TÜBİTAK

Ayar İletimli Süpersimetri Kırılması: Holomorfik Olmayan Katkılar Ve Müon Anomal Manyetik Moment

Program Kodu: 1002

Proje No: 124F280

Proje Yürütücüsü:
Doç. Dr. Cem Salih ÜN

Bursiyer(ler):
Büşra NİŞ

Nisan 2026
ANKARA

TÜBİTAK

ÖNSÖZ

Temel parçacıkların Standard Modeli (SM), ilk kurulduğundan bu yana oldukça önemli tahminlerde bulunmuş ve geçen yüzyılın ikinci yarısından bu yana yürütülen oldukça hassas deneylerle de büyük ölçüde doğrulanmıştır. Bu yönüyle fizik alanında ortaya atılmış en başarılı modellerden biri olduğu söylenebilir. 2012 yılında Higgs bozonun ATLAS ve CMS deneylerinde gözlemlenmesiyle birlikte, bu parçacık üzerinde yürütülen hassas deneylerden elde edilen sonuçlar da, SM'in Higgs bozonu ile ilgili öngörülerini doğrulamıştır. Bu gözlem ve analizlerden sonra SM'in teorik olarak ortaya attığı tüm parçacıklar da deneysel olarak tamamlanmıştır.

Ancak tüm bu başarılarına rağmen SM'in öncelikle teorik olarak cevapsız kaldığı ya da doğru bir şekilde açıklayamadığı problemler de bulunmaktadır. Her ne kadar Higgs bozonunun özelliklerini doğru tahmin etse de, Higgs bozonu kütlesine döngü (loop) seviyesinde gelen katkılar, enerji skalasına bağlı olarak artarlar. SM'in temel bir teori olduğu kabul edilirse, Planck skalasına ($M_{\mathsf{P}} \simeq 2.4 \times 10^{19}$ GeV) ya da büyük birleşim skalasına ($M_{\mathsf{GUT}} \simeq 2 \times 10^{16}$ GeV) kadar geçerli olması gerekir. Ancak bu durumda Higgs bozonu kütlesine gelen katkılar $10^{32} - 10^{38}$ GeV mertebesinde olup, deneylerde gözlendiği gibi sonlu bir kütleye sahip olması ile çelişkili hale gelir. Hiyerarşi problemi olarak adlandırılan bu problem SM'in en önemli problemlerinden biridir. Bunun yanında, nötrinolara kütle kazandıracak bir mekanizmaya sahip olmaması, karanlık madde için önerebileceği uygun bir parçacığın bulunmayışı da güncel olarak ele alınan ve çözülmeye çalışılan problemlerin başında gelir. Bu teorik temelli problemlerinin yanı sıra, bazı güncel deneylerde elde edilen sonuçlarla SM'in tahminleri arasında küçük de olsa bazı uyumsuzluklar tespit edilmiştir.

Yukarıda bahsedilen özellikle teorik problemlerin bir ya da birkaçına çözüm bulmak amacıyla SM ötesi (SMÖ) modeller kurularak bu modellerin öngörüleri, SM ile hem teorik hem de deneysel uyumunun yanı sıra, SM'in açıklayamadığı problemlere getirdikleri olası çözüm ve yaklaşımlar da detaylı bir şekilde çalışılmaktadır. Hiyerarşi problemine çözüm getirmesi açısından, SMÖ çalışmalarda kendine en çok yer bulan modeller arasında süpersimetrik modeller de yer almaktadır. Hiyerarşi problemini çözmenin yanında, karanlık madde olmaya uygun aday parçacıklara sahip olması, nötrinolara kütle kazandırabilecek mekanizmaları de içerebilecek teorik yapılara sahip olabilmeleriyle de öne çıkmaktadır. Bununla birlikte, SM'in ayar etkileşim sabitlerinin M_{GUT} gibi yüksek bir enerji skalasında birleşmesini de sağlaması, süpersimetrik büyük birleşim teorilerinin de kurulması ve günümüz deneylerinde test edilebilecek tahminlerinin elde edilebilmesine olanak sağlamaktadır. Başka bir deyişle, günümüzde parçacıklarla ilgili gözlenen fiziksel olayların, bu deneylerin henüz ulaşamayacakları kadar yüksek enerji skalalarındaki olası kökenlerine dair de bazı yaklaşımlar ve açıklamalar getirebilmektedir.

Süpersimetriyi ilginç kılan özelliklerinden biri, her ne kadar çok yüksek bir enerji skalasında kırılmış bir simetri olarak ele alınsa da, süpersimetrik parçacıkların aktif bir şekilde, bugünkü parçacık fiziği gözlemlerine katkı sunabilmeleridir. Higgs bozonuna gelen sonsuz büyük katkı-

ları ortadan kaldırmakla birlikte, özellikle Büyük Hadron Çarpıştırıcısı (LHC) gibi merkezlerde yürütülen hassas çarpışma deneylerinde gözlenen fiziksel süreçlere de katkıda bulunabilirler. Her ne kadar bugüne kadar SM'in ötesinde herhangi bir doğrudan katkıya rastlanılmamış olsa da, bu konuda yürütülen hassas deneysel analizler yoğun olarak devam etmektedir. Bununla birlikte, süpersimetrik katkıların dolaylı olarak gözlenebileceği gözlemler de bulunmaktadır. Bunların arasında en güncel ve ilgi çekici olanları arasında müon anomal manyetik momenti (müon $g-2$) sayılabilir. SM'in bu konudaki öngörüleri oldukça hassas bir şekilde hesaplanmış olup, yine bir o kadar hassas deneysel ölçümlerle de karşılaştırılmaktadır. İçinde bulunduğumuz yıla kadar, deneysel ve teorik sonuçlar arasında yaklaşık 4.2σ kadar bir fark rapor edilmiş olup, SMÖ çalışmalarında da önemli bir yer tutmaktaydı.

TÜBİTAK tarafından 1002 Hızlı Destek programı çerçevesinde 124F280 kayıt numarasıyla desteklenen projemiz, süpersimetrinin ayar etkileşimleri ile kırıldığı modellerde (GMSB), müon $g-2$ probleminin çözümüne yönelik analizler yapmak üzerine kurulmuştur. Literatürde bulunan çalışmalar, bu modellerin Higgs bozonu kütlesiyle tutarlı olabilmek için oldukça ağır süpersimetrik parçacıklara sahip olması, bu nedenle de müon $g-2$ problemine önemli bir katkı sunamadığını göstermiştir. Ancak bu sonuç minimal modeller için doğru olabilmekle birlikte, minimal olmayan modeller için geçerli olmayabilir. Bu modellerle ilgili henüz az sayıda çalışma olmakla birlikte, bazı modellerin müon $g-2$ problemini ortadan kaldırabileceği gösterilmiştir. Bununla birlikte, proje kapsamında yürüttüğümüz çalışmalarda holomorfik olmayan (NH) terimler ve bu terimlerden gelen katkılar da yer almaktadır. Projemizin kapsamı ağırlıklı olarak bu terimlerden teorik müon $g-2$ hesaplarına gelen katkılar üzerine kurulmuştur. Süpersimetri tarafından kesin bir şekilde yasaklanan bu terimler, süpersimetri kırılması sırasında ve/veya sonrasında ortaya çıkabilirler. Genel olarak süpersimetri kırılma skalası ile baskılanan bu terimler, katkılarının çok küçük olacağı düşüncesiyle bugüne kadar yürütülen çalışmaların büyük bir çoğunda ihmal edilmişlerdir. Ancak, son yıllarda ilgi çekmeye başlayan bu terimlerin göz önüne alındığı çalışmalar da görülmeye başlamıştır. Bu çalışmaların sadece bir tanesi GMSB modellerle ilgili olup, bu modeller için en kapsamlı analizler çoğunlukla projemiz süresince yürüttüğümüz çalışmalardan oluşmaktadır.

NH terimlerinin Higgs bozonu kütlesine önemli ölçüde katkıda bulunması, minimal GMSB modellerin oldukça ağır süpersimetrik parçacıklara sahip olma zorunluluğunu büyük ölçüde ortadan kaldırması ile süpersimetrik müon $g-2$ katkılarının da önemli ölçüde yüksek olabilmesini sağlama potansiyeli oldukça yüksektir. Ancak projemizin başlangıcında, literatürde yer alan çalışmalar, NH terimleri efektif olarak ele almış olup teorik bir yapıya bağlamamıştır. Bu terimler süpersimetrinin kırılma mekanizması tarafından üretilebileceği gibi sicim teorisi gibi çalışmalarda da karşımıza çıkmaktadır. Kendi çalışmalarımızda bu terimlerin ortaya çıkışı ağırlıklı olarak süpersimetrinin kırılma mekanizmasına bağlanmıştır. Bu durumda, NH terimler her ne kadar süpersimetrinin kırılma skalasına bağlı olarak küçülse de, GMSB modellerde süpersimetri düşük enerji skalalarında da (M_{Mess}) kırılabildiğinden, NH terimlerin ihmal edilecek kadar küçük olmadığı durumlar da ortaya çıkabilir. Bu durumda müon $g-2$ hesaplarında elde edilen süpersi-

metrik katkılar beklenenden büyük olabileceğinden, daha önce literatürde NH terimler olmadan elde edilmiş sonuçları da büyük ölçüde değiştirme potansiyeline sahiptir. Proje süresince yürüttüğümüz teorik ve sayısal hesaplamalar ile elde edilen sonuçlar detaylı olarak Bölüm 3 ve 4 içerisinde tartışılacaktır.

Bitirmeden önce, bahsedilmesi gereken önemli gelişmelerden biri 2026 yılında güncellenen müon $g-2$ sonuçlarıdır. 2025 yılında çok daha hassas deneysel sonuçların ilan edilmesinin ardından, özellikle SM çerçevesinden güçlü etkileşen parçacıklardan gelen katkıların çok daha hassas bir şekilde hesaplanmasıyla SM'in müon $g-2$ öngörüleri ile deneysel sonuçlar arasındaki uyumsuzluk büyük ölçüde ortadan kalkmıştır. Çalışmalarımız sırasında elde etmeye çalıştığımız büyük süpersimetrik katkıların olduğu çözümler de, bu son güncellemelerden sonra deneysel olarak tutarsız hale gelmiştir. Ancak çalışmalarımız sırasında NH terimlerden gelen katkıların, teorik bir çerçeveye bağlandığı durumlarda, müon $g-2$ hesaplarına gelen süpersimetrik katkıları arttırmak yerine azalttığı gözlenmiş olup, son güncellemeden elde edilen müon $g-2$ sonuçlarıyla da uyumlu çözümler verdikleri elde edilmiştir. Bu çalışmalar ve elde edilen sonuçlar bir yayın olarak basılmış olup ayrıca bir doktora tezinin de konusu olmuştur.

TÜBİTAK

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ i
İÇİNDEKİLER iv
ÇİZELGELER DİZİNİ v
ŞEKİLLER DİZİNİ vii
ÖZET viii
ABSTRACT ix
1. GİRİŞ 1
2. LİTERATÜR ÖZETİ 3
3. GEREÇ VE YÖNTEM 5
3.1. GMSB Modeller . . . 6
3.1.1 Minimal GMSB . . . 7
3.1.2 Adjoint GMSB . . . 9
3.2. NH Terimler . . . 11
3.2.1 SUSY Kütle Spektrumu ve Karışımlarda NH Katkılar . . . 13
3.2.2 Higgs Bozonu Kütlesi ve NH Katkılar . . . 15
3.2.3 Müon **g** − **2** ve NH Katkılar . . . 16
3.2.4 NH Terimler ve Yukawa Birleşimi . . . 17
3.3. Veri Üretimi ve Deneysel Sınırlamalar . . . 20
4. BULGULAR 22
4.1. Adjoint Mesajcılı GMSB Modellerde NH Katkılar . . . 23
4.1.1 Süpersimetrik Kütle Spektrumu . . . 25
4.1.2 Higgs Bozon Kütlesi ve NH Katkılar . . . 27
4.1.3 NH Terimler ve Müon **g** − **2** . . . 29
4.2. NH terimler ve Yukawa Birleşimi . . . 33
4.2.1 YU ve NH Katkıları . . . 35
4.2.2 Higgs Bozon Kütlesi ve NH Katkılar . . . 38
5. TARTIŞMA 42
6. SONUÇ VE ÖNERİLER 43

TÜBİTAK

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 1. Bulgularımızı örnekleyen çözümler. Bu çözümler, analizlerimizde kullanılan deneysel kısıtlamalarla tutarlı olacak şekilde seçilmiştir. Δa_μ ve $\tan\beta$ hariç tüm parametreler, GeV biriminde ifade edilmiştir. Kırmızı renk, tartışmalarımızda öne çıkan parametreleri vurgularken, mavi renk NH katkıların ihmal edilebilir düzeyde olduğu durumlardır. 31

Çizelge 2. NH katkılı Minimal GMSB modellerde YU analizlerinden elde edilen sonuçları örnekleyen çözümler. Bütün çözümler, analizlerde uygulanan deneysel sınırlandırmalarla ve YU koşuluyla uyumlu olacak şekilde seçilmiş olup, Higgs bozonu kütlesinin deneysel olarak ölçülmüş 125.6 GeV'lik kütlesine olabildiğince yakın olacak şekilde seçilmiştir. Kütleler GeV mertebesinde verilmiş olup, stau bozunma ömrü ise nanosaniye biriminde ifade edilmiştir. . 41

TÜBİTAK

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1. Süpersimetrik müon g-2 katkılarının diyagramatik gösterimi. 17
Şekil 2. $b-$kuark Yukawa etkileşim sabitine katkı sunan etkileşim diyagramları 18
Şekil 3. NH terimleri dahil edilmediği (sol) ve NH katkıların dahil edildiği durumda (sağ), temel parametrelerden Λ_5'in M_{Mess} (üst) ve stau kütlesine ($m_{\tilde{\tau}_1}$) göre izinli değer aralıkları. Tüm noktalar, elektrozayıf simetri kırılması ile uyumlu ve LSP'nin gravitino veya nötralino olması şartını sağlamaktadır. Solgun renkle gösterilen noktalar deneylerle dışlanmış olup, yeşil noktalar ise Denklem 28'te verilen tüm koşulları sağlayan çözümleri temsil etmektedir. 24
Şekil 4. Modelin parametre uzayını gösteren $M_{\text{Mess}} - A'_0$ (sol) ve $\Lambda_8 - \Lambda_5$ (sağ) düzlemlerindeki dağılımlar. Renk kodlaması Şekil 3 ile aynıdır. 25
Şekil 5. NH kaynaklı kütle farkının sağ-elli stau çeşni özdurumu $\Delta m_{\tilde{\tau}_R} - A'_0$ (sol) ve stau kütle özdurumu $\Delta m_{\tilde{\tau}_1} - A'_0$ (sağ) düzlemindeki dağılımı. $\Delta m_{\tilde{\tau}} = m^{\text{NH}}_{\tilde{\tau}} - m^{\text{H}}_{\tilde{\tau}}$ olarak tanımlanmıştır. Renk kodlaması, Şekil 3'deki ile aynıdır. 26
Şekil 6. NH katkılarının stop ve sbottom kütle özdurumları üzerindeki etkisinin $A0'$ parametresi ile ilişkisi sırasıyla, $\Delta m_{\tilde{t}_1} - A'_0$ (sol) ve $\Delta m_{\tilde{b}_1} - A'_0$ (sağ). $\Delta m_{\tilde{q}} = m^{\text{NH}}_{\tilde{q}} - m^{\text{H}}_{\tilde{q}}$ olarak tanımlanmıştır. Renk kodlaması, Şekil 3'deki ile aynıdır. 27
Şekil 7. NH katkıların Higgs bozonu kütlesi üzerindeki etkileri. NH durumunda ve holomorfik durumda hesaplanan Higgs kütlelerinin karşılaştırması ($m_h - m^H_h$) (sol üst). Higgs kütlesindeki değişimin (Δm_h) stau karışım parametresindeki değişimle ($\Delta(X_\tau/M_{\text{SUSY}})$) ilişkisi (sağ üst). Aynı değişimin stop karışım parametresindeki değişimle ($\Delta(X_t/M_{\text{SUSY}})$) ilişkisi (sol alt). Sbottoma ait karışım parametresindeki değişimle ($\Delta(X_b/M_{\text{SUSY}})$) ilişkisi (sağ alt). Yatay ve dikey kesikli çizgiler deneysel sınırları, diyagonal çizgi ise ihmal edilebilir NH katkıları göstermektedir. Renk kodlaması, Şekil 3'deki ile aynıdır. 28
Şekil 8. $\Delta a_\mu - \Delta a^H_\mu$, $\Delta(\Delta a_\mu) - A'_\mu$, $\Delta a_\mu -$ tan β ve $m_{\tilde{\mu}_1} - M_{\tilde{B}}$ grafiklerinde NH katkılarla birlikte müon $g-2$'nin sonuçları. Renk kodlaması Şekil 3 ile aynıdır. Yatay ve dikey kesikli çizgiler, WP25 raporundaki güncel üst sınır olan $\Delta a_\mu \leq 6.6 \times 10^{-10}$ değerine karşılık gelmektedir (Aliberti ve diğerleri., 2025). $\Delta a_\mu - \Delta a^H_\mu$ grafiğindeki diyagonal çizgi, NH katkıların ihmal edilebildiği ($\Delta a_\mu = \Delta a^H_\mu$) durumu ve $m_{\tilde{\mu}1} - M_{\tilde{B}}$ grafiğindeki diyagonal çizgi ise $m_{\tilde{\mu}_1} = M_{\tilde{B}}$ kütle dejenarasyonunu göstermektedir. 30
Şekil 9. ADJ-GMSB modelinde karanlık madde sonuçları nötralino LSP için spin-bağımsız saçılma kesiti için österilmektedir. Renk kodlaması, Şekil 3 ile aynıdır. Ek olarak, kırmızı noktalar DM kalıntı yoğunluğu ile uyumlu çözümleri vermektedir. 33
Şekil 10. NH terimlerinin olmadığı minimal GMSB modellerde $\mu > 0$ (sol) ve $\mu < 0$ (sağ) durumlarda YU çözümleri. Renk kodlaması Renk kodlaması, Şekil 3 ile aynıdır. Ancak bu analizlerde müon $g-2$ ölçümlerinden gelen sınırlama uygulanmamıştır. Yatay kesikli doğru $R_{tb\tau} = 1.1$ olan bölgeyi göstermektedirç YU çözümleri bu doğrunun altında kalan bölgede görülmektedir. 34
Şekil 11. NH terimlerinin olmadığı minimal GMSB modellerde $\mu < 0$ durumu için müon $g-2$ sonuçları. Renk kodlaması, Şekil 3 ile aynıdır. Ancak bu analizlerde müon $g-2$ ölçümlerinden gelen sınırlama uygulanmamıştır. Ek olarak, kırmızı noktalar yeşil noktaların bir alt kümesi olup, YU çözümlerini göstermektedir. . . . 35
Şekil 12. NH katkılı minimal GMSB modellerde YU çözümleri ve temel parametreler. $R_{tb\tau}$ parametresinin gösterildiği panellerde renk kodu ve kesikli yatay çizgi Şekil 10 için açıklandığı gibidir. $\mu - M_{\text{Mess}}$ panelinde gösterilen kırmızı noktalar, yeşil noktaların bir alt kümesi olup YU çözümlerini göstermektedir. 36

Şekil 13. NH katkılı minimal GMSB modellerde YU çözümlerinin A_0' NH parametresiyle ilişkisi. Renk kodu ve kesikli yatay çizgi Şekil 10 için açıklandığı gibidir. 37
Şekil 14. NH katkılı minimal GMSB modellerde y_b Yukawa sabitine gelen toplam ve NH eşik katkıları. Sol üst panelde kullanılan renk kodu ve kesikli yatay doğru Şekil 10 için açıklandığı gibidir. Diğer panellerde, ek olarak kırmızı noktalar yeşil noktaların bir alt kümesi olup YU çözümlerini göstermektedir. 38
Şekil 15. NH katkılı minimal GMSB modellerde Higgs bozonu kütlesinin A_0' parametresine göre alabileceği değerler. Renk kodu Şekil 10 için açıklandığı gibidir. Ancak bu panelde Higgs bosonu kütlesinden gelen sınırlandırmalar uygulanmamıştır. Kesikli yatay doğrular bu sınırlandırmaları temsil etmektedir. Kırmızı noktalar, yeşil noktaların alt kümesi olup YU çözümlerini temsil etmektedir. 39
Şekil 16. Chargino kütlesi ve Nötralino ile kütle farkı (sol) ile sağ-elli stau için hesaplanan bozunma ömrü (sağ). Renk kodu Şekil 15 panelinde açıklandığı gibidir. Sol panelde görülen eğri, chargino ve nötralino kütleleri üzerinde yürütülen deneysel analizlerden elde edilen dışarlama eğrisini göstermektedir (Hayrapetyan ve diğerleri., 2024). Sağ paneldeki eğri ise, sağ elli stauların bozunma ömürleri için yürütülen deneysel analizlerden elde edilen dışarlama eğrisini temsil etmektedir (Aad ve diğerleri., 2025). 40

TÜBİTAK

ÖZET

TÜBİTAK tarafından 124F280 proje numarasıyla desteklenen bu projede, NH terimlerin SUSY kırılmasına bağlı olarak ortaya çıktığı GMSB modeller ele alınmıştır. Bu terimler, sbottom ve stau ile SM Higgs bozonu arasında doğrudan etkileşim terimlerine yol açtığından, bu parçacıkların SM Higgs bozonu kütlesine kayda değer katkılar gelmesine olanak sağlar. NH terimler, ilk olarak Higgs bozonu kütlesi ile müon $g-2$ sonuçları arasında ortaya çıkan uyumsuzluğu ortadan kaldırmak için önerilmiş olup, NH katkılar alan Higgs bozonu kütlesinin deneysel sonuçlarla tutarlı hale geleceği ve müon $g-2$ sonuçlarının da hedeflenen değerlerde olacağı beklenmiştir. Çalışmalarımızda, NH terimler SUSY modellerin teorik yapısıyla uygun olarak SUSY kırılmasına bağlı olarak ortaya çıktığı durumlar ele alınmış ve böylece bu terimlerin RGE'lerde de bulunması olanaklı hale gelmiştir. Önceki analizler, NH terimlerin müon $g-2$ sonuçlarını arttırıcı etkilerinin olduğu sonucu çıkarmış olsa da, çalışmalarımızda NH terimlerin daha çok azaltıcı etkisi olduğu görülmüştür. Güncel analizlerin SM ile deneysel sonuçlar arasında oldukça etkileyici bir uyum olduğunu göstermesiyle, NH terimlerinin bu azaltıcı etkisi de ayrı bir önem kazanmıştır. Analizlerimiz süresince NH terimlerinin etkilerinin beklenenden çok daha geniş bir alana yayılmış olabileceği görülmüştür ve buna uygun olarak; Higgs bozon kütlesi, müon $g-2$, Yukawa birleşimi gibi konularda ortaya çıkan NH katkıları üzerine detaylı teorik ve fenomenolojik analizler gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, doğrudan bir etkisi olmasa da, karanlık madde analizlerinde de dolaylı etkilere yol açabileceği gözlenmiştir. GMSB modeller, genel olarak, gravitinonun LSP olduğu modellerdir. Ancak NH terimlerin SUSY kütle spektrumundaki etkileri sonucu, MSSM nötralinolarından biri gravitinodan hafif olabileceği ve uygun bir karanlık madde adayı olarak deneylerde test edilebileceği gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Holomorfik olmayan etkileşimler, Süpersimetri, Ayar İletimli Süpersimetri Kırılması, Higgs Bozonu, Müon Anomal Manyetik Moment, Yukawa Birleşimi, Karanlık Madde

TÜBİTAK

ABSTRACT

In this project, which has been funded by TÜBİTAK with Grand no. 124F280, we have considered the GMSB models supplemented with the non-holomorphic interaction terms. Such terms lead to interactions of the sbottom and stau with the SM-like Higgs boson such that they can contribute to the Higgs boson mass significantly. We first proposed that the NH contributions can remove the tension between the Higgs boson mass and muon $g-2$ results, and it can open up new regions in the fundamental parameter space of the models, which can be tested in the current and near future experimental analyses. In our works, we consider the NH terms which arise from the SUSY breaking, and so they can connected to the theoretical structure of the SUSY models. Even though the previous studies have reported positive contributions to muon $g-2$ from the NH terms, we observe that the NH terms rather diminish the SUSY contributions to muon $g-2$. After the current results from the muon $g-$ analyses have revealed an impressing agreement between the SM predictions and experimental measurements, After these results, large SUSY contributions to muon $g-2$ become problematic, and the diminishing effects from NH terms receives more attention, since they can lead consistent solutions with light SUSY spectra. During our analyses, we observe that the impact from the NH terms can be much deeper than expected. We perform detailed theoretical and phenomenological analyses over the NH contributions to the SUSY spectrum, Higgs boson mass, muon $g-2$, Yukawa unification etc. We also observe some indirect impact in the dark matter analyses from the NH terms. GMSB models are known to yield gravitino LSP generally. However, the NH impact on the SUSY spectrum allows one of the MSSM neutralinos to be lighter than gravitino and it can serve as a dark matter candidate.

Keywords: Non-Holomorphy, Supersymmetry, Gauge Mediated Supersymmetry Breaking, Higgs Boson, Muon Anomalous Magnetic Moment, Yukawa Unification, Dark Matter

1. GİRİŞ

2012 yılında Higgs bozonunun ATLAS (Aad ve diğerleri., 2012) ve CMS (Chatrchyan ve diğerleri., 2012) deneylerinde gözlemlenmesinin ardından yürütülen detaylı ve hassas analizler (Chatrchyan ve diğerleri., 2013) sonucunda Higgs bozonunun kütle, çarpışmalarda üretilme ve bozunum özelliklerinin SM'in teorik öngörüleriyle büyük ölçüde uyumlu olduğu görülmüştür. Ancak, Higgs bozonu ölçümleriyle bu kadar uyumlu olmasına rağmen, SM'in Higgs bozonu ile ilgili problemli bir teorik yapısı vardır. SM'in simetri grubu $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ fermiyonların kütlelerine izin vermezken Higgs bozonu bu simetri altında kütleli olmaya izinlidir. Bu durum, Higgs bozonu kütlesinin, pertürbasyon teorisinin yüksek döngülerinden gelen katkılara daha hassas olmasına neden olur. Bu katkılar, SM'in geçerli olduğu enerji skalasına bağlı olarak artar. Hiyerarşi problemi olarak adlandırılan bu problem, SM'in, ancak TeV mertebesine kadar olan enerji skalalarında geçerli olan efektif bir teori olmasına izin verir. Hiyerarşi probleminin yanı sıra, SM nötrino kütleleri ve salınımları (Abe ve diğerleri., 2015; Himmel, 2015; Lokhov ve diğerleri., 2022; Navas ve diğerleri., 2024), karanlık madde gözlemleri gibi konulara da herhangi bir açıklama getirememektedir.

