratejilerinin analizinde sistematik liste yapma, tahmin ve kontrol, diyagram çizme, bağıntı bulma, eşitlik yazma, tahmin etme, benzer problemlerin çözümünden faydalanma, geriye doğru çalışma, eleme, tablo yapma, muhakeme etme problem çözme stratejileri esas alınmıştır (Altun, 2018, s. 84). Öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplara göre farklı problem çözme stratejileri de belirlenmiştir.

Kavram yanılgısına sahip olabileceği düşünülen öğrencilerle yapılan görüşmelerde öğrencilerin kanıt şemalarının analizi için Sowder ve Harel'ın (1998) geliştirdikleri kategoriler esas alınmıştır. Bu kategorilerin genel bir özeti Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4

Kanıt şemalarının özeti (Lee, 1999)

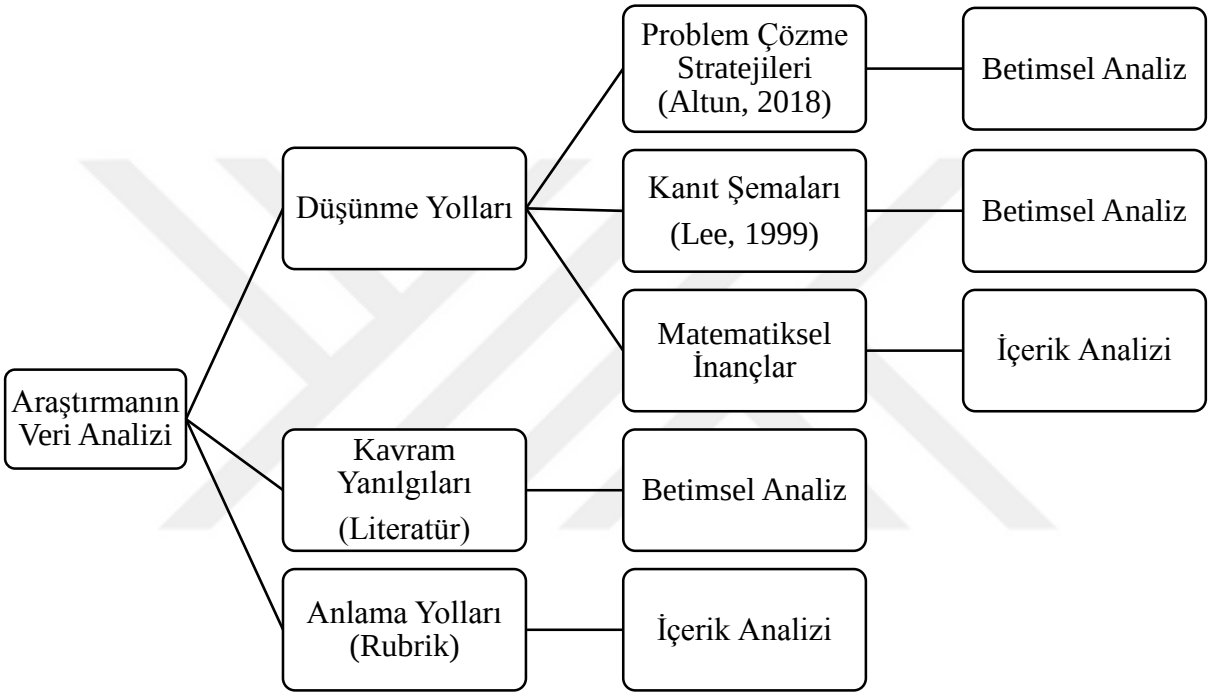
	Kanıt Şemaları	Kanıt Şemalarının Karakteristiği	Gerçekleşme Metotları
DIŞSAL KANIT ŞEMALARI	**Otoriter Kanıt Şeması**	Bir kanıtın neden doğru olduğu hakkında sebep geliştirmede yetersiz kalmak Kanıtın doğruluğunun birey tarafından belirlenememesi	Teoremleri ezberlemek Formülleri uygulamak Kuralları uygulamak Kanıtı öğretmene, arkadaşa, kitaba, anneye, babaya vs. dayandırmak
	Alışkanlık Edinilmiş Kanıt Şeması	Yüzeysel deliller sunmak Bir kanıtın delilleri arasında sınırlı bağlantı kurmak Bir kanıtın doğruluğunu sadece biçimsel olarak değerlendirmek (Flores, 2006)	Tanıdık kanıt süreçlerini kullanmak Diğer kanıt süreçlerine benzeyen süreçleri kullanmak
	Sembolik Kanıt Şeması	Sembollerin anlamını anlamak Sembolleri anlamsız deliller olarak sunmak Bir kanıtın sembollerin içinde olduğuna inanmak Matematiksel sembollerle kanıtlamak	Matematiksel durumları sembolleri kullanarak yazmak İyi bilinen sembolik algoritmaları kullanmak Bir kanıtın ilk ve takip eden adımlarında sembolik işlemler yapmak
DENEYSEL KANIT ŞEMALARI	**Algıya Dayalı Kanıt Şeması**	Çizimler aracılığıyla kanıt basamaklarıyla hipotezleri ilişkilendirmek, bu süreçte mantıksal delilleri göz ardı etmek Bir kanıtın doğruluğunu çizimlerle belirtmek	Akranlarını çizimlerle ikna etmek Bir veya daha fazla çizime odaklanarak sonuçlar çıkarmak
	Örneğe Dayalı Kanıt Şeması	Mantıksal delillerin bulunmaması Sonuçları hızlıca yapmak Bir kanıtın doğruluğunu örneklerle belirtmek	Örnekler göstererek diğerlerini ikna etmek Bir kanıtı örnekler göstererek oluşturmak
ANALİTİK KANIT ŞEMALARI	**Dönüşümsel Kanıt Şeması**	Tutarlı basamaklar oluşturmak Bir kanıtın önceki durumlarına mantıklı kurallar uygulamak	Temel konuyu belirlemek Akıl yürütmeyle diğerlerini ikna etmek
	Aksiyomatik Kanıt Şeması	Tanımsız terimlerle sınırlı bir küme kurmak Lineer metotları kullanarak kanıtlamak Geleneksel kanıt süreçlerini kullanmak	Aksiyomatik bir sistem geliştirmek Bir teoremi aksiyomatik sistemi kullanarak kanıtlamak

Birinci sorunun çözümü ile ilgili görüşmelerden elde edilen veriler, araştırmacı ve doktora derecesine sahip bir öğretim üyesi tarafından ayrı ayrı analiz edilmiştir. Her iki analiz karşılaştırılarak ortak kodlar belirlenmiştir. Araştırmanın güvenirliğini sağlamak için Miles ve Huberman'ın uyum yüzdesi formülü kullanılarak kodlayıcılar arası uyum yüzdesi %88 olarak belirlenmiştir (Miles ve Huberman, 1994). Farklı kodlamalar üzerinde gerekli düzeltmeler yapılıp fikir birliğine varılmıştır. Birinci soruda öğrencilerin eş parçaya bölünmeyen modeli

rasyonel kabul etmeleri ile ilgili ortak kodlar oluşturulmuştur. Bununla birlikte birinci soruda Ö1 ve Ö2 kodlu öğrencilere ait belirlenen alışkanlık edinilmiş ve sembolik kanıt şemaları farklı kodları karşılaştırılarak alışkanlık edinilmiş kanıt şeması kodunda fikir birliğine varılmıştır. Verilerin kalan kısmı birinci sorunun analizi doğrultusunda araştırmacı tarafından analiz edilmiştir. Araştırmanın veri analizinin özeti Şekil 7'de verilmiştir.

Şekil 7

Araştırmanın veri analizinin özeti



4. BÖLÜM
BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde öğrencilere uygulanan "Rasyonel Sayılar Kavram Yanılgısı Testi" sonuçlarına bağlı olarak öğrencilerin sahip olduğu anlama yolları analiz edilmiş tablo olarak sunulmuştur. Anlama yollarına bağlı olarak kavram yanılgısına sahip olabileceği belirlenen öğrencilerle yapılan görüşmeler analiz edilerek öğrencilerin düşünme yolları belirlenmiştir. Araştırmanın alt problemlerine bağlı olarak kavram yanılgısı olduğu tespit edilen öğrencilerin düşünme yolları; problem çözme stratejileri, kanıt şemaları ve matematiksel inançları bağlamlarında ayrıca değerlendirilmiştir.

4.1. Öğrencilerin Rasyonel Sayılar Konusundaki Anlama Yolları

Kavram yanılgısı testi sonucunda öğrencilerin beş soruya ait doğru ve yanlış çözümleri tek tek incelenerek anlama yolları olarak belirlenmiştir. Her soru bağlamındaki anlama yolları analiz edilmiş ve tablolaştırılmıştır.

Birinci soruda öğrencilere sunulan birincisi ve üçüncüsü eş parçalara bölünmüş, ikincisi eş parçalara bölünmemiş üç modelin rasyonel sayı olarak ifade edilip edilemeyeceği sorulmuştur. Bu soruya bağlı olarak öğrencilerin tespit edilen anlama yolları Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5

Öğrencilerin 1.soru ile ilgili anlama yolları

Öğrencilerin Anlama Yolları	***f (frekans)***
Paydaları 0 olmadığı için ya da payının paydasına bölümleri tam çıkmadığı üç şekil de rasyonel sayı belirtir.	***23*** *(Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12, Ö15, Ö17, Ö19, Ö20, Ö21, Ö22, Ö24, Ö25, Ö27, Ö29, Ö30, Ö31, Ö33, Ö34, Ö36)*
İkinci şekil eşit parçalara bölünmediği için rasyonel sayı belirtmez.	***10*** *(Ö4, Ö6, Ö7, Ö13, Ö14, Ö18, Ö23, Ö26, Ö28, Ö32)*

Öğrencilerin birinci sorunun çözümüne ilişkin anlama yolları incelendiğinde çoğunlukla modellerin eş parçalara bölünüp bölünmediğine dikkat etmeden üç modelin de rasyonel bir sayı ifade edebileceklerini belirtmişlerdir. Bununla birlikte ikinci modelin eş parçalara bölünmediğini fark edip rasyonel sayı ifade edemeyeceğini belirten öğrenciler de yoğunluktadır. Ö9 kodlu öğrencinin anlama yolu üçüncü şeklin bütün bir parçaya sahip olduğu için rasyonel sayı belirtmediği yönündeyken Ö16 kodlu öğrencinin anlama yolu şekiller eşit parçalara bölündüğü için üç şeklin de rasyonel sayı belirttiği yönündedir. Ö35 kodlu öğrencinin soruyu anlayamadığı soru ile ilgili bir açıklamasının bulunmadığı tespit edilmiştir.

İkinci soruda öğrencilerden, iki grup halinde verilen tam sayıları kullanarak rasyonel sayı oluşturmalarını, rasyonel sayı oluşturulamayacak durumlar varsa bunları belirtmelerini ve oluşturdukları rasyonel sayıların en küçüğünü belirlemeleri bir problem bağlamına yerleştirilerek istenmiştir. Öğrencilerin ikinci soruya ilişkin anlama yolları Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6

Öğrencilerin 2. soru ile ilgili anlama yolları

Öğrencilerin Anlama Yolları	***f (frekans)***
Paydası 0 olan ifadeler rasyonel sayı değildir.	***20*** *(Ö1, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö16, Ö18, Ö19, Ö20, Ö21, Ö22, Ö23, Ö24, Ö26, Ö27, Ö28, Ö29, Ö30, Ö31, Ö34)*
$\frac{a}{b}$'de a payda ve b paydır.	***3*** *(Ö1, Ö6, Ö24)*
Pay ve paydaya yerleştirilen sayıların farkı ne kadar az ise sayı o kadar büyüktür.	***2*** *(Ö2, Ö35)*
Payı veya paydası 0 olan ifadeler rasyonel değildir.	***6*** *(Ö3, Ö4, Ö5, Ö8, Ö15, Ö17, Ö25, Ö36)*
En küçük sayılar kullanıldığında en küçük rasyonel sayı oluşur.	***5*** *(Ö1, Ö3, Ö6, Ö7, Ö9)*
Negatif rasyonel sayılar pozitifmiş gibi sıralanır.	***2*** *(Ö11, Ö34)*
Payı 0 olan rasyonel sayılardan paydası küçük olan büyüktür.	***2*** *(Ö13, Ö19)*
Oyunu kaybeden ile ilgili bir fikrinin veya cevabının olmaması ya da cevapta belirsizlik.	***10*** *(Ö10, Ö15, Ö17, Ö20, Ö26, Ö27, Ö31, Ö32, Ö33, Ö35)*
Payı 0 olan rasyonel sayılardan paydası büyük olan büyüktür.	***4*** *(Ö18, Ö22, Ö23, Ö24)*
Mehmet'in oluşturduğu -6/3 rasyonel sayısı oluşturulabilecek en küçük rasyonel sayıdır.	***5*** *(Ö14, Ö21, Ö28, Ö29, Ö30)*

İkinci sorunun çözümüne ilişkin öğrencilerin anlama yolları incelendiğinde öğrencilerin büyük çoğunluğunun rasyonel bir sayının paydasının sıfır olamayacağını belirttikleri görülmüştür. Ö2 kodlu öğrencinin anlama yolu negatif tam sayıların paydasının sıfır olamayacağı şeklindeyken, Ö4 kodlu öğrenci anlama yolu payı sıfır olan rasyonel sayıların değerlerinin eşit olması şeklindedir. Ö16 kodlu öğrenci sayıların sayı doğrusunda sola doğru gittikçe küçüldüğünü ifade ederken, Ö24 kodlu öğrencinin anlama yolunun iki rasyonel sayı kıyaslanırken pay ve paydalar arasındaki farka bakılması gerektiği şeklindedir. Ö32 kodlu öğrencinin anlama yolunun paya gelen sayı ne kadar küçükse rasyonel sayı o kadar küçüktür şeklinde olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte soruyu anlayamayan ya da anlama yolu belirlenemeyen öğrenciler de mevcuttur.

Üçüncü soruda öğrencilerden $\frac{3}{5}$, $-\frac{2}{7}$, $-1\frac{1}{5}$ ve $\frac{13}{3}$ rasyonel sayılarını sayı doğrusunda göstermeleri istenmiştir. Öğrencilerin bu dört farklı rasyonel sayıyı sayı doğrusunda göstermelerine ilişkin anlama yolları Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7

Öğrencilerin 3. soru ile ilgili anlama yolları

Öğrencilerin Anlama Yolları	***f (frekans)***
Bileşik olan rasyonel sayılar 0 ile 1 veya 0 ile -1 arasında gösterilir.	***3** (Ö1, Ö15, Ö21)*
Negatif rasyonel sayılar sayı doğrusunda soldan sağa doğru yerleştirilir.	***4** (Ö2, Ö14, Ö19, Ö21)*
Negatif veya pozitif rasyonel sayı için paydası kadar 0'ın solundan veya sağından itibaren tam sayı yazılır, pay kadar ilerlenip denk gelen tam sayı işaretlenir.	***7** (Ö4, Ö6, Ö7, Ö17, Ö21, Ö32, Ö34)*
Pozitif rasyonel sayılar sayı doğrusunda sağdan sola doğru yerleştirilir.	***4** (Ö10, Ö13, Ö21, Ö24)*
Dört rasyonel sayı uygun yöntemlerle sayı doğrusuna yerleştirilir.	***15** (Ö5, Ö8, Ö9, Ö12, Ö16, Ö20, Ö22, Ö23, Ö25, Ö26, Ö28, Ö29, Ö30, Ö31, Ö36)*
Soru anlaşılmamış ya da rasyonel sayıların biri veya birkaçı sayı doğrusunda gösterilmemiştir.	***6** (Ö5, Ö12, Ö18, Ö19, Ö33, Ö35)*

Üçüncü sorunun çözümüne ilişkin öğrencilerin anlama yolları incelendiğinde öğrencilerin çoğunluğunun rasyonel sayıları sayı doğrusunda uygun bir şekilde yerleştirdikleri görülmektedir. Ö3 kodlu öğrenci bileşik kesrin pay ve paydasının yerlerini değiştirip basit kesirmiş gibi düşünüp sayı doğrusuna yerleştirmiştir. Ö27 kodlu öğrenci pozitif rasyonel sayıyı negatif gibi sayı doğrusunda gösterirken Ö11 kodlu öğrenci sayı doğrusunda iki tam sayı arasını paydanın bir eksiğine bölmüştür. Bununla birlikte rasyonel sayı kavramı ile tam sayı kavramını tam olarak ayırt edemeyen öğrencilerin de çoğunlukta olduğu görülmektedir.

Dördüncü soruda öğrencilerden yıllık abonelik ücreti 25 TL olan bir derginin bir aylık abonelik ücreti miktarını Türk lirası cinsinden ondalık gösterimle ifade etmeleri istenmiştir. Öğrencilerin bu soruya ilişkin anlama yolları Tablo 8'de verilmiştir.

Tablo 8

Öğrencilerin 4. soru ile ilgili anlama yolları

Öğrencilerin Anlama Yolları	***f (frekans)***
25/12=2'dir, bölme devam ettirilmez.	***3** (Ö2, Ö12, Ö32)*
Cevap 25/12'dir, çözüm devam ettirilmez.	***2** (Ö3, Ö16)*
25/12 bölme işleminin sonucu 2, şeklinde bırakılır.	***2** (Ö5, Ö19)*

25/12 bölme işleminin sonucu $2,08\overline{3}'$dir.	***12** (Ö6, Ö11, Ö13, Ö14, Ö15, Ö20, Ö24, Ö27, Ö28, Ö29, Ö30, Ö31)*
25/12 bölme işleminin sonucu $2,8\overline{3}$ 'tür.	***6** (Ö7, Ö17, Ö23, Ö26, Ö33, Ö36)*
25/12 bölme işleminin sonucu 1,2'dir.	***2** (Ö12, Ö18)*
Soru anlaşılmamış ya da çözüm yok.	***5** (Ö1, Ö8, Ö9, Ö22, Ö35)*

Öğrencilerin dördüncü sorunun çözümüne ilişkin anlama yolları incelendiğinde çoğunluğunun 25/12 bölme işleminin sonucunu $2,08\overline{3}$ buldukları görülmektedir. 25/12 bölme işleminin sonucunu Ö4 kodlu öğrenci $2\frac{1}{12}$, Ö10 kodlu öğrenci 0,25, Ö21 kodlu öğrenci 2,83, Ö25 kodlu öğrenci 2,04, Ö34 kodlu öğrenci $2,08\overline{6}$ şeklinde bulmuşlardır. Bununla birlikte bu bölme işleminin sonucunun devirli bir rasyonel sayı olduğunu ancak onda birler basamağında bulunması gereken sıfırı fark edemeyen öğrencilerin de bulunduğu görülmektedir.

Beşinci soruda öğrencilerden çapı $3\frac{1}{4}$ cm olan madeni bir paranın, para atma kısmının uzunluğu 3,32 cm olan kumbaraya atılıp atılamayacağını belirlemeleri istenmiştir. Öğrencilerin sorunun çözümüne ilişkin anlama yolları Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 9

Öğrencilerin 5. soru ile ilgili anlama yolları

Öğrencilerin Anlama Yolları	***f (frekans)***
3,25 <3,32'dir.	***17** (Ö1, Ö2, Ö8, Ö11, Ö12, Ö15, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20, Ö24, Ö26, Ö27, Ö28, Ö29, Ö30)*
Ondalık bir ifadenin paydasına 1 yazılıp rasyonel sayının paydası ile eşitlenerek karşılaştırılır.	***2** (Ö6, Ö36)*
$\frac{325}{100} < \frac{332}{100}$ ya da $3\frac{25}{100} < 3\frac{32}{100}$ dir.	***2** (Ö13, Ö21)*
Çözüm yok, ilişkisiz çözüm gerçekleştirme.	***11** (Ö3, Ö4, Ö5, Ö7, Ö9, Ö16, Ö23, Ö31, Ö32, Ö35, Ö34)*

Öğrencilerin beşinci sorunun çözümüne ilişkin anlama yolları incelendiğinde büyük çoğunluğunun 3,25 <3,32 olması sebebiyle madeni paranın kumbaranın atma kısmından geçebileceğini belirttikleri görülmektedir. Ö22 kodlu öğrencinin anlama yolu $3\frac{8}{20} > 3\frac{5}{20}$ şeklindeyken, Ö10 kodlu öğrencinin anlama yolu $3\frac{1}{4}$' ü 3,4'e eşittir ve 3,32>3,4 şeklindedir. Ö25 kodlu öğrenci $3\frac{1}{4} = 3\frac{8}{32}$ ve $3\frac{8}{32} > 3,32$ olduğunu belirtirken Ö14 kodlu öğrencinin anlama yolu $3\frac{8}{25} > \frac{13}{4}$ şeklindedir. Ö33 kodlu öğrencinin anlama yolunun ise $3\frac{1}{4} = 4,\overline{3}$ olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte sorunun anlaşılamamasından kaynaklı bir çözüm üretemeyen ya da soru ile ilişkisiz bir anlama yolu geliştiren öğrencilerin de bulunduğu görülmektedir.

4.2. Öğrencilerin Birinci Soruya İlişkin Düşünme Yolları

Bu bölümde birinci soruyu yanlış cevaplandırması nedeniyle kavram yanılgısına sahip olabileceği düşünülen 11 öğrenci ile yapılan görüşmelere ait bulgulara yer verilmiştir. Görüşme sonucunda kavram yanılgısına sahip olduğu tespit edilen Ö1, Ö2, Ö8, Ö9, Ö10, Ö16, Ö34 kodlu öğrencilerin düşünme yollarına ilişkin bulgular sunulmuştur.

4.2.1. Öğrencilerin Birinci Soruya İlişkin Problem Çözme Stratejileri: Kavram yanılgısına sahip olabileceği belirlenen öğrencilerin tamamının sorunun çözümü için kullandıkları temel strateji soruda verilen modellerin parçalarını sayarak pay ve paydayı belirlemedir. Öğrenciler sorunun çözümü için kullanılabilecekleri farklı bir yol belirtmemişlerdir. Parçaları ifade ederken 'boyalı ve boyasız parçalar' ya da "bölünmüş ve alınmış parçalar" ifadelerini kullanmışlardır. Öğrencilerin kullandıkları stratejiye ilişkin Ö3 ve Ö8'in ifadesi ile Ö8'in farklı strateji kullanmadığını gösteren ifadesi aşağıda örnek olarak verilmiştir.

(4) Ö3: Yani şeklin bütününü saydım sonra boyalı olan yerleri saydım. Şeklin bütününü
(5) paydaya yazdım boyalı olan yerleri paya yazdım.
(8) Ö8: Tamamını alta koydum. Bölünen parçalardan alınmış parçaları üste yazdım."
…
(15) Araştırmacı: Peki şimdi. Bu şekillerin rasyonel sayı belirttiğini ya da belirtmediğini farklı
(16) bir yolla ifade edebilir miydin?
(17) Ö8: Yani belki edebilirdim ama aklıma pek o an başka ifade edebileceğim bir yöntem
(18) gelmedi.
(19) Araştırmacı: Şu an aklına geliyor mu?
(20) Ö8: Hayır, açıkçası yani.

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde birinci sorunun çözümüyle ilgili kavram yanılgıları bulunduğu tespit edilen Ö1, Ö2, Ö8, Ö9, Ö10, Ö16, Ö34 kodlu öğrencilerin problem çözme stratejileri incelendiğinde soruda verilen modellerin bölünmüş parçalarını sayarak pay ve paydayı belirledikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin farklı bir strateji geliştirmedikleri belirlenmiştir. Bu öğrencilerin problem çözme stratejilerine ilişkin geçen örnek diyaloglar şöyledir:

(3) Ö1: Hocam ben rasyonel sayıları ifade ediniz dediği için hocam ben bunların hepsini
(4) saydım. Kaç çıktı hatırlamıyorum.
…
(33) Araştırmacı: Zihinden yaptın. Yani farklı bir yol aklına geliyor mu şu an ya da o an geldi mi?

(34) Ö1: Hayır.

…

(1) Araştırmacı: Evet birinci sorumuzu bu şekilde cevaplamışsın. Şimdi problemin çözümü için
(2) nasıl bir yol izledin, anlatabilir misin detaylı bir şekilde?
(3) Ö8: Öncelikle kesirlerin hangi, şekillerin hangi kesir olduklarını buldum.
(4) Araştırmacı: Bunun için ne yaptın?
(5) Ö8: Tüm… Tüm şeklin içindeki bölünmüş parçaların sayısını buldum ve sadece
(6) boyanmışların sayısını buldum.

…

(53) Araştırmacı: Peki bunların rasyonel olduğunu düşündün ya üçünün de. Farklı bir yolla
(54) ifade edebilir miydin? Hani sayarak yaptın bunu.
(55) Ö9: Evet.
(56) Araştırmacı: Başka bir yol olabilir miydi bunun için?
(57) Ö9: Hayır, bence hayır...

…

(1) Araştırmacı: Şimdi bu soruda çözümünü bu şekilde gerçekleştirmişsin. Problemin çözümü
(2) için nasıl bir yol izlediğini anlatabilir misin?
(3) Ö34: İlk önce birinci şekildekileri buldum. 9 bölü…
(4) Araştırmacı: Bulurken nasıl bir yol izledin?
(5) Ö34: Saydım.

4.2.2. Öğrencilerin Birinci Soruya İlişkin Kanıt Şemaları: Kavram yanılgısına sahip olabileceği belirlenen öğrencilerle yapılan görüşmeler sonucunda öğrencilerin birinci sorunun çözümüne ait kanıt şemaları Tablo 10'da verilmiştir.

Tablo 10

Öğrencilerin kanıt şemaları

Tema	Kategori	Kod
Dışsal Kanıt Şemaları	**Otoriter Kanıt Şeması**	*Derste veya önceden yapılan çalışmalar (Ö8, Ö10)* *Arkadaşların çözümleri (Ö21)*
	Alışkanlık Edinilmiş Kanıt Şeması	*Modelin parçalara bölünüp, belirli parçalarının boyanması (Ö1, Ö2, Ö3, Ö16, Ö19, Ö34)* *Payın paydaya tam bölünmemesi (Ö9)*

Analitik Şemaları	**Kanıt**	**Dönüşümsel Şeması**	**Kanıt**	*Bölünen parçaların boyutlarının birbirine eşit olmaması (Ö30)*

Tablo 10 incelendiğinde birinci sorunun çözümünü hatalı yapan öğrencilerin büyük çoğunluğunun dışsal kanıt şemalarından alışkanlık edinilmiş kanıt şemalarını kullandıkları görülmektedir. Öğrencilerin kullandıkları kanıt şemalarına ilişkin Ö19, Ö21 ve Ö30 kodlu öğrencilerin ifadeleri aşağıda örnek olarak verilmiştir.

Ö21 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede çözümünün hatalı olduğunu, bir tane modelin rasyonel sayı belirtemeyeceğini sonradan fark ettiğini ifade etmiştir. Soruda verilen modelin rasyonel bir sayı belirtemeyeceğinin sebebi olarak ise arkadaşlarının yaptığı çözümler olduğunu söylemiştir. Burada öğrenci kanıtını arkadaşlarına dayandırdığı için dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullandığı görülmektedir.

(8) Araştırmacı: Peki, bunların birer rasyonel sayı belirttiğini düşünmene sebep olan şey, yani
(9) buna nasıl karar verdin? Evet, bu bir rasyonel sayıdır. Ben bunu bu şekilde ifade
(10) edebilirim demeni sağlayan şey neydi burada? Nasıl karar verdin?
(11) Ö21: Yani aklıma ilk o geldi herhâlde dedim yine saysam paydalarını yine yazarım dedim.
(12) O yüzden öyle yaptım. Ve sonradan aklıma geldi zaten birinin olmadığı rasyonel.
(13) Araştırmacı: Hangisinin olmadığını düşünüyorsun?
(14) Ö21: Buydu (2. Şekil) galiba.
(15) Araştırmacı: Peki, birazdan ona dönüş yapalım o zaman. Şimdi bunun (2. şekil) rasyonel
(16) olmadığını düşündün. Sonradan aklına geldi. Peki, sana bunu düşündürten şey neydi?
(17) Konuşalım onu da.
(18) Ö21: Rasyonel olmasını mı?
(19) Araştırmacı: Hani dedin ya, biri sonradan aklıma geldi. Senin cümlelerine göre ilerliyoruz
(20) şu an.
(21) Ö21: Şey, bittikten sonra işte kâğıdı bitirdikten sonra size verdikten sonra arkadaşlarımla
(22) konuşuyorduk. Sonra öyle konuşunca sonradan anladım.

Ö19 kodlu öğrenci ile yapılan görüşme incelendiğinde öğrencinin yüzeysel bir kanıt sunduğu ve modellerin biçimi üzerinden hareket ettiği görülmektedir. Bu durum öğrencinin dışsal kanıt şemalarından alışkanlık edinilmiş kanıt şeması kullandığını göstermektedir. Görüşme sonunda öğrenci sorunun çözümünü hatalı yaptığını fark etmiştir.

(9) Araştırmacı: Peki? Şimdi bu durumda üçünün de rasyonel sayı olduğunu düşündün doğru
(10) mu?
(11) Ö19: Evet.
(12) Araştırmacı: Peki sana bunu düşündürten şey neydi?
(13) Ö19: Bilmiyorum hocam.
(14) Araştırmacı: Nasıl karar verdin?
(15) Ö19: Nasıl anlatabilirim bilmiyorum da.
(16) Araştırmacı: Sen istediğin gibi konuşabilirsin, söyleyebilirsin.
(17) Ö19: Payda vardı. Pay falan vardı mesela. Nasıl anlatabilirim. Tam emin değilim de. Yani
(18) bir renksizler vardı. Bir de renkliler vardı. Yani öyle ilerlemiştim. Bu düşünceyle…
…
(30) Araştırmacı: Bu şekilde yerleştirebilirim dedin. Peki, bu şekilde yaptın çözümü, bunu sana
(31) düşündürten şey neydi? Çözümü bu şekilde yapabileceğin ile ilgili.
(32) Ö19: Şekiller vardı, şekillerde bir boyalı vardı, bir boyasız vardı. Boyalılarla ilerledim
(33) ben. İşte o mantıkla...

Ö30 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenci, görüşmenin başından itibaren hatalı bir çözüm gerçekleştirdiğini bilmektedir. Sorunun çözüm aşamasında modellerin parçalara bölünüp boyanmasının rasyonel bir sayı ifade etmek için yeterli olabileceğini düşündüğünü belirtmiştir. Öğrencinin çözüm sırasında biçime dönük bir düşünme gerçekleştirdiğini, alışılageldik şekilde bölünüp boyandıysa rasyoneldir şeklinde bir düşünceye sahip olduğu görülmektedir. Bu da çözüm aşamasında alışkanlık edinilmiş kanıt şeması kullandığını göstermektedir. Görüşme sırasında ise modeller ile ilgili bir çıkarımda bulunarak akıl yürütme gerçekleştirmiştir. Bu durum öğrencinin analitik kanıt şemalarından dönüşümsel kanıt şemasını kullandığını göstermektedir.

(14) Araştırmacı: Peki şimdi hemen devam edelim. Problemin çözüm sürecini anlattın bize. Bu
(15) durumda üç şeklinde rasyonel olduğunu belirtmişsin cevabında.
(16) Ö30: Ama değil.
(17) Araştırmacı: Peki olup olmadığına nasıl karar verdin? Seni buna yönlendiren şey neydi?
(18) Ö30: Yani bölünüp bir kısmının boyanması, yani ben öyle görünce direkt düştüm tuzağa
(19) yazdım yani.
(29) Araştırmacı: Peki…
(21)Ö30: Hiç bakmadım.
(22) Araştırmacı: Peki, tamam, bu durumda şu an hangilerinin rasyonel olup olmadığını
(23) düşünüyorsun?

(24) Ö30: Bunların ikisi (1. ve 3. şekil) rasyonel, hatta bu olmayabilir (3. şekil) ama bu (25) (3. şekil) rasyonel ama bu (2. şekil) değil.

(26) Araştırmacı: Bunun rasyonel olmama olasılığını düşündün şu an, neden öyle bir şey (27) düşündün?

(28) Ö30: Çünkü şekiller garip ama rasyonel yani ikisi de eşit bölünmüş (3. şeklin parçaları).

(29) Bu (3. şekil) rasyonel, bu (1. Şekil) rasyonel ama bu (2. şekil) değil.

(30) Araştırmacı: Peki bunun olmadığına nasıl karar verdin?

(31) Ö30: Çünkü yani ayrılan kısımlar birbirine eşit değil."

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde birinci sorunun çözümüyle ilgili kavram yanılgıları bulunduğu tespit edilen Ö1, Ö2, Ö8, Ö9, Ö10, Ö16, Ö34 kodlu öğrencilerin kanıt şemaları incelendiğinde dışsal kanıt şemalarından alışkanlık edinilmiş kanıt şemalarını ve otoriter kanıt şemalarını kullandıkları Tablo 10'da görülmektedir.

Ö1 kodlu öğrenci birinci sorunun çözümünde dışsal kanıt şemalarından alışkanlık edinilmiş kanıt şemasını kullanmıştır. Öğrencinin cevabını akıl yürüterek değil yüzeysel bir kanıt sunarak verdiği görülmektedir. Önceden edinmiş olduğu pay ve payda kavramlarını soruda görmenin yeterli olacağını düşünmüştür.

(17) Araştırmacı: Üçünün de rasyonel olduğunu düşündün. Peki, sana bunu düşündüren bilgi (18) neydi ya da düşündüren şey neydi rasyonel olduğu? Yani evet, bu rasyoneldir çünkü? (19) Neden?

(20) Ö1: Hocam bilmiyorum ki.

(21) Araştırmacı: Yani üçünün de rasyonel olduğuna karar verdin ya böyle birebir kitap (22) cümlesi istemiyorum. Hocam şundan dolayı ben bunun rasyonel olduğunu düşünüyorum.

(23) Ö1: Hocam çünkü bunun paydası ile payı var.

Ö2 kodlu öğrencinin birinci sorunun çözümüne ilişkin kanıt şemaları incelendiğinde dışsal kanıt şemalarından alışkanlık edinilmiş kanıt şemasını kullandığı görülmektedir. Öğrenciye probleme dair çözümünün doğruluğu sorulduğunda herhangi bir akıl yürütme gerçekleştirmemiştir. Üç modelin de rasyonel sayı belirtebilmesi için parçalara ayrılmasının yeterli olduğunu söylemiştir. Modeli sadece şekilsel olarak değerlendirmiş ve yüzeysel bir kanıt ortaya koymuştur.

(25) Araştırmacı: Peki. Rasyonel olduğunu nasıl karar verdin? Bu üçünün rasyonel bir sayı (26) ifade ettiğini?

(27) Ö2: Hocam, çünkü kesirleri ayrılmıştı. Şu parçalar falan…

Ö8 kodlu öğrencinin birinci problemin çözümüne ilişkin kanıt şemaları incelendiğinde ise dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullandığı görülmektedir. Modelleri

rasyonel olarak ifade edebilmesine ve doğru bir çözüm yapmasına kanıt olarak derste yaptığı çalışmaları göstermiştir.

(12) Araştırmacı: Evet, şimdi üçünün de rasyonel olduğunu düşünüyorsun bu durumda. Sana (13) bunu düşündürten şey ne?

(14) Ö8: Derste payında sıfır olmayan her sayının rasyonel sayı olmasını duymam.

Ö9 kodlu öğrencinin problemin çözümüne ilişkin kanıt şemaları incelendiğinde dışsal kanıt şemalarından alışkanlık edinilmiş kanıt şemasını kullandığı görülmektedir. Yüzeysel bir kanıt sunarak ifadelerin sadeleşmediğini, payın paydaya tam olarak bölünemediğini ifade etmeye çalışmıştır.

(40) Araştırmacı: Tamam peki. Sana bu üçünün de rasyonel olduğunu düşündürten durum ne? (41) Nasıl karar verdin? Şundan dolayıdır, şu rasyonel sayıdır…

(42) Ö9: Sadeleşmediği için aslında.

Ö10 kodlu öğrencinin kanıt şemaları incelendiğinde dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullandığı görülmektedir. Öğrenciye çözümünün neden doğru olduğu sorulduğunda "Bölünüp boyandığı için…" şeklinde bir cevap vermiştir. Bununla birlikte çözümünü bu şekilde gerçekleştirmesinin sebebi olarak eski çalışmalarını göstermiştir. Bir akıl yürütme olmaksızın sorunun çözümünü ve doğruluğunu dışsal bir faktöre dayandırmaktadır.

(31) Araştırmacı: Bölünen kısmı muhtemelen paydaya yazdın. Boyanan kısmı da paya yazdın (32) gördüğüm kadarıyla. Bunu bu şekilde yapacağına nasıl karar verdin? Yani sana (33) matematiksel olarak bu durumun neden bu şekilde olacağını düşündün?

(34) Ö10: Eskiden yaptığımız çalışmalardan aklıma geldi böyle yapmak.

Ö16 kodlu öğrencinin kanıt şemaları incelendiğinde ise dışsal kanıt şemalarından alışkanlık edinilmiş kanıt şemasını kullandığı görülmektedir. Çünkü öğrenci kanıtın delilleri arasında kısıtlı bir bağlantı kurmaktadır. Pay ve paydadaki sayıların birbirine tam bölünememesini rasyonel sayı olmaları için yeterli görmektedir.

(46) Araştırmacı: Yani üçü de rasyoneldir diyorsun?

(47) Ö16: Evet.

(48) Araştırmacı: Bunu düşündürten şey neydi sana? Onu da tekrar edelim.

(49) Ö16: Bütün hepsinin parçaları birbirine eşit olduğu için hepsini saydığımda yani eşit (50) olduğunu gördüğüm için hepsini saydım ve hepsinin de tam sayıya denk gelmediği için (51) rasyonel olduğunu düşündüm."

Ö34 kodlu öğrencinin kanıt şemaları incelendiğinde ise birinci soruya ilişkin mülakat sırasında tam olarak bir kanıt sunmadığı görülmektedir. Ancak soruları cevaplandırdığı kâğıttaki kanıtı incelendiğinde dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullandığı

görülmektedir. Önceki öğrenmelerinden yola çıkarak herhangi bir akıl yürütme olmaksızın çözümünün doğru olduğunu ifade etmektedir. Öğrencinin açıklamaları incelendiğinde problemin soru cümlesini tam olarak anlayamadığı da görülmektedir.

(30) Araştırmacı: Üçünün de rasyonel olduğunu belirtmişsin. Hepsi rasyoneldir dedin. (31) Şekillere bakarak burada nelere dikkat ettin, nasıl karar verdin üçünün de rasyonel olduğuna?

(32) Ö34: Üçünün de rasyonel olduğuna nasıl karar verdim. Çünkü burada rasyonel sayı (33) olarak ifade edecektik. Ben de bunların hepsini rasyonel olarak buldum. O yüzden o şekilde yaptım."

4.2.3. Öğrencilerin Birinci Soruya İlişkin Matematiksel İnançları: Öğrencilerle yapılan görüşmelerde birinci problemle ilgili matematiksel inançlarının Tablo 11'deki gibi olduğu görülmüştür.

Tablo 11

Öğrencilerin matematiksel inançları

Öğrencilerin Görüşleri	***f (frekans)***
Özgüven eksikliği	***4** (Ö1, Ö3, Ö9, Ö10)*
Deneyim sayesinde kendine güvenme	***5** (Ö2, Ö8, Ö16, Ö19, Ö30)*
Görüş belirtmeme	***2** (Ö21, Ö34)*

Ö3 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede problemi rahatlıkla çözebildiğini, sonucun yanlış olabileceğini düşünmediğini belirtmiştir. Ayrıca görüşmenin bir bölümünde bir soruya, konuya dair temeli olmadığını düşündüğü için açıklama getirmemiştir.

(49) Araştırmacı: Peki problemin çözüm süreci sana neler hissettirdi?

(50) Ö3: Yani kolay olduğunu düşünmüştüm. Hiç yanlış yapacağım aklıma gelmemişti. Hiç (51) böyle düşünmemiştim. Ama... Bilmiyorum.

Ö19 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede daha önceki deneyimlerinden yola çıkarak sorunun çözümüne çok zaman vermeden rahatlıkla çözümü gerçekleştirdiğini belirtmiştir. Deneyimi sayesinde kendisine güvenmektedir.

(64) Araştırmacı: Peki? Bu problemin çözüm süreci sana neler hissettirdi?

(65)Ö19: Nasıl desem çok zaman vermedim buna. Direk gördüklerimi geçtim, çok düşünmeden.

(66) Araştırmacı: Neden?

(67) Ö19: Bilmiyorum direkt şey nasıl anlatabilirim? Düz geldi direkt.

(68) Araştırmacı: Düz bir soru gibi düşündün.

(69) Ö19: Evet.

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde birinci sorunun çözümüyle ilgili kavram yanılgıları bulunduğu tespit edilen Ö1, Ö2, Ö8, Ö9, Ö10, Ö16, Ö34 kodlu öğrencilerin matematiksel inançları incelendiğinde ya öz güven eksikliği hissettikleri ya da deneyimleri sayesinde çözümlerine güvendikleri Tablo 11'de görülmektedir.

Ö1 kodlu öğrencinin birinci soru ile ilgili olarak matematiksel inancına dair verdiği cevaplar incelendiğinde ise bir öz güven eksikliği olduğu görülmektedir.

(53) Araştırmacı: Peki problemin çözüm süreci sana neler hissettirdi? Yani kolay mıydı, zor muydu?

(54) Ö1: Orta...

(55) Araştırmacı: Peki orta dedin neden?

(56) Ö1: Hocam benim çünkü çözdüğüm tüm sorular hocam kolay diyorum yanlış çıkıyor.

Ö2 kodlu öğrencinin birinci soru ile ilgili olarak matematiksel inancına dair verdiği cevaplar incelendiğinde ise problemin kolay olduğunu, işlem adımlarını takip etmenin yeterli olduğunu belirtmiştir. Burada öğrenci kavram yanılgısına sahip olmasına karşın çözümüne güvenmektedir.

(81) Araştırmacı: Problem çözüm süreci sana neler hissettirdi? Bu problem... Yani işte kolaydı,

(82) zordu, anlamlıydı. Şöyle ifade edebilirdik aslında gibi… Ne söyleyebilirsin?

(83) Ö2: Bence kolaydı.

(84) Araştırmacı: Kolaydı. Kolay olduğunu düşündürten neydi sana?

(85) Ö2: Sadece boşlukları saydım, boyalı kısımları saydım, üstüne yazdım. Burada da onları

(86) nasıl yaptığımı anlatmak için 1. şekil, 2. şekil, 3. şekil diye.

Ö8 kodlu öğrencinin birinci sorunun çözümüne ilişkin matematiksel inançları incelendiğinde derste yaptıkları çalışmalar dolayısıyla zorlanmadığını ifade etmişti. Deneyimlerine bağlı olarak kendisine güvenmektedir.

(67) Araştırmacı: Tamam, peki problem çözüm süreci sana neler hissettirdi bu problem için

(68) konuşursak?

(69) Ö8: Açıkçası zaten dersten hatırladığım için bu problem çok zorlamadı beni. Bunun böyle

(70) olabileceği hemen baktığımda aklıma geldi. O yüzden pek zorlandığımı söyleyemem.

Ö9 kodlu öğrencinin birinci sorunun çözümüne ilişkin matematiksel inançları incelendiğinde bir özgüven eksikliği yaşadığı görülmektedir. Öğrencinin problemin çözümüne ilişkin fikirlerini birilerine ifade etmekte zorlandığı görülmüştür.

(87) Araştırmacı: Peki, bu problemin çözüm süreci sana neler hissettirdi? Yani kolay, zor, gayet

(88) iyi, beğendim, beğenmedim...

(89) Ö9: Açıklamada zorlandım.

(90) Araştırmacı: Zorlandın. Peki, neden zorlandığını düşünüyorsun?

(91) Ö9: Birisi olunca yanımda açıklayamıyorum ama çözdüm.

(92) Araştırmacı: Anladım. Tamam. Biraz heyecan yaptın bu durumda?

(93) Ö9: Hı hı...

Ö10 kodlu öğrencinin birinci soruya ilişkin matematiksel inançları incelendiğinde öğrencinin bir öz güven eksikliğine sahip olduğu görülmektedir. Bu özgüven eksikliğine bağlı olarak matematik sorularına karşı kaygı duymakta ve korku hissetmektedir. Öz güven eksikliğinin temeli ise soruları anlayamamasına dayanmaktadır.

(42) Araştırmacı: Tamamdır. Teşekkürler. Peki, birkaç sorum daha olacak bununla ilgili. Bu
(43) problem ve çözüm süreci sana neler hissettirdi?

(44) Ö10: Panik…

(45) Araştırmacı: Neden?

(46) Ö10: Çünkü yani bilmiyorum. Bir an böyle çıkınca korktum.

(47) Araştırmacı: Korkunun sebebine tarif edebilir misin? Şundan dolayıdır diyebilir misin?

(48) Ö10: Genelde matematik soruları beni korkutuyor. Genel olarak...

(49) Araştırmacı: Korkutmasının sebebi?

(50) Ö10: Anlamadığımdan olabilir.

Ö16 kodlu öğrencinin birinci soruya ilişkin matematiksel inançları incelendiğinde ise muhtemelen öncesinde benzer soruları deneyimlediği için soruyu kolaylıkla çözebildiğini ifade etmiştir.

(35) Araştırmacı: Peki... Problemin çözüm süreci sana neler hissettirdi?

(36) Ö16: Kolay olduğunu düşündüm ve hemen çözebildim.

Ö34 kodlu öğrencinin birinci soruya ilişkin matematiksel inançları incelendiğinde herhangi bir fikir belirtmediği görülmektedir.

(61) Araştırmacı: Peki bunların da rasyonel olduğunu belirttin. Doğru bir çözüm
(62) gerçekleştirdiğini düşünüyorsun, devam edelim. Problemin çözüm süreci sana neler
(63) hissettirdi, bu problem?

(64) Ö34: Bir şey hissetmedim.

4.2.4. Öğrencilerin Birinci Soruya İlişkin Kavram Yanılgıları: Birinci soruyla ilgili olarak öğrencilerle yapılan görüşmelerde Ö3, Ö19, Ö21 ve Ö30 kodlu öğrencilerin kavram yanılgısına sahip olmadıkları görülmüştür. Öğrenciler görüşme sırasında çözümlerinin yanlış olduğunu fark etmişlerdir. Bu sebeple kavram yanılgısı değil, bilgi eksiği ve kavramsal hata olarak kodlanmıştır. Öğrencilerin bilgi eksiği olduğunu gösteren ve hatalarını fark ettiklerini ifade ettikleri örnek iki diyalog aşağıdaki verilmiştir.

(75) Araştırmacı: Peki son olarak cevabın yine bu konuşmanın sonunda aynı şekilde kalır mı
(76) yoksa bir değişiklik yapar mısın?
(77) Ö19: Hepsi yerine şununla şunu (1. ve 3. şekil) eşit, rasyonel derdim, bunu (2. şekil)
(78) rasyonel demezdim şahsen.
…
(56) Araştırmacı: Problemi çözerken zorlandığın kısımlar oldu mu?
(57) Ö30: Olmadı. Ama yanlış yapmışım.
(58) Araştırmacı: Tamam teşekkürler. Yani çözümü toparlarsak eğer?
(59) Ö30: Yani şunların ikisi (1. ve 3. şekil) rasyonel, bu (2. Şekil) değil.

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde Ö1, Ö2, Ö8, Ö9, Ö10, Ö16, Ö34 kodlu öğrencilerin birinci sorunun çözümüne ilişkin kavram yanılgıları olduğu tespit edilmiştir. Bu kavram yanılgıları Tablo 12'de verilmiştir.

Tablo 12

Öğrencilerin kavram yanılgıları

Öğrencilerin Kavram Yanılgıları	***f (frekans)***
Eş parçalara bölünmeyen bütünün parçalarını rasyonel sayı olarak ifade etme	***6*** *(Ö1, Ö2, Ö8, Ö9, Ö10, Ö34)*
Payı paydasına bölünmeyen ifadelerin rasyonel sayı olduğunu düşünme	***1*** *(Ö16)*

Ö1 kodlu öğrenci birinci problemde verilen üç modelin de birer rasyonel sayı olduğunu belirtmiş ve problemi doğru olarak çözdüğünü ifade etmiştir. Görüşme sırasında kendisine gösterilen birbirine eş olmayan parçalara bölünmüş iki farklı modelin de rasyonel sayı olarak gösterebileceğini söylemiştir. Böylece öğrencinin "payı paydasına bölünmeyen ifadelerin rasyonel sayı olduğunu düşünme" kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür.

(34) Araştırmacı: Tamam, peki... Şimdi şöyle bir model versek. Kâğıdı tutabilir misin? Şu
(35) şekilde bir üçgenimiz var. (Bir üçgen çizildi, birbirine eşit olmayan dört parçaya ayrıldı
(36) ve iki parçası tarandı.) Bunu nasıl ifade ederiz?
(37) Ö1: 2/4
(38) Araştırmacı: Yazabilirsin.
(39) Ö1: Nereye?
(40) Araştırmacı: Altına yaz. Rasyoneldir diyebilir miyiz bunun için?
(41) Ö1: Evet.

(42) Araştırmacı: Peki kâğıdı tut. (Bir daire çizildi, yatay olarak beş parçaya ayrıldı ve iki
(43) parçası tarandı.)
(44) Ö1: 2/4

Ö2 kodlu öğrenci birinci soruda verilen üç modelin de birer rasyonel sayı olduğunu belirtmiş ve problemi doğru olarak çözdüğünü ifade etmiştir. Görüşme sırasında kendisine gösterilen birbirine eş olmayan parçalara ayrılmış modellerin de rasyonel sayı ifade ettiğini belirtmiştir. Burada öğrenci parçaların birbirine eşit olmadığına dair farkındalığa sahip olmasına rağmen bu durumun problem çözümünde bir etkisi olmamıştır. Öğrencide bir eksik öğrenme söz konusudur. Öğrenci "payı paydasına bölünmeyen ifadelerin rasyonel sayı olduğunu düşünme" kavram yanılgısına sahiptir.

(40) Araştırmacı: Evet orada ½ yapmışsın. Tamam. Peki, doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini
(41) düşünüyor musun?
(42) Ö2: Bence düşünüyorum hocam.
(43) Araştırmacı: Sebebini açıklayabilir misin?
(44) Ö2: Hocam bence ben sayıları doğru yazdığımı düşünüyorum. Oraya da doğru dersek (2.
(45) şekli göstererek) yani ama tabi işlemimi biraz zayıf buldum ama.
…
(54) Araştırmacı: Sana şöyle bir şekil verilseydi. (Bir üçgen birbirine eş olmayan 4 parçaya
(55) bölündü, 2 parçası tarandı.) Bunu rasyonel bir şekilde ifade edebilir miydik, edersek nasıl
(56) ifade ederiz?
(57) Ö2: Ederdik ama tam çıkmazdı.
…
(62) Araştırmacı: Peki şöyle bir şey sorsaydık. Görseydin ya da. Kâğıdı tutabilir misin? Bunu
(63) nasıl ifade edebilirdik ya da edebilir miyiz? (Bir daire yatay olarak birbirine eş olmayan
(64) 4 parçaya bölündü, 1 parçası tarandı.)
(65) Ö2: Burada da 1/4 çıkardı ama alt kısım ile üst kısım biraz kısa olduğuna göre ortadan
(66) sayısal bir değişiklik olurdu.

Ö8 kodlu öğrenci birinci sorunun çözümünde soruda verilen üç modelin de birer rasyonel sayı belirttiğini ifade etmiştir. Görüşme sırasında ise kendisine gösterilen eş parçalara sahip olmayan iki modelin rasyonel sayı belirtmeyeceğini söylemiştir.

(23) Araştırmacı: Peki, doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun?
(24) Ö8: Bence, evet.
(25) Araştırmacı: Sebebi, sana bunu düşündürten şey nedir? Üçünün de rasyonel olduğunu ve
(26) sayısal olarak bu şekilde ifade ettiğini düşündürten şey?

(27) Ö8: Yani ben dersten öyle hatırlıyorum. Yaptığımız sonuçları falan hep buna göre bu
(28) şekilde hatırlıyorum ben. O yüzden doğru olduğunu düşünüyorum.''
(29) Araştırmacı: Peki şimdi sana bir şekil daha soracağım o zaman. Mesela şöyle bir şekil
(30) verilmiş olsaydı ve bu taranmış olsaydı. (Bir üçgen çizildi, birbirine eşit olmayan dört
(31) parçaya ayrıldı ve bir parçası tarandı.) Bunu rasyonel olarak ifade edebilir miydik,
(32) edersek nasıl ederiz?
(33) Ö8: Bence hayır, çünkü parçalar eşit değil.
(34) Araştırmacı: Bir tane daha soralım o zaman? Bir çember olduğunu düşün bunun ya da
(35) daire diyelim. (Bir daire çizildi, yatay olarak dört parçaya ayrıldı ve bir parça tarandı.)
(36) Bunu ifade edebilir miydik?
(37) Ö8: Hayır, parçalar hâlâ eşit değil, iki parçayla ortadaki iki parça aynı değil dıştaki
(38) parçalarla.

Ö8 kodlu öğrencinin her iki cevabı incelendiğinde kavram yanılgısına sahip olma konusunda bir belirsizlik olduğu görülmektedir. Görüşme sonunda öğrenciye çözümünün doğru olup olmadığı tekrar sorulduğunda çözümünü doğru olarak gerçekleştirdiğini ifade etmiştir. Buradan çıkarılacak sonuç ise öğrencinin verilen modeller ile bağlantılı olarak bir kavram yanılgısı yaşadığıdır. Kendisine tanıdık gelen, daha önce deneyimlediği şekiller üzerinde bir kavram yanılgısı yaşamamaktadır. Ancak deneyimlemediği şekiller üzerinde ise kavram yanılgısı devam etmektedir.

(64) Araştırmacı: Tamam onu da yaz. Sana bir kez daha soracağım. Bu üçünün (1., 2. ve 3.
(65) şekiller gösterilerek) hala rasyonel olduğunu düşünüyor musun şekil olarak?
(66) Ö8: Evet.

Ö9 kodlu öğrenci problemin çözümünde soruda verilen üç modelden birinci ve ikinci modelin bir rasyonel sayı belirttiği, üçüncü modelin ise tam sayıya dönüşmediği için bir rasyonel sayı ifade edemeyeceğini belirtmiştir. Öğrencinin problem çözümünde tam sayı ve rasyonel sayı kavramları ile ilgili bir karmaşa yaşadığı görülmektedir. Eş parçalara bölünmeyen 2. modeli ise rasyonel sayı olarak ifade etmiştir. Görüşme sırasında ise fikrini değiştirerek üçünü de rasyonel olarak ifade edebileceğini belirtmiştir. Kendisine gösterilen birbirine eş olmayan parçalara bölünmüş iki farklı modelin rasyonel sayı olarak gösterebileceğini söylemiştir.

(58) Araştırmacı: Tamam. Doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun?
(59) Ö9: Burada yanlış demişim (Cevabını göstererek) ama.
(60) Araştırmacı: Şimdi düzeltsen nasıl düzeltirsin onu?
(61) Ö9: Üçü de rasyonel sayıdır.

...

(68) Araştırmacı: Tamam peki... Şöyle bir şekil sorsak sana. Tutabilir misin kâğıdı? Bunu (Bir
(69) üçgen çizildi, birbirine eşit olmayan dört parçaya ayrıldı ve iki parçası tarandı.) nasıl
(70) ifade ederiz?
(71) Ö9: Rasyonel sayı olarak mı?
(72) Araştırmacı: Evet.
(73) Ö9: (Öğrenci 2/4 yazdı şeklin altına.)
(74) Araştırmacı: Peki şunu kâğıdı tutabilir misin? Bunu bir daire düşün. (Bir daire çizildi,
(75) yatay olarak beş parçaya ayrıldı ve üç parçası tarandı.)
(76) Ö9: (Öğrenci şeklin altına 2/4 yazdı.)

Ö10 kodlu öğrenci birinci problemin çözümünde soruda verilen üç şekli de rasyonel olarak ifade etmiştir. Problemi doğru olarak çözdüğünü söylemiştir. Kendisine görüşme sırasında gösterilen birbirine eş olmayan parçalara bölünmüş modelleri de birer rasyonel sayı olarak ifade etmiştir. Öğrencinin "payı paydasına bölünmeyen ifadelerin rasyonel sayı olduğunu düşünme" kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir.

(25) Araştırmacı: Bilmiyorsun, peki. Doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun?
(26) Ö10: Evet.
(27) Araştırmacı: Neden? Yani hocam şu sebepten dolayı bu ben doğru bir cevap verdiğimi
(28) düşünüyorum.
(29) Ö10: Yani az önce söyledim işte. Bölüp boyandığı, o şekilde anladığım için. O şekilde
(30) düşünüyorum yani.

...

(14) Araştırmacı: Peki burada şöyle bir şekil olmuş olsaydı. Mesela şöyle bir modelimiz olmuş
(15) olsaydı (Bir üçgen çizilip birbirine eş olmayan 5 parçaya bölünüp ikisi tarandı). Bu şekilde
(16) bunu nasıl ifade ederdik?
(17) Ö10: (2. şekli gösterilerek) Yine bunun gibi…
(18) Araştırmacı: İfade edebilirsin.
(19) Ö10: (3/5 yazıldı.) Yine aynı şekilde.
(20) Araştırmacı: Neden 3/5 yazdın peki?
(21) Ö10: Çünkü beşe bölüp üç tanesini boyamışız.

Ö16 kodlu öğrenci birinci sorunun çözümünde soruda verilen üç modelin de rasyonel sayı ifade ettiğini belirtmiştir. Öğrenci ile yapılan görüşmede problemi doğru çözdüğünü ifade etmiştir. Öğrenci görüşme sırasında kendisine gösterilen birbirine eş olmayan parçalara bölünmüş modellerin ise birer rasyonel sayı ifade etmediğini belirtmiştir.

(21) Araştırmacı: Peki doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun? Sebebini (22) anlatabilir misin?

(23) Ö16: Evet, çünkü bütün hepsini teker teker saydığım zaman da düşüncem olduğu gibi (24) rasyonel olduğunu anladım.

...

(25) Araştırmacı: Peki şimdi şöyle bir modelle (Bir üçgen çizildi, birbirine eşit olmayan dört (26) parçaya ayrıldı ve bir parçası tarandı.) karşılaşsaydık? Bunu rasyonel olarak ifade (27) edebilir miydik, nasıl ifade ederdik?