TeV skalasından daha yüksek enerjilerde gerçekleşebilecek fiziksel süreçleri açıklayabilmek, bugünkü enerji seviyelerinde gözlenen olayların yüksek enerji seviyelerindeki olası sebeplerini öngörebilmek için SM ötesi (SMÖ) modeller tasarlanarak, günümüzde ve yakın gelecek deneylerde test edilebilecek öngörüleri yoğun olarak çalışılmaktadır. SMÖ modeller arasında, hiyerarşi problemine çözüm getirebilmesi açısından en yaygın olarak çalışılan modellerden biri süpersimetridir (SUSY). Bu modeller, karanlık madde için uygun olabilecek adaylara sahip olmanın yanında, nötrinolara kütle kazandırabilecek mekanizmaların da içerilebilmesi için uygun bir yapı sunar. Ayrıca, SM ayar etkileşim sabitlerini yüksek bir enerji seviyesinde ($M_{\text{GUT}} \simeq 2 \times 10^{16}$ GeV) birleştirerek, Süpersimetrik Büyük Birleşim Teorilerinin de oluşturulmasına ve günümüz deneylerinde test edilmesine olanak sağlaması nedeniyle de ilgi çekicidir.

SM'in minimal olarak süpersimetrik hale getirilmesi, bozonik ve fermiyonik serbestlik dereceleri birbirine eşit olacak şekilde, her SM fermiyonu için skaler alanlar, her skalar alanlar için fermiyonik alanlar eklenerek oluşturulabilir. Her ayar bozonu için de uygun fermiyonlar alanların eklenmesiyle minimal süpersimetrik SM (MSSM) oluşturulmuş olur (Baer ve Tata, 2006; Martin, 1998). MSSM'in süpersimetri dönüşümleri altında simetrik olabilmesi için SM parçacıklarıyla onların süper eşlenikleri aynı kütlede olmalıdır. Ancak, deneylerde günümüze kadar herhangi bir süpersimetrik parçacığın gözlenmemiş olması, süper eşleniklerin SM parçacıklarından daha ağır olması ile açıklanabilir ve bu durum süpersimetrinin kırılmış bir simetri olmasını gerektirir.

SUSY'nin nasıl kırıldığı kesin olarak bilinmese de, genel olarak gizli bir sektörde kırılarak bazı mesajcı alanlarla süper eşleniklerin bulunduğu sektöre iletildiği kabul edilir. Süpersimetrik SMÖ modeller, SUSY kırılmasını bu sektöre ileten mesajcıların etkileşim çeşitlerine göre sınıflandırılabilir. Literatürde yaygın olarak çalışılan modeller arasında mesajcıların SUSY kırılmasını kütleçekim etkileşimlerle taşıdığı kütleçekim iletimli SUSY kırılma modelleri ile mesajcı-

ların ayar etkileşimleri ile SUSY kırılmasına neden olduğu ayar iletmli SUSY kırılma modelleri (GMSB) bulunmaktadır. SUSY'nin süper eşleniklerin bulunduğu sektördeki kırılma skalası, kütleçekim etkileşimlerinin hala etkili olduğu düşünülen M_{GUT} iken, GMSB modellerde M_{GUT} ile M_Z arasında herhangi bir skalada olabilir.

GMSB modellerde (Dimopoulos ve Georgi, 1981; Giudice ve Rattazzi, 1999; Meade ve diğerleri., 2009) mesajci alanlar, kuark ve lepton aileleri arasında bir ayrım yapmadan hepsi ile aynı şiddette etkileştiğinden, bu aileler arasında çeşni değiştiren etkileşimlere neden olmazlar. Yeni bir çeşni problemi yaratmadığından, SUSY kırılma mekanizmaları arasında her ne kadar avantajlı olsa da, Higgs bozonunun yaklaşık 125 GeV olarak gözlenmesinin, bu modeller üzerindeki olumsuz etkisi de oldukça güçlü olmuştur. Süpersimetrik skaler alanlar arasındaki karışımların bu modellerde ihmal edilecek kadar küçük olması, süpersimetrik parçacıkların 10 TeV ve daha ağır olmaları durumunda ancak Higgs bozonu ile tutarlı olmasına yol açmıştır (Ajaib ve diğerleri., 2012). Süpersimetrik parçacıkların çok ağır olması, GMSB modellerin günümüzde Büyük Hadron Çarpıştırıcısı (LHC) gibi merkezlerde yürütülen çarpıştırıcı deneylerinde test edilebilmesini oldukça güçleştirmiştir. Ancak bu modeller, karanlık madde adayı olarak genellikle, graviton parçacığının süper eşleniği olan gravitinoyu önerir. Gravitino günümüz enerji seviyelerinde çok zayıf etkileştiğinden çarpıştırıcı deneylerinde üretilmesi durumunda kendisini kayıp enerji olarak gösterebilir (Dai ve diğerleri., 2024). Ayrıca Big Bang Nucleosynthesis (BBN) çalışmaları da gravitino ile ilgili öngörülerin test edilmesi için elverişlidir (Angel ve diğerleri., 2025). Ancak bu sonuçlar GMSB modellerin, mesajcı alanların sadece bir gösterimden geldiği minimal modeller için geçerlidir. Minimal olmayan GMSB modeller, kısmen de olsa günümüz deneylerinde test edilebilecek kadar hafif SUSY parçacıklara sahip olabilir (Gogoladze ve diğerleri., 2016). Hafif olan parçacıklar, doğrudan test edilebilmelerinin yanısıra, $B-$mezonun nadir bozunumları, müon $g-2$ problemi, ağır Higgs bozonları araştırmaları gibi çalışmalarda da dolaylı olarak test edilebilirler (Gogoladze ve diğerleri., 2015b; Gogoladze ve Un, 2017).

Literatürde uzun zamandır çok yoğun ve hassas bir şekilde çalışılmasına rağmen, elde edilen sonuçlar hala SUSY modellerinin kapsamlı bir profilini oluşturmaktan uzaktır. Kırılma mekanizmasının bilinmemesi, SUSY kırılmasının ortaya çıkarabileceği yeni terimlerin tam olarak bilinmemesine, pek çoğunun da ihmal edilmesine neden olmaktadır. Bunların başında holomorfik olmayan (NH) terimler gelmektedir. Bu terimler, SUSY tarafından kesin bir şekilde yasaklanmışlardır ve süpersimetrik dönüşümler altında simetrik olan bir teoride bulunamazlar. Ancak, SUSY'nin kırılması bu terimlerin de ortaya çıkmasına izin verir. Bu terimler doğrudan SUSY kırılması ile ilişkilendirilebildiği gibi (Bagger ve diğerleri., 1995; Martin, 2000), sicim teorisinde SUSY kıran pertürbasyonlarla da ortaya çıkabilmektedir (McGuirk ve diğerleri., 2012). Proje süresince yütülen çalışmalarda, NH terimlerin ortaya çıkışı ağırlıklı olarak SUSY kırılması ile sınırlandırılarak ele alınmıştır. Her ne kadar diğer terimlere göre küçük olmaları beklense de, Higgs bozonu kütlesine doğrudan katkıda bulunmaları, GMSB modellerde tutarlı Higgs bozonu kütlesi elde etmek için, SUSY parçacıkların çok ağır olması zorunluluğunu iyileştirebilir ya da bütünüyle ortadan kaldırabilir. Bu yönüyle sadece teorik açıdan değil, deneysel gözlem ve analizler için de NH terimler ilgi çekici bir hale gelmektedir.

Proje kapsamında yürüttüğümüz çalışmalarda, minimal olmayan GMSB modellerin NH terimlerin olduğu durumlardaki öngörüleri kapsamlı olarak incelenmiş, bu terimler modellerin teorik yapısıyla ilişkilendirilerek ele alınmıştır. Bu yönüyle bugüne kadar çalışılmış modellerin teorik yapılarını tamamlamaya yönelik adımlar da atılmıştır. SUSY parçacıklarının kütle spektrumları, karanlık madde adayları, Higgs bozonu kütlesi gibi teorik ve deneysel sonuçlarla tutarlı olan çözümler elde edildikten sonra, bu çözümlerin müon $g-2$ hesaplarına getirdikleri katkılar incelenmiştir.

Projenin başlangıcında, önerilen çalışmaların ana motivasyonlarından biri, NH terimlerden gelen katkılarla GMSB modellerin de muüon $g-2$ hesaplarına gelen SUSY katkılarını arttıracağı ve müon $g-2$ problemini çözebileceği olarak tespit edilmiştir. Müon $g-2$ problemi uzun zamandan beri güncelliğini korumakla birlikte, deneysel tasarımlarda meydana gelen son teknolojik gelişmelerle de hemen her sene güncellenmiştir (Aguillard ve diğerleri., 2023, 2024, 2025; Tewsley-Booth, 2022). Son güncellemelerinden sonra, hassasiyeti daha da arttırılarak yapılan teorik hesaplamalar ise (Aliberti ve diğerleri., 2025), SM'in müon $g-2$ öngörülerinin deneysel ölçümlerle büyük ölçüde uyumlu olduğunu ve SMÖ modellerden gelebilecek yüksek katkılarının deneysel olarak dışlanması gerektiğini göstermiştir.

NH terimlerinin çoğunlukla efektif olarak ele alındığı modellerde, bu terimlerden gelen katkılar süpersimetrik müon $g-2$ katkılarını arttırmaya yönelik elde edilmiştir (Ali ve diğerleri., 2023; Chattopadhyay ve Dey, 2016; Israr ve diğerleri., 2025). Bu çalışmalarda, NH terimlerin yüksek enerji skalalarında SUSY kırılması ile ortaya çıkmaları ihmal edilmiş, bu nedenle de düşük enerji skalalarındaki değerleri keyfi olarak girilmiştir. Bu durumda, sadece SUSY parçacıklarının karışılarına etkileri göz önüne alınmış ve müon $g-2$ sonuçlarını sadece arttırıcı etkileri elde edilmiştir. Ancak kendi çalışmalarımızda, Bölüm 3 ve 4'te detaylı olarak tartışıldığı şekilde, SUSY kırılmasıyla ilişkilendirilerek, renormalizasyon grup denklemlerine (RGE) eklenmiştir. Bu durumda, düşük enerjilerdeki doğrudan katkılarının yanı sıra, RGE'lerdeki etkileri de hesaba katılmış ve literatürde elde edilen sonuçların aksine, bu etkilerin özellikle müon $g-2$ sonuçlarını azalttığı ve hatta önemli ölçüde bastırdığı gözlenmiştir. Son müon $g-2$ ölçümlerinin SM'i doğrulaması ile de NH terimlerin RGE üzerinden müon $g-2$ sonuçları üzerindeki azaltıcı ve hatta sıfırlayıcı etkileri ayrı bir önem kazanmıştır.

2. LİTERATÜR ÖZETİ

Literatürde NH terimler üzerine yapılan çalışmalar az sayıda olmakla birlikte, son yıllarda özellikle önem kazanmaya başlamıştır. Bu terimlerin önem kazanmasında, önceki çalışmalarda elde edilen bulguların; giderek daha ağır SUSY parçacıklarına gerek olması, Higgs bozonu kütlesi için gerekli SUSY katkılarının süpersimetrik modellerde doğallık (Bae ve diğerleri., 2015; Baer ve diğerleri., 2018), ağır Higgs bozonları ve karışımları (Bechtle ve diğerleri., 2020) gibi analizlerde bazı problemlere işaret etmesi, çalışmaların alternatif SUSY kırılma mekanizmalarına (Baer ve diğerleri., 2024a), sicim teorisine dayalı modellere (Baer ve diğerleri., 2024b;

Khan ve diğerleri., 2024), daha önceki çalışmalarda ihmal edilmiş terimlerin ve etkileşimlerin göz önüne alındığı analizlere yönelmesine sebep olmuştur.

Bu yaklaşımlardan ilginç ve en minimal olanlarından biri yeni bir parçacık ya da SUSY kırılma mekanizması gözetmeksizin sadece yeni etkileşimler öneren NH terimlerin eklendiği MSSM modellerdir (Jack ve Jones, 1999, 2000). Bu terimler, MSSM alanları arasında SUSY tarafından yasaklanan ancak SUSY kırılması ile birlikte izinli hale gelen etkileşimlere ağaç seviyesinde (tree-level) izin verir. Bunlar çok sayıda olmamakla birlikte, bottom kuarkın ve $\tau-$leptonun süpersimetrik eşlenikleri olan sbottom ve staunun da SM Higgs bozonu ile doğrudan etkileşimlerini içermektedir. Bu açıdan literatürde ilk ele alınan etkilerinden biri NH terimlerin Higgs bozonu kütlesine döngü seviyesindeki katkıları olmuştur (Rehman ve Heinemeyer, 2023, 2025b; Sabanci ve diğerleri., 2008). Bu katkılar bazı durumlarda holomorfik terimlerden daha yüksek olmakla birlikte, Higgs bozonu ile ilgili deneysel sonuçların SUSY modeller üzerindeki olumsuz ve güçlü etkilerini önemli ölçüde azaltmaktadır. Ayrıca, bu katkılar Higgs bozonunun MSSM'de ihmal edilebilir derecede küçük olması beklenen bazı bozunum kanallarının da deneylerle test edilebilecek düzeyde yüksek olmasına neden olduğu gözlenmiştir (Chattopadhyay ve diğerleri., 2022; Israr ve Rehman, 2025). Higgs bozonun yanında bu terimlerin SUSY parçacıklarının bozunma kanallarına ve tesir kesitlerine de katkıda bulunarak, literatürde elde edilmiş olan teorik sonuçları da önemli ölçüde değiştirebileceği gösterilmiştir (Chattopadhyay ve diğerleri., 2018b; Chattopadhyay ve Mukherjee, 2023; Hambye ve diğerleri., 2000; Rehman ve diğerleri., 2025). Ayrıca, NH terimlerin lepton çeşni simetrisini kıran (LFV) süreçlere de yol açabileceği gösterilmiş (Rehman ve Heinemeyer, 2025a) olup, NH terimleri içeren SUSY modellerin LFV deneyleri (Baldini ve diğerleri., 2016; Workman ve diğerleri., 2022) için de ilginç ve test edilebilir bir hale gelmesini sağlamıştır.

NH terimlerle ilgili ilk yapılan çalışmalarda, bu terimlerin, deneysel olarak dışlandığı düşünülen çözümlerin, NH katkılarının göz önüne alınmasıyla dışlanmayabileceği ve yeniden test edilebilir çözümler haline geldiği gösterilmiştir (Cincioglu ve diğerleri., 2009; Ün ve diğerleri., 2015). Son olarak, NH terimlerin en ilginç etkilerinden biri M_{GUT} skalasında ayar sabitlerinin yanında Yukawa etkileşim sabitlerini de birleştiren modellerde gözlenmiştir. Yukawa birleşimi her ne kadar M_{GUT} skalasında meydana gelse de, deneysel olarak doğrulanmış fermiyon kütleleriyle tutarlı olabilmek için, SUSY parçacıklarının fiziksel sprektrumdan ayrıldığı skalada ($M_{\text{SUSY}} \equiv \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$), Yukawa etkileşim sabitlerinin SUSY parçacıklarından belirli bir miktar katkı alması gerekir (Gogoladze ve diğerleri., 2010). Bu katkılar; SUSY parçacıklarının kütlesine ve ilgili etkileşim sabitlerinin şiddetine doğrudan bağlı olup, deneylerde gözlenebilecek SUSY kütle spektrumunun belirlenmesinde de oldukça etkilidir. Çalışmalar, özellikle bottom kuark Yukawa sabitinin (y_b), büyük ve negatif katkılar alması gerektiğini göstermiştir. Yukawa birleşimi için gerekli büyük ve negatif katkıların bazı modellerde mümkün olmadığı da yine elde edilen sonuçlardan bilinmektedir (Antusch ve diğerleri., 2026; Karagiannakis ve diğerleri., 2015). NH terimlerin göz önüne alındığı modeller üzerinden, son yıllarda yapılan, Yukawa birleşimi analizleri (Hiçyılmaz, 2021; Un, 2024), Yukawa etkileşim sabitlerine gelen NH katkılarla Yukawa birleşiminin literatürde bilinen profilinin de bu katkılarla önemli ölçüde değişebileceğini göstermiştir.

Daha önce de bahsedildiği gibi, NH terimlerin müon $g-2$ hesaplarına katkıları literatürde de kendine önemli bir yer bulmuştur (Ali ve diğerleri., 2023; Israr ve diğerleri., 2025; Ün ve diğerleri., 2015). Bu çalışmalarda, NH terimlerin müon $g-2$ sonuçlarını yükselttiği ve çalışmaların yapıldığı dönemdeki müon $g-2$ sonuçlarıyla uyumlu olduğu gösterilmiştir. Ancak en son 2026 yılında ilan edilen müon $g-2$ ölçümleri (Aguillard ve diğerleri., 2025), SM öngörüleri ile büyük bir uyum göstermiş, bahsi geçen çalışmalarda elde edilen sonuçların çoğu günümüzde dışlanmıştır. Genel olarak, elde edilen yüksek SUSY katkılarının çoğu son deneysel analizlerle uyumsuz hale gelerek analizlerin yeniden yapılmasını gerektirmiş ya da SUSY parçacıklarının çok daha ağır olmasını gerektirmiştir.

Bu bölümde özetlenen NH katkıları ve fenomenoljik sonuçları ağırlıklı olarak kütleçekim iletimli SUSY kırılması modelleri için ele alınmış olup, GMSB modeller içerisinde NH terimleri ve katkılarını ele alan, bilgimiz dahilinde, sadece bir çalışma bulunmaktadır (Chattopadhyay ve diğerleri., 2018a). Bu çalışmada SM Higgs bozonu kütlesine yaklaşık 6 GeV kadar bir NH katkı geleceği gösterilmiş, ayrıca özellikle güçlü etkileşimlere giren SUSY parçacıklarının NH katkılarla daha da ağırlaşacağı elde edilmiştir.

Ancak bu çalışma da dahil olmak üzere, bu bölümde sonuçları özetlenen çalışmaların hemen hepsi, NH terimlerinin teorik olarak modellerle bağlantısının kurulmadığı ancak efektif olarak sadece düşük enerji skalasında keyfi olarak alındığı durumlar için elde edilmiştir. NH terimlerin SUSY kırılmasına bağlı olarak elde edildiği ve böylece, proje kapsamında GMSB modeller için, modellerin teorik yapısının bir parçası haline geldiği çalışmalar ilk olarak çalışmalarımızda da yer alan ekip tarafından gerçekleştirilmiştir. NH terimlerin, SM Higgs bozonu ve SUSY parçacıklarına katkılarının detaylı olarak incelendiği çalışmalarımız yayınlanmış olup (Nis ve Un, 2026), yine minimal olarak kurulmuş GMSB modellerde NH terimlerinin Yukawa birleşimine etkileri ile ilgili çalışmalarımız henüz sonuçlanmıştır (Cici ve diğerleri., 2026b). Yine NH terimlerin modellerin teorik yapısıyla ilişkilendirildiği durumlarda, Yukawa etkileşim sabitlerinin aldığı NH katkıların detaylı olarak incelendiği ve sonuçlarının tartışıldığı son çalışma (Cici ve diğerleri., 2026a) yine ekibimiz tarafından yürütülmüş olup, henüz bilimsel değerlendirme aşamasındadır.

3. GEREÇ VE YÖNTEM

Proje kapsamında elde edilen sonuçlar dört iş paketine bölünmüş çalışmalar sonucunda elde edilmiştir. İlk iş paketinde, parametrelerin hesaplanarak sayısal veri setlerinin oluşturulması için kullanılacak nümerik paketler hazırlanmış ve bu paketler çalıştırılarak üretilen test veri setleri analiz edilerek, gerek birbirleriyle gerekse literatürde elde edilen sonuçlarla karşılaştırılarak doğrulaması yapılmıştır. Bu paketlerin hazırlanması sırasında teorik hesaplamalar da yapılarak, deneysel olarak ölçülebilecek parametrelere gelen NH katkılar hesaplanarak, hazırlanan nümerik paketlerden elde edilen sonuçlarla kontrolleri ve test analizleri yürütülmüştür. Hazırlanan kodların doğrulanması ardından, ikinci iş paketi kapsamında, NH katkıları hesaba katılmaksızın, GMSB modeller üzerine büyük veri setleri üretilerek hem literatürle bir karşılaştı-

rılması yapılmış hem de bu modellerin fenomenolojik öngörüleri güncellenmiştir. NH katkılarının eklenmesiyle veri setleri yeniden üretilmiş ve üçüncü iş paketi kapsamında belirtilen analizlere başlanmıştır. Kodların hazırlanması sırasında yürütülen teorik hesaplamalar yeniden elden geçirildikten sonra, dördüncü iş paketi kapsamında teorik olarak elde edilen sonuçların sayısal analizleri yapılmıştır.

Bu bölümde, proje süresince ele alınan GMSB modeller kısaca tanımlanıp, ele alınan konular ve hesaplamalardaki NH katkılar detaylı olarak verilecektir. Son olarak da hangi nümerik paketlerin kullanıldığı, bu nümerik paketlerin hesaplamalarında kullandığı sayısal yaklaşımlar ve sonuçlarındaki hata payları detaylı olarak tartışıldıktan sonra, veri üretim süreci, analizlerde kullanılan deneysel sınırlamalar ve bu sınırlamaların sonuçlara olan etkileri ele alınacaktır.

3.1 GMSB Modeller

Daha önce kısaca bahsedildiği gibi, SUSY kırılmasının gizli bir sektörde gerçekleştiği ve bazı mesajcı alanlarla MSSM parçacıklarının bulunduğu sektöre iletildiği kabul edilir. Bu gizli sektörde MSSM'in de ayar grubu olan $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ altında tekli (singlet) olan bir $\hat{S} = S + \theta^\alpha \Psi_\alpha + \theta^2 F$ süperalanının bulunduğu kabul edilir. Bu alan mesajcılarla etkileşmeye izinli iken, MSSM alanlarıyla etkileşmez. Kabul edilen tekli süperalanın skaler bileşenleri $\langle S \rangle = \langle S \rangle + \theta^2 \langle F \rangle$ şeklinde sıfırdan farklı vakum beklenen değer (VEV) geliştirerek, mesajcı alanların bozonik ve fermiyonik bileşenleri arasında bir kütle farkının ortaya çıkmasına neden olur ve SUSY mesajcı alanlar için kırılır. Bu kütle farkı, mesajcı alanların bozonik (Φ) ve fermiyonik (Ψ) bileşenlerinin aşağıda verilen kütlelerinden görülebilir:

$$m_\Phi = M_{\text{Mess}} \sqrt{1 \pm \frac{\Lambda_i}{M_{\text{Mess}}}} \, , m_\Psi = M_{\text{Mess}} \, . \tag{1}$$

Burada $\Lambda \equiv \lambda_i \langle F \rangle / M_{\text{Mess}}$ ve M_{Mess}, MSSM parçacıklarının bulunduğu sektördeki SUSY kırılma skalasını ifade etmektedir. MSSM içinde bulunan SUSY alanları da bu mesajcılarla etkileştiklerinden, bu alanların kütlelerine mesajcılardan gelen katkılar farklılaşarak birbirini tam olarak sıfırlayamazlar ve böylece bu SUSY alanları da kütle kazanırlar. SUSY alanlarının kütle kazandığı bu mekanizmada, ayar bozonlarının süper eşlenikleri olan ayarinolar bir döngü seviyesinde kütle kazanırken, skaler SUSY alanları da ikinci döngü mertebesinde kütleli hale gelirler (Giudice ve Rattazzi, 1999). Bu kırılma mekanizması, SUSY kırıldıktan sonra da Higgs bozonu kütlesine sonsuz büyük katkılar gelmesine engel olduğundan tercih edilmektedir ve Yumuşak SUSY Kırılması (SSB) olarak ifade edilir. SUSY kırıldıktan sonra MSSM Lagrangian'inde aşağıdaki terimler ortaya çıkar:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{soft}}^{\text{MSSM}} = \; & -\frac{1}{2}\left(M_1\tilde{B}\tilde{B} + M_2\tilde{W}\tilde{W} + M_3\tilde{g}\tilde{g}\right) \\
& -\left(\tilde{Q}^\dagger m_Q^2 \tilde{Q} + \tilde{L}^\dagger m_L^2 \tilde{L} + \tilde{u} m_u^2 \tilde{u}^\dagger + \tilde{\bar{d}} m_d^2 \tilde{\bar{d}}^\dagger + \tilde{\bar{e}} m_e^2 \tilde{\bar{e}}^\dagger\right) \\
& -m_{H_u}^2 H_u^\dagger H_u - m_{H_d}^2 H_d^\dagger H_d \\
& -(A_u \bar{Q} H_u u + A_d \bar{Q} H_d d + A_e \bar{L} H_d e) - \text{h.c.}\,.
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Burada ilk satır ayarino kütlelerini temsil ederken, ikinci satırda da skaler SUSY alanlarının SSB kütle terimleri bulunmaktadır. $\tilde{B}$ (Bino), $\tilde{W}$ (Wino) ve $\tilde{g}$ (Gluino) sırasıyla $U(1)_Y$, $SU(2)_L$ ve $SU(3)_C$ gruplarına ait ayar bozonlarının süper eşlenikleridir. Benzer şekilde ikinci satırda da standart kuark ve lepton alanlarının gösterimleri kullanılmış, bunların SUSY parçacıkları olduğunu belirtmek için üzerlerine "$\sim$" işareti konulmuştur. Süpersimetrik olmasa dahi, MSSM Higgs alanları da skaler olduklarından ve $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar grubu altında tekli olmadıklarından mesajcı alanlarla etkileşmeye izinlidirler ve bu etkileşimler sonucunda üçüncü satırda verilen kütle ifadelerini kazanırlar.

GMSB modeller, bu mesajcı alanların MSSM parçacıklarıyla $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ grubuna uygun ayar etkileşimlerine girerek süpersimetrik parçacıkların kütle kazandığı bir çerçeve üzerine kurulmuştur. Higgs bozonunun keşfiyle birlikte, bu modellerin deneylerle tutarlı olabilmesi için SUSY parçacıklarının oldukça ağır olması gerekir. Bunun en büyük nedeni, Denklem 2 ile dördüncü satırda verilen SSB üçlü skaler etkileşim terimlerinin GMSB modellerde çok küçük olması ve sayısal hesaplamalarda sıfır olarak alınabilmesidir. Bu terimlerden Higgs bozonu kütlesine gelen önemli katkılar GMSB modellerde bulunmadığından, 125 GeV Higgs bozon kütlesi, ancak SUSY parçacıklarının çok ağır olmasıyla mümkün olur.