(28) Ö16: Edemeyebilirdik, çünkü tam olarak bir eşit değil yani parçaları.

(29) Araştırmacı: Peki şöyle bir modelle (Bir daire çizildi, yatay olarak beş parçaya ayrıldı ve (30) iki parçası tarandı.) karşılaşsaydın?

(31) Ö16: Yine olmazdı, çünkü üst ve alt kısımlarını ve bazı kısımları yine eşit değil.

(32) Araştırmacı: Neleri eşit değil?

(33) Ö16: Mesela şu en üst ve en alt kısımları, şu en alt ve en üstten bir alt ve üstteki kısımları (34) ve ortası eşit değil.

Öğrenci ile yapılan görüşmede öğrencinin rasyonel sayının tanımı ile ilgili bir kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir. Çünkü öğrenci parçaların eş olmama durumunu görüşme aşamasında ifade etmesine karşılık oluşturduğu ifadelerde payın paydaya bölünmemesinin rasyonel sayı olması için sebep olarak belirtmiştir. Öğrenciye ayrıca sorulan iki rasyonel sayının (8/2 ve -10/5) da tam bölündükleri için rasyonel sayı değil tam sayı belirttiğini ifade etmiştir.

(10) Araştırmacı: Peki, bu şekillerin rasyonel bir sayı ifade ettiğine nasıl karar verdin?

(11) Ö16: Çünkü. Yani soru da hem rasyonel diyordu. Artı olarak da rasyonel sayı demek bir (12) sayının bir sayıya tam olarak bölünmemesi demek.

(13) Araştırmacı: Yani bunlar tam olarak bölünemediği için rasyonel?

(14) Ö16: Evet tam bir sayı çıkmadığı için.

(15) Araştırmacı: Anladım. 2, 3 gibi bir şey çıkmadı yani.

(16) Ö16: Evet.

Ö34 kodlu öğrenci birinci sorunun çözümünde soruda verilen üç modelin de rasyonel sayı belirttiğini ifade etmiştir. Öğrenci ile yapılan görüşmede ise çözümünün doğru olduğunu söylemiştir. Görüşme sırasında öğrenciye gösterilen eş parçalara sahip olmayan iki farklı modelin de rasyonel sayı olduğunu ifade etmiştir.

(42) Araştırmacı: Tamam bilmiyorsun. Peki, doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor (43) musun bu soruyla ilgili?

(44) Ö34: Bence evet.

(45) Araştırmacı: Neden? Hocam şundan dolayı bence doğru benim çözümüm.

(46) Ö34: Hocam bence çünkü hepsi rasyoneldir. O yüzden bence doğru olarak düşündüm.

…

(52) Araştırmacı: Peki sana bir soru o zaman. Şöyle bir modelimiz (Bir üçgen çizildi, birbirine (53) eşit olmayan altı parçaya ayrıldı ve iki parçası tarandı.) olsaydı. Bunun için ne söyleyebiliriz?

(54) Ö34: Bunların ilk önce ikisi boyalı olur. O yüzden en başa ikiyi yazarız. Ondan sonra diğer (55) geriye kalan kutucukları sayarız 1, 2, 3, 4, 5, 6 oluyor. 2/6.

(56) Araştırmacı: Bir tane daha soracağım onu da şuraya çizeyim. Bunu (Bir daire çizildi, (57) yatay olarak beş parçaya ayrıldı ve iki parçası tarandı.) ne yaparız?

(58) Ö34: Burada kare yuvarlağın içindeki kutucuklarda sadece 2 tanesi boyalı. O yüzden 2 (59) yazarız. Geriye kalanı dediğim tekrardan sayarız. 1, 2, 3, 4, 5 oluyor. 2/5.

4.3. Öğrencilerin İkinci Soruya İlişkin Düşünme Yolları

Bu bölümde ikinci soruyu yanlış cevaplandırması nedeniyle kavram yanılgısına sahip olabileceği belirlenen 9 öğrenci ile yapılan görüşmelere ait bulgulara yer verilmiştir. Görüşme sonucunda kavram yanılgısına sahip olduğu tespit edilen Ö2, Ö7, Ö19, Ö32, Ö35 kodlu öğrencilerin düşünme yollarına ilişkin bulgular sunulmuştur.

4.3.1. Öğrencilerin İkinci Soruya İlişkin Problem Çözme Stratejileri: Öğrencilerle yapılan görüşmede ikinci sorunun a seçeneği için kullandıkları problem çözme stratejisinin eleme stratejisi olduğu görülmektedir. Kartlarda yazılı olan sayıları kesir çizgisinin altına ve üstüne yerleştirmişlerdir. Tüm durumları zihinden düşünerek ya da yazarak belirlemişler ve rasyonel sayı oluşturmayacak durumları elemişlerdir. Rasyonel sayı oluşturan durumları netleştirerek sorunun çözümünü gerçekleştirmişlerdir.

Görüşme yapılan öğrencilerin ikinci sorunun b seçeneği için farklı problem çözme stratejileri kullandıkları görülmektedir. Bu stratejiler Tablo 13'te verilmiştir.

Tablo 13

Öğrencilerin kullandıkları problem çözme stratejileri

Kullanılan Problem Çözme Stratejileri	***f (frekans)***
Sıfıra /yarıma / bütüne yakınlık	***5** (Ö2, Ö7, Ö8, Ö24, Ö32, Ö35)*
Payda eşitleme	***3** (Ö2, Ö24, Ö34)*
Payı paydaya bölme veya ondalığa dönüştürme	***2** (Ö7, Ö36)*

Rasyonel ifadeyi model ile gösterme	***1*** *(Ö19)*
Pay ve paydadaki sayıları kendi içinde karşılaştırma	***3*** *(Ö10, Ö34, Ö35)*
İki rasyonel sayının payları ve paydaları arasındaki farka bakma	***2*** *(Ö2, Ö24)*
Negatif rasyonel sayıyı pozitif gibi düşünme	***1*** *(Ö2)*

Öğrencilerin kullandıkları problem çözme stratejilerine ilişkin örnek bir ifade şöyledir:
(3) Ö8: Soruda bir oyun oynamışlar. Bu oyunun kurallarına göre olabilecek olasılıkları yazdım.
(4) Bu olasılıklardan bazıları rasyoneldi bazıları rasyonel değildi ama şu an baktığımda bence
(5) rasyonel olmayanları yanlış yaptığımı görebiliyorum. O an karıştırmışımdır büyük ihtimal.
(6) Tam olarak ne yaptığımı pek şey yapamadım. Bunu büyük ihtimal payla paydayı
(7) karıştırmışımdır o sırada yine.

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde ikinci sorunun çözümüyle ilgili kavram yanılgıları bulunduğu tespit edilen Ö2, Ö7, Ö19, Ö32, Ö35 kodlu öğrencilerin problem çözme stratejileri incelendiğinde ikinci sorunun a seçeneği için eleme stratejisini kullanırlarken b seçeneği için çoğunlukla sıfıra, yarıma, bütüne yakınlık stratejilerini kullandıkları Tablo 13'te görülmektedir. Öğrencilerin ikinci sorunun çözümü için farklı bir problem çözme stratejisi geliştirmedikleri tespit edilmiştir.

Ö2 kodlu öğrencinin problem çözme stratejileri incelendiğinde a seçeneği için eleme stratejisini, b seçeneğindeki rasyonel sayıları sıralama durumu için yarıma-bütüne yakınlık stratejisini kullandığı görülmektedir. Ancak rasyonel sayıları oluştururken ve karşılaştırırken paydanın sıfır olma durumuna ve rasyonel ifadenin negatif olma durumuna dikkat etmemiştir. Oluşturduğu ifadeleri karşılaştırırken sadece pay ve paydanın mutlak değerce farkına dikkat etmiştir.

(5) Ö2:(Öğrenci 4, -5 ve 0 sayılarını kullanarak 4/0 ifadesini oluşturmuştur.) Hocam ben
(6) normalde 0 ile 4 arasında 4 sayı var. (-5) ile 4 arasında yapsaydım daha uzun bir fark
(7) olurdu. O yüzden 4 ile 0 arasında 4 fark var, (-5) ile 0 yapsam 5 fark olur. O yüzden…
…
(16) Araştırmacı: Burada da şurayı açıklayabilirsin. (Öğrenci 3, 0 ve (-6) sayılarını kullanarak
(17) 3/0 ifadesini oluşturmuştur.)
(18) Ö2: Burası da aynı.
(19) Araştırmacı: Sen anlat.
(20) Ö2: 3 ile 0 arasında 3 basamak var. En uzun deseydi (-6) ile 3'ü seçerdim.

(21) Araştırmacı: Yani en büyük deseydi mi?
(22) Ö2: Evet, aradaki farkı.

Ö7 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede problem çözme stratejisi olarak a seçeneği için eleme stratejisini, b seçeneği için ise payı paydaya bölme ve sıfıra yakınlık stratejisini kullandığı görülmektedir. Farklı bir çözüm stratejisi belirtmemiştir.

(51) Araştırmacı: Peki, şimdi o zaman biz rasyonel sayları karşılaştırırken nasıl bir yol (52) izlemeliyiz ya da küçükten büyüğe sıralarken?
(53) Ö7: Eksi olup olmadığına dikkat etmeliyiz. Ve sayıların büyük küçük olmalarına (54) bölümlerinin.

Ö19 kodlu öğrencinin problem çözme stratejileri incelendiğinde a seçeneği için eleme stratejisini kullandığı, b seçeneği için ise model ile göstermeyi kullandığı görülmektedir. Öğrenci çözümünde negatif rasyonel sayıları kullanmamasına sebep olarak bu sayıları model ile ifade edememesini göstermiştir.

(48) Ö19: Örnekleyerek vereyim. Şu yani üçe bölündüğünü düşündüm bunun (daire şeklinde (49) bir model). Üçe bölünce daha az dilim oluyor ama bunu dörde bölersem daha fazla dilim (50) olduğu için daha küçük olduğunu düşündüm bunun (0/4).

Ö32 kodlu öğrencinin ikinci sorunun çözümünde kullandığı problem çözme stratejileri incelendiğinde a seçeneği için eleme stratejisini, b seçeneği için ise sıfıra yakınlık stratejisini kullandığı görülmüştür.

(81) Ö32: Evet hocam. Burada da (-5) eksili olduğu için (-6) daha büyük olduğu için (-5)'in (82) (-6)'dan daha küçük olacağını düşündüm. Oyunda da en küçük rasyonel sayıyı oluşturan (83) kaybedecektir dediği için... Mehmet'in olacağını düşündüm.

Ö35 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede ikinci problemin çözümüne ilişkin problem çözme stratejisinin a seçeneğinde eleme stratejisi, b seçeneğinde ise sadece payı dikkate alarak sıfıra yakınlık stratejisi olduğu görülmüştür.

(20) Ö35: Oyunu kim kaybetmiştir sebebi ile açıklayınız. Şimdi beşe dört Ali'nin kartı ya 6 / 3. (21) Yani Mehmet çünkü arada 6 farkla kaçırıyor oyunu.

4.3.2. Öğrencilerin İkinci Soruya İlişkin Kanıt Şemaları: Kavram yanılgısına sahip olabileceği belirlenen öğrencilerle yapılan görüşmeler sonucunda öğrencilerin ikinci sorunun çözümüne ait kanıt şemaları Tablo 14'te verilmiştir.

Tablo 14

Öğrencilerin kanıt şemaları

Tema	Kategori	Kod
Dışsal Kanıt Şemaları	**Otoriter Kanıt Şeması**	*Kanıtın doğruluğu için delil sunamama (Ö7, Ö32, Ö34)* *Defterde ve derslerde yapılan çalışmalar (Ö36)* *Kanıtı öğretmen ifadelerine dayandırma (Ö24)*
	Alışkanlık Edinilmiş Kanıt Şeması	*Pay ve payda arasındaki mutlak değerce farkın fazla olması (Ö2)* *Rasyonel sayıyı karşılaştırırken bütün olarak değerlendirmeme (Ö8, Ö10, Ö32)* *Payın mutlak değerce sıfıra uzaklığını belirleme (Ö35)* *Pay veya paydanın sıfır olamayacağını belirtme (Ö8, Ö35)*
Deneysel Kanıt Şemaları	**Algıya Dayalı Kanıt Şeması**	*Negatif rasyonel sayıyı model ile ifade edememe (Ö19)*

Tablo 14 incelendiğinde ikinci sorunun çözümünü hatalı yapan öğrencilerin çoğunluğunun dışsal kanıt şemalarından alışkanlık edinilmiş kanıt şemalarını kullandıkları görülmektedir. Öğrencilerin kullandıkları kanıt şemalarına ilişkin Ö8, Ö24 ve Ö36 kodlu öğrencilerin ifadeleri aşağıda örnek olarak verilmiştir.

Ö8 kodlu öğrencinin ikinci soru için sunmuş olduğu kanıt şemaları incelendiğinde a seçeneği ve b seçeneği için alışkanlık edinilmiş kanıt şeması kullandığı görülmektedir. Öğrenci mülakat sırasında problemin çözümünü yanlış yaptığının farkındadır. Problemin çözüm aşamasında a seçeneği için pay ve paydanın yerini karıştırması nedeniyle kavramsal bir hata oluşmuştur. Öğrenci mülakat sırasında da aynı karmaşayı yaşamıştır. Önce rasyonel bir sayının payının sıfır olmaması gerektiğini belirtmiş daha sonra ise paydasının sıfır olmaması gerektiğini söylemiştir. Mülakat aşamasında hata giderilmiştir ancak öğrenci önceden öğrenmiş olduğu yüzeysel bir kanıt sunmuştur. Öğrencide eksik öğrenme söz konusudur.

(23) Ö8: Tamamı rasyonel değil, rasyonel olmayacakları da yazmışım o an.

(24) Araştırmacı: Mesela?

(25) Ö8: Mesela 0/4 rasyonel olamaz.

(26) Araştırmacı: Neden?

(27) Ö8: Çünkü hiçlikten 4 tanesini seçemeyiz.

...

(35) Araştırmacı: O zaman bir genelleme yaparsan. Ne zaman rasyonel olmaz ya da olur bir (36) ifade senin söylediğine göre?

(37) Ö8: Kesirle yazılabilmesi lazım ve şu an payla paydayı da yine şey yapamadığım için. Yani (38) alttaki sayının sıfır olmaması lazım. Çünkü elimizde hiçbir şey olmadan ondan, içinden (39) dört tanesini alıp çıkaramayız.

Ö8 kodlu öğrencinin ikinci sorunun b seçeneği için sunmuş olduğu kanıt şeması incelendiğinde problemin çözüm aşaması için yüzeysel kanıtlar sunduğu görülmektedir. Mülakat sırasında ise soruyu hatalı yaptığını fark etmesine rağmen hata giderilmemiş farklı yüzeysel kanıtlarla problemin çözümündeki hata devam etmiştir.

(65) Araştırmacı: Şimdi onu soralım. Peki, küçüklüğü büyüklüğü karar verirken nasıl bir yol (66) izledin?

(67) Ö8: Eksilerine ve büyük ihtimal oradaki sıfıra bakarak.

(68) Araştırmacı: Şimdi burada şunu seçmişsin değil mi, Mehmet'inkilerden oluşanlardan (69) hangisini şunun (-6/0) en küçük olacağına karar verdin değil mi?

(70) Ö8: Evet.

(71) Araştırmacı: Buna karar verirken bunların arasında nasıl bir seçim yapıp da bu olduğunu (72) düşündün?

(73) Ö8: (-6) en küçüktür. Şu an yanlış yaptığımı biliyorum ama (- 6) en küçüktür, altında sıfır (74) varsa…

Ö8 kodlu öğrenciye mülakat sırasında b seçeneğini yeniden çözme fırsatı verildiğinde soruyu aşağıdaki gibi cevaplamıştır.

(98) Araştırmacı: Şu an cevaplasan nasıl yaparsın?

(99) Ö8: Şu an cevaplasam. Alttaki sayısı sıfır olduğu için direkt elerim şu işaretlediklerimi (100) (4/0, -5/0, -6/0).

(101) Araştırmacı: Tamam.

(102) Ö8: Diğerleri içerisinden de eksili olanlara bakarım. Eğer böyle şey tam o yakınlık (103) uzaklıklarına falan yaparım. Eğer böyle çok kararsız kalırsam o yine...

(104) Araştırmacı: Mesela şu ikisini mesela bunu çıkardım dedin değil mi? Şimdi mesela
(105) Mehmet'inkileri düşünelim. Bunların içerisinden en küçük hangisidir sence?
(106) Ö8: En küçük…
(107) Araştırmacı: Ya da nasıl karar veririz?
(108) Ö8: 0 / -6 olabilir. Bence olabilir yani.

Ö24 kodlu öğrencinin ikinci sorunun her iki seçeneğinin çözümü için kullandığı kanıt şemaları incelendiğinde dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullandığı görülmektedir. Öğrenci a seçeneği için doğru bir çözüm gerçekleştirmiştir. A seçeneği ile ilgili olarak kavramsal bir hataya sahiptir. Bir rasyonel sayının pay ve paydasının yerini doğru olarak göstermekte ancak cevabın açıklama kısmında yerlerini tam tersi olarak yazmıştır. B seçeneği için iki farklı çözüm gerçekleştirmiştir. İkisinin de doğruluğundan emin değildir. Ancak mülakat sırasında araştırmacının sorduğu sorulardan çıkarımlarda bulunmuş ve bu çıkarımlara dayanarak çözümünün doğruluğuna ve yanlışlığına karar vermiştir.

(138) Araştırmacı: Doğruluğunu nasıl düşünebilirsin? Hocam şundan dolayı ben doğru
(139) olduğunu düşünüyorum.
(140) Ö24: Tam olarak bir açıklamada yapmadığım için burada emin konuşamıyorum ama.
(141) Araştırmacı: Emin olduğun kadarıyla...
(142) Ö24: Yani yüksek ihtimalle yine yanlış da olabilir ama hani buradakilerin (payı sıfır olan
(143) ifadelerin karşılaştırması) yanlışlığı kesin az önce yaptığınız açıklamadan dolayı.

Ö36 kodlu öğrenci ile ikinci sorunun çözümü için yapılan mülakatta problemin çözümünde verdiği cevaplardan emin olmadığı görülmüştür. İkinci sorunun çözümü için kullandığı kanıt şeması dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasıdır. Öğrenci verdiği cevabın hatalı olduğunu düşünmektedir. Bunu ise derslerde işlemiş oldukları konulara dayandırmaktadır.

(62) Araştırmacı: Anladım peki. Doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun?
(63) Ö36: Hayır. İşlediğimiz konularda çünkü hani gördüğümüzde o. -5/4, -6/3 ü de gördük. Ya
(64) eğer gördüysek ve bu rasyonel sayılar konusundaysa o zaman doğru değildir benimki
(65) muhtemelen.

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde ikinci sorunun çözümüyle ilgili kavram yanılgıları bulunduğu tespit edilen Ö2, Ö7, Ö19, Ö32, Ö35 kodlu öğrencilerin kanıt şemaları incelendiğinde çoğunlukla dışsal kanıt şemalarından alışkanlık edinilmiş kanıt şemalarını kullandıkları Tablo 14'te görülmektedir.

Ö2 kodlu öğrencinin ikinci soru için kanıt şemaları incelendiğinde dışsal kanıt şemalarından alışkanlık edinilmiş kanıt şemasına sahip olduğu görülmektedir. Öğrenci rasyonel

sayı oluştururken de oluşturduğu rasyonel sayıları sıralarken de sadece pay ve paydaya yerleştirdiği sayıların mutlak değerce farkını göz önünde bulundurmuştur. Sorunun çözümünü tanıdık kanıt süreçlerine bağlı olarak gerçekleştirmiştir.

(142) Araştırmacı: Tamam, peki doğrudur hocam çünkü…

(143) Ö2: Çünkü. Ne gibi mesela?

(144) Araştırmacı: Yani hani şundan dolayı doğru olduğunu düşünüyorum.

(145) Ö2: Hocam bence aradaki şey. Bir tamın kaça bölünüp, ne kadarının alındığı önemli.

(146) Araştırmacı: Sen de bunu doğru bir şekilde gerçekleştirdiğini düşünüyorsun?

(147) Ö2: Evet.

Ö7 kodlu öğrencinin ikinci sorunun çözümü ile ilgili kanıt şemaları incelendiğinde dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasına sahip olduğu görülmektedir. Çözümünün neden doğru olduğu ile ilgili bir sebep ortaya koymakta yetersiz kalmıştır.

(82) Araştırmacı: Neden? Hocam doğru yaptım çünkü?

(83) Ö7: Doğru yaptım çünkü yani az önce yaptık. Düşüncem doğru diye düşünüyorum aslında.

Ö19 kodlu öğrencinin ikinci sorunun doğruluğuna ilişkin kanıtları incelendiğine deneysel kanıt şemalarından algıya dayalı kanıt şemasına sahip olduğu görülmektedir. Öğrencinin problem çözümünü bir model çizimi üzerinden düşünmüş ve bu model üzerinde gösteremediği için 0/0 ifadesini rasyonel sayı olarak düşünemeyeceğini belirtmiştir. Ayrıca negatif rasyonel sayıları da bu model üzerinde gösteremediği için çözümüne dahil etmemiştir. Belirlemiş olduğu 0/3 ve 0/4 ifadelerini daire şeklinde bir model çizip üçe ve dörde böldüğünü düşünerek karşılaştırmıştır.

(19) Araştırmacı: Peki, yani senin için rasyonel olmamasını gerektirecek durum sadece hangisi
(20) bu durumda?

(21) Ö19: Hocam bu (0/0), çünkü nasıl desem bir şey ifade etmiyor, yok.

…

(79) Araştırmacı: Daha küçük bir şey düşünemediğin için bunu bu şekilde yapabileceğini düşündün.

(80) Ö19: Eksili de olabilir ama nasıl desem görsele dökmeyi deneyince ekside olmuyor böyle.

Ö32 kodlu öğrencinin ikinci sorunun doğruluğuna ilişkin kanıt şemaları incelendiğinde öğrencinin dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasına sahip olduğu görülmektedir. Öğrenci sorunun çözümünü doğru olarak gerçekleştirdiğini ifade etmiştir ancak çözümünün neden doğru olduğu ile ilgili olarak yeterli bir sebep ortaya koyamamıştır.

(97) Araştırmacı: Hocam şundan dolayı doğrudur. Bence dediğin bir şey var mı ifade? Mesela
(98) yazdığın rasyonel sayılar ya da bunların rasyonel olup olmama durumu…

(99) Ö32: Evet, hocam burada… Hocam yok.

Ö35 kodlu öğrencinin kanıt şemaları incelendiğinde dışsal kanıt şemalarından alışkanlık edinilmiş kanıt şemasına sahip olduğu görülmektedir. Öğrenci tanıdık kanıt şemalarını kullanmıştır. Problemin çözümü için yüzeysel kanıtlara sahiptir.

(132) Araştırmacı: Evet, hocam şundan dolayı ben çözümünün doğru olduğunu düşünüyorum.
(133) Ö35: Çünkü burada eksileri artı attığımız için yani rasyonel sayılar eksileri artı oluyor
(134) ya onun gibi düşündüm. Bir de cebir kattım işin içine. Oradan da artıları falan buldum.
(135) Sonucu 3/ 6 ve 4/5 buldum. Oyunu da kaybeden Ali demiştim. Çünkü 0 ile arasında…
(136) Araştırmacı: Mehmet demiştin.
(137) Ö35: Mehmet mi demiştim? Mehmet kaybetmişti pardon hocam. 0 yine 6'nın
(138) arasında yani çok fark olduğu için 6'yı eksi olarak yazdım.

4.3.3. Öğrencilerin İkinci Soruya İlişkin Matematiksel İnançları: Kavram yanılgısına sahip olabileceği belirlenen öğrencilerle yapılan görüşmelerde öğrencilerin ikinci soru ile ilgili matematiksel inançları Tablo 15'te verilmiştir.

Tablo 15

Öğrencilerin matematiksel inançları

Öğrencilerin Görüşleri	***f (frekans)***
Konuyu anlamama	***2** (Ö2, Ö10)*
Deneyim sayesinde kendine güvenme	***3** (Ö7, Ö8, Ö36)*
Öz eleştiri yapabilme	***2** (Ö8, Ö24)*
Kavramsal karışıklık yaşama	***4** (Ö8, Ö10, Ö19, Ö24)*
Problem çözümünde zorlanma	***3** (Ö10, Ö32, Ö34)*
Stres hissetme	***1** (Ö35)*

Ö8 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenci problemin çözüm anında hangi bölümlerde nasıl hatalar yapmış olabileceğini ve bu hataların nelerden kaynaklanmış olabileceğini değerlendirerek öz eleştirisini yapmıştır. Bununla birlikte sorunun çözümünü büyük olasılıkla daha önceki deneyimlerinden kaynaklı çok fazla düşünmeden gerçekleştirdiğini belirtmiştir.

(116) Araştırmacı: Tamam, problem ve çözüm süreci sana neler hissettirdi?
(117) Ö8: Ben büyük ihtimal burada biraz karıştırmışım. Yaptığım şeyin doğru olduğunu
(118) düşünmüşüm ama. Kendimle biraz çelişmişimdir büyük ihtimal o an fark etmesem de. Bu
(119) yaptığım yanlışın çoğunun pay ve paydayı karıştırmamdan olduğunu düşünüyorum.

Ö24 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede ikinci sorunun çözüm süreci için kendisini değerlendirmiş ve öz eleştiri yapmıştır. Bununla birlikte ikinci sorunun b seçeneğinde kavramsal bir karmaşa yaşadığının farkındadır.

(146) Araştırmacı: Anladım. Peki, problem çözüm süreci sana neler hissettirdi?

(147) Ö24: Soruyu anlamaya çalıştım ilk başta. Birkaç kez tekrar ettim, okudum. Anladığım (148) kadarıyla çözmeye çalıştım. Sanırım birazcık daha tekrar yapmam gerektiğine karar verdim.

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde ikinci sorunun çözümüyle ilgili kavram yanılgıları bulunduğu tespit edilen Ö2, Ö7, Ö19, Ö32, Ö35 kodlu öğrencilerin matematiksel inançları Tablo 15'te görülmektedir.

Ö2 kodlu öğrencinin ikinci soruya ilişkin matematiksel inançları incelendiğinde öğrencinin sorunun çözümünde zorlandığı görülmektedir. Öğrenci konuyu anlayamamış olmasını ise bu duruma sebep olarak göstermiştir.

(153) Araştırmacı: Peki, zorlandığın kısımlar oldu mu? Tekrar bir ifade edelim.

(154) Ö2: Hocam rasyonel sayıları pek anlamadım.

Ö7 kodlu öğrencinin ikinci sorunun çözümüne ilişkin matematiksel inançları incelendiğinde muhtemelen önceden çözmüş olduğu benzer sorular sebebiyle sorunun çözümünde zorlanmadığını rahatlıkla yapabildiğini ifade etmiştir.

(87) Araştırmacı: Peki, problemin çözüm süreci sana neler hissettirdi bu problem için?

(88) Ö7: Aslında kolay geldi, zor gelmedi çok. Burada zaten sorulan sorular daha kolay gelmişti.

(89) Araştırmacı: Takıldığın bir yer olmadı yani?

(90) Ö7: Hı hı...

(91) Araştırmacı: Zorlandığım bir kısım?

(92) Ö7: Hayır.

Ö19 kodlu öğrencinin ikinci sorunun çözümüne ilişkin matematiksel inançları incelendiğinde kavramsal bir karmaşa yaşadığı görülmektedir. Rasyonel sayı kavramının tanımında, 0'ın payda olma durumu, negatif rasyonel sayılarla ilgili eksik öğrenmeleri mevcuttur.

(100) Araştırmacı: Problemin çözüm süreci sana neler hissettirdi?

(101) Ö19: Hocam kafam karışmıştı mesela eksilerde falan sıfırlarda.

Ö32 kodlu öğrencinin ikinci soruya ilişkin matematiksel inançları incelendiğinde sorunun çözümünde zorlandığını, boş bırakmamak için çözüm gerçekleştirdiği için çözüm üzerinde çok düşünmediği görülmektedir.

(100) Araştırmacı: Tamam, peki problemin çözüm süreci sana neler hissettirdi?

(101) Ö32: Hocam çözerken biraz zorlandım ama boş bırakmamak için de yani baktım çözdüm.

(102) Araştırmacı: Peki, neresi en çok zorladı seni?

(103) Ö32: Hocam burası (rasyonel sayıların karşılaştırılması) …

Ö35 kodlu öğrencinin ikinci sorunun çözümüne ilişkin matematiksel inançları incelendiğinde strese sahip olduğu görülmektedir. Öğrenci çözümünün yanlış olabileceğine dair tedirginlik yaşamıştır.

(151) Araştırmacı: Peki, çözerken zorlandığım kısımlar oldu mu bu soruyla ilgili?

(152) Ö35: Şimdi yaparken kolay geldi bana. Ama aklıma şey geliyordu. Ya yanlış yaptıysam?

(153) Araştırmacı: Öyle bir tedirginlik yaşadın.

(154) Ö35: Öyle bir stres yaşadım bu soruda.

4.3.4. Öğrencilerin İkinci Soruya İlişkin Kavram Yanılgıları: İkinci soruya ilişkin öğrencilerle yapılan görüşmeler sonucunda Ö8, Ö24 ve Ö36 kodlu öğrencilerin kavram yanılgısına sahip olmadıkları görülmüştür. Öğrenciler görüşme sırasında çözümlerinin yanlış olduğunu fark etmişlerdir. Bu sebeple kavram yanılgısı değil, bilgi eksiği ve kavramsal hata olarak kodlanmıştır. Öğrencilerin bilgi eksiği olduğunu gösteren ve hatalarını fark ettiklerini ifade ettikleri örnek bir diyalog aşağıdaki gibidir.

(92) Araştırmacı: Tamam, peki doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun?

(93) Ö8: Hayır ikisinin de…

(94) Araştırmacı: İkisinin de niye yanlış olduğunu düşündün şu an?

(95) Ö8: Çünkü şey. Dediğim gibi alttaki sayıyla üstteki sayıyı biraz karman çorman yapmışım.

(96) Ayrıca o seçimleri de hiç hani biraz mantıksız yapmışım. Normalde çözümün öyle

(97) olmaması gerekiyordu.

Öğrencilerle yapılan görüşmeler sonucunda Ö2, Ö7, Ö19, Ö32, Ö35 kodlu öğrencilerin kavram yanılgısına sahip oldukları tespit edilmiştir. Bu kavram yanılgıları Tablo 16'da verilmiştir.

Tablo 16

Öğrencilerin kavram yanılgıları

Öğrencilerin Kavram Yanılgıları	***f (frekans)***
a bir tam sayı olmak üzere a/0 bir rasyonel sayıdır.	***3** (Ö19, Ö32, Ö35)*
0/a bir rasyonel sayı değildir.	***3** (Ö7, Ö32, Ö35)*
	***2** (Ö2, Ö7)*

a bir tam sayı olmak üzere a/0 bir rasyonel sayıdır ve bire eşittir. a ve b bir tam sayı olmak üzere, 0/a> 0/b veya 0/a<0/b dir.	***1*** *(Ö19)*

İkinci sorunun çözümü için Ö2 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrencinin a seçeneğinde rasyonel sayı oluştururken paydada sıfır kullandığı görülmüştür. B seçeneği için ise paydada sıfır kullandığı ifadeler arasında bir karşılaştırma yapmıştır. Öğrenci a seçeneğindeki çözümünün doğruluğundan emin olmadığını, b seçeneğinde ise çözümünün doğru olduğunu ifade etmiştir.

(138) Araştırmacı: Peki, tamam, doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun?
(139) Ö2: Evet.
(140) Araştırmacı: Her ikisinde de cevabının doğru olduğunu düşünüyorsun? Neden?
(141) Ö2: Birinciden pek emin değilim ama ikinci kolaydı bence öyleydi.

Öğrenci a seçeneğindeki çözümünden emin olmasa da b seçeneğindeki emin olduğu çözümünü a seçeneğindeki cevabına göre şekillendirmiştir. Öğrencinin mülakatın başında cevap kağıdında rasyonel olarak belirlediği 3/0 ve 4/0 ifadelerinin değerinin bire eşit olduğunu bu yüzden rasyonel olmadıklarını söylemiştir. Öğrencinin burada bir kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir.

(35) Araştırmacı: Şimdi önce şunu soralım sana. Rasyonel sayı oluşturulabilecekleri sormuş
(36) bize burada. Neler oluşturabilirdin? Ali'nin kartlarıyla ve Mehmet'in kartlarıyla birer
(37) örnek yapmışsın, bunun (4/0) rasyonel sayı olduğunu düşünüyor musun?
(38) Ö2: Bence değil…
(39) Araştırmacı: Neden?
(40) Ö2: Sıfır, çünkü her türlü bir çıkıyor.
(41) Araştırmacı: Nasıl yani?
(42) Ö2: Hani normalde…Altında bir olsaydı 4 tama eşit olacaktı. Sıfır olduğu için otomatik
(43) bir oluyor. Bu (3/0) da bir olur.
(44) Araştırmacı: Yani dördün sıfıra bölümü bir olduğu için mi rasyonel olmadığını düşündün?
(45) Ö2: Anlamadım.

Öğrencinin paydası sıfır olan bir ifadenin bire eşit olduğu konusunda bir kararsızlığı olmadığı görülmektedir. Bu ifadenin rasyonel olup olmama konusunda bir kararsızlık yaşamıştır. Mülakatın ilerleyen aşamalarında ise paydası sıfır olan ifadeleri rasyonel olarak

değerlendirmiştir. Öğrencinin her iki durum için de bir kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir.

(56) Araştırmacı: Daha küçük olanı… O zaman daha küçük olan dediğine göre bunun (4/0)
(57) rasyonel olduğunu düşünüyoruz şu anda?
(58) Ö2: Evet.
(59) Araştırmacı: Tamam. Bu (3/0) da rasyonel mi?
(60) Ö2: Evet.
…
(70) Ö2: Yanlış yazmışım hocam ben pek anlamadım o tarafı.
(71) Araştırmacı: Tamam, peki şimdi bunu düzeltmek istesen ne yapardın? Hani ne yaparsan
(72) bu cümle doğru olur? Yanlış olduğunu düşünüyorsun ya?
(73) Ö2: Rasyonel sayıları belirleyiniz. Düşündüğünüz ifadeler var ise… (Öğrenci soru
(74) cümlesini tekrar okudu.) Yok yani… Hepsi rasyonel olabilir bence.

Ö7 kodlu öğrenci birinci sorunun çözümünde a seçeneği için payı sıfır olan ifadelerin rasyonel sayı olamayacağını belirtmiştir. B seçeneğinde ise Ali'nin kaybettiğini belirtmiştir. Öğrenci ile yapılan görüşmede her iki seçenek için de çözümünün doğru olduğunu belirtmiştir. Mülakat sırasında öğrencinin be seçeneği ile ilgili hatası giderilmesine rağmen bu seçeneği de doğru çözdüğünü ifade etmiştir.

(79) Araştırmacı: Evet, bu şekilde kıyaslıyorsun. Peki, doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini
(80) düşünüyor musun?
(81) Ö7: Evet.

Ö7 kodlu öğrenci a seçeneğinde sıfırın hiçbir sayıya bölünemediğini dolayısıyla 0/3, 0/4, 0/-6, 0/-5 ifadelerinin bir rasyonel sayı olamayacağını söylemiştir. Bununla birlikte bir sayının sıfıra bölümünün bir olacağını ve bu ifadenin rasyonel olabileceğini belirtmiştir. Öğrencinin rasyonel sayının tanımında kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir.

(14) Araştırmacı: Peki, burada mesela sıfırı paydada hiç kullanmadın.
(15) Ö7: Beş sıfıra bölünürse 1 olur. O da olur.
(16) Araştırmacı: Yazabilir miyiz onu?
(17) Ö7: Evet (Öğrenci Ali için -5/0 ve 4/0 da yazdı.). Buraya da 4/0.
(18) Araştırmacı: Bunların rasyonel olduğunu söyledin bize. Bunlar dedin sıfır… Bir daha
(19) söyler misin açıklamanı?
(20) Ö7: Sıfır hiçbir sayıya bölünemeyeceği için rasyonel olamaz dedim.

Ö19 kodlu öğrenci ikinci sorunun a seçeneğinde rasyonel sayı olarak Mehmet için 0/3'ü ve Ali için 0/4'ü oluşturmuştur. 0/0'ın bir rasyonel sayı olamayacağını ifade etmiştir. B seçeneğinde ise 0/4, 0/3'ten büyük olduğu için oyunu Ali'nin kaybettiğini belirtmiştir. Öğrenci ile yapılan görüşmede çözümlerinin doğru olduğunu söylemiştir.

(32) Araştırmacı: Tamam, yanına yazabilirsin. Peki, bu şekilde değerlendirdin, doğru bir
(33) çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun bu soru için a şıkkı için konuşursak
(34) cevapladığın kısımla ilgili?
(35) Ö19: Evet, bence öyle.
...
(75) Araştırmacı: Küçüktür dedin. Peki, bu çözümünün (b seçeneği) doğruluğuyla ilgili
(76) yorumlarsan eğer doğru bir çözüm gerçekleştiğini düşünüyor musun?
(77) Ö19: Evet, hocam bence doğrudur çünkü nasıl desem daha küçük bir şey düşünemiyorum
(78) aklıma gelemiyor yani.

Ö19 kodlu öğrenci ile ikinci sorunun çözümü ile ilgili olarak yapılan görüşmede öğrenci bir ifadenin rasyonel sayı ifade edemeyeceği tek durumun 0/0 olduğunu söylemiştir. Paydasında sıfır bulunan bir ifadenin de rasyonel sayı ifade ettiğini belirtmiştir. Ayrıca öğrenci 0/3 ve 0/4'ü karşılaştırarak 0/3'ün daha az parçaya bölünmesinden dolayı daha büyük olduğunu ifade etmiştir. Öğrenciden 0/7 ve 0/8'i karşılaştırması istendiğinde aynı şekilde düşünerek 0/7'nin daha büyük olduğunu söylemiştir. Öğrencinin hem rasyonel sayı tanımında hem de payı sıfır olan rasyonel sayıların değerini bulmada kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir.

(25) Araştırmacı: Peki, o zaman ben şöyle bir örnekler yazıyım sana. Mesela bu (5/0) bir
(26) rasyonel sayı mıdır?
(27) Ö19: Evet, bence öyledir.
...
(30) Araştırmacı: Mesela şu (0/-4) bir rasyonel sayı mıdır?
(31) Ö19: Evet.
...
(45) Araştırmacı: Şimdi ben sana sorayım yardımcı olayım. Baştan şunu soralım, şimdi bu iki
(46) tane rasyonel sayıyı (0/4 ve 0/3) değerlendirmişsin bu oluşturduklarını içerisinden neden
(47) bu ikisini (0/4 ve 0/3) seçtin çözümünde?
(48) Ö19: Örnekleyerek vereyim. Şu yani üçe bölündüğünü düşündüm bunun (0/3). Üçe bölünce
(49) daha az dilim oluyor ama bunu dörde bölersem daha fazla dilim olduğu için daha küçük
(50) olduğunu düşündüm bunun (0/4).
...

(81) Araştırmacı: Peki, ben sana bir soru daha sorayım o zaman. Mesela bu ikisini (0/7 ve 0/8)
(82) kıyaslarsak eğer nasıl bir kıyaslama yaparız?
(83) Ö19: Hangisi daha küçüktür büyüktür olarak mı?
(84) Araştırmacı: Evet.
(85) Ö19: Hocam mantıken bu (0/7) da daha büyük olandır. Bu (0/8) küçük olandır. Çünkü nasıl…
(86) Araştırmacı: İşareti koyabilirsin aralarına.
(87) Ö19: Nasıl?
(88) Araştırmacı: Küçüktür büyüktür eşittir gibi.
(89) Araştırmacı: Onun (0/7) daha büyük olduğunu düşündün. Neden?
(90) Ö19: Hocam çünkü nasıl desem daha az parçaya bölünüyor.

Ö32 kodlu öğrenci ikinci sorunun çözümünde a seçeneği için herhangi bir rasyonel sayı yazmamıştır. B seçeneğinde ise Ali için -5/4 ve 4/0, Mehmet için -6/0 ve 4/0 ifadelerini oluşturup bu ifadeler arasında bir karşılaştırma yapmıştır. Mehmet için oluşturduğu -6/0 ifadesi en küçük olduğu için Mehmet'in oyunu kaybettiğini belirtmiştir. Öğrenci ile yapılan görüşmede çözümünün doğru olduğunu söylemiştir.

(92) Araştırmacı: Peki, doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun?
(93) Ö32: Hı hı...
(94) Araştırmacı: Neden sebebini de anlat bize?
(95) Ö32: Hocam. Yani burada baktığın zaman soruya hocam onları bulduğumda doğru
(96) olduğunu düşündüm.

Ö32 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede paydası sıfır olan ifadelerin rasyonel sayı olabileceğini söylemiştir. Ayrıca payı sıfır olan ifadelerin de rasyonel olamayacağını belirtmiştir. Kendisine yöneltilen farklı ifadelerde de düşüncesini devam ettirmiştir. Öğrencinin rasyonel sayı tanımında kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir.

(15) Araştırmacı: Tamam, oluşturduğun rasyonel sayıyı yazar mısın buraya herhangi bir şey
(16) yazmamışsın ya mesela Ali'nin kartlarıyla ilgili ne oluşturabilirsin?
(17) Ö32: Hocam...
(18) Araştırmacı: Buraya yerleştiriyormuş kartları?
(19) Ö32: (Öğrenci kutucuğa 4/0 yazdı.) 4/0 olabilir mi?
…
(27) Araştırmacı: Bir tek bu (4/0) rasyonel sayı olur diye düşündün. O zaman peki… Şu da bir
(28) rasyonel sayı mıdır? Mesela sen bunu oluşturdun. Ben de şunu oluşturuyorum. Buraya
(29) eksi dedim buraya da sıfırı yazdım. Bu (-5/0) da bir rasyonel sayı mıdır?

(30) Ö32: Evet.

(31) Araştırmacı: Tamam, peki şöyle yapabilir miydim? Mesela işte oluşturmadığın için
(32) belirtiyorum. Mesela bunu yukarı yazardım. Bunu da buraya yazardım, bu (0/4) bir
(33) rasyonel sayı mıdır?

(34) Ö32: Bu olmuyor sanırım.

(35) Araştırmacı: Neden?

(36) Ö32: Hocam… Çünkü sıfırın içinde 4 yok.

Ö35 kodlu öğrenci ikinci sorunun a seçeneğinin çözümünde Ali için -5/4 rasyonel sayısını, Mehmet için -6/3 rasyonel sayısını oluşturmuştur. B seçeneğinin çözümünde ise -5/4 ve -6/3 rasyonel sayılarını karşılaştırarak -6/3 en küçük olduğu için Mehmet'in kaybettiğini ifade etmiştir. Öğrenci ile yapılan görüşmede çözümünün doğru olduğunu belirtmiştir.

(126) Araştırmacı: Tamam, şimdi anlaştık, tamamdır. Peki, doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini
(127) düşünüyor musun her iki seçenek için de?

(128) Ö35: Evet.

Ö35 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenci payı sıfır olan ifadelerin rasyonel sayı belirtemeyeceğini, paydası sıfır olan ifadelerin ise rasyonel sayı olduğunu söylemiştir. Bu duruma sebep olarak da bir sayının sıfıra bölümünün o sayıya eşit olmasını, sıfırın bir sayıya bölümünün ise sıfıra eşit olmasını göstermiştir. Kendisine sorulan farklı durumlar için de düşüncesini devam ettirmiştir. Öğrencinin rasyonel sayı tanımında kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir.

(63) Araştırmacı: Peki, bunun (0/6) için bir rasyonel sayı diyebilir miyiz?

(64) Ö35: Diyemeyiz.

(65) Araştırmacı: Bunun (6/0) için diyebilir miyiz?

(66) Ö35: Diyebiliriz.

(67) Araştırmacı: Bir daha söyle sebebini. Bu (6/0) neden rasyonel, Bunu (0/6) neden değil?

(68) Ö35: Şimdi bölmede hani bazen yapıyoruz ya denk geliyor, 2 yukarıda oluyor sıfır aşağıda
(69) oluyor. İkiyi aşağı indirdiğimizde iki kalıyor. Çünkü sıfırın o sırada ortada yutabileceği
(70) bir eleman yok. Çünkü üstünde ondan büyük rakam olduğu için sıfır onu yutamıyor. Eğer
(71) sıfırın altında olursa...

(72) Araştırmacı: Altında olursa yutabiliyor o yüzden rasyonel değildir diyorsun.

(73) Ö35: Evet.

4.4. Öğrencilerin Üçüncü Soruya İlişkin Düşünme Yolları

Bu bölümde üçüncü soruyu yanlış cevaplandırması nedeniyle kavram yanılgısına sahip olabileceği belirlenen 9 öğrenci ile yapılan görüşmelere ait bulgulara yer verilmiştir. Görüşme

sonucunda kavram yanılgısına sahip olduğu tespit edilen Ö2, Ö4, Ö6, Ö7, Ö21 kodlu öğrencilerin düşünme yollarına ilişkin bulgular sunulmuştur.

4.4.1. Öğrencilerin Üçüncü Soruya İlişkin Problem Çözme Stratejileri: Üçüncü sorunun çözümüne ilişkin öğrencilerle yapılan görüşmelerde öğrencilerin sayı doğrusunda gösterim için parçadan bütüne ve bütünden parçaya olmak üzere iki farklı strateji kullandıkları tespit edilmiştir. Ö4 ve Ö21 kodlu öğrenciler 0 ile 1 ve 0 ile -1 tam sayıları arasında olan rasyonel sayıları sayı doğrusunda bütünden parçaya şeklinde gösterirken diğer durumlarda parçadan bütüne şeklinde göstermeyi tercih etmişlerdir. Verilen rasyonel sayıların sayı doğrusunda gösterimi ile ilgili öğrencilerin hangi stratejiyi kullandıkları Tablo 17'de verilmiştir.

Tablo 17

Öğrencilerin kullandıkları problem çözme stratejileri

Kullanılan Problem Çözme Stratejileri	***f (frekans)***
Parçadan bütüne gösterim	***4** (Ö4, Ö6, Ö7, Ö21)*
Bütünden parçaya gösterim	***7** (Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö21, Ö10, Ö27)*

Üçüncü sorunun çözümünde kullanılan problem çözme stratejilerine ilişkin Ö3 kodlu öğrenciye ait örnek ifade aşağıda verilmiştir:

(3) Ö3: Payda 5 olduğu için 0'dan 1'e kadar 5 parçaya bölmüşüm. Sonra buraya kadar sayıp (4) üçüncü noktaya gelmişim. Burada da aynı şekilde ama eksi olduğu için (-1)'den 0'a kadar (5) 7 parçaya bölmüşüm ve 0'dan geriye doğru iki yapmışım.

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde üçüncü sorunun çözümüyle ilgili kavram yanılgıları bulunduğu tespit edilen Ö2, Ö4, Ö6, Ö7, Ö21 kodlu öğrencilerin kullandıkları problem çözme stratejileri Tablo 16'da görülmektedir. Bu öğrencilerin genel olarak parçadan bütüne gösterim stratejisini kullandıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin farklı bir problem çözme stratejisi geliştirmedikleri belirlenmiştir.

Ö6 kodlu öğrencinin rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösterirken kullandığı stratejinin parçadan bütüne doğru bir gösterim olduğu gözlemlenmiştir. Önce sayıları yerleştirerek bütüne ulaşmaya çalıştığı görülmüştür.

(1) Araştırmacı: Evet problemin çözümüm için nasıl bir yol izledin, genel olarak anlatabilir misin?

(2) Ö6: İlk önce sayı doğrusunu çizdim. Sonra adımları tek tek işaretledim. Böylece sonuca ulaştım.

(3) Araştırmacı: Pay ve paydayı yerleştirirken nelere dikkat ettin?

(4) Ö6: İlk önce payda kadar birim ekledim, payı da böyle ilerlettim.

Ö21 kodlu öğrencinin üçüncü problemin çözümünde kullandığı problem çözme stratejileri değerlendirildiğinde rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösterirken bütünden parçaya gösterimi kullandığı görülmektedir.

(1) Araştırmacı: Sorumuzun, problemimizin çözümü için nasıl bir yol izledin böyle bir çözüm
(2) gerçekleştirmişsin. Çözümünü anlatabilir misin?
(3) Ö21: Bu soruda 3/5 kesrini vermiş. Ben de sayı doğrusunda göstermek için ilk başta bir
(4) sayı doğrusu çizdim ve bunu beş parçaya böldüm. Beş parçanın da üçüncü payını aldım.

4.4.2. Öğrencilerin Üçüncü Soruya İlişkin Kanıt Şemaları: Kavram yanılgısına sahip olabileceği belirlenen öğrencilerle yapılan görüşmeler sonucunda öğrencilerin üçüncü problemin çözümüne ait kanıt şemaları Tablo 18'de verilmiştir.

Tablo 18

Öğrencilerin kanıt şemaları

Tema	Kategori	Kod
Dışsal Kanıt Şemaları	**Otoriter Kanıt Şeması**	*Kuralları uygulama (Ö1, Ö10, Ö27)* *Kanıtın doğruluğu için delil sunamama (Ö2, Ö4, Ö7, Ö21)* *Derslerde yapılan çalışmalar (Ö3, Ö6)*

Üçüncü sorunun çözümünde kullanılan problem kanıt şemalarına ilişkin Ö3 ve Ö27 kodlu öğrencilerin ifadeleri aşağıda örnek olarak verilmiştir.

(53) Araştırmacı: Pay 1 olduğu için… Tamam… Doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor
(54) musun?
(55) Ö3: Hayır.
(56) Araştırmacı: Neden?
(57) Ö3: Bilmiyorum. Muhtemelen yanlış…
(58) Araştırmacı: Nerede hata olduğunu düşünüyorsun?
(59) Ö3: İlk dönem işlediğimiz için unuttum. Muhtemelen yanlış yol izliyorum ve bilmiyorum.
…
(3) Ö27: Bu artı olduğu için ilk önce 0 ile 1 arasında olduğu için beşe böldüm. Sonra 1, 2, 3
(4) diyerek 3 olduğu için burada bunu işaretledim. (Öğrenci 3/5'i göstermek için sayı
(5) doğrusunda 0 ile 1 arasını 5 eş parçaya böldü. 0'dan itibaren üç parça ilerleyerek 3/5'i işaretledi.)

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde üçüncü sorunun çözümüyle ilgili kavram yanılgıları bulunduğu tespit edilen Ö2, Ö4, Ö6, Ö7, Ö21 kodlu öğrencilerin kullandıkları kanıt şemaları Tablo 17'da görülmektedir. Bu öğrencilerin tamamının dışsal kanıt şemaları kullandıkları ve çoğunluğunun çözümlerinin doğruluğu ile ilgili kanıt şeması geliştiremedikleri tespit edilmiştir.

Ö2 kodlu öğrencinin üçüncü problemin çözümüne ilişkin kanıt şemaları incelendiğinde sorunun çözümü için yaptığı işlem basamaklarını tekrar etmiş, yeterli bir kanıt ortaya koyamamıştır. Bu durum öğrencinin dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasına sahip olduğunu göstermektedir.

(47) Araştırmacı: Neden? Hocam şundan dolayı bence benim yaptıklarım doğrudur?
(48) Ö2: Hocam bence basit direk burada mesela 12'yi 3'e böldüm 4 çıktı. Bir tane de 13
(49) olduğu için bir tane de basamak atladım direkt oldu cevap geldi yani.

Ö4 kodlu öğrencinin üçüncü problemin çözümüne ilişkin kanıt şemaları incelendiğinde dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasına sahip olduğu görülmektedir. Öğrenci çözümüne ilişkin yeterli kanıt sunamamıştır.

(40) Araştırmacı: Doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyorsun?
(41) Ö4: Evet.
(42) Araştırmacı: Peki sana bunu düşündürten şey ne?
(43) Ö4: Kendim, yani doğru yaptığımı düşünüyorum.
(44) Araştırmacı: Peki hocam şundan dolayı doğru benim çözümüm diyeceğin bir şey var mı?
(45) Ö4: Yok.

Ö6 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrencinin problemin çözümü için dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullandığı görülmüştür. Öğrenci çözümünü doğruluğunu derste yapılan veya öğretilen şekliyle ilişkilendirmiştir.

(60) Araştırmacı: Peki, sana bunun doğru olduğunu düşündürten şey ne? Hocam şundan dolayı
(61) bence dolayı bence doğrudur cevaplarım.
(62) Ö6: Yani böyle gösterildi derste ondan dolayı.

Ö7 kodlu öğrencinin üçüncü problemin çözümüne ilişkin kanıt şemaları incelendiğinde dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasına sahip olduğu görülmektedir. Öğrenci problemin çözümünün doğruluğuyla ilgili olarak yeterli kanıt sunamamıştır.

(61) Araştırmacı: Peki doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun bu soru için?
(62) Ö7: Evet.
(63) Araştırmacı: Bunun sebebi nedir? Sana bunu düşündürten şey? Doğrudur çünkü…
(64) Ö7: Doğrudur çünkü bunların böyle olabileceğini düşünüyorum.

Ö21 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmelerde problemin çözümünde dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasına sahip olduğu görülmektedir. Çünkü öğrenci problemi doğru çözdüğünü belirtse bile çözümünün doğruluğu için yeterli kanıt üretememiştir.

(99) Araştırmacı: Tamam. Yerleştirirken bunlara dikkat ettin. Peki doğru bir çözüm
(100) gerçekleştirdiğini düşünüyor musun? Dört tane sayı doğrusunda gösterme ve seninle
(101) beraber yaptıklarımız da dahil olursa?
(102) Ö21: Evet.
(103) Araştırmacı: Tamam. Sana bunu düşündürten şey neydi?
(104) Ö21: Şu an çözdüğümde öyle düşündüm yani. Bileşikleri tam sayılıya çevirdiğimde sayı
(105) doğrusunda da öyle gösterdim.

4.4.3. Öğrencilerin Üçüncü Soruya İlişkin Matematiksel İnançları: Öğrencilerle yapılan görüşmelerden elde edilen, öğrencilerin üçüncü soru ile ilgili matematiksel inançları Tablo 19'de verilmiştir.

Tablo 19

Öğrencilerin matematiksel inançları

Öğrencilerin Görüşleri	***f (frekans)***
Deneyim sayesinde kendine güvenme	***5** (Ö4, Ö6, Ö7, Ö21, Ö27)*
Problem çözüm sürecinin farkında olma	***1** (Ö3)*
Problem çözümünde kararsızlık yaşama	***2** (Ö2, Ö10)*
Problem çözümünde zorlanma	***1** (Ö1)*

Görüşme yapılan öğrencilerden Ö1, Ö3 ve Ö27 kodlu öğrencilere ait örnek ifadeler aşağıda verilmiştir.

(60) Araştırmacı: Tamam. Problemin çözüm süreci sana neler hissettirdi?
(61) Ö1: Normal, normal bir soruydu.
(62) Araştırmacı: Normal bir soruydu, zorlandın mı?
(63) Ö1: Yani bunda zorlandım ben.
...
(75) Araştırmacı: Peki neler hissettirdi çözüm süreci sana?
(76) Ö3: Yanlış yaptığımı düşündüğüm için öyle yani.
(77) Araştırmacı: Yaparken yanlış yaptığını düşünüyor muydun?
(78) Ö3: Evet.
(79) Araştırmacı: Hatırlayamadığın için?
(80) Ö3: Evet.

…

(24) Araştırmacı: Peki problemin çözüm süreci sana neler hissettirdi?

(25) Ö27: Nasıl yani?

(26) Araştırmacı: Zorlandım, kolaydı gibi?

(27) Ö27: Zaten bunları yapabildiğim için zorlanmadım hiç…"

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde üçüncü sorunun çözümüyle ilgili kavram yanılgıları bulunduğu tespit edilen Ö2, Ö4, Ö6, Ö7, Ö21 kodlu öğrencilerin üçüncü sorunun çözümüne ilişkin matematiksel inançları Tablo 19'da görülmektedir. Bu öğrencilerin çoğunluğunun üçüncü soruyla ilgili olarak deneyimleri sayesinde çözümlerine güvendikleri görülmektedir.

Ö2 kodlu öğrencinin üçüncü probleme ilişkin matematiksel inançları incelendiğinde sorunun kolay olduğunu düşünmesine karşın çözüm aşasında karasızlıklar yaşadığı görülmüştür.

(69) Araştırmacı: Kolaydı. Zorlandığın bir kısım oldu mu?

(70) Ö2: (-2) mi (-1) mi yazacağımı orada şaşırdım.

(71) Araştırmacı: Peki ona neden şaşırdığını düşünüyorsun? Ne seni bu şekilde düşündürdü?

(72) Ö2: Hocam tam sayıda, daha doğrusu 2 tam olacağı için (-1)'den mi yoksa (-2)'den mi

(73) başlasam kararsız kaldım sonra (-2) ye karar verdim.

Ö4 kodlu öğrencinin üçüncü problemin çözümüne ilişkin matematiksel inançları incelendiğinde zorlanmadığını, çözümüne güvendiği görülmektedir.

(52) Araştırmacı: Peki problemin çözüm süreci sana neler hissettirdi? Zor muydu, kolay mıydı?

(53) Ö4: Orta derece…

…

(56) Araştırmacı: Tamam. Zorlandığın kısımlar oldu mu?

(57) Ö4: Yok.

Ö6 kodlu öğrencinin üçüncü probleme dair matematiksel inançları incelendiğinde öğrencinin çözümde zorlanmadığı, muhtemelen daha önceki deneyimleri sebebiyle çözümü gerçekleştirdiği gözlemlenmiştir.

(63) Araştırmacı: Problemin çözüm süreci sana ne hissettirdi bu problem?

(64) Ö6: Basit hissettirdi. Çok zor değildi.

…

(68) Araştırmacı: Peki, zorlandığın kısımlar oldu mu?

(69) Ö6: Yok.

Ö7 kodlu öğrencinin üçüncü problemin çözümüne ilişkin matematiksel inançları incelendiğinde soruyu rahatlıkla cevapladığı, çözümüne güvendiği görülmektedir.