Ancak bu sonuç, mesajcı alanların tek bir gösterimde bulunduğu minimal modeller için geçerlidir (Ajaib ve diğerleri., 2012). Minimal olmayan modellerde de benzer bir durum gözlense dahi, kütle spektrumunda özellikle elektrozayıf etkileşimlere giren SUSY parçacıkların kütlelerinin görece hafif olması mümkündür (Gogoladze ve diğerleri., 2016). Bölüm 3.1.1 GMSB modellerin minimal kurulumunu ele aldıktan sonra, Bölüm 3.1.2 ile mininal olmayan GMSB modeller arasında, mesajcıların $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ grubunun reel (adjoint) gösterimlerinde bulunduğu durumlar ve buna uygun etkileşimlerle kurulan Adjoint mesajcılı GMSB (ADJ-GMSB) modeller (Bhattacharyya ve diğerleri., 2014) ele alınacaktır. Ele alınan modellerin parametre uzayları ve serbest parametrelerin rastgele değerlerle belirlendiği aralıklar da yine bu bölümlerde verilecektir.

3.1.1 Minimal GMSB

Minimal GMSB modellerde, mesajcı alanlar tek bir gösterimde bulunurlar. Bu modellerde genel olarak mesajcı alanların $SU(5)$ grubunun $\mathbf{5}+\bar{\mathbf{5}}$ ve/veya $\mathbf{10}+\bar{\mathbf{10}}$ (Dimopoulos ve diğerleri.,

1997; Joaquim ve Rossi, 2006) gösterimlerinde bulunduğu kabul edilir. Gizli sektörde bulunan tekli S alanı ile bu mesajcıların etkileşimlerini de içeren süperpotansiyel aşağıdaki gibidir (Giudice ve Rattazzi, 1999):

$$W = W_{\text{MSSM}} + \hat{S}\hat{\Phi}\hat{\bar{\Phi}} \, , \tag{3}$$

burada W_{MSSM} MSSM süperpotansiyelini temsil ederken (Martin, 1998) mesajcı alanlar da Φ ve $\bar{\Phi}$ ile gösterilmiştir. Yukarıda bahsedilen mesajcı alanların bulunduğu gösterimlerin sayısı arttırılabilse de, çalışmalarımızda Φ ve $\bar{\Phi}$ mesajcılarının tek bir $\mathbf{5}+\bar{\mathbf{5}}$ gösteriminden geldiği kabul edilerek, bu modellerin tam anlamıyla minimal versiyonları ele alınmıştır. Bu durumda, MSSM içindeki ayarinoların kütleleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$M_i = \frac{\alpha_i}{4\pi}\Lambda \, , \tag{4}$$

burada $\alpha_i = g_i^2/4\pi$ olarak alınmıştır ve g_i ($i = 1, 2, 3$) sırasıyla $U(1)_Y$, $SU(2)_L$ ve $SU(3)_C$ gruplarına ait etkileşim sabitleridir. Skaler SUSY parçacıkları mesajcı alanlarla $U(1)_Y$, $SU(2)_L$ ve $SU(3)_C$ grupları altındaki özelliklerine (sahip oldukları hiperyükler, $SU(2)_L$ altında tekli ya da ikili olmaları, taşıdıkları renk yükleri gibi) göre farklı şiddetlerle etkileşirler. Bu etkileşimlerden kazandıkları kütleler aşağıdaki genel ifade ile verilebilir:

$$m_\phi^2(M_{\text{Mess}}) = 2\Lambda^2 \sum_{i=1}^{3} C_i(\phi) \left(\frac{\alpha_i}{4\pi}\right)^2 . \tag{5}$$

Yukarıda bahsedilen farklı özellikler burada C_i katsayılarında görünebilir. Her bir MSSM SUSY parçacığı için bu katsayılar $C_1 = (3/5)(Y/2)^2$, $C_2 = 3/4$ and $C_3 = 4/3$ olarak elde edilebilir. Burada Y ilgili MSSM alanının hiperyükünü temsil etmektedir. Denklem 2 ile dördüncü satırda verilen $A-$terimleri bu mekanizmada m_ϕ^2/M_{Mess} mertebesinde ortaya çıkar ve bu nedenle skaler kütleleriyle karşılaştırıldıklarında oldukça küçüktürler. Bu nedenle çalışmalarda genel olarak M_{Mess} skalasında sıfır olarak ele alınırlar.

Denklem 4 ve 5 ile verilen ifadelerden de görüldüğü üzere SUSY parçacıklarının kütleleri, minimal GMSB modellerde sadece iki parametre (Λ ve M_{Mess}) ile belirlenebilir. Dolayısıyla, bu modeller için temel parametre uzayı bu iki terimle şekillendirilir. Bu nedenle ağır olması gereken bir alan elde etmek gerekiyorsa, diğer alanların kütleleri de aynı parametrelerle belirlendiğinden, bir alanın ağır olma koşulu, tüm alanların ağır olmasını gerektiren bir duruma sebep olur.

Λ ve M_{Mess} parametrelerine rastgele değerler atayarak, SUSY parçacıklarının kütleleri M_{Mess} skalasında belirlenebilir ve RGE yardımıyla düşük enerji skalalarındaki kütle ve etkileşim terimleri hesaplanabilir. Ancak, Λ ve M_{Mess} parametreleri dışında, elektrozayıf simetri kırılmasını da tutarlı bir şekilde sağlayabilmek için bir parametreye daha ihtiyaç vardır. SUSY iki Higgs alanının bulunduğu bir model olduğundan, bu Higgs alanlarının elektrozayıf simetriyi kırmak için geliştirdiği VEV'ler de bağımsız parametreler olarak ele alınabilir. Ancak elektrozayıf simetri kı-

rılması ve deneysel olarak doğrulanan fermiyon kütleleriyle tutarlı olabilmesi için $v_u^2 + v_d^2 = v_{SM}^2$ şartı sağlanmak zorundadır. Burada v_{SM}, SM içerisinde Higgs alanının geliştirdiği VEV'dir. Bu şart v_u ve v_d parametrelerinin sin β ve cos β ifadeleriyle parametrize edilmesiyle garanti altına alınabilir. Bu durumda, Λ ve M_{Mess} dışında tan $\beta \equiv v_u/v_d$ olarak tanımlanan bir serbest parametreye daha ihtiyaç duyulur. Bu durumda serbest parametreler ve çalışmalarımızda kullanılan değer aralıkları aşağıdaki gibi özetlenebilir.

$$\begin{aligned} 10^3 \leq \quad & \Lambda & \leq 10^8 \text{ GeV}, \\ 10^6 \leq \quad & M_{\text{Mess}} & \leq 10^{16} \text{ GeV}, \\ 35 \leq \quad & \tan\beta & \leq 60. \end{aligned} \tag{6}$$

Bu parametrelerle birlikte, SUSY parçacıklarının M_{Mess} skalasındaki kütleleri, etkileşimleri belirlenebildiği gibi, elektrozayıf simetri kırılması için sağlamaları gereken koşullar da nümerik olarak hesaplanarak simetri kırılmasıyla tutarlı çözümlerin belirlenmesinde kullanılabilir. Ancak, elektrozayıf simetri kıırlması koşullarında $\mu-$teriminin değeri hesaplanabilse de, işareti belirsiz kalmaktadır ve pozitif kadar negatif olmaya da izinlidir. Bu sebeple, $\mu-$teriminin işareti de serbest parametreler arasında sayılmalıdır. Çalışmalarımızda $\mu-$teriminin negatif olduğu durumlar zaman zaman incelense de, müon $g-2$ için problemli sonuçların elde edilmesine neden olur. Bu nedenle, yayın haline getirilen sonuçlarda bu terimin pozitif olduğu durumlar ele alınmıştır.

3.1.2 Adjoint GMSB

Minimal GMSB modellerde mesajcı alanların bulunduğu gösterimlerin sayısı arttırılarak minimal olmayan modeller de kurulabilir. Ancak bu şekilde mesajcı sektörde yapılan genişletmelerin etkisi sınırlıdır (Ajaib ve diğerleri., 2012). $A-$terimleri bu modellerde de neredeyse sıfır mertebesinde üretildiğinden, Higgs bozonunun 125 GeV olarak gözlenen kütlesinin bu modellerde de olumsuz etkileri güçlüdür. Ancak GMSB modellerin başka bir sınıfı olarak ele alınabilecek modeller de mümkündür. Bu modellerin bazılarında, mesajcı alanların $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar grubunun adjoint temsillerinde bulunduğu kabul edilir. Bu modellerde mesajcı alanların, gizli sektörde bulunan S alanı ile etkileşimleri aşağıdaki süperpotansiyel ile verilebilir (Bhattacharyya ve diğerleri., 2014):

$$W_{\text{ADJ}} = (\mathcal{M}_5 + \lambda_5 \hat{S})\Sigma_5\Sigma_5 + (\mathcal{M}_3 + \lambda_3 \hat{S})\text{TR}(\Sigma_3\Sigma_3) + (\mathcal{M}_8 + \lambda_8 \hat{S})\text{TR}(\Sigma_8\Sigma_8)\ , \tag{7}$$

burada $\lambda_{5,3,8}$ ilgili mesajcılar için boyutsuz Yukawa etkileşim sabitleri, $\mathcal{M}_{5,3,8}$ ise mesajcıların kütle parametreleridir. Mesajcı süperalanlar bu model için Σ_i ile gösterilmiştir. Bu alanlardan Σ_8 $SU(3)_C$ grubunun adjoint gösteriminde bulunurken, Σ_3 $SU(2)_L$ ve Σ_5 ise $U(1)_Y$ gruplarının adjoint temsillerinde yer alırlar. Σ_5 alanı, yukarıda anlatılan minimal GMSB modellerindeki Φ mesajcı alanına karşılık gelir. Etkileşimlerin Denklem 7 ile tanımlandığı şekilde olması, her bir mesajcı alan için kendine özgü bir Λ_i ($i = 3, 5, 8$) parametresi olmasına olanak sağlar ve

böylece SSB kütle terimleri farklı mertebelerde ortaya çıkabilir. Bu durumda, ağır olması gereken parçacıklar, minimal GMSB modellerde olduğu gibi diğer parçacıkların da ağır olmasını gerektirmez. Genel olarak mesajcı alanların kütleleri de birbirine eşit olmak zorunda değilse de, SM ayar sabitlerinin birleşimini korumak için mesajcıların kütlelerinin birbirine eşit olduğu ($\mathcal{M}_5 = \mathcal{M}_3 = \mathcal{M}_8 \equiv M_{\text{Mess}}$) kabul edilmiştir.

Minimal GMSB modellerde olduğu gibi, bu modellerde de ayarino kütleleri bir döngü mertebesinde, skaler parçacıkların kütleleri iki döngü mertebesinde ortaya çıkar. Parçacıkların hangi mertebede kütle kazanacakları yine $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ grubu altındaki özelliklerine bağlıdır. Bu durumda ayarino kütleleri (Bhattacharyya ve diğerleri., 2014)

$$M_1 \simeq \frac{g_1^2}{16\pi^2}(5\Lambda_5)\ , \quad M_2 \simeq \frac{g_2^2}{16\pi^2}(2\Lambda_3 + 3\Lambda_5)\ , \quad M_3 \simeq \frac{g_3^2}{16\pi^2}(3\Lambda_8 + 2\Lambda_5) \tag{8}$$

şeklinde oluşurken, sfermiyon ve Higgs alanı kütleleri de aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\begin{aligned}
m_Q^2 &\simeq \frac{2}{(16\pi^2)^2}\left[\frac{4}{3}g_3^4(3\Lambda_8^2 + 2\Lambda_5^2) + \frac{3}{4}g_2^4(2\Lambda_3^2 + 3\Lambda_5^2) + \frac{3}{5}g_1^4(5\Lambda_5^2)\frac{1}{6^2}\right] \\
m_{\tilde{U}}^2 &\simeq \frac{2}{(16\pi^2)^2}\left[\frac{4}{3}g_3^4(3\Lambda_8^2 + 2\Lambda_5^2) + \frac{3}{5}g_1^4(5\Lambda_5^2)\left(\frac{2}{3}\right)^2\right] \\
m_{\tilde{D}}^2 &\simeq \frac{2}{(16\pi^2)^2}\left[\frac{4}{3}g_3^4(3\Lambda_8^2 + 2\Lambda_5^2) + \frac{3}{5}g_1^4(5\Lambda_5^2)\frac{2}{3^2}\right] \\
m_{\tilde{L}}^2 &\simeq \frac{2}{(16\pi^2)^2}\left[\frac{3}{4}g_2^4(2\Lambda_3^2 + 3\Lambda_5^2) + \frac{3}{5}g_1^4(5\Lambda_5^2)\frac{1}{2^2}\right]; \quad m_{H_u}^2 = m_{H_d}^2 = m_{\tilde{L}}^2 \\
m_{\tilde{E}}^2 &\simeq \frac{2}{(16\pi^2)^2}\left[\frac{3}{5}g_1^4(5\Lambda_5^2)\right]
\end{aligned} \tag{9}$$

Denklem 8 ve 9 ile verilen kütle terimlerinden hareketle, bu modellerin temel parametre uzayları Λ_5, Λ_3, Λ_8, M_{Mess} ve $\tan\beta$ parametreleriyle şekillenir. Çalışmalarımızda bu parametreler için belirlenen değer aralıkları aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

$$\begin{aligned}
10^{-7} \leq\ & \Lambda_{5,3,8} && \leq 10^{7}\ \text{GeV} \\
10^{6} \leq\ & M_{Mess} && \leq 10^{16}\ \text{GeV} \\
1.2 \leq\ & \tan\beta && \leq 60.
\end{aligned} \tag{10}$$

Devam etmeden önce, bu modeller için dikkat edilmesi gereken hesaplamalardan en önemlisi, Denklem 9'un son satırında verilen sağ-elli sfermiyonların kütleleridir. Bu parçacıklar kütle-

lerini sadece hiperyüklerinden dolayı alırlar ve bu kütleyi belirleyen tek parametre Λ_5 terimidir. Λ_5 teriminin çok küçük değerler aldığı çözümlerde, dolayısıyla sağ-elli sfermiyonlar da oldukça hafif olmanın yanı sıra, düşük enerji seviyelerinde kütle kare terimleri negatife dönerek takyonik durumların ortaya çıkmasına da neden olur (Gogoladze ve diğerleri., 2016; Gogoladze ve Un, 2017). Ayrıca, LEP deneyinden elde edilen model bağımsız sonuçlar, elektrik yükü taşıyan SM dışındaki hiçbir parçacığın yaklaşık 100 GeV'den daha hafif olmamasını gerektirmektedir (Barate ve diğerleri., 2003). Bu koşullarla birlikte ele alındığında, fenomenolojik analizlerde Λ_5 parametresinin 10^3 GeV ve daha büyük değerlerde olması gerektiği gözlenmiştir (Nis ve Un, 2026).

Ayrıca bu modellerde, müon $g-2$ hesaplarında SUSY katkılarının yüksek olduğu da gözlenmiştir (Gogoladze ve Un, 2017). O dönemin koşullarında tercih edilebilir olan bu gözlem, günümüz müon $g-2$ sonuçları ile karşılaştırıldığında problemli bir hale gelmiştir.

3.2 NH Terimler

Higgs bozonunun genel olarak MSSM modeller üzerindeki güçlü etkisi, süpersimetrik yapısından kaynaklanmaktadır. Holomorfi koşulundan dolayı, SUSY parçacıklarının MSSM Higgs alanlarıyla (H_u ve H_d) etkileşimleri de sınırlıdır. $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar grubu altında simetrik olma koşulu top kuarkların süper eşleniği olan stopların sadece H_u ile, sbottom ve stau parçacıklarının da sadece H_d ile etkileşmesine izin verir. SM Higgs bozonunun MSSM modellerde büyük ölçüde H_u'ya karşılık geldiği düşünülürse, SM Higgs bozonu kütlesi için gerekli SUSY katkıları sadece stop parçacıklarının kütlesinden ve karışımlarından gelmektedir. Bu karışımlar $A-$terimleriyle orantılı olduklarından, GMSB modellerde stop parçacıkları çok düşük mertebelerde karışırlar ve dolayısıyla gerekli olan bütün SUSY katkısı sadece stop kütlelerinden gelir. Higgs bozonu kütle koşulu ile ağır parçacıklar arasındaki ilişki de ağırlıklı olarak bu durumdan kaynaklanır.

Öte yandan, eğer sbottom ve stau parçacıklarının da H_u ile etkileşmesine izin verecek bir mekanizma oluşturulabilirse, SM Higgs bozonu sbottom ve stau parçacıklarından da katkılar almaya başlar ve yukarıda özetlenen durum önemli ölçüde değişir. Böyle bir mekanizma, NH terimlerin de Lagrangian'a eklenmesiyle elde edilebilir. NH terimler sbottom ve stau ile H_u arasında ağaç seviyesinde etkileşimlerin ortaya çıkmasını sağladıklarından, SM Higgs bozonu kütlesine bu parçacıklardan da katkı gelmesine olanak tanırlar. Ancak bu terimler holomorfik koşul nedeniyle, SUSY tarafından kesin bir şekilde yasaklıdır. Bu durumda, bu terimlerin ortaya çıkışı ya başka dinamiklerle ya da SUSY kırılmasıyla ilişkili olmalıdır. SUSY kırılması sonucu bu terimler yüksek mertebeden operatörlerle indirgenebilir (Bagger ve diğerleri., 1995; Martin, 2000):

$$\begin{aligned}
\frac{1}{M^3}\int d^4x d^4\theta \hat{X}\hat{\bar{X}}^\dagger \hat{\Phi}_i\hat{\Phi}_j\hat{\Phi}_k^\dagger &= \frac{\mathcal{F}^2}{M^3}\phi_i\phi_j\phi_k^* \rightarrow A'\phi_i\phi_j\phi_k^* \,, \\
\frac{1}{M^3}\int d^4x d^4\theta \hat{X}\hat{\bar{X}}^\dagger \mathcal{D}^\alpha\hat{\Phi}\mathcal{D}_\alpha\hat{\Phi} &= \frac{\mathcal{F}^2}{M^3}\psi\psi \rightarrow \mu'\psi\psi \,,
\end{aligned} \tag{11}$$

burada A' NH üçlü skaler etkileşim sabitini, μ' ise NH Higgsino kütle terimini temsil etmektedir. Yukarıda elde edilen sonuçlar ADJ-GMSB modellere $M \rightarrow M_{\text{Mess}}$ ve $\mathcal{F}^2 \rightarrow \sum_i \langle F_i\rangle^2$ dönüşümleriyle uygulanabilir. Sadece SUSY kırılmasından ortaya çıktıkları düşünülürse, NH terimlerin M_{Mess} skalasında küçük değerler alacağı görülebilir. Bu terimlerin değerleri yaklaşık olarak

$$A', \mu' \sim \frac{1}{M_{\text{Mess}}}\sum_i \Lambda_i^2 \tag{12}$$

ifadesiyle belirlenebilir.

Denklem 12 ifadesinden de görüldüğü üzere, NH terimlerinin de, $A-$terimlerine benzer şekilde M_{Mess} skalası ile baskılandığı ve SUSY parçacıklarının kütle terimlerine göre oldukça küçük olduğu görülebilir. Bu durumda, NH terimler de, $A-$terimleri gibi sıfır olarak alınabilir. Ancak, $A-$terimleri sıfır olarak alınsa dahi RGE etkisiyle diğer SSB terimlerden de katkı alarak, düşük enerji skalalarında kayda değer mertebelere erişebilirler (Ajaib ve diğerleri., 2012). Ancak NH terimler için RGE denklemleri aşağıdaki gibidir

$$\begin{aligned}
\frac{d\mu'}{dt} &= \frac{1}{16\pi^2}\left(y_\tau^2 + 3y_b^2 + 3y_t^2 - 3g_2^2 + \frac{3}{5}g_1^2\right)\mu' \\
\frac{dA'_t}{dt} &= \frac{1}{16\pi^2}\left[\left(y_\tau^2 + 5y_b^2 + 3y_t^2\right)A'_t + 2y_b^2\left(A'_b - 2\mu'\right) + \left(A'_t - 2\mu'\right)\left(3g_2^2 + \frac{3}{5}g_1^2\right)\right] \\
\frac{dA'_b}{dt} &= \frac{1}{16\pi^2}\left[\left(-y_\tau^2 + 3y_b^2 + 5y_t^2\right)A'_b + 2y_t^2\left(A'_t - 2\mu'\right) + \left(A'_b - 2\mu'\right)\left(3g_2^2 + \frac{3}{5}g_1^2\right)\right] \\
\frac{dA'_\tau}{dt} &= \frac{1}{16\pi^2}\left[\left(y_\tau^2 - 3y_b^2 + 3y_t^2\right)A'_\tau + 6y_b^2 A'_b + \left(A'_\tau - 2\mu'\right)\left(3g_2^2 + \frac{3}{5}g_1^2\right)\right] \,,
\end{aligned} \tag{13}$$

ve bu denklemlerden de görüldüğü üzere RGE'lerin NH terimler üzerinde onların değerlerini arttıracak bir etkisi bulunmaz. Bu durumda, NH terimlerin herhangi bir skalada sıfır olarak girilmesi, onların tüm enerji skalalarında sıfır olmasına neden olur. Dolayısıyla NH terimleri sıfır olarak ele almak iyi bir yaklaşıklık olmaz.

NH terimlerin de SUSY kırılması sonucu ortaya çıkmasıyla Denklem 2 ile verilen SSB Lag-

rangian aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{soft}}^{\text{MSSM}} = \; & -\frac{1}{2}\left(M_1\tilde{B}\tilde{B} + M_2\tilde{W}\tilde{W} + M_3\tilde{g}\tilde{g}\right) \\ & -\left(\tilde{Q}^\dagger m_Q^2\tilde{Q} + \tilde{L}^\dagger m_L^2\tilde{L} + \tilde{u}m_u^2\tilde{u}^\dagger + \tilde{\tilde{d}}m_d^2\tilde{\tilde{d}}^\dagger + \tilde{e}m_e^2\tilde{e}^\dagger\right) \\ & -m_{H_u}^2 H_u^\dagger H_u - m_{H_d}^2 H_d^\dagger H_d \\ & -(A_u\bar{Q}H_u u + A_d\bar{Q}H_d d + A_e\bar{L}H_d e) \\ & -\mu'\tilde{H}_u\cdot\tilde{H}_d - \tilde{Q}\; H_d^\dagger A'_u\tilde{U} - \tilde{Q}\; H_u^\dagger A'_d\tilde{D} - \tilde{L}\; H_u^\dagger A'_e\tilde{E} - \text{h.c.}\end{aligned} \tag{14}$$

Literatürde NH terimlerle ilgili yapılan çalışmalarda, bu terimler efektif olarak sadece düşük enerji skalalarında alındığından, modellere ait temel parametre setinde de yer alırlar. Ancak proje süresince yaptığımız çalışmalarda, NH terimlerin çoğunlukla sadece SUSY kırılması ile ilişkili olarak ele alınmıştır. Bu durumda, Denklem 12 bağıntısı, bu terimlerin Λ_i ve M_{Mess} parametreleriyle belirlenmesine olanak sağlar. Bu nedenle serbest parametre olarak ele alınmamışlardır. Ancak SUSY kırılması sırasında oluşabilecek faz farklarını da hesaba katmak için NH terimlere rastgele pozitif ve negatif işaretler atanmıştır. Bu terimlerle birlikte proje kapsamında incelenen GMSB modellerin serbest parametreleri ve değer aralıkları aşağıdaki gibi özetlenebilir.

mGMSB			ADJ − GMSB		
$10^3 \leq$	Λ	$\leq 10^8$ GeV	$10^{-7} \leq$	$\Lambda_{5,3,8}$	$\leq 10^7$ GeV
$10^6 \leq$	M_{Mess}	$\leq 10^{16}$ GeV	$10^6 \leq$	M_{Mess}	$\leq 10^{16}$ GeV
$35 \leq$	$\tan\beta$	≤ 60	$1.2 \leq$	$\tan\beta$	≤ 60
	$\text{sgn}(A'), \text{sgn}(\mu')$	$= -1, +1$		$\text{sgn}(A'), \text{sgn}(\mu')$	$= -1, +1$

(15)

3.2.1 SUSY Kütle Spektrumu ve Karışımlarda NH Katkılar

Yukarıda da yer yer tartışıldığı gibi Higgs bozonu kütlesinden gelen deneysel sınırlama oldukça etkili olup, SUSY kütle spektrumu üzerinde de oldukça belirleyicidir. Ayrıca SUSY parçacıklarının karışımlarından gelen katkılar da önemlidir. Bu durumda NH terimlerinden SUSY kütle spektrumlarına ve karışımlarına gelen katkıların Higgs bozonu kütlesi ile ilgili sonuçları da büyük ölçüde değiştirmesi beklenebilir. Önceki çalışmalarda efektif olarak alınan NH terimleri, bu yaklaşımda sadece bu parçacıklarının karışımlarını değiştirmekle sınırlıdır. Bu etki, özellikle üçüncü aile sfermiyonlarının kütle matrislerinde görünebilir:

$$m_{\tilde{f}}^2 = \begin{pmatrix} m_{\tilde{f}_L\tilde{f}_L^*} & X_{\tilde{f}} \\ X_{\tilde{f}}^* & m_{\tilde{f}_R\tilde{f}_R^*} \end{pmatrix} \tag{16}$$

Bu kütle-kare matrisinde diyagonal elemanlar $m_{\tilde{f}_L \tilde{f}_L^*}$ ve $m_{\tilde{f}_R \tilde{f}_R^*}$ terimleri Denklem 2 ile verilen holomorfik SSB kütle terimleri olup, bu parçacıkların karışımları diyagonal olmayan elemanlarla belirlenir. Efektif yaklaşımda, kütle-kare matrisinin diyagonal elemanları NH terimlerinden herhangi bir katkı almazken, karışım terimlerine gelen katkılar aşağıdaki gibidir:

$$X_{\tilde{t}} = -\frac{m_t}{\sqrt{2}} \left[(\mu + A_t') \cot\beta - A_t \right] \tag{17}$$

$$X_{\tilde{b}} = -\frac{m_b}{\sqrt{2}} \left[(\mu + A_b') \tan\beta - A_b \right] \tag{18}$$

$$X_{\tilde{\tau}} = -\frac{m_\tau}{\sqrt{2}} \left[(\mu + A_\tau') \tan\beta + A_\tau \right] \tag{19}$$

Yukarıda verilen ifadelerde NH terimlerin karışımlara doğrudan etki ettiği ve etkilerinin aynı zamanda tan β parametresine de bağlı olduğu görülmektedir. tan β parametresinin genel olarak büyük değerler alabildiği düşünüldüğünde, stopların karışımına gelen ve Denklem 17 ile ifade edilen katkılarda NH etkilerin diğer parçacıklara göre küçük olacağı ve ihmal edilebileceği görülebilir. Bu durumda stop kütle ve karışımları, NH terimlerin olmadığı modellerdekine yakın mertebelerde elde edilir. Öte yandan, Denklem 18 ve 19 ile verilen katkılarda sbottom ve stau parçacıklarının karışımlarındaki NH etkisinin tan β parametresiyle doğru orantılı olarak artacağı ve dolayısıyla NH terimlerin bu parçacıkların kütle karışımlarına etkilerinin büyük olacağı ortadadır.

Bununla birlikte, NH terimlerin efektif olmak yerine, modellerin teorik yapısına dahil olduğu, kütle ve karışımları RGE ile de etkileyebileceği düşünülürse, bu katkıların stoplar dahil tüm SUSY spektrumu üzerinde etkili olması beklenir. MSSM parçacıklarının NH terimlere RGE üzerinden bağımlılığı aşağıda bu parçacıklar için verilmiş RGE'lerde görülebilir:

$$
\begin{aligned}
\frac{dm^2_{\tilde{t}_R}}{dt} &= \left(\frac{dm^2_{\tilde{t}_R}}{dt}\right)_{\text{MSSM}} + 4y_t^2(A_t'^2 - 2|\mu'|^2) \\
\frac{dm^2_{\tilde{b}_R}}{dt} &= \left(\frac{dm^2_{\tilde{b}_R}}{dt}\right)_{\text{MSSM}} + 4y_b^2(A_t'^2 - 2|\mu'|^2) \\
\frac{dm^2_{\tilde{t}_L}}{dt} &= \left(\frac{dm^2_{\tilde{t}_L}}{dt}\right)_{\text{MSSM}} + 2y_t^2 A_t'^2 + 2y_b^2 A_b'^2 - 4|\mu'|^2(y_t^2 + y_b^2) \\
\frac{dm^2_{\tilde{\tau}_R}}{dt} &= \left(\frac{dm^2_{\tilde{\tau}_R}}{dt}\right)_{\text{MSSM}} + 2y_\tau^2(A_\tau'^2 - 2|\mu'|^2) \\
\frac{dm^2_{\tilde{\tau}_L}}{dt} &= \left(\frac{dm^2_{\tilde{\tau}_L}}{dt}\right)_{\text{MSSM}} + 2y_\tau^2(A_\tau'^2 - 2|\mu'|^2)
\end{aligned}
\tag{20}
$$

NH terimlerinden gelen bu düzeltmelerle, SUSY spektrumu önceki çalışmalarda elde edilen sonuçlardan önemli ölçüde değişiklikler gösterir. Ancak en önemli etkisinin sağ-elli stau için elde edileğini söylemek yanlış olmaz. Denklem 9 ile daha önce tartışıldığı üzere, küçük Λ_5 değerlerinde $m^2_{\tilde{\tau}_R}$ RGE boyunca değişirken bazı enerji seviyelerinde negatif değerler alarak takyonik stau parçacıklarının ortaya çıkmasına neden olabilir. Ancak, özellikle Denklem 20 ile verilen RGE katkıları sayesinde, sağ-elli stau kütle-kare parametresine ek pozitif katkılar sağlanabilir ve küçük Λ_5 değerlerinde dahi takyonik durumların ortadan kalkmasını sağlayabilir.

3.2.2 Higgs Bozonu Kütlesi ve NH Katkılar

Daha önce bahsedildiği gibi, NH terimlerin olmadığı durumlarda Higgs bozonu kütlesine gelen katkılar büyük ölçüde stop parçacıkları ve onların karışımları tarafından sağlanır. Bu katkılar aşağıdaki gibi verilebilir:

$$
\begin{aligned}
\Delta m_h^2 \simeq \frac{m_t^4}{16\pi^2 v^2 \sin^2\beta}\frac{\mu A_t}{M^2_{\text{SUSY}}}\left[\frac{A_t^2}{M^2_{\text{SUSY}}} - 6\right] + \\
\frac{y_b^4 v^2}{16\pi^2}\sin^2\beta\frac{\mu^3 A_b}{M_b^4} + \frac{y_\tau^4 v^2}{48\pi^2}\sin^2\beta\frac{\mu^3 A_\tau}{m^4_{\tilde{\tau}}}
\end{aligned}
\tag{21}
$$

İlk satırdaki terimler stoplardan gelen katkıları ifade ederken, ikinci satırda da sbottom ve stau parçacıklarından gelen katkılar gösterilmiştir. Ancak sbottom ve stau katkıları, skaler potansiyelin ve vakumun kararlı olma koşuluyla sınırlandırılırlar ve stoplardan gelen katkılar yanında oldukça küçüktürler (Carena ve diğerleri., 2013). Bu terimler, NH terimlerin olmadığı modellerde Higgs bozonu kütlesini tutarlı olarak bulabilmek için gerekli bütün katkıları temsil ederler. Görüldüğü üzere bu katkılarda A_t, A_b ve A_τ gibi terimlerin önemli olduğu görülmektedir ve bu terimler

sırasıyla Denklem 17, 18 ve 19 ile verilen stop, sbottom ve stau karışımlarından gelmektedir.

NH terimlerin Higgs bozona katkıları da benzer diyagramlara ilgili etkileşim sabitleriyle sbottom ve stau parçacıklarının da yerleştirilmesiyle hesaplanabilir. Bu katkılarda, sbottom ve stau karışımlarında ortaya çıkan NH terimler de doğrudan etkili olmaktadır. Bu durumda, Higgs bozonu kütlesine gelen NH katkılar aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\Delta m_h^2 \simeq \frac{m_i^4}{16\pi^2 v^2 \sin^2\beta} \frac{\mu A_i'}{M_i^2} \left[\frac{A_i'^2}{M_i^2} - b_i \right] + \frac{y_t^4 v^2}{16\pi^2} \cos^2\beta \frac{\mu^3 A_t'}{M_{\text{SUSY}}^4} \tag{22}$$

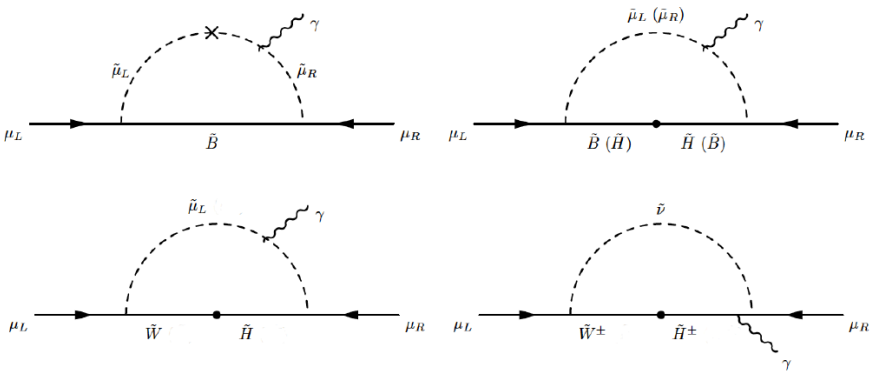
Burada $i = b, \tau$ için sırasıyla $b_i = 6, 2$ ve ilgili kütle ölçeği $M_i = \sqrt{m_{\tilde{i}_1} m_{\tilde{i}_2}}$ şeklinde tanımlanır. Bu değişiklikle, stop katkılarının A_t' terimi aracılığıyla artması beklenir, ancak bu terimin tan β ile ters orantılı olması nedeniyle bu artış sınırlıdır. Öte yandan, sbottom ve stau sektörlerindeki NH katkılar tan β ile doğru orantılı olduğundan, özellikle orta ve büyük tan β değerlerinde Higgs kütlesine gelen radyatif katkıları önemli ölçüde arttırır.

3.2.3 Müon g − 2 ve NH Katkılar

2026 yılına kadar, SUSY modellerin öngörülerinin test edilebileceği en önemli deneylerden biri müon $g-2$ ile ilgiliydi (Karuza, 2024). 2025 yılına ait güncel sonuçlara göre, SM öngörüsü (Aoyama ve diğerleri., 2020) ile deneysel müon $g-2$ ölçümleri (Aguillard ve diğerleri., 2023) arasında 4.2σ kadar bir fark rapor edilmişti. Ancak, 2025 yılında, SM öngörülerinin, özellikle güçlü etkileşen kuarklardan gelen katkıların çok daha hassas bir şekilde hesaplanmasıyla (Aliberti ve diğerleri., 2025) bu uyumsuzluk büyük ölçüde ortadan kalkmış, ve deneysel ölçümlerle SM öngörüleri arasındaki fark $\Delta a_\mu \equiv a_\mu^{\text{exp}} - a_\mu^{\text{SM}} = 3.8(6.6) \times 10^{-10}$ olacak kadar azalmıştır. Parantez içinde verilen değer, hesaplamalardaki belirsizleri de hesaba kattıktan sonra elde edilen sonucu temsil etmektedir. Özetle mevcut durumda, NH terimlerin katkıları müon $g-2$ sonuçlarına gelen SUSY katkılarını arttıracak şekilde olduğunda problemli hale gelmektedir.

Müon $g-2$ hesaplarına gelen SUSY katkıları Şekil 1 ile diyagramatik olarak gösterilmiştir. Bu katkılardan en baskın olanı, Bino ve smüon parçacıklarının yer aldığı sol-üst diyagramdan gelmektedir. Bu diyagramda katkılar hiperyük etkileşimlerinin şiddetine bağlı olduğu kadar, sağ-elli ve sol-elli smüonların karışım terimlerine de doğrudan bağlıdır. Bu karışımlar, Denklem 19 ile stau için verilen karışımlara birebir benzemekle birlikte, smüon karışımlarını elde etmek için bu denklemde $m_\tau \to m_\mu$ ve $A_\tau' \to A_\mu'$ değişiklikleri yapılmalıdır. Diyagramda smüon halkasındaki çarpı işareti karışımdan gelen bu katkıları temsil etmektedir.

NH terimlerin olmadığı durumda, Bino-smüon diagramından gelen SUSY müon $g-2$ katkıları aşağıdaki gibi hesaplanabilir (Fargnoli ve diğerleri., 2014):



Şekil 1. Süpersimetrik müon g-2 katkılarının diyagramatik gösterimi.

$$\Delta a_\mu^{\tilde{B}\tilde{\mu}_L\tilde{\mu}_R} \simeq \frac{g_1^2}{16\pi^2}\frac{m_\mu^2 M_{\tilde{B}}(\mu tan\beta - A_\mu)}{m_{\tilde{\mu}_L}^2 m_{\tilde{\mu}_R}^2} F_N\left(\frac{m_{\tilde{\mu}_L}^2}{M_{\tilde{B}}^2}, \frac{m_{\tilde{\mu}_R}^2}{M_{\tilde{B}}^2}\right) \tag{23}$$

Burada F_N halka fonksiyonu olup, döngüdeki parçacıklarının kütlelerine bağlı olarak aşağıdaki gibi bulunur:

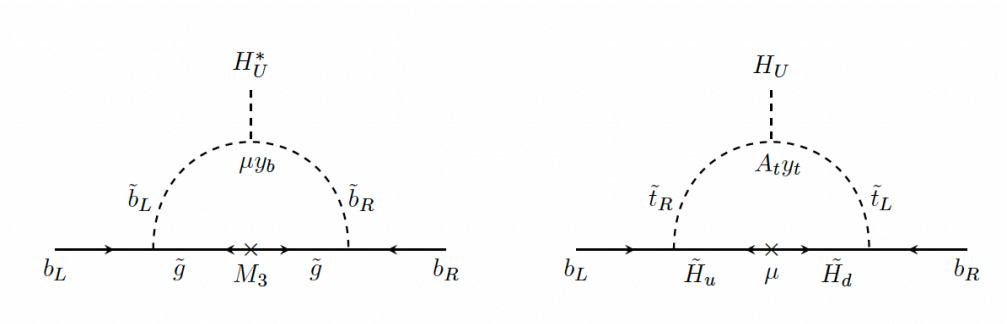
$$F_N(x,y) = xy\left[\frac{-3+x+y+xy}{(x-1)^2(y-1)^2} + \frac{2x\,\mathrm{log}(x)}{(x-y)(x-1)^3} - \frac{2y\,\mathrm{log}(y)}{(x-y)(y-1)^3}\right] \tag{24}$$

Eğer müon $g-2$ hesaplarına gelen SUSY katkılarının azaltılması isteniyorsa, Denklem 23 ile verilen ifadeye göre, Bino ve smüonun oldukça ağır olması gerektiği açıktır. Bu durumda her ne kadar SUSY modellerin müon $g-2$ öngörüleri deneysel ölçümlerle tutarlı hale gelse de, SUSY parçacıkları yine ağır olması gerektiğinden, günümüzde yürütülen deneylerde test edilmeleri çok mümkün olmayabilir. Bu SMÖ çalışmaları arasında SUSY modellerinin güçlü motivasyonlarını olumsuz etkiler. Öte yandan, smüon parçacıklarının karışımları aracılığıyla NH terimlerden gelen katkılar da Denklem 23 ifadesinde $\mu \to \mu + A'_\mu$ ile değiştirilmesiyle elde edilebilir. Bu durumda A'_μ terimi, negatif değerler aldığında, müon $g-2$ sonuçlarına gelecek olan SUSY katkılarını smüonların kütlelerini çok etkilemeden azaltabilir. Böylece, Bino ve smüonların hafif oldukları çözümlerde dahi deneysel ölçümlerle tutarlı müon $g-2$ sonuçları elde etmek mümkün olur.

3.2.4 NH Terimler ve Yukawa Birleşimi

Daha önce bahsedildiği gibi, NH terimler, SUSY tarafından yasaklı etkileşimlerin de modellerde ve hatta ağaç seviyesinde ortaya çıkmasını sağlarlar. Bu etkileşimler, SM Higgs bozonunu,

müon $g-2$ sonuçlarını doğrudan etkilediği Bölüm 3.2.2 ve 3.2.3'te tartışılan teorik sonuçlarla da gösterilmiştir. Özellikle Higgs bozonu kütlesine etkisi, NH terimlerin doğrudan SM fermiyonlarının Higgs bozonu ile yaptıkları Yukawa etkileşim sabitlerine de katkılar sağlayacağı anlamına gelmektedir. Bu katkılar da, SUSY modellere uygulanan teorik sınırlandırmalar arasında önemli bir yer tutan ve bu modelleri oldukça güçlü bir şekilde sınırlayan Yukawa birleşimi (YU) (Anantharanayan ve diğerleri., 1991, 1993) sonuçları için NH terimlerin oldukça önemli olabileceğini akla getirmektedir.



Şekil 2. $b-$kuark Yukawa etkileşim sabitine katkı sunan etkileşim diyagramları

Yukawa birleşimli SUSY modeller üzerine literatürde çok sayıda çalışma bulunmaktadır (Aboubrahim ve diğerleri., 2021; Ahmed ve diğerleri., 2023; Antusch ve diğerleri., 2026; Gao ve Nierste, 2026; Hussain ve diğerleri., 2026; Li ve diğerleri., 2025; Shafi ve diğerleri., 2023). Bu çalışmalar, SUSY modellerde YU koşulunun, SM fermiyonlarının deneylerle doğrulanmış kütleleriyle tutarlı olabilmesi için SUSY parçacıklarının fiziksel spektrumdan ayrıldığı enerji skalalarında bu parçacıklardan eşik katkıları almaları gerektiği gösterilmiştir. Bu eşik katkıları diyagramatik olarak Şekil 2 ile gösterilmiştir (Haber ve Mason, 2008). NH terimlerin olmadığı durumlarda, bu eşik katkıları gluino kütlesi M_3, sbottom karışımları μy_b, stop karışımları $A_t y_t$, sbottom kütlesi $m_{\tilde{b}}$ ve Higgsino kütlesi μ ile orantılı olup aşağıdaki gibi hesaplanabilir (Hall ve diğerleri., 1994):

$$\delta_{y_b}^H \approx \frac{g_3^2}{12\pi^2}\frac{\mu M_3 \tan\beta}{m_{\tilde{b}}^2} + \frac{y_t^2}{32\pi^2}\frac{\mu A_t \tan\beta}{m_{\tilde{t}}^2} \quad , \tag{25}$$

YU her ne kadar M_{GUT} skalasında geçerli olsa da, düşük skalada alması gereken eşik katkıları nedeniyle, SUSY modellerin düşük skala öngörülerinde de oldukça etkili olmaktadır. YU çözümlerinin elde edilebilmesi için Denklem 25 ile verilen y_b eşik katkılarının büyük ve negatif olması gerektiği bilinmektedir (Gogoladze ve diğerleri., 2009). Buna göre Denklem 25 ile verilen ilk terim, μ ve M_3 terimlerinin pozitif olduğu durumlarda pozitif eşik katkıları sağlayacağından baskılanması gerekir. Bu baskılanma oldukça ağır sbottomlarla sağlanabilir ($m_{\tilde{b}} \gtrsim 5$ TeV) (Gogoladze ve diğerleri., 2009). Bu durumda negatif katkıların gelebileceği tek seçenek yine aynı denklemde verilen ikinci terimdir. Bu durumda A_t teriminin negatif değerler alması gerekir. Ancak, bu durumda da skaler potansiyelin vakumunun kararlı kalmasına dikkat etmek gerekir.

Eğer A_t terimi negatif ve çok büyük değerler alırsa, vakumu kararsızlaştırarak elektrik ve/veya renk yükü korunum simetrilerini kıracak vakumların ortaya çıkmasına yol açar (Camargo-Molina ve diğerleri., 2013; Ellwanger ve Hugonie, 1999).

NH terimlerin Denklem 25 ile verilen ifadelere nasıl katkı sağlayabileceği, daha önce Denklem 14 ile verilen Lagrangian'ın son satırındaki NH terimler göz önüne alınarak görülebilir:

$$\mathcal{L}_{\text{soft}}^{\text{NH}} = -\mu' \tilde{H}_u \cdot \tilde{H}_d - A'_u \tilde{Q}\, H_d^{\dagger} \tilde{U} - A'_d \tilde{Q}\, H_u^{\dagger} \tilde{D} - A'_e \tilde{L}\, H_u^{\dagger} \tilde{E} - \text{h.c.}\,, \tag{26}$$

Yukarıda verilen ifadelerde üçüncü terim, sbottomlar ile H_u arasında doğrudan bir etkileşim tanımladığından, Şekil 2 ile gösterilen ilk diyagrama $A'_b y_b$ ile orantılı bir katkı sağlar. Bu katkı ile, birinci diaygramdan gelen pozıtif katkılar, negatif A'_b terimi ile negatife dönüşebilir ve YU çözümlerinin ortaya çıkmasına katkıda bulunabilir. İkinci diyagramda benzer durum stoplar için geçerlidir, ancak daha önce bahsedildiği gibi stop karışımlarındaki NH katkıları $\tan\beta$ ile baskılandığından ihmal edilebilir düzeydedir. Ancak ikinci diyagram üzerinden ortaya çıkan NH katkıları Higgsino kütlesi aracılığıyla ortaya çıkar. NH terimlerinin olmadığı modellerde μ olan Higgsino kütleleri, NH terimlerden μ' kadar bir katkı alarak $m_{\tilde{H}} = \mu + \mu'$ ifadesine eşit olur. Bu katkılar, ikinci diyagramdan gelen katkılarda $\mu \to \mu + \mu'$ değişimi yapılarak eklenebilir. Bu durumda, sadece NH terimlerden bottom kuark Yukawa sabitine gelen katkı aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\delta_{y_b}^{\text{NH}} \approx \frac{g_3^2}{12\pi^2} \frac{A'_b M_3 \tan\beta}{m_{\tilde{b}}^2} + \frac{y_t^2}{32\pi^2} \frac{\mu' A_t \tan\beta}{m_{\tilde{t}}^2}\,, \tag{27}$$

ve toplam eşik katkısı da $\delta y_b = \delta_{y_b}^{H} + \delta_{y_b}^{NH}$ olarak hesaplanabilir. Literatürde çok sayıda YU çalışması bulunmasına rağmen bunların büyük bir çoğunluğu NH terimleri ihmal etmiştir. Bu çalışmalardan elde edilen sonuçlar, YU çözümlerinin çoğunlukla $\mu < 0$ olan durumları tercih ettiğini göstermiştir. Bu durumlarda, ilk diyagramdan gelen katkılar negatif olacağından, görece daha hafif SUSY kütle spektrumu, karanlık madde analizlerinde daha dinamik etkileşim mekanizmaları gibi ilginç sonuçlara yol açabilmektedir. Ancak, $\mu < 0$ durumunda müon $g-2$ sonuçlarına gelen SUSY katkıları negatiftir ve SM ile deneysel ölçümler arasındaki uyumu kayda değer miktarda bozduğundan problemli bir yapıya sahiptir. Bununla birlikte $\mu > 0$ durumunda da YU çözümlerinin bulunacağı da bu çalışmalarda gösterilmiştir, ancak bu durumda SUSY kütle spektrumu oldukça ağır olmakta, çoğu modeller için de karanlık madde analizleriyle uyumlu çözümler sağlamakta zorlanmaktadır.

NH terimlerin de hesaba katılmasıyla, $\mu > 0$ durumlarda dahi, negatif değerler alabilecek A'_b terimi ile ilk diyagramdan gelen katkılar negatif olabilir ve YU için uygun çözümlere olanak sağlayabilir. İkinci diyagram da bu negatif katkılara katkıda bulunsa da, ilk diyagramın yanında bu katkılar daha küçüktür. Ancak negatif μ' değerleriyle bu diyagramdan da kayda değer negatif katkılar gelebilir. Bu durumda, YU çözümlerinin holomorfik terimler üzerindeki güçlü kısıtlayıcı

etkisi bütünüyle NH terimlere kayabilir ve literatürde rapor edilen kütle spektrumundan çok daha hafif çözümler dahi YU ile uyumlu olabilir. NH terimlerin bu etkileri büyük ölçüde, sfermiyonların karışımlarına katkılarıyla ilişkilidir ve bu terimlerin efektif olarak ele alındığı durumlarda da ortaya çıkar. Ancak, NH terimlerin RGE etkileri de kütle spektrumunda etkili olacağından, NH terimlerinin eklenmesiyle YU çözümlerinin mümkün olmadığı modellerde dahi bu çözümler elde edilebilir. Literatürde NH terimlerin olduğu modellerde YU analizlerine yer veren, bilgimiz dahilinde sadece iki çalışma bulunmaktadır (Hiçyılmaz, 2021; Un, 2024). Bu çalışmalar da, NH terimleri sadece efektif olarak almıştır.

3.3 Veri Üretimi ve Deneysel Sınırlamalar

Yukarıda tartışılan modeller ve ortaya çıkabilecek NH terimlerin varlığında yürütülen fenomenolojik veri analizleri, serbest parametrelere rastgele değerlerin atanarak deneysel olarak ölçülebilir parametrelerin hesaplandığı büyük veri setleri oluşturularak yapılmıştır. Bu veri setleri Denklem 15 ile verilen serbest parametrelerin belirtilen değer aralıklarında değiştirilmesiyle farklı sınır koşulları oluşturularak elde edilmiştir.

Analiz edilen sayılsal veri seti, SARAH (Staub, 2008, 2016) paketinde NH terimleri teorik yapıya uygun olarak eklediğimiz haliyle üretilmiş SPheno-4.0.4 (Goodsell ve diğerleri., 2015; Porod, 2003) paketi kullanılarak elde edilmiştir. Serbest parametrelere rastgele nümerik değerler atanırken, bu değerlerin belirlenmesi deneysel olarak izinli bölgelerde daha çok çözüm üretecek şekilde Metropolis-Hastings algoritması (Baer ve diğerleri., 2008; Belanger ve diğerleri., 2009) kullanılarak optimize edilmiştir.

Kütle spektrumu hesaplayıcı olarak analizlerimizde kullanılan SPheno, literatürdeki fenomenolojik analizler için en yaygın olarak kullanılan nümerik paketlerden biridir. Bu paket öncelikle ayar ve Yukawa etkileşim sabitlerinin deneysel olarak elde edilmiş değerlerini kullanarak, SM RGE'lerini düşük skaladan yüksek enerji skalalarına doğru çalıştırarak, bu sabitlerin M_{Mess} skalasındaki değerlerini hesaplar. Daha sonra serbest parametreleri kullanarak SUSY parçacıklarının kütlelerini hesaplayarak, M_{Mess} skalasında RGE'lere yerleştirir. Bu kez M_{Mess} skalasından $M_{\text{SUSY}} \equiv \sqrt{m_{\tilde{t}_L} m_{\tilde{t}_R}}$ skalasına kadar çalıştırarak, düşük enerji seviyelerindeki SUSY kütle spektrumu, parçacık karışımları, bozunum modlarını ve bozunma oranları, süpersimetrik müon $g-2$ katkıları gibi analizlerimizde önemli bir yer tutan parametreleri hesaplar. Hesabını bitirdiği her bir çözüm için, analizlerimizde kullanılan diğer nümerik paketlere transfer etmeye uygun olacak şekilde bir çıktı dosyası oluşturur.

Her ne kadar NH terimlerden doğrudan katkı almasa da, fenomenolojik analizler yürüttüğümüz modellerin karanlık madde öngörüleri de hesaplanmıştır. Bu hesaplamalarda karanlık madde parametrelerini hesaplayacak şekilde tasarlanmış olan micrOMEGAs (Bélanger ve diğerleri., 2018) paketi kullanılmıştır.

Veri seti üretiminin tamamlanmasıyla analizlerimiz ilk olarak mevcut deneysel sonuçlarla

tutarlı çözümlerin tespit edilmesiyle başlamıştır. Bu deneysel ölçümler; SUSY parçacıkları üzerindeki kütle sınırlandırmaları (Aaboud ve diğerleri., 2019; Aad ve diğerleri., 2021a,b; Olive ve diğerleri., 2014), Higgs bozonu kütle sınırlandırması (Aad ve diğerleri., 2012; Chatrchyan ve diğerleri., 2012, 2013), nadir $B-$mezon bozunumları (Abudinén ve diğerleri., 2022; Amhis ve diğerleri., 2023; CMS Collaboration, 2020) ve Planck uydusunun karanlık madde kalıntı yoğunluğu ile ilgili son ölçümleri yer almaktadır (Aghanim ve diğerleri., 2020).