(65) Araştırmacı: Böyle olduğunu düşünüyorsun. Peki… Bu problemin çözüm süreci sana neler
(66) hissettirdi?
(67) Ö7: Yani, sayı doğrusu çizerek bulduk zaten. Kolay oluyor.
…
(70) Araştırmacı: Yapmazdın. Zorlandığın kısımlar oldu mu?
(71) Ö7: Hayır.

Ö21 kodlu öğrencinin probleme dair matematiksel inançları incelendiğinde öğrencinin çözüm sürecinde pek zorlanmadığı daha önceki deneyimleri sebebiyle yapabildiğini düşündüğü gözlemlenmiştir.

(118) Araştırmacı: Problemin çözüm süreci sana neler hissettirdi?
(119) Ö21: İlk çözdüğümde bir afalladım. Bunun sorusu nerede diye düşündüm. Sonra arka
(120) sayfada olduğunu gördüm. Sonra yaptım yani bu şekilde.
(121) Araştırmacı: Zorlandığından kısımlar oldu mu?
(122) Ö21: Çok olmadı.

4.4.4. Öğrencilerin Üçüncü Soruya İlişkin Kavram Yanılgıları: Öğrencilerle yapılan görüşmeler sonucunda Ö1, Ö3 ve Ö27 kodlu öğrencilerin kavram yanılgısına sahip olmadıkları görülmüştür. Ö3 kodlu öğrenci problemin çözümünün yanlış olduğunu çözüm aşamasında farkında olduğunu belirtmiştir. Ö1 ve Ö27 kodlu öğrenciler ise görüşme sırasında çözümlerinin yanlış olduğunu fark etmişlerdir. Bu sebeple kavram yanılgısı değil, bilgi eksiği ve kavramsal hata olarak kodlanmıştır. Öğrencilerin bilgi eksiği olduğunu gösteren ve hatalarını fark ettiklerini ifade ettikleri örnek bir diyalog aşağıdaki gibidir.

(6) Ö27: Bu eksi olduğu için 0 ile (-1), buraya 1 yazmışım yanlışlıkla. 1,2,3,4,5,6,7'ye böldüm.
(7) Sonra ikincisini işaretledim. Burada tam sayılı olduğu için (-1) ile (-2) arasında yaptım.
(8) 1,2, 3, 4,5'e böldüm. Birincisini aldım buradan. Sonra bunu tam sayılıya çevirdim. Burada
(9) yanlış yapmışım. Eksi olamayacakmış. 1,2,3'e böldüm. Birincisini aldım. Tam tersi olacak ama.

Öğrencilerle yapılan görüşmeler sonucunda Ö2, Ö4, Ö6, Ö7, Ö21 kodlu öğrencilerin kavram yanılgısına sahip oldukları tespit edilmiştir. Bu kavram yanılgıları Tablo 20'de verilmiştir.

Tablo 20

Öğrencilerin kavram yanılgıları

Öğrencilerin Kavram Yanılgıları	***f (frekans)***
Rasyonel sayıyı tam sayı gibi düşünüp sayı doğrusuna yerleştirme	***2*** *(Ö6, Ö7)*
Rasyonel sayıyı sayı doğrusunda olması gerekenden bir önceki aralığa yerleştirme	***1*** *(Ö21)*
Bileşik kesirlerde payda kadar parça arasına pay kadar çizgi çizerek sayı doğrusunda gösterme	***1*** *(Ö4)*
Negatif rasyonel sayıyı sıfırın solundan başlayıp sağa doğru sayarak sayı doğrusuna yerleştirme	***1*** *(Ö2)*

Ö2 kodlu öğrenci üçüncü problemin çözümünde verilen dört rasyonel sayıyı sayı doğrusunda göstermiştir. Çözümünün doğru olduğunu ifade etmiştir.

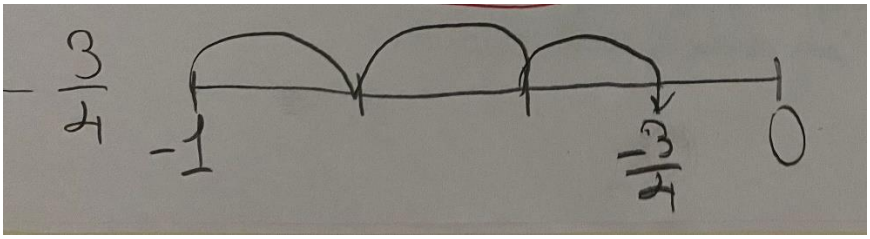
(44) Araştırmacı: Şimdi bunun tamamladın. Devam edelim. Doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini (45) düşünüyor musun?

(46) Ö2: Evet.

Ö2 kodlu öğrenci problemde verilen rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösterirken önce hangi aralıkta olduğunu belirlemiş sonrasında ise aralıkları sayarak yerlerini belirlemiştir. Ancak negatif rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösterirken saymaya başlangıç noktası olan sıfırdan değil, en son yazdığı negatif tam sayıdan başlamıştır ve soldan sağa doğru saymıştır. Görüşme sırasında kendisinden sayı doğrusunda göstermesi istenilen -3/4 ve -7/3 rasyonel sayısını da aynı şekilde göstermiştir. Ö2 kodlu öğrencinin kavram yanılgısına sahip olduğu Şekil 8'de görülmektedir.

Şekil 8

Ö2 kodlu öğrencinin -3/4 rasyonel sayısını sayı doğrusunda gösterimi



(14) Araştırmacı: Peki hemen şu altına -3/4 ü de gösterebilir misin?

(15) Ö2: Buraya mı?

(16) Araştırmacı: Evet.

(17) Ö2: Tamam şöyle diyelim. Şöyle oluyor burası (-1).

(18) Araştırmacı: Kaç parçaya böldün?

(19) Ö2: 4... 1,2,3… 3 oluyor. Durun hocam bir saniye…

(20) Araştırmacı: Tamam.

(21) Ö2: Şimdi buradan (-1'i göstererek) 3.sünü işaretleyeceğiz. 1,2,3…

(22) Araştırmacı: Tamam.

Ö4 kodlu öğrenci üçüncü problemin çözümünde verilen dört rasyonel sayıyı sayı doğrusunda göstermiştir. Çözümünün doğru olduğunu belirtmiştir.

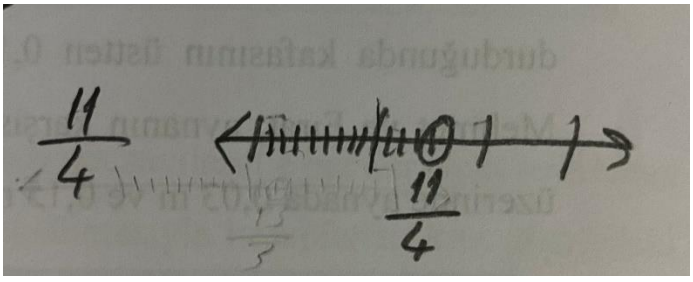
(37) Araştırmacı: Tamam doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun dördü için de (38) konuşursak?

(39) Ö4: Evet.

Öğrenci ile yapılan görüşmede bileşik kesir olarak verilen 13/3'ü sayı doğrusunda gösterirken paydada bulunan sayı kadar çizgi çizip, sayı doğrusunda belirttiği her iki çizgi arasına da pay kadar çizgi çizdiği görülmüştür. Kendisinden 11/4 kesrini sayı doğrusunda göstermesi istendiğinde yine aynı şekilde bir çözüm gerçekleştirmiştir. Öğrencinin bileşik kesirleri sayı doğrusunda gösterme ile ilgili kavram yanılgısına sahip olduğu Şekil 9'da görülmektedir.

Şekil 9

Ö4 kodlu öğrencinin 11/4 rasyonel sayısını sayı doğrusunda gösterimi



(46) Araştırmacı: Tamam, 11/4'ü sayı doğrusunda gösterebilir misin bana?

(47) Ö4: (Öğrenci sayı doğrusuna 4 çizgi çizdi. İlk iki çizgi arasını 9 parçaya böldü. İkinci ve (48) üçüncü çizgi arasına 4 çizgi çizdikten sonra 4.yü 11/4 olarak işaretledi.) Burası 11/4.

(49) Araştırmacı: Peki nasıl karar verdin bunlara, sayılara?

(50) Ö4: Dört tane çizgi çekiyoruz. Aralarına 11 tane çizgi çekiyorum. Ondan sonra
(51) 4.yü…mesela buradan (2.çizgiyi göstererek) 4. çıkıyor. Direkt onu işaretliyorum.

Ö6 kodlu öğrenci üçüncü problemin çözümünde verilen üç rasyonel sayıyı sayı doğrusunda göstermiştir. 13/3 rasyonel sayısını da mülakat sırasında sayı doğrusunda göstermiştir. Öğrenci ile yapılan görüşmede görüşme esnasında sayı doğrusunda gösterilmesi istenen 7/6 rasyonel sayı dışında çözümü doğru olarak gerçekleştirdiğini düşündüğünü söylemiştir.

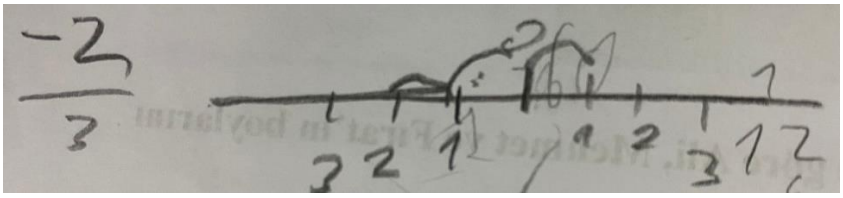
(54) Araştırmacı: Problemin çözümünü doğru gerçekleştirdiğini düşünüyor musun?
(55) Ö6: Bilmiyorum. Bileşiklerde belki yanlış yapmış olabilirim.
(56) Araştırmacı: Neyi?
(57) Ö6: Şurada 7/6'yı yanlış göstermiş olabilirim.
(58) Araştırmacı: Diğerlerinin doğru olduğunu düşünüyorsun.
(59) Ö6: Hı hı…

Ö6 kodlu öğrenci üçüncü problemin çözümünde rasyonel sayıyı sayı doğrusunda gösterirken payda kadar tam sayıyı belirledikten pay kadar ilerleyerek gösterimi gerçekleştirmiştir. Ancak öğrenciye verilen rasyonel sayının hangi iki tam sayı arasında olduğu sorulduğunda 0 ile paydada bulunan sayı hangisi ise onun arasında olduğunu belirtmiştir. Öğrencinin zihninde tam kavramı oluşsa da doğru bir yer edinememiştir. Öğrenciye mülakat sırasında göstermesi istenen rasyonel sayılarda da aynı durumla karşılaşılmıştır. Öğrencinin kavram yanılgısına sahip olduğu Şekil 10'da görülmektedir.

(40) Araştırmacı: Peki bir tane daha sorayım. -2/3 ü gösterir misin?
(41) Ö6: (Öğrenci sağdan sola doğru 0'dan (-3)'e kadar yazdı. -2'nin bulunduğu noktayı -2/3
(42) olarak işaretledi.) Burası bence.
(43) Araştırmacı: Peki yine aynı soruyu soracağım. Bu durumda -2/3'ü hangi iki tam sayı
(44) arasında düşüneceğiz?
(45) Ö6: (-3) ile 0.

Şekil 10

Ö6 kodlu öğrenicinin -2/3 rasyonel sayısını sayı doğrusunda gösterimi



Ö7 kodlu öğrenci üçüncü problemin çözümünde verilen dört rasyonel sayıyı sayı doğrusunda göstermiştir. Problemin çözümünü doğru olarak gerçekleştirdiğini belirtmiştir.

(61) Araştırmacı: Peki doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun bu soru için?

(62) Ö7: Evet.

Ö7 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede bileşik kesir olan 13/3'ü sayı doğrusunda gösterirken payda kadar çizgi çizip 1, 2, 3 şeklinde isimlendirip bu durumu 5 kez tekrarladığı ve en son yazdığı 1'i de 13/3 olarak işaretlediği görülmüştür. Görüşme sırasında kendisinden sayı doğrusunda göstermesi istenilen 17/4 bileşik kesri için de benzer şekilde çözüm gerçekleştirmiştir. Öğrencinin bileşik kesirleri sayı doğrusunda göstermede kavram yanılgısına sahip olduğu Şekil 11'de görülmektedir.

(35) Araştırmacı: Tamam şimdi ben bir tane daha sorayım sana. 17/4'ü gösterebilir misin?

(36) Ö7: Sayı doğrusu çizelim. (Öğrenci sayı doğrusunda soldan sağa doğru ilk çizgiye bir

(37) yazarak 4'e kadar devam etti. Dörtten sonra tekrar 1, 2, 3, 4 şeklinde çizgilere sayılar

(38) yazdı. Bu durumu beş kez tekrarladı. Sonraki döngüde 1 yazan çizgiyi 17/4 olarak

(39) işaretledi.) Bir tane daha çizeceğim.

(40) Araştırmacı: Bunları belirlerken neye dikkat ettin?

(41) Ö7: Sayıya. Mesela burası 17/4.

(42) Araştırmacı: Oranın neden 17/4 olduğuna karar verdin? Onu da anlatırsan.

(43) Ö7: Her dörtte… Dörder dörder sayarak buldum. Mesela burası 16 olur burası 17 olur.

(44) Araştırmacı: Bunu o zaman önce tam sayılı olarak düşündün. Dört tam olduğu için dört

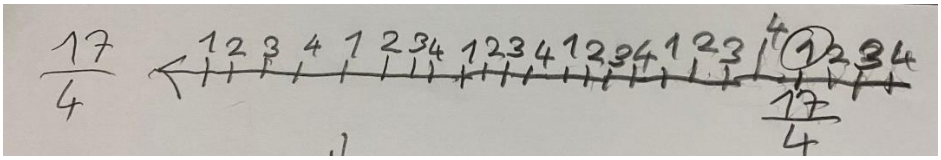
(45) tane tam çizdin. Doğru mu?

(46) Ö7: Evet.

(47) Araştırmacı: Sonra buradaki birinciye 17/4 dedin."

Şekil 11

Ö7 kodlu öğrencinin 17/4 rasyonel sayısını sayı doğrusunda gösterimi



Ö21 kodlu öğrenci üçüncü sorunun çözümünde dört rasyonel sayıyı da sayı doğrusunda göstermiştir. Öğrenci ile yapılan görüşmelerde problemin çözümünü doğru gerçekleştirdiğini belirtmiştir.

(99) Araştırmacı: Tamam. Yerleştirirken bunlara dikkat ettin. Peki doğru bir çözüm

(100) gerçekleştirdiğini düşünüyor musun? Dört tane sayı doğrusunda gösterme ve seninle

(101) beraber yaptıklarımız da dahi olursa?

(102) Ö21: Evet.

Ö21 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmelerde öğrencinin tam sayılı ve bileşik olan rasyonel sayıların sayı doğrusunda gösteriminde rasyonel sayının işaretine dikkat etmeksizin sayı doğrusunda sıfırın solundan itibaren 1, 2 şeklinde tam sayıları yazarak rasyonel sayının gösterimini gerçekleştirmiştir. Bununla birlikte hem problem çözümünde hem de mülakatta tam sayılı olan rasyonel sayıların bulunması gereken aralıktan bir önceki aralığa yerleştirmiştir. Örneğin; problem çözümü esnasında -1 $\frac{1}{5}$ rasyonel sayısını 0 ve -1 aralığına yerleştirdiği çözüm kağıdında görülmektedir. Görüşme sırasında ise kendisine sayı doğrusunda göstermesi istenilen üç bileşik olan rasyonel sayının da yerlerini aynı şekilde belirlemiştir. 12/5 rasyonel sayısını 1 ve 2 aralığına 10/3 rasyonel sayısını 2 ve 3 aralığına yerleştirmiştir. Ö21 kodlu öğrencinin bu iki durum ile ilgili bir kavram yanılgısına sahip olduğu Şekil 12'de görülmektedir.

(74) Araştırmacı: Bir de 12/5'i gösterir misin?

(75) Ö21: Bunu da yine tam sayılıya çevireyim. (Öğrenci 2 tam 2/5 buldu. Sayı doğrusunda 1

(76) ve 2'yi sağdan sola doğru yerleştirip arasını bölmeye başladı.) Bu da 1 ve 2 arasında.

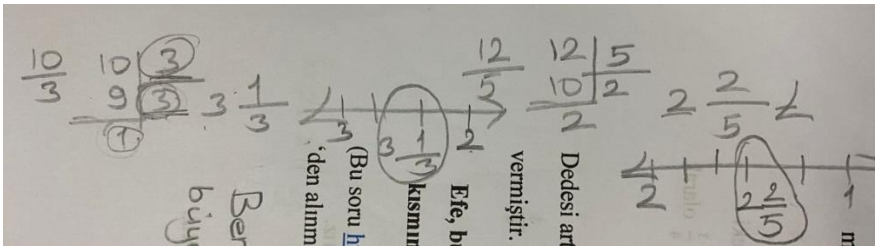
(77) Araştırmacı: Nasıl karar verdin 1 ve 2 arasında olduğuna?

(78) Ö21: Çünkü 2 tam… 2 tam 0 ile 2 arasında olmayacağı için... 0 ile 1 ise bu, (önceki örnekte

(79) 1 tam 2/3 ü 0 ile 1 arasında göstermişti.) ben de 0 ile 2 olarak düşündüm.

Şekil 12

Ö21 kodlu öğrencinin bileşik kesirleri sayı doğrusunda gösterimi



4.5. Öğrencilerin Dördüncü Soruya İlişkin Düşünme Yolları

Bu bölümde dördüncü soruyu yanlış cevaplandırması nedeniyle kavram yanılgısına sahip olabileceği belirlenen 9 öğrenci ile yapılan görüşmelere ait bulgulara yer verilmiştir. Görüşme sonucunda kavram yanılgısına sahip olduğu tespit edilen Ö4, Ö7, Ö26, Ö32 kodlu öğrencilerin düşünme yollarına ilişkin bulgular sunulmuştur.

4.5.1. Öğrencilerin Dördüncü Soruya İlişkin Problem Çözme Stratejileri:

Dördüncü sorunun çözümü ile ilgili kavram yanılgısına sahip olabileceği belirlenen öğrencilerle yapılan görüşmede öğrencilerin dergi için ödenecek aylık miktarı belirlerken ondalık gösterim elde edebilmek amacıyla yıllık ücreti ödenecek ay sayısına bölmeyi tercih etmişlerdir. Kesir olarak yazıp genişletme ya da sadeleştirme yoluna gitmeyi deneyen öğrenci

olmamıştır. Öğrencilerin payı paydaya bölerek ondalık gösterim elde edebileceklerini gösteren örnek öğrenci ifadeleri aşağıda verilmiştir.

(1) Araştırmacı: Evet problemin çözümü için nasıl bir yol izledin anlatabilir misin?
(2) Ö3: Derginin yıllık aboneliği 25 TL imiş 1 yılda 12 ay olunca 25'i 12 ye bölmüşüm. Yani
(3) bölememişim daha doğrusu sonra bölemeyince de yapabildiğin kadar 2,15 yazmışım.
...
(9) Ö19: Hocam burada şey yapmayı denemişim büyük ihtimal 25, 25 aydı değil mi? 25 lirayı
(10) kaça bölmüşüm 12 aya bölmeyi denemişim sanırım aynen 25 lirayı 12 aya bölmeyi
(11) denemişim böylece 1 ayın fiyatını bulacaktım ama şey işte devirli çıktığı için bırakmışım
(12) yarıda kafam karışıp.

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde dördüncü sorunun çözümüyle ilgili kavram yanılgıları bulunduğu tespit edilen Ö4, Ö7, Ö26, Ö32 kodlu öğrencilerin kullandıkları problem çözme stratejileri incelendiğinde dergi için ödenecek aylık miktarı belirlerken ondalık gösterim elde edebilmek amacıyla yıllık ücreti ödenecek ay sayısına bölmeyi tercih ettikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin farklı bir problem çözme stratejisi geliştirmedikleri belirlenmiştir.

Ö4 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrencinin dördüncü problemin çözümü için payı paydaya bölme stratejisi kullandığı belirlenmiştir.

(1) Araştırmacı: Evet problemin çözümü için böyle bir yol izlemişsin. Çözümünü anlatabilir
(2) misin? Nasıl bir yol izledin çözüm olarak?
(3) Ö4: Yıllık 25 lira olduğu için 25'i yani ay 1 yıl 12 ay olduğu için 25'i 12 ye böldüm 2 çıktı.
(4) O yüzden 12 ye böldüm tam olduğu için de 1 tam 2 bölü 12 oluyor o yüzden 1 tam 2 bölü 12
(5) yaptım.

Ö7 kodlu öğrencinin problem çözümünde payı paydaya bölme stratejisini kullandığı görülmektedir.

(1) Araştırmacı: Evet bu sorunun çözümü için nasıl bir yol izledin anlatabilir misin?
(2) Ö7: Yıllık ücreti 25 liraymış 1 yılda 12 ay olduğu için 25'i 12 ye böldüm ve de sonucu buldum.

Ö26 kodlu öğrenci problemin çözümü için payı paydaya bölme stratejisini kullanmıştır.

(1) Araştırmacı: Evet dördüncü sorumuzun çözümünü bu şekilde gerçekleştirmişsin genel
(2) olarak çözüm yolunu nasıl bir yol izledin anlatabilir misin?
(3) Ö26: Bir yıllık 25 TL olduğu için ve bir yılda 12 ay olduğu için 25'i 12 ye böldüm.

Ö32 kodlu öğrencinin problemin çözümünde kullandığı problem çözme stratejileri incelendiğinde öğrencinin payı paydaya bölme stratejisini kullandığı görülmektedir.

(1) Araştırmacı: Evet dördüncü sorumuzun çözümünü bu şekilde gerçekleştirmişsin nasıl bir (2) yol izledin çözümünü anlatabilir misin?
(3) Ö32: Hocam Bilim Teknik dergisinin elektronik yayınlarının aboneliği yıllık 25 TL'dir diyor (4) hocam 1 aylık abonelik ücretini istediği için bende 1 yılda 12 ay olduğu için 25'i 12 ye (5) bölerek 1 ayı bulabileceğimi düşündüm."

4.5.2. Öğrencilerin Dördüncü Soruya İlişkin Kanıt Şemaları: Dördüncü sorunun çözümü ile ilgili olarak kavram yanılgısına sahip olabileceği belirlenen öğrencilerle yapılan görüşmede kullandıkları kanıt şemalarının dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şeması olduğu görülmüştür. Öğrencilerin yaptıkları çözümlerle ilgili olarak yeterli kanıt üretemedikleri gözlenmiştir. Buna ilişkin geçen örnek bir diyalog şöyledir:

(26) Araştırmacı: Tamam peki burada doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun?
(27) Ö3: Hayır.
(28) Araştırmacı: Neden?
(29) Ö3: Yani bölmeyi hatırlayamadım yani işlemi yani yaptığım işlem doğru olsa bile (30) çıkardığım sonuç yanlış muhtemelen.

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde üçüncü sorunun çözümüyle ilgili kavram yanılgıları bulunduğu tespit edilen Ö4, Ö7, Ö26, Ö32 kodlu öğrencilerin kullandıkları kanıt şemaları incelendiğinde dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullandıkları tespit edilmiştir. Öğrenciler çözümlerinin doğruluğuna ilişkin yeterli kanıt sunamamışlardır.

Ö4 kodlu ile yapılan görüşmede problemin çözümü için dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullandığı belirlenmiştir. Öğrencinin yaptığı bölme işleminin doğru olduğunu düşündüğü, yeterli kanıt üretemediği görülmüştür.

(26) Araştırmacı: Hocam şundan dolayı çözümüm doğrudur diye tamamlarsan cümleyi neden (27) doğru olduğunu düşünüyorsun?
(28) Ö4: Bölmemin doğru olduğunu düşünüyorum.

Ö7 kodlu öğrencinin dördüncü sorunun çözümü için dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasıdır. Öğrenci bölme yapılması gerektiğini düşündüğü için çözümünün doğruluğunu ifade etmektedir. Kuralları uygulamak öğrenciye çözümünün doğru olacağını düşündürmektedir.

(13) Araştırmacı: Doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun?
(14) Ö7: Evet.
(15) Araştırmacı: Peki bunu düşündürten şey nedir sana?
(16) Ö7: Ya burada bölme yapmamız lazım onun için.

Ö26 kodlu öğrencinin problemi çözümü ile ilgili kanıt şemaları incelendiğinde dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullandığı görülmüştür. Öğrenci kuralları uygulayarak çözüme ulaştığını çözümünün mantıklı olduğunu belirtmiştir. Yeterli kanıt ortaya koyamamıştır.

(26) Araştırmacı: Peki sana bunu düşündürten şey ne? Hocam bundan dolayı doğru yaptım.

(27) Ö26: Çünkü başka bir şekilde de belki çözülebilir ama yani mantıklı çözümü.

Ö32 kodlu öğrencinin problem çözümü ile ilgili kanıt şemaları incelendiğinde yeterli bir kanıt sunamadığı görülmektedir. Dolayısıyla öğrenci problemin çözümü için dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasına sahiptir.

(32) Araştırmacı: Tamam hocam şundan dolayı çözümüm doğru cümleyi tamamlarsan eğer?

(33) Ö32: Hocam yıllık aboneliği 25 TL imiş 1 aylığını soruduğu için bende yıl 25'i bir yıla

(34) bölerek 1 ayı bulabileceğimi düşündüm.

4.5.3. Öğrencilerin Dördüncü Soruya İlişkin Matematiksel İnançları: Öğrencilerle yapılan görüşmelerde dördüncü soruyla ilgili matematiksel inançları Tablo 21'de verilmiştir. Öğrencilerin bazıları sorunun çözümünde stres yaşadığını belirtirken bazıları ise konuyu kavrayamadığı için çözüm sürecinde zorlandığını belirtmiştir.

Tablo 21

Öğrencilerin matematiksel inançları

Öğrencilerin Görüşleri	***f (frekans)***
Konuyu hatırlayamama, anlamama	***2** (Ö3, Ö12)*
Deneyim sayesinde kendine güvenme	***4** (Ö2, Ö7, Ö26, Ö32)*
Problem çözümünde kararsızlık yaşama	***1** (Ö19)*
Özgüven eksikliği	***4** (Ö2, Ö3, Ö5, Ö12)*
Problem çözümünde zorlanma	***3** (Ö3, Ö4, Ö19)*
Stres hissetme	***1** (Ö5)*
Soruyu anlamama	***1** (Ö4)*

Kavram yanılgısına sahip olabileceği düşünülen öğrencilerle yapılan görüşmelerden Ö3, Ö5 ve Ö12 kodlu öğrencilerin problemin çözümüne ilişkin matematiksel inançlarına ait örnek ifadeler aşağıda verilmiştir:

(42) Araştırmacı: Peki bu problemin çözüm süreci sana ne hissettirdi?

(43) Ö3: Yani, yaparken yani daha soruyu okuduğumda zaten zorlanacağımı hissettim.

(44) Araştırmacı: Neden öyle hissettin? Hocam şurayı görünce şöyle?

(45)Ö3: Yani tam bölünmediği için 25'i 12 ye yani biraz düşündüm ama sonra yapamayacağımı
(46) düşününce zaten soruyu bıraktım.

…

(18) Araştırmacı: 66'yı 32 ye bölmüş olsaydık. Tamam yeterli teşekkür ederim. Şimdi bu
(19) problem süreci sana ne hissettirdi?
(20) Ö5: Valla stres…
(21) Araştırmacı: Stres oldun. Peki, strese girmenin sebebi neydi burada?
(22) Ö5: Yanlış yaptığımdan…

…

(57) Araştırmacı: Bilmiyorsun çözümü. Peki problemin çözüm süreci sana neler hissettirdi?
(58) Ö12: Nasıl yani?
(59) Araştırmacı: Yani zor muydu? Kolay mıydı? Ne hissettin çözerken?
(60) Ö12: Yani bilmediğim için yanlış olma ihtimali vardı. Onun için biraz tedirgin…

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde üçüncü sorunun çözümüyle ilgili kavram yanılgıları bulunduğu tespit edilen Ö4, Ö7, Ö26, Ö32 kodlu öğrencilerin dördüncü soruya ilişkin matematiksel inançları Tablo 21'de görülmektedir. Bu öğrencilerin çoğunluğunun sorunun çözümünde deneyimleri sayesinde çözümlerine güvendikleri tespit edilmiştir.

Ö4 kodlu öğrencinin problem çözümüne ilişkin matematiksel inançları incelendiğinde öğrencinin soruyu tam anlayamadığı, zorlandığı görülmektedir.

(29) Araştırmacı: Peki problemin çözüm süreci sana neler hissettirdi? Yani kolay mıydı? Zor
(30) muydu?
(31) Ö4: Orta derece…
(32) Araştırmacı: Orta derece peki orta dediğine göre bir yerde zorlandın mı?
(33) Ö4: Evet.
(34) Araştırmacı: Neresi?
(35) Ö4: Soruyu ilkin anlamadım sonra 2-3 kere okuduktan sonra son okumada anladım.

Ö7 kodlu öğrencinin problemin çözümü ile ilgili matematiksel inançları incelendiğinde öğrencinin muhtemelen önceki deneyimlerine bağlı olarak problemi zorlanmadan çözebildiği görülmüştür.

(32) Araştırmacı: Tamam çözümü süreci sana neler hissettirdi? Yani zor muydu kolay mıydı
(33) sorular?
(34) Ö7: Yok aslında değildi yıllık abonelik 25 lira olduğu için bir yılda da 12 ay olduğu için
(35) 25'i 12 ye bölerek buldum.

Ö26 kodlu öğrencinin dördüncü probleme ilişkin matematiksel inançları incelendiğinde öğrenci muhtemelen önceki deneyimlerine bağlı olarak zorlanmadan yapabildiğini söylemiştir.

(28) Araştırmacı: Gerçekleştirdiğini düşünüyorsun. Peki problemi çözüm süreci sana neler (29) hissettirdi? Yani zorlandığın kısımlar oldu mu? Kolay mıydı? Çözülebilir düzeyde miydi?

(30) Ö26: Çözülebilirdi.

(31) Araştırmacı: Zorlandığın kısım oldu mu?

(32) Ö26: Hayır.

Ö32 kodlu öğrencinin problem ile ilgili matematiksel inançları incelendiğinde problemi zorlanmadan kolaylıkla çözebildiğini belirtmiştir.

(36) Araştırmacı: Problemin çözüm süreci sana neler hissettirdi? Bu problemin, yani hocam zorlandım, kolaydı…?

(37) Ö32: Yok hocam zorlanmadım.

4.5.4. Öğrencilerin Dördüncü Soruya İlişkin Kavram Yanılgıları: Öğrencilerle yapılan görüşmelerde Ö3, Ö5 kodlu öğrenciler çözümlerinin yanlış olduğunu ifade etmişlerdir. Ö12 kodlu öğrenci ise çözümünden emin olmadığını belirtmiştir. Ö2 kodlu öğrenci çözümünün doğru olduğunu belirtse de bölme işlemini devam ettiremediğinin ve cevabın farklı bir sonuç olacağının farkındadır. Bu öğrencilerin kavram yanılgısına sahip olmadığı, eksik öğrenmeye sahip oldukları ya da hata yaptıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin çözümlerine ilişkin görüşleri aşağıda verilmiştir.

(52) Araştırmacı: Peki doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun bu soru için?

(53) Ö12: Emin değilim ondalıklarda.

(54) Araştırmacı: Neresi senin emin olmadığın nokta?

(55) Ö12: Ya tam bölünmediği için bir de tam bölündüyse de yapılıyorsa da ben hatırlamıyorum (56) bilmiyorum.

…

(29) Araştırmacı: Bu şekilde olur peki doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun?

(30) Ö2: Evet.

(31) Araştırmacı: Neden sana bunu düşündürten şey ne?

(32) Ö2: Hocam 12 ile böldüğüm için bir tane ayın ücretini bulabildim.

(33) Araştırmacı: Tamam peki o kalanla ilgili yorumun var mı?

(34) Ö2: Kalanla ilgili 2-3, 2,5 falan olmaz da 2,5'dan küçük olur.

Görüşmeler sonucunda dördüncü sorunun çözümüne ilişkin Ö4, Ö7, Ö26, Ö32 kodlu öğrencilerin kavram yanılgıları olduğu tespit edilmiştir. Bu öğrencilerin kavram yanılgıları Tablo 22'de verilmiştir.

Tablo 22

Öğrencilerin kavram yanılgıları

Öğrencilerin Kavram Yanılgıları	***f (frekans)***
Ondalık gösterime dönüştürmede bölüme sıfır eklememe	***2** (Ö7, Ö26)*
Tam sayılı kesre dönüştürürken kalanı tama, bölümü paya yazma	***1** (Ö4)*
Tam sayılı kesre dönüştürürken ondalık gösterimle karıştırma	***1** (Ö32)*

Ö4 kodlu öğrenci dördüncü problemin çözümünde 25 TL olan abonelik ücretinin aylık taksit miktarını bulmak için 25'i 12 'ye bölmüştür. Ancak bölmeyi kalanlı bir şekilde bırakarak cevabını tam sayılı kesre çevirerek vermiştir. Öğrenci çözümünü doğru yaptığını ifade etmiştir.

(24) Araştırmacı: Peki doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun?

(25) Ö4: Evet.

Ö4 kodlu öğrenci bölme işlemini doğru olarak kalanlı bir şekilde yapmıştır ancak soruda istenen ondalık gösterim ile ifade etmesidir. Öğrenci bu kısmı fark edemediği için bölme işlemini devam ettirmemiş ve sonucu tam sayılı kesir olarak belirtmiştir. Oluşturduğu tam sayılı kesirde tam kısma bölme işleminin kalanını yazmıştır. Kendisine görüşme sırasında sorulan iki bölme işlemini de tam sayılı olarak aynı şekilde göstermiştir. Öğrencinin kavram yanılgısı Şekil 13'te görülmektedir.

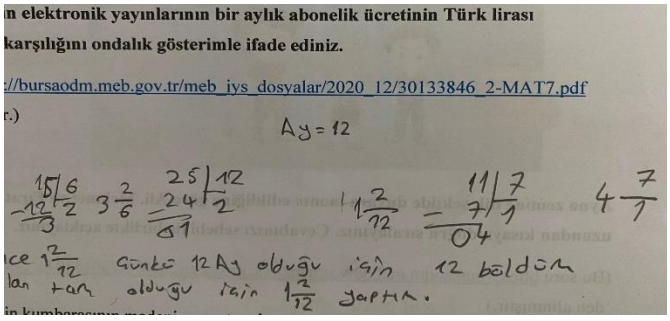
(19) Araştırmacı: Peki bir tane daha sorayım o zaman 15 lira olsaydı ve 6 eşit taksitle ödenseydi

(20) onu da yapabilir misin oraya? Evet…

(21) Ö4: 3 tam 2/6

Şekil 13

Ö4 kodlu öğrencinin dördüncü soruya ilişkin anlama yolları



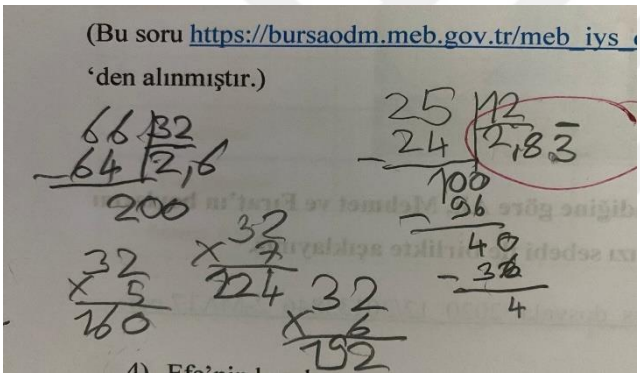
Ö7 kodlu öğrenci dördüncü problemin çözümünde aylık abonelik ücretini bulmak için 25'i 12'ye bölmüştür. Kalanlı bölmeyi devam ettirerek devirli bir sonuca ulaşmıştır. Öğrenci problemi doğru olarak çözdüğünü ifade etmiştir.

(29) Araştırmacı: Tamam benim için yeterli. Şimdi bu problemde doğru bir çözüm
(30) gerçekleştirdiğini düşünüyorsun musun bölmeler de dahil?
(31) Ö7: Evet.

Öğrenciye görüşme sırasında sorulan ikinci bir bölme işleminde de devreden sayıya kadar bölme işlemini gerçekleştirmiştir. Ancak hem problemde sorulan devirli ondalık gösterimde hem de görüşme sırasında ayrıca sorulan ondalık gösterim bulması istenen bölme işleminde virgülden sonra kalan sayının yanına sıfır eklendiğinde içinde bölen olmamasına rağmen bölüm kısmına sıfır eklememiştir. Öğrenci bu konuda bir kavram yanılgısına sahiptir. Öğrencinin işlemleri Şekil 14'te görülmektedir.

Şekil 14

Ö7 kodlu öğrenicinin dördüncü probleme ilişkin anlama yolları



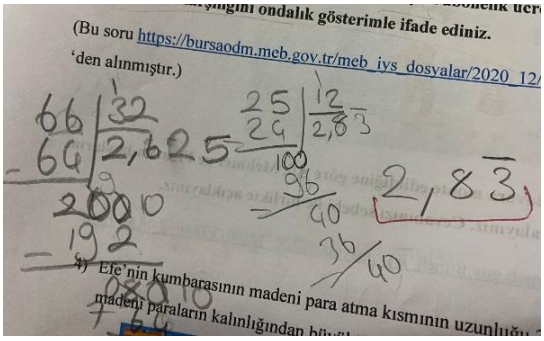
Ö26 kodlu öğrenci dördüncü problemin çözümünü abonelik ücreti olan 25 TL'yi 12'e bölerek devirli bir sonuç elde etmiştir. Problemin çözümünü doğru olarak gerçekleştirdiğini belirtmiştir.

(24) Araştırmacı: Peki doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun?
(25) Ö26: Evet.

Ö26 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenci devirli sonucu nasıl bulduğunu anlatmıştır. Öğrencinin devirli ondalık gösterimi bulmasında bir hata yoktur. Ancak bölüme virgülü ekleyip kalanın yanına sıfır eklediğinde bölen kalanın içinde olmadığı için kalanın yanına bir sıfır daha eklemiştir ancak bölümdeki virgülün yanına bunun için bir sıfır eklememiştir. Kendisine görüşme sırasında sorulan ayrı bir bölme işleminde de aynı durum gerçekleşmiştir. Öğrencinin kavram yanılgısı Şekil 15'te görülmektedir.

Şekil 15

Ö26 kodlu öğrencinin dördüncü probleme ilişkin anlama yolları



Ö32 kodlu öğrenci dördüncü problemin çözümünde abonelik ücretini 12'ye bölerek aylık abonelik ücretini bulmuştur. Öğrenci problem çözümünü doğru gerçekleştirdiğini belirtmiştir.

(29) Araştırmacı: Peki doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun? İlk yaptığın örnek
(30) için konuşuyoruz.
(31) Ö32: Evet.

Öğrenci bölme işlemini kalanlı olarak yaptıktan sonra işlemi devam ettirip ondalık gösterime çevirmemiştir. Öğrenciden görüşme sırasında ondalık olarak göstermesi istendiğinde ise bölümü tam, kalanı virgülden sonraki sayı olarak yazarak cevabı 2,1 olarak belirmiştir ve 2 bölü 1 şeklinde okumuştur. Kendisine görüşme sırasında ayrıca sorulan bölme işleminde de çözümü aynı şekilde gerçekleştirmiştir. Öğrencinin kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir.

(20) Ö32: Hocam 28'le 13'ü bölerdik.
(21) Araştırmacı: Tamam evet.
(22) Ö32: Hocam sanırım kalanlı bölünüyor.
(23) Araştırmacı: Tamam bir böl bakalım görelim çözümünü. Evet bunu ondalık gösterimle
(24) ifade etmiş olsaydık nasıl ederdik?
(25) Ö32: Hocam bu da 2 bölü 2 mi? (Öğrenci bölme işleminin yanına 2,2 yazdı.)

4.6. Öğrencilerin Beşinci Soruya İlişkin Düşünme Yolları

Bu bölümde beşinci soruyu yanlış cevaplandırması sebebiyle kavram yanılgısına sahip olabileceği düşünülen 9 öğrenci ile yapılan görüşmelere ilgili olarak elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Kavram yanılgısına sahip olduğu belirlenen Ö6 ve Ö10 kodlu öğrencilerin düşünme yollarına ilişkin bulgulara ayrıca yer verilmiştir.

4.6.1. Öğrencilerin Beşinci Soruya İlişkin Problem Çözme Stratejileri: Beşinci sorunun çözümü ile ilgili olarak kavram yanılgısına sahip olabileceği düşünülen öğrencilerle

yapılan görüşmede öğrencilerin madenin paranın çap uzunluğunu ve kumbaranın para atma kısmının uzunluğunu karşılaştırırken ya kesirli ifadeyi ondalık gösterime ya da ondalık gösterimi kesirli ifadeye dönüştürerek çözümü gerçekleştirdikleri görülmüştür. Öğrencilerin beşinci sorunun çözümünde kullandıkları problem çözme stratejileri Tablo 23'te verilmiştir.

Tablo 23

Öğrencilerin kullandıkları problem çözme stratejileri

Kullanılan Problem Çözme Stratejileri	***f (frekans)***
Ondalığa çevirip karşılaştırmak	***5** (Ö2, Ö7, Ö10, Ö33, Ö35)*
Kesre çevirip karşılaştırmak	***3** (Ö6, Ö22, Ö25)*
Strateji geliştirememe	***1** (Ö4)*

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde öğrencilerin beşinci sorunun çözümü için kullandıkları stratejileri anlattıkları iki örnek diyalog aşağıda verilmiştir:

(8) Ö22: Yani para atma kısmı 3 tam 100 de 32 imiş para 3 tam 1 bölü 4müş. Bunları 20 de
(9) eşitlemeyi düşündüm. Sonra 20 de eşitledim 32'yi 4'e bölünce 8 çıktı. Bunu genişletince de
(10) 5 çıktı. Yani para atma kısmı buradan daha büyük olduğu için paranın girebileceğini düşündüm.

…

(7) Ö33: 3 tam 1 bölü 4 çıkıyor onu bileşik kesre çevirdim, bileşik kesirden de tam sayıya çevirdim.
(8) Araştırmacı: Tamam peki burada devirli bir şey görüyorum onun devirli olduğuna nasıl
(9) karar verdin?
(10) Ö33: 13 ü 3 böldüğümde ilk başta 4 çıktı. 4 ile 3'ü çarptığımız da 12 oluyor geriye 10
(11) kalıyor 10 da 3'e devirli olarak bölünüyor her seferinde öyle çıktığı için.

Ö4 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede problemin çözümüne ilişkin bir fikir belirtemediği için problem çözme stratejisi belirlenememiştir. Öğrencinin konuya ilişkin bilgi eksikliği sebebiyle probleme dair bir strateji geliştiremediği görülmüştür.

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde beşinci sorunun çözümüyle ilgili kavram yanılgıları bulunduğu tespit edilen Ö6 ve Ö10 kodlu öğrencilerin kullandıkları problem çözme stratejileri Tablo 22'de görülmektedir. Öğrencilerin farklı bir problem çözme stratejisi geliştiremedikleri belirlenmiştir. Ö6 kodlu öğrenci ondalık gösterimi kesre çevirerek karşılaştırma yaparken, Ö10 kodlu öğrenci kesri ondalığa çevirerek karşılaştırma yapmıştır. Ö10 kodlu öğrenciye ait örnek bir ifade aşağıda verilmiştir:

(2) Ö10: Şimdi burada Efe'nin kumbarasının 3,32 santimetre olduğunu söylüyor. Bize de bunu (3) vermiş bende bunu çevirdim. Çevirdim yani çevirdiğimde bu şekilde oluyor. Çevirdiğimde (4) 3,4 şeklinde yazmışım. Çünkü burada 1 var bu da zaten 3,32 idi 3,4 yani küçük olduğunu (5) düşündüğüm için sığar diye düşündüm. Yani bu şekilde yaptım.

4.6.2. Öğrencilerin Beşinci Soruya İlişkin Kanıt Şemaları: Beşinci sorunun çözümü için kavram yanılgısına sahip olabileceği belirlenen öğrencilerle yapılan görüşmelerde öğrencilerin çoğunlukla dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasına sahip oldukları Tablo 24'de görülmektedir.

Tablo 24

Öğrencilerin kanıt şemaları

Tema	Kategori	Kod
Dışsal Kanıt Şemaları	**Otoriter Kanıt Şeması**	*Kanıtın doğruluğu için delil sunamama (Ö4, Ö7, Ö10, Ö21, Ö25, Ö35)*
		Konunun derste öğrenilme şekli (Ö6, Ö22)
	Alışkanlık Edinilmiş Kanıt Şeması	*Tanıdık kanıt süreçlerini kullanma (Ö2)*

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde genel olarak problemin çözümüne ilişkin yeterli kanıt sunamadıkları görülmüştür. Bununla birlikte derste anlatılanların yaptıkları şekilde olduğunu ya da çözümü yaptıkları gibi hatırlamadığını belirten öğrenciler vardır. Aşağıda öğrencilerin beşinci problemin çözümüne ilişkin kullandıkları kanıt şemalarını gösteren örneklere yer verilmiştir.

(35) Araştırmacı: Sana bunu düşündürten şey ne? Hocam şundan dolayı doğru bir çözüm (36) gerçekleştirdim.

(37) Ö7: 3 tam 1 bölü 4 olması kolay bir sayı olduğu için büyük ihtimal öyle düşündüm.

…

(18) Araştırmacı: Peki doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun?

(19) Ö22: Evet ben düşünüyorum doğru bir çözüm gerçekleştirdiğimi.

(20) Araştırmacı: Neden?

(21) Ö22: Yani çünkü nasıl öğrendiysem öyle yaptım sadeleştirme ve genişletme gayet sade bir (22) yöntem bence doğru *olduğunu düşünüyorum.*

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde beşinci sorunun çözümüyle ilgili kavram yanılgıları bulunduğu tespit edilen Ö6 ve Ö10 kodlu öğrencilerin kullandıkları kanıt şemaları incelendiğinde dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullandıkları tespit edilmiştir.

Ö6 kodlu öğrenci kanıtını konuyu sınıfta öğrenme şekline dayandırırken Ö10 kodlu öğrenci yeterli kanıt sunamamıştır. Çözümünü öğrendiği şekliyle yaptığını ve bu şekilde mantıklı olacağını ifade etmiştir.

Ö6 kodlu öğrenci çözümünün doğruluğundan emin olmama durumunu tam belirtmese de derste yapılan işlemlere dayandırdığı belirlenmiştir. Öğrencinin dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullandığı görülmektedir.

(54) Araştırmacı: Bu daha büyük olmuş oldu. Tamam peki doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini
(55) düşünüyor musun soruda?
(56) Ö6: Şu çevirmede biraz yanlış düşünüyorum.
(57) Araştırmacı: Neden böyle bir kanıya vardın?
(58) Ö6: Böyle, hatırlamıyorum ama böyle çevirme işlemlerini.

4.6.3. Öğrencilerin Beşinci Soruya İlişkin Matematiksel İnançları: Beşinci sorunun çözümüne ilişkin öğrencilerle yapılan görüşmelerde öğrencilerin probleme dair matematiksel inançları ile ilgili elde edilen bulgular Tablo 25'te verilmiştir.

Tablo 25

Öğrencilerin matematiksel inançları

Öğrencilerin Görüşleri	***f (frekans)***
Deneyim sayesinde kendine güvenme	***3** (Ö2, Ö6, Ö7)*
Özgüven eksikliği	***3** (Ö4, Ö22, Ö25)*
Problem çözümünde zorlanma	***2** (Ö25, Ö35)*
Stres, tedirginlik, korku hissetme	***3** (Ö10, Ö33, Ö35)*

Öğrencilerin problem çözümü ile ilgili sahip oldukları matematiksel inançlara ait görüşmelerden elde edilen Ö2 ve Ö22 kodlu öğrencilere ait örnek diyaloglar aşağıda verilmiştir.

(43) Araştırmacı: Peki, tamam. Bu problemin çözüm süreci sana neler hissettirdi?
(44) Ö2: Kolaydı bence.
…
(37) Araştırmacı: Peki tamam. Problemin çözümü süreci sana neler hissettirdi bu problemle
(38) ilgili olarak yani kolay mıydı zor muydu? Şu kısımda zorlandım bence bu soruyu sevmedim
(39) ya da sevdim gibi…
(40) Ö22: Yani zorlanmadım ama yanlış mı doğru mu olduğu gibi bir şeyim yok o yüzden
(41) kafamda zor gibi kuruyorum.

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde beşinci sorunun çözümüyle ilgili kavram yanılgıları bulunduğu tespit edilen Ö6 kodlu öğrenci sorunun çözümünde deneyimi sayesinde kendine ve

çözümüne güvenirken, Ö10 kodlu öğrenci çözüm sürecinde stres ve tedirginlik yaşadığını belirtmiştir. Ö10 kodlu öğrencinin matematiksel inançları ile ilgili örnek bir diyalog aşağıda verilmiştir:

(63) Araştırmacı: Problemin çözüm süreci sana neler hissettirdi?

(64) Ö10: Bütün problemler bana aynı şeyi hissettiriyor ilk böyle genellikle çok kısalar değil (65) de böyle gördüğüm zaman korkuyorum. Hani böyle bu ne oluyorum ondan sonra yapmaya (66) çalışıyorum.

4.6.4. Öğrencilerin Beşinci Soruya İlişkin Kavram Yanılgıları: Öğrencilerle yapılan görüşmelerde Ö2 kodlu öğrenci görüşme sırasında problemin çözümünde yaptığı hatayı fark etmiştir. Diğer öğrencilerin çözümlerinde genel olarak işlemsel hatalar ve problemi anlamama ya da bilgi eksikliği kaynaklı hatalar mevcuttur. Aşağıda bu durumu gösteren örnek diyaloglara yer verilmiştir.

(34) Araştırmacı: Peki doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun?

(35) Ö2: Kağıttakinin doğru olmadığını düşünüyorum ama şimdi yaptığımı doğru buluyorum.

…

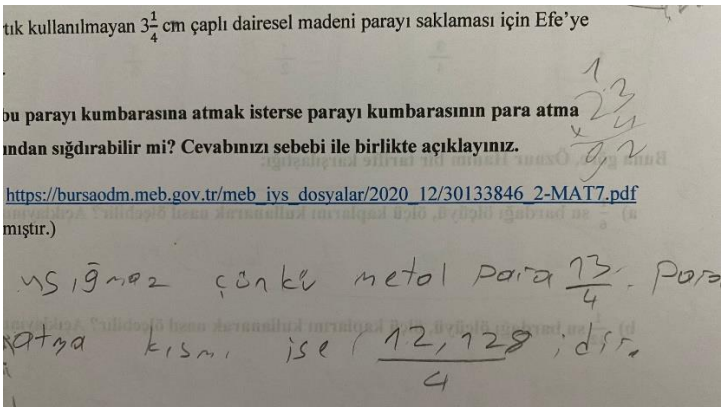
(7) Ö25: Evet orada 1/4 'ü 8 ile genişletmişim. 8/32 çıkmış. İşte ondan eklemişim 3 tam 8/32 (8) olmuş. Demişim ki sonra 3/32'ye 3 tam 8/32 sığar demişim ama yanlış da olabilir emin (9) değilim demek istemişim burada yanlış yapmış olabilirim.

Görüşmeler sonucunda beşinci sorunun çözümüne ilişkin Ö6 ve Ö10 kodlu öğrencilerin kavram yanılgıları olduğu tespit edilmiştir. Ö6 kodlu öğrencinin ondalık gösterimin paydasına 1 yazıp genişletme, Ö10 kodlu öğrencinin ise ondalık gösterimin tam ve kesir kısmını ayrı ayrı karşılaştırma kavram yanılgılarına sahip oldukları belirlenmiştir.

Ö6 kodlu öğrenci beşinci problemin çözümünde metal paranın kumbaranın para atma kısmından sığmayacağını belirtmiştir. Çünkü 3,32 ile belirtilen para atma kısmının uzunluğunun paydasına 1 yazarak 4 ile genişletmiş ve 12,128/4 bulmuştur. Burada 3 ve 32'yi 4 ile iki ayrı sayı olduklarını düşünerek çarpmıştır. Bu iki ifadeyi karşılaştırarak sonuca ulaşmıştır. Öğrenci bu yöntemi karşılaştığı diğer problemlerde de kullandığını belirtmiş ve görüşme sırasında kendisine yöneltilen ikinci bir soruyu da aynı yöntemle cevaplamıştır. Öğrencinin kavram yanılgısına sahip olduğu Şekil 16'da görülmektedir.

Şekil 16

Ö6 kodlu öğrencinin beşinci probleme ilişkin anlama yolları



(21) Araştırmacı: Peki şunu yapma sebebin neydi? Yani ondalığı rasyonele bu şekilde mi
(22) çeviriyorsun genelde? Şu an rasyonele çevirmişsin.
(23) Ö6: Ya şöyle normalde 3 tam 32/100. Normalde bunu böyle yaptığımız zaman böyle
(24) çevirmişim yani böyle çevirmişim hocam yani normalde de böyle yapıyorum.
(25) Araştırmacı: Normalde şu yöntemi kullanıyor musun, bunu?
(26) Ö6: Evet.
(27) Araştırmacı: Peki şurası 3,23 olsaydı nasıl yapardın?
(28) Ö6: 3,23 olsa yine aynı şekil…

Ö10 kodlu öğrenci beşinci problemin çözümünde madeni paranın kumbaranın atma kısmından geçebileceğini belirtmiştir. Öğrenci 3 tam 1/4 olan madeni parayı 3,4 şeklinde ondalık gösterime çevirmiş ve 3,32 ile kıyaslayıp 3,32'nin daha büyük olduğunu söylemiştir. Burada öğrenci ondalık gösterim olarak belirlediği 3,4'te tereddüt ederken yaptığı karşılaştırma ile ilgili bir kararsızlık yaşamamıştır. Kendisine sorulan ikinci bir karşılaştırmada da aynı yöntemi kullanmıştır. Bu sebeple öğrencinin "ondalık gösterimin tam ve kesir kısmını ayrı ayrı karşılaştırma" kavram yanılgısına sahip olduğu kanısına varılmıştır.

(26) Araştırmacı: Peki para atma kısmı 3,32 değil de 3,23 olsaydı yazabilirsin şuraya burası
(27) 3,23 olsaydı bir şey değişir miydi? Ne değişirdi?
(28) Ö10: Yani bence bir şey değişmezdi.
(29) Araştırmacı: Neden?
(30) Ö10: 32 yerine 23 olacaktı 4 yine küçük kalacaktı.

Kavram yanılgısına sahip öğrencilerin görüşmeler sonucunda düşünme yollarına ait bulgular ve sahip oldukları kavram yanılgıları Tablo 26'da verilmiştir.

Tablo 26

Kavram yanılgısına sahip öğrencilere ait düşünme yolları ve kavram yanılgıları

Soru Numarası	Problem Çözme Stratejileri	Kanıt Şemaları	Matematiksel İnançlar	Kavram Yanılgıları
1	Modellerin parçalarını sayarak pay ve paydayı belirleme	Dışsal kanıt şeması	Özgüven eksikliği Deneyim sayesinde kendine güvenme	Eş parçalara bölünmeyen bütünün parçalarını rasyonel sayı olarak ifade etme Payı paydasına bölünmeyen ifadelerin rasyonel sayı olduğunu düşünme
2	Eleme stratejisi Sıfıra, yarıma, bütüne yakınlık Payı paydaya bölme Model ile gösterme Pay ve paydayı ayrı ayrı karşılaştırma Rasyonel sayıyı pozitif gibi düşünüp karşılaştırma Payda eşitleme Rasyonel sayıları karşılaştırırken payları ve paydaları arasındaki farka bakma	Dışsal kanıt şeması Deneysel kanıt şeması	Konuyu anlamama Deneyim sayesinde kendine güvenme Kavramsal karmaşa yaşama Çözümde zorlanma Stres hissetme	a ve b bir tam sayı olmak üzere; a/0 bir rasyonel sayıdır. a/0 bir rasyonel sayıdır ve bire eşittir. 0/a bir rasyonel sayı değildir. 0/a> 0/b veya 0/a<0/b.

5. BÖLÜM

3	Parçadan bütüne gösterim Bütünden parçaya gösterim	Dışsal kanıt şeması	Problem çözümünde kararsızlık yaşama Deneyim sayesinde kendine güvenme	Negatif rasyonel sayıyı sıfırın solundan başlayıp sağa doğru sayarak sayı doğrusuna yerleştirme Bileşik kesirlerde payda kadar parça arasına pay kadar çizgi çizerek sayı doğrusunda gösterme Rasyonel sayıyı tam sayı gibi düşünüp sayı doğrusuna yerleştirme Rasyonel sayıyı sayı doğrusunda olması gerekenden bir önceki aralığa yerleştirme
4	Payı paydaya bölerek ondalık gösterim elde etme	Dışsal kanıt şeması	Çözümde zorlanma Soruyu anlamama Deneyim sayesinde kendine güvenme	Tam sayılı kesre dönüştürürken kalanı tama, bölümü paya yazma Ondalık gösterime dönüştürmede bölüme sıfır eklememe Tam sayılı kesre dönüştürürken ondalık gösterimle karıştırma
5	Ondalık gösterime çevirip karşılaştırma Kesre çevirip karşılaştırma	Dışsal kanıt şeması	Deneyim sayesinde kendine güvenme Stres, tedirginlik, korku hissetme	Ondalık gösterimin paydasına 1 yazıp genişletme Ondalık gösterimin tam ve kesir kısmını ayrı ayrı karşılaştırma

SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER

Bu çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki kavram yanılgılarının EGS teorisi çerçevesinde incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda rasyonel sayılar konusunda hazırlanan kavram yanılgısı testi ile çalışmaya gönüllü olarak katılan otuz altı öğrencinin anlama yolları belirlenmiştir. Öğrencilerin belirlenen anlama yolları doğrultusunda kavram yanılgısına sahip olabileceği düşünülen öğrencilerle anlama yolları üzerinde görüşmeler yapılarak kavram yanılgıları ve düşünme yolları belirlenmiştir. Bu bölümde öğrencilerin sahip oldukları anlama yolları, kavram yanılgıları ve düşünme yolları ile ilgili elde edilen sonuçlar ve öneriler alt problemler bağlamında ele alınacaktır.