Analizler sırasında kullanılan deneysel sınırlandırmalar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

$$
\begin{aligned}
& m_h = 123 - 127 \text{ GeV} \\
& m_{\tilde{g}} \geq 2.1 \text{ TeV } (1400 \text{ GeV if it is NLSP}) \\
& 1.95 \times 10^{-9} \leq \text{BR}(B_s \to \mu^+\mu^-) \leq 3.43 \times 10^{-9} \ (2\sigma) \\
& 2.99 \times 10^{-4} \leq \text{BR}(B \to X_s\gamma) \leq 3.87 \times 10^{-4} \ (2\sigma) \\
& 0.114 \leq \Omega_{\text{CDM}} h^2 \leq 0.126 \ (5\sigma) \ .
\end{aligned}
\tag{28}
$$

Verilerin hesaplanmasında karşılaşılan en büyük güçlüklerden biri Higgs bozonu kütlesinin teorik olarak hesaplanmasındaki belirsizliklerdir. Deneysel analizler son derece hassas olmasına rağmen, top kuarkın kütlesi ve güçlü etkileşim sabiti ölçümlerindeki belirsizliklerle birlikte, SUSY parçacıklarının karışımları hesaplanırken kullanılan sayısal yaklaşımlardan kaynaklı olarak teorik hesaplamalarda yaklaşık 2 GeV'lik bir belirsizlik bulunmaktadır (Allanach ve diğerleri., 2004; Athron ve diğerleri., 2017; Bagnaschi ve diğerleri., 2017; Bahl ve diğerleri., 2020a,b; Drechsel ve diğerleri., 2017).

Nadir B-mezon bozunumlarından gelen ölçümler, SM öngörülerine çok yakın olduğundan, SM-ötesi katkılara karşı oldukça hassastır ve bu nedenle parametre uzayının geniş bir kısmını neredeyse model bağımsız bir şekilde sınırlandırmaktadır. Bununla birlikte, SUSY modellerde bu bozunumlar ağır Higgs bozonlardan katkı aldığından, bu hassas sınırlamalar ağır Higgs bozonları üzerinde de güçlü bir kontrol sağlar. $B_s \to \mu\mu$'ye yeni fizik katkıları, CP-tek (A) ve CP-çift (H) Higgs bozonları tarafından sağlanır (Babu ve Kolda, 2000; Choudhury ve Gaur, 1999) ve deneysel sınırlandırmalar Higgs bozonlarının SM leptonlarıyla tutarlı bir şekilde etkileşmeye zorlar. Benzer şekilde, $b \to s\gamma$ sürecinde yüklü Higgs ($H^\pm$) ve chargino ($\tilde{\chi}^\pm$) katkıları önemli rol oynar. Yüklü Higgs bozonu kuark-lepton çeşni ihlalini (QFV) arttırabilir ve bu sürec üzerine yürütülen deneysel analizler kuarklarla olan etkileşimleri üzerinden bu parçacığı etkili bir şekilde sınırlandırır.

Her ne kadar sınırlandırmalar listesinde sadece yoğunluğu listelenmiş olsa da, karanlık madde gözlemleri çözümlerin belirlenmesinde bundan daha etkilidir. GMSB modellerinde genellikle LSP olarak sadece son derece zayıf gravitasyonel etkileşimlere giren gravitinoyu ($\tilde{G}$) önerdiğinden, spektrumda gravitino LSP olan çözümler doğal olarak beklenir. Bununla birlikte, ADJ-GMSB modelleri parametre uzayının küçük bir kısmında MSSM nötralinoları da LSP olabilir

(Gogoladze ve diğerleri., 2016). LSP'nin bu iki farklı durumu, karanlık madde adayı olarak düşünüldüklerinde farklı fenomenolojik süreçlerle test edilebilir. Karanlık madde fenomenolojisindeki olası NH katkıları dikkate alarak, spektrumda LSP olarak ya gravitino ya da MSSM nötralinolarından birini veren çözümleri kabul ettik. Bu koşul LSP'nin stau gibi yüklü bir parçacık olduğu çözümlerin dışlanmasına neden olur.

YU çözümlerinin ele alındığı çalışmalarda, YU koşuluyla uyumlu olan çözümler, aşağıdaki tanımlanan parametre yardımıyla analiz edilmiştir:

$$R_{tb\tau} = \frac{\max(y_t, y_b, y_\tau)}{\min(y_t, y_b, y_\tau)} \,, \tag{29}$$

Burada Yukawa sabitlerinin M_{GUT} skalasındaki değerleri kullanılmıştır. YU koşulunun tam anlamıyla gerçekleştiği çözümlerde $y_t = y_b = y_\tau$ olacağından, yukarıda tanımlanan $R_{tb\tau}$ parametresinin YU çözümlerinde 1'e eşit olacağı görülebilir. Ancak, M_{GUT} skalasında gerçekleşen simetri kırılmasından dolayı bu etkileşim sabitleri bazı katkıalr alarak YU koşulundan az da olsa bir sapma gösterebilirler. Analizlerimizde bu tür katkıları da hesaba katmak için, YU koşulundan $\%10$ kadar bir sapmaya izin verilerek $R_{tb\tau} \leq 1.1$ koşulunu sağlayan çözümlerin YU koşulunu sağladığı kabul edilmiştir.

4. BULGULAR

Bu bölümde GMSB modellerde ortaya çıkan NH terimlerin Higgs bozonu ve SUSY parçacıklarının kütlelerine katkıları, müon $g-2$ sonuçlarına etkileri, karanlık madde fenomenolojisi ile ilgili dolaylı etkileri ele alınacaktır. Bahsedilen sonuçların bir kısmı yayınlanmış olup (Nis ve Un, 2026), bir kısmı da yazım aşamasında olup yakın zamanda basılmış olması beklenmektedir (Cici ve diğerleri., 2026b). Bahsedilecek olan karanlık madde analizleri de doktora tezi olarak hazırlanarak tamamlanmıştır (Niş, 2026).

Çalışmalarımız sırasında, 1. iş paketinde, belirtilen kodların hazırlanması ve ilk veri setinin üretiminin detayları Bölüm 3.3 içerisinde verilmiştir. Bu iş paketi kapsamında yapılan çalışmalarda, süperpotansiyel ve Lagrangian bilgisinin girildiği SARAH paketine, NH terimler de uygun etkileşimlerle eklenmiş, ilgili RGE ve döngü hesaplarında NH terimlerinin yer alması sağlanmıştır. Kodların hazırlanmasının ardından, 2. iş paketinde NH terimlerin olmadığı durumlar için üretilen veri setleri analiz edilerek, hem literatürdeki sonuçlarla hem de birbirleriyle karşılaştırmaları yapılarak doğrulaması yapılmıştır. Testlerin bitiminden ve hazırlanan kodların doğrulaması yapıldıktan sonra, yine bu iş paketi kapsamında holomorfik durumlar için büyük veri setleri üretilerek, ele alınacak konuların holomorfik modellerdeki son durumları elde edilmiş ve 3. iş paketinde ele alınan NH terimler ve katkılarından elde edilen sonuçlarla karşılaştırmak amacıyla kullanılmıştır. 4. iş paketi içerisinde NH katkıların hem teorik hem de sayısal olarak detaylı analizleri yapılmıştır. Teorik analizlerden elde edilen sonuçlar Bölüm 3.2 ile detaylı olarak anlatılmıştır.

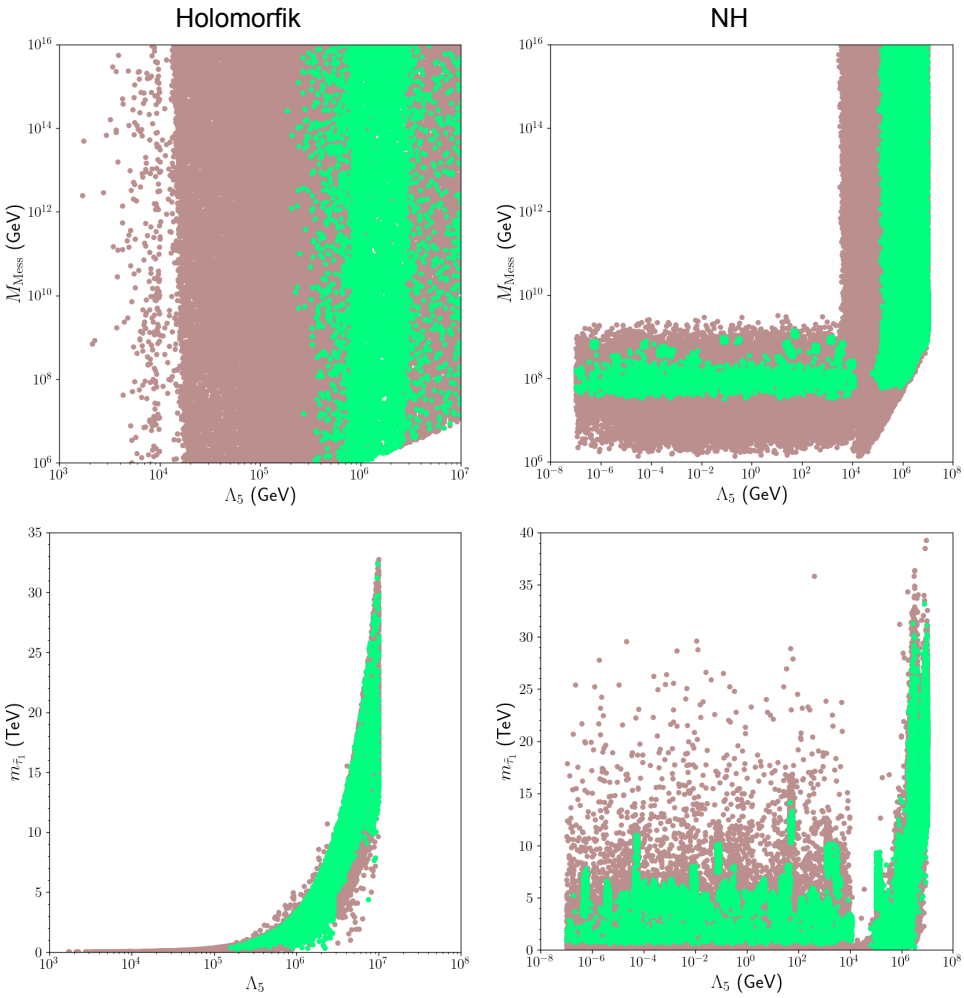
Sayısal analizlerden elde edilen sonuçlar ise bu bölümde aktarılacaktır.

4.1 Adjoint Mesajcılı GMSB Modellerde NH Katkılar

Bu bölümde detaylı olarak ele alınacak sonuçlar ağırlıklı olarak Niş (2026); Nis ve Un (2026) içerisinde ele alınmıştır. Bu çalışmada, teorik olarak elde edilen ve Bölüm 3.2 ile aktarılan sonuçların sayısal analizlerine dayanmaktadır. Bu çalışmada müon $g-2$ sonuçlarına SUSY katkılarının yüksek olduğu bilinen (Gogoladze ve Un, 2017) ADJ-GMSB modeller ele alınmıştır. Bu modellerin teorik yapısı 3.1.2'de, serbest parametreleri ve değer aralıkları da Denklem 15 ile ADJ-GMSB altında verilmiştir.

NH terimlerden gelen katkıları anlayabilmek için ilk olarak Şekil 3 ile temel parametrelerden Λ_5'in M_{Mess} (üst) ve stau kütlesine ($m_{\tilde{\tau}_1}$) göre izinli değer aralıkları gösterilmiştir. Tüm noktalar, elektrozayıf simetri kırılması ile uyumlu ve LSP'nin gravitino veya nötralino olması şartını sağlamaktadır. Solgun renkle gösterilen noktalar deneylerle dışlanmış olup, yeşil noktalar ise Denklem 28'te verilen tüm koşulları sağlayan çözümleri temsil etmektedir. Solda verilen sonuçlardan anlaşılacağı üzere, NH katkılarının hesaba katılmadığı holomorfik durumlarda, parametre uzayının büyük kısmında çözümler dışlanmaktadır. Deneylerle izinli olan bölgeler (yeşil) M_{Mess} parametresini önemli ölçüde sınırlamazken, Λ_5 parametresini ise $2\times10^5 \lesssim \Lambda_5 \lesssim 10^7$ GeV gibi dar bir aralığa sıkıştırmaktadır. Λ_5 parametresinin yaklaşık 10^4 GeV kadar küçük olması durumunda da çözümler elde edilmiş olsa da, bu çözümler deneysel sınırlandırmalarla uyumlu değildir. Holomorfik durumda, Λ_5 parametresinin bu denli sınırlanması büyük ölçüde stau kütlesinden gelmektedir. Deneysel sınırlandırmalarla uyumlu olabilmesi için 100 GeV'den daha ağır olması gereken stau kütlesinin alabileceği değerler, holomorfik durum için sol alt panelde gösterilmektedir. Daha önce bahsedildiği gibi, sağ elli stau parçacığının kütlesi sadece Λ_5 parametresiyle belirlenir ve Λ_5 parametresinin küçük değerleri stauların oldukça hafif olmasına neden olur. Burada elde edilen sonuçlara göre $m_{\tilde{\tau}_1} \gtrsim 100$ GeV koşulu ancak $\Lambda_5 \gtrsim 2\times10^5$ GeV olmasıyla sağlanabilir. Bu değerlerin altında kalan çözümler stauların hafif olmasından dolayı deneysel olarak dışlanmıştır. Daha da küçük değerlerde herhangi bir çözümün elde edilememesi, bu bölgelerde staunun takyonik kütleye sahip olması ve dolayısıyla fiziksel anlamı olan çözümlerin mümkün olmamasından kaynaklıdır.

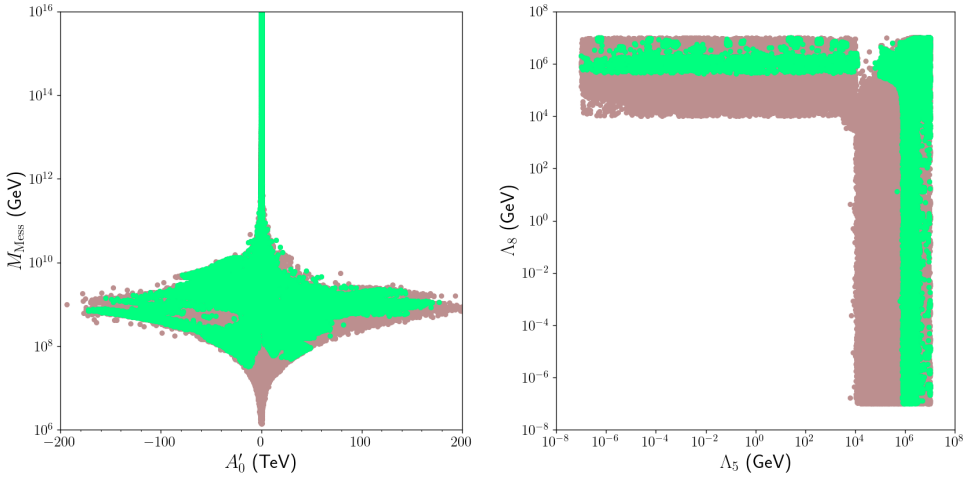
Aynı parametrelerin NH katkıların da eklendiği durumlarda ortaya çıkan izinli değer aralıkları yine Şekil 3 ile sağ taraftaki panellerde gösterilmektedir. Sol panellerdeki sonuçlarla doğrudan bir karşılaştırma dahi, NH katkıların etkilerini görebilmek için yeterlidir. Bu durumlarda, Λ_5 parametresinin 10^{-7} GeV değerlerine kadar inebildiği ve buna rağmen deneylerle tutarlı bir stau kütlesinin elde edilebildiği görülmektedir. Sağ üst panelde, Λ_5 parametresinin küçük değerlerinin M_{Mess} parametresinin de görece küçük olmasını gerektirdiği görülmektedir. Bunun nedeni, Denklem 12 ile verilen bağıntıya göre ortaya çıkan NH terimlerin stau kütlesini yeterince ağır yapacak kadar büyük olabilmesidir. Sağ altta gösterilen sonuçlar stau kütlesinin NH terimlerden aldığı katkıların beklenenden daha fazla olduğunu ortaya koymustur. Buna göre, Λ_5, 10^{-7} GeV mertebesindeyken dahi stauların 15 TeV'e kadar kütleleri olabileceği elde edilmiştir. Bu çözüm-



Şekil 3. NH terimleri dahil edilmediği (sol) ve NH katkıların dahil edildiği durumda (sağ), temel parametrelerden Λ_5'in $M_{\rm Mess}$ (üst) ve stau kütlesine ($m_{\tilde{\tau}_1}$) göre izinli değer aralıkları. Tüm noktalar, elektrozayıf simetri kırılması ile uyumlu ve LSP'nin gravitino veya nötralino olması şartını sağlamaktadır. Solgun renkle gösterilen noktalar deneylerle dışlanmış olup, yeşil noktalar ise Denklem 28'te verilen tüm koşulları sağlayan çözümleri temsil etmektedir.

ler için Λ_5'den gelen katkılar ihmal edilecek kadar küçük olduğundan, burada elde edilen ağır kütleler, büyük ölçüde NH terimlerden gelen katkılarla mümkün olmaktadır.

Temel parametre uzayının daha genel özellikleri ise Şekil 4'de sunulmaktadır. Burada, NH katkıların parametre uzayındaki etkisini anlamak için, $M_{\rm Mess} - A_0'$ (sol) ve $\Lambda_8 - \Lambda_5$ (sağ) grafikleri verilmiştir. Her iki grafikte de renk kodlaması Şekil 3 ile aynıdır. Şekil 4'ün sol panelinde, mesajcı ölçeği $M_{\rm Mess}$ ile NH üçlü skaler etkileşim parametresi A_0' arasındaki ilişki verilmiştir. Burada gözlemlenebilir NH etkilerin ortaya çıkması için mesajcı ölçeğinin üst bir sınırının ($M_{\rm Mess} \lesssim 10^{11}$ GeV) olması gerektiği görülmektedir. Bu sınırın altında, $|A_0'|$ yaklaşık 200 TeV'e kadar değerler alabilir. NH terimlerin $1/M_{\rm Mess}$ ile orantılı olduğu göz önüne alındığında, daha yüksek $M_{\rm Mess}$ değerlerinde NH terimler etkisiz hale gelmekte ve parametre uzayı holomorfik durumla aynı



Şekil 4. Modelin parametre uzayını gösteren $M_{\text{Mess}} - A_0'$ (sol) ve $\Lambda_8 - \Lambda_5$ (sağ) düzlemlerindeki dağılımlar. Renk kodlaması Şekil 3 ile aynıdır.

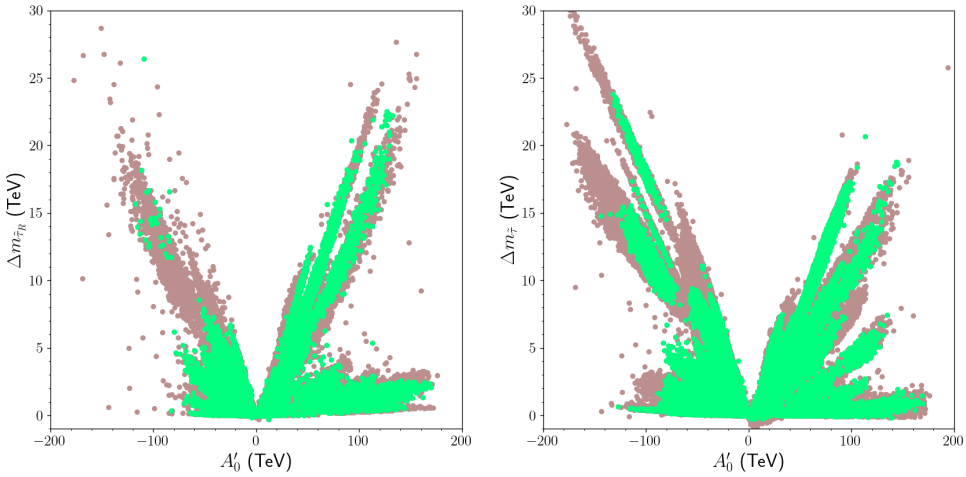
sonuçları vermeye başlamaktadır. Dolayısıyla, NH katkıların süpersimetrik spektrum üzerinde anlamlı değişimler oluşturabilmesi için görece düşük mesajcı ölçekleri tercih edilmelidir. Sağ panelde verilen $\Lambda_8 - \Lambda_5$ grafiği ise adjoint kırılma ölçekleri arasındaki ilişkiyi ortaya koymaktadır. Bu panelde görüldüğü üzere $\Lambda_5 \sim 10^{-7} - 10^3$ aralığındayken, büyük NH terimlerin elde edilmesi için Λ_8'in oldukça büyük değerler alması gerekir. Bu bölgede kütlesi neredeyse sıfır olan stau, NH katkılarla daha ağır bir kütleye sahip olur. Λ_5 çok küçükken Λ_8'in çok büyük olması, spektrumda sleptonlarla skuarkları büyük ölçüde birbirinden ayırarak, slepton kütlelerini deneylerle erişebilecek bir ölçekte olmasına izin verir. Bu sonuçlar, NH katkıların yalnızca belirli kütleleri düzeltmekle kalmayıp, deneysel öngörüleri güçlendiren kilit bir rol oynadığını ortaya koymaktadır.

4.1.1 Süpersimetrik Kütle Spektrumu

Bu bölümde, teorik detayları Bölüm 3.2.1 ile tartışılan, NH terimlerin süpersimetrik kütle spektrumu üzerindeki etkileri, holomorfik durum ile NH katkıların dahil edildiği durumun doğrudan karşılaştırması ele alınacaktır. Söz konusu parametre uzayında izin verilen bölgelerin süpersimetrik kütle spektrumuna nasıl yansıdığı detaylı olarak tartışılacaktır. Bu amaçla, aynı giriş parametreleri için iki ayrı hesaplama yapılmış ve birinde NH terimler dahil edilirken, diğerinde ise holomorfik durum için bu terimler gözönüne alınmamıştır. Holomorfik durumda takyonik duruma yol açmayan çözümler dikkate alındığı için, $\Lambda_5 \lesssim 10^3$ GeV bölgesi bu grafiklerde yer almamaktadır.

NH terimlerin süpersimetrik parçacık kütleleri üzerindeki doğrudan ve dolaylı etkilerini detaylı bir şekilde incelemek için, öncelikle NH katkıların stau sektöründe çeşni özdeğer durumları

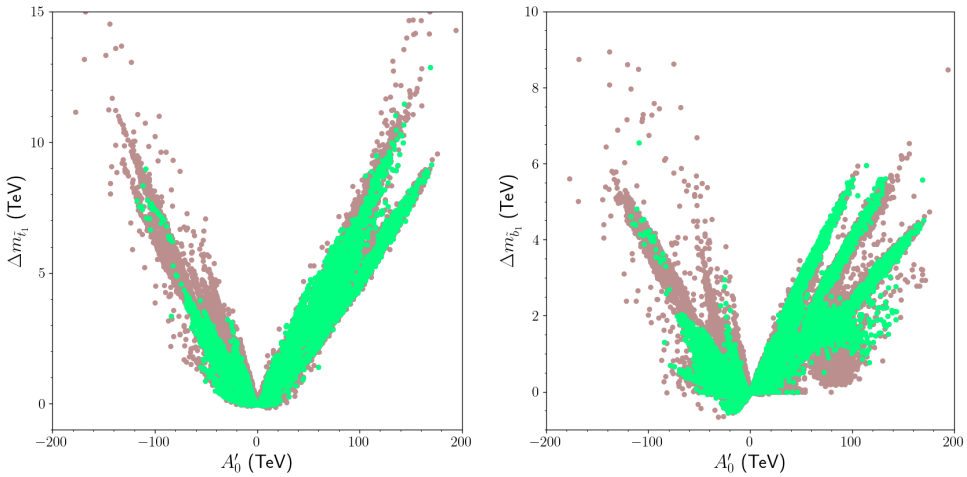
ile fiziksel (gözlenebilir) kütle özdurumları üzerindeki etkileri karşılaştırmalı olarak verilecek ve ardından da bu katkıların üçüncü aile skuarklara olan etkileri ele alınacaktır. Çeşni durumundaki NH katkıları sadece RGE'ler üzerinden gelirken, kütle özdurumlarındaki etkileri, Denklem 19 ile verilen stau karışımlarındaki NH katkılarını da içermektedir.



Şekil 5. NH kaynaklı kütle farkının sağ-elli stau çeşni özdurumu $\Delta m_{\tilde{\tau}_R} - A_0'$ (sol) ve stau kütle özdurumu $\Delta m_{\tilde{\tau}_1} - A_0'$ (sağ) düzlemindeki dağılımı. $\Delta m_{\tilde{\tau}} = m_{\tilde{\tau}}^{\mathsf{NH}} - m_{\tilde{\tau}}^{\mathsf{H}}$ olarak tanımlanmıştır. Renk kodlaması, Şekil 3'deki ile aynıdır.

Şekil 5'te stau çeşni özdurumları ile kütle özdurumlarının aldığı NH katkılar gösterilmiştir. Sol panelde verilen $\Delta m_{\tilde{\tau}_R} - A_0'$ grafiği, NH terimlerinin sağ-elli stau çeşni durumu üzerindeki doğrudan ve pozitif etkisini açıkça ortaya koymaktadır. Burada her iki grafikte de $\Delta m_{\tilde{\tau}} = m_{\tilde{\tau}}^{\mathsf{NH}} - m_{\tilde{\tau}}^{\mathsf{H}}$ olarak tanımlanmış ve renk kodlamaları Şekil 3'deki ile aynıdır. Bu grafikte, $|A_0'|$ parametresinin değeri arttıkça NH katkıların da belirgin şekilde arttığı ve $\Delta m_{\tilde{\tau}_R}$ değerinin geniş bir A_0' aralığında pozitif kaldığı görülmektedir. Özellikle $|A_0'| \gtrsim 100$ TeV bölgesinde, stau kütlesindeki NH katkılarından kaynaklı fark yaklaşık 25 TeV'e kadar çıkabilmektedir. Bu durum, NH terimlerin RGE'ler aracılığıyla stau kütle karesine doğrudan eklenen pozitif terimler sağlayarak, küçük Λ_5 bölgelerinde bile stau'nun takyonik hale gelmesini engellediğini ve fiziksel bir kütleye sahip olmasını sağladığını göstermektedir. Böylece NH terimler, çeşni seviyesinde kütlelere RGE aracılığıyla ek katkılar sağlayarak, holomorfik senaryoda problemli olan bölgeleri stabilize etmektedir. Sağ panelde ise, aynı NH katkıların stau kütle özdurumu ($m_{\tilde{\tau}}$) üzerindeki etkisi verilmiştir. Bu iki grafik karşılaştırıldığında, çeşni durumunda elde edilen katkılar ile kütle özdurumuna yansıyan katkıların birebir aynı olmak zorunda olmadığı görülmektedir. Bunun temel nedeni, çeşni seviyesindeki kütlelerin RGE aracılığıyla katkı almasına karşın, gözlenebilir kütle özdurumlarının sadece RGE katkılarından değil aynı zamanda sol-sağ stau karışımlarının NH terimlerle değişmesinden de etkilenmesidir. Karışım etkileri, özellikle büyük $\tan\beta$ ve A_0' değerlerinde belirgin hale gelmektedir. Özellikle, şekilde de görüldüğü gibi A_0' parametresinin büyük negatif değerleri, stau karışımını önemli ölçüde değiştirerek, RGE'lerden gelen pozitif kütle katkısını azaltıcı bir rol oynayabilir. Bu karşılaştırma, NH terimlerinin süpersimetrik kütle spektrumu üzerindeki

etkilerinin yalnızca RGE parametreleriyle değil, aynı zamanda süpersimetrik parçacıkların karışımlarını da etkilediğini göstermektedir.



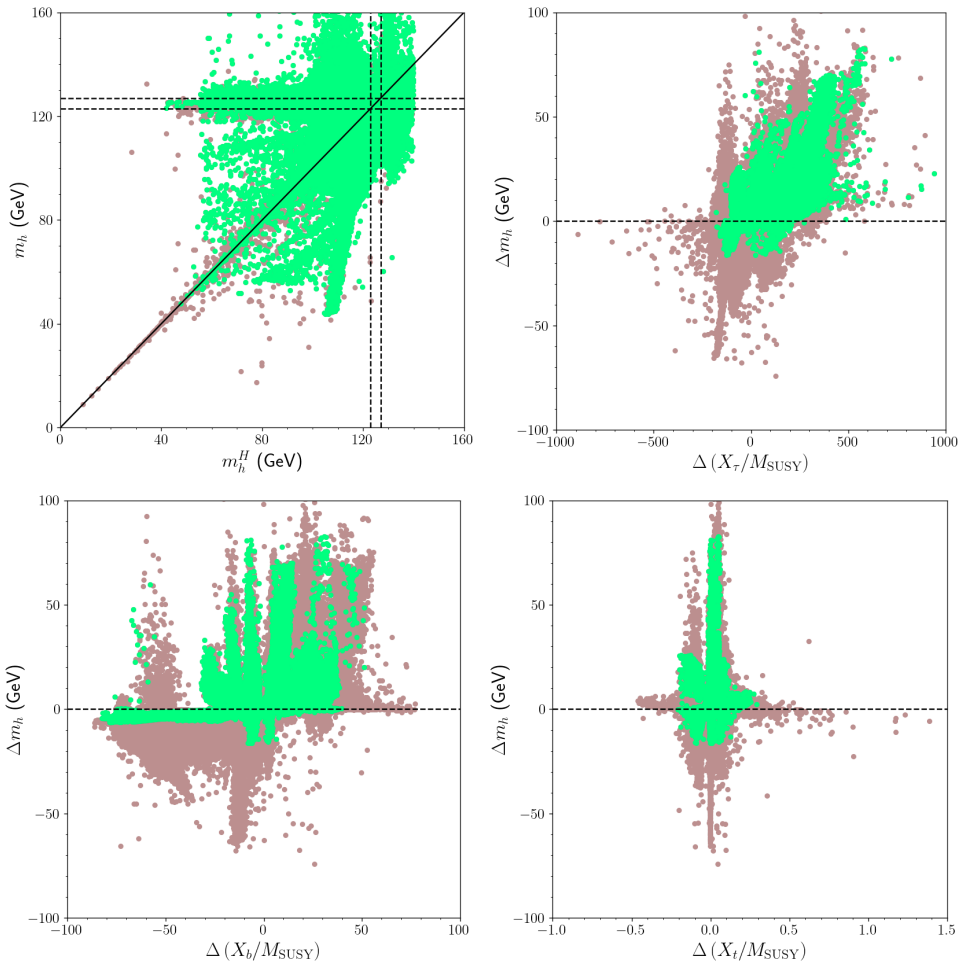
Şekil 6. NH katkılarının stop ve sbottom kütle özdurumları üzerindeki etkisinin $A0'$ parametresi ile ilişkisi sırasıyla, $\Delta m_{\tilde{t}_1} - A'_0$ (sol) ve $\Delta m_{\tilde{b}_1} - A'_0$ (sağ). $\Delta m_{\tilde{q}} = m_{\tilde{q}}^{\mathsf{NH}} - m_{\tilde{q}}^{\mathsf{H}}$ olarak tanımlanmıştır. Renk kodlaması, Şekil 3'deki ile aynıdır.

Benzer etkiler güçlü etkileşen stop ve sbottom kütle özdurumları için de elde edilebilir. Şekil 6 ile bu etkiler sırasıyla $\Delta m_{\tilde{t}_1} - A'_0$ (sol) ve $\Delta m_{\tilde{b}_1} - A'_0$ (sağ) panellerinde gösterilmiştir. Renk kodlaması, Şekil 3'deki ile aynıdır. $\Delta m_{\tilde{t}_1} - A'_0$ panelinde, NH terimlerinin stop sektörü üzerinde $13 - 15$ TeV'e kadar bir etkide bulunduğunu gösterilmiştir. Stop sektöründeki NH karışım parametreleri tan β ile bastırıldığı için, bu büyük farkın ana kaynağı, NH terimlerin RGE'ler aracılığıyla stop kütlelerine doğrudan yaptığı katkılardır. $\Delta m_{\tilde{b}_1} - A'_0$ panelinde gösterilen sonuçlar ise, NH katkılarının sbottom kütlesi üzerindeki etkisinin, stau ve stop sektörlerine kıyasla daha sınırlı kaldığını göstermektedir. Sbottom kütlesindeki maksimum farkın yaklaşık 6-7 TeV'e kadar çıkabildiği görülmektedir. Bu görece küçük etki, deneysel analizlerden gelen ağır skaler kuark ve gluino kütle sınırları nedeniyle Λ_8 parametresinin genellikle büyük değerler almasıyla açıklanabilir. Büyük Λ_8 değerleri, sbottom kütlelerini holomorfik durumda zaten ağırlaştırdığı için, NH terimlerin RGE katkılarının bu ağır seviyelerde etkisini azaltmaktadır.

4.1.2 Higgs Bozon Kütlesi ve NH Katkılar

SM-benzeri Higgs bozonu kütlesi, süpersimetrik modellerdeki en hassas ölçülen ve hesaplanan parametrelerden biridir ve özellikle üçüncü nesil sfermiyonların kütleleri ve karışımları ile güçlü bir şekilde ilişkilidir. Dolayısıyla NH terimlerin bu sektörler üzerindeki değişimleri, Higgs bozonu kütlesi üzerinde de önemli değişikliklere yol açmaktadır. SM-benzeri Higgs bozonuna ilişkin sonuçları, Şekil 7'de, holomorfik durumla karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Renk kodlaması, Şekil 3'deki ile aynıdır. Higgs bozonu kütlesine ilişkin deneysel sınır $m_h - m_h^H$ grafiğinde

uygulanmamıştır, bunun yerine bu sınırlar bu düzlemdeki yatay ve dikey kesikli çizgilerle temsil edilmektedir.



Şekil 7. NH katkıların Higgs bozonu kütlesi üzerindeki etkileri. NH durumunda ve holomorfik durumda hesaplanan Higgs kütlelerinin karşılaştırması ($m_h - m_h^H$) (sol üst). Higgs kütlesindeki değişimin (Δm_h) stau karışım parametresindeki değişimle ($\Delta(X_\tau/M_{\rm SUSY})$) ilişkisi (sağ üst). Aynı değişimin stop karışım parametresindeki değişimle ($\Delta(X_t/M_{\rm SUSY})$) ilişkisi (sol alt). Sbottoma ait karışım parametresindeki değişimle ($\Delta(X_b/M_{\rm SUSY})$) ilişkisi (sağ alt). Yatay ve dikey kesikli çizgiler deneysel sınırları, diyagonal çizgi ise ihmal edilebilir NH katkıları göstermektedir. Renk kodlaması, Şekil 3'deki ile aynıdır.

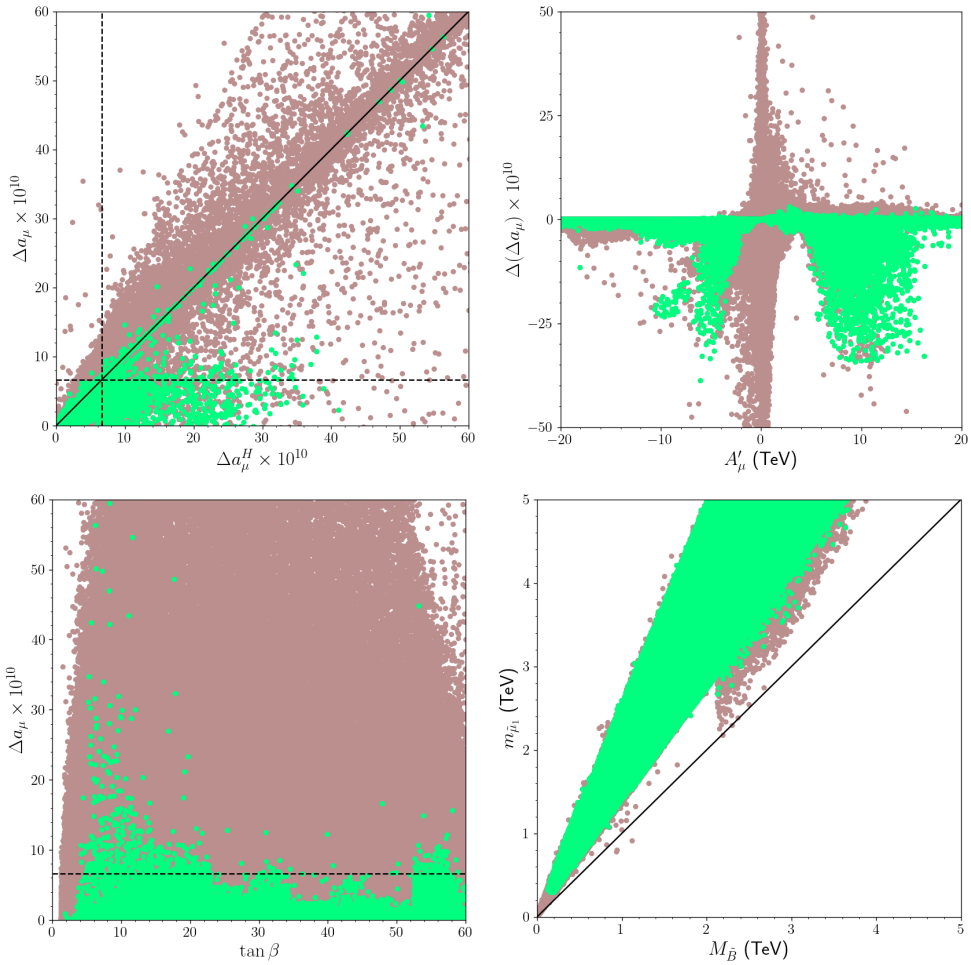
Şekil 7'ın sol üst paneli ($m_h - m_h^H$), NH katkıların varlığı ve yokluğunda hesaplanan SM-benzeri Higgs bozonu kütlelerini doğrudan karşılaştırmaktadır. Bu grafikte, yatay ve dikey iki kesikli çizgiler arasında kalan bölgeler deneysel koşulları sağlamaktadır. Bu panelde elde edilen sonuçlar, pozitif ve negatif NH katkılar ile Higgs kütlesi holomorfik duruma kıyasla yaklaşık 80 GeV'e kadar değişebilmektedir. Özellikle büyük pozitif NH katkılar sayesinde, deneysel olarak kabul edilemez derecede hafif olan Higgs kütlelerini deneysel olarak tutarlı ölçeklere taşınabildiği görülmektedir. Öte yandan, NH terimlerin Higgs bozonu kütlesine 20 GeV'e kadar

negatif katkıların da gelebileceği görülmektedir. Şekil 7'deki diğer grafikler, Higgs kütlesindeki değişimin kaynağını daha detaylı olarak ortaya koymaktadır. Sağ üstteki $\Delta m_h - \Delta(X_\tau/M_{\text{SUSY}})$ paneli, büyük pozitif NH katkıların temel olarak X_τ/M_{SUSY} oranındaki artıştan kaynaklandığını ve bu oranın büyük değerlerinin Higgs bozonu kütlesinde yaklaşık 80 GeV'e kadar artışlara yol açabildiğini göstermektedir. Öte yandan, bu orana yapılan NH katkıların küçük veya negatif olduğu bölgelerde, holomorfik duruma kıyasla Higgs bozonu kütlesi hafiflemektedir. Deneysel olarak uyumlu bölgede, Higgs bozonuna gelen en büyük negatif katkı yaklaşık 20 GeV ile sınırlı kalmaktadır. Benzer şekilde, alttaki grafiklerde stau karışımına kıyasla küçük olmakla birlikte, sbottom ve stop karışımları da Higgs kütlesine katkıda bulunmaktadır.

4.1.3 NH Terimler ve Müon g − 2

Bu bölümde NH terimlerinden gelen katkıların müon $g-2$ sonuçlarını nasıl etkilediği tartışılacaktır. Teorik hesaplamaları ve NH katkılarının müon $g-2$ sonuçlarına yapabileceği negatif ve pozitif katkılar daha önce Bölüm 3.2.3 ile tartışılmıştı. Ancak sayısal analizler bu katkıların sadece müon $g-2$ ile ilgili olanlarının ele almasıyla tam olarak anlaşılamayacağını göstermiştir. Şekil 8 müon $g-2$ için elde edilen sonuçları $\Delta a_\mu - \Delta a_\mu^H$, $\Delta(\Delta a_\mu) - A'_\mu$, $\Delta a_\mu - \tan\beta$ ve $m_{\tilde{\mu}_1} - M_{\tilde{B}}$ panellerinde göstermektedir. Renk kodlaması Şekil 3 ile aynıdır. Yatay ve dikey kesikli çizgiler, WP25 raporundaki güncel üst sınır olan $\Delta a_\mu \leq 6.6 \times 10^{-10}$ değerine karşılık gelmektedir (Aliberti ve diğerleri., 2025). $\Delta a_\mu - \Delta a_\mu^H$ grafiğindeki diyagonal çizgi, NH katkıların ihmal edilebildiği ($\Delta a_\mu = \Delta a_\mu^H$) durumu ve $m_{\tilde{\mu}1} - M_{\tilde{B}}$ grafiğindeki diyagonal çizgi ise $m_{\tilde{\mu}_1} = M_{\tilde{B}}$ kütle dejenarasyonunu göstermektedir.

$\Delta a_\mu - \Delta a_\mu^H$ panelinde gösterilen sonuçlar; NH katkıları olmadan çok yüksek olabilecek SUSY katkılarının ($\Delta a_\mu^H \gtrsim 40 \times 10^{-10}$), NH katkılarının eklenmesiyle oldukça azaldığını ve hatta analizlerimizde müon $g-2$ için uyguladığımız üst sınırın dahi (yatay kesikli çizgi) altına inebildiğini göstermiştir. Sonuçlar NH katkılarıyla birlikte SUSY katkılarının genel olarak negatif olacağını göstermektedir. Ancak $\Delta(\Delta a_\mu) - A'_\mu$ panelinde gösterilen sonuçlar, A'_μ teriminin pozitif olduğu durumda da müon $g-2$ katkılarının negatif ya da sıfır olduğu ve NH katkıların genel olarak müon $g-2$ sonuçlarını azaltıcı yönde etki edeceği gözlenmiştir. Bu negatif etkilerin A'_μ teriminin hem negatif hem de pozitif değerler aldığı durumlarda, büyüklüğü ile orantılı olarak arttığı ve -30×10^{-10} değerlerine kadar artan bir azalmanın elde edilebileceği $\Delta(\Delta a_\mu) - A'_\mu$ panelindeki sonuçlardan görülmektedir. Daha önce Bölüm 3.2.3 ile tartışıldığı gibi, A'_μ teriminin negatif olduğu durumlarda SUSY katkılarının negatif olabileceği ve müon $g-2$ için elde edilen değerleri azaltacağı belirtilmişti. Ancak pozitif A'_μ değerlerinde de gözlenen azalış, sadece müon $g-2$ sonuçlarına gelen NH katkılarıyla anlaşılamaz. Daha önce stau için Şekil 5 ile gösterilen sonuçlar benzer olarak sağ-elli ve sol-elli smüonlar için de geçerlidir. A'_μ terimi pozitif değerler aldığında, müon $g-2$ sonuçlarına doğrudan katkısı pozitif olsa dahi, bu durumda özellikle sağ-elli ve sol-elli smüon kütlelerini önemli ölçüde arttırdığından ve müon $g-2$ sonuçlarına gelen genel SUSY katkılarının bu kütlelerle ters orantılı değişmesi, bu pozitif katkıların çoğu zaman ihmal edilecek kadar az olmasına ya da negatife dönmesine neden olmaktadır.



Şekil 8. $\Delta a_\mu - \Delta a_\mu^H$, $\Delta(\Delta a_\mu) - A'_\mu$, $\Delta a_\mu - \tan\beta$ ve $m_{\tilde{\mu}_1} - M_{\tilde{B}}$ grafiklerinde NH katkılarla birlikte müon $g-2$'nin sonuçları. Renk kodlaması Şekil 3 ile aynıdır. Yatay ve dikey kesikli çizgiler, WP25 raporundaki güncel üst sınır olan $\Delta a_\mu \leq 6.6 \times 10^{-10}$ değerine karşılık gelmektedir (Aliberti ve diğerleri., 2025). $\Delta a_\mu - \Delta a_\mu^H$ grafiğindeki diyagonal çizgi, NH katkıların ihmal edilebildiği ($\Delta a_\mu = \Delta a_\mu^H$) durumu ve $m_{\tilde{\mu}1} - M_{\tilde{B}}$ grafiğindeki diyagonal çizgi ise $m_{\tilde{\mu}_1} = M_{\tilde{B}}$ kütle dejenarasyonunu göstermektedir.

2025 yılı deneysel sonuçlarına göre dezavantaj olarak değerlendirilebilecek bu durum, 2026 yılının sonuçlarından sonra büyük müon $g-2$ katkılarını problemli hale getirdiğinden, NH terimlerinden elde edilen bu azaltıcı katkıları, ele alınan ADJ-GMSB modelleri için önemli ve vazgeçilmez bir noktaya taşımıştır. NH katkılar olmadan da, 2026 yılı deneysel sonuçlarının sağlanması mümkün olsa da, bu koşulları sağlayan çözümlerin büyük ölçüde düşük tan β ve/veya oldukça ağır smüon ve Bino kütlelerine ihtiyaç duyacağı görülebilir. Bu durum ADJ-GMSB modellerin deneysel olarak test edilebilirliğini azaltıcı hatta sıfırlayıcı bir etkiye sahip olacaktır. Ancak Şekil 8'de alt panellerde gösterildiği gibi, müon $g-2$ sonuçları yüksek tan β değerlerinde ve hafif smüon ile Bino çözümlerinde de sağlanabilmektedir.

Çizelge 1. Bulgularımızı örnekleyen çözümler. Bu çözümler, analizlerimizde kullanılan deneysel kısıtlamalarla tutarlı olacak şekilde seçilmiştir. Δa_μ ve $\tan\beta$ hariç tüm parametreler, GeV biriminde ifade edilmiştir. Kırmızı renk, tartışmalarımızda öne çıkan parametreleri vurgularken, mavi renk NH katkıların ihmal edilebilir düzeyde olduğu durumlardır.

	Çözüm 1	Çözüm 2	Çözüm 3	Çözüm 4	Çözüm 5
Λ_5	4.75×10^5	2.13×10^6	2.03×10^6	7.44×10^6	1.59×10^5
Λ_3	8.05×10^5	4.89×10^5	2.83×10^4	4.87×10^3	2.57×10^5
Λ_8	1.31×10^6	2.45×10^6	5.39×10^6	1.45×10^4	6.86×10^5
M_{Mess}	2.73×10^8	6.68×10^9	1.66×10^9	7.02×10^8	8.17×10^7
$\tan\beta$	55.6	51.4	47.0	59.9	14.1
A_0', μ'	2.47×10^4	3.85×10^3	-3.34×10^4	7.93×10^4	1.49×10^4
A_τ'	1.65×10^4	2.27×10^3	-2.19×10^4	7.45×10^4	1.05×10^4
A_b'	1.18×10^4	1.44×10^3	-1.57×10^4	7.45×10^4	7.68×10^3
A_t'	1.49×10^4	1.88×10^3	-1.90×10^4	7.45×10^4	1.04×10^4
$m_{\tilde{\tau}_1}$, $\Delta m_{\tilde{\tau}_1}$	**5994** , **5931**	**3590** , **−274.8**	10131 , 6446	23869 , 13880	1027 , 772.3
$m_{\tilde{b}_1}$, $\Delta m_{\tilde{b}_1}$	22152 , 1192	41871 , **20.5**	78885 , 905.3	53906 , 4566	11917 , 448.4
$m_{\tilde{t}_1}$, $\Delta m_{\tilde{t}_1}$	22088 , 1915	40082 , **−23.2**	77200 , 1561	54284 , 5620	12101 , 1241
M_{SUSY}, ΔM_{SUSY}	22331 , 2229	40968 , 971.9	78038 , 3016	56526 , 5640	12135 , 1284
m_h, Δm_h	124.6 , 17.0	123.5 , −2.0	**125.6** , **52.8**	**125.6** , **−3.7**	124.1 , −5.4
$\Delta a_\mu \times 10^{10}$, $\Delta(\Delta a_\mu) \times 10^{10}$	1.2 , −0.1	0.2 , 0.0	0.3 , −0.2	0.0 , 0.0	**3.0** , **−22.1**

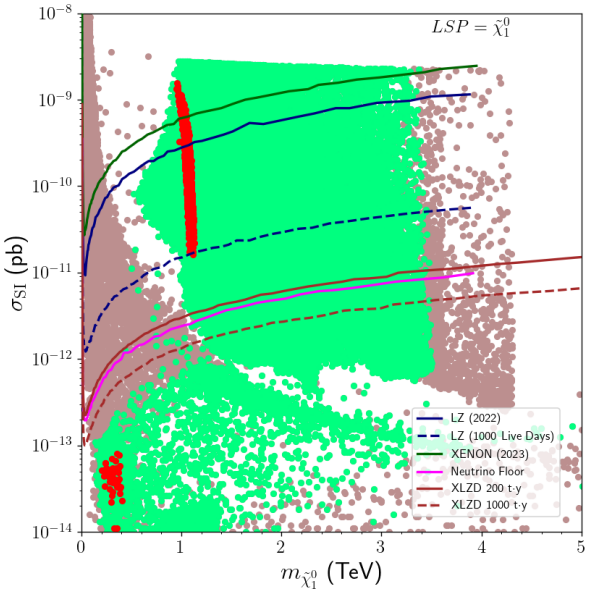
Buraya kadar elde ettiğimiz sonuçlar, Çizelge 1'te listelenen çözümlerle örneklendirmiştir. Seçilen tüm çözümler, analizlerimizde kullanılan deneysel kısıtlamalarla uyumlu olma şartı aranarak seçilmiştir ve Δa_μ hariç tüm parametreler GeV birimindedir. Kırmızı renk, tartışmalarımızda öne çıkan parametreleri vurgularken, mavi renk NH katkıların ihmal edilebilir düzeyde olduğu durumları göstermektedir. Çözüm 1, NH katkılar olmadan spektrumda deneysel olarak uyumsuz hafif stau kütleleri (~ 60 GeV) barındıran çözümleri temsil etmektedir. NH terimlerin yaklaşık 10^4 GeV mertebesinde bir katkı sunmasıyla stau kütlesi yaklaşık 6 TeV'e yükselirken, sbottom ve stop kütleleri ise yaklaşık $1-2$ TeV'lik katkılar almaktadır. Bu durum, SM-benzeri Higgs bozonu kütlesini de yaklaşık 17 GeV arttırarak, deneysel sınırlarla uyumlu hale getirmektedir. Çözüm 2 ise stau kütlesine yaklaşık 275 GeV azaltarak analizlerimizde gözlemlenen en büyük negatif NH katkıyı göstermektedir. Bu durumlarda, Çözüm 1'e kıyasla M_{Mess} daha büyüktür ve dolayısıyla küçük NH terimler ortaya çıkar. Ayrıca bu noktada, sbottom ve stop kütlelerine gelen katkılar yaklaşık 20 GeV olup ihmal edilebilir düzeyde kalırken, M_{SUSY} ise yaklaşık 1 TeV kadar değişir ki bu da M_{SUSY} için ihmal edilebilir bir katkıdır. Bu çözümlerdeki stau ve stop kütlesine gelen negatif katkılar, SM-benzeri Higgs kütlesini yaklaşık 2 GeV kadar azalmaktadır.

Çözüm 3 ve Çözüm 4, Higgs bozonu kütlesinin deneysel değeriyle (~ 125.6 GeV) örtüştüğü çözümleri temsil etmektedir. Çözüm 3'te, SM-benzeri Higgs bozonunun kütlesi büyük ve pozitif NH katkılarla yaklaşık 70 GeV'den 125.6 GeV'ye çıkarken, Çözüm 4'te, negatif NH katkılar alarak daha ağır bir durumdan deneysel olarak ölçülen kütle değerlerine ulaşır. Ağır süpersimetrik spektrum nedeniyle bu noktalarda müon $g-2$ katkıları ihmal edilebilir düzeydedir. Çözüm 5 ise, holomorfik durumda büyük bir Δa_μ değeri öngören, ancak NH katkıların negatif etkisiyle toplam katkının mevcut deneysel sınırlarla uyumlu hale geldiği durumları göstermektedir. Bu noktada holomorfik katkı yaklaşık 25.1×10^{-10} iken, NH terimlerin getirdiği -22.1×10^{-10}'luk azalma ile Δa_μ 3.0×10^{-10} değerine düşmektedir. Bu çözümler, deneysel olarak dışlanan durumların NH katkılarla izinli hale gelebildiğini göstermektedir.