5.1. Sonuç ve Tartışma

Araştırmanın ilk alt problemine ilişkin olarak öğrencilerin rasyonel sayılar alt öğrenme alanındaki anlama yolları incelendiğinde hatalı anlama yoluna sahip öğrencilerin kavram yanılgıları geliştirebildiği gözlemlenmiştir. Öğrencilerin yaptıkları hatalar kavram yanılgılarına temel hazırlayabilmektedir (Yavuz-Mumcu, 2015). Bütünün eş parçalara ayrılıp ayrılmadığına dikkat etmeden rasyonel sayı olarak ifade etme şeklinde anlama yoluna sahip öğrencilerden "Eş parçalara bölünmeyen bütünün parçalarını rasyonel sayı olarak ifade etme" kavram yanılgısına sahip öğrencilerin olduğu görülmüştür. Duran-Uzun (2021) bazı öğrencilerin eş parçalara bölünmemiş olan bir bütünün taranan kısımlarını da kesir olarak ifade ettiklerini ancak bu düşüncenin yanlış olduğunu belirtmiştir. Belirlenen bu kavram yanılgısı İnce'nin (2008) ve Alkhateeb'in (2019) çalışmalarında belirlediği kavram yanılgısı ile benzerdir. Bununla birlikte hatalı anlama yoluna sahip öğrencilerden "Payı paydasına bölünmeyen ifadelerin rasyonel sayı olduğunu düşünme" kavram yanılgısına sahip öğrenci bulunmaktadır.

Öğrencilerin hem rasyonel sayı tanımında hem de iki rasyonel sayıyı karşılaştırmada hatalı anlama yollarının olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerden rasyonel bir sayının paydasının 0 olamayacağını ifade edenler çoğunlukta olsa da bu durumu hem paya hem de paydaya genelleyen öğrenci sayısı da fazladır. Öğrencilerden paydası 0 olan ifadeleri rasyonel sayı olarak düşününler ile birlikte payı 0 olanların da rasyonel sayı olmayacağını düşünenler tespit edilmiştir. Bu durumun öğrencilerle yapılan görüşmelerde "a bir tam sayı olmak üzere a/0 bir rasyonel sayıdır." ve "0/a bir rasyonel sayı değildir." kavram yanılgılarına yol açtığı görülmüştür. Bununla birlikte rasyonel sayıların karşılaştırılmasında payı sıfır olan rasyonel sayıların değerlerinin farklılık göstereceği şeklinde anlama yoluna sahip öğrenciler tespit edilmiştir. Bu öğrencilerden "a bir tam sayı olmak üzere a/0 bir rasyonel sayıdır ve bire eşittir." kavram yanılgısına sahip öğrenciler olduğu belirlenmiştir. Gürel ve Okur (2016) çalışmalarında öğrencilerin pay ve paydanın 0 olma durumuna bağlı olarak öğrencilerin kavram yanılgısına

düştüklerini, paydası sıfır olanların değerinin bir tam sayıya eşit olduğunu düşünen öğrencilerle birlikte bir rasyonel sayının payının 0 olamayacağını düşünen öğrencilerin olduğunu belirtmişlerdir. Benzer şekilde Özçifçi (2007) ve Alkan'ın (2009) çalışmalarında bu hata ve kavram yanılgılarını tespit etmiştir. Zengin (2013) çalışmasında öğrencilerinin rasyonel sayı tanımı olarak payı ve paydası 0 olan ifadeler olarak tanımladıklarını belirtmiştir. Bu çalışmada bu duruma ek olarak payı 0 olan iki rasyonel sayının paydasına bağlı olarak değerlerinin farklı olacağı ile ilgili kavram yanılgısına sahip olan öğrenciler tespit edilmiştir.

Öğrencilerin rasyonel sayıları sayı doğrusuna gösterme ile ilgili anlama yolları incelendiğinde öğrencilerin en çok negatif veya pozitif rasyonel sayıyı sayı doğrusunda göstermek için paydası kadar 0'ın solundan veya sağından itibaren tam sayıyı yazıp, pay kadar ilerleyip denk gelen tam sayı işaretledikleri belirlenmiştir. Öğrencilerle yapılan görüşmelerde sahip oldukları anlama yollarının "rasyonel sayıyı tam sayı gibi düşünüp sayı doğrusuna yerleştirme" kavram yanılgısına dönüştüğü tespit edilmiştir. Bu durum Gürel ve Okur (2016) çalışmalarında tespit ettikleri, negatif rasyonel sayıların sayı doğrusunda gösteriminde payda kadar sayı doğrusunu parçalara ayırıp tam sayılarla isimlendirilip pay kadar olan tam sayının işaretlendiği kavram yanılgısı ile benzerlik göstermektedir. Ayrıca bu çalışmada öğrencilerin anlama yollarında tespit edilen ve görüşmelerde de belirlenen rasyonel sayıyı sıfırın solundan başlayıp sağa doğru sayarak sayı doğrusuna yerleştirmeyle ilgili kavram yanılgıları Zengin'in (2013) çalışmasındaki ile benzerlik göstermektedir. Bu çalışmada bileşik kesirlerde payda kadar parça arasına pay kadar çizgi çizerek sayı doğrusunda gösteren ve rasyonel sayıyı sayı doğrusunda olması gerekenden bir önceki aralığa yerleştiren öğrencilerin anlama yollarının kavram yanılgılı olduğu tespit edilmiştir.

Öğrencilerin a/b şeklindeki bir ifadeyi ondalık gösterime çevirirken bölümde virgülden sonra eklemeleri gereken sıfırı koymadıkları belirlenmiştir. Öğrencilerle yapılan görüşmelerde bu anlama şeklinin "ondalık gösterime dönüştürmede bölüme sıfır eklememe" kavram yanılgısına dönüştüğü gözlemlenmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin bileşik bir kesri tam sayılıya çevirirken ondalık gösterimle ile karıştıran öğrencilerin ve bileşik kesri tam sayılı kesre çevirirken tam, pay ve paydanın yerlerini karıştıran öğrencilerin anlama yollarının kavram yanılgılı olduğu tespit edilmiştir. Bu durum Alkan (2009) ve Zengin'in (2013) çalışmalarında da tespit edilmiştir. Ondalık bir gösterimin paydasına 1 yazılıp genişletilip rasyonel sayı ile karşılaştırılması ve ondalık gösterimlerin kesir kısmının ayrı bir sayı olarak algılanıp karşılaştırma yapılmasına ilişkin anlama yoluna sahip öğrencilerin olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerle yapılan görüşmelerde öğrencilerin bu anlama yollarına bağlı olarak kavram yanılgısı geliştirdiği görülmüştür. Ondalık gösterimde kesir kısmının ayrı bir sayı gibi

düşünülüp karşılaştırılması ile ilgili kavram yanılgısı Yılmaz ve Yenilmez ’in (2008), Yavuz Mumcu (2015) ve Alkhateeb’in (2019) çalışmalarında da tespit edilmiştir.

Öğrencilerin anlama yolları incelendiğinde doğru olan anlama yolları ile birlikte hatalı olan anlama yollarının olduğu ya da soru ile ilgili herhangi bir anlama yolunun geliştirilemediği durumların varlığı görülmektedir. Bu durum en önemli sebeplerinden biri ise öğrencilerin rasyonel sayılarla ilgili ön bilgi eksikliklerinin kaynaklanmaktadır (Özçifçi, 2007).

Öğrencilerin anlama yollarının analiz edilmesi ve öğrencilerin kavram yanılgılarının belirlenmesinde EGS’nin etkileşim ilkesi büyük önem taşımaktadır. Çünkü öğrencilerin problemler için oluşturdukları kavram yanılgılı anlama yolları onların düşünme yollarının bir ürünüyken, düşünme yolları ise anlama yollarının ortaya çıkmasıyla tespit edilmektedir. Hem anlama yollarının hem de düşünme yolları birbirinden etkilenmesiyle öğrencinin gerçek öğrenme ihtiyaçları ortaya çıkmaktadır (Harel, 1998).

Araştırmanın ikinci alt problemine bağlı olarak kavram yanılgısına sahip olan öğrencilerin düşünme yolları; kullandıkları problem çözme stratejileri, kanıt şemaları ve matematiksel inançları alt problemleri doğrultusunda incelenmiştir.

Alkhateeb (2019) çalışmasında öğrencilerin kavram yanılgısı testinde kullandıkları hatalı problem çözme stratejilerini görüşme sırasında da uyguladıkları ve bu stratejileri kullanmada ısrarlı olduklarını tespit etmiştir. Bu durum öğrencilerin kullandıkları stratejilerin gelişi güzel olmadığını, sistematik olduğunu göstermektedir. Kavram yanılgılarına da zemin hazırlamaktadır. Bu çalışmada da görüşme yapılan öğrencilerin uygulamada kullandıkları stratejileri devam ettirdikleri ve bu durumun kavram yanılgılarının temelini oluşturduğu tespit edilmiştir.

Kavram yanılgılı anlama yoluna sahip öğrencilerin problem çözme stratejileri değerlendirildiğinde parça- bütün ilişkisini belirlerken modelin parçalarını sayarak rasyonel bir sayı oluşturdukları görülmektedir. Ancak rasyonel sayıyı oluştururken problemde verilen modellerin eş parçalara bölünüp bölünmediğine dikkat etmeden bir çözüm gerçekleştirmişlerdir. Öğrenciler rasyonel sayı oluşturma kavramı ile ilgili olarak eleme stratejisi, rasyonel sayıların karşılaştırılmasında ise sıfıra, yarıma, bütüne yakınlık, payı paydaya bölme model ile gösterme, pay ve paydayı ayrı ayrı karşılaştırma, rasyonel sayıyı pozitif gibi düşünüp karşılaştırma, payda eşitleme, rasyonel sayıların payları ve paydaları arasındaki farka bakma stratejilerini kullanmışlardır. Bu durum González-Forte ve diğerlerinin (2023) ve Alkhateeb’in (2019) çalışmalarında tespit ettikleri problem çözme stratejileriyle benzerlik göstermektedir. Bununla birlikte öğrenciler rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösterirken parçadan bütüne ya da bütünden parçaya gösterme; rasyonel bir sayıyı payı paydaya

bölerek ondalık gösterim ile ifade etme ve rasyonel bir sayıyı ondalık gösterime ya da kesre çevirip karşılaştırma stratejilerini kullanmışlardır.

Kavram yanılgılı anlama yoluna sahip öğrencilerin kanıt şemaları incelendiğinde öğrencilerin daha çok dışsal kanıt şemaları kullandıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin problemlere karşı yeterli kanıt üretemedikleri ya da geliştirdikleri kanıtların yüzeysel olduğu görülmektedir. Bununla birlikte sorunun çözümüne ilişkin yaptıkları açıklamalar bir öğretmene, kitaba dayanmakta ya da derste işlenip işlenmeme durumlarına bağlı olmaktadır. Tüm bu durumlar öğrencilerin kavram yanılgılı anlama yollarına sahip olmalarının kaynağını oluşturmaktadır (Ursavaş, 2014). Bununla birlikte Alkhateeb (2019) çalışmasında öğrenciler kesirler konusunda yaptıkları hataların işlemsel ve kavramsal olduğunu, öğrencilerin işlemleri neden yaptığından daha çok bildikleri yöntemler olması sebebiyle gerçekleştirdiklerini belirtmiştir. Flores (2006) ise çalışmasında öğrencilerin problem çözümü ile ilgili düşüncelerini ifade etmekte zorlandıkları, yaptıkları işlemlerin neden doğru olduğuna dair fikir yürütmekte yetersiz kaldıklarını belirtmiştir. Bu durum öğrencilerin dışsal kanıt şemalarına sahip olmalarındaki bir diğer faktör olarak karşımıza çıkmaktadır.

Kavram yanılgılı anlama yoluna sahip öğrencilerin matematiksel inançları incelendiğinde öğrencilerin ya önceki deneyimleri kaynaklı çözümlerine güvendikleri ya da çözümleri ile ilgili özgüven eksikliği, tedirginlik, karmaşa, korku yaşadıkları görülmektedir. Çözümünün doğruluğuna yanlışlığına bakılmaksızın öğrencinin çözümünde yaşadığı düşük güven duygusu onun konu ile ilgili bilgi eksikliğine işaret ederken, çözümü yanlış olmasına rağmen öğrencinin çözümüne duyduğu aşırı güven ise kavram yanılgısının belirtisi olabilmektedir (Engelbrecht ve diğerleri, 2005, aktaran González-Forte ve diğerleri, 2023, s. 2009). Çözümlerine aşırı güven duyan öğrencilerin akıl yürütmeleri hatalı bile olsa bunu sorgulamakta isteksiz davrandıkları ve herhangi bir sebebe ihtiyaç duymadan çözümlerinin doğru olduğunu düşünmektedirler (De Bock ve diğerleri, 2002). Bu durum bu çalışmada tespit edilen kavram yanılgılı anlama yoluna sahip öğrencilerin neden çoğunlukla dışsal kanıt şemalarını kullandıklarını destekler niteliktedir.

5.2. Öneriler

7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki kavram yanılgılarının EGS teorisi çerçevesinde incelenmenin amaçlandığı bu çalışma ilgili olarak sunulabilecek öneriler aşağıda belirtilmiştir.

1. Rasyonel sayıların, kesirler ile bütünleşik bir konu olması ve öğrencilerin nerdeyse her sınıf kademesinde kesirler ile karşılaşmaları sebebiyle sahip oldukları bilgi eksiklikleri ya da konuya karşı tutumları tüm öğrenmelerini etkilemektedir. Bu sebeple

öğrencilerin kesirler konusunda bilgi eksiklerinin giderilmesi rasyonel sayılar konusunda oluşabilecek kavram yanılgılarının önüne geçebilir.

2. Öğrenciler rasyonel sayılar konusunda kuralları uygulayarak problem çözmekte ancak neden yaptıkları ile ilgili bir fikir yürütememektedirler. Rasyonel sayıların öğretiminde gerçekleştirilen her bir adım, sebepleriyle birlikte açıklandığında öğrencilerin kavram yanılgılarının oluşumunun önüne geçebilir.

3. Öğrenciler öğrendikleri her bilginin ya da kullandıkları her yöntemin doğru olduğunu düşünme eğilimindedir. Zihinlerinde bu bilginin ya da yöntemin değişimi ile ilgili karmaşa yaşamaktan çekinmektedirler. Bu sebeple derslerde bu bilgilerin ya da yöntemlerin sorgulanması, neden doğru olduğunun tartışılması onların zihin yapılarında bu değişimin rahatlıkla gerçekleştirilmesine yardımcı olurken problemlere farklı bir bakış açısı geliştirmelerini sağlayabilecektir.

4. Öğrencilerin çözüm süreçlerindeki yaşanan problemlerden biri de probleme olan inançlarıdır. Hissettikleri aşırı güven ya da korku ve tedirginlik çözüm süreçlerini zorlaştırmaktadır. Bu sebeple öğrencilerin bu inançlarının kaynağına inilmesi ve giderilmesi problem çözümlerini kolaylaştıracak bir faktör olacaktır.

5. Bu çalışma 7. sınıf öğrencileri ile rasyonel sayılar konusunda gerçekleştirilmiştir. Farklı sınıf kademeleri ve konuları ile ilgili gerçekleştirilmesi faydalı olacaktır.

6. Bu çalışmada öğrencilerin kavram yanılgıları EGS çerçevesinde incelenmiştir. Bununla birlikte EGS temelli yapılacak bir öğretimin öğrencilerin kavram yanılgılarının giderilmesine etkisi araştırılabilir.

KAYNAKÇA

Akıncı, M. ve Kurttekin, F. (2023). İlköğretim matematik öğretmenlerinin kanıt şemalarının incelenmesi. *Yükseköğretim ve Bilim Dergisi/Journal of Higher Education and Science, 13*(2), 245-262. https://doi.org/10.5961/higheredusci.1197423

Aktaş, D.Y. ve Cansız-Aktaş, M. (2012). Öğrencilerin rasyonel sayılar kümesinin yoğunluğunu anlamaları, *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi, 1*(1), 103-110.

Alkhateeb, M. A. (2019). Common errors in fractions and the thinking strategies that accompany them. *International Journal of Instruction, 12*(2), 399-416. https://doi.org/10.29333/iji.2019.12226a

Alkan, R. (2009). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematik dersi rasyonel sayılar konusu ile ilgili hata ve kavram yanılgılarının analizi.* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (Tez no: 234392)

Altun, M. (2018). *Matematik öğretimi. (On üçüncü baskı).* Aktüel Basım Yayım Dağıtım.

Ausubel, D. P. (1960). The use of advance organizers in the learning and retention of meaningful verbal material. *Journal of Educational Psychology, 51*(5), 267 272. https://doi.org/10.1037/h0046669

Ay, Y. (2014). *Yedinci sınıf öğrencilerinin çokgenlerle ilgili kavram yanılgıları ve nedenlerinin belirlenmesi.* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (Tez no: 378601)

Aydoğdu- İskenderoğlu, T. (2003). *Farklı sınıf düzeylerindeki öğrencilerin matematik problemlerini kanıtlama süreçleri.* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (Tez no: 137767)

Baki, A. (1999). Cebirle ilgili işlem yanılgılarının değerlendirilmesi. *III. Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu, 23*(25), 46-55.

Baki, A. ve Bell, A. (1997). *Ortaöğretim matematik öğretimi*. (Cilt. 1). YÖK Dünya Bankası.

Baki, A. ve Aydın-Güç, F. (2014). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin devirli ondalık gösterimle ilgili kavram yanılgıları. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), 5*(2), 176-206. https://doi.org/10.16949/turcomat.64904

Barbosa, A., & Vale, I. (2021). A visual approach for solving problems with fractions. *Education Sciences, 11*(11), 727. https://doi.org/10.3390/educsci11110727

Baştürk, S., & Dönmez, G. (2011). Mathematics student teachers‟ misconceptions on the limit and continuity concepts. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education, 5*(1), 225-249.

Baykul, Y. (2020). *Ortaokulda matematik öğretimi.* Pegem A Yayıncılık.

Behr, M. J., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. (1983). Rational number concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 91–125). Academic Press.

Behr, M. J., Wachsmuth, I., Post, T., & Lesh, R. (1984). Order and equivalence of rational numbers: a clinical teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education, 15*(5), 323-341. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.15.5.0323

Behr, M. J., Khoury, H. A., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1997). Conceptual units analysis of preservice elementary school teachers' strategies on a rational-number-as-operator task. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*(1), 48-69. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.28.1.0048

Biber, A. Ç., Tuna, A., ve Aktaş, O. (2013). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları ve bu yanılgıların kesir problemleri çözümlerine etkisi. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *3*(2), 152-162.

Brown, G., & Quinn, R. J. (2007). Fraction proficiency and success in algebra: what does research say? *Australian Mathematics Teacher, 63*(3), 23-30. https://search.informit.org/doi/10.3316/informit.136647932230670

Bursa Ölçme ve Değerlendirme Merkezi (2021). *Matematik 7. sınıf 2. çalışma föyü.* https://bursaodm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2020_12/30133846_2-MAT7.pdf adresinden alınmıştır.

Chiesi, H., Spilich, G., & Voss, J. (1979). Acquisition of domainrelated information in relation to high and low domain information. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior, 18*(3), 257– 273. https://doi.org/10.1016/S0022-5371(79)90146-4

Comins, N. F. (1998). Identifying and addressing astronomy misconceptions in the classroom. In L. Gouguenheim, D. McNally & J.R. Percy (Eds), *International astronomical union colloquium* (pp. 118-123). Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/S0252921100114927

Cornu, B. (1991). Limits. In D. Tall (ed), *Advanced mathematical thinking* (pp. 153-166). Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_10

Creswell, J. W. (2020). *Nitel araştırma yöntemleri: Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni (Gözden geçirilmiş beşinci baskı)*. Siyasal Kitabevi.

Çekiç, E. (2018). *Ortaokul 5. sınıf öğrencilerinin temel geometrik kavramlar ve çizimler alt öğrenme alanına yönelik kavram yanılgıları*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (Tez no: 542110)

Çepni, S. (2012). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş (Geliştirilmiş 6. Baskı)*. Celepler Matbaacılık.

Çontay, E. G. (2017). *Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının ispat şemaları*. (Yayımlanmamış Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (Tez no: 469523)

Davis, R. B. (1984). *Learning mathematics: The cognitive science approach to mathematics education*. Greenwood Publishing Group.

De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2002). Improper use of linear reasoning: an in-depth study of the nature and the irresistibility of secondary school students' errors. *Educational Studies in Mathematics, 50*(3), 311–334. https:// doi. org/ 10. 1023/A: 10212 05413 749

Demir, G. (2019). *10. sınıf öğrencilerinin DNR sistemine göre düşünme ve anlama yollarının çember bağlamında incelenmesi* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (Tez no: 581451)

Doruk, M. (2020). Matematik öğretmenlerinin rasyonel sayılar konusunda öğrencilerin yaşadıkları öğrenme güçlüklerine sundukları öneriler. *Manisa Celal Bayar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *18*(3), 153-168. https://doi.org/10.18026/cbayarsos.638607

Duran-Uzun, D. ve Koparan, T. (2020). Rasyonel sayılar konusu ile ilgili kavram yanılgılarının giderilmesinde kavramsal değişim yaklaşımının etkisinin incelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi, 9*(4), 1267-1289. https://doi.org/10.30703/cije.714758

Duran-Uzun, D. (2021). *Rasyonel sayılar konusunun öğretiminde kavramsal değişim metni kullanılmasının öğrencilerin başarı ve tutumlarına etkisinin incelenmesi.* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (Tez no: 660542)

Erbaş, A. K. ve Ersoy, Y. (2002). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanılgıları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiri Özetleri* kitabı içinde (ss. 988). Ankara: ODTÜ.

Flores, A. (2002). How do children know that what they learn in mathematics is true? *Teaching Children Mathematics 8*(5), 269-274. https://doi.org/10.5951/TCM.8.5.0269

Flores, A. (2006). How do students know what they learn in middle school mathematics is true? *School Science and Mathematics, 106*(3), 124 132. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2006.tb18169.x

Gezer- Kartaloğlu, S. (2023). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılarla işlemler konusundaki kavram yanılgılarının belirlenmesi ve kavram karikatürleri ile giderilmesi*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (Tez no: 792706)

Ghani, S. N. A., & Maat, S. M. (2018). Misconception of fraction among middle grade year four pupils at primary school. *Research on Education and Psychology, 2*(1), 111-125.

Goldin, G. A. (1997). Chapter 4: Observing mathematical problem solving through task-based interviews. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph, 9,* 40–177. https://doi.org/10.2307/749946

González-Forte, J. M., Fernández, C., Van Hoof, J., & Van Dooren, W. (2023). Incorrect ways of thinking about the size of fractions. *International Journal of Science and Mathematics Education, 21*(7), 2005-2025. https://doi.org/10.1007/s10763-022-10338-7

Gürel, Z. Ç. ve Okur, M. (2016). Ortaokul 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki kavram yanılgıları. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18*(2), 922-952. http://dx.doi.org/10.17556/jef.30116

Harel, G. (1998). Two dual assertions: The first on learning and the second on teaching (or vice versa). *The American Mathematical Monthly, 105*(6), 497-507. https://doi.org/10.1080/00029890.1998.12004918

Harel, G. (2001). Pupa's two complementary products: Taxonomy of students' existing proof schemes and DNR-based instruction. *International Newsletter on de Teaching and Learning of Mathematical Proof,* 1-12.

Harel, G. (2008a). *DNR* perspective on mathematics curriculum and instruction, Part I: focus on proving. *ZDM Mathematics Education 40,* 487–500. https://doi.org/10.1007/s11858-008-0104-1

Harel, G. (2008b). A *DNR* perspective on mathematics curriculum and instruction. Part II: with reference to teacher's knowledge base. *ZDM Mathematics Education 40,* 893–907. https://doi.org/10.1007/s11858-008-0146-4

Harel, G. (2010). DNR-based instruction in mathematics as a conceptual framework. In Sriraman, B. & English, L. (Eds.). *Theories of mathematics education. Advances in*

mathematics education (pp. 343-367). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-00742-2_34

Harel, G. (2013). DNR-Based curricula: The case of complex numbers. *Journal of Humanistic Mathematics*, *3*(2), 2-61. https://doi.org/10.5642/jhummath.201302.03

Harel, G., & Sowder, L. (1998). Students' proof schemes: Results from exploratory studies. *American Mathematical Society, 7*, 234-283.

Harel, G., & Sowder, L. (2005) Advanced mathematical-thinking at any age: Its nature and its development. *Mathematical Thinking and Learning, 7*(1), 27-50. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0701_3

Harel, G. & Koichu, B. (2010). An operational definition of learning. *The Journal of Mathematical Behavior, 29*(3), 115-124. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2010.06.002

Haser, Ç. ve Ubuz, B. (2002). Kesirlerle kavramsal ve işlemsel beceriler. *Eğitim ve Bilim, 27*(126), 53-61.

Hershkowitz, R., & Vinner, S. (1980). Concept images and common cognitive paths in the development of some simple geometrical concepts. In R. Karplus (Ed.), *proceedings of the 4th PME Conference* (pp. 177-184). Berkeley, California: University of Lawrence Hall of Science.

İnce, S. (2008). *İlköğretim 5. sınıfta rasyonel sayılar konusundaki yanılgılar ve bu yanılgıların ortadan kaldırılması için öneriler.* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (Tez no: 230961)

İskenderoğlu, T. (2010). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kanıtlamayla ilgili görüşleri ve kullandıkları kanıt şemaları.* (Yayımlanmamış Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (Tez no: 276136)

Jarrah, A. M., Wardat, Y., & Gningue, S. (2022). Misconception on addition and subtraction of fractions in seventh-grade middle school students. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 18*(6), em2115. https://doi.org/10.29333/ejmste/12070

Kabael, T., Akın, A., Kızıltoprak, F., & Toprak, O. (2014). Pre-service middle school mathematics teachers' ways of thinking and pedagogical approaches in problem solving process. In Oesterle S., Nicol C., Liljedahl P., & Allan D. (Eds.), *Proceedings PME 38/PME-NA 36* (pp. 327). Vancouver, Canada: British Colombia University.

Kabael, T., & Kızıltoprak, F. (2014). Sixth grade students' ways of thinking associated with solving algebraic verbal problems. In Oesterle S., Nicol C., Liljedahl P., & Allan D. (Eds.), *Proceedings PME 38/PME-NA 36* (pp. 120). Vancouver, Canada: British Colombia University.

Kağızmanlı-Köse, T. B. ve Çiçek, S. C. (2019). Ortaokul öğrencilerinin teknoloji ve matematiğe yönelik tutumları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *12. Uluslararası Eğitim Araştırmaları Kongresi Özet* kitabı içinde (ss. 249-250). Rize: Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi.

Kaplan, A., İşleyen, T. ve Öztürk, M. (2011). 6. sınıf oran orantı konusundaki kavram yanılgıları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *19*(3), 953-968.

Kara, G. (2021). *Türkiye'de yayınlanan ortaokul matematik eğitimindeki kavram yanılgıları çalışmalarının incelenmesi.* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (Tez no: 665482)

Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik mülakatın potansiyeli. *İlköğretim Online*, *2*(2), 2-9.

Karataş, F.Ö., Köse, S. ve Coştu, B. (2003). Öğrenci yanılgılarını ve anlama düzeylerini belirlemede kullanılan iki aşamalı testler. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 1*(13), 54-69.

Kieren, T. E. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational number. In R. Lesh & D. A. Bradbard (Eds.), *Number and measurement: papers from a research workshop* (pp. 101-144). ERIC/SMEAC.

Kitcher, P. (1984). *The nature of mathematical knowledge*. Oxford University Press.

Kubanc, Y. (2022). Investigating primary school students' proof schemes in solving arithmetic operations problems. *International Online Journal of Educational Sciences*, *14*(3), 670-682. https://doi.org/10.15345/iojes.2022.03.006

Lawson-Tancred, H. T. (1998). *Aristotle: The metaphysics*. Penguin.

Lee, W. I. (1999). *The relationship between students' proof writing ability and Van Hiele Levels of geometric thought in a college geometric course*. [Unpublished doctoral dissertation]. University of Northern Colorado.

LeCompte, M. D., & Goetz, J. P. (1982). Ethnographic data collection in evaluation research. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, *4*(3), 387-400. https://doi.org/10.3102/01623737004003387

Macit, E. ve Nacar, S. (2019). İlköğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin rasyonel sayı ve kesir kavram imajları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, *6*(11), 50-62. https://doi.org/10.29129/inujgse.547277

Martin, W. G., & Harel, G. (1989). Proof frames of preservice elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education JRME*, *20*(1), 41-51. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.20.1.0041

Martinie, S. L. (2014). Decimal fractions: An important point. *Mathematics teaching in the middle School*, *19*(7), 420-429. https://doi.org/10.5951/mathteacmiddscho.19.7.0420

Maskiewicz, A. L. (2006). *Rethinking biology instruction: The application of DNR -based instruction to the learning and teaching of biology.* [Unpublished doctoral dissertation]. University of California.

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.). Sage Publications.

Millî Eğitim Bakanlığı (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı.

Millî Eğitim Bakanlığı. (2023). Pisa 2022 Türkiye raporu. https://pisa.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2023_12/05125555_pisa2022_rapor_051223.pdf 'den alınmıştır.