Proje konuları arasında bulunmasa da analizlerimizde karanlık madde öngörüleri de dahil edilmiştir. Karanlık madde öngörülerine NH terimlerin doğrudan bir katkı sunması beklenmemiş ve analizlerden elde edilen sonuçlar da doğrudan bir etkinin olmadığı yönünde olmuştur. GMSB modellerde genel olarak LSP'nin gravitino olduğu literatürde gösterilmiştir. Gravitino günümüz enerji seviyelerinde son derece zayıf olan ve fenomenolojik olarak parçacıklar üzerinde bir etkisi olmayacağı düşünülen kütleçekim ile etkileşir. Bu nedenle, gravitinonun kütlesi SUSY'nin kırıldığı yüksek enerji seviyesinde oluştuktan sonra, gerek SUSY parçacıklarından gerekse onların holomorfik ve NH etkileşimlerinden etkilenmez. Gravitinonun karanlık madde adayı olduğu durumlar için yürütülen deneysel ve fenomenolojik analizler de büyük ölçüde onun kütlesine (Ananyev ve diğerleri., 2023; Dai ve diğerleri., 2024) ve evrenin erken dönemlerine yöneliktir (Angel ve diğerleri., 2025; Kawasaki ve diğerleri., 2005).

Ancak proje süresince yürüttüğümüz çalışmalar, doğrudan olmasa da NH terimlerin karanlık madde öngörülerini dolaylı olarak değiştirebileceğini göstermiştir. SUSY kütle spektrumunu önemli ölçüde değiştiren NH terimler, gravitino kütlesine etki etmese de, MSSM nötralinolarından birinin gravitinodan daha hafif olabileceği çözümlerin de mümkün olduğunu göstermiştir. Nötralino gravitinoya göre çok daha farklı etkileşimlere girdiğinden, karanlık madde yoğunluğu ve bazı önemli deneylerden elde edilen sonuçlarla test edilebilir çözümler sunar. Bunlardan en önemlisi, karanlık maddenin atomlardan saçılmasını yakalamaya çalışan yer altı deneyleridir. Bu deneylere ait güncel dışarlama eğrileri ve nötralino LSP için elde ettiğimiz spin-bağımsız saçılma tesir kesitleri Şekil 9 ile gösterilmiştir. Renk kodlaması, Şekil 3 ile aynıdır. Ek olarak, kırmızı noktalar DM kalıntı yoğunluğu ile uyumlu çözümleri vermektedir. Panelde verilen eğriler, listede belirtildiği gibi farklı deneylerden elde edilmiş dışarlama eğrilerini göstermektedir (Aalbers ve diğerleri., 2023, 2025a,b; Aprile ve diğerleri., 2023; Billard ve diğerleri., 2014).

Buna göre, nötralino LSP çözümleri, karanlık maddenin yüksek tesir kesitli ($\gtrsim 10^{-10}$ pb) saçılmalara girebileceğini ve bu çözümlerin Lux-Zeplin (LZ) deneyinden elde edilmiş deneysel sonuçlar tarafından dışlanabileceğini, ancak $10^{-11} - 10^{-10}$ pb tesir kesitiyle saçılan çözümlerin de yakın zamanda bu deneyler tarafından test edilebileceğini göstermektedir. Ayrıca, tesir kesitinin çok küçük olduğu ($\lesssim 10^{-13}$ pb) çözümler de elde edilmiştir. Güncel deneylerle test edilemeyecek kadar düşük saçılma tesir kesitlerine sahip olsalar da, bu çözümlerin de gelecekte test edilebileceği düşünülebilir. Bu sonuçlar, NH terimlerin dolaylı da olsa, ADJ-GMSB modelle-



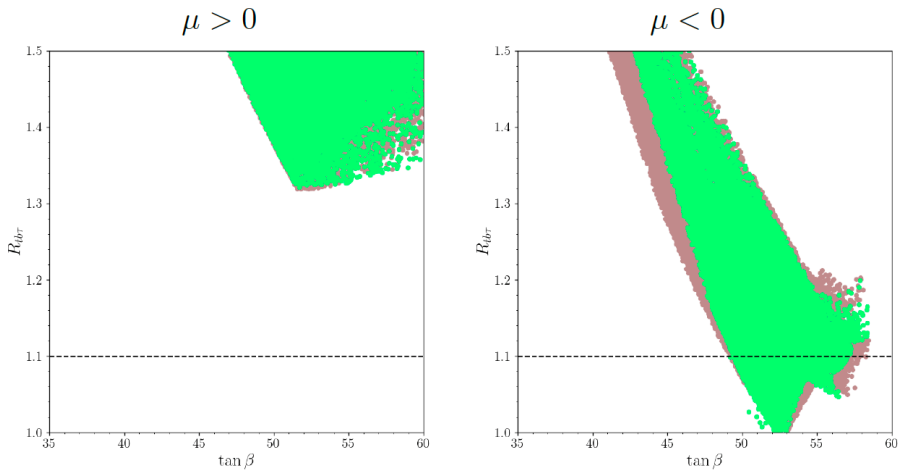
Şekil 9. ADJ-GMSB modelinde karanlık madde sonuçları nötralino LSP için spin-bağımsız saçılma kesiti için österilmektedir. Renk kodlaması, Şekil 3 ile aynıdır. Ek olarak, kırmızı noktalar DM kalıntı yoğunluğu ile uyumlu çözümleri vermektedir.

rin test edilebileceği deneylerin çeşitliliklerinin ve sayılarının artmasını sağladığını ve modelleri deneysel açıdan daha ilginç hale getirdiğini göstermektedir.

4.2 NH terimler ve Yukawa Birleşimi

Bu bölümde, Bölüm 3.1.1 ile anlatılan minimal GMSB modeller üzerinde yapılan analizler ve YU çözümlerinin mümkün olup olmadığı, mümkün olduğu durumda da deneysel olarak test edilebilecek öngörüleri ele alınacaktır. Tartışılan sonuçlar henüz tamamlanmış analizler ile elde edilmiş olup, yazım aşamasındadır (Cici ve diğerleri., 2026b). Bu model üzerinde YU konusunda daha önce yapılmış çalışmalarda (Gogoladze ve diğerleri., 2015a), minimal GMSB modellerde $\mu > 0$ durumunda YU çözümlerinin mümkün olmadığı, ancak $\mu < 0$ durumları için elde edilebileceği gösterilmiştir. Kendi çalışmamızda, öncelikle mGMSB modellerde NH terimlerinin ele alınmadığı durumlarla ilgili analizler yaparak, hem 1. iş paketi kapsamında hazırlanan kodlar testt edilmiş, hem de minimal GMSB modeller için YU çözümlerinin mümkün olmadığı, mümkün olduğu durumlarda da deneysel olarak test edilebilir öngörüleri güncellenmiştir.

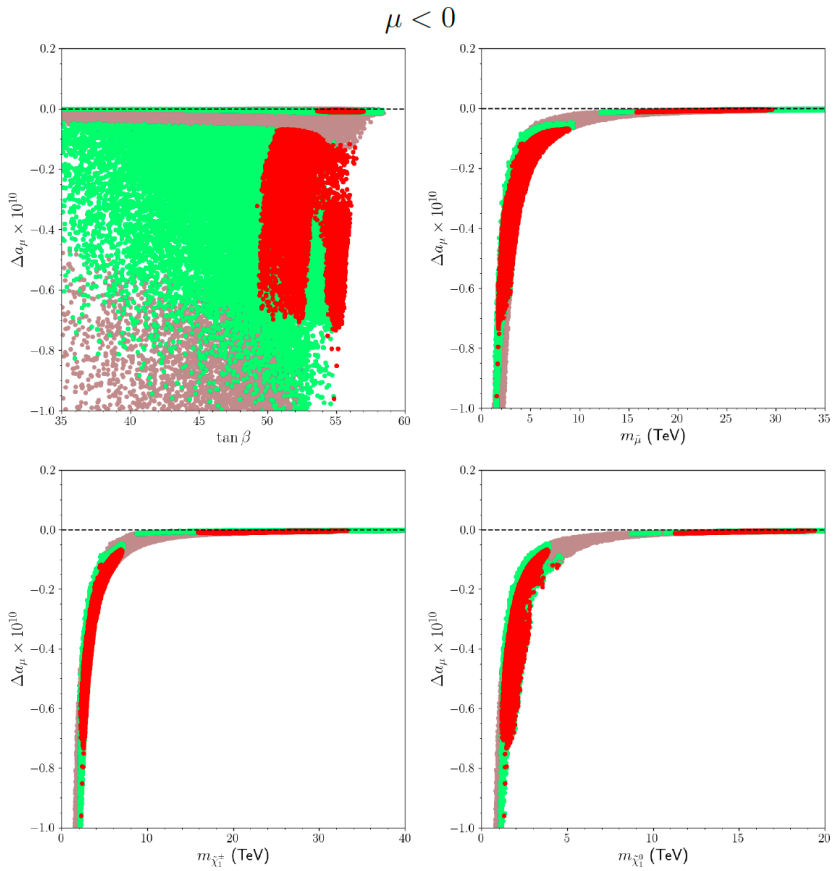
Şekil 10 ile NH terimlerin ve onlardan gelen katkıların hesaba katılmadığı minimal GMSB modellerde $\mu > 0$ (sol) ve $\mu < 0$ (sağ) durumlarda YU çözğmlerinin mümkün olup olmadığı $R_{tb\tau}$ parametresi üzerinden gösterilmektedir. Soldaki panelden görüleceği üzere $\mu > 0$ olan durumlarda $R_{tb\tau}$ parametresinin alabileceği en küçük değerin 1.3 civarında olduğu görülmüştür. Daha



Şekil 10. NH terimlerinin olmadığı minimal GMSB modellerde $\mu > 0$ (sol) ve $\mu < 0$ (sağ) durumlarda YU çözümleri. Renk kodlaması Renk kodlaması, Şekil 3 ile aynıdır. Ancak bu analizlerde müon $g-2$ ölçümlerinden gelen sınırlama uygulanmamıştır. Yatay kesikli doğru $R_{tb\tau} = 1.1$ olan bölgeyi göstermektedirç YU çözümleri bu doğrunun altında kalan bölgede görülmektedir.

önce tartışıldığı gibi bu modellerde Yukawa etkileşim sabitlerine gelen eşik katkıları genelde pozitif olmakta ve YU çözümleri elde etmek mümkün olmamaktadır. Öte yandan, sağ panelde gösterilen sonuçlar, $\mu < 0$ durumlarında YU çözümlerinin mümkün olduğunu, ancak çözümleri parametre uzayının çok dar bir bölgesine sıkıştırdığı görülmektedir. Elde edilen bu sonuçlar, literatürde daha önce elde edilmiş sonuçlarla da tutarlıdır (Gogoladze ve diğerleri., 2015a).

Görüldüğü üzere, $\mu < 0$ durumunda NH terimleri olmadan da YU çözümleri elde etmek mümkündür. Ancak bu çözümler parametre uzayının çok küçük bir bölgesinde mümkün olduğu için, minimal GMSB modellerde YU çözümlerinin deneylerle test edilebilecek önerile çok zengin değildir. Ayrıca Bölüm 3.2.4'te belirtildiği üzere, $\mu < 0$ durumlarında elde edilen çözümler müon $g-2$ sonuçlarına negatif katkılarda bulunduğundan problemlidir. Şekil 11 ile analizlerimizde müon $g-2$ için elde edilen sonuçlar gösterilmektedir. Renk kodlaması Renk kodlaması, Şekil 3 ile aynıdır. Ancak bu analizlerde müon $g-2$ ölçümlerinden gelen sınırlama uygulanmamıştır. Ek olarak, kırmızı noktalar yeşil noktaların bir alt kümesi olup, YU çözümlerini göstermektedir. Elde edilen sonuçlardan da anlaşıldığı üzere müon $g-2$ sonuçları büyük ölçüde negatif değerler almaktadır ve 2026 yılının son deneysel ve teorik sonuçlarına göre kabul edilemez. Bu çözümlerde $\Delta a_\mu \simeq 0$ olan kırmızı çözümlerin son analizlerin sonuçlarıyla tutarlı olduğı kabul edilebilir. Ancak bu çözümler, ancak chargino, nötralino ve smüon gibi parçacıkların yaklaşık 20 TeV ve daha ağır olduğu çözümlerde mümkündür. Günümüz çarpıştırıcı deneylerinin ulaşabileceği enerji seviyelerinden çok ötede olan bu kütle değerlerinin, gelecekte 100 TeV kütle merkezi enerjisiyle yapılacak olan dairesel çarpıştırıcı (FCC) deneylerinde (Benedikt ve diğerleri., 2025a,b,c) dahi test edilmesi mümkün görülmemektedir.

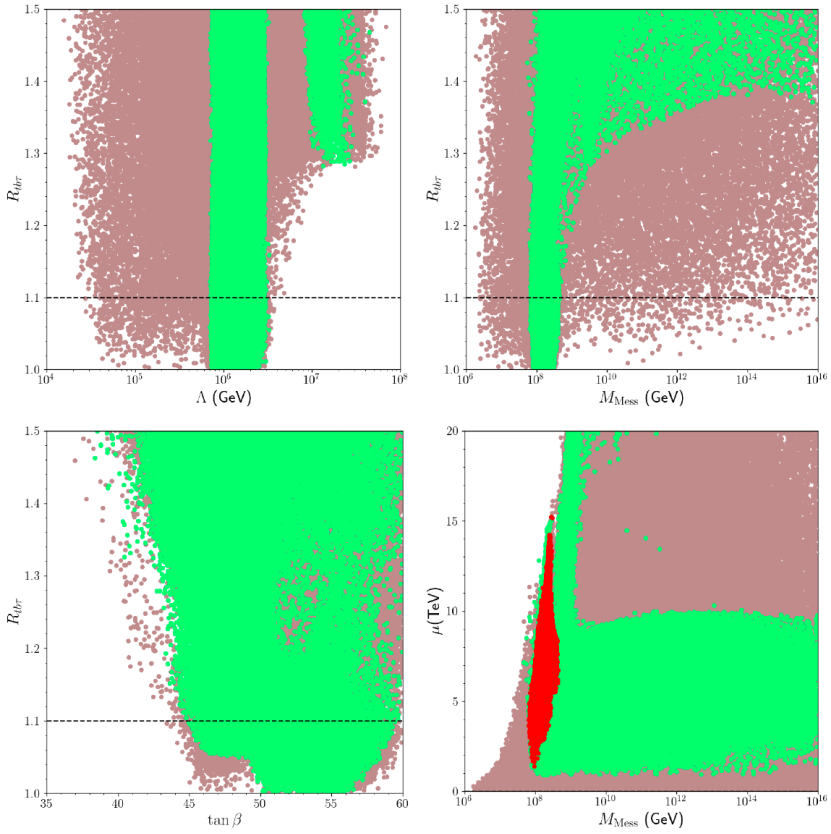


Şekil 11. NH terimlerinin olmadığı minimal GMSB modellerde $\mu < 0$ durumu için müon $g-2$ sonuçları. Renk kodlaması, Şekil 3 ile aynıdır. Ancak bu analizlerde müon $g-2$ ölçümlerinden gelen sınırlama uygulanmamıştır. Ek olarak, kırmızı noktalar yeşil noktaların bir alt kümesi olup, YU çözümlerini göstermektedir.

4.2.1 YU ve NH Katkıları

Yukarıda görüldüğü gibi minimal GMSB modellerde $\mu < 0$ durumlarda, müon $g-2$ sonuçlarıyla tutarlı YU çözümleri, SUSY kütle spektrumunun çok ağır olduğu durumlarda mümkün olmaktadır. Teorik olarak bu kabul edilebilir olsa da, deneysel analizler bakımından çok ilgi çekici sonuçlar olduğu söylenemez. Bu bölümde, müon $g-2$ probleminden dolayı $\mu > 0$ durumlar ele alınarak, NH terimlerinden gelen katkıların da hesaba katıldığı minimal GMSB modeller üzerinde gerçekleştirilen fenomenolojik analizlerden bahsedilecektir. Elde edilen sonuçların test edilebileceği deneysel analizlere de yer verilecektir. Bahsi geçen NH katkılarının teorik analizleri ve elde edilen sonuçlar Bölüm 3.2.4'te detaylı olarak anlatılmıştır.

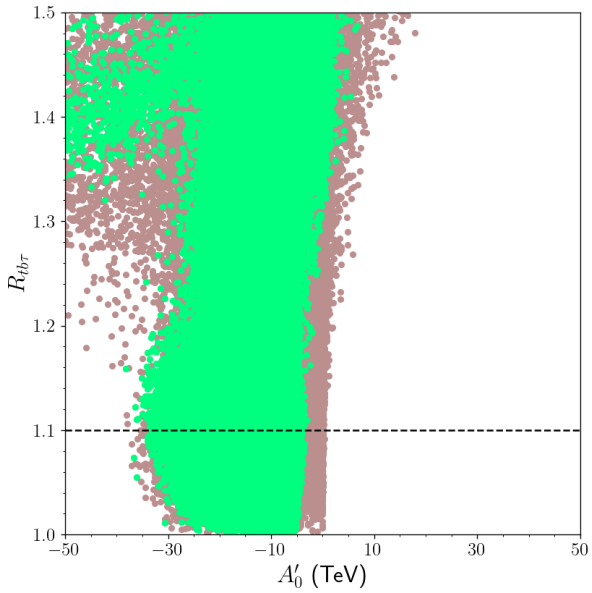
Şekil 12 ile YU çözümlerinin NH katkılı mininal GMSB modellerinin temel parametrelerine bağlılığı gösterilmiştir. $R_{tb\tau}$ parametresinin gösterildiği panellerde renk kodu ve kesikli yatay çizgi Şekil 10 için açıklandığı gibidir. $\mu - M_{\text{Mess}}$ panelinde gösterilen kırmızı noktalar, yeşil noktala-



Şekil 12. NH katkılı minimal GMSB modellerde YU çözümleri ve temel parametreler. $R_{tb\tau}$ parametresinin gösterildiği panellerde renk kodu ve kesikli yatay çizgi Şekil 10 için açıklandığı gibidir. $\mu - M_{\text{Mess}}$ panelinde gösterilen kırmızı noktalar, yeşil noktaların bir alt kümesi olup YU çözümlerini göstermektedir.

rın bir alt kümesi olup YU çözümlerini göstermektedir. NH katkılarının olmadığı durumlardakine benzer şekilde, YU çözümlerinin elde edildiği bölgelerde, Λ ve M_{Mess} parametrelerinin çok dar bir değer aralığına sıkıştığı gözlenmiştir. M_{Mess} parametresinin özellikle görece küçük değerlerde YU koşulunu sağlaması, $1/M_{\text{Mess}}$ ile orantılı olan NH terimlerinin YU koşulunu sağlamaya yetecek kadar büyük olabilmesidir. Öte yandan, yine temel parametrelerden biri olan tan β, daha önceki çalışmalardan elde edilen sonuçların aksine $45-60$ gibi çok daha geniş bir aralıkta değerler alabilmektedir ve bu çözümlerin çoğu YU koşulunu tam olarak sağlayabilmektedir ($R_{tb\tau} = 1$). Son olarak sağ alt panelde μ parametresinin alabileceği değerler gösterilmektedir. Bu paneldeki kırmızı noktalara bakıldığında μ parametresinin 1 TeV'e kadar küçük değerler alabileceği görülmüştür. NH katkılarının olmadığı $\mu < 0$ durumlarında dahi bu parametre 3 TeV'den daha küçük değerler alamamaktadır (Gogoladze ve diğerleri., 2015a).

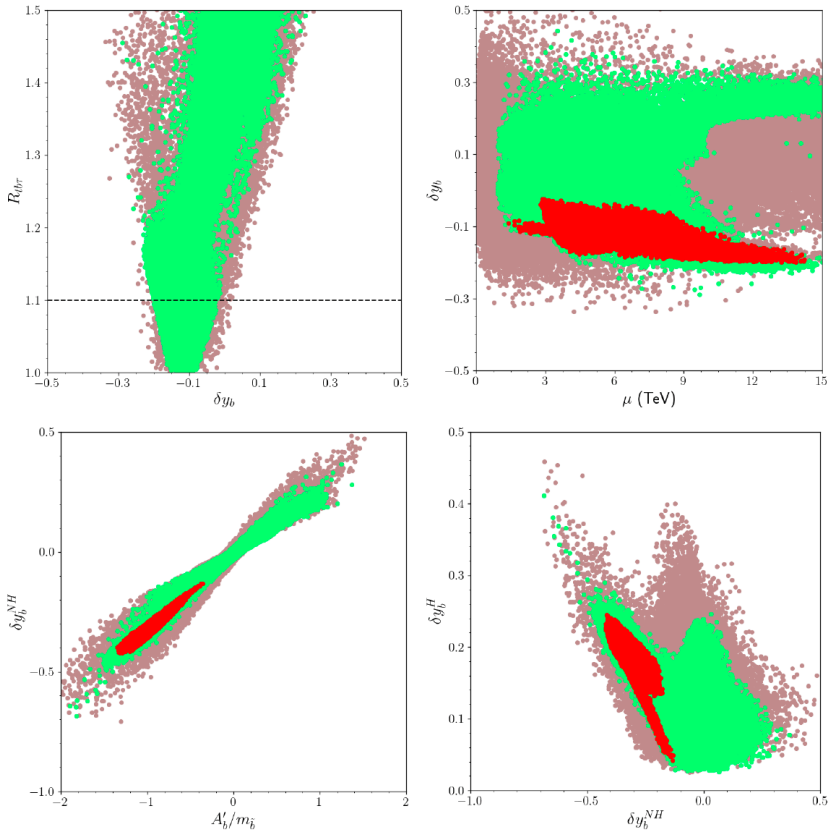
Mininal GMSB modellerde $\mu > 0$ durumlarda elde edilen bu YU çözümlerini elde etmek, NH katkıları olmaksızın mümkün olmadığından, elde edilen sonuçlar doğrudan NH terimlerinin etkisini göstermektedir. Bölüm 3.2.4'te de anlatıldığı gibi bu terimler, pozitif holomorfik katkıları



Şekil 13. NH katkılı minimal GMSB modellerde YU çözümlerinin A'_0 NH parametresiyle ilişkisi. Renk kodu ve kesikli yatay çizgi Şekil 10 için açıklandığı gibidir.

negatife çevirebilecek kadar etkili olabilmektedir. Bu tartışmanın sonucu Şekil 13 ile gösterilmektedir. Renk kodu ve kesikli yatay çizgi Şekil 10 için açıklandığı gibidir. Elde edilen sonuçlardan görüldüğü üzere, YU çözümleri A'_0 parametresinin negatif olduğu bölgede ortaya çıkmaktadır. Bu çözümlerde A'_0 negatif olduğundan Şekil 2 ile verilen diyagramlarda ilk diyagramdan gelen katkıların da negatif olmasına ve YU çözümlerine uygun hale gelmesine neden olmaktadır.

y_b Yukawa etkileşim sabitine gelen eşik katkıları Şekil 14 ile detaylı olarak gösterilmiştir. Sol üst paneldeki sonuçlar, YU çözümlerinin elde edilebilmesi için y_b Yukawa etkileşim sabitine yaklaşık $0.05-0.25$ büyüklüğünde negatif katıların gelmesi gerektiğini göstermektedir. NH terimlerinin olmadığı durumlarda bu denli büyük ve negatif katkıların μ teriminin en az 3 TeV olduğu durumlarda mümkün olduğu bilinmektedir. Ancak $\delta y_b - \mu$ panelinde gösterildiği gibi $\mu \simeq 1$ TeV olduğu durumlarda dahi bu negatif katkılar elde edilmiştir. YU koşulunun sağlanması için gerekli negatif katkıların sağlanmasında A'_b teriminin oldukça etkili olduğu $\delta y_b^{NH} - A'_b/m_b$ panelinde gösterilen sonuçlardan da anlaşılmaktadır. Bu sonuçlara göre, y_b Yukawa etkileşim sabitine gelen NH katkılar -0.5 olacak kadar büyük değerler alabilmektedir. Bu durumda, holomorfik katkıların negatif olma zorunluluğu da ortadan kalkar. $\delta yb^H - \delta y_b^{NH}$ panelinde gösterildiği üzere, holomorfik katkılar pozitif olabildiği gibi, 0.3 değerleri alacak kadar da büyük olabilmektedir. Bu büyük ve pozitif katkılar NH katkılarıyla ortadan kalkmakta ve hatta toplam eşik katkısının -0.25 olmasına olanak sağlayacak kadar büyük olabileceğini göstermektedir.

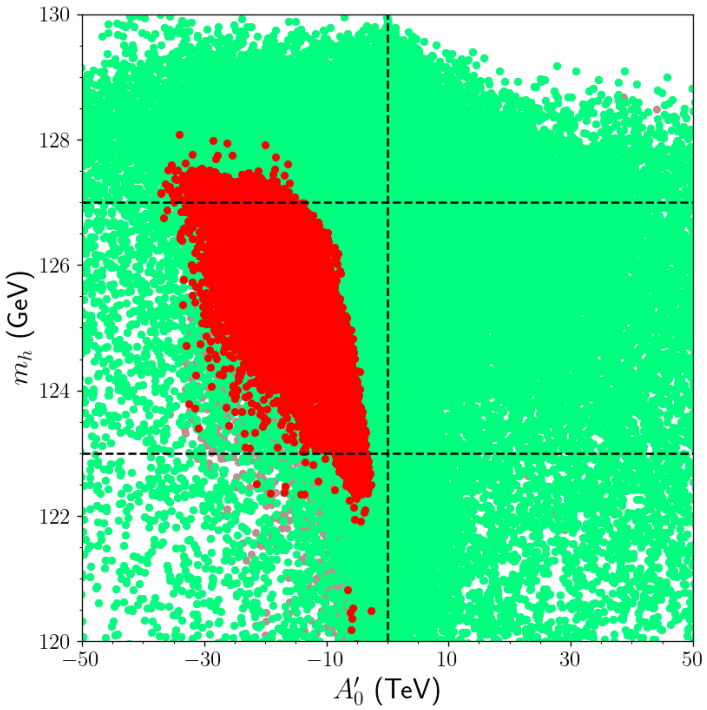


Şekil 14. NH katkılı minimal GMSB modellerde y_b Yukawa sabitine gelen toplam ve NH eşik katkıları. Sol üst panelde kullanılan renk kodu ve kesikli yatay doğru Şekil 10 için açıklandığı gibidir. Diğer panellerde, ek olarak kırmızı noktalar yeşil noktaların bir alt kümesi olup YU çözümlerini göstermektedir.

4.2.2 Higgs Bozon Kütlesi ve NH Katkılar

Minimal GMSB modellerin, Higgs bozonu kütlesinden gelen sınırlamalarla oldukça zor duruma düştüğü, tutarlı çözümlerin elde edildiği durumlarda dahi Higgs bozonu kütlesinin ancak 123 GeV'e kadar değerler aldığı önceki çalışmalarda gösterilmiştir (Ajaib ve diğerleri., 2012; Gogoladze ve diğerleri., 2015a). Bu durumda, Bölüm 3.2.2 ve 4.1.2 ile detaylı olarak tartışılan, Higgs bozonu kütlesine gelen NH katkılarla elde edilebilecek Higgs bozon kütlesi de ayrı bir önem kazanmaktadır.

Şekil 15 ile NH katkılarıyla birlikte Higgs bozonu kütlesinin alabileceği değerler gösterilmiştir. Renk kodu Şekil 10 için açıklandığı gibidir. Ancak bu panelde Higgs bosonu kütlesinden gelen sınırlandırmalar uygulanmamıştır. Kesikli yatay doğrular bu sınırlandırmaları temsil etmektedir. Kırmızı noktalar, yeşil noktaların alt kümesi olup YU çözümlerini temsil etmektedir. Daha önce de tartışıldığı üzere, Higgs bozonu kütlesine gelen NH katkılar A_0' terimine güçlü bir şekilde

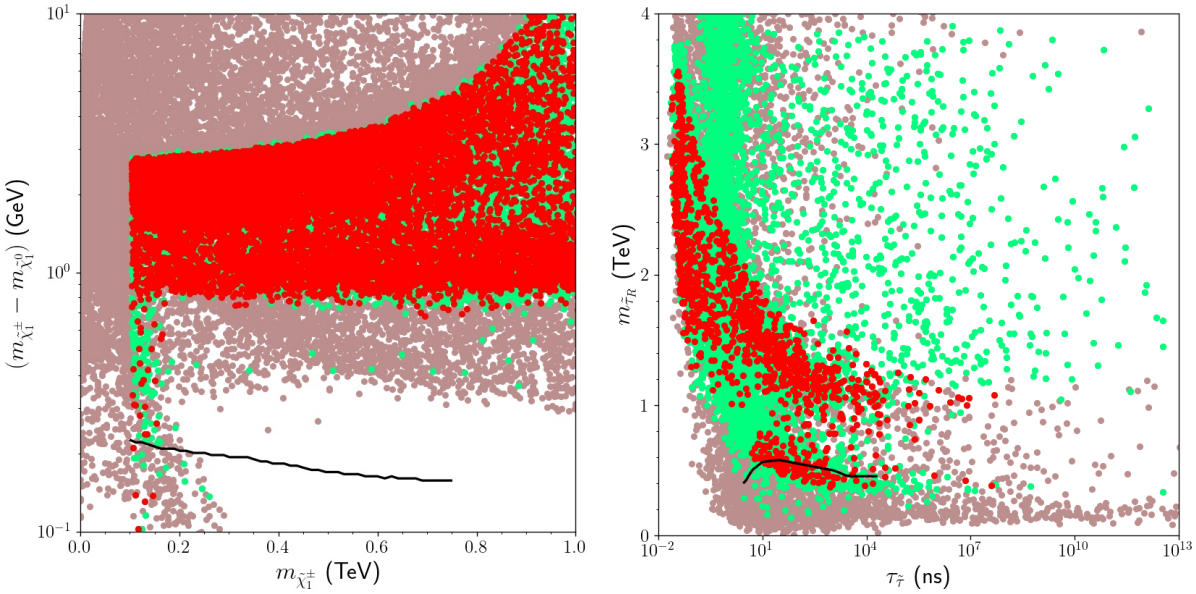


Şekil 15. NH katkılı minimal GMSB modellerde Higgs bozonu kütlesinin A'_0 parametresine göre alabileceği değerler. Renk kodu Şekil 10 için açıklandığı gibidir. Ancak bu panelde Higgs bosonu kütlesinden gelen sınırlandırmalar uygulanmamıştır. Kesikli yatay doğrular bu sınırlandırmaları temsil etmektedir. Kırmızı noktalar, yeşil noktaların alt kümesi olup YU çözümlerini temsil etmektedir.

bağlıdır. Elde edilen sonuçlar, NH katkılarının ele alınmadığı sonuçların aksine, Higgs bozonu kütlesinin 128 GeV kadar ağır olmasına dahi izin vermektedir.

Bu model üzerine yürüttüğümüz analizler; stop, sbottom, gluino gibi güçlü etkileşen parçacıkların, NH katkıların olmadığı durumlara benzer şekilde ağır olacağını göstermiştir. Bu parçacıkların kütleleri 5 TeV'e kadar hafif olmaktadır ve gelecekte yapılması planlanan çarpıştırıcı deneylerinde test edilebilmeleri mümkün olabilir. Öte yandan güçlü etkileşime girmeyen chargino ve stau gibi parçacıkların kütleleri GeV mertebesinde elde edilebilir. Bu parçacıklar için elde edilen kütle değerleri Şekil 16 ile chargino kütlesi ve nötralino ile kütle farkı (sol) ile sağ-elli stau için hesaplanan bozunma ömrü (sağ) ile ilişkilendirilerek gösterilmiştir. Renk kodu Şekil 15 panelinde açıklandığı gibidir. Sol panelde görülen eğri, chargino ve nötralino kütleleri üzerinde yürütülen deneysel analizlerden elde edilen dışarlama eğrisini göstermektedir (Hayrapetyan ve diğerleri., 2024). Sağ paneldeki eğri ise, sağ elli stauların bozunma ömürleri için yürütülen deneysel analizlerden elde edilen dışarlama eğrisini temsil etmektedir (Aad ve diğerleri., 2025).

Sol panelde görülen sonuçlara göre, chargino 1 TeV'den çok daha hafif olarak elde edilebilmekte ve bu bölgede en hafif nötralino ile neredeyse dejenere olabilmektedir. Chargino ve nötralinonun neredeyse dejenere olduğu kütle spektrumları üzerine yürütülen deneysel analiz-



Şekil 16. Chargino kütlesi ve Nötralino ile kütle farkı (sol) ile sağ-elli stau için hesaplanan bozunma ömrü (sağ). Renk kodu Şekil 15 panelinde açıklandığı gibidir. Sol panelde görülen eğri, chargino ve nötralino kütleleri üzerinde yürütülen deneysel analizlerden elde edilen dışarlama eğrisini göstermektedir (Hayrapetyan ve diğerleri., 2024). Sağ paneldeki eğri ise, sağ elli stauların bozunma ömürleri için yürütülen deneysel analizlerden elde edilen dışarlama eğrisini temsil etmektedir (Aad ve diğerleri., 2025).

ler, bu çözümlerin bazılarını dışarlamış olsa da, YU koşuluyla pek çok çözümü de test edebileceği görülmektedir. Benzer şekilde sağ elli stau da 100 GeV kadar hafif olabilmektedir. Minimal GMSB modellerde sağ elli staunun genelde uzun ömürlü olduğu ve dedektörlerden kaçtığı durumlarda, elektrik yükü korunumunu ihlal eden olaylar gözleneceğinden, staunun bozunma ömrü üzerinde deneysel analizler yürütülmektedir. Bu analizlerden elde edilen sonuçlar da, bazı YU çözümlerini dışarlasa da, yakın zamanda pek çok çözümü de test edebilecektir.

Özet olarak minimal GMSB modeller için NH katkılarını da hesaba katarak yürüttüğümüz analizler, YU çözümlerinin, literatürde rapor edilen sonuçların aksine, $\mu > 0$ olan durumlarda da elde edilebileceğini ve bu çözümlerin bazı güncel deneysel analizlerle test edilebileceğini göstermiştir. Elde ettiğimiz bulgular Çizelge 2 ile verilen çözümlerle örneklendirilmiştir. Bütün çözümler, analizlerde uygulanan deneysel sınırlandırmalarla ve YU koşuluyla uyumlu olacak şekilde seçilmiş olup, Higgs bozonu kütlesinin deneysel olarak ölçülmüş 125.6 GeV'lik kütlesine olabildiğince yakın olacak şekilde seçilmiştir. Kütleler GeV mertebesinde verilmiş olup, stau bozunma ömrü ise nanosaniye biriminde ifade edilmiştir.

İlk çözüm yukawa etkileşim sabitlerinin M_{GUT} skalasında tam olarak birleştiği ($R_{tb\tau} = 1$) çözümleri temsil etmektedir. Bu çözümler, Higgs bozonu kütlesinin de 125.6 GeV olabilmesi için $\tan\beta$ parametresinin yaklaşık 53'e eşit olmasını, A_0' parametresinin de yaklaşık -14 TeV kadar büyük değerler almasını gerektirmektedir. Bu çözümlerde charginolar yaklaşık 500 GeV'e ka-

Çizelge 2. NH katkılı Minimal GMSB modellerde YU analizlerinden elde edilen sonuçları örnekleyen çözümler. Bütün çözümler, analizlerde uygulanan deneysel sınırlandırmalarla ve YU koşuluyla uyumlu olacak şekilde seçilmiş olup, Higgs bozonu kütlesinin deneysel olarak ölçülmüş 125.6 GeV'lik kütlesine olabildiğince yakın olacak şekilde seçilmiştir. Kütleler GeV mertebesinde verilmiş olup, stau bozunma ömrü ise nanosaniye biriminde ifade edilmiştir.

	Çözüm 1	Çözüm 2	Çözüm 3	Çözüm 4	Çözüm 5	Çözüm 6
Λ	1.53×10^6	1.56×10^6	1.52×10^6	1.56×10^6	2.14×10^6	1.24×10^6
M_{Mess}	1.71×10^8	1.07×10^9	7.56×10^8	1.07×10^9	2.22×10^8	1.31×10^8
$\tan\beta$	52.7	57.2	56.1	57.2	50.4	50.5
A_0'	-13608.9	-2287.9	-3039.7	-2287.9	-20567.2	-11773.6
μ'	-7142.4	-13708.4	-13898.8	-13708.4	-9233.2	-5183.3
μ	6706.8	2100.5	1848.8	2100.5	9392.1	5759.6
m_h	125.6	125.6	125.6	125.6	126.6	124.6
m_H	2354.9	2265.3	2030.4	2265.3	3506.3	2143.6
m_A	2354.9	2265.3	2030.4	2265.3	3506.3	2143.6
$m_{H^\pm}$	2356.2	2263.9	2029.5	2263.9	3505.1	2144.1
$m_{\tilde{\chi}_1^0}$,$m_{\tilde{\chi}_2^0}$	469.0 , 471.5	2181.5 , 4045.3	2115.5 , 3927.5	2181.5 , 4045.3	129.6 , 131.2	574.7 , 577.9
$m_{\tilde{\chi}_3^0}$,$m_{\tilde{\chi}_4^0}$	2129.4 , 3968.0	11591.8 , 11592.0	12022.0 , 12022.1	11591.8 , 11592.0	2993.9 , 5566.1	1726.0 , 3237.9
$m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$,$m_{\tilde{\chi}_2^\pm}$	470.4 , 3968.0	4045.3 , 11592.2	3927.4 , 12022.3	4045.3 , 11592.2	129.8 , 5566.1	576.2 , 3237.9
$m_{\tilde{g}}$	9616.8	9832.4	9564.2	9832.4	13086.9	7947.2
$m_{\tilde{u}_1}$,$m_{\tilde{u}_2}$	12456.7 , 13393.4	12453.2 , 13423.4	12142.5 , 13075.7	12453.2 , 13423.4	17057.5 , 18399.2	10273.6 , 11031.7
$m_{\tilde{t}_1}$,$m_{\tilde{t}_2}$	10792.9 , 11894.5	12982.7 , 13881.1	12786.9 , 13642.5	12982.7 , 13881.1	14518.3 , 16161.7	8745.2 , 9680.7
$m_{\tilde{d}_1}$,$m_{\tilde{d}_2}$	12339.2 , 13393.6	12311.4 , 13423.6	12007.6 , 13076.0	12311.4 , 13423.6	16887.9 , 18399.4	10180.9 , 11032.0
$m_{\tilde{b}_1}$,$m_{\tilde{b}_2}$	10762.4 , 11894.0	12786.5 , 13880.4	12597.2 , 13641.9	12786.5 , 13880.4	14571.5 , 16161.4	8787.6 , 9679.9
$m_{\tilde{\nu}_e}$,$m_{\tilde{\nu}_\tau}$	5474.6 , 5204.1	5656.7 , 6914.9	5468.3 , 6723.8	5656.7 , 6914.9	7680.7 , 7099.3	4460.9 , 4105.3
$m_{\tilde{e}_1}$,$m_{\tilde{e}_2}$	3035.8 , 5475.6	3205.3 , 5657.6	3080.0 , 5469.3	3205.3 , 5657.6	4273.7 , 7681.5	2460.2 , 4462.0
$m_{\tilde{\tau}_1}$,$m_{\tilde{\tau}_2}$	1904.9 , 5205.7	6466.4 , 6916.2	6326.3 , 6725.6	6466.4 , 6916.2	1220.5 , 7100.7	287.2 , 4107.3
$\tau_{\tilde{\tau}}$	3.39×10^{-17}	2.40×10^{-17}	2.44×10^{-17}	2.40×10^{-17}	4.82×10^{-17}	6.69×10^2
δy_{b^H}	0.19	0.05	0.04	0.05	0.18	0.20
$\delta y_{b^{NH}}$	-0.31	-0.10	-0.11	-0.10	-0.32	-0.32
$R_{tb\tau}$	1.00	1.06	1.03	1.06	1.03	1.07

dar hafif kütlelere sahipken stau kütlesi yaklaşık 2 TeV kadardır. Çözüm 2, y_b Yukawa etkileşim sabitine gelen NH katkılarının en az olduğu çözümleri göstermektedir. Bu çözümler genel olarak SUSY kütle spektrumunun ağır olduğu durumlara karşılık gelmektedir. Çözüm 3, μ teriminin YU koşuluyla uyumlu kalmak şartıyla alabileceği en küçük değerli çözümleri örneklendirmektedir. Çözüm 4, Higgs bozonunun kütlesinin 125.6 GeV olarak hesaplanabilmesi için gerekli olan en küçük A_0' değerini vermektedir. Buna göre, A_0' yaklaşık -2.3 TeV olması gerektiği görülmüştür. Bu çözümler YU koşulunu %6 ($R_{tb\tau} = 1.06$) mertebesinde bir sapmayla sağlayabilmektedir. Benzer şekilde Çözüm 5 de A_0' teriminin alabileceği en büyük değeri temsil etmektedir. Buna

göre, Higgs bozonu kütlesinin 125.6 olması için A_0' parametresi -20 TeV değerlerine kadar çıkabilmekte ve bu çözümler, Çözüm 4'e göre, YU koşulunu daha iyi sağlamaktadır. Son olarak Çözüm 6, hafif stau çözümlerinin stau bozunma ömrü analizlerinde yakın zamanda test edilebilecek çözümleri ifade etmektedir. Bu çözümlerde staular yaklaşık 300 GeV'e kadar hafif olabilmekte, ve deneysel analizlere yakında gelecek yeni güncellemelerde test edilebilecekleri düşünülmektedir.

5. TARTIŞMA

Bu projede yürütülen çalışmalar, SUSY modellerde, süpersimetrinin kırılmasının ardından ortaya çıkabilecek NH terimleri, SUSY modellerin teorik yapılarına uygun şekilde ele alarak detaylı bir tartışma yürütmeyi planlamıştır. Proje kapsamında yürütülmesi planlanan çalışmaların öneri olarak yazıldığı dönemlerde, literatürde NH terimlerin teorik yapıları ele alınmaksızın efektif olarak modellere eklendiği çalışmaların mevcut olması, yürütülen çalışmaların bu terimlerin teorik doğasına da yönelinmesi gerektiği üzerine kurulmuştur. Detaylı hesaplamalar sonucunda; bu terimlerden Higgs bozonu kütlesine, SUSY parçacıklarının kütle spektrumuna, müon $g-2$ hesaplarına, Yukawa etkileşim sabitlerinin birleşimine ve dolaylı da olsa karanlık madde sonuçlarına etkileri olacağı gözlenmiştir.

Proje kapsamında yürütülen çalışmaların temel amaçlarından biri GMSB modellerde müon $g-2$ sonuçlarını NH katkılarla iyileştirmek olarak ifade edilmiştir. Bu modeller, Higgs bozonu kütlesinin 125.6 GeV olarak gözlenmesinden güçlü bir şekilde etkilenmiş ve bu gözlemlerden gelen deneysel sınırlandırmaları, SUSY spektrumunun ancak çok ağır olduğu durumlarda sağlayabileceği gösterilmiştir. Bu durum, modellerin deneysel olarak tutarlı olmasında bir engel teşkil etmese de, müon $g-2$ sonuçlarına gelmesi gereken yüksek SUSY katkılarının da ihmal edilecek düzeylerde olmasına neden olmuştur. Çalışmalarımızda ilk olarak müon $g-2$ ölçümlerinde deneysel sonuçlarla SM öngörüleri arasındaki geçmiş yıllardaki uyumsuzluğu çözebildiği bilinen ADJ-GMSB modeller ele alınmıştır. Literatürdeki çalışmalardan farklı olarak, NH terimler SUSY kırılma mekanizmasıyla ilişkilendirilerek modellerin teorik yapısına eklenmiş, efektif etkilerinin yanı sıra RGE etkilerinin de hesaba katılması sağlanmıştır. Ancak, literatürde her ne kadar pozitif katkıları rapor edilmiş olsa da, RGE etkileriyle birlikte NH terimlerin müon $g-2$ sonuçlarına çoğunlukla negatif etkide bulunduğu, daha önce elde edilmiş yüksek SUSY katkılarının kayda değer şekilde azalmasına yol açtığı gözlenmiştir. Bu çalışmalar sırasında 2026 yılında, müon $g-2$ sonuçlarının deneysel ve teorik analizleri çok daha hassas sonuçlar verecek şekilde güncellenmiştir. Bu sonuçlar, SM öngörülerinin deneysel ölçümlerle büyük ölçüde uyumlu olduğunu göstermiştir. Bu güncellemeden sonra, NH terimlerinin müon $g-2$ değerlerini azaltacak yönde olan etkisi ayrı bir önem kazanmıştır. NH katkılar olmadan, güncel müon $g-2$ sonuçları tarafından dışlanması gereken pek çok çözüm, NH katkılarının eklenmesiyle deneysel ve teorik sonuçlarla uyumlu hale gelerek, SUSY modellerinin hafif kütleli parçacıklar önerdiği durumlarda dahi müon $g-2$ sonuçlarıyla tutarlı olabilmesini sağlamıştır. Bu sonuçlar,test edilebilir SUSY modeller için NH terimlerinin de hesaba katılması gerektiği göstermiştir.

Bunun yanında, Higgs bozonu kütlesine gelen NH katkıların, modellerin parametre uzayında dışlanmış pek çok çözümü tekrar tutarlı ve test edilebilir hale getirdiği gösterilmiştir. SUSY kütle spektrumu analizlerinde, NH katkıların GMSB modellerde, genelde SUSY parçacıklarını daha da ağırlaştırdığı anlaşılmış, ancak bazı koşullarda hafifletebileceği de gözlenmiştir. Proje çalışmalarının ilk önerildiği zamanlarda beklenmese de, Yukawa etkileşimlerinin birleştiği SUSY modellerde de NH terimlerinin oldukça önemli katkılarda bulunduğu elde edilmiştir. Bu katkılar, YU çözümlerinin daha önce elde edilmiş öngörülerini önemli ölçüde değiştirdiği, bu çözümlerin mümkün olmadığı modellerde dahi YU çözümlerinin ortaya çıkasına neden olduğu, analizler sonucunda elde edilmiştir. Genel olarak ağır SUSY kütle spektrumu ile uyumlu olan YU, GMSB modellerde, elektrozayıf etkileşime giren SUSY parçacıklarının hafif olabileceği çözümlerle de uyumlu olabileceği görülmüş ve bu çözümlerin test edilebileceği olası deneysel analizler tartışılmıştır.

NH terimlerin doğrudan bir etkisi olmadığı karanlık madde analizleri de çalışmalara eklenmiş olup, bu alandaki dolaylı etkilerinden dolayı ortaya çıkan farklılıklar da tartışılmıştır. GMSB modeller genel olarak gravitinonun LSP olduğu çözümler vermektedir. Ancak, NH terimlerin SUSY spektrumundaki etkileri sonucu, ADJ-GMSB modellerin temel parametre uzayının küçük bir bölgesinde MSSM nötralinolarından birinin gravitinodan daha hafif olabileceği ve bu bölgede karanlık madde olarak ele alınabileceği görülmüştür. Bu bölgedeki çözümler, GMSB modellerin, karanlık maddenin saçılma olaylarını analiz eden yer altı deneylerinde de test edilebilmesine olanak sağlamaktadır.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Çalışmalarımız süresince elde ettiğimiz en ilginç sonuç, NH terimlerin müon $g-2$ sonuçlarını azaltıcı etkisinin olduğunun gözlenmesidir. Literatürde daha önce yürütülmüş çalışmalarda, NH terimlerin müon $g-2$ sonuçlarını arttırıcı yönde etkileri elde edilmiş ve tartışılmıştır. Ancak, bu etkiler hesaplanırken NH terimleri efektif olarak ele alınmış olup, sadece düşük enerji skalasında keyfi değerler almışlardır. Çalışmalarımızda, modellerin teorik yapılarına eklenen bu terimler, SUSY kırılma skalasında ve kırılma mekanizması sonucu ortaya çıkan etkileşimlerle tutarlı olacak şekilde ortaya çıkmışlardır. Modellere bu şekilde dahil edilmesiyle birlikte, NH terimlerin RGE'lerde de yer alması sağlanmıştır. Daha önce ele alınmayan bu durum, NH terimlerin etkilerinin olmadığı düşünülen başka analizlerde de etkili olmalarına yol açmıştır. Çalışmalarımızda elde edilen sonuçların literatürde elde edilmiş sonuçları tamamlayıcı özelliği de buradan gelmektedir. Çalışmalarımız sırasında yürütülen teorik hesaplamalar ve analizler, NH terimlerin negatif değerler aldığı durumlarda müon $g-2$ sonuçlarına gelen SUSY katkılarını azalttığını göstermiştir. Ancak bu terimlerin pozitif değerler aldığında arttırması beklenen SUSY katkılarının, bu durumda da azaldığı gözlenmiştir. Bunun nedeni, NH terimlerin RGE'ler boyunca SUSY parçacıklarının kütlesini arttırması ve bu ağır kütlelerin de müon $g-2$ katkılarını azaltıcı yönde etki etmesidir. Sayısal analizlerimiz, NH terimlerin müon $g-2$ sonuçlarını yükseltici bir etkisi olmadığını göstermiştir. Son deneysel ve teorik güncellemelerden sonra, büyük SUSY katkılarının

problemli hale gelmesiyle, NH terimlerinin bu azaltıcı etkisi ayrı bir önem kazanmıştır.

Başka önemli bir gözlem de Higgs bozonu kütlesine gelen NH katkıların teorik ve sayısal analizlerinde elde edilmiştir. NH terimlerin olmadığı durumlarda, ağırlıklı olarak stop parçacıklarından ve karışımlarından katkı alan Higgs bozonu kütlesi, bu parçacıkların SUSY spektrumunda oldukça ağır olarak gözlenmesine neden olmaktadır. Ancak NH terimlerin ortaya çıkmasıyla birlikte SM Higgs bozonu ile sbottom ve stau arasında da doğrudan etkileşimler izinli hale gelir ve dolayısıyla bu parçacıklar da Higgs bozonu kütlesine doğrudan ve kayda değer katkılar sağlarlar. Higgs bozonu ile ilgili deneysel analizlerden elde edilen sonuçlarla, büyük ölçüde dışlanan pek çok SUSY çözümleri, bu NH katkılarla yeniden tutarlı hale gelir ve deneylerle test edilebilecek önemli öngörülerde bulunur. Bu gözlemin bir başka sonucu da Yukawa birleşimi çalışmalarında görülmüştür. Higgs bozonu ile doğrudan etkileşmeye başlayan sbottom ve stau, bottom ve τ Yukawa etkileşim sabitlerine de katkıda bulunurlar. Bu durumda, YU analizlerinde, YU koşuluyla uyumsuz olarak elde edilmiş pek çok çözüm ve hatta pek çok SUSY modeli YU koşuluyla uyumlu hale gelebilir. Dahası, YU analizlerinden elde edilen çözümler, önceki çalışmalarda elde edilen sonuçların aksine, günümüz deneylerinde test edilebilecek pek çok çözüm önerir.

Proje süresince yürüttüğümüz çalışmalardan elde edilen sonuçlar bir yayın olarak yayınlanmış olup, Yukawa birleşimi ile ilgili analizler de henüz tamamlanmıştır. Bu analizlerden elde edilen sonuçlar da yazım aşamasında olup yakın zamanda bilimsel değerlendirmeye sokulması planlanmaktadır. Analizlerimiz boyunca elde ettiğimiz sonuçlar, NH terimlerinden gelen katkılarla elde edilen öngörülerin önemli ölçüde değiştiği ve zenginleştiği görülmüştür. Başlangıçta bu kadar kapsamlı olacağı düşünülmemiş olsa da, proje süresince bu katkıların hesaba katılmasıyla, daha önce yapılmış analizlerin büyük bir çoğunluğunun yeniden yapılması gerekebileceği sonucu çıkarılmıştır. Bu doğrultuda, proje kapsamında sadece GMSB modeller ele alınmış olsa da, özellikle teorik analizler tüm MSSM modeller için geçerli olacak bir genellikte yürütülmüş, MSSM'in de genişletildiği modeller üzerine yürütülecek analizler için de bir temel oluşturmuştur. Bu gelişmelerle birlikte, çalışmaların GMSB modellerin daha ötesine geçeceği bir 1001 projesi önerilerek MFAG-125122 proje numarasıyla desteklenmeye değer görülmüştür. Bu projede yürütülen çalışmaların tamamlanmasıyla birlikte, NH terimler üretebilecek başka kırılım mekanizmaları da analiz edilmeye başlanmış olup, genel olarak MSSM modellerdeki etkileri analiz edilmeye ve bazı sonuçlar elde edilmeye başlanmıştır. Bunun devamında analizlerin MSSM ötesi için modelleri de kapsayacak şekilde geliştirilmesinin oldukça ilginç sonuçlara yol açacağı beklenmektedir.