Mohyuddin, R. G., & Khalil, U. (2016). Misconceptions of students in learning mathematics at primary level. *Bulletin of Education and Research*, *38*(1), 133-162.

NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.

Ohlsson, S. (1988). Mathematical meaning and applicational meaning in the semantics of fractions and related concepts. In J. Hiebert, and M. J. Behr (Eds.), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades* (pp. 53-92). National Council of Teachers of Mathematics.

Özçifçi, R. (2007). *Rasyonel sayıların öğretimindeki hatalar ve alınması gereken tedbirler.* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (Tez no: 212355)

Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. Sage Publications.

Piaget, J. (1983). Piaget's theory. In P. H. Mussen (Ed.), *Hand book of child psychology* (4th ed.) (pp. 103-128). John Wiley & Sons, Inc.

Piaget, J. (1985). *The equilibration of cognitive structures: the central problem of intellectual development*. University of Chicago Press.

Piaget, J. (2013). *Child's conception of space: Selected works*. Routledge.

Powell, S. R., & Nelson, G. (2021). University students' misconceptions about rational numbers: Implications for developmental mathematics and instruction of younger students. *Psychology in the Schools*, *58*(2), 307-331. https://doi.org/10.1002/pits.22448

Rabin, J. M., Fuller, E., & Harel, G. (2013). Double negative: the necessity principle, commognitive conflict, and negative number operations. *The Journal of Mathematical Behavior*, *32*(3), 649-659. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.08.001

Senemoğlu, N. (2013). *Gelişim, öğrenme ve öğretim, (yirmi üçüncü baskı)*. Yargı Yayınevi.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.

Siegler, R. S., & Lortie-Forgues, H. (2017). Hard lessons: Why rational number arithmetic is so difficult for so many people. *Current Directions in Psychological Science*, *26*(4), 346-351. https://doi.org/10.1177/0963721417700129

Sherri L. M. (2014). Decimal fractions: An important point. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *19*(7), 420–429. https://doi.org/10.5951/mathteacmiddscho.19.7.0420

Skemp, R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher*, *26*(3), 9-15. https://doi.org/10.5951/AT.26.3.0009

Soto, O., Siy, K. & Harel, G. (2022). Promoting a set-oriented way of thinking in a U.S. high school discrete mathematics class: A case study. *ZDM Mathematics Education 54*, 809–827. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01337-7

Sowder, L., & Harel, G. (1998). Types of students' justifications. *The mathematics teacher*, *91*(8), 670-675. https://doi.org/10.5951/MT.91.8.0670

Steffe L., Cobb, P., & von Glsersfeld, E. (1988). *Construction of arithmetical meanings and strategies.* Springer- Verlag.

Strauss, A. L. (1987). *Qualitative analysis for social scientists*. Cambridge University Press.

Subaşı, M. ve Özay-Köse, E. (2017). Üstün yetenekli öğrencilerin bilimsel anlama şekilleri ve düşünme yollarına EGS tabanlı öğretim yönergesinin etkisi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 11*(2), 409-431. https://doi.org/10.17522/balikesirnef.373417

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational studies in mathematics*, *12*(2), 151-169. https://doi.org/10.1007/BF00305619

Tezcan, C. (2003). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayı kavramını algılamasında karşılaştıkları güçlüklerin belirlenmesi ve çözüm önerileri*. [Yayımlanmamış Yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Toluk, Z. (2002). İlkokul öğrencilerinin bölme işlemi ve rasyonel sayıları ilişkilendirme süreçleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 19*(2), 81-101.

Toprak, O. (2019). *11. sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramı kapsamında problem çözme sürecindeki düşünme yollarının incelenmesi*. (Yayımlanmamış Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (Tez no: 558072)

Ubuz, B. (1999). 10 ve 11. sınıf öğrencilerinin geometride kavram yanılgıları ve cinsiyet farklılıkları. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 179–184. https://hdl.handle.net/11511/81536 dan alınmıştır.

Ursavaş, N. (2014). *EGS (DNR) tabanlı öğretim yönergesi kullanılarak öğretmen adaylarının sahip oldukları biyolojik anlama şekilleri ve düşünme yollarının geliştirilmesi.* (Yayımlanmamış Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (Tez no: 381069)

Ülgen, G. (2004). *Kavram geliştirme: Kuramlar ve uygulamalar*. Nobel.

Van Hoof, J., Engelen, A. S., & Van Dooren, W. (2021). How robust are learners' misconceptions of fraction magnitude? An intervention study comparing the use of refutation and expository text. *Educational Psychology, 41*(5), 524-543. https://doi.org/10.1080/01443410.2021.1908521

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *14*(3), 293-305. https://doi.org/10.1080/0020739830140305

Von Glasersfeld, E. (1983). Learning as constructive activity. In Bergeron J.C., & Herscovics N. (Eds.), *Proceedings of the 5th Annual Meeting of the North American Group of Psychology in Mathematics Education*, (pp. 41–101). Montreal: PME-NA.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.

Yavuz-Mumcu, H. (2015). 6- 8. Sınıf öğrencilerinin ondalık kesirlerle ilgili sahip oldukları kavram yanılgıları ve nedenleri. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi* (24), 294-338. https://doi.org/10.14582/DUZG

Yenilmez, K. ve Yaşa, E. (2008). İlköğretim öğrencilerinin geometrideki kavram yanılgıları. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *21*(2), 461-483. https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/153350 dan alınmıştır.

Yetim, S., & Alkan, R. (2010). Common mistakes and misconceptions of 7th grade students about the rational numbers and placement of the rational numbers on the number line. *Manas Journal of Natural Sciences*, *2*(11), 87-109. https://dergipark.org.tr/en/pub/manasfen/issue/49127/627013 dan alınmıştır.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Nitel araştırma yöntemleri.* Seçkin Yayıncılık.

Yıldız, F. (2016). *DNR tabanlı öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarına etkisinin incelenmesi.* (Yayımlanmamış Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (Tez no: 437078)

Yılmaz, Z. ve Yenilmez, K. (2008). İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanılgıları. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, *8*(1), 269-290. https://dergipark.org.tr/en/pub/akufemubid/issue/1607/20061 dan alınmıştır.

Yin, R. K. (1984). Beyond method: Strategies for social research. *Administrative Science Quarterly*, *29*(2), 321-323. https://doi.org/10.2307/2393196

Zengin, S. (2013). *Rasyonel sayıların öğretiminde karşılaşılan kavram yanılgıları ve hataların tespiti.* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından alınmıştır. (Tez no: 350092)

EKLER

EK 1: RASYONEL SAYILAR KAVRAM YANILGISI TESTİ

RASYONEL SAYILAR KAVRAM YANILGISI TESTİ

Sevgili öğrenciler;

Bu testte yer alan sorular sizlerin "Rasyonel Sayılar ve Rasyonel Sayılarla İşlemler" konularında yer alan kavramlar ile ilgili sahip olduğunuz yanılgıları belirlemek amacıyla oluşturulmuştur. Cevaplarınız gizli tutulacak ve hiç kimse ile paylaşılmayacaktır. Cevaplarınız için herhangi bir puanlama yapılmayacak ve not verilmeyecektir. Soruları dikkatle okuyup cevaplamanız yapılan araştırma için önem taşımaktadır. Katılımınız için teşekkür eder, başarılar dilerim.

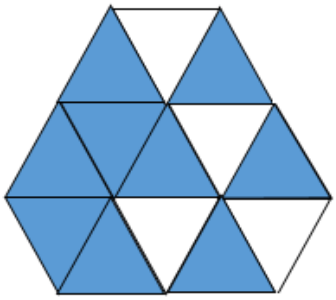
Fatma KARA

Matematik Öğretmeni

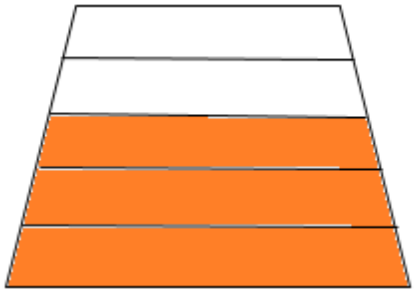
Ad ve Soyad:

Sınıf:

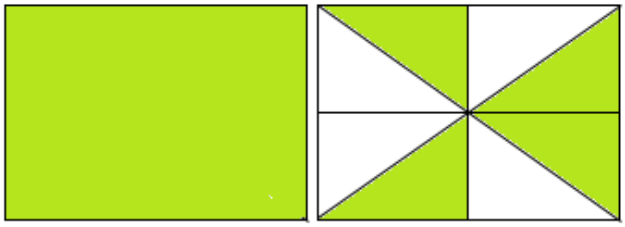
1) Üç farklı şekil ve bu şekillerin boyalı olan kısımları görselde verilmiştir.



1.şekil



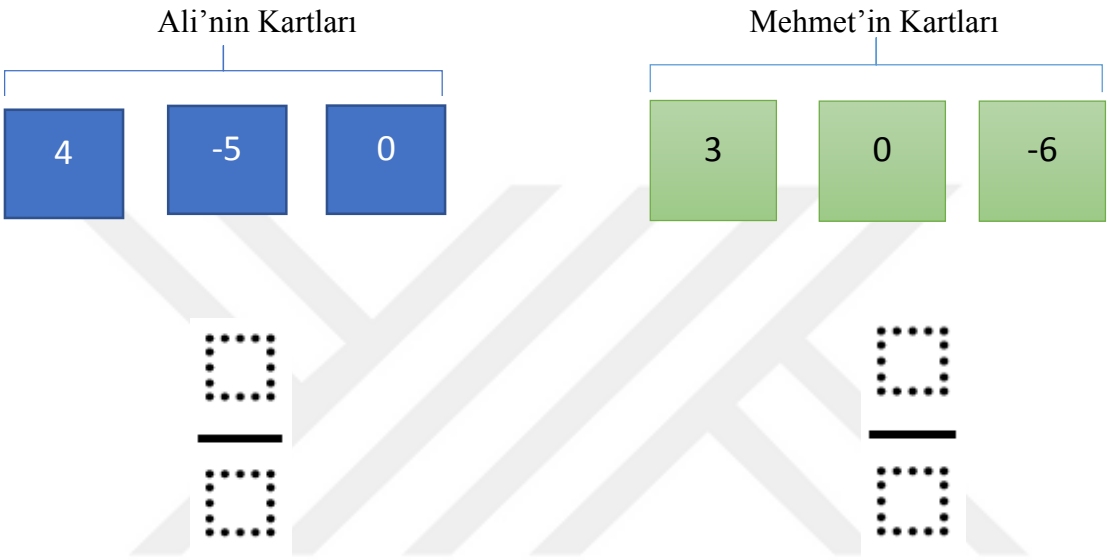
2. şekil



3. şekil

Buna göre bu şekillerin boyalı olan kısımlarını rasyonel sayı olarak ifade ediniz. Rasyonel sayı olarak ifade edilmeyeceğini düşündüğünüz şekiller var ise sebebi ile birlikte belirtiniz.

2) Ali ve Mehmet rasyonel sayılarla ilgili bir oyun oynayacaklardır. Ali ve Mehmet ellerinde bulunan üçer karttan herhangi ikisini seçerek görseldeki kutucuklara yerleştirecekler ve oluşabilecek tüm rasyonel sayıları oluşturacaklardır. En küçük rasyonel sayıyı oluşturan oyunu kaybedecektir.



Buna göre;

a) Ali ve Mehmet'in oluşturabilecekleri rasyonel sayıları belirleyiniz. Rasyonel sayı olmayacağını düşündüğünüz ifadeler var ise sebebi ile birlikte açıklayınız.

b) Oyunu kim kaybetmiştir? Sebebi ile birlikte açıklayınız.

3) Aşağıdaki rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösteriniz.

$\frac{3}{5}$

$-\frac{2}{7}$

$-1\frac{1}{5}$

$\frac{13}{3}$

4) "Bilim Teknik" dergisinin elektronik yayınlarının aboneliği yıllık 25 TL'dir. Bu derginin elektronik yayınlarının bir aylık abonelik ücretinin Türk lirası cinsinden karşılığını ondalık gösterimle ifade ediniz.

(Bu soru https://bursaodm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2020_12/30133846_2-MAT7.pdf 'den alınmıştır.)

5) Efe'nin kumbarasının madeni para atma kısmının uzunluğu 3,32 cm, kalınlığı ise tüm madeni paraların kalınlığından büyüktür.



Dedesi artık kullanılmayan $3\frac{1}{4}$ cm çaplı dairesel madeni parayı saklaması için Efe'ye vermiştir. Efe, bu parayı kumbarasına atmak isterse parayı kumbarasının para atma kısmından sığdırabilir mi? Cevabınızı sebebi ile birlikte açıklayınız.

(Bu soru https://bursaodm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2020_12/30133846_2-MAT7.pdf 'den alınmıştır.)

EK 2: ÖĞRENCİLERLE GERÇEKLEŞTİRİLEN KLİNİK GÖRÜŞME FORMU

1. Soru

a) Kullanılan stratejiyi ve kavram yanılgılarını belirlemeye yönelik sorulacak sorular

- Problemin çözümü için nasıl bir yol izledin? Çözümünü anlatabilir misin?
- (Üç şeklin de rasyonel sayı olduğunu düşünen öğrenci için) Bu şekillerin birer rasyonel sayı ifade ettiklerine nasıl karar verdin?
- (Şekillerden bazılarının rasyonel sayı olduğunu düşünen öğrenci için) Belirlediğin şekil ya da şekillerin rasyonel sayı ifade ettiklerine nasıl karar verdin? Diğer şeklin ya da şekillerin neden rasyonel sayı olmadığını düşünüyorsun?
- Bu şekillerin rasyonel sayı belirttiğini ya da belirtmediğini farklı bir yol ile ifade edebilir misin?

b) Kanıt şemaları ve kavram yanılgılarını belirlemeye yönelik sorulacak sorular

- Doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun? Düşünüyorsan sebebini anlatabilir misin?
- (Çözümü doğru olmayan öğrenci için eş parçalardan oluşmayan farklı bir model ve bir bütün oluşturmayan rasyonel sayı modeli gösterilerek) Bu durumda da aynı şekilde düşünebilir miyiz? Sebebini açıklar mısın?

c) Matematiksel inanç ile ilgili sorular

- Bu problem ve çözüm süreci sana neler hissettirdi?
- Problemi çözerken zorlandığın kısımlar oldu mu? En çok zorlandığın kısımlar nelerdi?

2. Soru

a) Kullanılan stratejiyi ve kavram yanılgılarını belirlemeye yönelik sorulacak sorular

- Problemin çözümü için nasıl bir yol izledin? Çözümünü anlatabilir misin?
- Ali ve Mehmet'in oluşturulabileceği rasyonel sayıları belirlerken nelere dikkat ettin?
- (Oluşturulan tüm ifadelerin rasyonel sayıl olduğunu düşünen öğrenci için) Sana tüm ifadelerin rasyonel sayı olduğunu düşündürten durum nedir?
- (Paydası 0 olan ifadelerin rasyonel olmadığını düşünen öğrenci için) Neden bu ifadelerin rasyonel sayı olmadığını düşünüyorsun?
- (Mehmet'in kaybettiğini düşünen öğrenci için) Mehmet'in kaybettiğini düşünmene sebep olan durum nedir?
- (Ali'nin kaybettiğini düşünen öğrenci için) Ali'nin kaybettiğini düşünmene sebep olan durum nedir?
- Çözümünü farklı bir yol ile ifade edebilir misin?

b) Kanıt şemaları ve kavram yanılgılarını belirlemeye yönelik sorulacak sorular

- Doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun? Düşünüyorsan sebebini anlatabilir misin?
- Ali'nin -6 olan kartı -3 olmuş olsaydı çözümün yine doğru olur muydu?

c) Matematiksel inanç ile ilgili sorular

- Bu problem ve çözüm süreci sana neler hissettirdi?
- Problemi çözerken zorlandığın kısımlar oldu mu? En çok zorlandığın kısımlar nelerdi?

3. Soru

a) Kullanılan stratejiyi ve kavram yanılgılarını belirlemeye yönelik sorulacak sorular

- Problemin çözümü için nasıl bir yol izledin? Çözümünü anlatabilir misin?
- Rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösterirken nelere dikkat ettin?
- Çözümünü farklı bir yol ile ifade edebilir misin?

b) Kanıt şemaları ve kavram yanılgılarını belirlemeye yönelik sorulacak sorular

- Doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun? Düşünüyorsan sebebini anlatabilir misin?
- (Farklı bir rasyonel sayı gösterilerek) Bu rasyonel sayının sayı doğrusunda gösterimi için de çözüm şeklin doğru olur muydu?

c) Matematiksel inanç ile ilgili sorular

- Bu problem ve çözüm süreci sana neler hissettirdi?
- Problemi çözerken zorlandığın kısımlar oldu mu? En çok zorlandığın kısımlar nelerdi?

4. Soru

a) Kullanılan stratejiyi ve kavram yanılgılarını belirlemeye yönelik sorulacak sorular

- Problemin çözümü için nasıl bir yol izledin? Çözümünü anlatabilir misin?
- Sana cevabın devirli ondalık gösterim olduğunu/olmadığını düşündürten durum nedir?
- Çözümünü farklı bir yol ile ifade edebilir misin?

b) Kanıt şemaları ve kavram yanılgılarını belirlemeye yönelik sorulacak sorular

- Doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun? Düşünüyorsan sebebini anlatabilir misin?
- Dergilerin yıllık abonelik ücreti 11 TL olsaydı ve bu ücret 7 eşit taksitle ödenseydi çözüm şeklin yine doğru olur muydu?

c) Matematiksel inanç ile ilgili sorular

- Bu problem ve çözüm süreci sana neler hissettirdi?
- Problemi çözerken zorlandığın kısımlar oldu mu? En çok zorlandığın kısımlar nelerdi?

5. Soru

a) Kullanılan stratejiyi ve kavram yanılgılarını belirlemeye yönelik sorulacak sorular

- Problemin çözümü için nasıl bir yol izledin? Çözümünü anlatabilir misin?
- Efe'nin madeni parayı kumbaraya sığdırabileceğine/sığdıramayacağına nasıl karar verdin?
- Çözümünü farklı bir yol ile ifade edebilir misin?

b) Kanıt şemaları ve kavram yanılgılarını belirlemeye yönelik sorulacak sorular

- Doğru bir çözüm gerçekleştirdiğini düşünüyor musun? Düşünüyorsan sebebini anlatabilir misin?
- Kumbaranın madeni para atma kısmının uzunluğu 3,23 cm olsaydı çözümün doğru olur muydu?

c) Matematiksel inanç ile ilgili sorular

- Bu problem ve çözüm süreci sana neler hissettirdi?
- Problemi çözerken zorlandığın kısımlar oldu mu? En çok zorlandığın kısımlar nelerdi?

EK 3: RASYONEL SAYILAR KAVRAM YANILGISI TESTİ RUBRİĞİ

1. Soru

1 puan: doğru cevap

1.şekil rasyonel sayı belirtir. $\frac{9}{13}$

2.şekil bütünün parçaları eş olmadığı için rasyonel sayı belirtmez.

3.şekil rasyonel sayı belirtir. $1\frac{4}{8}$, $\frac{12}{8}$, $\frac{3}{2}$

0 puan: diğer cevaplar veya boş

Muhtemel kavram yanılgıları

- 1. ve 2. şekiller için; farklı geometrik şekiller eş parçalara bölündüğünde, şekil alışılmışın dışında olduğu için rasyonel sayı ifade etmediğini düşünme.
- 2. şekil için; parçaların birbirine eş olup olmadığına dikkat etmeden kesir belirttiğini ifade etme.

2. Soru

1 puan: doğru cevap

Ali'nin görseldeki kutucuklara verilen sayıları yerleştirerek oluşturabileceği rasyonel sayılar:

$\frac{4}{-5}$, $\frac{-5}{4}$, $\frac{0}{4}$, $\frac{0}{-5}$

Mehmet'in görseldeki kutucuklara verilen sayıları yerleştirerek oluşturabileceği rasyonel sayılar:

$\frac{3}{-6}$, $\frac{0}{3}$, $\frac{0}{-6}$, $\frac{-6}{3}$

Ali ve Mehmet'in oluşturduğu rasyonel sayılar sıralandığında;

$\frac{-6}{3} < \frac{-5}{4} < \frac{4}{-5} < \frac{3}{-6} < \frac{0}{4} = \frac{0}{-5} = \frac{0}{3} = \frac{0}{-6}$

Oluşturulabilen en küçük rasyonel sayı $\frac{-6}{3}$ 'tür. Mehmet oyunu kaybeder.

0 puan: diğer cevaplar veya boş

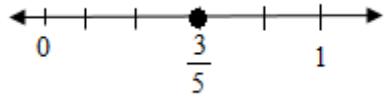
Muhtemel kavram yanılgıları

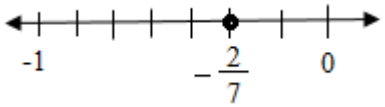
- $\frac{a}{b}$ ifadesindeki a payda, b paydır.
- Rasyonel sayıları oluştururken 0/0 veya a/0'ı rasyonel sayı olarak kabul etme.
- Pozitif ve negatif rasyonel sayıları sıralayabilmek için payda eşitleme ve sonrasında negatif rasyonel sayılar da pozitifmiş gibi düşünülerek sıralama yapma.

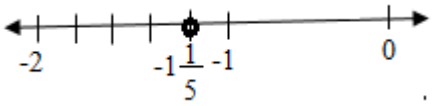
- Pozitif ve negatif rasyonel sayılar sıralanırken negatif sayıları her zaman pozitif sayılardan küçük olacak şekilde yerleştirme ve daha sonra rasyonel sayıları pay ve paydayı oluşturan sayıların büyüklüğüne göre sıralama.

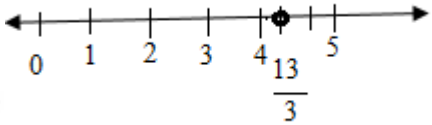
3. Soru

1 puan: doğru cevap









0 puan: diğer cevaplar veya boş

Muhtemel kavram yanılgıları

- Rasyonel sayıları sayı doğrusu üzerinde gösterirken bütünü farklı büyüklükte parçalara ayırma.
- Bütünü parçalara ayırırken paydadaki sayı kadar nokta yerleştirileceğini düşünme ve bütünü olması gerekenden bir tane fazla parçaya ayırma.
- Negatif rasyonel sayılar sayı doğrusuna yerleştirilirken sayı doğrusunda yer alacak olan negatif tam sayılar soldan sağa doğru –1, –2, –3, ... şeklinde yerleştirilir.

4. Soru

1 puan: doğru cevap

25: 12 = 2, 083333…. = $2{,}08\overline{3}$

0 puan: diğer cevaplar veya boş

Muhtemel kavram yanılgıları

- $\frac{a}{b}$ ifadesindeki a payda, b paydır.
- Ondalık sayıları, büyüklüğünü, küçüklüğünü, karşılaştırılmasını, basamak değerini, virgülün anlamını kavrayamama.
- Rasyonel sayıları devirli ondalık gösterime dönüştürürken devreden kısmın uzun olamayacağını düşünme ve bölme işlemini devam ettirememe.

5. Soru

1 puan: doğru cevap

$3\frac{1}{4} = 3{,}25$ $3{,}32 > 3{,}25$ ya da,

$3{,}32 = 3\frac{32}{100} = 3\frac{8}{25}$ $3\frac{8}{25} > 3\frac{1}{4}$ olduğu için madeni para kumbaranın içine atılabilir.

0 puan: diğer cevaplar veya boş

Muhtemel kavram yanılgıları

- Ondalık kesirleri, büyüklüğünü, küçüklüğünü, karşılaştırılmasını, basamak değerini, virgülün anlamını kavrayamama.

EK 4: ARAŞTIRMA İZNİ

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİK KURULLARI
(Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma ve Yayın Etik Kurulu)
TOPLANTI TUTANAĞI

OTURUM TARİHİ	**OTURUM SAYISI**
25 KASIM 2022	**2022-10**

KARAR NO 40: Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'nden alınan Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı öğretim üyesi Doç. Dr. Hatice Kübra GÜLER SELEK'in danışmanlığında yürüteceği Matematik Eğitimi Bilim Dalı yüksek lisans programı öğrencisi Fatma KARA'nın "7. Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgılarının DNR Çerçevesinde İncelenmesi" konulu tez çalışması kapsamında uygulanacak test ve görüşme sorularının değerlendirilmesine geçildi.

Yapılan görüşmeler sonunda; Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı öğretim üyesi Doç. Dr. Hatice Kübra GÜLER SELEK'in danışmanlığında yürüteceği Matematik Eğitimi Bilim Dalı yüksek lisans programı öğrencisi Fatma KARA'nın "7. Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgılarının DNR Çerçevesinde İncelenmesi" konulu tez çalışması kapsamında uygulanacak test ve görüşme sorularının izin formundaki uygulanacak "test sorularında" ad-soyad bilgisinin, "Kişisel Verilerin Korunması Kanunu" kapsamında olması nedeniyle çalışmadan çıkarılması koşuluyla fikri, hukuki ve telif hakları bakımından metot ve ölçeğine ilişkin sorumluluğu başvurucuya ait olmak üzere uygun olduğuna oybirliği ile karar verildi.

Prof. Dr. Beryudam YILMAZ
Kurul Başkanı

Prof. Dr. Abamüslim AKDEMİR
Üye

Prof. Dr. Doğan ŞENYÜZ
Üye

Prof. Dr. Ayşe OGUZLAR
Üye

Prof. Dr. Vejdi BİLGİN
Üye

Prof. Gülay GÖĞÜŞ
Üye

Prof. Dr. Alev SINAR UĞURLU
Üye

T.C.
BURSA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-86896125-605.01-67271898 30.12.2022
Konu : Fatma KARA'nın Araştırma İzni

MÜDÜRLÜK MAKAMINA

İlgi : Milli Eğitim Bakanlığı'nın Araştırma Uygulama İzinleri konulu 21/01/2020 tarih ve 1563890 (2020/2) sayılı Genelgesi.

Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalıyüksek lisans programı öğrencisi Fatma KARA'nın "7. Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgılarının DNR Çerçevesinde İncelenmesi" konulu araştırması, Bursa Uludağ Üniversitesi Rektörlüğü, Öğrenci İşleri Daire Başkanlığının 15.12.2022 tarih ve 87636 sayılı yazıları ile bildirilmektedir.

Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalıyüksek lisans programı öğrencisi Fatma KARA'nın "7. Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgılarının DNR Çerçevesinde İncelenmesi" konulu araştırmasını Nilüfer İlçesi Dilek Özer Ortaokulu 7. Sınıf öğrencilerine uygulama yapma isteği ilimizde oluşturulan "Araştırma Değerlendirme Komisyonu" tarafından incelenerek değerlendirilmiştir. Araştırma ile ilgili çalışmanın **okul/kurumlardaki eğitim öğretim faaliyetleri aksatılmadan, araştırma formlarının aslı okul müdürlüklerince görülerek ve gönüllülük esası ile** okul müdürlüklerinin gözetim ve sorumluluğunda ilgi Genelge çerçevesinde uygulanması ayrıca **araştırma sonuçlarının Müdürlüğümüz ile paylaşılması** komisyonumuzca uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Mahmut KARAKAYA
İl Milli Eğitim Şube Müdürü

OLUR

Serkan GÜR
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

Ek : Ölçekler (8 Sayfa)

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

EK 5: ÖZ GEÇMİŞ

ÖZ GEÇMİŞ			
Adı-Soyadı	Fatma Kara		
Bildiği Yabancı Diller	İngilizce		
Eğitim Durumu	**Başlama- Bitirme**		**Kurum Adı**
Lise	2002	2006	Kırıkkale Anadolu Öğretmen Lisesi
Lisans	2006	2010	Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği
Yüksek Lisans	2021	2024	Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitim Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Doktora			
Çalıştığı Kurum	**Başlama- Ayrılma**		**Çalışılan Kurumun Adı**
1.	2010	2013	Söylemiş Ortaokulu/Yenişehir/BURSA
2.	2013	2016	Şehit Selcan Akbaş Ortaokulu/Osmangazi/BURSA
3.	2019	2022	MEB Bursa İl Milli Eğitim Müdürlüğü Ölçme ve Değerlendirme Merkezi
4.	2016	Devam ediyor	Dilek Özer Ortaokulu/Nilüfer/BURSA
Üye Olduğu Bilimsel ve Meslekî Kuruluşlar			
Katıldığı Proje ve Toplantılar	2019-2022: Yaşam Temelli Öğrenme Yaşam Temelli Ölçme Projesi (Bursa İl Milli Eğitim Müdürlüğü)		
Yayınlar:	Kara, F., Tapan Broutin, M. S., & Güler Selek, H. K., (2021). Investigation of Mathematics Teachers' View On The Teaching of Triangle's Consruction and Drawing Process. *International Marmara Social Sciences Congress (Spring 2021)* (pp.5). Kocaeli, Turkey Kara, F., Kaleli Yılmaz, G. ve Güler Selek, H. K., (2021). Covid-19 Uzaktan Eğitim Sürecinde Matematik Uygulamaları Dersinin İşlenişine Dair Öğretmen Görüşlerinin İncelenmesi. *5. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu bildiriler* kitabı içinde (ss, 327-328). Antalya, Turkey		
Diğer:			
		Tarih	08/02/2024
		İmza	
		Adı- Soyadı	Fatma Kara